

名古屋工業大学博士論文

乙第214号(論文提出による)

平成16年9月15日授与

名古屋工業大学学位論文（工学博士）

トヨタ生産方式を支える最適化手法
に関する研究

2004年

小谷重徳

研究の梗概

トヨタ生産方式がジャストインタイム（JIT）生産方式として、世界的に普及し高く評価されてから既に久しく、JIT生産方式の基本コンセプトは単に生産分野に留まらず、企業経営の基本的なコンセプトとしても認識されている。また、米国発のサプライチェーンマネジメントも根底の考え方はJITであり、トヨタ生産方式の影響の大きさが窺われる。

昨今は生産のグローバル化により、低付加価値商品はアジア、取り分け中国の台頭により日本で生産されなくなり、製造業の空洞化が現実のものとなってきている。また、現在置かれている日本のたいへんな財政状況や社会保障制度の信頼感の喪失などを打開して、日本の明るい未来を築くためには、再度製造業が復活することが唯一の道である。そのためには日本で生産できる高付加価値商品の開発が重要である。また、商品その物の高付加価値化だけでなく、供給リードタイムやサービスに付加価値をつけ、日本で消費する物は日本で製造できるビジネスモデルを構築することも欠かせないことである。しかし、その基礎となるのは物づくりにおける他国との差別化であり、競争力のある物づくりが渴望されている。今後ますます世界的な競争に拍車がかかることは明らかであり、物づくりの基本的な方法として認められたトヨタ生産方式の更なる発展が望まれる。

本研究はトヨタ生産方式の発展とその的確な運用を支える最適化の理論やその手法の開発を目指すことである。トヨタ生産方式もその適切な運用を行うためには、コンピュータシステムの支援を受けることをなくしては成り立たなくなっている。また、逆にコンピュータや情報通信ネットワークなどのITを活用することによってより高いレベルでのジャストインタイムの実現ができ、大幅なコスト低減が可能になってきた。適切なコンピュータシステムを開発するためには、その理論的な根拠を明らかにして仕組みの最適化を図ることや、運営目的を最大限実現できる、いわゆる最適解が求められる方法を開発し、これらを生産管理システムに組み込むことが不可欠である。本研究は、トヨタ自動車（株）（以下、トヨタと呼ぶ）での生産管理システムにおける優先順位の高い課題に取り組み、適切な運営のための理論を構築することや最適解が求められる方法を開発することであり、トヨタ生産方式の最適な運用ができるようにするための理論的な研究である。

本論文は大きく3つの分野に分けられる。第1部は車両の生産計画の分野である。車両の最適な生産計画を立案する方法について研究する。生産計画はトヨタグループの生産活動の生産性を大きく左右する。最適な生産計画は生産の基本であり、またトヨタ生産方式を適切に運営するためにも非常に大切である。第2部は車両の組立ラインへの投入順序づけの研究である。組立ラインを効率的に運営するためには作業負荷の平準化が重要である。しかし、今日車両の種類が増加し、作業負荷の平準化が困難になってきたので、この問題に取り組み。また、この分野では古くから数多くの研究があるが、大きな課題が2つ残されているので、理論的な研究としてこの2つの問題にも取り組む。第3部はよく知られているかんばん方式の研究である。かんばん方式はトヨタ生産方式を運営する要であり、かんばん方式の適切な運営のために従来から継続的な改善がなされてきた。しかし、かんばん方式を人手で運用する限り適切な運用にも限界があるので、コンピュータや情報通信ネットワークを活用してかんばん方式の最適な運用を図るために、その理論や方法を研究する。また、補給部品で使用しているかんばん方式には特徴があり、その適切な運用のための理論の研究にも取り組む。以上3部の研究の具体的な内容は以下のとおりである。

第1章は本研究の背景と研究の目的や内容について述べる。本研究の位置付けを明確にするため

に、研究の背景としてトヨタ生産方式やトヨタの生産管理システムの概要について説明する。また、本研究以前に筆者が取り組んだ研究についても簡単に触れる。

第1部は第2章と第3章からなり、生産計画の問題を取り上げる。販売店からのオーダーを基にして車名単位で生産計画が作成される。複数の組立ラインで生産される車両は、車名単位で生産計画から組立ライン別の生産計画を作成する必要がある。このとき考慮すべきことが2つある。1つは組立ラインで完成した車両は全国の販売店に輸送されるため、輸送費の合計が最小になるように組立ラインを決定する必要がある。もう1つは生産制約で、各々の組立ラインの生産制約をできるだけ満足するように組立ラインを決定する必要がある。現在は近似解法を利用しているが、いろいろな問題があり、最適な生産計画が立案できる方法を開発する。生産制約の表し方にはいろいろな方法が考えられるが、実務に適応しやすい2つの方法で研究する。

第2章では生産制約になる項目が、ある上限と下限の間になければならないという表し方で問題を定式化する。この定式化された問題は、解に整数条件が付くために効率的に解く方法はまだ開発されていない。しかし、この問題の特徴から、整数条件を緩和した問題の最適解が整数になることから既存の手法で効率的に解けることを明らかにする。

第3章では生産制約を費用で表し、輸送費用と生産制約に関する費用の和を最小にする問題として定式化する。この問題の性質を理論的考察と実験の両面から明らかにし、その結果既存の手法で効率的に解けることを明らかにする。

第2部は第4章から第8章までの5章からなり、車両の組立ラインの投入順序づけ問題を取り上げる。トヨタ生産方式における投入順序づけは、作業負荷の平準化と部品消費速度の平準化の2つが必要である。投入順序づけ問題は古くから数多くの研究がある。しかし、これらの研究が実務に活かされているとはいいがたい。その理由は、車両の場合は作業ステーションが約300あり、これらの作業時間データの維持管理が困難なことから、作業ステーション単位の作業負荷の平準化が行われていないからである。現在は、作業負荷の平準化は車両の総組み付け作業時間で行われている。今日、車両の仕様の多様化により組立ラインで生産する車種が増加し、車種間の作業時間のバラツキが大きくなり、車両の総組み付け作業時間を利用した作業負荷の平準化では、作業ステーションの作業負荷の平準化を十分図ることが困難になってきた。そこで、この点に注目して投入順序づけ問題に取り組み、実務に適応できる新しい方法を開発する。また、投入順序づけ問題は多くの研究がある割には、手がつけられていない重要な問題が残されている。その1つは、トヨタ生産方式に基づいて運営している組立ラインのラインストップを最小にする投入順序を求める問題である。もう1つは、作業者の組み付け作業の作業時間が確率変動する場合の投入順序づけ問題である。これらの2つの問題は理論的に重要であり、理論的な展開という視点を中心に取り組む。具体的には以下のような研究である。

第4章では、作業負荷の平準化に対して、代表作業ステーションという新しい概念を導入して作業負荷の平準化を図る。また、部品の消費速度の平準化に関しては、投入順序づけの制約条件にするという新しい考え方で定式化をする。更に、投入順序における車両1台ごとの平準化から、例えば車両5台ごとに平準化をしても実務の運営では問題がないことから、従来にない観点からの定式化を図り、トヨタの大規模な実際問題に適応できる近似解法を提案する。

第5章では、ほとんど研究されていない最終組立ラインへのリアルタイムの投入指示問題に取り組む。問題の定式化では4章の考え方を採用し、トヨタの実際問題に適応できる近似解法を提案する。4章と5章の方法をセットで適応することによって、組立ラインに対して適切な投入順序づけができることになる。

第6章は従来になく研究である。投入順序づけの研究は数多くあるが、実際に組立ラインのラインストップを扱うモデルは極めて少なく、トヨタ生産方式のモデルでの作業負荷の平準化の研究は皆無である。実務的には次のステップの研究であるが、理論的研究を深める意味で取り組んだ。この研究はトヨタ生産方式の組立ラインを忠実にモデル化した研究で、リリーフマンを考慮した投入順序づけ問題である。この問題の定式化は工夫することによって簡潔に行うことができ、効率的な近似解法を提案する。

第7章は第6章で扱った条件の上に、実際の組立ラインの適応に必要な部品消費速度の平準化も織り込んだ投入順序づけ問題を扱う。理論的に精緻なモデルで、4章や5章の解法から更に進めた方法であり、実務的には次世代の方法と言えるが、4章で導入した代表作業ステーションの考え方を取り入れると実務への適応も難しくはない。

第8章では6章、7章と同様に全く研究されていない分野の問題である、作業時間が確率変動する投入順序づけ問題を取り上げる。既に述べたように投入順序づけ問題は多くの研究があるが、作業時間が確率変動する投入順序づけ問題は世界的にも全く研究されていない。投入順序づけ問題と対をなすラインバランシングの問題では、作業時間が確率変動する問題は研究されている。しかし、どういう訳か、投入順序づけ問題では作業時間が確定的な問題しか取り組まれていない。作業時間が確率変動するとみなすことは実際上妥当なことであり、理論的な研究として必要不可欠であるのでこの問題を取り上げる。実務に適応することを考えると、一見理論的に精緻すぎると思われるが、確定値として利用している作業時間をどのように決めるべきかの指針などが明らかにできれば、従来研究に大いに役立つことになる。

第3部はかんばん方式に関する研究である。この分野では過去に先鞭となる理論的な研究を行ったが、本研究では実務に直結した問題を取り上げる。かんばん方式に関する研究は、トヨタ生産方式が普及するにしたがって多くの理論的な研究がなされたが、実務に直接活かせる研究は少ない。ここでは正に実務のレベルアップを図るためのかんばん方式の理論的な研究に取り組む。具体的には以下のとおりである。

第9章は最近トヨタで運用を開始し、大きな成果を挙げているe-かんばん方式の理論を研究したものである。かんばん方式のかんばんの管理は人手で行うために、適切な運用には限界がある。しかし、e-かんばん方式ではコンピュータでかんばんを管理するために、適切な理論を構築すればかんばん方式の最適な運用が可能になる。そのために取り組んだのが本研究である。

第10章は補給部品の手配に使用しているかんばん方式についての研究である。補給部品で使用しているかんばん方式の運営は、通常の車両の部品で使用しているかんばん方式とは少し異なっており、指数平滑法を用いたかんばん方式と言える。そこで、このかんばん方式の理論的な特性を明らかにし、適切な実務運用をするための理論を構築する。

第11章は本研究のまとめであり、研究の成果や今後の課題を明らかにする。今回取り組んだ研究はトヨタの実際問題の解決を目指したものであり、その結果トヨタ生産方式のより高度な運用をするための理論の構築や最適化手法の開発をすることができ、実用的な価値は非常に高いものがある。また、一部実務的には少し先を行く研究もあるが、研究としてはまだ取り組みがなされていない新しい分野を開拓する研究であり、重要な意味を持った研究で成果を挙げることができたと思う。この研究をきっかけに活発な研究が行われることを期待したい。

追 記

第2章の元になっている論文

小谷重徳, 大野勝久, 伊藤崇博, 「輸送費用と生産制約を考慮した組立ライン決定問題」, 日本経営工学会論文誌, **54-4**(2003), pp.217-228

が平成15年度日本経営工学会の論文賞を受賞したことを付記しておく.

平成16年3月31日

論文目次

第1章 緒言

1.1 研究の背景	9
1.1.1 トヨタ生産方式の発祥とその後	9
1.1.2 トヨタ生産方式の考え方と概要	9
1.1.3 トヨタの生産管理の概要	15
1.1.4 トヨタ生産方式における今日的な課題	18
1.1.5 本論文以前の筆者の研究	19
1.2 本研究の目的	20
1.2.1 車両生産計画の最適化の研究目的	20
1.2.2 車両組立ラインの投入順序づけの最適化の研究目的	21
1.2.3 かんばん方式の最適化の研究目的	21
1.3 本研究の内容	22
1.3.1 車両生産計画の最適化の研究	22
1.3.2 投入順序づけの最適化の研究	23
1.3.3 かんばん方式の最適化の研究	24
付 録	25

第1部 車両生産計画の最適化の研究 28

第2章 輸送費用と生産制約を考慮した組立ラインの決定方法

2.1 はじめに	29
2.2 組立ライン決定問題の定式化	30
2.3 生産制約が型式の組立ライン決定問題の解法	32
2.4 生産制約の追加	36
2.5 生産制約を追加した組立ライン決定問題の解法	37
2.6 実際問題の例	41
2.7 おわりに	41
付 録	42

第3章 輸送費用と生産制約に関する費用の和を最小化する組立ラインの決定方法

3.1 はじめに	45
3.2 組立ライン決定問題の定式化	45
3.3 組立ライン決定問題の解法	47
3.3.1 制約項目が型式の場合	48
3.3.2 制約項目が型式とエンジンの場合	48
3.3.3 制約項目が一般の場合	49
3.4 実際の組立ライン決定問題の例	57
3.5 おわりに	58

付 録	59
第2部 投入順序づけの最適化の研究	69
第4章 混合車両組立ラインの投入順序づけの近似解法	
4.1 はじめに	70
4.2 投入順序づけ問題への取り組みの考え方	70
4.2.1 車両組立ライン	70
4.2.2 取り組みの考え方	72
4.3 投入順序づけ問題の定式化	74
4.3.1 作業負荷の平準化の考え方	74
4.3.2 作業負荷の平準化の定式化	75
4.3.3 部品消費速度の平準化の定式化	76
4.3.4 投入順序づけ問題の定式化	77
4.4 近似解法	78
4.5 近似解法の評価	81
4.5.1 近似解法の評価	81
4.5.2 代表作業ステーションの評価	83
4.6 おわりに	84
付 録	84
第5章 最終車両組立ラインへのリアルタイムの投入指示の近似解法	
5.1 はじめに	87
5.2 リアルタイムの投入指示問題の定式化とその解法	87
5.2.1 作業負荷の平準化の定式化	87
5.2.2 部品消費速度の平準化の定式化	89
5.2.3 リアルタイムの投入指示問題の定式化	91
5.2.4 アニーリング法	93
5.3 投入指示結果の評価	93
5.4 おわりに	95
第6章 リリーフマンを考慮した車両組立ラインの投入順序づけの近似解法	
6.1 はじめに	96
6.2 車両組立ラインの定義	97
6.2.1 車両組立ライン	97
6.2.2 リリーフマン	97
6.2.3 記号の定義	98
6.3 車両投入順序づけ問題の定式化	98
6.3.1 定式化の考え方	98
6.3.2 問題の定式化	99
6.3.3 リリーフマンの到着時刻	101
6.4 近似解法	102
6.4.1 近似解法	102

6.4.2	数値例と近似解法の評価	103
6.5	おわりに	105
	付 録	105
第7章	リリースマンと部品消費速度の平準化を考慮した投入順序づけの近似解法	
7.1	はじめに	111
7.2	車両組立ラインの定義と問題の定式化	111
7.3	近似解法	113
7.4	近似解法の評価	115
7.5	おわりに	117
第8章	作業時間が確率変動する混合品種組立ラインの投入順序づけ問題の解析と近似解法	
8.1	はじめに	118
8.2	混合品種組立ラインの定義	119
8.3	2つの作業位置と utility 作業の3つの期待値の導出	119
8.3.1	作業開始位置の期待値の導出	120
8.3.2	作業終了位置の期待値の導出	121
8.3.3	utility 作業の期待値の導出	122
8.4	3つの期待値の近似計算の方法	122
8.4.1	近似計算の考え方	122
8.4.2	作業終了位置の期待値の計算	122
8.4.3	作業開始位置の期待値の計算	123
8.4.4	utility 作業の期待値の計算	124
8.5	近似計算の誤差の評価	124
8.6	utility 作業の期待値を最小にする投入順序づけの方法	126
8.7	おわりに	127
	付 録	127
第3部	かんばん方式の最適化の研究	131
第9章	e-かんばん方式の運用の最適化	
9.1	はじめに	132
9.2	従来のかんばん方式の運用方法	132
9.3	従来方式でのかんばん枚数の変更	134
9.3.1	かんばん枚数の変更の考え方	134
9.3.2	かんばんの回転枚数の変更	135
9.3.3	安全枚数の変更	137
9.4	e-かんばん方式でのかんばん枚数の変更	138
9.4.1	e-かんばん方式の運用方法	138
9.4.2	かんばんの回転枚数の変更	138
9.4.3	かんばん枚数変更のその他の考慮点	141
9.5	かんばん枚数変更の応用	141
9.5.1	新型車の立ち上がり生産の発注	141

9.5.2	需要変動の大きい部品への対応	142
9.5.3	臨時稼働後の発注量変動への対応	143
9.5.4	1直稼働2直発注の場合	143
9.6	管理の充実	144
9.6.1	かんばんの表記項目の追加	144
9.6.2	かんばん表記項目の変更への対応	145
9.6.3	タイムリーな情報活用	145
9.7	おわりに	145
第10章 指数平滑法を用いたかんばん方式の解析とかんばん枚数の決定方法		
10.1	はじめに	147
10.2	指数平滑法による生産指示	147
10.2.1	生産指示の方法とその定式化	147
10.2.2	初期値の設定	148
10.3	生産指示かんばん枚数の分布	149
10.3.1	生産指示かんばん枚数の平均	149
10.3.2	生産指示かんばん枚数の分散	150
10.4	指数平滑法によるかんばんのリードタイム	153
10.5	分割日数の決定方法	156
10.6	かんばん枚数の計算方法	157
10.6.1	かんばん枚数の計算方法	158
10.6.2	生産制約がある場合のかんばん枚数の計算方法	158
10.7	おわりに	159
第11章 結 言		
11.1	研究の成果と今後の課題	160
11.1.1	車両の生産計画の研究成果と今後の課題	160
11.1.2	車両投入順序づけの研究成果と今後の課題	161
11.1.3	かんばん方式の研究成果と今後の課題	162
11.2	トヨタ生産方式を支える最適化手法の活用の今後の課題	163
謝 辞		165
参 考 文 献		167
関 連 発 表		172

第1章 緒 言

1.1 研究の背景

本研究はトヨタ生産方式の発展とその高度な運用を図るために、かんばん方式や生産管理システムの最適化を図る方法の開発やそのための理論を構築することである。研究の狙いを正しく理解するためには、その背景となるトヨタ生産方式やトヨタの生産管理システムの知識は不可欠である。そこで、先ず始めにこれらの概要について述べる。

1.1.1 トヨタ生産方式の発祥とその後[1.1]

トヨタ生産方式は今日代表的な生産システムの一つとして世界的に高く評価されている。トヨタ生産方式が世界的に研究され発展して、トヨタ生産方式の基本コンセプトの1つであるジャストインタイム (Just In Time) を取って、JIT 生産システムとも呼ばれるようになった。

ところで、経営学ではテイラーの科学的管理法とフォードの大量生産方式であるコンベヤシステムが有名であるが、トヨタ生産方式も経営学史上に大きな足跡を残す生産方式として既に認められている。トヨタ生産方式は日本で車両生産を成功させるためには、大量生産していたアメリカの自動車産業の生産性に迫っていくことが是が非でも必要であるという強い信念のもとに、従来の常識を打ち破る新しい考え方やいろいろな方法が工夫されて発展してきた生産方式であって、フォードの大量生産方式とは相違し、多品種少量生産に適している。また、「JIT」、「自動化」、「かんばん方式」、「1個流し」などの独創的な考え方や手法で構成されており、従来の生産方式や生産管理方式とは相当異なる。そのため当初国内では十分理解されなかった面があるが、第1次オイルショック以降トヨタ生産方式が正しく認識され、一躍脚光を浴びることになった。世界では1980年代後半ジャパン アズ No.1 として日本が繁栄している中で紹介されたため、国際競争力の観点から厳しい状況にあった米国の産業界や大学では、日本企業の強さの秘密として日本的経営とともにトヨタ生産方式が盛んに研究・導入され、現在の米国産業の再生に大きく貢献したと言っても過言ではない。またその結果、JIT の基本概念を取り入れた新しい経営手法である、リエンジニアリング、ビジネスプロセスリエンジニアリング(BPR)、サプライチェーンマネジメント(SCM)などが米国で開発されたと言えよう。このように JIT の概念はビジネスの普遍的なコンセプトとして認識され、日本でも単に生産システムだけでなく全社スルーでの JIT や関係会社を含めた JIT の実現に目が向けられており、また製造業だけでなく生産と離れた多くの業種にも幅広く適用されている。

1.1.2 トヨタ生産方式の考え方と概要[1.1]

トヨタ生産方式は製造現場におけるムダを根本から排除することによって生産効率の向上を進め、また原価低減を図るために造り方の合理性を追求して生まれた生産方式である。需要の変化に対し柔軟に対応するとともにムダな設備や在庫さらに余分な労働力を削減し、コスト低減と生産性の向上を図ることができる。これを財務的にいえば、固定費や変動費の原単位を下げた損益分岐点を徹底的に引き下げ、たとえ生産量が落ちてもしっかりと収益が出る構造に変化させることであり、トヨタ生産方式は正に経営体質の改善を図ることである。トヨタ生産方式には「JIT」と「自動化」という2本の柱がある。この JIT 生産は正に生産の理想であり、トヨタ生産方式が理想を追求している方式であることを示している。自動化は工程で品質を造り込むことであり、工程で不良が発生すれ

ば生産ラインを止めて再発防止を図ることを徹底し、1つ1つ生産現場を根本から良くして行くことである。これはまた製造現場の改善をすることであり、トヨタ生産方式では「継続的な改善」に注力する。そのために、問題点が誰にでも分かるように、「目で見える管理」の仕組みや生産現場の作業員から管理者までの改善意欲の維持向上に多大な努力を払っている。これを表しているのが、「人間性の尊重」や「現場第1主義」の考え方であり、製造会社は現場が主人公であることを忘れてはならない。トヨタ生産方式は労働強化であるなどという批判があるが、これはトヨタ生産方式を理解していない証左である。また、「5回のなぜ」や「現地現物」は、改善や問題解決の基本的な姿勢を表しており、トヨタ生産方式が正しく、根本的な解決を常に追求している一端を表している。以上のような基本的な考え方を基に、試行錯誤を繰り返してトヨタ生産方式が考え出された。次に、トヨタ生産方式の概要を述べる。

(1) トヨタ生産方式の基本

トヨタ生産方式を実現する基本的な考え方や方法は次のようである。

a. 工程の流れ化

JIT生産をするには生産の流れをスムーズにし、生産のリードタイムを短縮することが重要である。そのためには工程間での停滞をなくし、連続的に加工されて製品が完成できるように、

- (1) 加工工程順に設備を配置する
- (2) 1個流しで工程順に加工する
- (3) 工程間は生産の同期化を図る

ことが必要で、このような工程にすることを工程の流れ化とよんでいる。

b. タクトタイムと小ロット生産

製品の売れるスピードにしたがって生産できれば製品在庫は非常に少なくなる。しかし、実際の売れるスピードに合わせて造るのは困難なので、仮の売れるスピードを次式のように定義し、タクトタイムとよぶ。

$$\text{タクトタイム} = \text{工程の稼動時間} / \text{工程の生産計画量}$$

このタクトタイムで各工程が生産すれば、生産が同期化し工程間の在庫を非常に少なくすることができる。しかし、生産工程が複数の品目を生産している場合は、タクトタイムで生産できたとしても同じ品目を連続して生産する（ロット生産）と工程間の同期化がとりにくくなり、工程間の在庫が増加する。そのためにいかに小さいロットで造るかが大事であり、段取り時間の短縮を図って小ロット生産や1個流しができるようにすることが必要である。最近でこそ小ロット生産の必要性が認識されているが、以前は段取り時間の長い工程では大ロット生産が効率的であり、品質も確保しやすいということで大ロット生産が常識であった。このようなときに段取り時間を短縮し小ロット生産を指向したのはまさに革新的な発想であった。段取り時間の短縮が困難であるから現在の段取り時間を前提にし、よく知られている「経済的ロットサイズ」が最適であると判断するのは短期的には正しい。しかし、長期的な観点からは現在のロットサイズが最適であるということになれば困難な段取り時間の短縮が進みにくくなるという意味で問題である。

c. 後工程引き取りと後補充生産

後工程引き取りも当時の常識を破るものである。一般的には、各工程は生産管理部などの中央の組織から生産計画が指示され、それに基づいて生産し、後工程に生産したものを送りこむ（押し出し方式、プッシュ方式）。後工程は必ずしも計画どおり生産しているとは限らないし、生産管理部は時々刻々の生産状況を把握し各工程にタイムリーに計画変更を出せない場合も多く、後工程が今すぐ必要でないものも前工程からどんどん送り込まれ、在庫が溢れたりする。また、逆に前工程の生

産遅れが発生して後工程で欠品が発生し、生産ラインの運営に支障をきたす場合も多い。トヨタ生産方式ではこれを避けるために、後工程の方が今必要な物がよく分かるということで、必要なものを必要なときに必要なだけ引き取りに行く方式を採用している。これを後工程引き取り（引っ張り方式、プル方式）という。これにより後工程は必要なもののみ引き取ることになり、前工程も今必要なものが何かが分かることになる。この方式の運用手段として後に説明するかんばんを使用する。この物の流れと逆により、必要なものだけを引き取り後工程にとって不要な在庫をなくすることができる。

後補充生産は後工程で引き取られた分だけ生産する方式であり、後工程引き取りとセットで考え出された。後補充生産するためには生産工程の所定の場所に在庫を持ち、後工程が引き取った分だけ決められたリードタイムまでに補充生産する。このように一定の在庫を持って運用するために、この方式の採用は後工程でその製品が繰り返し安定的に使用されることが前提である。後工程引き取りと同じように、後補充生産するためにかんばんが使われる。後工程が引き取った量が短いリードタイムで生産できれば在庫の量を非常に少なくできる。そのためには後工程の引き取り回数を多くして、1回当たりの引き取り量を少なくし、かつその変動を小さくすること、さらに後補充生産も小ロットで生産することが重要である。

d. 自動化

自動化は品質確保とムダの排除の方法として考えられた。このニンベンのついた自動化とはワークや設備に異常があれば自動的に設備が停止するようにすることである。これにより生産ラインで異常が発生すれば自動的に止まるために、不良品の生産を続けたり、後工程に不良品が流出することがなくなる。異常が起こればラインが止まるので、再発防止がしやすくなり、この対策活動続けることにより、品質保証が確実にになっていく。また、異常の時は生産ラインが止まるので、作業者が設備を常に監視する必要がなくなり、異常の時のみ作業者が修復に行けばよく、1人で多くの設備を管理下に置くことができるようになり、作業効率も飛躍的に高まる。

この自動化と言う概念を単に設備に限定すれば、ニーズから出た考え方と理解されるかもしれない。しかし、トヨタ生産方式の革新性は手作業ラインまで拡大したことである。作業に異常があれば作業者がラインを止め、異常という問題を顕在化して再発防止を確実に図り、これによって手作業ラインの問題を一つ一つ地道に改善し、品質保証とともにだんだんと強い生産現場にすることを狙っている。

e. 少人化と多能工化

労働集約的な企業ではムダな労働力を削減し、生産能率を向上させることも非常に大切なことである。作業改善や設備改善を通じて作業者の数を少なくすることを省人化と言う。トヨタ生産方式では投資金額が少なくてすむ作業改善を徹底的に行い、その後設備の改善に着手するという、改善の順序をたいへん重要視している。また、トヨタ生産方式では市場の変化により生産量が減少したときも省人化を図ることに注力する。そしてこれを目のない少人化とよんでいる。すなわち、少人化とは生産量の変化に応じてもっとも少ない人数で作業ができるようにすることである。しかし、これが意外と難しいのが現実である。たとえば、10人で200個生産していたラインで生産量が100個になったとき5人で生産できなければ生産能率が落ちることになる。少人化ができるためには、

(1) 作業者がいくつかの工程の作業をマスターしている、いわゆる多能工になっていること

(2) 工程が流れ生産になっているなどの工夫がなされていること

が必要で、そして実際に作業者の多工程持ちができなければならない。少人化のためには日頃から計画的にジョブローテーションを行い、複数の工程の作業ができるように多能工化しておく必要が

ある。多能工化は人材育成の観点からも重要であり、複数の作業を覚えることは多くの作業者の欲求にも応え、勤労意欲にもつながり、現場第1主義や人間尊重の精神にもかなっている。

(2) かんばん方式

かんばん方式は今ではトヨタ生産方式の別名としても広く知られているが、実際はJITを実現する仕掛けや運搬指示の情報伝達とその統制管理の機能をつかさどるサブシステムであり、またかんばんは改善の道具としても使われる。コンピュータや情報通信ネットワークが使用できない時代に生産現場の情報管理システムとして考案されたが、現在でも効果的なシステムとして機能している。

a. かんばん

かんばんにはいくつかの種類があるが、大別すると2種類になる。すなわち、生産工程の仕掛け指示のための仕掛けかんばんと、前工程に部品を引き取りに行くための引き取りかんばんである。かんばんには仕掛けや引き取りの機能をもたせるために、かんばんを見れば何を、いつ、どれだけ、どのように造り、運搬したらよいか等がわかるようになっている。そのために、かんばんにはライン名、品番、品名、荷姿、部品収容箱の収容数、後工程と部品置き場、前工程と部品置き場などが記入されている。かんばんは部品がまだ使用されていない部品箱には必ず取り付けられており、現品票の役割も果たしている。

b. かんばんの回し方

かんばんの回し方を簡単に述べると次のようになる。ある生産工程で引き取りかんばんが付いている収容箱の部品が初めて使用されるときに、引き取りかんばんが外され所定のところに置かれる。外れたかんばんが一定量になるかまたは定刻になると、外れた引き取りかんばんを持って前工程に部品を引き取りに行く（前者を定量引き取り方式、後者を定期引き取り方式という）。前工程の部品在庫には仕掛けかんばんが付いているので、仕掛けかんばんを外して持っていった引き取りかんばんを部品箱に付け、後工程に部品を運ぶ。前工程は外れた仕掛けかんばん枚数分の生産を決められたリードタイムまでに生産し（生産指示）、生産された部品には仕掛けかんばんを付けて所定の場所に置く。

以上がかんばんの回し方であるが、外れたかんばんがなければ引き取りも行わないし、生産も行わない。また引き取り方式には定量引き取り方式と定期引き取り方式の2種類があるが、JITの実現には定量引き取り方式が望ましいのでこれを基本としている。しかし、引き取り先が他工場のように離れている場合などは運搬の効率も考えて定期引き取り方式を採用している。

c. かんばん方式の運営

かんばんの回し方からわかるようにかんばん方式ではある工程が引き取りかんばんによりその前工程から部品を引き取ると、部品を引き取られた工程は引き取られた分だけ補充生産をする方式である。したがって、自動車のような多段階の生産工程においても、最終工程である車両の組立ラインに生産計画に基づいた生産指示をすれば、そのすべての前工程では引き取りかんばんや仕掛けかんばんにより、次々に工程を遡って引き取り指示（運搬指示）や生産指示が行われる（図1.1参照）。以上のようにかんばん方式では外れているかんばんが引き取り指示や生産指示となるため、多段階の各生産工程への生産指示のために各工程の生産遅れや在庫量などを調べる必要がない。最終工程の生産計画に基づいてかんばん枚数を決めれば、最終工程の部品の消費速度に従って、後はあるタイムラグを伴って自動的に部品の生産量や運搬量が決まる。MRP（Material Requirements Planning）などのように中央での集中的なコントロールは必要なく、各工程が自律的にかんばんによりコントロールされるという大きな特徴がある。また、外れたかんばんがなければ生産や引き取りが行われないので、各工程の在庫は発行されているかんばん枚数を超えることはない。

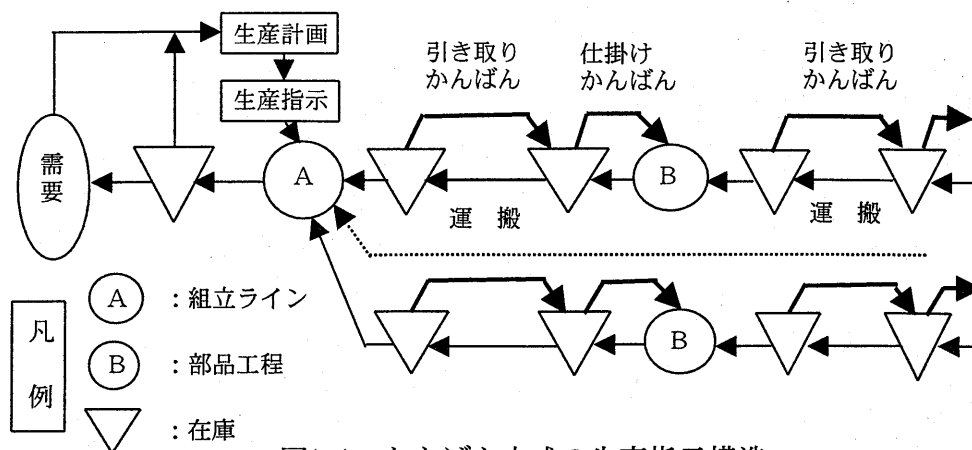


図1.1 かんばん方式の生産指示構造

かんばん枚数は月次や週次の生産計画を立案した後、部品展開し日当たりレベルの部品必要数を求めて計算し、その後必要なタイミングでかんばん枚数の変更を行う。また、ロットサイズの縮小などによる生産のリードタイムの短縮や引き取り回数の増加などの各種の改善が行われて条件が変われば、その都度かんばん枚数の変更をする。

かんばん方式では最終工程に生産指示をすればよく、後はかんばんが自律的にコントロールしてくれるので、かんばん枚数を変更しない程度の微調整の生産計画変更は柔軟に対応ができるという大きな特徴がある。最近のような仕様の多様化した状況下では、販売における日々の仕様レベルの変動がかんばんにより自動的に行えるのはたいへん効果大きい。もちろん、かんばん枚数を変更しなければならないような大きな需要変動には生産計画を変更し、かんばん枚数を再計算する必要がある。

（3）平準化生産

毎日の生産量が変動するより一定の方が効率的な生産ができることは論を待たないし、実際に多くの企業が努力している。しかし、トヨタ生産方式では各工程の生産量だけでなく、工程で生産する種類と種類ごとの生産量もできるだけ一定になるように生産する。これを平準化生産といい、トヨタ生産方式では平準化生産は前提条件である。というのも、外れかんばん枚数が引き取り量や前工程の生産量になるため、これらを変動させずできるだけ一定にするためには、その工程で消費される全部品の単位時間当たりの消費量（消費速度）を可能な限り一定にする必要がある。そのためには該当工程での単位時間当たりの種類と種類ごとの生産量になるべく一定になるように生産しなければならない。このことを達成するためには各工程は可能な限り小ロット生産が必要であり、前工程への引き取りも小刻みな引き取りを実施することが大切である。かんばん方式の究極は、かんばんが1枚外れたら前工程にその部品を引き取りに行き、前工程は仕掛けかんばんが外れたら即仕掛けするというかんばん1枚単位の同期化生産をすることである。

かんばん方式では最終工程に生産指示をするので、その前工程のすべての引き取り量や生産量の平準化を図るために最終工程の生産順序が重要になる。たとえば自動車であれば、受注した車両の日当たり数百台をどのような順番で生産するかが課題となる。平準化生産のためには組立ラインで消費される全部品の消費速度ができるだけ一定になるように順序付ける必要がある。

（4）継続的な改善活動

このための方法として既に述べた自動化は最も重要な一つである。異常が発生したらラインを止め、一つ一つ再発防止をし、問題点の解消を図って生産現場を向上させていくことが大切である。その他の方法として以下のようなものがある。

a. 目で見える管理

改善活動をするためには何をするかを決めなければならない。一般に、問題点の対策をするより問題点を発見する方が困難な場合が多い。そのために問題点が誰にでも、たとえば作業員から管理者まで全員がわかるようにしておけば、問題が自然とわかり問題解決が進むことになる。そのために生産現場をわかりやすくし、異常が一目でわかるようにすることを目で見える管理と言う。たとえば、生産ラインが止まれば電光掲示板に赤ランプを表示したり、また最大在庫や最小在庫を決めておき、それから外れた場合は異常とみなすことなどいろいろな方法が工夫されている。

b. 標準作業

標準作業とは人とワークと設備をもっとも有効に組み合わせて作った効率的な作業方法をいう。作業員がこの標準作業どおりできないときに問題であり、なぜ標準作業どおりできないのか標準作業が問題なのかを追求し、改善する。そしてより効率的な作業方法ができれば標準作業を変えていく。この標準作業を作業員の近くに表示しておけば誰でも標準作業がわかり、また標準作業の作成日が古ければ改善が進んでいないことも一目でわかることになる。

c. 小集団活動

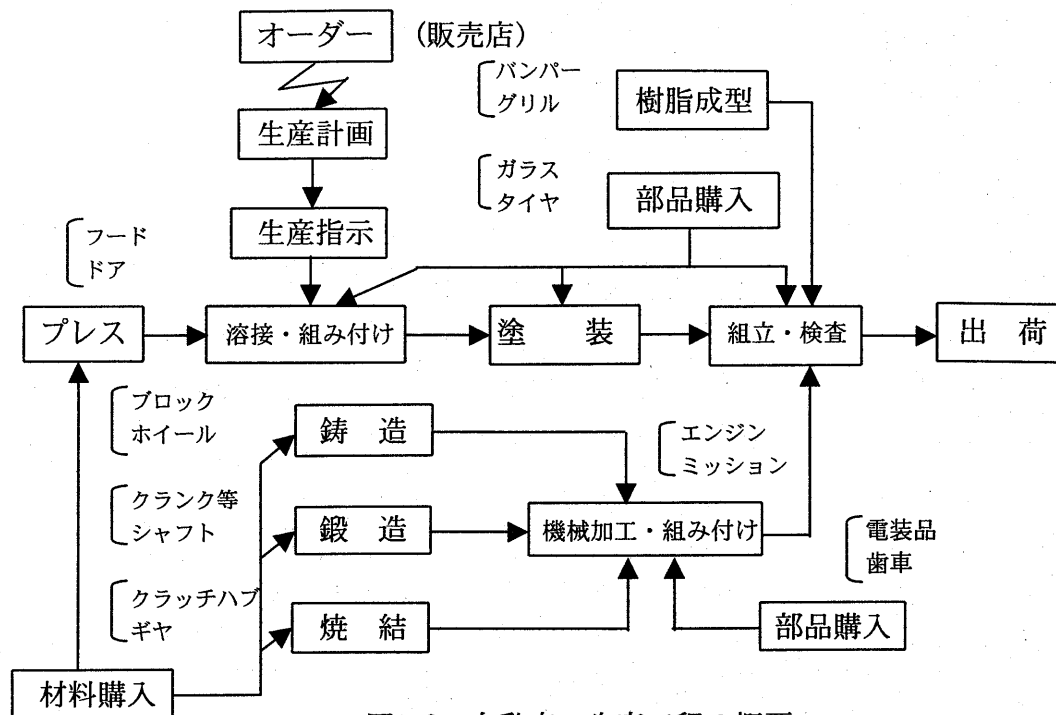
QCサークルなどの小集団活動により改善を計画的に進めることも大事である。課題は自発的に決め、上司などの指導を受けながらサークルでの改善活動を進めていく。小集団活動により改善が進むが、この活動を通じて問題を発見したり改善したりする能力の向上が図られ、次の改善につながっていくことが重要である。また、難しい問題をチームで解決することにより、各人が達成感を味わいモラルアップにつながるのはもちろんであるが、チームワークの向上も図られ、職場の人間関係がより良好になる。

d. 提案制度

一部のスタッフだけが改善活動をするのであれば、生産現場にある無数の問題のほんの一部しか解決していかないであろう。生産現場で働いている全員が問題を発見でき、改善ができれば問題解決の数は飛躍的に増加する。そのための方策として提案制度があり、改善提案のインセンティブとして改善の効果に応じて報奨金が支払われる。小集団活動などを通じて改善能力が向上していくので、各人の能力に応じて改善が提案される。生産現場では部品置き場を変えるだけでも1分のタクトタイムの中で1秒短縮できるというような小さな改善だが効果の大きい改善も数多くあり、作業員全員の目で問題を発見し解決していくことはたいへん有効である。もちろん、解決がたいへんな問題はスタッフの協力を得ながら進めることになる。

以上がトヨタ生産方式の骨子である。敢えて少しページを割いてトヨタ生産方式の概要を述べたのは、2つの理由があり、その1つはトヨタ生産方式の開発途上では、フォードの大量生産や経済的ロットサイズ生産が生産管理の常識として考えられている中で、上記のような素晴らしい発想で従来の常識を破り、理想的な生産システムや生産管理システムを構築してきたことに感銘を受けたからである。これだけの考え方や仕組みを開発・展開し、定着させるには多変な努力が必要であった。筆者も少しであるが、この一翼を担うことができて幸運であった。しかし、世の中でトヨタ生産方式の本質は必ずしも十分理解されているとはいいがたい。最近、トヨタ生産方式のDNAという言葉で人の問題に注目した論文[1.2]が発表されたが、これは正に一步前進の論文である。

また、もう1つの理由は、平準化やかんばん方式の最適な運用が如何に大きな効果があるかを正



しく理解してもらうためである。これらは、単純な経済計算で図れるものでなく、トヨタ生産方式の正しい理解なしにその効果を理解することはできない。特に、経済計算で図れない、生産体質の問題に目を向けることが必要である。

1.1.3 トヨタの生産管理の概要

トヨタ生産方式は以上のようなものであるが、車両の生産計画が作成されて生産が開始されるまでのトヨタの生産管理の概要について述べる[1. 3].

(1) 自動車生産の特徴

自動車には、性能、品質、信頼性はもちろん、今日は特に安全、環境対応などが高度に要求されている。このような自動車の生産の特徴は次の通りである（図 1.2 参照）。

a) 自動車生産には、素材加工から車両組立まで非常に幅の広い範囲の生産技術を必要とするとともに、コンピュータやロボットなどのハイテクを駆使し、高度に自動化やシステム化が進んでいる生産ラインもあるが、車両の組立ラインではその自動化率は低く、多数の人手を要する。これは、労働集約的な作業形態であることや定期的なモデル切り替えへの対応などのためである。

b) 車両の構成部品は約2万点あり、車両の種類も非常に多い。1つの組立ラインで複数の車両を生産するために、組立ラインの部品点数は数千点にもなっているラインが多い。これらの大半の部品は、多数の仕入先から購入している。

c) 車両の販売台数は季節変動が大きく、販売店の見込みオーダーによる生産が中心になっている。

(2) 月次生産準備

生産準備は月ごとに行われ、この基本的な業務は以下のとおりである（図 1.3 参照）。

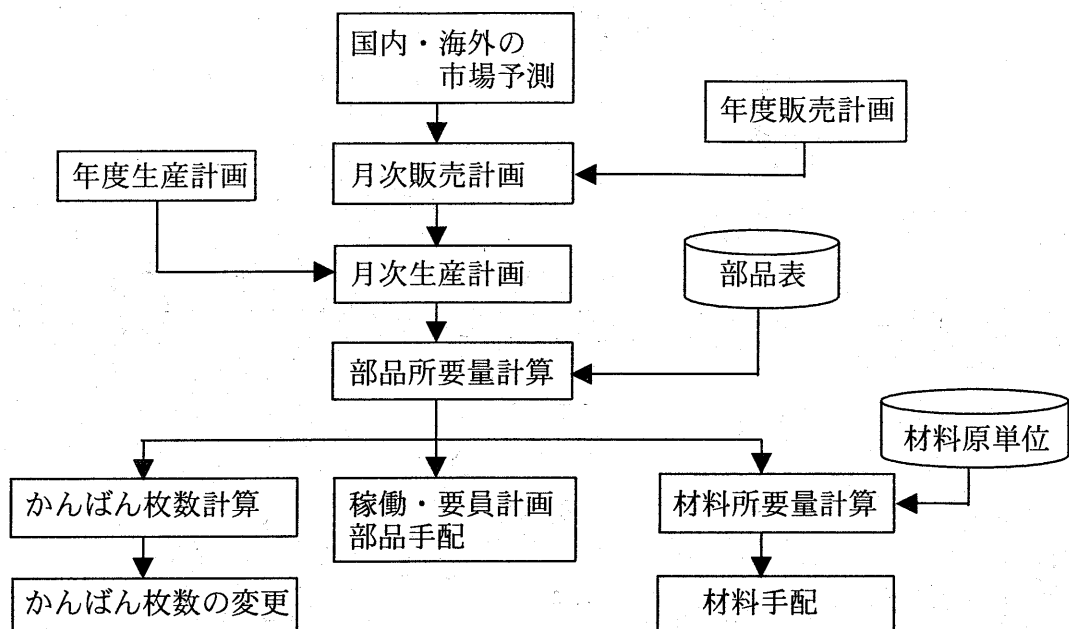


図1.3 月次生産準備の流れ

a. 月次生産計画

月次生産計画は来月以降の生産の実行計画を示す生産計画で、生産ラインや設備の稼働計画、要員の確保、更に材料や外注部品の発注など月次の生産活動のベースとなる。月次生産計画は販売部門の販売予測や販売計画に基づいて、生産制約を考慮して車名別に車両の仕様レベルで月間の生産台数が決められる。車名別の生産計画から組立ライン別の生産計画が作成され、これを日程展開して組立ライン別の月次生産計画が作成される。月次生産計画は各種手配業務のリードタイムから、毎月中旬頃から開始されて25日頃リリースされる。計画期間の長さとしては、今後の生産の傾向を示したり、手配のリードタイムが長い材料や部品のために、3ヶ月先までの計画を立案している。

b. 稼働・要員計画

車両や部品の生産量が決めれば、これを達成するための生産ラインの稼働計画や要員計画が行われる。効率の高い生産を行うためには、要員数を常に適正な数にすることが重要である。必要な要員数が決まると、要員数の確保のために残業時間の調整、工程や工場間での応受援、勤務体制の見直しなどが行われる。

c. 部品・材料の手配

月次生産計画と部品表から部品の所要量を算出して、仕入先や社内の各工程に発注や内示をする。鍛造やプレスで使用する材料は、部品の必要量とその材料の原単位から算出されて、材料メーカーに発注される。部品の必要量からかんばん枚数が計算されて、現行のかんばん枚数と比較してかんばん枚数の変更が指示される。

(3) 車両生産指示管理

実際に生産する車両の生産計画は、販売店のオーダーから作成される。販売店のオーダー受理から、車両を生産し、配車するまでの流れは以下のようなものである（図1.4参照）。

a. 週間計画

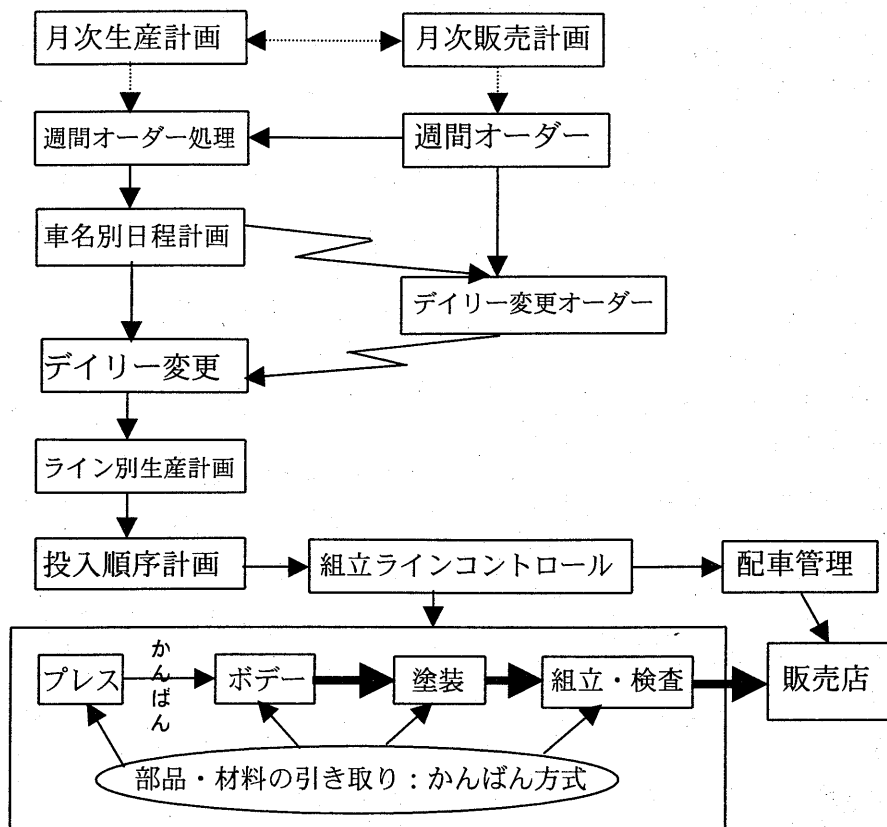


図1.4 車両のオーダー、生産、配車の流れ

販売店からは週ごとに注文を受けて車名単位の生産計画を作成し、これを日程展開して車名単位の週間日程計画が作成される。これにより、販売店が注文した車両の生産日や納車日が分かり、販売店に連絡される。

b. デイリー変更

販売店がトヨタに車両を注文した後、顧客の要望や販売状況の変化などにより、注文した車両の仕様を変更したい場合がよく発生する。このような変化に柔軟に対応するために、注文した車両の仕様変更を生産日の4日前までは行えるようにしている。しかし、この変更も無制限ではなく、月次生産計画から作成された生産枠の範囲で行われる。デイリー変更が終わると、生産する車両が決まることになる。

c. 投入順序計画

生産する車両が確定すると、車両の組立ラインでどのような順序で生産するかを決定する。このときの基本的な目標は、作業負荷の平準化と部品消費速度の平準化の2つであり、これらをできるだけ満足するように投入順序づけを行う。また、2つの目標以外に設備からの制約などもある。現在トヨタで採用している基本ロジックは目標追跡法であり、詳しくは付録で述べる。

d. 組立ライン生産指示管理

車両の投入順序計画に従って、ボデーラインの先頭に車両着工指示が行われる。車両は、ボデー、塗装、最終組立ラインの各ラインを通過し、約1.5日のリードタイムで完成する。各工程やラインへの生産指示やラインの生産状況の把握など全工程を通じて、コンピュータによりオンライン管理

されており、常時適切なコントロールが行われている。

e. 配車管理

車両の組み付けが完了し、検査工程で合格になった車両は、配車先が決定され、予め決められた輸送手段や輸送ルートで販売店に輸送される。車両の輸送は主にトラックや船が利用されている。車両の輸送途中も常時オンライン管理がされている。

(4) 生産性管理

日々の生産活動を評価し、その効率や品質の向上を高めていくことは非常に大切である。そのために生産現場から管理部門に至るまでのすべての部署で、組織的に改善活動を展開している。

a. 能率管理

適正な人員で効率的な生産をしているかどうかを判断する指標として、作業能率（＝標準作業時間／実績作業時間）がある。作業能率は期または半期ごとに工場別、部門別、製品別、工程別などの管理の単位にしたがって目標が設定される。その後、毎月の作業能率の実績が算出され、作業能率の活動の推進とその評価が行われる。

b. 原価管理

原価低減は、売上の拡大と同様に利益増大の1つの方法である。原価も能率管理と同じように、管理の単位（部門別、製品別、費目別、工程別）ごとに期または半期ごとに目標が設定され、原価改善が推進される。

c. 品質管理

品質の確保は各工程で行うが、品質不具合の抑止目標を管理の単位ごとに設定し、改善活動を推進し品質不具合の撲滅を図る。

1.1.4 トヨタ生産方式における今日的な課題

最初に、トヨタ生産方式の適用という観点から考えてみる。最近の市場環境は非常に厳しいものがある。高度成長は過去のものとなり、市場は大きくならず嗜好の多様化がさらに拡大し、新製品のライフサイクルはますます短くなっている。この結果、新製品の開発期間を短縮し、市場の要求に対しタイムリーに生産し供給することがますます要求されている。JITのコンセプトは生産を中心に発展してきたが、現在は企業活動全体をJITに実現することが必須となっている。そのために新製品の開発プロセスや受注から顧客までのすべての工程をビジネスプロセスリエンジニアリングなどによって見直し、スムーズな情報や物の流れを実現していく活動が必要である。サプライチェーンマネジメントなどもその一環であり、1企業内だけでなく、関連企業で問題点を共有して取り組む必要がある。しかし、現在の取り組みでは必ずしも十分でなく、需要に対して生産や販売がどのように対応して、他社との差別化を図っていくのかの戦略はあまり見えないのが実情である。この戦略を明確にして、販売―生産―流通―販売のような一連の流れの最適化を図っていくことが重要である。この観点からみると、トヨタにおける課題も同じであり、トヨタ生産方式の考え方をこの一連の業務の流れに適応して、全体最適の運営ができる業務の仕組みを構築していくことが重要である。ITの活用が叫ばれているが、その前にこれらの業務を如何に行うかを明確にする必要があり、トヨタ生産方式は生産を中心に展開されてきたが、今後はトヨタ生産方式の基本的な考え方を織り込んだ業務の再構築が必要であり、トヨタ生産方式の適応の一層の拡大が望まれる。

現在多くの企業でコスト競争力がなくなり、国内生産から撤退しているという事実が多いにもかかわらず、自動車産業においては、2次や3次の協力企業の生産体質の改善はあまり進んでないのが実態である。最近のようにコスト競争力が要求される環境では、これらの企業のムダを省いて、

生産性を上げ、コスト低減を実現することが重要で、大きな果実を獲得できる分野の1つである。今後、積極的な取り組みが必要である。一方、海外に目を向ければ、ここ数年生産のグローバル化により、現地生産が大幅に増加してきている。これらの現地企業にトヨタ生産方式を根付かせることも愁眉の課題であり、現地人の人材育成の強化が必要である。

トヨタ生産方式の基本的な考え方は確立されていると言える。しかし、トヨタ生産方式の考え方を実現する方法は、利用する道具の進歩によって進化する必要がある。その道具には、生産技術やITなどがあるが、最適化の理論や手法などのソフトも含まれることに注意すべきである。生産そのものはハードの進歩に頼ることになるが、トヨタ生産方式の適切な運用を支える生産管理システムや周辺のシステムの高度化や最適化に向けた革新や改善には、ITや最適化の理論や手法のソフトも欠かせない。しかし、このような仕組みやシステムの改善は、生産現場の改善とは異なり、改善に長期間を要するために、計画的に進める必要がある。ここではいちいち取り上げないが、生産管理システムや周辺のシステムでの課題は多い。これらのシステムの改善によって、ジャストインタイムの一層の実現や生産の平準化が推進され、トヨタ生産方式のより高度な運用ができるようになる。以上のように、トヨタ生産方式や周辺システムのコア技術の1つとして、ITや最適化理論の活用が期待されている。また、ITの発展により、最適化手法の適応の可能性が拡大していることも注目すべきである。

1.1.5 本論文以前の筆者の研究

1973年の第1次オイルショック以降、トヨタ生産方式が世間で注目を集めるようになり、トヨタ生産方式を形だけを取り入れた企業での運用で、その仕入先に大変迷惑をかけたりすることが発生し、トヨタ生産方式そのものが問題だという誤った認識から国会でもいろいろ取り上げられた。このようなこともあり、トヨタ生産方式を正しく理解してもらう必要もあり、[1.4] (Sugimori et al., 1977) が発表された。この頃から、社内的にもトヨタ生産方式の理論的な研究も必要という認識ができ、小規模な研究グループが発足した。筆者もそのメンバーになり、先ずはかんばん方式の研究をした。筆者が発表した[1.5]はこのときの成果であり、かんばん方式の基本的な動特性を明らかにした。この研究を基にして、International Journal of Production Research の国際会議で発表され、[1.6] (Kimura and Terada, 1981) にまとめられた。筆者はこの論文の共同執筆者に含まれていないが、研究の中心的な役割をした。かんばん方式の最初の論文として、その後の研究に多大な影響を与えた。

トヨタ生産方式における車両の組立ラインの投入順序づけの目標として、作業負荷の平準化と組立ラインで使用される部品の単位時間当たりの量(部品の消費速度)の平準化の2つが要求される。この部品の消費速度の平準化の投入順序づけ問題を最初に定式化し、近似解法を与えたのが[1.7]であり、その手法を目標追跡法と命名した。当時トヨタではヒューリスティックな方法が採用されていたが、提案した方法の1つのバージョンであることを示した。この研究は、[1.8]にまとめたが、一方、この研究が[1.9] (Monden, 1983)で紹介され、部品消費速度の平準化を目的関数にする投入順序づけ問題は世界的に広く認識されることになり、関連の研究が多くなされた。Goal Chasing Methodとして、広く研究・引用されてきた。しかし、間違った理解もあり、[1.10] (Robert et al., 1992) や[1.11] (Duplaga and Bragg, 1998)では投入順序づけの手法の比較として、目標追跡法ⅠとⅡも比較の中に入っている。[1.8]で証明しているように、ある条件が成立するときは2つの方法の解は同じになるが、そうでなければ実験するまでもなく目標追跡法Ⅰの方が良い解が求まる。[1.9] (Monden, 1983)ではこのことに触れていないので、目標追跡法ⅠとⅡの比較をするような誤

りが起こる。そこで、目標追跡法の考え方やその方法について付録で述べることにする。混合組立ラインでは古くから多くの研究が行われてきたが、その中心的な目標は作業ステーションの作業負荷の平準化であった。目標追跡法が紹介された後は、部品消費速度の平準化は投入順序づけ問題の新しい目標の1つとして認識されるようになった。

プレス工程などのロット工程では、発注点方式で仕掛けを行っていることから、その適正な仕掛け管理を目指して、発注点方式で仕掛け指示しているロット工程の稼働特性の研究をした。この研究結果は[1.12]にまとめた。この頃、補給部品関係の仕事をしていたこともあり、補給部品倉庫の在庫削減を目的にいろいろな取り組みをした。その1つが[1.13]であり、補給部品倉庫の在庫の補充方式に導入されたかんばん方式に対して、引き取りかんばん枚数を平準化する方法を提案した。このときの取り組みの発展が、本論文の10章の研究[1.14]に繋がっていく。80年代後半になり、トヨタの工場立地が三河集中から九州などの遠隔地に立地することなどから特に、かんばん方式のリードタイムが注目されるようになり、[1.15]ではかんばんのリードタイムが持つ意味を明確に、かんばんサイクルを短縮したときの特性を明らかにしている。実際の九州工場の運営では、かんばんのリードタイムの削減のために電子かんばん方式が導入された。今日、e-かんばん方式が採用されているが、九州工場は正にかんばん方式の電子化の走りであった。この間電子かんばんのいろいろな問題や課題が明らかになり、これらの解決などを織り込み、またかんばん方式の最適な運用のための理論を構築して新しい方式が編み出されたのであり、本論文の9章で明らかにする。

以上のように簡単にこれまでの研究を述べたが、これらの結果を実務に活かし、問題があれば改善するというトヨタ生産方式の基本的な取り組みが継続的になされてきた。

1.2 本研究の目的

トヨタ生産方式の運用を高度化したり、その運用の最適化を行うためには、コンピュータや情報通信ネットワークなどのITを活用し、生産管理システムやその周辺のシステムの高度化を図っていくことが必要不可欠であり、他社との差別化を図り、国際競争力を確保していくための1つキーであることは、今日誰しも認めるところである。そして、これらのシステムにオペレーションズリサーチなどの数理的な手法を活用して最適化が図れるシステムを開発したり、仕組みの理論を確立して適切な運用ができるシステムを開発することは従来以上に急務な課題となってきた。トヨタは必ずしもこの分野に強くなく、生産現場の改善のスピードと比べると、1歩も2歩も遅れをとっている。このようなこともあり、本研究では生産管理システムの最適化やかんばん方式の最適な運用に必要な理論の構築の研究に取り組む。今日、理論的に解決が要求されている課題の中で優先順位の高い3つ分野は次のとおりである。1つ目は、車両の生産計画である。生産計画は、生産活動の基本であり、最適な生産計画を立案することが要求されている。2つ目は、車両組立ラインへの投入順序づけである。投入順序づけは、組立ラインの効率に大きな影響を与える上に平準化生産の基本となり、大変重要な位置づけを持っている。3つ目は、かんばん方式であり、トヨタ生産方式の要である重要な機能を持っている。以上のような3つの重要な分野の研究をするが、これらの研究の目的は次のようである。

1.2.1 車両生産計画の最適化の研究目的

全国の販売店から注文を受けて車名単位のプロダクション計画が立案される。複数の組立ラインで生産される車両は、車名単位のプロダクション計画から組立ライン別の生産計画が作成される。このとき、2つの目標

があり、この2つの目標を最大限達成するように組立ライン別の生産計画が立案できる新しい方法を開発することである。現在は近似解法を利用しているが、解の精度に問題があり、また複雑な条件が設定できず必ずしも適切な計画ができていない。また、コンピュータ処理後、人手の処理もあり、一連の生産計画の処理をコンピュータで連続的な自動処理にしたいと言う要望も強く、これは単なる工数削減以上の効果がある。そこで、この生産計画の問題に取り組み、組立ライン別の最適な生産計画が立案できる方法を開発する。

1.2.2 車両組立ラインの投入順序づけの最適化の研究目的

車両の組立ラインで使用される部品のある一定時間の量が、組立ラインの前工程の生産量や運搬量になるので、組立ラインにおける部品の消費速度の平準化は、トヨタ生産方式の運営において最も大事なことの1つである。そのためには先ず、投入順序づけにおいて部品消費速度ができるだけ平準化していることが必要である。このために現在目標追跡法が利用され、実務的には満足のできる水準で計画されている。

しかし、投入順序計画にはもう1つの目標があり、問題が発生しつつある。組立ラインのラインストップを最小にし生産性を上げるためには、作業者の作業の負荷を平準化することが必要である。今日、車両の種類が大幅に増加し、組立ラインで生産する車両の数が増加している。その結果、組み付け作業時間のバラツキが以前より大きくなり、作業負荷の平準化が困難になってきた。そこで、この問題に対し、実務に即した新しい観点から研究し、作業負荷の平準化が十分できる近似解法を開発する。

投入順序づけ問題は古くから数多くの研究があるが、よく調査すると研究されていない2つの大きな課題があることが分かる。1つは、トヨタ生産方式に基づいて運営している組立ラインに対して、ラインストップを最小にする投入順序を求める問題である。トヨタの次世代の順序計画システムとして利用できるのも、今回研究に取り組むことにする。もう1つは、作業者の組み付け作業時間が確率変動する場合の投入順序づけ問題で、この問題もまったく研究されていない。この研究を直接実務に適用するのは今のところ困難であるが、実務では組み付け作業時間は確率変動すると考えた方が合理的であり、作業時間を確定値で投入順序づけを行う場合への指針ができれば、実務への利用価値は高いので研究に取り組む。以上の2つの新しい取り組みは、理論的にも興味深い分野であり、この研究を糸口に活発な研究が行われることを期待して研究を進めることにする。

1.2.3 かんばん方式の最適化の研究目的

かんばん方式では組立ラインで使用された部品の量が、組立ラインの前工程の運搬量や生産量として指示されることになるので、かんばん方式の適切な運用は非常に重要である。投入順序づけが適切に行われても、かんばん方式が適切に運用されなければ、トヨタ生産方式の大事なジャストインタイムや平準化が十分実現できない。このために、かんばん方式の運営に関して従来から改善が繰り返し行われてきた。しかし、かんばんを人手で扱うために適切な運営にも限界があり、ミスも避けられない。また、長年九州工場（正確には、トヨタ自動車九州（株））で電子かんばんを運用してきたこともあり、かんばん方式の最適な運用を図るために、コンピュータや情報通信ネットワークを活用した新しいかんばん方式の開発に着手した。この方式では、かんばんの扱いがコンピュータで行えるため、最適なかんばんの処理が実現できる可能性がある。そこで、最適なかんばん方式を実現する理論を確立するために研究する。かんばん方式はいろいろ研究されているが実際に適応できる研究は少なく、かんばん枚数管理を中心に実務の運営に即した新しい理論を構築する。また、

補給部品倉庫の在庫補充のために、新しいかんばん方式が試行的に一部の部品に導入された。この方式は、理論的には指数平滑法を用いたかんばん方式と言える。試行の結果、この方式を拡大することになっているが、この指数平滑法を用いたかんばん方式を適切に運営するための理論は確立されていないので、この方式の理論を構築するために研究する。

1.3 本研究の内容

3つの研究課題の具体的な内容とこれに関連した従来の研究について述べる。

1.3.1 車両生産計画の最適化の研究

毎月の生産は生産計画に基づいた生産準備から始まる。トヨタの生産計画には大きく分けて、2種類ある。1つは月次の販売計画に基づいて作られる生産計画で、海外を含めトヨタグループの生産の構えを決めるための生産計画である。これにより、トヨタグループの工場の稼働計画が決定し、設備、人、材料、部品などの手配が行われる。材料や部品メーカーもこの手配によって、生産の準備をする。実際に生産する車両は、販売店のオーダーに基づいて車名単位の生産計画が立案される。このとき、月次の車名単位の生産計画と大きく乖離しないように計画される。しかし、販売店のオーダーが月次生産計画と大きく変化しているときは、生産準備の変更なしに生産は不可能になるので、計画変更の手続きが取られることになる。しかし、少しの変化であれば、柔軟性の高いトヨタ生産方式では計画変更はされず、通常の実活動の中でオーダーの変更に追従していくことになる。一方、複数の組立ラインで生産されている車両は、車名単位の生産計画から組立ライン別の生産計画を作る必要がある。このとき、次のような目標がある。1つは、組立ラインで生産された車両は全国の販売店に輸送されるために、輸送費の合計が最小になるように生産する組立ラインを決定する必要がある。もう1つは、生産制約である。工場は月次生産計画で生産準備をしているため、月次生産計画との乖離をできるだけ少なくした方がスムーズな生産ができることになる。逆に、車名単位の生産計画が月次生産計画との差が小さいのに、組立ライン別の生産計画が月次の組立ライン別の生産計画と大きく乖離すると、計画変更をしないと生産が出来なくなる。従って、2つ目の目標は、月次の組立ライン別の生産計画との乖離が小さくなるように組立ライン別の生産計画を作ることである。この2つの目標をできるだけ満足する組立ライン別生産計画を作ることが、今回の生産計画の問題である。この問題の生産制約をどのように表すかによって、定式化される問題は異なる。本研究では2つの定式化を考える。

1つは、生産制約を上限と下限で表す方法である。扱う製品が車両であるため、この方法で定式化すると整数計画問題になり、別の見方をすると解に整数条件と束制約[1.16]が付いたヒッチコック型輸送問題になる[1.16]。整数計画法、輸送問題、及び最小費用流問題は古くから多くの研究があるが、この問題はまだ研究されていない([1.16]~[1.18])。ヒッチコック型輸送問題の最適解は整数となるが、束制約付きヒッチコック型輸送問題の最適解の整数性については知られていない([1.17][1.18])。そこで、束制約付きヒッチコック型輸送問題の最適解の整数性を検討し、トヨタで扱う問題では、この問題の最適解が整数になるため、線形計画法で効率的に解けることを明らかにする。

もう1つは、生産制約を区分線形関数の費用で表し、生産制約の費用と輸送費の和を最小にする問題に定式化する。この定式化では、目的関数がいくつかの変数の和が区分線形関数で、かつ解に整数条件が付いた区分線形計画問題になる。この問題も解に整数条件が付くため、効率的な解法は

知られていない。この問題についても、整数条件を外した緩和問題の最適解が整数になるために、可分計画法で求められることを明らかにする。また、2つの定式化した問題の緩和問題は、解の整数性に関しては同値であることを示す。

1.3.2 投入順序づけの最適化の研究

トヨタの車両組立ラインでは作業負荷の平準化と部品消費速度の平準化の2つを満足する投入順序を作成する必要がある。投入順序づけ問題には古くから多くの研究があり、初期の研究では作業負荷の平準化を図る投入順序を求める研究が多く、NP-困難な問題として知られている[1.19]。また、目標追跡法が紹介されて、部品の消費速度の平準化を図る投入順序づけ問題も研究され、この問題もNP-困難な問題と知られている([1.20], [1.21])。また、2つの目標を持つ投入順序づけ問題も研究されている([1.21], [1.22])。更に、目的関数を費用で表した投入順序づけ問題も研究されており[1.19]、新しい研究は困難なように見える。

しかし、本論文では実務に即した、従来の研究にない新しい観点で問題を定式化する。具体的には以下のようなものである。トヨタでの作業負荷の平準化は車両の総組み付け作業時間を用いて行っており、これは単一作業ステーションの問題として扱っていることになる。そのため、現在は作業ステーションレベルでの作業負荷の平準化が困難になってきている。車両の組立ラインには約300作業ステーションがあり、これらの作業ステーションの作業負荷の平準化を図ろうとすれば、300作業ステーションの作業時間を管理する必要があるが、しかし現状ではこれらの作業時間を正しく維持管理することは困難である。そこで、作業時間がよく似た作業ステーションを1つの作業ステーションで代表させることによって、作業ステーションの数を約15に削減して、この代表作業ステーションを用いて作業負荷の平準化を近似的に図ることを考える。このようにすれば、作業時間の管理も精度良くできるようになり、また作業負荷の平準化も扱いやすい規模になる。

現在満足できる部品消費速度の平準化についても、新しい考え方で定式化する。従来の部品の消費速度の平準化は目的関数として定式化されてきた。しかし、目的関数では平準化のレベルをある範囲にしたいという狙いを達成することは、従来の研究からも示されているように困難である。そこで、この部品消費速度の平準化のレベルを明確にして投入順序づけるために、部品消費速度の平準化を投入順序づけ問題の制約式にする。更に、2つの平準化の単位の大きさの違いに着目する。作業負荷の平準化では、車両1台1台の並びの順序が非常に大切である。しかし、部品消費速度の平準化では、例えば2台の車両の順序を入れ替えても、ある部品がタクトタイムだけ早く消費されたり、その逆になるだけである。従来の研究における部品消費速度の平準化は、投入順序の1台ごとに平準化していなければならないという定式化であった。しかし、実際の工場運営からは、例えば投入順序の5台ごとに部品の消費速度が平準化していれば十分である。このことは部品の消費速度の平準化条件を緩和することであり、より望ましい作業負荷の平準化を達成することができることになる。部品消費速度の平準化に関しては、このように従来の研究にない、実際運営の観点に立脚した新しい考え方で定式化を試み、トヨタの実際の大規模な投入順序づけ問題に適応できる近似解法を開発する。

投入順序づけ問題は多くの研究があるが、理論的研究の分野でも過去の研究を調査すると、大きな課題が残されていることに気づく。その1つは、実際にラインが止まる時間を最小にする投入順序づけ問題の研究は2, 3あるだけであり([1.23], [1.24])、ほとんどがラインストップの可能性を最小にする投入順序づけ問題の研究である。これは、ラインストップの可能性を最小にする投入順序づけ問題の定式化は簡単であるが、実際にラインが止まる時間を最小にする投入順序づけ問題

の定式化が非常に難しいことが大きな要因であろうと思われる。実際にラインが止まることによる影響は大きく、定式化は複雑になる。トヨタ生産方式が紹介されて以来、この分野の研究も活発に行われてきたが、トヨタ生産方式に沿った車両組立ラインの作業負荷の平準化の研究は皆無である。そこで、残された課題の1つとして、この問題に取り組む。トヨタの組立ラインでは作業遅れが発生しそうであれば、リリースマンを呼び、作業支援を受ける。支援を受けて作業遅れが発生しなければ、ラインは止まらない。しかし、支援を受けても、支援のタイミングなどが遅く作業遅れが解消できなければ、作業域の下流で作業が終了するまで組立ラインは止まることになる。このようなトヨタの生産方式の実際の組立ラインの運営をモデル化して、ラインストップを最小にする投入順序づけ問題の研究をする。本モデルの実務への適応は次世代であるが、理論的に興味深い問題なので取り上げる。

投入順序づけ問題で残された大きな課題のもう1つは、作業者の作業時間が確率変動する場合の問題がまったく研究されていないことである。従来の研究は作業時間を確定値として扱っているが、実際の作業時間は確率変数として考えた方が妥当である。実務への適応を考えると、作業ステーションの作業時間の維持管理でも難しいので、確率変数と考えるのは一層難しくなり、実務から乖離する嫌いがあると思われるかも知れない。しかし、作業時間を確定値と考える場合に単純に平均で良いのかなど確定値で考える場合に対する有益な情報を提供できると考えられ、是非取り組むべき課題であると思われる。また、投入順序づけ問題と対をなすラインバランシングの問題では、既に作業時間が確率変動する問題も研究されており[1.25]、理論的にも研究するニーズは高いと思われる。投入順序づけ問題の新しい分野の開拓として取り組む。

以上のように投入順序づけの問題では、トヨタの投入順序づけ問題の解決から、投入順序づけ問題の分野で残された大きな2つの課題に取り組む。

1.3.3 かんばん方式の最適化の研究

かんばん方式の適切な運営のための最大の課題の1つは、かんばん枚数の変更である。かんばん方式では、月次生産計画が作成されたり、また生産計画が変更されたり、その他かんばん方式のパラメータが変更になると、かんばん枚数の変更をしなければならない。このかんばん枚数の変更は人手で行う必要があり、大変な作業量となる。例えば、月次の生産計画が立案されると組立工場では一斉にかんばん枚数が変更になり、1つのラインで4,000~9,000の部品のかんばん枚数を合計で1万枚以上変更する必要がある。タイミングよく、かつ適切に行うことはなかなか困難である。車両のモデル切り替えでは、5~8万枚のかんばんを作成し、車両の立ち上がり計画に従って、後補充でなく先補充でかんばんを振り出す必要がある。大変な作業となる。このようなかんばん枚数の管理をコンピュータで適切に行うための理論を確立することが、最適な運営ができるかんばん方式の開発には不可欠である。かんばん方式の研究も数多くあるが([1.26], [1.27])、かんばん枚数の変更に関して議論した研究はない。そこで、本研究ではかんばん枚数の最適な管理のための理論を確立する。

もう1つの研究は、指数平滑法を用いたかんばん方式の理論を構築することである。もちろん、この方式の研究も行われてない。この方式では、外れかんばん枚数が引き取りかんばん枚数になるのではなく、引き取りかんば枚数の平準化を図るために、指数平滑法を活用した方法である。この方法によるかんばんのリードタイム、その稼働特性、及びかんばん枚数の計算方法などを明らかにし、指数平滑法を用いたかんばん方式を適切に運営できるようにする。

目標追跡法は部品消費速度の平準化を図る方法として、最初に開発された方法である。製品 $A_i (i = 1, 2, \dots, N)$ の生産量を Q_i とすると、製品合計の生産量 Q は、 $Q = \sum_{i=1}^N Q_i$ となる。全生産量 Q を生産するために必要な部品 $a_j (j = 1, 2, \dots, M)$ の必要数を n_j とすると、製品 1 個当たりの部品 a_j の平均必要数 m_j は、

$$m_j = n_j / Q$$

となる。したがって、 k 個の製品を生産するための部品 a_j の平均必要数は、 km_j である。この平均必要数を投入順序づけにおける部品 a_j の k 番目の目標値と呼ぶ。既に決定されている 1 番目から k 番目までの製品を生産するために必要な部品 a_j の必要数を x_{jk} とし、 x_{jk} を投入順序における部品 a_j の k 番目の実績値と呼ぶ。投入順序づけにおいて部品 a_j の消費速度をできるだけ一定にするためには、部品 a_j の実績値 x_{jk} を目標値 km_j にできるだけ近づけることが望ましい。

今、2つの点 G_k, X_k を次のように定義する。

$$G_k = (km_1, km_2, \dots, km_M)$$

$$X_k = (x_{1k}, x_{2k}, \dots, x_{Mk})$$

部品消費速度を平準化するためには、点 X_k は点 G_k にできるだけ近いことが要求される。点 X_k の点 G_k に対する近づきの程度を

$$D_k = \sqrt{\sum_{j=1}^M (km_j - x_{jk})^2}$$

で評価すると、

$$D_k \rightarrow 0 \quad (k = 1, 2, \dots, Q)$$

であることが望ましい。そこで、

$$D = \sum_{k=1}^Q D_k = \sum_{k=1}^Q \sqrt{\sum_{j=1}^M (km_j - x_{jk})^2}$$

を最小にする投入順序を最適解とする。最適解を求めるためには、列挙法や分枝限定法を用いる必要があるが、次のような効率的な近似解法で精度の良い解が得られる。

[目標追跡法 I]

製品 $A_i (i = 1, 2, \dots, N)$ を 1 台生産するために必要な部品 $a_j (j = 1, 2, \dots, M)$ の数を b_{ij} とする。

(1) $k \leftarrow 1, x_{j0} = 0 (j = 1, 2, \dots, M), S_1 = \{1, 2, \dots, N\}$ とおく。

(2) 次式を満たす製品 A_{i^*} を k 番目の投入順序とする。

$$i^* = \arg \min_{i \in S_k} \sqrt{\sum_{j=1}^M (km_j - x_{j,k-1} - b_{ij})^2}$$

(3) 製品 A_{i^*} がすべて順序づけられたら、

$$S_{k+1} \leftarrow S_k - \{i^*\}$$

とする。そうでなければ、 $S_{k+1} \leftarrow S_k$ とする。

(4) $S_{k+1} = \phi$ (空集合) なら、終了する。 $S_{k+1} \neq \phi$ なら、

$$x_{jk} \leftarrow x_{j,k-1} + b_{i^*j} \quad (j = 1, 2, \dots, M), \quad k \leftarrow k+1 \quad \text{と} \quad \text{おいて、ステップ(2)へ戻る。}$$

製品 A_i を k 番目の投入順序にしたときの k 番目の実績点を X_{ki} とし、

$$X_{ki} = (x_{1ki}, x_{2ki}, \dots, x_{Mki})$$

と定義すると、次の定理が成立する。

[定理 1]

各製品とも組み付けられる部品点数は同じで、かつ各部品の必要数はすべて同一で、 c 個とする

と、ある製品 A_b とその他の任意の製品 A_i とにおいて、

$$\sqrt{\sum_{j=1}^M (km_j - x_{jkb})^2} \leq \sqrt{\sum_{j=1}^M (km_j - x_{jki})^2}$$

が成立することと、

$$\sum_{b_l \in B_b} (km_{b_l} - x_{b_l, k-1}) \geq \sum_{i_l \in B_i} (km_{i_l} - x_{i_l, k-1})$$

が成立することは同値である。ここで、 B_b, B_i はそれぞれ製品 A_b, A_i の構成部品の集合である。

(証明)

$$\begin{aligned} & \left\{ \sqrt{\sum_{j=1}^M (km_j - x_{jki})^2} \right\}^2 - \left\{ \sqrt{\sum_{j=1}^M (km_j - x_{jkb})^2} \right\}^2 \\ &= \sum_{i_r \in B_i - B_b} \{ (km_{i_r} - x_{i_r, k-1} - c)^2 - (km_{i_r} - x_{i_r, k-1})^2 \} \\ & \quad + \sum_{b_r \in B_b - B_i} \{ (km_{b_r} - x_{b_r, k-1})^2 - (km_{b_r} - x_{b_r, k-1} - c)^2 \} \\ &= \sum_{i_r \in B_i - B_b} (2km_{i_r} - 2x_{i_r, k-1} - c)(-c) + \sum_{b_r \in B_b - B_i} (2km_{b_r} - 2x_{b_r, k-1} - c)c \\ & \text{定義より, } |B_i - B_b| = |B_b - B_i| \text{ であるから,} \\ &= 2c \sum_{b_r \in B_b - B_i} (km_{b_r} - x_{b_r, k-1}) - 2c \sum_{i_r \in B_i - B_b} (km_{i_r} - x_{i_r, k-1}) \\ &= 2c \sum_{b_r \in B_b - B_i} (km_{b_r} - x_{b_r, k-1}) - 2c \sum_{i_r \in B_i - B_b} (km_{i_r} - x_{i_r, k-1}) \\ & \quad + 2c \sum_{u \in B_b \cap B_i} \{ (km_u - x_{u, k-1}) - (km_u - x_{u, k-1}) \} \\ &= 2c \{ \sum_{b_r \in B_b - B_i} (km_{b_r} - x_{b_r, k-1}) + \sum_{u \in B_b \cap B_i} (km_u - x_{u, k-1}) \} \\ & \quad - 2c \{ \sum_{i_r \in B_i - B_b} (km_{i_r} - x_{i_r, k-1}) + \sum_{u \in B_b \cap B_i} (km_u - x_{u, k-1}) \} \\ &= 2c \{ \sum_{b_l \in B_b} (km_{b_l} - x_{b_l, k-1}) - \sum_{i_l \in B_i} (km_{i_l} - x_{i_l, k-1}) \} \end{aligned}$$

したがって、定理 1 が成立する。

定理 1 を利用すると、目標追跡法 I は次のように書き換えられ、計算量を減少することができる。

[目標追跡法 II]

(1) $k \leftarrow 1, y_{j1} = m_j \ (j = 1, 2, \dots, M), S_1 = \{1, 2, \dots, N\}$ とおく。

(2) 次式を満たす製品 A_i^* を k 番目の投入順序とする。

$$i^* = \arg \max_{i \in S_k} \sum_{j \in B_i} y_{jk}$$

(3) 製品 A_i^* がすべて順序づけられたら、

$$S_{k+1} \leftarrow S_k - \{i^*\}$$

とする。そうでなければ、 $S_{k+1} \leftarrow S_k$ とする。

(4) $S_{k+1} = \phi$ (空集合) なら、終了する。 $S_{k+1} \neq \phi$ なら、

$$y_{j, k+1} \leftarrow y_{jk} + m_j, \ j \in B_i, \ i \in S_{k+1}, \ i \neq i^*$$

$$y_{j, k+1} \leftarrow y_{jk} + m_j - c, \ j \in B_{i^*}$$

$$k \leftarrow k+1$$

とにおいて、ステップ(2)へ戻る。

定理 1 の条件を満足すると、2つの投入順序の結果は同じになるが、条件を満足しない場合は、目標追跡法 II では、製品の構成部品だけの計算なので、目標追跡法 I より精度が悪くなる。ここでは省略するが、組み付けられる部品点数が異なるときに、仮の部品を設定することによって、部品点数を同じにできる方法がある。また、次のような定理が成立する。

[定理 2]

各製品に組み付けられる部品の点数とこれらの部品の必要数が同じで、各製品間に共通に使用されている部品が存在しないとすると、ある製品 A_b とその他の任意の製品 A_i とにおいて、

$\sum_{b_i \in B_b} (km_{b_i} - x_{b_i, k-1}) \geq \sum_{i \in B_i} (km_{i_i} - x_{i_i, k-1})$
 が成立することと,

$$kQ_b/Q - Z_{b, k-1} \geq kQ_i/Q - Z_{i, k-1}$$

が成立することは同値である。ここで、 $Z_{b, k-1}, Z_{i, k-1}$ はそれぞれ製品 A_b, A_i の $k-1$ 番目までの投入順序に含まれる個数である。

(証明)

組み付け部品点数が同じなので,

$$|B_b| = |B_i| \equiv d$$

である。また、共通部品が存在しないので,

$$m_{b_i} = cQ_b/Q$$

$$x_{b_i} = cZ_{b, k-1}$$

である。したがって,

$$\begin{aligned} \sum_{b_i \in B_b} (km_{b_i} - x_{b_i, k-1}) &= d(kcQ_b/Q - cZ_{b, k-1}) \\ &= cd(kQ_b/Q - Z_{b, k-1}) \end{aligned}$$

となる。同様に,

$$\sum_{i \in B_i} (km_{i_i} - x_{i_i, k-1}) = cd(kQ_i/Q - Z_{i, k-1})$$

となり、定理2が成立する。

この定理を用いると、目標追跡法Ⅱは次のように書き換えられる。

[目標追跡法Ⅲ]

(1) $k \leftarrow 1, m_i = Q_i/Q, y_{i1} = m_i (i = 1, 2, \dots, N), S_1 = \{1, 2, \dots, N\}$ とおく。

(2) 次式を満たす製品 A_{i^*} を k 番目の投入順序とする。

$$i^* = \arg \max_{i \in S_k} y_{ik}$$

(3) 製品 A_{i^*} がすべて順序づけられたら,

$$S_{k+1} \leftarrow S_k - \{i^*\}$$

とする。そうでなければ、 $S_{k+1} \leftarrow S_k$ とする。

(4) $S_{k+1} = \phi$ (空集合) なら、終了する。 $S_{k+1} \neq \phi$ なら,

$$y_{i, k+1} \leftarrow y_{ik} + m_i, \quad i \in S_{k+1}, \quad i \neq i^*$$

$$y_{i^*, k+1} \leftarrow y_{i^*, k} + m_{i^*} - 1$$

$$k \leftarrow k + 1$$

とおいて、ステップ(2)へ戻る。

目標追跡法Ⅲは製品の生産量だけで投入順序づける方法である。論文[1.21]や[1.28]では製品の投入比率を一定にする投入順序づける方法を提案しているが、実際の適用では目標追跡法Ⅲで十分である。

第1部 車両生産計画の最適化の研究

一般に、生産計画の問題は数理計画問題に定式化でき、既存の手法で最適解が求まる場合が多い。しかし、第1部で取り上げるトヨタの問題は、変数が車両の台数を表すために整数という条件が付き、効率的に解くことができない。この問題の整数条件を緩和した問題の最適解は一般に実数になる。しかし、問題の制約条件の構造に特徴があり、緩和問題の最適解が非常に整数になりやすい性質を持っていることを明らかにする。特に、トヨタで実際に扱う範囲の規模の問題は、その緩和問題の最適解が整数になることを理論的考察と実験で明らかにする。したがって、取り上げた問題は既存の手法で効率的に解くことができることになる。この整数解になりやすいという性質は、従来の研究になく理論的にも大変興味深い。本研究では実務に適応しやすい2つの方法で定式化し、2章と3章でそれぞれ議論する。

第2章 輸送費用と生産制約を考慮した組立ラインの決定方法

2.1 はじめに

最近、需要変動がますます激しくなっており、またデフレ経済化、低価格化志向も一段と進みつつある。自動車業界もこれらのことに対応するかが大きな課題となってきた。そのための1つとしてサプライ・チェーン・マネジメントの推進が図られており、生産のスタートである車両の生産計画もこの観点からの見直しが要求されている。本章ではトヨタでの車両の生産計画の問題を取り上げ、問題の特徴を利用することによって効率的に最適解が求められることを示す。

まず初めに、取り上げた問題について詳しく説明する。毎月向こう3ヶ月間の車両の生産計画が作成されるが、これを月次生産計画という[2.1]。月次生産計画は生産ラインや設備の稼働計画、要員の確保、さらには材料や外注部品の手配などに利用される。すなわち、月単位の工場の生産の構えをするためであり、来月以降の車両の販売台数やどのような仕様の車が何台売れるかを予測することによって当月の3旬に月次生産計画は立案される。

販売店からの車両の注文はほぼ週単位に1週間分の注文を受けて、週間生産計画が作られる。複数の組立ラインで生産される車両は車名単位の週間生産計画から組立ライン別の週間生産計画が作成される。その後組立ライン別の週間生産計画から車両を生産するための日程計画が作られる。この日程計画からオーダーされた車両がいつ生産され、販売店への納車日がいつになるかが販売店に連絡される。販売店は生産日の4日前まではオーダーした車両の仕様を変更することができ、需要の変動に柔軟に対応できるようになっている。

本研究で取り上げる問題は、複数の組立ラインで生産されている車両の車名単位の週間生産計画から組立ライン別の週間生産計画を作るときの問題である。この車名単位の週間生産計画から組立ライン別の週間生産計画を作るときに考慮すべきことが2つある。1つは組立ラインで生産された車両は日本の各地の販売店に輸送されるので、輸送費用が最小になるように販売店からのオーダーを組立ラインに割り当てることが必要である。もう1つは組立ラインの月次生産計画と実際のオーダーから作る組立ラインの週間生産計画との差をできるだけ少なくすることである。これは月次生産計画に基づいて手配したものと差が少ないほど工場や仕入先の生産や運搬がスムーズになるからである。この2つの生産計画の日当たりの生産台数は同じであるが、車両個々の仕様やその台数において違いが生じることになる。2つの生産計画を比較するには、車の生産に必要な機能部品や個々の部品の個数の差で評価するのが望ましいが、部品レベルでの差を考えるのは困難である。そこでボデータイプやエンジンなどのあらかじめ決められた車の基本仕様の数の差で比較する。2つの生産計画の基本仕様の数の差を乖離と呼び、いくつかの基本仕様の乖離がある範囲で収まるように、車名単位の週間生産計画から組立ライン別の週間生産計画を作る必要がある。以上の2つの目標をできるだけ満足するように組立ライン別の週間生産計画を作ることが今回の問題である。2つめの条件は生産のための条件であり、販売店のオーダーから組立ラインの生産計画を作るための生産制約である。この条件を除くと、すなわち輸送費だけを最小にして生産計画を立案する問題はよく知られたヒッチコック型の輸送問題になる[2.2]。今回の問題はヒッチコック型輸送問題に生産制約が追加された問題として認識される。

本章の構成は以下のようである。2.2節で生産ライン決定問題の定式化を示し、2.3節でその

解法を明らかにする。2.4節で生産制約の項目を追加することによって、仕様の乖離を抑える条件を自由に設定できるように問題を定式化する。2.5節では定式化した問題は整数計画問題になるが、整数条件を外した問題が整数解になる可能性が高いことから線形計画法で解くことができることを示す。2.6節では実際の問題の例を示す。

2.2 組立ライン決定問題の定式化

問題を定式化するために、月次生産計画と週間生産計画における車両の基本仕様の乖離をどのように表すかを考える。一般に、車の仕様は型式とオプションで表す。型式とは車の車名、年式、ボデータイプの種類（セダン、ハードトップ、ワゴンなど）、エンジンの種類、ミッションの種類などの車の基本仕様を表す。また、オプションは車名ごとにあらかじめ決められており、たとえばボデーカラー、カーナビ、カーステレオ、アルミホイールなどがあり、注文時に指定する。最近は需要の変化に追随することを旨としているため、実務では月次生産計画と週間生産計画の仕様の乖離を車両の代表的な仕様である型式だけで処理をしている。そこで、まず初めに月次生産計画と週間生産計画の仕様の乖離を型式だけで表すことを考える。月次生産計画で与えられるものを以下のように表す。

N : 車名単位の該当週の月次生産計画台数

N_i : 組立ライン i の該当週の月次生産計画台数

$$N = \sum_{i=1}^{n_I} N_i \text{ である.}$$

n_I : 組立ラインの数

N_{ij} : 組立ライン i での型式 j の該当週の月次生産計画台数 ($j = 1, 2, \dots, n_J$)

n_J : 型式の数

販売店からは車の仕様とその台数がセットで注文される。注文された車の仕様を表すために、まず型式 j ごとに仕様を層別し型式の番号 j を付与する。次に型式ごとに層別された仕様を再度販売店ごとに層別し、販売店の番号 l を付与する。型式、販売店で層別された仕様ごとに一連の番号 m を振り、仕様を O_{jlm} のように表す。仕様 O_{jlm} は販売店 l からの注文で、型式 j で m 番目の仕様を表す。その他の記号は次のように設定する。

K_{jlm} : 仕様 O_{jlm} の販売店 l からの注文数

$$(j = 1, 2, \dots, n_J, l = 1, 2, \dots, n_L, m = 1, 2, \dots, n_{jl})$$

n_L : 販売店の数

n_{jl} : 販売店 l からの注文で型式が j である仕様の種類数

K_j : 型式 j ($j = 1, 2, \dots, n_J$) の注文数の合計

$$K_j = \sum_{l=1}^{n_L} \sum_{m=1}^{n_{jl}} K_{jlm} \text{ である. また, } N = \sum_{j=1}^{n_J} K_j \text{ とする.}$$

さて、販売店からの型式 j の注文数 K_j は一般に

$$K_j = \sum_{i=1}^{n_I} N_{ij}$$

となる。仕様の乖離という観点だけから考えた場合、型式 j の販売店からの注文数 K_j を各組立ラインに何台割り当てるべきであるかを考えてみる。もちろん、

$$K_j = \sum_{i=1}^{n_I} N_{ij}$$

の場合は組立ライン i の型式 j の割り当て台数は N_{ij} とすればよい。

$$K_j = \sum_{i=1}^{n_j} N_{ij}$$

の場合は注文数 K_j を型式 j の組立ライン別の月次生産計画台数 N_{ij} で比例配分する。型式 j の組立ライン i への新規割り当て台数を M_{ij} とすると、

$$M_{ij} = \frac{K_j N_{ij}}{\sum_{i=1}^{n_j} N_{ij}}$$

となる。また、

$$\sum_{i=1}^{n_j} N_{ij} = 0$$

の型式がオーダーされた場合は組立ラインの生産台数の比率で割り当てる。以上のように割り当て台数を決めると各組立ラインとも型式という仕様の乖離の比率は等しくなる。仕様の乖離はある範囲までは許されるので、割り当て台数 M_{ij} に対し上限 U_{ij}^1 と下限 L_{ij}^1 を決め、この範囲で割り当てすることを考える。たとえば、上限は新しく決めた割り当て台数 M_{ij} の +10% まで、下限は -10% までとすれば、

$$U_{ij}^1 = \lceil 1.1M_{ij} \rceil$$

$$L_{ij}^1 = \lfloor 0.9M_{ij} \rfloor$$

となる。ここで、 $\lceil \beta \rceil$ は β を超える最小の整数、 $\lfloor \beta \rfloor$ は β 以下の最大の整数とする。販売店 l からの仕様 O_{jlm} の注文数 K_{jlm} のうち、組立ライン i に割り当てる台数（整数）を $x_{i,jlm}$ とすると、

$$L_{ij}^1 \leq \sum_{l=1}^{n_l} \sum_{m=1}^{n_{jl}} x_{i,jlm} \leq U_{ij}^1$$

でなければならない。

その他の制約としては、組立ライン i への割り当て台数はその組立ライン i の生産台数 N_i に一致しなければならないので、

$$\sum_{j=1}^{n_j} \sum_{l=1}^{n_l} \sum_{m=1}^{n_{jl}} x_{i,jlm} = N_i$$

である。組立ライン i への割り当て台数は仕様 O_{jlm} の注文数 K_{jlm} と一致しなければならないから、

$$\sum_{i=1}^{n_j} x_{i,jlm} = K_{jlm}$$

である。また、車両の輸送費用の合計は組立ライン i から販売店 l までの台当たりの輸送費を T_{il} とすると、

$$\sum_{i=1}^{n_j} \sum_{l=1}^{n_l} T_{il} \left(\sum_{j=1}^{n_j} \sum_{m=1}^{n_{jl}} x_{i,jlm} \right)$$

と表現できる。以上の議論より組立ライン決定問題は、

問題 P_0 : 最小化 $\sum_{i=1}^{n_j} \sum_{l=1}^{n_l} T_{il} \left(\sum_{j=1}^{n_j} \sum_{m=1}^{n_{jl}} x_{i,jlm} \right)$

$$\text{制約条件} \quad L_{ij}^1 \leq \sum_{l=1}^{n_l} \sum_{m=1}^{n_{jl}} x_{i,jlm} \leq U_{ij}^1, \quad i = 1, 2, \dots, n_i; j = 1, 2, \dots, n_j \quad (2.1)$$

$$\sum_{j=1}^{n_j} \sum_{l=1}^{n_l} \sum_{m=1}^{n_{jl}} x_{i,jlm} = N_i, \quad i = 1, 2, \dots, n_i$$

$$\sum_{i=1}^{n_j} x_{i,jlm} = K_{jlm}, \quad j = 1, 2, \dots, n_j; l = 1, 2, \dots, n_l; m = 1, 2, \dots, n_{jl}$$

$$x_{i,jlm} \geq 0$$

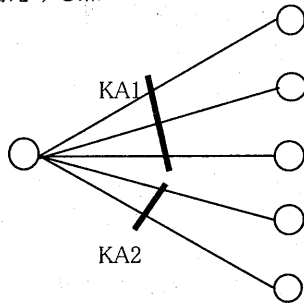
$$x_{i,jlm} : \text{整数} \quad (2.2)$$

$$i = 1, 2, \dots, n_i; j = 1, 2, \dots, n_j; l = 1, 2, \dots, n_l; m = 1, 2, \dots, n_{jl}$$

となり、整数計画問題になる。

組立ラインに
対応する点

仕様に対応する点



太い実線と交わる枝が束.

図2.1 2つの型式の束をもつネットワーク

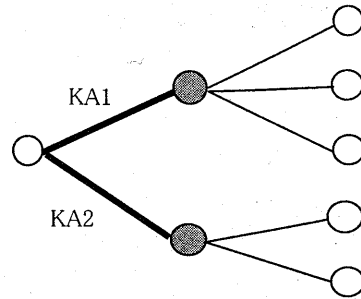


図2.2 枝の容量制約に変換したネットワーク

2.3 生産制約が型式の組立ライン決定問題の解法

組立ライン決定問題 P_0 は整数計画問題であるが、別の見方をするとヒッチコック型の輸送問題[2.2]に制約式(2.1)と整数条件(2.2)を付加した問題である。制約式(2.1)は束容量制約と呼ばれる[2.2]ので、組立ライン決定問題は解の整数条件と束容量制約付きのヒッチコック型輸送問題として考えることもできる。しかし、制約式(2.1)と整数条件(2.2)がついたヒッチコック型輸送問題を効率的に解く手順はまだ開発されていない。そこで問題の特徴を生かしたネットワークを構成し、上下限の容量付きの最少費用流問題に変換して解くことを考える。

束容量制約をどのようにしてある枝の容量制約に変換するかを図で説明する。組立ライン i を点 V_i 、仕様 O_{jlm} を点 V_{jlm} で表す。枝 (V_i, V_{jlm}) に対して $x_{i,jlm}$ を対応させると、束制約は枝の集合で表すことができる。図1.1のように型式の束制約をKA1, KA2とする。図2.1のネットワークに対して、図2.2のように黒い点と太い線の枝を追加してネットワークを変形すると、2つの束制約KA1, KA2は太い線で示された枝の容量制約に置き換えることができる。これは束制約KA1とKA2が共通の枝をもっていないからである。以上の考え方を織り込んで、次のようにネットワークを構成する。

[ネットワーク構成法]

(1) ソースの点 V_s とシンクの点 V_t を設定する。

(2) ソース V_s と組立ライン i の点 V_i を線で結ぶ。

枝 (V_s, V_i) の容量 $= N_i$

枝 (V_s, V_i) の費用 $= 0$

(3) 販売店から注文された型式 j に対して、型式 j が組立ライン i の月次生産計画に含まれる場合は、型式 j を点 V_{ij} とし、点 V_i と点 V_{ij} を線で結ぶ。もし、 $K_j \neq 0$ でかつ $\sum_{i=1}^n N_{ij} = 0$ となる型式 j が存在する場合は、型式 j がすべての組立ライン i の月次生産計画に含まれていると仮定する。

枝 (V_i, V_{ij}) の容量の上限 $= U^1_{ij}$

枝 (V_i, V_{ij}) の容量の下限 $= L^1_{ij}$

枝 (V_i, V_{ij}) の費用 $= 0$

(4) 点 V_{ij} ($i = 1, 2, \dots, n_i$)と仕様 O_{jlm} の点 V_{jlm} を線で結ぶ。

枝 (V_{ij}, V_{jlm}) の容量 $= K_{jlm}$

枝 (V_{ij}, V_{jlm}) の費用 $= T_{il}$

(5) 点 V_{jlm} とシンク V_t を線で結ぶ。

枝 (V_{jlm}, V_t) の容量 $= K_{jlm}$

表2.1 型式の台数

型 式	AL1	AL2	合 計
KA1	7	4	11
KA2	5	3	8
KA3	3	8	11
合 計	15	15	30

表2.2 販売店のオーダー

販売店	仕 様	台 数	合 計
DL1	O ₁₁₁	2	10
	O ₁₁₂	1	
	O ₂₁₁	3	
	O ₃₁₁	4	
DL2	O ₁₂₁	4	10
	O ₂₂₁	3	
	O ₂₂₂	1	
	O ₃₂₁	2	
DL3	O ₁₃₁	3	10
	O ₂₃₁	3	
	O ₃₃₁	2	
	O ₃₃₂	2	

表2.3 型式別のオーダー

型 式	仕 様	台 数	合 計
KA1	O ₁₁₁	2	10
	O ₁₁₂	1	
	O ₁₂₁	4	
	O ₁₃₁	3	
KA2	O ₂₁₁	3	10
	O ₂₂₁	3	
	O ₂₂₂	1	
	O ₂₃₁	3	
KA3	O ₃₁₁	4	10
	O ₃₂₁	2	
	O ₃₃₁	2	
	O ₃₃₂	2	

表2.4 型式の割り当て台数

組立ライン	KA1	KA2	KA3	合 計
AL1	6	6	3	15
AL2	4	4	7	15
合 計	10	10	10	30

表2.5 販売店への輸送費

組立ライン	DL1	DL2	DL3
AL1	10	20	30
AL2	20	5	40

枝(V_{jlm}, V_i)の費用 = 0

なお、本研究のネットワークの枝(V_v, V_w)は点 V_v から点 V_w へ方向へ流れる有向枝とする。

次に、組立ライン決定問題の例を用いて、ネットワーク構成法でどのようなネットワークが構成されるかを示す。

「例1」組立ラインがAL1とAL2の2つで、月次生産計画の型式の台数は表2.1のようである。また、販売店の数は3つで、販売店からのオーダーは表2.2のようである。表2.2から型式別のオーダー数をまとめると表2.3のようになる。表2.1と表2.3より、組立ラインへの型式の割り当て台数 M_{ij} を求めると、表2.4のようになる。ただし、 M_{ij} は四捨五入した。型式の割り当て台数の上下限を

$$U^1_{ij} = M_{ij} + 1$$

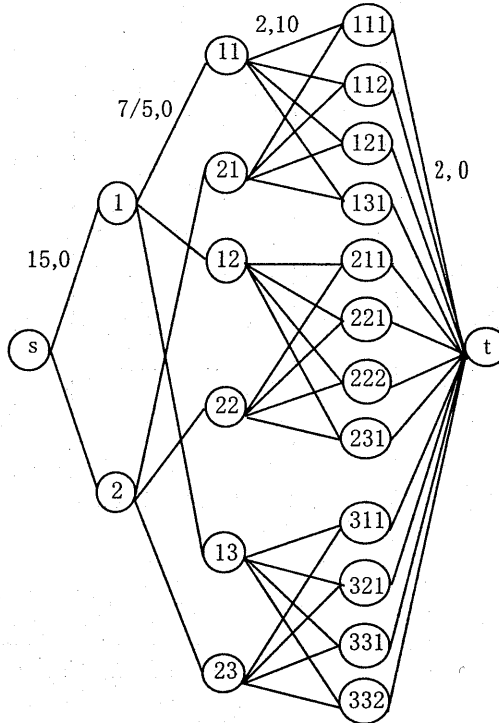
$$L^1_{ij} = M_{ij} - 1$$

とする。組立ラインから販売店までの輸送費が表2.5のようであるとすると、組立ライン決定問題は次のように定式化される。

$$\begin{aligned} \text{問題： 最小化} \quad & 10 \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{n_{j1}} x_{1,j1m} + 20 \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{n_{j2}} x_{1,j2m} + 30 \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{n_{j3}} x_{1,j3m} \\ & + 20 \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{n_{j1}} x_{2,j1m} + 5 \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{n_{j2}} x_{2,j2m} + 40 \sum_{j=1}^3 \sum_{m=1}^{n_{j3}} x_{2,j3m} \end{aligned}$$

制約条件

$$\begin{aligned} 5 \leq \sum_{l=1}^3 \sum_{m=1}^{n_{1l}} x_{1,l1m} \leq 7 & \quad ; \quad 5 \leq \sum_{l=1}^3 \sum_{m=1}^{n_{2l}} x_{1,l2m} \leq 7 \\ 2 \leq \sum_{l=1}^3 \sum_{m=1}^{n_{3l}} x_{1,l3m} \leq 4 & \quad ; \quad 3 \leq \sum_{l=1}^3 \sum_{m=1}^{n_{1l}} x_{2,l1m} \leq 5 \\ 3 \leq \sum_{l=1}^3 \sum_{m=1}^{n_{2l}} x_{2,l2m} \leq 5 & \quad ; \quad 6 \leq \sum_{l=1}^3 \sum_{m=1}^{n_{3l}} x_{2,l3m} \leq 8 \\ \sum_{j=1}^3 \sum_{l=1}^3 \sum_{m=1}^{n_{jl}} x_{1,jlm} = 15 & \quad ; \quad \sum_{j=1}^3 \sum_{l=1}^3 \sum_{m=1}^{n_{jl}} x_{2,jlm} = 15 \\ \sum_{i=1}^2 x_{i,111} = 2 & \quad ; \quad \sum_{i=1}^2 x_{i,112} = 1 & \quad ; \quad \sum_{i=1}^2 x_{i,211} = 3 & \quad ; \quad \sum_{i=1}^2 x_{i,311} = 4 \end{aligned}$$



注1. 点は添え字のみ記入. また, 矢印は省略.
 注2. 1部の枝のみ容量と費用を記入. 容量と費用は
 (容量, 費用)または(上限容量/下限容量, 費用)
 で表す.

図2.3 構成したネットワークNW

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^2 x_{i,121} = 4 & \quad ; \quad \sum_{i=1}^2 x_{i,221} = 3 & \quad ; \quad \sum_{i=1}^2 x_{i,222} = 1 & \quad ; \quad \sum_{i=1}^2 x_{i,321} = 2 \\ \sum_{i=1}^2 x_{i,131} = 3 & \quad ; \quad \sum_{i=1}^2 x_{i,231} = 3 & \quad ; \quad \sum_{i=1}^2 x_{i,331} = 2 & \quad ; \quad \sum_{i=1}^2 x_{i,332} = 2 \end{aligned}$$

すべての $x_{i,jlm}$ は 0 以上の整数

この定式化された問題をネットワーク構成法でネットワークを作ると, 図 2.3 のようになる.

以上のようにネットワーク構成法でネットワーク NW を作ると, 型式の束容量制約が枝 (V_i, V_{ij}) の流れの容量制約に置換できるので, 流量が N である最小費用流を求めることによって組立ライン決定問題の解が得られる. この問題は容量が下限付きの最小費用流問題なので, まず実行可能解を求める必要がある. そこで前述の方法で構成されたネットワーク NW を次のような方法で簡略化し, 効率的に実行可能解を求めることを考える.

[ネットワーク NW の簡略化]

- (1) ネットワーク NW の型式 j が同じであるすべての点 $V_{1j}, V_{2j}, \dots, V_{nj}$ を 1 点に縮小し, 新たに点 V_j とする.
- (2) 新しい点 V_j と繋がっているすべての点 V_{ilm} とこれらの点を結ぶ枝 (V_j, V_{ilm}) のすべてを 1 点に縮小し, 点 V_j とする.
- (3) 点 V_j とシンク V_t を結ぶ枝 (V_j, V_t) は複数あるので, それを 1 つにし, その容量を型式 j の注文数 K_j とする.
- (4) この操作を全ての型式 j に対応する点 V_{ij} について行う.

この操作で簡略化されたネットワークを NW_1 とする. この方法で図 2.3 を簡略化すると図 2.4 のようになる. ネットワーク NW_1 に関して流れの実行可能解が存在すれば, 元のネットワーク NW

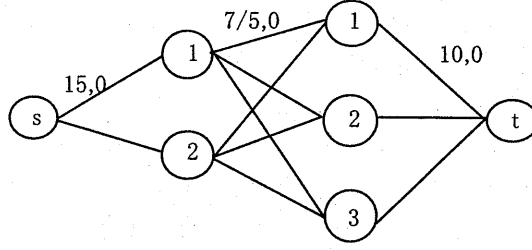


図2.4 簡略化したネットワーク NW_1

においても実行可能解が存在することは容易に理解できる。すなわち、ネットワーク NW の点 V_{jlm} はすべての点 V_{ij} と結ばれ、その枝の容量はすべて同じ K_{jlm} である。また、枝 (V_{jlm}, V_t) の容量も K_{jlm} で同じである。したがって、簡略化されたネットワーク NW_1 の実行可能解から、次のような方法で元のネットワーク NW の実行可能解が求められる。

[元のネットワーク NW の実行可能解を求める方法]

ネットワークの構造から手順は簡単なので、例で説明するにとどめる。ネットワークの枝 (V_v, V_w) の流れをネットワーク NW, NW_1 に関してそれぞれ、 y_{vw}, y^1_{vw} と表す。図 2.4 で

$$y^1_{11} = 6, y^1_{21} = 4$$

のとき、図 2.3 の枝

$$(V_{11}, V_{111}), (V_{11}, V_{112}), (V_{11}, V_{121}), (V_{11}, V_{131}), (V_{21}, V_{111}), (V_{21}, V_{112}), \dots, (V_{21}, V_{131})$$

のフローを求める。フロー y^1_{11} を図 2.3 の枝の順番に枝の容量の上限まで割り付ける。すなわち、

$$y_{11,111} = 2, y_{11,112} = 1, y_{11,121} = 3$$

となる。次に、フロー y^1_{21} を割り付ける。枝 (V_{11}, V_{121}) のフローが容量の上限でないので、枝 (V_{21}, V_{121}) から順番に割り付けると、

$$y_{21,121} = 1, y_{21,131} = 3$$

となる。その他の枝のフローは、

$$y_{11,131} = 0, y_{21,111} = 0, y_{21,112} = 0$$

とする。以上のような方法でフロー $y^1_{11} = 6, y^1_{21} = 4$ が元のネットワークの枝に割り付けることができるので、ネットワーク NW_1 の実行可能解から元のネットワークの実行可能解は簡単に求めることができる。

次に、簡略化されたネットワーク NW_1 は元のネットワーク NW と比較して、点や枝の数がどれだけ減少したかを調べてみる。ステップ (1) の処理では点の数が減少する。すなわち、 $(n_l - 1)n_j$ となる。ステップ (2) の処理によって点 V_j と繋がっているすべての点 V_{jlm} が 1 点になるので、型式 j である仕様 O_{jlm} の種類数を S_j とおくと、

$$S_j = \sum_{l=1}^{n_l} \sum_{m=1}^{n_m} 1$$

となり、点の減少は $\sum_{j=1}^n S_j$ である。一方、枝の減少は型式 j に対応する全ての枝 (V_{ij}, V_{jlm}) が削減されるので、 $n_l \sum_{j=1}^n S_j$ となる。また、ステップ (3) の処理によって点 V_j とシンク V_t を結ぶ枝 (V_j, V_t) は 1 つになるので、この処理で削減される枝の数は、 $\sum_{j=1}^n (S_j - 1)$ となる。したがって、ネットワークの簡略化によって減少する点と枝の数は、それぞれ

$$(n_l - 1)n_j + \sum_{j=1}^n S_j$$

$$n_l \sum_{j=1}^n S_j + \sum_{j=1}^n (S_j - 1) = (n_l + 1) \sum_{j=1}^n S_j - n_l$$

となる。図 2.3 のような小規模のネットワークでも前述の簡略化を行うと図 2.4 のようになり、ネットワークが非常に小さくなることがわかる。

以上のように問題 P_0 の解を求める場合、ネットワーク NW を簡略化してネットワーク NW_1 を作り、ネットワーク NW_1 の実行可能解を求め、次に元の問題の実行可能解に変更することによって、実行可能解を求める手数を大幅に減少することができる。ネットワーク NW_1 の実行可能解はラベリング法[2.2]で求める。実行可能解が存在しない場合は型式の制約の上下限を見直して再度手順を繰り返す。ネットワーク NW_1 の実行可能解が得られたならば、ネットワーク NW の実行可能解に変換し、たとえばクラインの方法[2.2]などで最小費用流を求める。最小費用流が求まり、ネットワーク NW の枝 (V_v, V_w) の最小費用流を y^*_{vw} とする。また、問題 P_0 の最適解を $x^*_{i,jlm}$ とすると、

$$x^*_{i,jlm} = y^*_{ij,jlm}$$

となる。組立ライン i への型式 j の割り当て台数は

$$\sum_{l=1}^{n_L} \sum_{m=1}^{n_{jl}} x^*_{i,jlm} = \sum_{l=1}^{n_L} \sum_{m=1}^{n_{jl}} y^*_{ij,jlm} = y^*_{i,j}$$

となる。

ところで、問題 P_0 は上下限容量付きの最少費用流問題に変換できたので、問題 P_0 から整数条件(2.2)を外した問題の最適解は整数となる。問題 P_0 が上下限容量付きの最少費用流問題に変換できたのは、束制約の構造に特徴があったからであり、これを定理としてまとめておく。束制約を一般的に表現するために、問題 P_0 の型式の束制約をネットワークの枝 (V_i, V_{jlm}) の集合で表すことにし、組立ライン i の型式 j に関する束制約を C_{ij} とすると、(2.1)式は次のように表すことができる。

$$L^1_{ij} \leq \sum_{(V_i, V_{jlm}) \in C_{ij}} x_{i,jlm} \leq U^1_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, n_I; j = 1, 2, \dots, n_J$$

問題 P_0 の(2.1)式を上の式で置き換えた問題を問題 P_1 とする。また、枝 (V_i, V_{jlm}) の点 V_i を始点、点 V_{jlm} を終点と呼び、束制約 C_{ij} の枝の始点と終点の集合をそれぞれ、 $B_{ij}(s)$, $B_{ij}(e)$ とする。このとき問題 P_1 ではすべての束制約 C_{ij} に対して、

$$|B_{ij}(s)| = 1$$

である。ここで、 $|B|$ は集合 B の要素の数を表す。型式という束制約を一般的に表現することによって、次の定理が成り立つ。

「定理1」問題 P_1 から整数条件(2.2)を外した問題において、始点が同一の任意の2つの束制約 C_{i,j_1}, C_{i,j_2} に対して

$$B_{i,j_1}(e) \cap B_{i,j_2}(e) = \phi$$

の場合は、その最適解は整数解となる。

2.4 生産制約の追加

今までの議論は車の仕様の乖離を抑える項目として型式で代表させることにしたが、どの仕様の車にも必要で重要な部品であるエンジンについて考えてみる。エンジンの生産ラインが1本（言い換えると、1ヶ所）であれば、オーダーに基づく車名単位の生産計画と月次生産計画におけるエンジンの種類別の数の差が問題になり、組立ラインへの割り当てするときにはあまり考慮する必要がない。しかし、生産ラインが2本以上あり、しかもその生産ラインが遠く離れ、エンジンの種類によって組立ラインへの供給が異なる場合は、エンジンの種類ごとの乖離を抑えないとエンジンの生産ラインから組立ラインへのエンジンの単位時間当りの運搬量が異なるという問題が発生する。エンジンのような大きな機能部品の運搬量が変動することは問題である。このようにエンジンの生産条件によっては、組立ラインごとに月次生産計画との乖離を抑えなければならない場合がある。エンジンは型式でその仕様が決まるが、同一仕様のエンジンが複数の型式で使用されているので、型式単独で乖離を抑えてもエンジンの仕様（種類）ごとの乖離は型式と同じような範囲にあるという

保証はない。そこで、エンジンなどの機能部品について必要に応じて乖離の幅を設定できる方法を考える。機能部品の数は次のようにして求められる。たとえば、ある種類のエンジンの台数は仕様 O_{jlm} のうちその種類のエンジンをもつ仕様 O_{jlm} の注文数 K_{jlm} の合計となる。組立ラインごとに乖離の幅を設定したい機能部品の個々の種類を r （以後簡潔に機能部品 r と呼ぶ）とし、次のように記号を定める。

H_{ir} : 組立ライン i への機能部品 r の望ましい割り当て台数 ($i = 1, 2, \dots, nI; r = 1, 2, \dots, nR$)

nR : 機能部品 r の種類数

U^2_{ir} : 組立ライン i への機能部品 r の割り当て台数の上限

L^2_{ir} : 組立ライン i への機能部品 r の割り当て台数の下限

C_{ir} : 組立ライン i に対応する点 V_i と機能部品 r をもつ仕様 O_{jlm} に対応する点 V_{jlm} とで作られる枝 (V_i, V_{jlm}) の集合で、組立ライン i に関する機能部品 r の束制約と呼ぶ。

組立ライン i への機能部品 r の望ましい割り当て台数 H_{ir} については、型式と同じように計算する。また、組立ライン i への機能部品 r の割り当て台数の上限 U^2_{ir} や下限 L^2_{ir} についても同様の計算をする。組立ライン i に対する機能部品 r の束制約 C_{ir} の容量制約は、

$$L^2_{ir} \leq \sum_{(V_i, V_{jlm}) \in C_{ir}} x_{i, jlm} \leq U^2_{ir}, \quad i = 1, 2, \dots, nI; r = 1, 2, \dots, nR$$

で与えられる。以上のように機能部品 r に関して集合 C_{ir} を定義すると、乖離をある範囲に抑えたい項目を自由に設定できることになる。その他の条件は同じであるので、仕様の乖離を抑えたい項目を型式だけでなく機能部品を含めた問題は、

問題 P : 最小化 $\sum_{i=1}^{nI} \sum_{l=1}^{nL} T_{il} (\sum_{j=1}^{nJ} \sum_{m=1}^{n_{jl}} x_{i, jlm})$

$$\text{制約条件} \quad L^1_{ij} \leq \sum_{(V_i, V_{jlm}) \in C_{ij}} x_{i, jlm} \leq U^1_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, nI; j = 1, 2, \dots, nJ \quad (2.3)$$

$$\sum_{j=1}^{nJ} \sum_{l=1}^{nL} \sum_{m=1}^{n_{jl}} x_{i, jlm} = N_i, \quad i = 1, 2, \dots, nI \quad (2.4)$$

$$\sum_{i=1}^{nI} x_{i, jlm} = K_{jlm}, \quad j = 1, 2, \dots, nJ; l = 1, 2, \dots, nL; m = 1, 2, \dots, n_{jl} \quad (2.5)$$

$$L^2_{ir} \leq \sum_{(V_i, V_{jlm}) \in C_{ir}} x_{i, jlm} \leq U^2_{ir}, \quad i = 1, 2, \dots, nI; r = 1, 2, \dots, nR \quad (2.6)$$

$$x_{i, jlm} \geq 0 \quad (2.7)$$

$$x_{i, jlm} : \text{整数} \quad (2.8)$$

$$i = 1, 2, \dots, nI; j = 1, 2, \dots, nJ, l = 1, 2, \dots, nL; m = 1, 2, \dots, n_{jl}$$

となり、整数計画問題になる。

2.5 生産制約を追加した組立ライン決定問題の解法

問題 P の制約式 (2.6) も束制約であり、問題 P の束制約は一般には定理 1 の条件を満足しない。したがって、問題 P は問題 P_0 とは異なり、上下限容量付きの最小費用流問題に変換することはできない。しかし、問題 P の束制約は構造に特徴があるので、問題 P から整数条件 (2.8) を外した問題 P_R を考える。

問題 P_R : 最小化 $\sum_{i=1}^{nI} \sum_{l=1}^{nL} T_{il} (\sum_{j=1}^{nJ} \sum_{m=1}^{n_{jl}} x_{i, jlm})$

$$\text{制約条件} \quad L^1_{ij} \leq \sum_{(V_i, V_{jlm}) \in C_{ij}} x_{i, jlm} \leq U^1_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, nI; j = 1, 2, \dots, nJ \quad (2.9)$$

$$\sum_{j=1}^{nJ} \sum_{l=1}^{nL} \sum_{m=1}^{n_{jl}} x_{i, jlm} = N_i, \quad i = 1, 2, \dots, nI \quad (2.10)$$

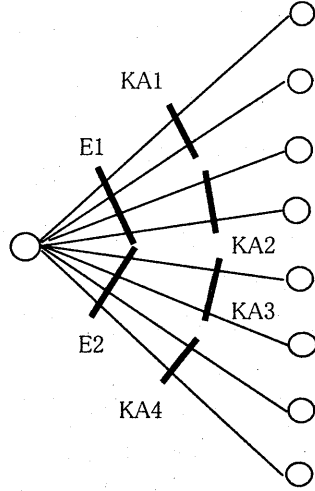


図2.5 型式とエンジンの束をもつネットワーク

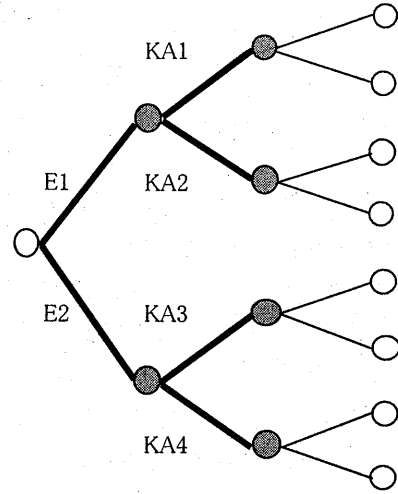


図2.6 枝の容量制約へ変換したネットワーク

$$\sum_{i=1}^n x_{i,jlm} = K_{jlm}, \quad j = 1, 2, \dots, n_j; l = 1, 2, \dots, n_l; m = 1, 2, \dots, n_{jl} \quad (2.11)$$

$$L^2_{ir} \leq \sum_{(v_i, v_{jlm}) \in C_{ir}} x_{i,jlm} \leq U^2_{ir}, \quad i = 1, 2, \dots, n_i; r = 1, 2, \dots, n_r \quad (2.12)$$

$$x_{i,jlm} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n_i; j = 1, 2, \dots, n_j; l = 1, 2, \dots, n_l; m = 1, 2, \dots, n_{jl} \quad (2.13)$$

既に述べたように、問題 P_R から制約式 (2.12) を削除した問題は整数解をもつ。また問題 P_R において機能部品の制約式 (2.12) がエンジンやミッションなどの機能部品が1つの場合は、問題 P_0 と同じように上下限容量付きの最少費用流問題に変換できる。たとえば、問題 P_R において制約式 (2.12) がエンジンの場合だけの問題を考える。エンジンの種類ごとの束制約は型式の束制約の集合である。この特徴を利用することによって、既に述べた方法と同じように束容量制約のある枝の流れの上下限の容量制約に変換することができる。これを図解で示す。図 2.5 のようにある組立ラインに対して、エンジンの束制約が E1, E2 で、型式の束制約が KA1, KA2, KA3, KA4 とする。これを図 2.6 のように変更すると束制約が枝の流れの上下限の容量制約に変更できたことになる。以上のような変換をすべての組立ラインに対し行い、ネットワーク構成法で述べた方法と同じようにネットワークを構成すれば、上下限容量付きの最小費用問題に変更でき効率的に最適解が求められることになる。機能部品の束制約を一般的に表現すると、次の定理が成立する。

「定理2」問題 P_R において、束制約が下記の2つの条件を満足する場合は、問題 P_R の最適解は整数解となる。

条件1: 型式などのように同じ種類で、かつ始点が同一の任意の2つの束制約 $C_{i,g1}, C_{i,g2}$ に対して、

$$B_{i,g1}(e) \cap B_{i,g2}(e) = \phi \quad \text{である。}$$

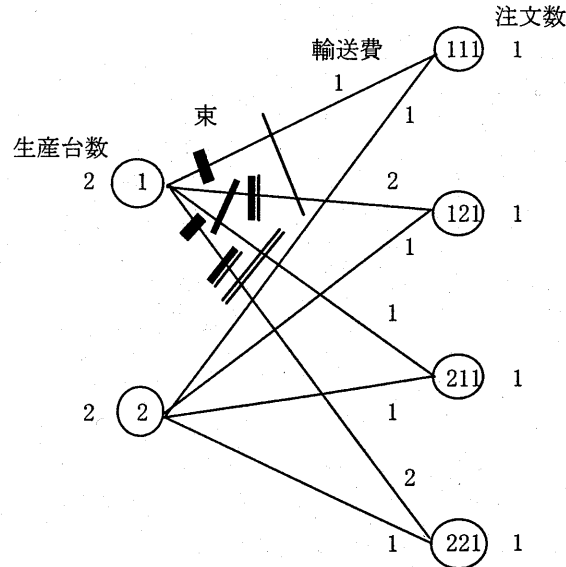
条件2: 型式とエンジンなどのように異なる種類で、かつ始点が同一の任意の2つの束制約 C_{ig}, C_{ih} に対して、

$$B_{ig}(e) \cap B_{ih}(e) = \phi \quad \text{か、または}$$

$$B_{ig}(e) \cap B_{ih}(e) \neq \phi \quad \text{の場合は } B_{ig}(e) \supseteq B_{ih}(e) \quad \text{か} \quad B_{ig}(e) \subseteq B_{ih}(e)$$

のどちらかである。

以上のように問題 P_R は機能部品の束制約が1つの場合は整数解をもつが、機能部品が2つ以上の場合は定理2の条件2を満足するとは限らないので、整数解をもつとはいえない。実際、下記の例では最適解は実数となる。



同一の線と交わっている枝が束
図2.7 実数解が存在する例

「例2」 問題：

最小化 $x_{1,111} + 2x_{1,121} + x_{1,211} + 2x_{1,221} + x_{2,111} + x_{2,121} + x_{2,211} + x_{2,221}$

制約条件 $1 \leq x_{1,111} + x_{1,221}$

$1 \leq x_{1,121} + x_{1,211}$

$1 \leq x_{1,121} + x_{1,221}$

$x_{1,111} + x_{1,121} \leq 1$

$x_{1,211} + x_{1,221} \leq 1$

$x_{1,111} + x_{1,121} + x_{1,211} + x_{1,221} = 2$

$x_{2,111} + x_{2,121} + x_{2,211} + x_{2,221} = 2$

$x_{1,111} + x_{2,111} = 1$

$x_{1,121} + x_{2,121} = 1$

$x_{1,211} + x_{2,211} = 1$

$x_{1,221} + x_{2,221} = 1$

$x_{i,111}, x_{i,121}, x_{i,211}, x_{i,221} \geq 0, i = 1, 2$

この問題をネットワークで表現すると図2.7のようになり、問題の最適解は、

$x_{1,111} = x_{1,121} = x_{1,211} = x_{1,221} = 0.5$

$x_{2,111} = x_{2,121} = x_{2,211} = x_{2,221} = 0.5$

となる。また、次のような整数の実行可能解も存在する。

$x_{1,111} = x_{1,211} = x_{2,121} = x_{2,221} = 0$

$x_{1,121} = x_{1,221} = x_{2,111} = x_{2,211} = 1$

例2の問題では束容量制約の上下限は非常に厳しい制約である。しかし、実際の問題ではこのような厳しい制約は存在しないので、問題 P_R に対してボデータイプ、エンジン、ミッション、駆動の4つの機能部品の束制約を設定した実務規模の問題 P_R (表2.6参照)を10ケースを線形計画法で解いてみると、束容量制約の上限や下限になっている束制約が存在するが、すべて整数解となった。そこで、表2.7のように束制約の数である機能部品の種類数だけは実際より多くした、実務

表2.6 試行的に解いた実務規模の問題

項 目	数
組立ライン数	3
週間の生産台数	1,000
型式の数	20
機能部品の数	4
機能部品の種類数の合計	12
仕様数	600
販売店数	80

表2.7 検証問題の規模

項 目	数
組立ライン数	3
週間の生産台数	100
型式の数	20
機能部品の数	4
機能部品の種類数の合計	20~40
仕様数	40
販売店数	5

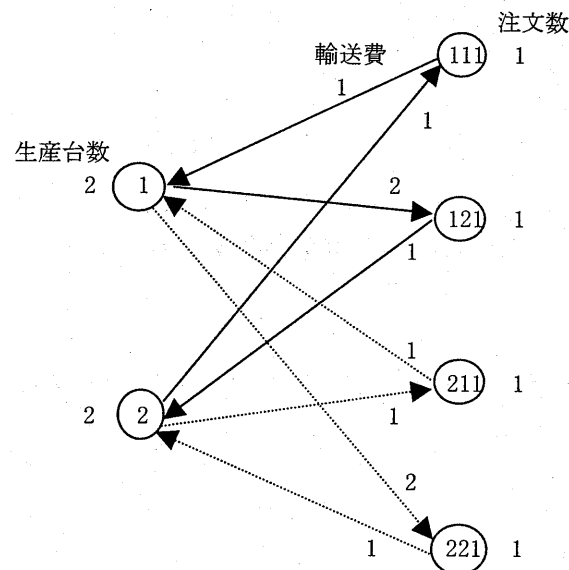


図2.8 実線と点線で示した2つの閉路

規模の問題 P_R の縮小型の問題をコンピュータで自動作成して約 1,000 ケース解いてみたが、実行可能解が存在する場合はすべて整数解になった。

型式、ボデータイプ、エンジン、ミッション、駆動の5つの束制約をもつ実務規模の問題 P_R がなぜ整数解になったかを考えてみる。ボデータイプ、エンジン、ミッション、駆動の4つの機能部品の各束制約はいくつかの型式の束制約の集合になり、これらの束制約の共通部分は空かまたは多くの共通の枝(変数)をもつかのどちらかである。いま、型式、ボデータイプ、エンジン、ミッション、駆動の5つの束制約をもつ実務規模の問題 P_R の最適解が実数解になったとする。付録に示した議論のように束制約において共通の枝が多く、実務規模の問題 P_R のような束の容量制約のレベルでは、仮定した実数解から整数解に変更できる可能性が高いことが期待でき、実務規模の問題 P_R は整数解になりやすいといえる。以上のことから実務における組立ライン決定問題 P は、問題 P から整数条件を外した問題 P_R を線形計画法で解いて最適解が得られる可能性が非常に高いことになる。

なお、例2の実数解に対しては、図2.8のように2つの閉路に同時に同じフロー0.5を図の方向に流さないと束の容量制約を満たす閉路は存在しない。このようにして解を変更すると、例2で示した整数解が得られるが最適解ではなくなる。この例では束の容量制約も厳しく、どちらの方向にでも流せる閉路ができないことが問題であることがわかる。

表2.8 実際問題の規模

項 目	数
組立ライン数	2
週間の生産台数	1,500～2,500
型式の数	20
エンジンの種類数	5
仕様の種類数	1,200～1,500
販売店数	80

2.6 実際問題の例

豊田地区と関東地区の2本の組立ラインで生産している車両の組立ライン決定問題は表2.8のようになる。機能部品として考慮したいのはエンジンの1つであるが、その種類ごとの制約となるので、束制約としては5個である。したがって、問題Pの制約式の数の上から順番に、

$$20 \times 2 + 2 + 1,200 + 5 \times 2 = 1,252$$

で、変数 $x_{i,jlm}$ の数は、

$$2 \times 1,200 = 2,400$$

となり、線形計画問題の規模としては中規模程度である。現在2本の組立ラインで生産している車両が数車名あるが、数車名の処理をする上では計算時間は何ら問題ない。

最近は車の種類が大幅に増加し、また生産のグローバル化によって現地生産が急激に拡大しており、国内での1車種当たりの生産台数はだんだん減少している。したがって、今後はせいぜい3本の組立ラインで生産される場合が発生する程度である。なお、過去において一時期4本の組立ラインで生産されたケースがある。このケースでは中部（愛知県）で2工場、関東、関西でそれぞれ1工場の4つの工場で生産されたが、今後1車名で4工場分の生産台数を確保できる車両はないと思われる。

実務においては、乖離の制約として型式のみ使用した近似解法を用いて組立ラインを決定し、コンピュータでの処理結果に対し問題があれば人手で修正している。線形計画法を利用すると、より望ましい組立ラインの生産計画ができ、たとえば輸送費用で数%の削減効果が期待できる。提案した方法は生産する組立ラインが増加したり、乖離を抑える機能部品の数が多くなったりすることにより、組立ライン決定問題が複雑になればなるほど最適解を求める手法として、その効果を発揮することができる。現状では運用上の理由からも機能部品に関する制約を絞っていることもあり、制約を何にすべきかについては再度詳細な検討が必要である。

2.7 おわりに

輸送費用と生産制約を考慮した組立ライン決定問題を整数計画問題に定式化した。この定式化した問題は解の整数条件と束容量制約付きのヒッチコック型輸送問題とみなすことができる。しかし、この問題を効率的に解く方法はまだ開発されていない。この定式化した問題の束制約は特徴があり、束制約がある条件を満足する場合は最小費用流問題に変換して最適解を効率的に求めることができることを明らかにした。また、実務の問題では束制約の特徴から整数条件を外した組立ライン決定

問題 P_R の最適解が整数になる可能性が非常に高く、組立ライン決定問題 P が線形計画法で解くことができることを示した。

本研究では販売店のオーダーに基づく車名単位の週間生産計画から組立ライン別の週間生産計画を作る問題を取り上げたが、車両の輸送費用や車両の基本仕様の乖離を抑えるためには月次生産計画や車名単位の週間生産計画をどのように作るかもたいへん重要な問題である。今回はこれらの2つの生産計画が所与の条件として取り扱ったが、今後の課題として取り組みたい。また、実務における問題 P_R が整数解になる可能性が高いことはわかったが、どのような束制約のときに整数解になるかについてはまだ議論の余地があり、理論的側面での今後の課題としたい。以下、2つの補足をする

(1) 今までの議論では暗黙に組立ラインではすべての仕様の車両が生産できるとしたが、ある仕様の車は特定の組立ラインのみで生産するという場合がある。これはこの仕様の車を造るには特殊な設備を必要とするために、設備投資を削減する目的で特定の組立ラインのみで生産する方法をとる場合である。この場合は単に組立ライン決定問題からこの車両を除き、その台数分の制約を変更して問題を定式化すればよい。実務ではほとんどないがもう少し一般的な場合、たとえば仕様 O_{ilm} が組立ライン i で生産できない場合は、 $x_{i,ilm} = 0$ とする。ネットワーク NW の構成において、枝 (V_i, V_{ilm}) を除く。以上の方法によって生産できない仕様の車両があっても対応できることになる。

(2) 求めた型式の割り当て台数 M_{ij} に関して、一般に

$$\sum_{j=1}^n M_{ij} \neq N_i$$

である。したがって、割り当て台数 M_{ij} の上下限を厳しくすると問題 P_0 の実行可能解が存在しない場合がある。この問題の実行可能解が存在する必要十分条件は知られている [2.2] が、この必要十分条件からは問題 P_0 の実行可能解が存在するかどうかは簡単には判断できない。そこで型式の割り当て台数 M_{ij} の型式 j に関しての合計 $\sum_{j=1}^n M_{ij}$ が N_i になるように変更することを考えてみる。型式の割り当て台数 M_{ij} が実数の場合があるので、型式 j ごとに $M_{ij} (i = 1, 2, \dots, n)$ のなかで小数部が最も大きい M_{ij} を切り上げ、その他は切り下げて整数にし、改めて M_{ij} とする。このようにすると、

$$\sum_{i=1}^n M_{ij} = K_j, \quad j = 1, 2, \dots, n$$

となる。型式 j の注文数 K_j は

$$\sum_{j=1}^n K_j = N$$

なので、組立ライン間でプラスマイナスすることによって簡単に調整することができる。すなわち、 $\sum_{j=1}^n M_{ij}$ が N_i より多い組立ラインで1以上の割り当てのある型式から1を引き、 $\sum_{j=1}^n M_{ij}$ が N_i より少ない組立ラインのその型式の台数に1を加える。この調整を型式の割り当て台数の合計が組立ラインの生産台数になるまで続ける。このとき少し厳密に考えるならば、ある組立ラインの型式に1だけプラスしたりマイナスしたりした後の型式の割り当て台数の比率が月次生産計画の型式の台数 N_{ij} の比率からのずれを少なくするような、組立ラインの型式を選ぶようにするのが望ましいであろう。このようにして求められた新しい割り当て台数に対し上下限を設定すると、問題 P_0 は常に実行可能解が存在する。

付 録

実務規模の問題 P_R の最適解が整数解になる理由

実務規模の問題 P_R の実数解を

$$x^R_{i,jlm} = \lfloor x^R_{i,jlm} \rfloor + z_{i,jlm}, \quad 0 \leq z_{i,jlm} < 1$$

$$i = 1, 2, \dots, n_I; j = 1, 2, \dots, n_J; l = 1, 2, \dots, n_L; m = 1, 2, \dots, n_{jl}$$

とおく. 値が正であるすべての $z_{i,jlm}$ に対して, それに対応する枝 (V_i, V_{jlm}) とその両端の点 V_i, V_{jlm} からなるネットワーク NR を作る. ネットワーク NR の枝 (V_i, V_{jlm}) に対して, $z_{i,jlm}$ が正なので次のような2つの距離を定義する.

$$d_{i,jlm} = T_{il}, \quad d_{jlm,i} = -T_{il}$$

ネットワーク NR において, 同一の点は1回しか含まず, かつ枝の数が任意の閉路 Q を考える. ネットワーク NR の各点 V_i や V_{jlm} は必ず2本以上の枝と接している (これは $z_{i,jlm}$ が整数でなく, $\sum_{j=1}^{n_J} \sum_{l=1}^{n_L} \sum_{m=1}^{n_{jl}} z_{i,jlm}$ や $\sum_{i=1}^{n_I} z_{i,jlm}$ が整数であることからいえる) ので, 閉路 Q を考えることができる. 閉路 Q 上の組立ラインに対応するすべての点 V_i に関して, 点 V_i に接している2つの枝が同一の束制約にしか含まれなければ, 閉路に沿ってフローをどちらの方向にでも流すことができる. 束制約において共通の枝が多いということは, このような閉路 Q を決めることができる可能性が高いことを意味している. そこで, 閉路 Q がどちらの方向にでもフローが流すことができるとする. 閉路 Q のある方向の距離 $L(Q)$ が0以上だとする. この方向の閉路を Q^+ , 反対方向の閉路を Q^- と表す. $L(Q^+) \geq 0$ なので, $L(Q^-) \leq 0$ となる. この閉路 Q^- に沿って流すことができるフロー Δq を次のように計算する.

$$\Delta q = \min \left\{ \min_{(V_i, V_{jlm}) \in Q^-} (1 - z_{i,jlm}), \min_{(V_{jlm}, V_i) \in Q^-} z_{i,jlm} \right\} \quad (2.14)$$

そこで,

$$\left. \begin{aligned} z^{(1)}_{i,jlm} &= z_{i,jlm} + \Delta q, & (V_i, V_{jlm}) &\in Q^- \\ z^{(1)}_{i,jlm} &= z_{i,jlm} - \Delta q, & (V_{jlm}, V_i) &\in Q^- \\ z^{(1)}_{i,jlm} &= z_{i,jlm}, & (V_i, V_{jlm}) &\notin Q^- \end{aligned} \right\} \quad (2.15)$$

とおくと,

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^{n_I} \sum_{l=1}^{n_L} T_{il} \left(\sum_{j=1}^{n_J} \sum_{m=1}^{n_{jl}} z^{(1)}_{i,jlm} \right) - \sum_{i=1}^{n_I} \sum_{l=1}^{n_L} T_{il} \left(\sum_{j=1}^{n_J} \sum_{m=1}^{n_{jl}} z_{i,jlm} \right) \\ &= \sum_{(V_i, V_{jlm}) \in Q^-} T_{il} \Delta q + \sum_{(V_{jlm}, V_i) \in Q^-} T_{il} (-\Delta q) \\ &= \Delta q \left(\sum_{(V_i, V_{jlm}) \in Q^-} d_{i,jlm} + \sum_{(V_{jlm}, V_i) \in Q^-} d_{jlm,i} \right) \\ &= \Delta q L(Q^-) \end{aligned}$$

となる. したがって,

$$\sum_{i=1}^{n_I} \sum_{l=1}^{n_L} T_{il} \left(\sum_{j=1}^{n_J} \sum_{m=1}^{n_{jl}} z_{i,jlm} \right) \geq \sum_{i=1}^{n_I} \sum_{l=1}^{n_L} T_{il} \left(\sum_{j=1}^{n_J} \sum_{m=1}^{n_{jl}} z^{(1)}_{i,jlm} \right)$$

となる. また, 閉路 Q^- 上の枝 (V_i, V_{jlm}) に対応する $z^{(1)}_{i,jlm}$ において, その値が0か1以上の整数になる $z^{(1)}_{i,jlm}$ が存在する. そこで, 値が0か1以上の整数となった $z^{(1)}_{i,jlm}$ に対応する閉路 Q^- 上の枝 (V_i, V_{jlm}) をネットワーク NR から削除する. この枝を削除したネットワークにおいて連結した部分ネットワークが存在すれば, 前述と同じ理由により閉路が考えられるので, 同様の処理を繰り返す. もし, 閉路 Q 上の組立ライン i に対応する点 V_i に関して, 点 V_i に接する2つの枝が異なる束制約に含まれる閉路 Q しか作れない場合でも, 式(2.14)で計算できるフロー Δq が閉路 Q^- の方向に沿って流すことができれば同様の処理を繰り返し, $z^{(1)}_{i,jlm}, z^{(2)}_{i,jlm}, \dots$ と求めていく. ただし, $z^{(2)}_{i,jlm}$ に関する計算では, 式(2.14), (2.15)において,

$$z_{i,jlm} \leftarrow z^{(1)}_{i,jlm}, \quad z^{(1)}_{i,jlm} \leftarrow z^{(2)}_{i,jlm}$$

とおいて計算する. また, $z^{(1)}_{i,jlm}$ が1以上の実数になる場合はフロー Δq の計算は(2.14)式でなく次式で計算する.

$$\Delta q = \min \{ \min_{(V_i, V_{jlm}) \in Q^-} (\lfloor z^{(1)}_{i, jlm} \rfloor - z^{(1)}_{i, jlm}), \min_{(V_{jlm}, V_i) \in Q^-} (z^{(1)}_{i, jlm} - \lfloor z^{(1)}_{i, jlm} \rfloor) \}$$

このような処理を繰り返すことができれば、元のネットワーク NR は最後には点だけのネットワークになるので処理を終了する。以上の処理で $z^{(\alpha)}_{i, jlm}$ が求まったとする。そこで、

$$x^I_{i, jlm} = \lfloor x^R_{i, jlm} \rfloor + z^{(\alpha)}_{i, jlm}$$

とすれば、 $z^{(\alpha)}_{i, jlm}$ は非負の整数で、

$$\sum_{i=1}^{n_I} \sum_{l=1}^{n_L} T_{il} (\sum_{j=1}^{n_J} \sum_{m=1}^{n_{jl}} x^R_{i, jlm}) \geq \sum_{i=1}^{n_I} \sum_{l=1}^{n_L} T_{il} (\sum_{j=1}^{n_J} \sum_{m=1}^{n_{jl}} x^I_{i, jlm})$$

となるので、 $x^I_{i, jlm}$ は整数の最適解となり、実務規模の問題 P_R が最適な整数解をもつことになる。このためには既に述べた閉路 Q やフロー Δq が次から次へと存在する必要があるが、実務規模の問題 P_R では束制約の構造とその上下限の容量制約のレベルから、既に述べた閉路 Q やフロー Δq が存在することによって整数解になると思われる。

第3章 輸送費用と生産制約に関する費用の和を最小化する組立ラインの決定方法

3.1 はじめに

2章では基本仕様の乖離をある範囲に抑えることから上限下限の生産制約を設定した。しかし、生産制約の上限や下限も費用をかけることによって変化する。したがって、生産制約を費用に置き換え、輸送費用と生産制約に関する費用の和を最小にするように組立ラインを決定する方法も考える必要がある。本章ではこのように定式化した問題を扱う。

基本仕様の乖離をある範囲に抑えるという生産制約を費用に表す方法はいろいろ考えられるが、基本仕様の乖離が大きくなると乖離の費用は大きくなるので、基本仕様の乖離の費用を区分線形関数で表し、輸送費用と乖離費用の合計を最小にする問題として定式化する。このように定式化した組立ライン決定問題は、解に整数条件が付いた区分線形計画問題になる。また別の見方をすると、いくつかの変数の和が区分線形関数となる目的関数を持ち、かつ解に整数条件が付いたヒッチコック型輸送問題とみることでもできる。1つの変数が区分線形関数であるヒッチコック型輸送問題は、効率的な解法が知られている([3.1])が、今回定式化した組立ライン決定問題の効率的な解法はまだ開発されていない。なお、第3章では第2章より汎用的な定式化を試みる。

本研究では、組立ライン決定問題から整数条件を緩和した問題（緩和問題）が、ある条件を満足するときは最小費用流問題に変換でき、その最適解が整数になることを証明する。また、整数解になる条件を満たさないトヨタの実際の問題において、この緩和問題の最適解が整数になることを理論的考察と実験で明らかにする。したがって、組立ライン決定問題は整数条件を緩和した区分線形計画問題を可分計画問題に変換することにより、既存の手法である可分計画法で効率的に解くことができる。

本章の構成は以下のようなものである。3.2節で組立ライン決定問題の定式化をし、3.3節で組立ライン決定問題の緩和問題の最適解が整数になる条件やトヨタの実際の組立ライン決定問題の緩和問題の最適解が整数になることを明らかにする。その結果、組立ライン決定問題が可分計画法で効率的に解くことができることを示す。3.4節ではトヨタの実際の組立ライン決定問題の例を示す。

3.2 組立ライン決定問題の定式化

組立ライン決定問題は生産制約がなければヒッチコック型輸送問題になるので、最初にヒッチコック型輸送問題に定式化しておく。組立ラインを $i(i=1,2,\dots,n_i)$ で表し、その週間の生産台数を N_i とする。販売店からは車の仕様とその台数がセットで注文される。異なる販売店からも同一の仕様の車も注文されるが、ここでは販売店が異なる場合は仕様も異なると考える。この注文された車の仕様をオーダー仕様と呼び、 $j(j=1,2,\dots,n_j)$ で表し、その注文数を K_j とする。組立ライン i からオーダー仕様 j を注文した販売店までの台当たりの輸送費を T_{ij} 、組立ライン i でのオーダー仕様 j の生産台数（整数）を x_{ij} とすると、生産制約がない場合の組立ライン決定問題は次のようなヒッチコック型輸送問題になる。

$$\begin{array}{ll} \text{問題： 最小化} & \sum_{i=1}^{n_i} \sum_{j=1}^{n_j} T_{ij} x_{ij} \\ \text{制約条件} & \sum_{j=1}^{n_j} x_{ij} = N_i, \quad i = 1, 2, \dots, n_i \end{array}$$

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = K_j, \quad j = 1, 2, \dots, n_j$$

$$x_{ij} : 0 \text{ 以上の整数}, \quad i = 1, 2, \dots, n_i; j = 1, 2, \dots, n_j$$

ただし, $\sum_{i=1}^m N_i = \sum_{j=1}^{n_j} K_j$ とする. この問題の解法は良く知られている ([3.1]).

次に, 生産制約をどのように表すかを考える. 月次生産計画と週間生産計画の乖離をある範囲に抑えたい, ボデータイプやエンジンなどの車両の基本仕様を制約項目と呼ぶ. また, 制約項目の個々の種類を制約仕様と呼び, $r (r = 1, 2, \dots, n_R)$ で表す. 制約仕様 r を仕様として持つオーダー仕様 j の集合を C_r と表し, 制約オーダーと呼ぶ. 例えば, 制約仕様 r をセダンとすると, C_r はセダンという仕様をもつオーダー仕様 j の集合であり, $\sum_{j \in C_r} K_j$ はセダンの注文数の合計である. 制約仕様 r の乖離はある上下限の範囲に抑えておきたいが, 制約仕様 r の上下限の生産台数を少し緩めると輸送費用が大きく下がる場合があり, このような場合は乖離の制限を少し緩め, 車両の輸送費を削減することを考えた方が得策である. 生産制約の上限や下限の制約は絶対的なものでなく, 例えば人や残業を増やすと生産の上限がアップする. したがって, 生産制約の上限や下限は輸送費用が下がるという効果との兼ね合いで決めた方が望ましい. そこで, 制約仕様 r の乖離を乖離の大きさに応じた費用に置き換え, 輸送費用と乖離の費用の和を最小にする問題として定式化する.

輸送費用を考えない場合における組立ライン i への制約仕様 r の望ましい割り当て台数を基準台数と呼び, M_{ir} で表す. この基準台数に対して, 割り当て台数を変化させたときにある台当たりの費用がかかるとして, 生産制約費用を定義する. 基準台数の決定方法の1つとして,

$$M_{ir} = \sum_{j \in C_r} K_j \frac{N_{ir}}{\sum_{i=1}^m N_{ir}}$$

が考えられる. ここで, N_{ir} は月次生産計画における組立ライン i の制約仕様 r の該当週の台数である. この方法は, 各工場の割り当て台数が月次生産計画の台数からの変化の比率がすべての工場と同じであるため, 工場からは受け入れやすい. 台当たり費用とその区分の設定は, 次のようにする. 基準台数 M_{ir} の $\alpha_1\%$ までは生産台数の保証として必ず割り当てをする. また, 基準台数 M_{ir} の $\alpha_1\%$ から $\alpha_2\%$ までは輸送費用の少ない組立ラインに割り付ける. それ以降はある範囲ごとにより高い乖離費用がかかるように設定し, 輸送費用との兼ね合いで割り付けができるようにする. すなわち, ある制約仕様 r の基準台数 M_{ir} の $\alpha_1\%$ までの台当たりの費用を $c(1)$, $\alpha_1\%$ を超えて $\alpha_2\%$ までは $c(2)$, 同様に $c(3), c(4), \dots, c(\mu), \dots, c(n_\mu)$ と定義する. このとき,

$$c(1) < c(2) < c(3) < c(4) < \dots < c(\mu) < \dots < c(n_\mu)$$

とし, 基準台数 M_{ir} との乖離が大きくなればなるほど大きな費用がかかるようにする. そこで,

$$y_{ir} = \sum_{j \in C_r} x_{ij}$$

とおき, y_{ir} が生産制約の台当たり費用として, $c(\mu)$ を取る場合の範囲を次のように定義する.

$$\left. \begin{aligned} c(1) \text{ のとき, } M_{ir}(0) \leq y_{ir} \leq M_{ir}(1) \\ c(\mu) (\mu = 2, 3, \dots, n_\mu) \text{ のとき, } M_{ir}(\mu-1) < y_{ir} \leq M_{ir}(\mu) \end{aligned} \right\} \quad (3.1)$$

y_{ir} が式 (3.1) のように区分されたときの生産制約の費用関数を $f_{ir}(y_{ir})$ とおくと, y_{ir} が式 (3.1) のどちらの範囲のときも,

$$f_{ir}(y_{ir}) = \sum_{k=0}^{\mu-1} c(k) \{M_{ir}(k) - M_{ir}(k-1)\} + c(\mu) \{y_{ir} - M_{ir}(\mu-1)\}$$

と表現でき, 区分線形関数になる. ここで,

$$c(0) = 0 \quad ; \quad M_{ir}(-1) = M_{ir}(0) = 0$$

とする. 以上の議論より, 制約項目の月次生産計画と週間生産計画の乖離の費用の合計は,

$\sum_{i=1}^m \sum_{r=1}^{n_R} f_{ir}(y_{ir})$ と表現できる. したがって, 組立ライン決定問題は次のようになる.

$$\text{問題P : 最小化} \quad \sum_{i=1}^{n_I} \sum_{j=1}^{n_J} T_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^{n_I} \sum_{r=1}^{n_R} f_{ir}(y_{ir}) \quad (3.2)$$

$$\text{制約条件} \quad y_{ir} = \sum_{j \in C_r} x_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, n_I; r = 1, 2, \dots, n_R \quad (3.3)$$

$$\sum_{j=1}^{n_J} x_{ij} = N_i, \quad i = 1, 2, \dots, n_I \quad (3.4)$$

$$\sum_{i=1}^{n_I} x_{ij} = K_j, \quad j = 1, 2, \dots, n_J \quad (3.5)$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n_I; j = 1, 2, \dots, n_J \quad (3.6)$$

$$x_{ij} : \text{整数}, \quad i = 1, 2, \dots, n_I; j = 1, 2, \dots, n_J \quad (3.7)$$

組立ライン決定問題の定式化はできたが、トヨタの実際の組立ライン決定問題を解くときの費用関数についてもう少し具体的に検討する。例えば、基準台数 M_{ir} の 70% まではその制約仕様の生産台数の保証として、無条件に割り当てるとすると、 $M_{ir}(0) \leq y_{ir} \leq M_{ir}(1)$ に対し、

$$M_{ir}(0) = 0; \quad M_{ir}(1) = \lceil 0.7M_{ir} \rceil; \quad c(1) = b_1 < 0$$

とする。ここで、記号 $\lceil \beta \rceil$ は β 以上の最小の整数を表す。このようにすると乖離の費用が負になるので、基準台数 M_{ir} の 70% までは無条件に割り当てられる。基準台数 M_{ir} の 110% までは輸送費用の大きさで割り当てが決まるようにしたいとすると、 $M_{ir}(1) < y_{ir} \leq M_{ir}(2)$ に対して、

$$M_{ir}(2) = \lceil 1.1M_{ir} \rceil; \quad c(2) = \text{輸送費用と比較して十分小さな正の値}$$

とする。基準台数 M_{ir} の 120% までは、例えば輸送費の平均 $E(T_{ij})$ の a_1 % 以上の輸送費の削減効果があるなら割り当てても良いとすると、 $M_{ir}(2) < y_{ir} \leq M_{ir}(3)$ に対して、

$$M_{ir}(3) = \lceil 1.2M_{ir} \rceil; \quad c(3) = a_1 E(T_{ij}) / 100$$

とする。基準台数 M_{ir} の 130% までは、例えば輸送費の平均 $E(T_{ij})$ の a_2 % 以上の削減効果があるなら割り当てても良いとすると、 $M_{ir}(3) < y_{ir} \leq M_{ir}(4)$ に対して、

$$M_{ir}(4) = \lceil 1.3M_{ir} \rceil; \quad c(4) = a_2 E(T_{ij}) / 100$$

とする。基準台数 M_{ir} の 130% を超えては割り当てないとすると、 $M_{ir}(4) < y_{ir} \leq M_{ir}(5)$ に対して、

$$M_{ir}(5) = \sum_{j \in C_r} K_j; \quad c(5) = \text{輸送費用と比較して十分大きな値}$$

とする。以上のような区分費用が考えられるが、 $\sum_{j \in C_r} K_j$ の値が小さいときは、基準台数 M_{ir} の 2 倍までの割り付けが可能な場合もあり、制約仕様 r や $\sum_{j \in C_r} K_j$ の値の大きさに応じて決定する必要がある。

3.3 組立ライン決定問題の解法

問題Pにおいて、式(3.3)を目的関数(3.2)に代入して変数 y_{ir} を消去すると、問題Pは

$$\text{問題P* : 最小化} \quad \sum_{i=1}^{n_I} \sum_{j=1}^{n_J} T_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^{n_I} \sum_{r=1}^{n_R} f_{ir}(\sum_{j \in C_r} x_{ij})$$

$$\text{制約条件} \quad \sum_{j=1}^{n_J} x_{ij} = N_i, \quad i = 1, 2, \dots, n_I$$

$$\sum_{i=1}^{n_I} x_{ij} = K_j, \quad j = 1, 2, \dots, n_J$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n_I; j = 1, 2, \dots, n_J$$

$$x_{ij} : \text{整数}, \quad i = 1, 2, \dots, n_I; j = 1, 2, \dots, n_J$$

と表現することもできる。したがって、組立ライン決定問題Pは、目的関数がいくつかの変数の和の区分線形関数を持ち、かつ解に整数条件が付いたヒッチコック型輸送問題とみなすことができる。1つの変数が区分線形関数であるヒッチコック型輸送問題は最適解が整数になり、効率的な解法がよく知られているが、いくつかの変数の和の区分線形関数をもつ組立ライン決定問題Pに対する効率的な解法はまだ開発されていない。問題Pの整数条件(3.7)を緩和した問題を緩和問題Pとする。

$$\begin{aligned}
&\text{緩和問題 P : 最小化} && \sum_{i=1}^{n_I} \sum_{j=1}^{n_J} T_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^{n_I} \sum_{r=1}^{n_R} f_{ir}(y_{ir}) \\
&\text{制約条件} && y_{ir} = \sum_{j \in C_r} x_{ij} \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n_I; r = 1, 2, \dots, n_R \\
& && \sum_{j=1}^{n_J} x_{ij} = N_i \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n_I \\
& && \sum_{i=1}^{n_I} x_{ij} = K_j \quad , \quad j = 1, 2, \dots, n_J \\
& && x_{ij} \geq 0 \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n_I; j = 1, 2, \dots, n_J
\end{aligned}$$

3.3.1 制約項目が型式の場合

2章と同じように、まず初めに制約項目が型式の場合について考える。どのオーダー仕様 j も何か1つの型式 r に含まれるので、任意の2つの型式 r_1, r_2 に対して、

$$C_{r_1} \cap C_{r_2} = \phi$$

となる。ここで、 ϕ は空集合を表す。この特徴を生かしたネットワークを構成し、いくつかの変数の和の区分線形関数を、1つの変数の区分線形関数に置き換えた最小費用流問題に変換して解くことを考える。いくつかの変数の和の区分線形関数を、どのようにしてある1つの変数の区分線形関数に変換するかを図で説明する。組立ライン i を点 V_i 、オーダー仕様 j を点 V_j で表す。枝 (V_i, V_j) に対して変数 x_{ij} を対応させると、変数の和は枝の集合で表すことができる。そこで、型式の制約である変数の和が2章の図2.1のように K_1, K_2, K_3, K_4 であったとする。これを図2.2のように、図2.1のネットワークに太い実線の枝と黒い点を追加して変形すると、4つの型式の制約 K_1, K_2, K_3, K_4 の区分線形関数は太い線で示された枝の区分線形関数に置き換えることができる。この変換ができるのは型式の制約間で共通の枝を持っていないからである。図2.2のネットワークに対して、ソース V_s とシンク V_t を追加し、更にソース V_s と点 V_i を結ぶ枝 (V_s, V_i) と、点 V_j とシンク V_t を結ぶ枝 (V_j, V_t) を追加して、例えば図2.3のようなネットワークを構成すれば、1変数が区分線形関数の最小費用流問題になり、制約項目が型式の場合の組立ライン決定問題Pを効率的に解くことができる([3.1])。以上の結果をまとめると次の定理が得られる。

「定理1」緩和問題Pの任意の2つの制約仕様 r_1, r_2 に関する制約オーダー C_{r_1}, C_{r_2} において、

$$C_{r_1} \cap C_{r_2} = \phi$$

を満足するときは、緩和問題Pの最適解は整数である。

3.3.2 制約項目が型式とエンジンの場合

次に、制約項目として型式の上にエンジンを追加した問題Pを考える。型式の制約仕様を r_K 、エンジンの制約仕様を r_E とすると、エンジンの制約オーダー C_{r_E} はいくつかの型式の制約オーダー C_{r_K} の集合となる。また、型式とエンジンそれぞれを含む任意の2つの制約仕様 r_K, r_E に関する制約オーダー C_{r_K}, C_{r_E} に対し、

$$C_{r_K} \subseteq C_{r_E} \quad \text{または} \quad C_{r_K} \cap C_{r_E} = \phi$$

となる。エンジンの任意の2つの制約仕様 r_{E1}, r_{E2} に関して、

$$C_{r_{E1}} \cap C_{r_{E2}} = \phi$$

である。この問題も1変数が区分線形関数である最小費用流問題に変換でき、制約項目が型式とエンジンの場合の組立ライン決定問題Pを効率的に解くことができる。これを図解で示す。図2.4のようにある組立ラインに対して、エンジンの制約が E_1, E_2 で、型式の制約が K_1, K_2, K_3, K_4 とする。これを図2.5のように変更すると、変数の和の区分線形関数が太い実線で示した枝の区分線形関数に変更できたことになる。以上のような変換をすべての制約項目に対して行うことによって、

緩和問題Pは1変数の区分線形関数の最小費用流問題に変更できる。以上の結果を型式とエンジンの制約仕様を区別することなく表現すると、定理1を包含した定理2が得られる。

「定理2」緩和問題Pの任意の2つの制約仕様 r_1, r_2 に関する制約オーダー C_{r_1}, C_{r_2} において、次の2つのどちらかである場合は、緩和問題Pの最適解は整数である。

- (1) $C_{r_1} \cap C_{r_2} = \phi$ である。
- (2) $C_{r_1} \cap C_{r_2} \neq \phi$ のときは $C_{r_1} \supseteq C_{r_2}$ か、または $C_{r_1} \subseteq C_{r_2}$ のどちらかである。

3.3.3 制約項目が一般の場合

トヨタで現在使用している近似解法の制約項目は型式のみであるが、今後はエンジン以外にもボデータイプ、ミッション、駆動方式などの主要な機能部品を追加しなければならない場合が考えられる。そこでこの制約項目を含め、本研究で扱うトヨタの組立ライン決定問題の規模を明確にして、今後の議論をする。以下のような規模を持つ問題をトヨタの実際規模の問題と呼ぶことにする。

「トヨタの組立ライン決定問題の規模」

- (1) 組立ラインの数 n_l : 2~3
- (2) 組立ラインの生産台数の合計 $\sum_i N_i$: 500~2,500
- (3) オーダー仕様の種類数 n_r : 350~1,500
- (4) オーダー仕様の数 K_j : 1~10のものがほとんど
- (5) 制約項目の数：型式、ボデータイプ、エンジンなど最大5種類
- (6) 型式の種類：10~20
- (7) ボデータイプ、エンジンなどの制約項目の個々の種類：2~5
- (8) 輸送費 T_{ij} : 基準輸送費との差額で表現し、台当たり約3万円まで
- (9) 費用関数の区分数：5~7
- (10) 生産制約の台当たりの費用 $c(\mu)$: 生産変更の費用と輸送費の大きさから決定

ミッションなどの機能部品の制約仕様 r のオーダー制約 C_r はエンジンと同じように、いくつかの型式 r_k の制約オーダー C_{r_k} の集合になる。また、型式 r_k のオーダー制約 C_{r_k} の要素数は2桁以上なので、トヨタの組立ライン決定問題について次のような性質がある。

「性質1」トヨタの組立ライン決定問題の任意の2つの制約仕様 r_1, r_2 に関する制約オーダー C_{r_1}, C_{r_2} において、次の2つのどちらかである。

- (1) $C_{r_1} \cap C_{r_2} = \phi$ である。
- (2) $C_{r_1} \cap C_{r_2} \neq \phi$ のときは、 $C_{r_1} \cap C_{r_2}$ はいくつかの型式 r_k の制約オーダー C_{r_k} の集合であり、 $|C_{r_1} \cap C_{r_2}|$ は2桁以上の比較的大きな数字となる。ここで、 $|C_{r_1}|$ は集合 C_{r_1} の要素の数である。

次に、制約項目が型式、エンジン、ミッションなど3つ以上ある緩和問題Pを考えてみる。この場合、型式とエンジン、型式とミッションの2つの制約仕様の組合せは定理2を満たすが、エンジンとミッションの制約仕様の組合せでは定理2を満足しなくなる。また、緩和問題Pの制約式の係数行列は、totally unimodular ([3.2]) であるとはいえず、常に整数解をもつとは限らない（後の例1参照）。緩和問題Pの実数解（本研究での実数解は整数解を含まないとする）に対して、定理2より次のように特徴付けることができる。

「定理3」緩和問題Pの最適な実数解を $x^{R_{ij}}$ とすると、

$$y_{ir} = \sum_{j \in C_r} x_{ij}^R = M_{ir}(\mu)$$

となる制約仕様 r が2つ以上存在する。これらの任意の2つの制約仕様 r_{k1}, r_{k2} に関しての制約オーダー $C_{r_{k1}}, C_{r_{k2}}$ において、 $C_{r_{k1}} \cap C_{r_{k2}} \neq \phi$ で、かつ $C_{r_{k1}} \supseteq C_{r_{k2}}$ や $C_{r_{k1}} \subseteq C_{r_{k2}}$ でない集合

C_{rk1}, C_{rk2} が必ず存在する.

制約式の上下限になっていない束制約式は緩和問題Pから除外することができる. もし定理3で示したような制約オーダー C_{rk1}, C_{rk2} が存在しなければ, 定理2が成立するので整数解となり, 実数解という仮定に反する. したがって, 定理3が成立する. 定理3の前半を用いることによって, 定理2の別証明ができるので, これを付録(1)で示す.

緩和問題Pの最適解 x^*_{ij} が

$$M_{ir}(\mu_{ir} - 1) \leq \sum_{j \in C_r} x^*_{ij} \leq M_{ir}(\mu_{ir})$$

を満足するとする. このとき,

$$\begin{aligned} f_{ir}(\sum_{j \in C_r} x^*_{ij}) &= \sum_{k=0}^{\mu_{ir}-1} c(k) \{M_{ir}(k) - M_{ir}(k-1)\} + c(\mu_{ir}) \{ \sum_{j \in C_r} x^*_{ij} - M_{ir}(\mu_{ir} - 1) \} \\ &= c(\mu_{ir}) \sum_{j \in C_r} x^*_{ij} + \text{定数} \end{aligned}$$

となる. そこで,

$$\sum_{i=1}^{n'} \sum_{j=1}^{n_j} T_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^{n'} \sum_{r=1}^{n_r} c(\mu_{ir}) \sum_{j \in C_r} x_{ij} = \sum_{i=1}^{n'} \sum_{j=1}^{n_j} T'_{ij} x_{ij}$$

とおき, 問題Rを次のように定義すると, 問題Rの最適解も x^*_{ij} となる.

$$\text{問題R: 最小化} \quad \sum_{i=1}^{n'} \sum_{j=1}^{n_j} T'_{ij} x_{ij} \quad (3.8)$$

$$\text{制約条件} \quad M_{ir}(\mu_{ir} - 1) \leq \sum_{j \in C_r} x_{ij} \leq M_{ir}(\mu_{ir}) \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n'; r = 1, 2, \dots, n_r \quad (3.9)$$

$$\sum_{j=1}^{n_j} x_{ij} = N_i \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n' \quad (3.10)$$

$$\sum_{i=1}^{n'} x_{ij} = K_j \quad , \quad j = 1, 2, \dots, n_j \quad (3.11)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n'; j = 1, 2, \dots, n_j \quad (3.12)$$

式(3.9)の $\sum_{j \in C_r} x_{ij}$ に含まれる変数 x_{ij} に対応する枝 (V_i, V_j) の集合を E_{ir} で表すと,

$$\sum_{j \in C_r} x^R_{ij} = \sum_{(V_i, V_j) \in E_{ir}} x^R_{ij}$$

と表現できる. この E_{ir} は束と呼ばれる ([3.1]) ので, 式(3.9)を束制約式と呼ぶ. なお, 束 E_{ir} は枝 (V_i, V_j) の集合であるが, 本研究では表現を簡単にするために, 枝 (V_i, V_j) が束 E_{ir} に含まれる場合は変数 x_{ij} も束 E_{ir} に含まれると表現する. 問題Rは束制約付きのヒッチコック型輸送問題といえるので, 緩和問題Pと最適解が同値な束制約付きのヒッチコック型輸送問題が存在することになる. 逆に, 任意の束制約付きのヒッチコック型輸送問題から最適解が同値な区分線形計画問題を作成することができる (付録(2)参照). そこで, 緩和問題Pの最適解の整数性の検討の代わりに, 整数性の検討がしやすい問題Rの解の整数性について検討する. 明らかなように問題Rに関しても定理1, 2, 3が成立する. 定理1と2が成立することは, 付録(1)と同じような方法で証明することもできる. また, 閉路を用いた別の方法でも証明できる. 後の議論で必要なために問題Rに関する定理1と2について, 閉路を用いた証明を付録(3)と(4)で示す. 定理1と2を満たさない問題Rの制約式の係数行列式も totally unimodular であるとはいえず, 2章で示したように, 次の例では最適解は実数となる.

$$\text{「例1」問題: 最小化} \quad x_{11} + 2x_{12} + x_{13} + 2x_{14} + x_{21} + x_{22} + x_{23} + x_{24}$$

$$\text{制約条件} \quad 1 \leq x_{11} + x_{14} \quad ; \quad 1 \leq x_{12} + x_{13} \quad ; \quad 1 \leq x_{12} + x_{14}$$

$$x_{11} + x_{12} \leq 1 \quad ; \quad x_{13} + x_{14} \leq 1$$

$$\sum_{j=1}^4 x_{ij} = 2, \quad i = 1, 2 \quad ; \quad \sum_{i=1}^2 x_{ij} = 1, \quad j = 1, 2, 3, 4$$

$$x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, 2; j = 1, 2, 3, 4$$

この問題の最適解は $x^*_{ij} = 0.5 (i = 1, 2; j = 1, 2, 3, 4)$ となる. また,

$$x_{11} = x_{13} = x_{22} = x_{24} = 0 \quad ; \quad x_{12} = x_{14} = x_{21} = x_{23} = 1$$

となる整数解も存在する. この例では変数 x_{12}, x_{13}, x_{14} の制約式の係数行列式をとると,

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2$$

となるために、例1の制約式の係数行列式は totally unimodular ではない。

問題Rから束制約式(3.9)を外したヒッチコック型輸送問題の実行可能領域は凸集合 D_H になり、そのすべての端点は整数になる ([3.2])。このことからヒッチコック型輸送問題の最適解は常に整数解になる。一方、問題Rの実行可能領域は、凸集合 D_H に対して束制約式(3.9)である超平面で制約を受けた凸集合 D_K になる。したがって、問題Rが実数解を持つ可能性があるのは、束制約式(3.9)によって新たにできた端点で最適解になる場合であり、束制約式の数が多ければ多いほど問題Rが実数解を持つ可能性が高いことになる。今、 $E(D_H)$ を凸集合 D_H の端点の集合を表すとする。凸集合 D_K のどの端点も最適解になる確率が同じとすると、 $E(D_K) - E(D_H)$ の端点も整数の場合もあるので、

$$IS = \frac{|E(D_K) \cap E(D_H)|}{|E(D_K)|}$$

は問題Rが整数解になる確率の下限を表している。しかし、端点の集合やその数は容易に求められない。そこで、問題Rの最適解がどの程度整数解になるかを実験で確かめることにする。

【実験1】組立ラインの数 $n_l = 3$ 、オーダー仕様の種類数 $n_j = 60$ とし、オーダー仕様の種類数はトヨタの組立ライン決定問題の規模より小さい問題を考える。3つの組立ラインの生産台数 $N_i (i = 1, 2, 3)$ は、それぞれ 30, 40, 50 の合計 120 台とする。オーダー仕様の数 $K_j (j = 1, 2, \dots, 60)$ は 1 から 5 までの整数を等確率で取るとし、乱数で決定する。ただし、 $\sum_{j=1}^{60} K_j = 120$ となるようにする。また、60個のオーダー仕様は異なる販売店から注文され、組立ラインから販売店までの輸送費 T_{ij} は 1 から 10 までの整数を取るとし、乱数で決定する。制約項目は型式と機能部品とし、実験1では制約項目の数を 3 から 10 まで変化させる。型式の数は 15 で、型式 r の制約オーダー C_r の要素数 $|C_r|$ は、すべて 4 ($60/15 = 4$) とする。型式 r の制約オーダー C_r に含まれるオーダー仕様 j は 60 種類の内の 4 つであるが、これらも乱数で決定する。また、型式以外の制約項目である機能部品の種類はすべて 5 とし、機能部品の各制約仕様 r の制約オーダー C_r は、3 ($15/5 = 3$) 種類の型式の制約オーダーを含むものとし、これも乱数で決定する。束制約式の上限と下限の計算は

$$\left. \begin{aligned} M_{ir}(\mu_{ir}) &= \left\lfloor \sum_{j \in C_r} K_j \times 1.1 \times N_i / 120 \right\rfloor \\ M_{ir}(\mu_{ir} - 1) &= \left\lfloor \sum_{j \in C_r} K_j \times 0.9 \times N_i / 120 \right\rfloor \end{aligned} \right\} \quad (3.13)$$

とする。ここで、 $\lfloor \beta \rfloor$ は β 以下の最大の整数である。以上の問題の条件をまとめると、表 3.1 の実験1の欄のようになる。このような問題に対して、制約項目の数の大きさに応じて問題Rの最適解がどの程度整数解になるかを実験で確かめる。各問題とも 100 回の計算をすると、表 3.2 のようになる。

表 3.2 から分かるように、制約項目の数が少ない場合は整数解になる確率が非常に高い。トヨタの実際問題では、制約項目に入りたい機能部品の数は高々 5 であり、実験からは 88% の整数解の比率になる。例えば実数解になったとしても、実数となる変数は 1 割にも満たないことが分かる。また、制約項目の数が 3 である No. 1 の問題において、束制約式の上限や下限になっている束の数と、共通の変数を含む束の組合せの数を表にすると、表 3.3 と表 3.4 のようになる。表 3.3 と表 3.4 から分かるように、整数解になっているが束制約式の上限や下限になっている束の数や共通の変数を含む

表3.1 各実験の条件

項 目	実験1	実験2	実験3	実験4
組立ラインの数 n_l	3	3	3	3
総生産台数 $\sum_{i=1}^{n_l} N_i$	120	120	2,500	120
オーダー仕様の種類数 n_j	60	60	1,500	60
オーダー仕様の数 K_j	1~5	1~5	1~5	1~5
輸送費 T_{ij}	1~10	1~10	1~80	1~10
制約項目の数 (含型式)	3~10	0	10	4~10
型式の種類数	15	0	20	6
型式以外の各制約項目の種類数	5	0	5	3
制約項目のオプションの数	0	2~9	0	0
制約仕様の種類数 n_R	25~60	2~9	65	15~33

表3.2 実験1の問題の整数解の比率

問 題 No.	1	2	3	4	5	6	7	8
制約項目の数	3	4	5	6	7	8	9	10
束制約式の数 (注1)	150	180	210	240	270	300	330	360
整数解の比率 (%)	100	94	88	80	74	66	63	54
整数変数の比率 (注2)	100	93	92	92	91	91	90	88

(注1) 式(9)は上下限の制約式なので、2つとする。

(注2) 最適解で整数となった変数の比率の平均を表す。

表3.3 制約式の上下限である束の数と問題数

束制約の数	問題の数
31 ~ 35	1
36 ~ 40	12
41 ~ 45	46
41 ~ 50	37
51 ~ 55	4
合 計	100

表3.4 共通の変数がある束の組合せの数と問題数
(束は制約式の上下限である)

束制約の数	問題の数
10 ~ 25	10
26 ~ 30	17
31 ~ 35	17
36 ~ 40	18
41 ~ 45	22
46 ~ 50	10
51 ~ 65	6
合 計	100

束の組合せの数は非常に多いことが分かる。問題Rの凸集合 D_K の端点の中で、少なくとも1つは束制約式が上下限になっているものの集合を $E(D_B)$ とすると、問題Rの最適解が束制約式の上下限になっている変数を含む場合は $E(D_B)$ の端点である。したがって、表3.3は $E(D_B)$ の端点も整数解が多いことを示している。また、表3.4は定理3の逆が必ずしも成立しないことを示している。

【実験2】 実験1の問題は性質1に示したような特徴がある。性質1の特徴を明らかにするために、性質1を必ずしも満足しない、すなわち任意の2つの制約仕様の束が共通変数を必ずしも多く含まない問題を考える。そのためにトヨタの組立ライン決定問題では存在しないが、車両のオプションのみの制約項目があるとし、オプションの数を2から9まで変化させる。各オプションの種類数は1とし、すべてのオプション r の制約オーダー C_r はオーダー仕様 j を15個含むとする。オブ

表3.5 実験2の問題の整数解の比率

問 題 No.	1	2	3	4	5	6	7	8
オプションの数	2	3	4	5	6	7	8	9
束制約式の数	12	18	24	30	36	42	48	54
整数解の比率 (%)	100	95	80	78	62	61	48	33
整数変数の比率 (%)	100	94	94	94	93	91	91	89

表3.6 実際問題の規模

項 目	数
組立ライン数	2
生産台数	2,500
型式の数	20
オーダー仕様の種類数	1,500
販売店数	80

ション間で共通のオーダー仕様を含まないと、定理1より整数解になるので、オプションに含まれるオーダー仕様の数を大きくし、これらの15のオーダー仕様 j は乱数で決定する。その他は実験1と同じある(表3.1参照)。制約項目であるオプションの数と整数解の比率を実験で求めると、表3.5のようになる。表3.2と表3.5から分かるように、オプションが制約項目の場合は、束制約式の数が多い割に整数解の比率はかなり小さくなっている。

【実験3】次に、トヨタの実際規模の問題を解いてみる。ある車両の問題の規模は表3.6のようである。表3.6では組立ラインは2つであるが、実験1や2と合わせるために、組立ラインは3つとする。3つの組立ラインの生産台数 N_i は、600, 900, 1,000の台数とする。制約項目として現状では型式だけであるが、型式以外に9種類の機能部品が制約項目としてあり、合計10の制約項目があるとし、実際より複雑な問題にする。9種類の機能部品はすべて5種類とする。表3.6から分かるように、1,500のオーダー仕様は80の販売店数から注文されている。簡単にするため、販売店の注文におけるオーダー仕様の種類数は同数とする。また、輸送費は仮の値として1から80の整数とし、乱数で設定する。その他は実験1と同じように設定し(表1参照)、100ケース解くとすべて整数解になった。表3.2における制約項目の数が10の場合は整数解の比率は54%なので、トヨタの実際規模の問題Rでは非常に整数解になりやすいといえる。

以上の実験結果に対し、トヨタの実際規模の問題Rがなぜ整数解になりやすいかを考える。表3.3が示しているように、制約式の上限や下限になっている束制約式が多いが、整数解になっている。これは束制約式(3.9)が整数解になりやすい構造を持っているからである。付録(3)、(4)で示したように、束がある条件を満足するときは実数解から作成したネットワークにおいて、長さが0以下の閉路が存在し整数解に変更できる。しかし、束がある条件を満足しなくても付録(3)、(4)で示したような閉路が存在し、整数解に変更できれば整数解を持つことになる。問題Rにおいて、フローが流せる長さが0以下の閉路が存在すれば整数解になりやすいのは、問題Rの束制約式の構造に2つの特徴があるからである。

その1つは、束制約式における変数の係数が1であることである。変数の係数が1でない場合を考えてみる。付録(3)で示したように実数解から作成したネットワークが図3.1の(a)のようであったとする。図3.1の(a)の数字は式(3.14)の z_{ij} である。束制約式が

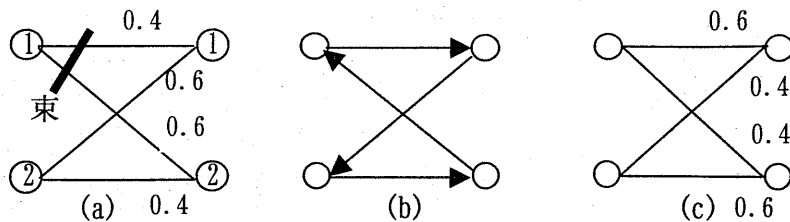


図3.1 係数が1でない束制約式の場合

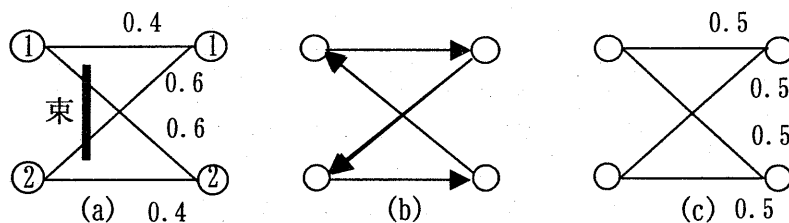


図3.2 束に含まれる変数の組立ラインに対応する点が1点でない場

$$6x_{11} + x_{12} \leq 4$$

とする。また、

$$x_{11} = z_{11} = 0.4 \quad ; \quad x_{12} = z_{12} = 0.6$$

とし、図 3.1 の (b) の方向の閉路の長さが 0 以下とする。このとき流すことができるフローを x とすると、束の枝 $(V_1, V_1), (V_1, V_2)$ に関して、

$$6(0.4 + x) + 0.6 - x = 4$$

となり、 $x = 0.2$ となる。閉路のその他の枝は束制約式がないので、閉路にしたがってフローを 0.2 流すと、図 3.1 の (c) のようになり、整数解に変更できない。次に、このような束制約式を持ち、実数解になる簡単な例を示しておく。

「例 2」 問題： 最小化 $x_{11} + 2x_{12} + 2x_{21} + x_{22}$

制約式 $4x_{11} + x_{12} \leq 2$

$$x_{11} + x_{12} = 1 \quad ; \quad x_{21} + x_{22} = 1$$

$$x_{11} + x_{21} = 1 \quad ; \quad x_{12} + x_{22} = 1$$

$$x_{ij} \geq 0, i = 1, 2; j = 1, 2$$

この問題の最適解は $x_{11}^* = 1/3, x_{12}^* = 2/3, x_{21}^* = 2/3, x_{22}^* = 1/3$ となる。なお、例 2 のような組立ラインとオーダー仕様の両方が 2 の問題 R では、どのような束の場合でも定理 2 を満足するので、最適解は整数となる。

もう 1 つの特徴は束に含まれる変数 x_{ij} の組立ライン i が 1 つであることである。もし、これが 2 つ以上あるとする。図 3.2 の (a) のネットワークにおいて、束制約式が、

$$1 \leq x_{12} + x_{21}$$

であるとする。また、

$$x_{12} = z_{12} = 0.6 \quad ; \quad x_{21} = z_{21} = 0.6$$

とし、図 3.2 の (b) のような方向の閉路の長さが 0 以下だとする。このとき流すことができるフローは、前述と同様に求めると、0.1 になる。0.1 のフローを流すと、図 3.2 の (c) のようになる。

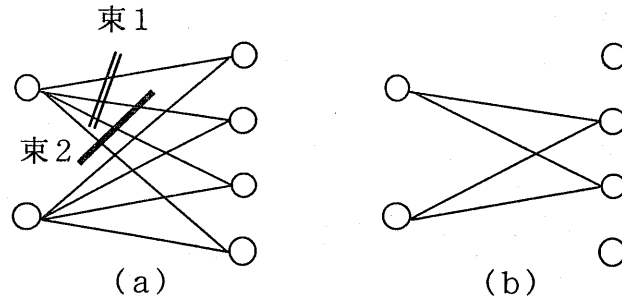


図3.3 2つの束の共通の枝が2つの場合

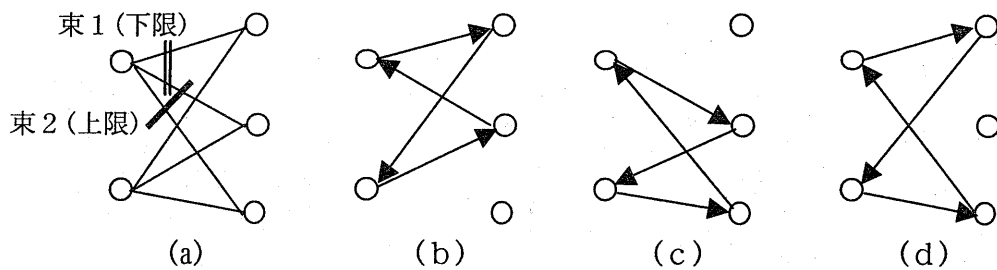


図3.4 閉路と可能な流れの方向

この場合も整数解に変更できない。このような束制約式を持ち、実数解になる簡単な例を示しておく。

「例3」 問題： 最小化 $x_{11} + 2x_{12} + 2x_{21} + x_{22}$
 制約式 $x_{11} + x_{22} \leq 1$
 $x_{11} + x_{12} = 1$; $x_{21} + x_{22} = 1$
 $x_{11} + x_{21} = 1$; $x_{12} + x_{22} = 1$
 $x_{ij} \geq 0, i=1,2; j=1,2$

この問題の最適解は $x_{ij}^* = 0.5 (i=1,2; j=1,2)$ となる。

束が定理2で示した条件を満たさない場合を考えてみる。実験1の問題では性質1より任意の2つの束は共通の変数がある場合は、多くの共通変数を持つことになる。共通の変数を多く持つ場合は、付録(3)、(4)で示したような長さが0以下の閉路が存在しやすい。このことを図を用いて説明する。共通変数が多い場合の簡単な例として、共通変数が2つの場合を考える。図3.3の(a)のように束1と束2が2つの共通の変数(枝)を含むとすると、図3.3の(b)のようにどちらの方向にでも流せる閉路が存在する。次に、共通変数が少ない場合の例として図3.4の(a)のように、束1と束2が共通変数を1つしか含まない場合を考える。束1は下限、束2は上限になっているとすると、図3.4の(b)～(d)のような3つの閉路が存在するが、矢印の方向にしかフローは流すことはできない。したがって、この場合は束が共通の変数を多く含むケースより、閉路の条件は厳しくなる。しかし、3つの閉路で長さが0以下の閉路が存在すれば、フローを流すことによって、一部の変数は整数になり、整数解に一步近づくことになる。

実験1の問題はもう1つ、大きな特徴がある。機能部品のある2つの束が共通変数を持つ場合は、それらの変数はある型式の束の変数でもある(図3.5の(a)参照)。束1と束2が制約式の上限や下限になっているとする。束制約式の上限や下限は同じような方法で計算するため、型式の束3も制約式の上限や下限になる場合も多いと考えられる。実際に、実験1の問題No.1で調べてみる。

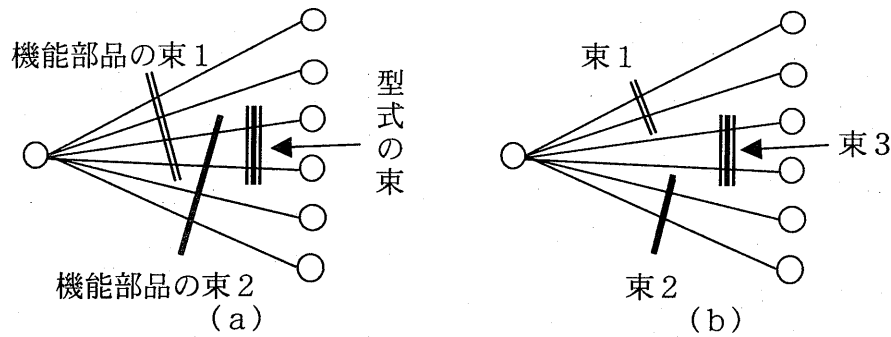


図3.5 機能部品の束と型式の束の関係

表3.7 実験4の問題の整数解の比率

問題 No.	1	2	3	4	5	6	7	8
制約項目の数	4	6	8	10	12	14	16	18
束制約式の数	90	126	162	198	234	270	306	342
整数解の比率 (%)	100	98	97	96	93	94	92	96
整数変数の比率 (%)	100	94	94	94	93	94	93	94

実験1の問題No. 1において、制約式の上下限になっている機能部品の束で、同じ型式の束を含む2つの束の組合せの数は100ケースの平均は6.5である。このような2つの機能部品の束の組合せで、これに含まれる型式の束が制約式の上下限になっている場合の比率は79.4%である。したがって、図10の(a)の束1と束2が制約式の上下限になっている場合は、3つの束が制約式の上下限になっているケースが非常に多いことが分かる。図10の(a)の3つの束が制約式の上下限になっているとすると、図10の(b)のような共通変数を含まない3つの束が存在するのと同じになる。したがって、定理1が成立し、付録(3)で示したように整数解に変換できることになる。以上の2つのことから、実験1の問題は実験2の問題より整数解になりやすいと思われる。

そこで、束に含まれる変数の数が多い場合や、2つ以上の束に含まれる束の変数が多いと整数解になりやすいことを実験で確かめることにする。

【実験4】実験1の問題において、型式の種類数を6、その他の機能部品の種類数を3とし、それぞれ実験1より減少させる。よって、型式 r の制約オーダー C_r は、 $|C_r| = 60/6 = 10$ となり、型式 r の束に含まれる変数の数は10となる。また、型式以外の制約項目である機能部品の制約仕様 r の制約オーダー C_r は、 $2(6/3 = 2)$ 種類の型式の制約オーダーを含むことになるので、機能部品の束に含まれる変数の数は、 $2 \times 10 = 20$ で20となる。実験1においては、型式や機能部品の束に含まれる変数の数は、それぞれ4と12である。また、機能部品の2つの束に含まれる共通の変数の数は、実験1では4~12、実験4では10~20となる。以上のように実験4の問題は、束に含まれる変数や2つ以上の束に含まれる束の変数が実験1の問題より多くなる。その他については、実験1と同じとする(表3.1参照)。実験4の結果は表3.7のようになり、制約項目の数を増加しても、問題Rが整数解になる可能性はあまり変化がなく、整数解になる可能性は非常に高い。実験3のトヨタの実際規模の問題では、実験4の問題より束に含まれる変数や2つ以上の束に含まれる束の変数が遙かに多いので、次の性質が成り立つ。

「性質2」トヨタの実際規模の問題Rにおいて、束の特徴や束制約式の構造から $E(D_B)$ の端点は整数解になりやすい。

実験1のNo.3の問題における凸集合 D_H を構成する制約式の数と制約項目が5のときの束制約式の数の比は63:210で、このときの整数解の比率は88%である。一方、実験3の問題におけるその比は、1,502:260である。したがって、トヨタの実際規模の問題Rにおいては整数解になる確率 IS は、整数解の比率が88%である実験1のNo.3の問題より遙かに大きいと考えられるので、次の性質が成り立つ。

「性質3」トヨタの実際規模の問題Rの IS は大きく、確率的にも整数解になりやすい。

以上の議論と実験3が示しているように、トヨタの実際規模の問題より遙かに制約項目が多い問題の最適解もすべて整数解になっていることを踏まえると、次の性質が成り立つ。

「性質4」トヨタの実際規模の問題Rは、性質2と性質3の両面から整数解になるといえる。

したがって、次の結論が得られる。

「性質5」性質1を持つトヨタの組立ライン決定問題の緩和問題Pの最適解は、定義で示した範囲においては整数解になる。

性質5よりトヨタの組立ライン決定問題Pは、緩和問題Pを可分計画問題に変換することによって、可分計画法で最適解が得られることになる。次に、緩和問題Pを可分計画問題P(K)に定式化する。まず初めに、変数 y_{ir} を次のように表す。

$$y_{ir} = \sum_{\mu=0}^{n_{\mu}} M_{ir}(\mu) \lambda_{\mu ir}$$

ここで、 $\sum_{\mu=0}^{n_{\mu}} \lambda_{\mu ir} = 1$

$$\lambda_{\mu ir} \geq 0, \mu = 0, 1, \dots, n_{\mu}; i = 1, 2, \dots, n_I; r = 1, 2, \dots, n_R$$

である。また、関数 $f_{ir}(y_{ir})$ は次のように表す。

$$f_{ir}(y_{ir}) = \sum_{\mu=0}^{n_{\mu}} f_{\mu ir} \lambda_{\mu ir}$$

ここで、

$$f_{\mu ir} = \sum_{k=0}^{\mu} c(k) \{M_{ir}(k) - M_{ir}(k-1)\}, \mu = 0, 1, \dots, n_{\mu}$$

である。以上の準備から緩和問題Pは次のような可分計画問題P(K)に定式化できる。

$$\begin{aligned} \text{問題P(K): 最小化} \quad & \sum_{i=1}^{n_I} \sum_{j=1}^{n_J} T_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^{n_I} \sum_{r=1}^{n_R} \sum_{\mu=0}^{n_{\mu}} f_{\mu ir} \lambda_{\mu ir} \\ \text{制約条件} \quad & \sum_{\mu=0}^{n_{\mu}} M_{ir}(\mu) \lambda_{\mu ir} = \sum_{j \in C_r} x_{ij}, \quad i = 1, 2, \dots, n_I; r = 1, 2, \dots, n_R \\ & \sum_{\mu=0}^{n_{\mu}} \lambda_{\mu ir} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n_I; r = 1, 2, \dots, n_R \\ & \sum_{j=1}^{n_J} x_{ij} = N_i, \quad i = 1, 2, \dots, n_I \\ & \sum_{i=1}^{n_I} x_{ij} = K_j, \quad j = 1, 2, \dots, n_J \\ & x_{ij} \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n_I; j = 1, 2, \dots, n_J \\ & \lambda_{\mu ir} \geq 0, \quad \mu = 0, 1, \dots, n_{\mu}; i = 1, 2, \dots, n_I; r = 1, 2, \dots, n_R \end{aligned}$$

緩和問題Pの局所的最小値は全域的最小値になるので、可分計画問題P(K)は $x_{ij}, \lambda_{\mu ir}$ を変数として通常の線形計画法のアルゴリズムを適用することによって、最適解 $(x^*_{ij}, \lambda^*_{\mu ir})$ が効率的に求められる([3.3])。この最適解 $(x^*_{ij}, \lambda^*_{\mu ir})$ のうち (x^*_{ij}) が緩和問題Pの最適解となる。そしてこの最適解 (x^*_{ij}) は整数なので、組立ライン決定問題Pの最適解 (x^*_{ij}) となる。

3.4 実際の組立ライン決定問題の例

現在2本の組立ラインで生産している車両が数車名あるが、豊田地区と関東地区の2本の組立ラインで生産しているある車両の組立ライン決定問題の規模は表3.6のようになる。制約項目としては現状では型式だけであるが、エンジンと駆動方式を追加する。エンジンと駆動方式の種類は、そ

れぞれ5と2であるので、制約仕様の数 n_R は27となる。区分線形関数を既に述べたような5つの区分とし、台当たりの費用 $c(\mu)$ は生産変更の費用と輸送費の大きさから決定する。組立ライン決定問題から変換した可分計画問題P(K)の制約式の数 n は上から順番に、

$$2 \times 27 + 2 \times 27 + 2 + 1,500 = 1,610$$

で、変数 x_{ij}, λ_{kir} の数は、

$$2 \times 1,500 + 6 \times 2 \times 27 = 3,324$$

となり、線形計画問題の規模としては中規模程度である。この問題を解くと、現状の近似解法と比較して輸送費用が約2.5%の削減ができ、大きな効果が期待できる。

現在トヨタにおいては、制約項目として型式のみを使用した近似解法で組立ラインを決定し、コンピュータの処理結果に対し問題があれば人手で修正している。可分計画法を利用すると、月次生産計画と週間生産計画との乖離を輸送費用との兼ね合いできめ細かく設定することができるので、輸送費用の削減だけでなく、より望ましい組立ラインの生産計画ができる。また、常に実行可能可能解が求まり、手作業による修正をなくすることができる。手作業による修正を無くすことは、一連の厳しいコンピュータ・スケジュールの処理が連続的に行えるようになり、実際の工数削減以上に大きな効果となる。

3.5 お わ り に

輸送費用の最小化と生産制約の満足という2つの目標を持ち、かつ解が整数であるという条件付きの生産計画問題を取り上げた。異なる2つの目標を満足させるために生産制約を費用に置き換え、生産制約の費用と輸送費用の和を最小にする問題として定式化した。定式化した問題は、解に整数条件が付いた区分線形計画問題になる。別の見方をすると、いくつかの変数の和が区分線形関数で、かつ解に整数条件が付いたヒッチコック型輸送問題とみなすこともできる。この問題を効率的に解く方法はまだ開発されていない。しかし、この定式化した問題は制約式に特徴があり、整数条件を緩和した問題の最適解が整数になる可能性が非常に高い性質を持っており、特にトヨタで扱う範囲の問題ではその緩和問題の最適解が整数になることを明らかにした。その結果、緩和問題を可分計画問題に変換し、通常の線形計画法で効率的に解くことができることを示した。

新しい仕組みの運用はこれからであるが、現在は利用しているシステムの運用上の理由から機能部品に関する制約を絞っている面がある。しかし、今後は運用上の理由から制約項目を絞る必要はなく、制約項目を何にすべきかについては詳細な検討が必要である。新しい方法は、乖離を抑える制約項目の数が多くなったり、生産する組立ラインが増加したりすることにより、組立ライン決定問題が複雑になればなるほど最適解を求める手法としてその効果を発揮することができ、輸送費用の削減効果も更に大きくなることが期待できる。また、月次生産計画と週間生産計画との乖離の費用の設定も重要であり、今回の定式化では区分線形関数の傾きを制約項目に関係なく一定にしたが、制約項目に応じて傾きを変えることも考えられる。

本章の研究から明らかなように、束制約付きヒッチコック型輸送問題と区分線形計画問題が、その最適解の整数性において同じ性質を持つことが明らかになった。輸送問題、最小費用流問題、及び整数計画問題の理論的な研究は古くから活発に行われてきたが、2章や3章で扱った問題の研究はなされておらず、これらの問題が持つ性質は理論的にも興味深い結果となっている。更に、理論的な研究として、問題Rの最適解の必要十分条件を考える。この議論は、付録(5)に示す。しかし、この最適解の必要十分条件からは効率的なアルゴリズムを開発することはできない。

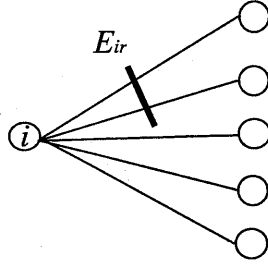


図3.6 束制約が1つの場合

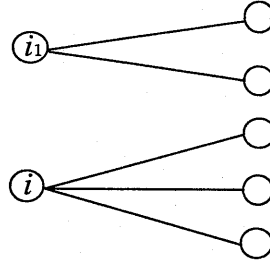


図3.7 変更したネットワーク

付 録

(1) 定理2の証明

緩和問題Pの最適解 x_{ij}^R が実数解であると仮定する. 定理3より,

$$y_{ir} = \sum_{j \in C_r} x_{ij}^R = M_{ir}(\mu_{ir})$$

となる y_{ir} が2つ以上存在する. このような y_{ir} の集合を F とする. また, 集合 F に含まれない y_{ir} に対して,

$$M_{ir}(\mu_{ir} - 1) < y_{ir} < M_{ir}(\mu_{ir})$$

とする. そこで, 緩和問題Pを次のように変更した問題を問題P(1)とする.

$$\begin{aligned} \text{問題P(1):} \quad & \text{最小化} \quad \sum_{i=1}^{n_I} \sum_{j=1}^{n_J} T_{ij} x_{ij} + \sum_{i=1}^{n_I} \sum_{r=1}^{n_R} c(\mu_{ir}) \left(\sum_{j \in C_r} x_{ij} \right) \\ & \text{制約条件} \quad \sum_{j \in C_r} x_{ij} = M_{ir}(\mu_{ir}) \quad , \quad y_{ir} \in F \\ & \quad \sum_{j=1}^{n_J} x_{ij} = N_i \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n_I \\ & \quad \sum_{i=1}^{n_I} x_{ij} = K_j \quad , \quad j = 1, 2, \dots, n_J \\ & \quad x_{ij} \geq 0 \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n_I; j = 1, 2, \dots, n_J \end{aligned}$$

明らかなように問題P(1)の最適解も x_{ij}^R となる.

次に, 束制約付きのヒッチコック型輸送問題である問題P(1)を, 束制約のない通常のヒッチコック型輸送問題に変換することを考える. 図で示すために, 集合 F の $y_{ir} = \sum_{j \in C_r} x_{ij}^R$ に対して, 束 E_{ir} を使用して,

$$\sum_{j \in C_r} x_{ij}^R = \sum_{(V_i, V_j) \in E_{ir}} x_{ij}^R$$

と表して議論する. 束制約で上限や下限になっている束に対して, 次のような変更処理をする.

ケース(1) 点 V_i において, 1つの束 E_{ir} だけが上限や下限になっているとする (図3.6). このときは次のような処理をする (図3.7 参照).

「上下限になっている束の処理」

①新しい点 V_{i1} を追加する.

②束 E_{ir} の枝 (V_i, V_j) に対して, その枝の始点 V_i を点 V_{i1} に置き換え, 点 V_i から分離する.

③点 V_{i1}, V_i の生産台数は, それぞれ $\sum_{(V_i, V_j) \in E_{ir}} x_{ij}^R$, $N_i - \sum_{(V_i, V_j) \in E_{ir}} x_{ij}^R$ とする. これらの値は整数である.

④枝 (V_{i1}, V_j) の輸送費用 $T_{i1, j}$ は $T_{i1, j} = T_{ij}$ とする.

このように変更すると, 問題P(1)の束 E_{ir} に関する制約式

$$\sum_{(V_i, V_j) \in E_{ir}} x_{ij}^R = \sum_{j \in C_r} x_{ij} = M_{ir}(\mu_{ir})$$

は点 V_{i1} の生産台数の制約に置き換えることができるので, 問題P(1)から束 E_{ir} の制約式を削除することができる.

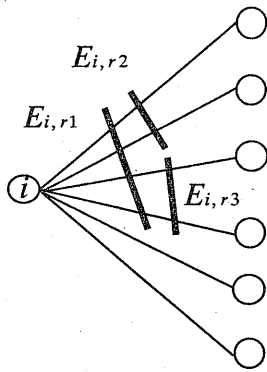


図3.8 束制約が3つの場合

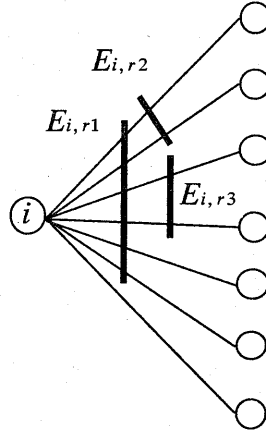


図3.9 束制約が3つの場合

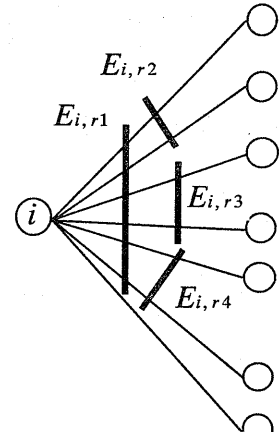


図3.10 仮の束制約の追加

ケース (2) 図 3.8 のように 3 つの束 $E_{i,r1}, E_{i,r2}, E_{i,r3}$ において,

$$E_{i,r1} = E_{i,r2} \cup E_{i,r3}$$

の場合は,

$$\sum_{(V_i, V_j) \in E_{i,r1}} x_{ij}^R = \sum_{(V_i, V_j) \in E_{i,r2}} x_{ij}^R + \sum_{(V_i, V_j) \in E_{i,r3}} x_{ij}^R$$

となるので, 束 $E_{i,r1}$ を除いて束 $E_{i,r2}, E_{i,r3}$ だけを考えれば良く, ケース (1) の応用となる.

ケース (3) 図 3.9 のように 3 つの束 $E_{i,r1}, E_{i,r2}, E_{i,r3}$ において,

$$E_{i,r1} \supset (E_{i,r2} \cup E_{i,r3})$$

の場合は

$$E_{i,r4} = E_{i,r1} - (E_{i,r2} \cup E_{i,r3})$$

となる仮の束 $E_{i,r4}$ があると考えればよい. これは図 3.10 のように 4 つの束がある場合として考えることと同じであり, ケース (2) に該当する. なお, 点 V_{i4} の生産台数は

$$\sum_{(V_i, V_j) \in E_{i,r1}} x_{ij}^R - \sum_{k=2}^3 \sum_{(V_i, V_j) \in E_{i,rk}} x_{ij}^R$$

とする. もちろん, この値も整数である.

2 つ以上の束の関係は以上の 3 つのケース以外にもいろいろあるが, 上記の 3 つのケースの応用として考えることができる. そこで, 問題 P (1) に対して以上のような変更を行うと, 問題 P (1) の束制約式は新しく設定された点の生産台数 (整数) に置換されるので, 変更された問題は通常のヒッチコック型輸送問題になり, 変更された問題の最適解 $(x_{ij}^I, x_{ik,j}^I)$ は整数になる. 変更された問題の最適解には問題 P (1) にはない変数 $x_{ik,j}^I$ を含むが, これらの変数 $x_{ik,j}^I$ を x_{ij}^I に置換すれば問題 P (1) の最適解になる. したがって, 問題 P (1) と同値な問題である緩和問題 P の最適解は整数になり, 定理 2 が証明された.

(2) 束制約付きのヒッチコック型輸送問題から同値な区分線形計画問題の作成

問題 R と最適解が同値で傾きが 1 つの区分線形計画問題を考える.

$M_{ir}(\mu_{ir} - 1) \leq y_{ir} \leq M_{ir}(\mu_{ir})$ のとき, 区分線形計画関数を

$$f_{ir}(y_{ir}) = \sum_{j \in C_r} x_{ij}$$

とする. そこで,

$$\sum_{i=1}^{n_I} \sum_{r=1}^{n_R} f_{ir}(y_{ir}) = \sum_{i=1}^{n_I} \sum_{j=1}^{n_J} \alpha_{ij} x_{ij}$$

とおくと、問題Rと同値な区分線形計画問題が以下のように作成できる。

$$\begin{aligned}
 \text{問題:} \quad & \text{最小化} \quad \sum_{i=1}^{n_I} \sum_{j=1}^{n_J} (T'_{ij} - \alpha_{ij}) x_{ij} + \sum_{i=1}^{n_I} \sum_{r=1}^{n_R} f_{ir}(y_{ir}) \\
 & \text{制約条件} \quad y_{ir} = \sum_{j \in C_r} x_{ij} \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n_I; r = 1, 2, \dots, n_R \\
 & \quad \sum_{j=1}^{n_J} x_{ij} = N_i \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n_I \\
 & \quad \sum_{i=1}^{n_I} x_{ij} = K_j \quad , \quad j = 1, 2, \dots, n_J \\
 & \quad x_{ij} \geq 0 \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n_I; j = 1, 2, \dots, n_J
 \end{aligned}$$

(3) 問題Rの定理1の別証明

付録(1)と同じように束を使用して証明する。問題Rの最適解が実数解 x^R_{ij} とし、

$$\left. \begin{aligned}
 x^R_{ij} &= \lfloor x^R_{ij} \rfloor + z_{ij} \\
 0 &\leq z_{ij} < 1 \quad , \quad i = 1, 2, \dots, n_I; j = 1, 2, \dots, n_J
 \end{aligned} \right\} \quad (3.14)$$

とおく。ここでの証明方法は、実数である z_{ij} を各束 E_{ir} の制約式、

$$M_{ir}(\mu_{ir} - 1) - \sum_{(V_i, V_j) \in E_{ir}} \lfloor x^R_{ij} \rfloor \leq \sum_{(V_i, V_j) \in E_{ir}} z_{ij} \leq M_{ir}(\mu_{ir}) - \sum_{(V_i, V_j) \in E_{ir}} \lfloor x^R_{ij} \rfloor \quad (3.15)$$

を満足しながら、0以上の整数 $z^{(\alpha)}_{ij}$ に変更し、

$$x^I_{ij} = \lfloor x^R_{ij} \rfloor + z^{(\alpha)}_{ij}$$

が問題Rの最適な整数解になることを示す。このとき、変数 x_{ij} が1つの束 E_{ir} にしか含まれないということを前提にして議論を進める。

値が正であるすべての z_{ij} に対応する枝 (V_i, V_j) とその両端の点 V_i, V_j からなるネットワーク NZ を作る。ネットワーク NZ の枝 (V_i, V_j) に対して、 z_{ij} が正なので次のような2つの距離を定義する。

$$d_{ij} = T'_{ij} \quad ; \quad d_{ji} = -T'_{ij}$$

実数解 x^R_{ij} において、束 E_{ir} の制約式で上限(下限)、すなわち

$$\sum_{(V_i, V_j) \in E_{ir}} x^R_{ij} = M_{ir}(\mu_{ir}) \quad (\sum_{(V_i, V_j) \in E_{ir}} x^R_{ij} = M_{ir}(\mu_{ir} - 1))$$

となっているとする。このとき、付録(2)の「上下限になっている束の処理」でネットワーク NZ を変更する(図3.6, 図3.7参照)。ただし、枝 (V_{i1}, V_j) に関しての輸送費は $d_{i1, j} = d_{ij}$, $d_{j, i1} = d_{ji}$ とする。

このような変更を制約式の上下限になっているすべての束 E_{ir} について行う。変更されたネットワークを NZN とする。点 V_i で点を新しく2つ以上追加する場合は、点 $V_{i1}, V_{i2}, \dots, V_{ik}, \dots$ と名付ける。そこで、元の点 V_i に対しても、 $V_i = V_{i0}$ と表現すると、ネットワーク NZN の組立ラインに対応する点は、 $V_{ik}(k = 0, 1, 2, \dots)$ と統一的に表現できる。また、 $z_{ik, j} = z_{ij}$ とおく。ただし、束の名称は表現を簡単にするために変更しない。

ネットワーク NZN において、同一の点は1回しか含まず、かつ枝の数が任意の閉路 Q を考える。ネットワーク NZN の点 V_{ik} や V_j は必ず2本以上の枝と接している(これは $z_{ik, j}$ が整数でなく、 $\sum_{j=1}^{n_J} z_{ik, j}$ や $\sum_{i=1}^{n_I} \sum_k z_{ik, j}$ が整数であることからいえる)ので、閉路 Q を考えることができる。この閉路 Q に沿ってフローを流すことによって、実数である $z_{ik, j}$ の値を徐々に0以上の整数に変更していく。閉路 Q のある方向の距離 $L(Q)$ が0以上だとする。この方向の閉路を Q^+ 、反対方向の閉路を Q^- と表す。 $L(Q^+) \geq 0$ であるので、 $L(Q^-) \leq 0$ となる。そこで、閉路 Q^- において、束制約式(15)を満足するフローを求める。そのために、閉路 Q^- の各枝 (V_{ik}, V_j) に対して、流すことができるフロー $q_{ik, j}$ を求める。閉路 Q^- の枝 (V_{ik}, V_j) は次の場合のどれかである。

(1) 点 $V_{ik}(k \neq 0)$ に接する枝 (V_{ik}, V_j) の場合

この場合は、枝 (V_{ik}, V_j) は常にある束に含まれる。今、束 $E_{ik, r}$ に含まれているとすると、ネットワーク NZN の構成から閉路 Q^- はもう1つ、同じ束に含まれ、かつ枝 (V_{ik}, V_j) と逆の向きの枝を含

む。したがって、枝 (V_{ik}, V_j) に流すことができるフロー $q_{ik, j}$ は、

$$\begin{aligned} (V_{ik}, V_j) \in Q^- \quad & \text{のとき,} \quad q_{ik, j} = \infty \\ (V_j, V_{ik}) \in Q^- \quad & \text{のとき,} \quad q_{ik, j} = z_{ik, j} \end{aligned} \quad (3.16)$$

となる

(2) 点 $V_{i0}(=V_i)$ に接する枝 (V_{i0}, V_j) の場合

枝 (V_{i0}, V_j) が束 E_{ir} に含まれるとする。ネットワーク NZN において、束 E_{ir} に含まれる枝が枝 (V_{i0}, V_j) しかない場合と2つ以上ある場合がある。

①束 E_{ir} に含まれる枝が1つの場合

束 E_{ir} に含まれる枝のうち、枝 (V_{i0}, V_j) に対応する $z_{i0, j}$ のみの実数なので、

$$(V_{i0}, V_j) \in Q^- \quad \text{のとき,} \quad q_{i0, j} = [z_{i0, j}] - z_{i0, j} \quad (3.17)$$

$$(V_j, V_{i0}) \in Q^- \quad \text{のとき,} \quad q_{i0, j} = z_{i0, j} \quad (3.18)$$

となる。なお、 $(V_{i0}, V_j) \in Q^-$ のときは

$$q_{i0, j} = M_{ir}(\mu_{ir}) - \sum_{(V_{i0}, V_j) \in E_{ir}} x_{i0, j}^R$$

までフローを流すことができるが、簡単のために

$$q_{i0, j} = [z_{i0, j}] - z_{i0, j}$$

とする。

②束 E_{ir} に含まれる枝が2つ以上の場合

a) 点 V_{i0} に接するもう1つの閉路 Q^- 上の枝が束 E_{ir} に含まれる場合は、(1) の場合と同様に、

$$\begin{aligned} (V_{i0}, V_j) \in Q^- \quad & \text{のとき,} \quad q_{i0, j} = \infty \\ (V_j, V_{i0}) \in Q^- \quad & \text{のとき,} \quad q_{i0, j} = z_{i0, j} \end{aligned} \quad (3.19)$$

となる

b) 点 V_{i0} に接するもう1つの閉路 Q^- 上の枝が束 E_{ir} に含まれない場合は、

$$(V_{i0}, V_j) \in Q^- \quad \text{のとき,} \quad q_{i0, j} = \left[\sum_{(V_{i0}, V_j) \in E_{ir}(NZN)} z_{i0, j} \right] - \sum_{(V_{i0}, V_j) \in E_{ir}(NZN)} z_{i0, j} \quad (3.20)$$

$$(V_j, V_{i0}) \in Q^- \quad \text{のとき,} \quad q_{i0, j} = \min\{z_A, z_{i0, j}\} \quad (3.21)$$

である。ここで、

$E_{ir}(NZN)$: ネットワーク NZN の枝で、束 E_{ir} に含まれる枝の集合

$$z_A = \sum_{(V_{i0}, V_j) \in E_{ir}(NZN)} z_{i0, j} - \left[\sum_{(V_{i0}, V_j) \in E_{ir}(NZN)} z_{i0, j} \right]$$

である。

枝 (V_{i0}, V_j) が束に含まれないときは、上の(1)や(2)の②のa)と同じになる。閉路 Q^- 上の枝のフローは以上のようにして求められる。したがって、閉路 Q^- で流すことができるフロー Δq は閉路 Q^- 上の枝の中の最も小さいフローとなる。すなわち、

$$\Delta q = \min_{(V_{ik}, V_j) \in Q^- \cup (V_j, V_{ik}) \in Q^-} q_{ik, j}$$

である。そこで、

$$z^{(1)}_{ik, j} = z_{ik, j} + \Delta q, \quad (V_{ik}, V_j) \in Q^-$$

$$z^{(1)}_{ik, j} = z_{ik, j} - \Delta q, \quad (V_j, V_{ik}) \in Q^-$$

$$z^{(1)}_{ik, j} = z_{ik, j}, \quad (V_{ik}, V_j) \notin Q^-$$

とおくと、

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^{n'} \sum_k \sum_{j=1}^{n'} T'_{ik, j} z^{(1)}_{ik, j} &= \sum_{i=1}^{n'} \sum_k \sum_{j=1}^{n'} T'_{ik, j} z_{ik, j} \\ &= \sum_{(V_{ik}, V_j) \in Q^-} T'_{ik, j} \Delta q + \sum_{(V_j, V_{ik}) \in Q^-} T'_{ik, j} (-\Delta q) \\ &= \Delta q \left(\sum_{(V_{ik}, V_j) \in Q^-} d_{ik, j} + \sum_{(V_j, V_{ik}) \in Q^-} d_{j, ik} \right) \\ &= \Delta q L(Q^-) \end{aligned}$$

となる。ここで、 $T'_{ik,j} = T'_{ij}$ である。したがって、

$$\sum_{i=1}^{n'} \sum_k \sum_{j=1}^{n'} T'_{ik,j} z_{ik,j} \geq \sum_{i=1}^{n'} \sum_k \sum_{j=1}^{n'} T'_{ik,j} z^{(1)}_{ik,j}$$

となる。

ところで、フローが Δq となった閉路 Q^- 上の枝 (V_{ik}, V_j) に対応する $z^{(1)}_{ik,j}$ の値が、どのような値か調べてみる。

(1) フロー Δq が式 (3.16), (3.18), (3.19) と、さらに式 (3.21) で $q_{i0,j} = z_{i0,j}$ の場合で決まったときは、

$$z^{(1)}_{ik,j} = 0 \quad \text{または} \quad z^{(1)}_{i0,j} = 0$$

となる。

(2) 式 (3.17) で決まった場合は、 $z^{(1)}_{i0,j} = \lfloor z_{i0,j} \rfloor$ となり、整数になる。

(3) 式 (3.20) で決まった場合は、

$$z^{(1)}_{i0,j} = z_{i0,j} + \left[\sum_{(V_{i0}, V_j) \in E_{ir}(NZN)} z_{i0,j} \right] - \sum_{(V_{i0}, V_j) \in E_{ir}(NZN)} z_{i0,j}$$

で、ネットワーク NZN の枝で、束 E_{ir} に含まれる枝 (V_{i0}, V_j) に対応する $z^{(1)}_{i0,j}$ の和は

$$\begin{aligned} \sum_{(V_{i0}, V_j) \in E_{ir}(NZN)} z^{(1)}_{i0,j} &= \sum_{(V_{i0}, V_j) \in E_{ir}(NZN)} z_{i0,j} + z^{(1)}_{i0,j} - z_{i0,j} \\ &= \left\lfloor \sum_{(V_{i0}, V_j) \in E_{ir}(NZN)} z_{i0,j} \right\rfloor \end{aligned}$$

となり、整数となる。

(4) 式 (3.21) の $q_{i0,j} = z_A$ で決まった場合、

$$z^{(1)}_{i0,j} = z_{i0,j} - \sum_{(V_{i0}, V_j) \in E_{ir}(NZN)} z_{i0,j} + \left\lfloor \sum_{(V_{i0}, V_j) \in E_{ir}(NZN)} z_{i0,j} \right\rfloor$$

で、ネットワーク NZN の枝で、束 E_{ir} に含まれる枝 (V_{i0}, V_j) に対応する $z^{(1)}_{i0,j}$ の和は

$$\begin{aligned} \sum_{(V_{i0}, V_j) \in E_{ir}(NZN)} z^{(1)}_{i0,j} &= \sum_{(V_{i0}, V_j) \in E_{ir}(NZN)} z_{i0,j} + z^{(1)}_{i0,j} - z_{i0,j} \\ &= \left\lfloor \sum_{(V_{i0}, V_j) \in E_{ir}(NZN)} z_{i0,j} \right\rfloor \end{aligned}$$

となり、整数となる。

そこで、 $z^{(1)}_{ik,j}$ の値が 0 以上の整数になる場合は、枝 (V_{ik}, V_j) をネットワーク NZN から削除する。また、前述の (3) や (4) の場合のように、ネットワーク NZN の枝で、束 E_{ir} に含まれる枝 (V_{ik}, V_j) に対応する $z^{(1)}_{ik,j}$ の和が整数になった場合は、上下限になった束の枝と同様に、前述の「上下限になっている束の処理」を行う。以上の変更を行ったネットワークを $NZN^{(1)}$ とする。ネットワーク $NZN^{(1)}$ において連結した部分ネットワークが存在すれば、前述と同じ理由により閉路が考えられるので、同様の処理を繰り返して、 $z^{(2)}_{ik,j}, z^{(3)}_{ik,j}, \dots, z^{(r)}_{ik,j}$ と更新していく。1 回の処理で複数の枝がネットワークから削除される場合があるが、 $\sum_{(V_{ik}, V_j) \in E_{ir}(NZN^{(r)})} z^{(r)}_{ik,j}$ が整数になる場合は枝が削除されないときもある。しかし、束の数は有限なので、ある束に関して、 $z^{(r)}_{ik,j}$ の和が整数となる束がなくなれば、1 回の処理で少なくとも 1 つの枝がネットワークから削除される。したがって、この処理を繰り返すことによって、ネットワーク NZN は最後には点だけのネットワークになるので処理を終了する。以上の処理で $z^{(\alpha)}_{ik,j}$ が求まったとすると、 $z^{(\alpha)}_{ik,j}$ は 0 以上の整数である。そこで、

$$z^{(\alpha)}_{ij} = z^{(\alpha)}_{ik,j}$$

とおき、

$$x^I_{ij} = \lfloor x^R_{ij} \rfloor + z^{(\alpha)}_{ij}$$

とすれば、 x^I_{ij} は整数であり、また、

$$\sum_{i=1}^{n'} \sum_{j=1}^{n'} T'_{ij} x^I_{ij} \geq \sum_{i=1}^{n'} \sum_{j=1}^{n'} T'_{ij} x^R_{ij}$$

となる。したがって、 x^I_{ij} は問題 R の最適な整数解となり、定理 1 が証明された。

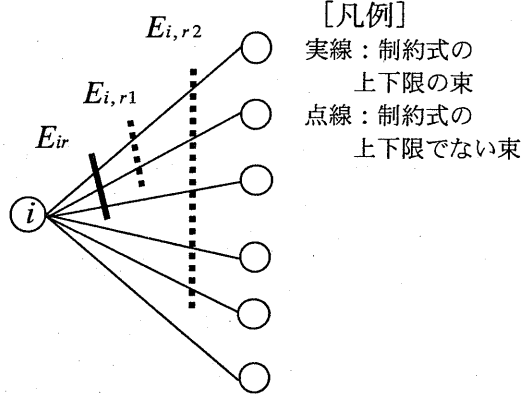


図3.11 制約式の上下限の束と
そうでない束を含む場合

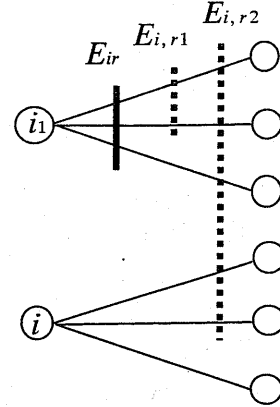


図3.12 点を新設した後の束

(4) 問題Rの定理2の別証明

付録(3)の定理1の証明と同じ考え方で証明するが、付録(3)と異なるところだけ記述する。最初に異なるのは、ネットワーク NZ からネットワーク NZN を作成するところである。ネットワーク NZ から以下の処理でネットワーク NZN を作成する。

(1) ケース1

ネットワーク NZ の点 V_i に接する枝を含む束において、制約式の上限か下限になっている束が E_{ir} のみとする。この場合、図3.11のように束 E_{ir} の枝を含み、かつ制約式の上限や下限になっていない束が存在する可能性があるが、定理1のところで説明した「上下限になっている束の処理」の方法で変更する。新設した点 V_{i1} に接する枝を含む束は複数存在する場合があるが、表現を簡単にするために束の名称は変更しない。

(2) ケース2

その他のケースも付録(1)のケース(2)と(3)と同じである。この場合も制約式の上限や下限になっていない束が複数存在する場合があるが、束の名称は変更しない。

次に、異なるのは閉路 Q^- に流すことができるフロー Δq を求めるところである。閉路 Q^- 上の枝 (V_{ik}, V_j) は複数の束 E_{ir} に含まれる可能性があるので、束 E_{ir} ごとに枝 (V_{ik}, V_j) で流すことができるフロー $q_{ik,j}(ik,r)$ を求め、その最小値を枝 (V_{ik}, V_j) のフロー $q_{ik,j}$ とする。枝 (V_{ik}, V_j) を含む束 E_{ir} は次の3つの場合がある(ここでは、定理1の証明のように点 V_i や点 $V_{ik}(k \neq 0)$ に接する枝を含む束かどうかの区別はしない)。枝 (V_{ik}, V_j) が束 E_{ir} に含まれているとする。

(1) ネットワーク NZN において、束 E_{ir} に含まれる枝が枝 (V_{ik}, V_j) しかない場合

付録(3)の(2)の①と同じで、以下ようになる。

$$(V_{ik}, V_j) \in Q^- \text{ のとき, } q_{ik,j}(ik,r) = [Z_{ik,j}] - Z_{ik,j}$$

$$(V_j, V_{ik}) \in Q^- \text{ のとき, } q_{ik,j}(ik,r) = Z_{ik,j}$$

(2) ネットワーク NZN において、束 E_{ir} に含まれる枝が複数あり、点 V_{ik} に接するもう1つの閉路 Q^- 上の枝が束 E_{ir} に含まれる場合

この場合は付録(3)の(1)の場合と同じで、以下ようになる。

$$(V_{ik}, V_m) \in Q^- \text{ のとき, } q_{ik,j}(ik,r) = \infty$$

$$(V_j, V_{ik}) \in Q^- \text{ のとき, } q_{ik,j}(ik,r) = Z_{ik,j}$$

(3) ネットワーク NZN において、束 E_{ir} に含まれる枝が複数あるが、点 V_{ik} に接するもう1つの閉路 Q^- 上の枝が束 E_{ir} に含まれない場合

この場合は付録 (3) の (2) の②の b) の場合と同じで、以下ようになる。

$$(V_{ik}, V_j) \in Q^- \text{ のとき, } q_{ik,j}(ik, r) = \left[\sum_{(V_{ik}, V_j) \in E_{ir}(NZN)} Z_{ik,j} \right] - \sum_{(V_{ik}, V_j) \in E_{ir}(NZN)} Z_{ik,j}$$

$$(V_j, V_{ik}) \in Q^- \text{ のとき, } q_{ik,j}(ik, r) = \min\{Z_A, Z_{ik,j}\}$$

以上のようにして枝 (V_{ik}, V_j) を含むすべての束 E_{ir} ごとにフロー $q_{ik,j}(ik, r)$ を求め、その最小値を枝 (V_{ik}, V_j) のフロー $q_{ik,j}$ とする。ただし、枝 (V_{ik}, V_j) を含む束がない場合は、上の (2) で求める。

その他は付録 (3) の定理 1 の証明と同じであり、定理 2 が成立することが示される。

(5) 問題 R の最適解の必要十分条件

問題 R の最適解の必要十分条件を考えてみる。以下の議論は通常のネットワークフローの理論の応用 ([3.4]) である。問題 R をヒッチコック型輸送問題として 2 部グラフのネットワーク表現したときの添え字 i と j に対応する点の集合をそれぞれ、 V_s, V_t と表す。また、枝 (V_i, V_j) の集合を B とし、ネットワークを $NW = (V_s, V_t, B)$ と表現する。問題 R の任意の実行可能解、すなわちネットワーク NW の任意の実行可能な流れ $\{x_{ij}(\varphi)\}$ に対して、次のような補助ネットワーク $NW_\varphi = (V_s, V_t, B_\varphi)$ を構成する。ここで、

$$B_\varphi = B_\varphi^+ \cup B_\varphi^-$$

$$B_\varphi^+ = \{(V_i, V_j) \mid (V_i, V_j) \in B, x_{ij}(\varphi) \geq 0\} = B$$

$$B_\varphi^- = \{(V_j, V_i) \mid (V_i, V_j) \in B, x_{ij}(\varphi) > 0\}$$

である。なお、束容量制約で上限になっている枝も、同じ束の 2 つの枝に対して流れを逆にすると束容量制約を受けないので、 $B_\varphi^+ = B$ である。枝 (V_i, V_j) に対して、距離 d_{ij} を

$$d_{ij} = \begin{cases} T'_{ij}, & (V_i, V_j) \in B_\varphi^+ \\ -T'_{ij}, & (V_j, V_i) \in B_\varphi^- \end{cases}$$

と定義する。流れが N であるネットワーク NW の任意のフロー $\{x_{ij}(\varphi')\}$ に対して、補助ネットワーク NW_φ 中のフロー $\{x_{ij}(\bar{\varphi})\}$ を次のように作る。

(1) $(V_i, V_j) \in B_\varphi^+, x_{ij}(\varphi) < x_{ij}(\varphi')$ のとき、

$$x_{ij}(\bar{\varphi}) = x_{ij}(\varphi') - x_{ij}(\varphi)$$

(2) $(V_i, V_j) \in B_\varphi^-, x_{ij}(\varphi) > x_{ij}(\varphi')$ のとき、

$$x_{ij}(\bar{\varphi}) = x_{ij}(\varphi) - x_{ij}(\varphi')$$

(3) その他のとき、

$$x_{ij}(\bar{\varphi}) = 0$$

このように定義すると、 $(V_i, V_j) \in B_\varphi$ に対して、

$$x_{ij}(\bar{\varphi}) \geq 0$$

となる。また、[3.4] と同じように、

$$\sum_{j \in S_i^+} x_{ij}(\bar{\varphi}) - \sum_{j \in S_i^-} x_{ji}(\bar{\varphi}) = 0$$

となることが証明でき、フローの流量保存則 ([3.4]) が成立する。ここで、

$$S_i^+ = \{V_j \mid (V_i, V_j) \in B\}$$

$$S_i^- = \{V_j \mid (V_j, V_i) \in B\}$$

とする。補助ネットワーク NW_φ の各枝にはフローの容量制約がないので、フロー $\{x_{ij}(\bar{\varphi})\}$ は補助

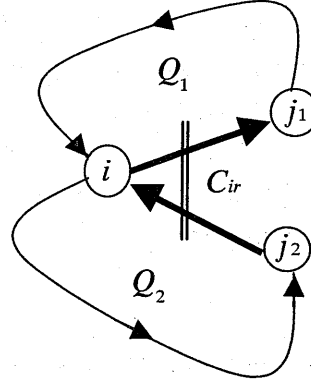


図3.13 2つの閉路

ネットワーク NW_φ の循環フローであることが示された. したがって, フロー $\{x_{ij}(\bar{\varphi})\}$ は, 循環フローの閉路の同符号分解により, 補助ネットワーク NW_φ の閉路を Q_l とすると,

$$x_{ij}(\bar{\varphi}) = \sum_{l \in L} p_l y_{ij}(Q_l)$$

と表現できる ([3.4]). ここで,

$$y_{ij}(Q_l) = \begin{cases} 1, & (V_i, V_j) \in Q_l^+ \\ -1, & (V_i, V_j) \in Q_l^- \\ 0, & \text{その他のとき} \end{cases}$$

L : 同符号分解できる閉路の添え字 l の集合

$$p_l > 0 \quad (l \in L)$$

である. したがって, 仮定より

$$\begin{aligned} \sum_{(V_i, V_j) \in B} T'_{ij} x_{ij}(\varphi') - \sum_{(V_i, V_j) \in B} T'_{ij} x_{ij}(\varphi) &= \sum_{(V_i, V_j) \in B} T'_{ij} \{x_{ij}(\varphi') - x_{ij}(\varphi)\} \\ &= \sum_{(V_i, V_j) \in B_\varphi} d_{ij} x_{ij}(\bar{\varphi}) \\ &= \sum_{(V_i, V_j) \in B_\varphi} d_{ij} \sum_{l \in L} p_l y_{ij}(Q_l) \\ &= \sum_{l \in L} p_l \sum_{(V_i, V_j) \in B_\varphi} d_{ij} y_{ij}(Q_l) \\ &= \sum_{l \in L} p_l (Q_l \text{ の長さ}) \end{aligned}$$

となる ([3.4]).

ところで, 問題Rでは束制約の上限 $M_{ir}(\mu_{ir})$ になっている流れ $x_{i, j_1}(\varphi)$ と $x_{i, j_2}(\varphi)$ においても, 図3.13のように, 2つの閉路 Q_1, Q_2 に同時に同じフローを流すと, 流れが成立する. また, 束制約の下限 $M_{ir}(\mu_{ir} - 1)$ になっている場合も同じように成立する. したがって, 束制約付きのヒッチコック型輸送問題では,

条件 (1) 単独で流れが成立する閉路では負の長さのものが存在しない.

条件 (2) 同時に2つ以上の閉路に同じフローを流さないと流れが成立しない閉路の組合せではこれらの閉路の長さの合計が負になるものが存在しない.

が満たされれば,

$$\sum_{l \in L} p_l (Q_l \text{ の長さ}) \geq 0$$

となるので,

$$\sum_{(V_i, V_j) \in B} T'_{ij} x_{ij}(\varphi') \geq \sum_{(V_i, V_j) \in B} T'_{ij} x_{ij}(\varphi)$$

表3.8 点 V_i に接する束 C_{ir} の枝の数

点 V_i から出て 行く枝の数	点 V_i に入って 来る枝の数	合計
2	2	4
2	1	3
1	2	3
2	0	2
1	1	2
0	2	2
1	0	1
0	1	1
0	0	0

である。また、条件 (1) と (2) が成立しない場合はフロー $x_{ij}(\varphi)$ が最少費用流でないことは [3.4] と同じように証明できる (必要条件)。したがって、次の定理が成立する。

「定理4」 ネットワーク NW 中のフロー $\{x_{ij}(\varphi)\}$ が最少費用流であるための必要十分条件は、フロー $x_{ij}(\varphi)$ に関する補助ネットワーク NW_φ において、条件 (1) と (2) が成立することである。

以上のように問題Rの最適解の必要十分条件は明らかになったが、条件 (2) のために既に開発されている最小費用流を求める方法が適用できない。

次に、条件 (1) と (2) から問題Rの最適解の整数性について検討する。ネットワーク NW の任意のフローを $\{x_{ij}(\varphi)\}$ とする。ネットワーク NW の任意の閉路 Q_i では点 V_i に接している枝は2本で、点 V_i から出て行く枝 (V_i, V_{j_1}) と点 V_i に入ってくる枝 (V_i, V_{j_2}) が存在するとする。これらの枝が同一の束制約に含まれる場合は、束の制約は存在しないのと同じであり、異なる束制約に含まれる場合は、新たに流すことができる枝 (V_i, V_{j_1}) と枝 (V_i, V_{j_2}) のそれぞれのフロー $q_{i,j_1}, q_{j_2,i}$ は次のようになる。閉路 Q_i に対して、ある方向の閉路を Q_i^+ 、その反対の方向の閉路を Q_i^- で表すすると、

$$q_{i,j_1} = \min_{E_{ir} \in SE_1} \{M_{ir}(\mu_{ir}) - \sum_{(V_i, V_{j_1}) \in E_{ir}} x_{i,j_1}(\varphi)\}, (V_i, V_{j_1}) \in Q_i^+$$

$$q_{j_2,i} = \min_{E_{ir} \in SE_2} [\min\{x_{i,j_2}(\varphi), \sum_{(V_i, V_{j_2}) \in E_{ir}} x_{i,j_2}(\varphi) - M_{ir}(\mu_{ir} - 1)\}], (V_i, V_{j_2}) \in Q_i^-$$

となる。ここで、 SE_1 (SE_2) はそれぞれ枝 (V_i, V_{j_1}) (枝 (V_i, V_{j_2})) を含む束の集合である。したがって、閉路 Q_i のフローは整数となる。フロー $\{x_{ij}(\varphi)\}$ に閉路 Q_i のフローを順番に加えていくことによって、フロー $\{x_{ij}(\varphi')\}$ が求まるとすると、フロー $\{x_{ij}(\varphi)\}$ が整数ならフロー $\{x_{ij}(\varphi')\}$ も整数となる。

今、閉路 Q_1 と Q_2 の流れを同時に加えないと流れが成立しないとする。このとき、閉路 Q_1 と Q_2 は点 V_i を少なくとも1つは共通に含む。もし、共通の点 V_i を含まないとする、閉路 Q_1 と Q_2 は共通の束容量制約がないので、同時に加えなければ流れが成立しないという仮定に反する。この場合は、ある束 E_{ir} に対して、束 E_{ir} に含まれる閉路 Q_1 と Q_2 の枝は表 3.8 のようになる。したがって、閉路 Q_1 と Q_2 の枝で束制約に関して実数になる可能性があるのは、

(1) 点 V_i から出て行く枝が2本

(2) 点 V_i に入ってくる枝が2本

の場合である。点 V_i から出て行く枝が2本の場合、その枝を $(V_i, V_{j_1}), (V_i, V_{j_2})$ とすると、これらの枝に新たに流すことができるフロー $q_{i,j_1}, q_{j_2,i}$ は、これらの枝を含む束 E_{ir} に関して、

$$q_{i,j_1} + q_{i,j_2} \leq M_{ir}(\mu_{ir}) - \sum_{(V_i,V_j) \in E_{ir}} x_{ij}$$

である。2つの閉路のフローは同じなので、

$$q_{i,j_1} = q_{i,j_2} = \{M_{ir}(\mu_{ir}) - \sum_{(V_i,V_j) \in E_{ir}} x_{ij}\} / 2$$

となり、束 E_{ir} に関して枝 $(V_i, V_{j_1}), (V_i, V_{j_2})$ に流すことができるフロー $q_{i,j_1}, q_{j_2,i}$ は、

$$M_{ir}(\mu_{ir}) - \sum_{(V_i,V_j) \in E_{ir}} x_{ij}$$

が奇数なら実数になる。点 V_i に入ってくる2本の枝を $(V_{j_1}, V_i), (V_{j_2}, V_i)$ とすると、これらの枝を含む束 E_{ir} に関して新たに流すことができるフロー $q_{j_1,i}, q_{j_2,i}$ は同様に、

$$q_{j_1,i} = q_{j_2,i} = \{\sum_{(V_i,V_j) \in E_{ir}} x_{ij} - M_{ir}(\mu_{ir} - 1)\} / 2$$

となり、この場合も実数になる可能性がある。以上のように、閉路 Q_1 と Q_2 のフローが実数になる可能性があることがわかる。閉路を同時に3つ以上を考えなければならない場合も同じような議論によって、閉路に流れるフローが実数になる場合がある。したがって、このことから問題Rの最適解が整数であることを保証することができないことが示された。

第2部 投入順序づけの最適化の研究

第2部では車両組立ラインの投入順序づけ問題を扱う。トヨタの車両組立ラインでは作業負荷の平準化と部品消費速度の平準化の2つを満足する投入順序を作成する必要がある。最近、大幅な車種の増加により作業ステーションごとの作業負荷の平準化が困難になってきたので、この問題に取り組む。投入順序づけ問題の研究は非常に多いが、本研究では実務に即した的確な発想で従来にない定式化をし、トヨタの大規模な問題に適用できる近似解法を提案する。また、投入順序づけ問題の研究は非常に多いが、残された重要な問題が2つある。1つは、トヨタ生産方式の考え方で運営している組立ラインのラインストップを最小にする投入順序を求める問題であり、もう1つは、作業時間が確率変動する投入順序づけ問題である。これらの2つの問題にも取り組み、新しい分野の開拓として理論的に興味ある成果をあげている。

第4章 混合車両組立ラインの投入順序づけの近似解法

4.1 はじめに

最近では従来にまして需要の変動が大きく、製品のライフサイクルも短くなってきている。そのため生産設備への投資が少なく、かつ小回りがきくセル生産方式が拡大している。しかし、車両などのように労働集約的な組立ラインでは、モデルの切り替えに対しても大きな変更をすることなしに同じ組立ラインで生産できるため、専用の組立ラインで生産しており、今後も重要な生産方式である。車両も他の製品と同じように、仕様の多様化が大幅に進み、その結果1車種当たりの生産台数が少なくなり、組立ラインでは以前にもまして多くの車種を生産するようになってきている。したがって、組立ラインで生産する車両の総組立時間のバラツキは一段と大きくなってきている。混合車両組立ラインの運営では各作業ステーションの作業時間のバラツキがどうしても避けられないため、各作業ステーションでの作業遅れができるだけ発生しないような適切な車両の投入順序づけを行うことが重要な課題となる。

ところで、トヨタの車両の投入順序づけは、基本的には[4.1]～[4.3]で示された方法で行われており、作業ステーションの作業負荷の平準化は車両の総組立時間で処理が行われている。各作業ステーションの作業時間が

車両の総組立時間／作業ステーション数

であれば、単一作業ステーションの問題と同じになり、車両の総組立時間の平準化の処理で各作業ステーションの作業負荷の平準化ができることになる。しかし、実際は各作業ステーションの作業時間が異なるため、車両の総組立時間による作業負荷の平準化では、作業ステーションの作業負荷の平準化は十分ではない。むしろ、最近では車両の総組立時間のバラツキがますます大きくなってきたので、作業ステーションの作業負荷の平準化は困難になってきたと言える。そこで、この問題を解消するために車両の投入順序づけ問題に取り組む。

4.2 投入順序づけ問題への取り組みの考え方

4.2.1 車両組立ライン

車両の組立ラインは、一般に図4.1のような構成になっている。販売店や海外の代理店から注文された車両の生産は、まずボデーラインに生産指示され、ボデーライン、塗装ライン、最終組立ラ

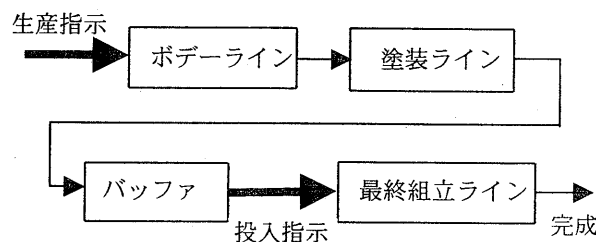


図4.1 組立ラインの構成

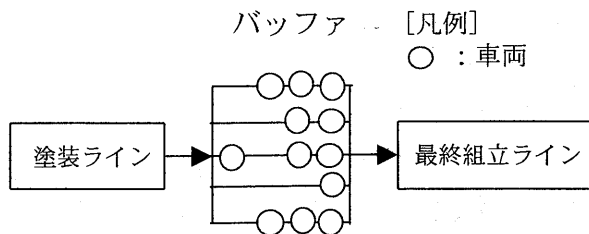


図4.2 バッファの構造

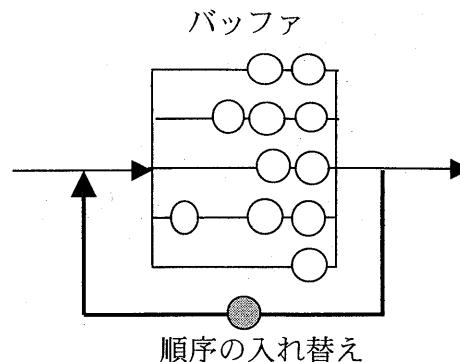


図4.3 バッファでの順序の入れ替え

インを經由して完成する。完成した車両は販売店や港に輸送される。車両のボデーラインへの投入順序づけは車両の組立ラインの運営目的によって異なるが、ボデーライン、塗装ライン、最終組立ラインの3つの生産ラインの条件が織り込まれて作成されるのが一般的である。車両の組立ラインへの投入順序づけ問題と呼ばれるものは、普通はボデーラインへ生産指示する順序を作成する問題のことであり、この問題を「投入順序づけ問題」と呼ぶことにする。ボデーラインではほぼ生産指示どおりの順序で車両が完成し、塗装ラインに投入される。塗装ラインでは、

- (1) ボデーラインや最終組立ラインとは異なり、ラインが1本の流れでなく、分岐合流が多くある複雑な構成である。
- (2) 車両の仕様によっては通過する工程が異なり、生産のリードタイムが大きく異なる場合が多い。
- (3) 車両の手直しなどでラインから外される。

などの要因で、生産順序が変更になることが多く、ボデーラインへの生産指示どおりの順序で車両が完成するとは限らないというのが実態である。そこで、塗装ラインから出て来た車両は、バッファでいくつかの仕様ごとに分類されて一時保管される。最終組立ラインへの投入は、バッファで分類されて一時保管されている車両の中から最終組立ラインの投入条件をできるだけ満足する車両を選び、サイクルタイムに合わせて時々刻々投入指示をしている。このバッファから最終組立ラインへの投入指示に関する問題を「リアルタイムの投入指示問題」と呼ぶことにする。

トヨタでのボデーラインへの生産指示（投入順序づけ）の目標は、図4.1で示されている3つのラインに対して作業負荷の平準化と主要な部品の消費速度の平準化を図ることである（[4.1]）。しかし、バッファに到着する車両の順序は生産指示どおりの順序でないので、最終組立ラインへの車両の投入指示は、バッファを利用して作業負荷の平準化と主な機能部品の消費速度の平準化の2つをできるだけ満足するように行っている。バッファは図4.2のように5～6列で、各列5～6台の車両が待機できるようになっており、約30台の車両が一時保管できる。このため最終組立ラインへは、各列の先頭の車両の中から最も望ましい車両を選択して投入指示している。しかし、条件を満足する車両がその中に存在しない場合は、車両の入れ替えを行うこともできる（図4.3参照）が、入れ替え時間の問題もあり、あまり行われていないのが実情である。以上のことから最終組立ラインの投入順序づけの条件をきめ細かく織り込んだ投入順序を作成し、ボデーラインへ生産指示しても、最終組立ラインへの投入においては当初の順序と同じような順序で投入できないため、作業負荷の平準化は車両の総組立時間で平準化する程度にならざるを得ない理由にもなっている。

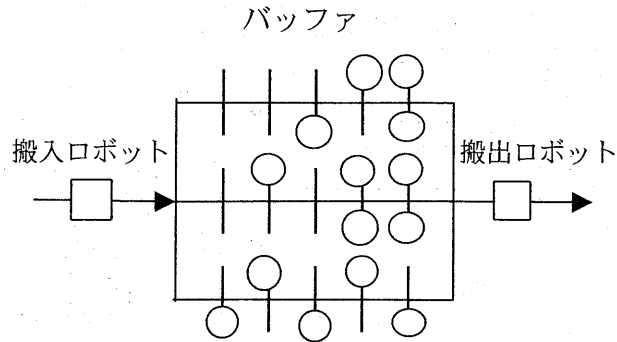


図4.4 新しいバッファの構造

最近サプライチェーンマネジメント(SCM)の推進により、投入順序どおり造ることに注力してきた。たとえば、次のような改善がある。

(1) 塗装ラインで作業時間が多くかかる車両は、ボデーラインへの投入順序づけをした後、通常より作業時間が長い時間だけ早く生産指示をすることによって、塗装ラインで完成するときは当初の投入順序どおりになるようにする。

(2) 生産ラインで分岐合流がある場合も、できるだけ先入れ先出しができるように設備の改善をする。

(3) 品質の向上を図り、塗装ラインから外される車両を削減する。また、手直しが発生した場合でも遅れを最小に、かつ先入れ先出しができるように計画的に行う。そのための管理の仕組みを導入する。

これらの改善などにより、塗装ラインの車両の完成順序がボデーラインへの当初の生産指示順序どおりになることが大幅に向上した。また、図4.4のようなバッファになり、従来では5～6台の中から選択しなければならなかったが、新しいバッファでは約30台の車両の中から投入車両を任意に決定できるようになった。以上のように、作業ステーション単位の作業負荷の平準化を図ることができる生産面の条件が整ってきた。

4.2.2 取り組みの考え方

作業ステーション単位の作業負荷の平準化を図るための条件は整ってきたが、作業ステーション単位の作業負荷の平準化を図る方法が採用されてこなかった理由は、他にもある。車両の最終組立ライン（注参照）の作業ステーションは約300あり、これらの作業ステーションの作業時間の管理が困難だということである。トヨタでは、組み付け作業の改善や作業編成が常時行われており、また、車両の仕様変更も頻繁で、作業ステーション別の正確な作業時間のデータ管理は相当な努力を要することになる。このため、作業改善や作業編成の見直しに重点がおかれてきた。また、これらの改善の効果は非常に大きく、取り組みの優先順位としては妥当であったと考えられる。

一方、労働集約的な車両組立ラインの運営や設備に関しては、品質、生産性、勤労意欲などの維持向上を目指していろいろな改善が精力的に進められてきた。たとえば、次のような改善がある。

(1) 作業者や組織の単位であるグループにはできるだけまとまりのある作業を割り当てる作業編成（[4.4]、[4.5]）

(2) コンベヤをグループごとに分割し、その前後にバッファを設け、グループの自主性を重んじ

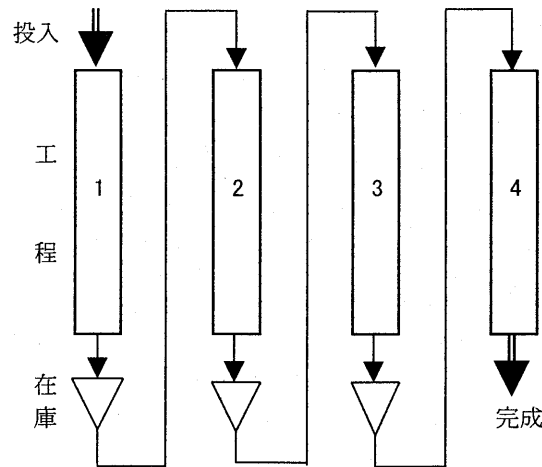


図4.5 4工程に分割された組立ライン

たライン運営ができる組立ラインの採用 ([4.4], [4.5])

図4.5にその例を示す。グループが1つの工程を担当しており、工程の中に作業ステーションがある。

- (3) グループや作業者に、全体としてまとめ一貫した作業を割り当てる作業編成 ([4.4], [4.5])
- (4) 組立作業の作業負荷に関する定量的評価手法の開発とその手法を活用した作業改善 ([4.4])
- (5) 専門技能の修得や保有技能の認定制度 ([4.6])
- (6) モデル切り替えなどにおける組立ラインの作業編成の精度や効率の向上 ([4.7])

また、10章で述べるようにe-かんばん方式が導入され、組立ラインの周辺の各種処理がシステム化され、データベースも充実してきた。このような周辺の業務や制度の進歩に対して、現状の作業ステーションの作業負荷の平準化は完全に取り残されており、新しい取り組みが必要になってきていると思われる。そこで、作業ステーション単位の作業負荷の平準化が図ることができる新しい方法について研究する。作業負荷の平準化を適切に行うためには、既に述べた2つの問題、すなわち

- (1) 投入順序づけ問題
- (2) リアルタイムの投入指示問題

に対応する必要がある。投入順序づけ問題は4章で、リアルタイムの投入指示問題は5章で取り上げる。

作業負荷の平準化やこれに関連した目的関数もつ投入順序づけの問題は古くから多くの研究があり、NP-困難な問題として知られている ([4.8]~[4.11])。現状ではまだ約300の作業ステーションの作業時間の管理は困難なので、組立ラインの300の作業ステーションの中で同じような作業時間を持ついくつかの作業ステーションを1つの作業ステーションで表すことによって、300の作業ステーションを約15の作業ステーションで代表させる。そして、この15の代表作業ステーションの負荷の平準化を図ることによって、300の作業ステーションの作業負荷の平準化を近似的に行うことを考える。このようにすると、代表作業ステーションの作業時間の精度も維持しやすく、作業負荷の平準化の問題も非常に解きやすくなるというメリットもある。

トヨタ生産方式では平準化生産を前提にしているため、車両組立ラインの運営に関しては、作業負荷の平準化と同時に組立ラインで使用される部品の単位時間当たりの使用量の平準化(部品消費速度の平準化)が必要である ([4.1]~[4.3])。部品消費速度の平準化を目的関数にする投入順序づ

け問題は、トヨタ生産方式が紹介されて以来多くの研究があるが、この問題もNP-困難な問題である([4.12]~[4.15])。トヨタの車両投入順序計画システムにおいては、この問題の最初の近似解法である目標追跡法[4.1]が採用されており、現状でほぼ満足できる状態にある。

本章では以上のような作業負荷の平準化と部品消費速度の平準化の2つの目標を持つ投入順序づけ問題を扱う。これらの2つの目標を持つ投入順序づけ問題は既に研究されており([4.13]~[4.16])、従来の研究は2つの目的関数の重み付けの和を最小にする投入順序を求める方法を採用している。しかし、本章では部品消費速度の平準化は制約条件で表し、その条件を満足する中で作業負荷の平準化が最も実現できる投入順序を求める問題に定式化する。また、2つの目標における平準化の単位の大きさの違いに注目する。すなわち、作業負荷の平準化では車両1台1台の並びがたいへん重要であるが、部品消費速度の平準化は車両1台1台でなく、例えば車両5台単位で行われていても生産現場では十分な場合が多い。そこで、部品消費速度の平準化の制約条件を実際のライン運営に支障の無い範囲で緩和し、車両1台1台の並びが重要な作業負荷の平準化を重視した考え方で投入順序づけることを考える。投入順序づけ問題には古くから数多くの研究があるが、本章ではこのように従来にない新しい考え方で問題を定式化し、大規模な実際の問題に適応できる近似解法を提案する。

本章の構成は以下の通りである。4.3節では取り上げる投入順序づけ問題を定式化する。4.4節では近似解法を提案する。4.5節では近似解法の数値例を示す。さらに、アニーリング法による解との比較も行い、提案した近似解法が実際問題に適応できることを示す。また、代表作業ステーションによる作業負荷の平準化の近似レベルについても評価する。

4.3 投入順序づけ問題の定式化

4.3.1 作業負荷の平準化の考え方

労働集約的な組立ラインの運営に関しては、作業者の勤労意欲の維持向上は非常に大切である。そのためにトヨタでは従来からいろいろな取り組みをしてきたことを紹介したが、その1つにグループ(職場の組織では組と呼ぶ)や作業者には、できるだけまとまりのある作業を割り当てるように作業編成をするという取り組みがある([4.4], [4.5])。これを完結工程づくりと呼んでいる。完結工程は品質や生産性の向上からは優れた方法であるが、どのようにラインバランスをとるかが課題である。現在の各組の作業のすべてが完結工程ということではないが、できるだけ完結工程の考え方を採用し、作業の編成効率を上げるためだけの作業配分は排除している。

例えば、2輪駆動と4輪駆動の車両が流れている場合、4輪駆動の車両が流れてくると足回りを担当している工程では、その他の仕様が同一な2輪駆動の車両の作業時間と比較すると作業時間は相当長くなる。これは完結工程での作業編成のため、作業時間のある程度の差はやむを得ない面がある。このように車両の仕様により、組立ラインの各工程の作業時間はある範囲で異なっているのが実態である。組立ラインの工程は組が担当しており、組の数は約15である。また、組は約20人で構成されており、組内の作業ステーションへの作業の配分も完結工程の考え方で実施されているが、同一職場でもあり、できるだけ同一の作業時間になるように配分されている。したがって、組間(工程間)の作業時間のバラツキより、組内の作業時間のバラツキは遙かに小さくなる。そこで、作業ステーションの作業負荷の平準化を図るために、各組の作業ステーションに対し1つの作業ステーションで代表させて作業負荷の平準化を図れば、組内の作業ステーションの作業負荷の平準化

を近似的に行うことができる。一方、組内の作業ステーションの作業域の長さは同じであり、代表作業ステーションの考え方を採用するには非常に好都合である。次に、代表作業ステーションの例を示す。

「例」 代表作業ステーションの考え方を簡単な例で考えてみる。作業ステーションの数が40で、作業域の長さが同じである組立ラインを考える。40の作業ステーションの作業時間がすべて同じなら、代表作業ステーションは1つになり、単一の作業ステーションの問題になる。作業ステーションが1から20までと、21から40までの作業時間がそれぞれ同じとすると、作業ステーションが1から20までを代表作業ステーション1で、21から40までの作業ステーションを代表作業ステーション2で表すと、この組立ラインは2つの代表作業ステーションで表すことができる。そこで、2つの代表作業ステーションで作業負荷の平準化を図れば、元の40の作業ステーションの作業負荷の平準化ができることになる。次に、作業ステーションが21から30までと、31から40までの作業時間がそれぞれ同じとすると、作業ステーションが21から30までを代表作業ステーション2で、31から40までの作業ステーションを代表作業ステーション3とし、組立ラインを3つの代表作業ステーションで表したとする。この場合は代表作業ステーション1と代表作業ステーション2及び3の間で、対象とする作業ステーションの数が異なるので、代表作業ステーションでの作業遅れの重みが異なってくる。したがって、このことを考慮した作業負荷の平準化の定式化が必要である。代表作業ステーションで表した各作業ステーションの作業時間が異なるときは、代表作業ステーションで作業負荷の平準化を図ると各作業ステーションの作業負荷の平準化が近似的に行われることになる。代表作業ステーションによる作業負荷の平準化の近似の精度を上げるためには、代表作業ステーションで表した各作業ステーションの作業時間ができるだけ同一になっていることが望ましい。代表作業ステーションの作業時間として、代表作業ステーションが表す作業ステーションの最も長い作業時間を選択すると、安全サイドへの作業負荷の平準化ができることになる。

4.3.2 作業負荷の平準化の定式化

まず、車両組立ラインの定義をする。

(1) 第1作業ステーションに投入順序の最初の車両が投入されて、作業が順次開始される。

(2) 車両は一定のサイクルタイム t_c で投入される。

(3) 作業ステーションは閉ステーションで、作業者は他の作業ステーションに入って作業することはない。作業域で作業が終了しない場合は、作業遅れの作業は utility 作業者[4.8]によって行われ、組立ラインは止まらない。この場合、作業者は作業域の下流の境界で作業を終わり、残りの作業は utility 作業者に任せ次の車両に向かう。次の車両に向かうための作業者の歩行時間は、コンベヤ速度 v_c と比較して歩行速度は非常に早いので0とする。

以上のような車両組立ラインは、代表作業ステーションで考える場合も同じとする。

次に、代表作業ステーションの作業負荷の平準化の定式化のために、代表作業ステーションの作業を作業開始位置と作業終了位置で表現する[4.8]。 k 代表作業ステーションの最初の作業開始位置 ps_1^k は、

$$ps_1^k = 0, \quad k = 1, 2, \dots, K$$

とする。ここで、 K は代表作業ステーションの数である。 k 代表作業ステーションの j ($j \geq 2$) 番目の作業の開始位置 ps_j^k は、

$$ps_j^k = \max\{pf_{j-1}^k - v_c t_c, 0\}, \quad k = 1, 2, \dots, K; j = 2, 3, \dots, N$$

となる。ここで、 pf_{j-1}^k と N は、それぞれ k 代表作業ステーションの $j-1$ 番目の作業の終了位置と投入順序づけ車両の台数である。 k 代表作業ステーションの j 番目の作業の終了位置 pf_j^k は、

$$pf_j^k = \min\{ps_j^k + vct_{\pi(j)}^k, L_k\}, \quad k = 1, 2, \dots, K; j = 1, 2, \dots, N$$

となる。ここで、

L_k : k 代表作業ステーションの作業域の長さ

$\pi(j)$: 投入順序の j 番目の車両

$t_{\pi(j)}^k$: 車両 $\pi(j)$ の k 代表作業ステーションの作業時間で、車両を r ($r = 1, 2, \dots, N$) で表したときは t_r^k と表現

である。もし

$$ps_j^k + vct_{\pi(j)}^k > L_k$$

の場合は、utility 作業者の支援が必要になり、

$$u_j^k = ps_j^k + vct_{\pi(j)}^k - L_k$$

を utility 作業と呼ぶ。作業遅れをなくし、ラインストップが発生しないようにするためには、utility 作業ができるだけ少なくなるように投入順序づけることが必要である。すなわち、作業負荷の平準化を図るためには、

$$UT = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^K w_k u_j^k \rightarrow \min \quad (4.1)$$

になるように投入順序づけることが必要である。ここで、 w_k は、各代表作業ステーションが表す作業ステーションの数が異なる場合に対応するための k 代表作業ステーションの重み付け定数である。

以上の議論で定義した作業負荷の平準化の実際の問題では、投入順序づけ車両数は 200~1,000 台で非常に大きい、代表作業ステーション数は約 15 となり、実際の組立ラインでは作業ステーション数が 300 にもなるので、比較的扱いやすい問題として定義できたことになる。

4.3.3 部品消費速度の平準化の定式化

トヨタではかんばん方式や後補充生産を採用しているため、組立ラインでの部品の単位時間当たりの消費量ができるだけ一定になることが望ましく、そのために部品消費速度の平準化が必要になる。部品消費速度の平準化の定式化は[4.1]で与えられているが、本研究では部品消費速度の平準化に関して、新しい考え方を導入するので、定式化について詳しく議論する。

N 台の投入順序づけ車両を生産するために必要な部品 l ($l = 1, 2, \dots, M$ で M は部品の数) の数を n_l とすると、車両 1 台当たりの部品 l の必要数は n_l / N となる。したがって、 j 台の車両を生産するために必要な部品 l の平均必要数は jn_l / N となる。投入順序の 1 番目から j 番目までの車両を生産するために必要な部品 l の数を x_{lj} とすると、投入順序において部品 l の消費速度を平準化するためには、 x_{lj} はできるだけ jn_l / N に近いことが要求される。そこで、部品 l の消費速度の平準化の尺度として、 $|jn_l / N - x_{lj}|$ の大きさを考えると、部品 l の消費速度の平準化のためには、 $|jn_l / N - x_{lj}|$ ができるだけ小さいことが望ましい[4.1]。部品消費速度の平準化は[4.1]で定式化されて以来、この評価方法が主に採用されてきた。しかし、本研究では部品の消費速度の平準化は、 x_{lj} が

$$(1 - b_{lj}^-)jn_l / N \leq x_{lj} \leq (1 + b_{lj}^+)jn_l / N \quad (4.2)$$

を満たすことを条件とする。ここで、 b_{lj}^+ と b_{lj}^- は 0 と 1 の間の実数であり、これらの値は部品 l の

消費速度の平準化の目標レベルによって決定するが、 jn_l / N の大きさも考慮する必要がある。この考え方は部品消費速度の平準化を制約条件として作業負荷の平準化を図る方法で、部品消費速度の平準化の制約条件を変えることによって、utility 作業の合計がどのように変化するかが明確になり、投入順序づけをした後の結果の評価が判断しやすく、また部品消費速度の平準化のレベルをある範囲に抑えて投入順序づけができるというメリットがある。

ところで、作業負荷の平準化では車両 1 台 1 台の並びの順序がたいへん重要である。しかし、部品の消費速度の平準化では、例えば 2 台の順序を入れ替えてもある部品がサイクルタイムだけ早く消費されたり、逆に遅く消費されたりするだけである。部品の納入に関しては、仕入先からトヨタへの納入は 1 日に平均 4 回である。トヨタ社内の工程間の引き取りの頻度はこれより遥かに多く、前工程から 30～60 分間隔で部品を引き取りしている場合がほとんどである。また、組立ラインの車両の生産順序で部品を引き取る場合では 10～20 分間隔で引き取りしている。これらの部品を生産しているラインが組立ラインと同期化して生産している場合は、組立ラインと同じ順序で部品を生産することが可能になっており、組立ラインと同じように考えることができる。生産が組立ラインと同期化していないラインの場合は、他の組立ラインの部品も生産しているケースがほとんどで、この場合は引き取り間隔より生産ラインの仕掛けサイクルが長いので、部品生産ラインの条件に応じた仕掛けが可能になっている。したがって、通常の部品の引き取り間隔の 30 分と比較し十分小さな整数を Q として、組立ラインを流れる車両に対し Q 分ごとに部品の消費速度の平準化を図る方法を採用しても、組立ラインの前工程からの部品の引き取りに関して特に影響を与えることはない。今、サイクルタイムを 1 分とすると、投入順序に対して Q 台ごとに部品の消費速度の平準化を図る方法が採用できる。そこで、部品消費速度の平準化の条件を、

$$(1 - b_{ij}^-)jn_l / N \leq x_{ij} \leq (1 + b_{ij}^+)jn_l / N, \quad l = 1, 2, \dots, M; j = Q, 2Q, \dots, \lfloor N/Q \rfloor Q \quad (4.3)$$

とする。ここで、記号 $\lfloor \beta \rfloor$ は β 以下の最大の整数を表す。以上のように実際の工場運営に影響のない範囲で、部品消費速度の平準化の条件を緩和することによって、1 台 1 台の車両の順序が重要な作業負荷の平準化を図ることにする。このように定式化した研究はなく、本研究の大きな特徴である。したがって、部品 l の消費速度の平準化は、投入順序づけを行うときに制約式 (4.3) を満足するように決定することによって達成する。

なお、制約式 (4.3) において、 $j = N$ の場合は不要である。よって、 $\lfloor N/Q \rfloor Q = N$ の場合は、

$$j = Q, 2Q, \dots, (\lfloor N/Q \rfloor - 1)Q$$

とすればよい。本章では $\lfloor N/Q \rfloor Q \neq N$ とし、

$$j = Q, 2Q, \dots, \lfloor N/Q \rfloor Q$$

とする。

4.3.4 投入順序づけ問題の定式化

今までの議論から作業負荷の平準化と部品消費速度の平準化の 2 つの目標を満足する投入順序づけ問題は、式 (4.3) を満足し、utility 作業の合計である式 (4.1) を最小にする投入順序を決定する問題となる。

ところで、utility 作業の合計を最小にする投入順序づけ問題は混合整数計画問題に定式化できる [4.8]。この考え方を適用すると、本研究で取り上げた投入順序づけ問題も混合整数計画問題に定式化できる。 z_{rj} を車両 r が投入順序の j 番目に順序づけられたときは 1、そうでないときは 0 をとる変数とする。また、 α_{lr} は部品 l が車両 r の構成部品なら 1、そうでなければ 0 とすると、投入順

序の p 番目における部品 l の数は、 $\sum_{r=1}^N \alpha_{lr} z_{rp}$ と表現できる。したがって、投入順序の 1 番目から j 番目までにおける部品 l の数 x_{lj} は、

$$x_{lj} = \sum_{p=1}^j \sum_{r=1}^N \alpha_{lr} z_{rp} \quad (4.4)$$

となる。式 (4.4) を式 (4.3) に代入すると、次のようになる。

$$(1 - b_{lj}^-) j n_l / N \leq \sum_{p=1}^j \sum_{r=1}^N \alpha_{lr} z_{rp} \leq (1 + b_{lj}^+) j n_l / N \quad (4.5)$$

$$l = 1, 2, \dots, M; j = Q, 2Q, \dots, \lfloor N/Q \rfloor Q$$

以上から本研究で取り上げた投入順序づけ問題は、制約式 (4.5) と utility 作業の合計を最小にする投入順序づけ問題の制約式を追加することによって、0-1 変数 z_{rj} と連続変数 ps_j^k, u_j^k をもつ、次のような混合整数計画問題に定式化できる。

投入順序づけ問題 P :

$$\text{最小化} \quad UT = \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^K w_k u_j^k \quad (4.6)$$

制約条件

$$(1 - b_{lj}^-) j n_l / N \leq \sum_{p=1}^j \sum_{r=1}^N \alpha_{lr} z_{rp} \leq (1 + b_{lj}^+) j n_l / N \quad (4.7)$$

$$l = 1, 2, \dots, M; j = Q, 2Q, \dots, \lfloor N/Q \rfloor Q$$

$$\sum_{r=1}^N z_{rj} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (4.8)$$

$$\sum_{j=1}^N z_{rj} = 1, \quad r = 1, 2, \dots, N \quad (4.9)$$

$$ps_j^k + v_c \sum_{r=1}^N t_r^k z_{rj} - u_j^k - ps_{j+1}^k \leq v_{ctc}, \quad j = 1, 2, \dots, N; k = 1, 2, \dots, K \quad (4.10)$$

$$ps_j^k + v_c \sum_{r=1}^N t_r^k z_{rj} - u_j^k \leq L_k, \quad j = 1, 2, \dots, N; k = 1, 2, \dots, K \quad (4.11)$$

$$u_j^k \geq 0, \quad z_{rj} \in \{0, 1\}, \quad j = 1, 2, \dots, N; k = 1, 2, \dots, K; r = 1, 2, \dots, N \quad (4.12)$$

$$ps_j^k \geq 0, \quad j = 2, 3, \dots, N; k = 1, 2, \dots, K \quad (4.13)$$

$$ps_1^k = ps_{N+1}^k = 0, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (4.14)$$

制約式 (4.8) から (4.14) までは、utility 作業の合計を最小にする投入順序づけ問題の制約式である [4.8]。式 (4.8) は投入順序の各位置に 1 台の車両を割り当てることの制約である。式 (4.9) は車両の台数の制約である。式 (4.10) は k 代表作業ステーションの j 番目の作業開始位置と $j+1$ 番目の作業開始位置の関係を表す。式 (4.11) は作業域内で作業が終了しない場合に utility 作業が必要になることを表す。 N が大きい場合は、投入順序づけ問題 P は効率的に解くことができない。以下に示すように、本研究では小規模な投入順序づけ問題の解法にこの定式化を利用する。

4.4 近 似 解 法

トヨタにおいては投入順序づけ車両数が 200 から 1,000 台の投入順序づけ問題を毎日多数解く必要があり、結果に問題があれば再計算をしなければならない。また、販売店からオーダーを受理してから組立ラインに生産指示するまでの時間的制約もたいへん厳しく、効率的な近似解法が求められている。提案する近似解法は 2 つのプロセスから構成されている。第 1 プロセスでは近似解を効率的に求め、第 2 プロセスでは第 1 プロセスで求めた近似解を効率よく改良し、精度の良い近似解を求める。

そのために、次のような工夫をする。第 2 プロセスでは第 1 プロセスで得られた近似解を $\lceil N/Q \rceil$ 個 ($\lceil \beta \rceil$ は β 以上の最小の整数) の部分投入順序づけ問題に分割し、この部分投入順序づけ問題の

最適解を求めて解を改善する。このため、第1プロセスで得られた投入順序において、どの範囲を取っても作業負荷の平準化が平均的なレベルになっていることが望ましい。そこで、第1プロセスでは現在トヨタで採用している目標追跡法の考え方で投入順序づけを行う。目標追跡法による投入順序づけは、1番目の車両から順次1台1台決定するのでたいへん効率的である。しかし、投入順序における Q 台ごとの制約式(4.3)を満足するように、逐次順序を決定するのは困難である。そのためすべての順番で制約を設ける。すなわち、

$$S_{ij}^- \leq x_{ij} \leq S_{ij}^+ , \quad l = 1, 2, \dots, M; j = 1, 2, \dots, N-1 \quad (4.15)$$

とする。ここで、 S_{ij}^+, S_{ij}^- は付録(1)で示した方法で計算する。また、目標追跡法で順次車両の投入順序を決定するとき、制約式(4.15)を満足する車両が存在しない場合もある。実際の運用では生産現場にタイミングよく投入順序の指示をしなければならないので、この場合は制約式(4.15)を満足しないレベルを評価し、そのレベルがある範囲までの車両の中から選ぶことにする。以上のような考え方で投入順序づけを行い、得られた投入順序を仮の投入順序と呼ぶ。

第2プロセスでは、仮の投入順序に対して1番目から順番に Q 台ごとに車両を分け、この Q 台ごとの車両に対して、部品消費速度の平準化を考慮せず、作業負荷の平準化だけで投入順序づけを行う。投入順序づけの車両台数 Q が小さな値なので、utility作業を最小にする投入順序づけ問題を混合整数計画問題に定式化し、その最適解を求めて最終的な投入順序を決定する。

次に、混合整数計画問題の定式化を示す。 m を0から $\lfloor N/Q \rfloor$ までの整数とする。

(1) $0 \leq m < \lfloor N/Q \rfloor$ のとき

プロセス[1]で求めた仮の投入順序の $mQ+1$ 番目から $(m+1)Q$ 番目までの部分投入順序を J_m とする。

(2) $m = \lfloor N/Q \rfloor$ のとき

仮の投入順序の $mQ+1$ 番目から N 番目までの部分投入順序を J_m とする。なお、本研究では $\lfloor N/Q \rfloor Q \neq N$ を仮定している。

部分投入順序 J_m に含まれる車両の集合を V_m とし、 $|V_m|$ は集合 V_m の要素の数とする。車両の集合 V_m に対して、utility作業の合計を最小にする混合整数計画問題を設定する。一般に、

$$ps_j^k \geq 0, \quad j = 1, 2, \dots, |V_m|+1; K = 1, 2, \dots, K$$

である。ところが、[4.8]を適用した投入順序づけ問題Pの定式化を用いると、

$$ps_{|V_m|+1}^k = 0, \quad k = 1, 2, \dots, K$$

となるので、解が存在しない場合がある。したがって、 V_m に対する混合整数計画問題の定式化では

$$ps_{|V_m|+1}^k \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, K$$

とする。しかし、部分投入順序づけ問題を連続して解く必要があり、 $ps_{|V_m|+1}^k (k = 1, 2, \dots, K)$ はできるだけ小さい方が望ましいので、目的関数の式(4.6)を次のように変更する。

$$US = \sum_{j=1}^{|V_m|} \sum_{k=1}^K w_k u_j^k + \gamma \sum_{k=1}^K ps_{|V_m|+1}^k$$

ここで、 γ は0と1の間の実数である。よって、次のような混合整数計画問題に定式化できる。

混合整数計画問題 R_m ：

$$\text{最小化} \quad US = \sum_{j=1}^{|V_m|} \sum_{k=1}^K w_k u_j^k + \gamma \sum_{k=1}^K ps_{|V_m|+1}^k$$

制約条件

$$\sum_{r \in \Theta_m} z_{rj} = 1, \quad j = 1, 2, \dots, |V_m|$$

$$\sum_{j=1}^{|V_m|} z_{rj} = 1, \quad r \in V_m$$

$$ps_j^k + v_c \sum_{r \in \Theta_m} t_r^k z_{rj} - u_j^k - ps_{j+1}^k \leq v_{clc}, \quad j = 1, 2, \dots, |V_m|; k = 1, 2, \dots, K$$

$$\begin{aligned}
ps_j^k + v_c \sum_{r \in V_m} t_r^k z_{rj} - u_j^k &\leq L_k, \quad j = 1, 2, \dots, |V_m|; k = 1, 2, \dots, K \\
u_j^k &\geq 0, \quad z_{rj} \in \{0, 1\}, \quad j = 1, 2, \dots, |V_m|; k = 1, 2, \dots, K; r \in V_m \\
ps_j^k &\geq 0, \quad j = 2, 3, \dots, |V_m| + 1; k = 1, 2, \dots, K
\end{aligned}$$

さらに,

(1) $m = 0$ のとき,

$$ps_1^k = 0, \quad k = 1, 2, \dots, K$$

(2) $m \geq 1$ のとき,

$$ps_1^k = \max\{\min(ps_{|V_{m-1}|}^k + v_c t_{\pi(|V_{m-1}|)}^k, L_k) - v_c t_c, 0\}, \quad k = 1, 2, \dots, K$$

とし, $ps_{|V_{m-1}|}^k, t_{\pi(|V_{m-1}|)}^k$ は車両の集合 V_{m-1} の投入順序を求めたときの値である.

以上のような考え方を織り込んだ近似解法は, 以下のような方法である.

[近似解法]

プロセス [1] 仮の投入順序を求める.

(1) 近似解を求める準備として, 制約式 (4.15) を求める.

(2) $j \leftarrow 1$, $O_0 = \phi$ (空集合) とおく.

(3) まだ投入順序づけられていない車両 $q \notin O_{j-1}$ を投入順序の j 番目の車両としたとき, 制約式 (4.15) を満足し, かつ

$$D(j, q) = \sqrt{\sum_{k=1}^K (j \sum_{r=1}^N t_r^k / N - t_q^k - \sum_{r \in O_{j-1}} t_r^k)^2}$$

が最も小さくなる車両 q^* を求める. 制約式 (4.15) を満足する車両が存在するときは, ステップ (5) へ進む. そうでなければ, ステップ (4) へ進む.

(4) 車両 q に対して, 制約式 (15) を満足しない距離 $H(j, q)$ を次のように求める.

$$H(j, q) = \sum_{l=1}^M d_{lj}(q)$$

ここで,

$$d_{lj}(q) = \begin{cases} 0, & S_{lj}^- \leq x_{lj} \leq S_{lj}^+ \\ x_{lj} - S_{lj}^+, & S_{lj}^+ < x_{lj} \\ S_{lj}^- - x_{lj}, & x_{lj} < S_{lj}^- \end{cases}, \quad l = 1, 2, \dots, M$$

である. 距離 $H(j, q)$ が小さい順に $\lceil \delta \eta_j \rceil$ までの車両の中で, $D(j, q)$ を最小にする車両 q^* を求める. ここで,

δ : 0 と 1 の間の実数

$$\eta_j = N - j + 1$$

とする.

(5) ステップ (3) または (4) で求めた車両 q^* を j 番目の投入順序とする.

(a) $j = N$ なら, 仮の投入順序が求められたので, プロセス [2] へ進む.

(b) $j < N$ なら, $O_j \leftarrow O_{j-1} \cup \{q^*\}$, $j \leftarrow j + 1$ においてステップ (3) へ戻る.

プロセス [2] 仮の投入順序から最終的な投入順序を求める.

(1) $m \leftarrow 0$ とおく.

(2) 車両の集合 V_m に対して, 混合整数計画問題 R_m を作成し, 最適解となる投入順序 J_m^* を求める.

(3) 仮の投入順序における J_m を J_m^* で置き換える.

(4) $m = \lfloor N/Q \rfloor$ なら, 終了する. そうでなければ, $m \leftarrow m + 1$ において, ステップ (2) へ戻る.

表4.1 投入順序づけ問題の条件

投入順序づけ数	60
作業ステーション数	15
部品の総数	15
各車両の部品数	10
各作業域の長さ (m)	7
サイクルタイム (分)	6.2
コンベヤの速度 (m/分)	1
$w_k (k = 1, 2, \dots, 15)$	1

表4.2 代表作業ステーションの作業時間

車両	代表作業ステーション						
	1	2	3	4	5	6	7
1	5.89	6.59	6.64	5.69	6.59	6.16	5.79
2	6.05	5.7	5.07	6.59	6.61	6.19	6.63
3	5.2	4.63	5.22	6.03	4.61	6.04	5.42
4	6.64	6.64	6.63	6.63	6.27	5.35	6.64
5	5.87	5.4	5.31	5.52	5.39	6.02	4.58
6	6.64	6.63	6.63	6.64	6.63	5.29	6.32
7	5.94	6.56	6.61	5.89	6.22	6.45	5.81
8	5.59	4.57	5.5	4.62	6.04	4.63	5.55
9	6.48	6.63	5.29	6.64	6.31	6.63	6.64
10	5.07	6.59	4.95	6.15	5.98	6.57	6.03
11	6.56	6.58	5.04	6.57	5.12	6.11	6.63
12	5.67	5.34	5.99	4.61	5.95	5.48	5.98
13	6.63	5.38	6.63	6.63	6.63	6.5	6.47
14	6.11	6.63	5.81	6.56	6.5	5.06	6.01
15	5.25	4.56	4.52	6.04	5.44	6.02	5.36

表4.3 ランダムな順序のutility作業

問 題	UT_R	UK_R
(1)	36.10	145.6
(2)	32.77	138.5

(注) UT_R : utility作業の合計の平均 UK_R : utility作業の回数の平均

4.5 近似解法の評価

4.5.1 近似解法の評価

近似解法を評価するために表4.1のような条件をもつ投入順序づけ問題を考える。今回の問題では投入順序づけ数が60という小規模な投入順序づけ問題としているのは、近似解法を評価するためにアニーリング法で最適解に近い解が求められるようにするためである。表4.2は一部の車両の代表作業ステーションの作業時間であり、その他の車両についても同じような作業時間である。各車両の構成部品は部品総数15個のうちの10個から成るとし、乱数で設定する。代表作業ステーションの作業時間と構成部品が異なる2つの投入順序づけ問題を作成し、問題(1)、(2)と呼ぶ。 Q の値については実際の工場運営から考えると10以下なので、5、10の2つとする。また、 γ については実験から、0.0、0.1、0.2、0.3の4つとした。

まず、2つの投入順序づけ問題のutility作業の合計の程度を知るために、100個のランダムな投入順序を作り、これらの投入順序に対してutility作業の合計とその回数を求め、それらの平均を算出すると表4.3のようになる。

次に、近似解法で2つの問題に対して、 Q と γ の組合せのすべてのケースについて投入順序を求める。部品消費速度の平準化の制約に関しては、実際の工場運営において10%程度の変動には対応する必要があるので、

$$b_{ij}^+ = b_{ij}^- = 0.05, \quad l = 1, 2, \dots, 15; j = Q, 2Q, \dots, \lfloor N/Q \rfloor Q$$

とする。ただし、比率だけからの計算では部品消費速度の平準化の制約が厳しくなり過ぎるので、

$$b_{ij}^+ j n_l / N = b_{ij}^- j n_l / N < 2.5$$

の場合は

$$b_{ij}^+ j n_l / N = b_{ij}^- j n_l / N = 2.5$$

とする。この結果、近似解法のプロセス[1]で求めた各ケースとも、部品消費速度の平準化の制

表4.4 近似解法による解

問 題	Q	γ	UT_A	UK_A
(1)	5	0.0	10.03	67
		0.1	7.11	60
		0.2	7.73	66
		0.3	7.33	67
	10	0.0	4.67	43
		0.1	3.98	44
		0.2	4.48	57
		0.3	4.11	47
(2)	5	0.0	6.34	54
		0.1	2.35	35
		0.2	2.69	40
		0.3	3.18	40
	10	0.0	3.05	39
		0.1	1.77	35
		0.2	1.77	35
		0.3	2.80	42

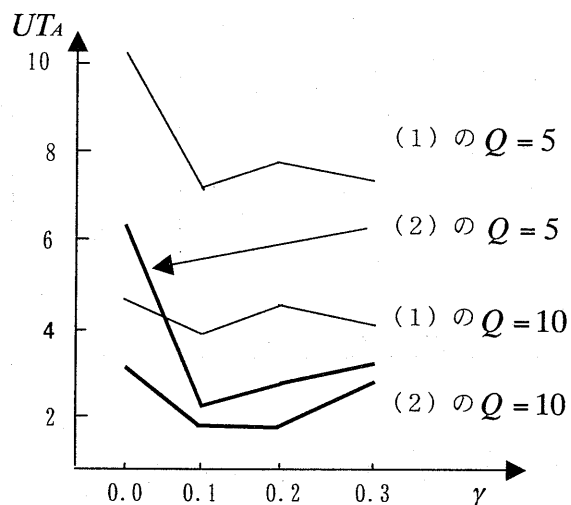
(注) UT_A : utility作業の合計 UK_A : utility作業の回数図4.6 近似解法による解の UT_A のグラフ

表4.5 アニーリング法による解

問 題	Q	UT_{SA}	UK_{SA}
(1)	5	1.59	32
	10	1.33	30
(2)	5	0.93	20
	10	0.75	21

(注) UT_{SA} : utility作業の合計 UK_{SA} : utility作業の回数

約条件はすべて満足した。近似解法の結果は表4.4のようになる。また、utility作業の合計をグラフにすると図4.6のようになる。表4.4から分かるように、utility作業の合計は Q の値に関係なく、 $\gamma = 0.1$ のときに最も良い解になっている。また、 γ の値に関係なく Q の値が大きい方が良い解になっている。ただし、問題(2)では Q の値による差は問題(1)より遥かに小さい。2つの問題の $Q = 5, 10$ ($\gamma = 0.1$)の4つのケースの近似解法による解のutility作業の合計は、ランダムな順序のutility作業の平均より遥かに小さくなっており、近似解法の精度の良さを示している。

近似解法の解をさらに評価するために、付録(2)で示したようなアニーリング法([4.17])で2つの問題に対し、 Q の値が5と10の場合について解を求めると、表4.5のようになる。今回の問題の規模は比較的小さいことから、アニーリング法で求めた解は最適解に非常に近いと考えられる。近似解法の解をアニーリング法の解と比較すると、utility作業の合計は2つの問題とも $Q = 10$ 、 $\gamma = 0.1$ の場合は、utility作業の合計の差はあまり大きくない。別の観点から近似解法の解を評価するために、次のような近似度を定義する。

$$\text{近似度} = (UT_R - UT_A) / (UT_R - UT_{SA})$$

近似度は近似解法の解がランダムな投入順序の平均レベルからどれだけアニーリング法による解に近づいているかの度合いを示すものであり、近似解法の解の精度の1つの評価尺度になる。実際に近似度を計算してみると、問題(1)と(2)の $Q = 10$ 、 $\gamma = 0.1$ の場合における解は、それぞれ0.924、0.968となり、両者ともかなり大きな値となる。一般に、投入順序づけ問題はNP-困難な難しい問題[4.8]であり、近似度が90%以上になる解は精度が良いと考えることができる。また、 $Q = 10$ の

混合整数計画問題は、CPU が Pentium III の 733MHz のパソコンに搭載された市販のパッケージで 10 秒から 15 秒程度の計算時間であり、投入順序づけ数が 1,000 の問題でも近似解法での計算時間は 30 分以内と予想され、処理時間に関しても実際の運営において何ら問題はない。したがって、今回提案した近似解法は Q の値を 10 前後にすることによって、精度的にも処理時間的にも大規模な実際問題に十分対応できると考えられる。

なお、投入順序づけ問題(1)の近似解法の計算時間は 1.3 分であり、近似解法と同程度の解をアニーリング法で求めたときの計算時間の平均は 22.5 分である。

4.5.2 代表作業ステーションの評価

今回の定式化では代表作業ステーションという考え方を採用したので、代表作業ステーションによる作業負荷の平準化の近似レベルについて評価する。問題(2)の 1 から 15 の代表作業ステーションがすべて 10 個の作業ステーションを代表しているとする。問題(2)の $Q = 10$, $\gamma = 0.1$ のケースにおける近似解法の解の utility 作業の合計は 1.77 である。この解である投入順序を J と呼ぶ。代表作業ステーションを 10 個の作業ステーションに置き換え、150 個の作業ステーションの投入順序づけ問題にしたときに、投入順序 J による utility 作業の合計がどのようになるかによって、代表作業ステーションによる近似を含めた近似解法の評価を行うことにより、代表作業ステーションの評価をする。そのために以下のような 4 つの実験を行うことにする。

(1) 実験 1

10 個の作業ステーションの作業時間が、すべて代表作業ステーションの作業時間と同じとする。

(2) 実験 2

10 個の作業ステーションの作業時間が、代表作業ステーションの作業時間の 90~100% である一様分布に従うとする。

(3) 実験 3

10 個の作業ステーションの作業時間が、代表作業ステーションの作業時間の 92% から 102% である一様分布に従うとする。

(4) 実験 4

10 個の作業ステーションの作業時間が、代表作業ステーションの作業時間の 95% から 105% である一様分布に従うとする。

以上のような条件で、投入順序づけ数が 60 で 150 の作業ステーションの投入順序づけ問題を各々 2 つずつ作成し（実験 1 の問題は 1 つ）、以下のような計算をする。

(1) 代表作業ステーションで求めた投入順序 J での utility 作業の合計 UT_J を求める。

(2) アニーリング法で解を求め、その utility 作業の合計 UT_{SA} を求める。

(3) 100 個のランダムな投入順序の utility 作業の合計を求め、その平均 UT_R を算出する。

(4) 既に定義した UT_A の近似度と同じように、 UT_J の近似度を次のように計算する。

$$\text{近似度} = (UT_R - UT_J) / (UT_R - UT_{SA})$$

以上の計算をすると、表 4.6 のようになる。実験 1 では、明らかなように utility 作業の合計は

$$1.77 \times 10 = 17.7$$

となっている。この場合は代表作業ステーションで正確に表現できたことになる。表 4.6 から分かるように、 UT_J の近似度の値は非常に大きく、代表作業ステーションの考え方が採用できることが分かる。また、代表作業ステーションの作業時間が 10 個の作業ステーションの作業時間の最大値より小さくなるに従って、代表作業ステーションによる近似度の値は小さくなっており、近似のレベ

表4.6 代表作業ステーションによる投入順序の評価

実験No.	1		2		3		4	
問題	1	1	2	1	2	1	2	
UT_J	17.70	0.10	0.16	10.42	8.84	124.4	122.4	
UT_{Sd}	—	0.0	0.0	2.3	1.79	95.6	90.35	
UT_R	—	10.07	9.17	91.92	86.54	389.8	393.1	
近似度	—	0.990	0.983	0.909	0.917	0.902	0.894	

ルが悪くなっていることが分かる。したがって、代表作業ステーションに含まれる作業ステーションの作業時間のバラツキが小さい場合は、作業ステーションの作業時間の最大値を採用することによって、代表作業ステーションによる近似のレベルが良好になることを示しており、代表作業ステーションを決定する1つの基準を与えている。

4.6 お わ り に

トヨタの組立ラインの投入順序づけのシステムは部分的な改善が繰り返し行われてきたが、基本的には[4.1]で示された方法を採用している。今日、車両の種類や仕様の多様化が大幅に進み、作業負荷の平準化の条件は一層厳しくなっている。そこで、作業負荷の平準化の向上を目指して投入順序づけ問題に取り組み、作業負荷の平準化と部品消費速度の平準化の2つの目標をもつ投入順序づけ問題に対して、従来にない新しい考え方で投入順序づけ問題を定式化し、トヨタの大規模な実際問題に適用できる近似解法を提案した。

本研究はトヨタの新しい順序計画システムを開発する前段階の理論的な研究であり、今後は実際のデータを使用して近似解法を評価し、その効果を見極めながら新しい順序計画システムの開発の準備をすることが次の課題である。車両ごとの代表作業ステーションの作業時間が今後は重要なデータになるが、このデータの精度を維持するための管理しやすい仕組みの検討も必要不可欠な課題である。また、工場運営から適切な Q の値を決定することも残された課題である。 Q の値の決定にはいろいろな考え方がある。例えば、 Q の値をできるだけ大きくし、一部の部品だけ $mQ + [Q/2]$ (m は0以上の整数)台に部品消費速度の平準化の制約を追加する方法もあり、組立ラインの運営の条件に応じて総合的に決定する必要がある。

近似解法のプロセス[2]では、プロセス[1]で得られた投入順序を効率的に改善するために、 Q 台ごとに最適な投入順序を求める方法を採用したが、規模の小さい投入順序づけ問題や Q の値が非常に小さい場合では、混合整数計画問題に部品消費速度の平準化の制約を追加して、例えば $2Q$ や $3Q$ 台で混合整数計画問題を解く方法も考えられる。問題(1)の $Q = 5$ 、 $\gamma = 0.1$ のケースで実際に解いてみると、表4.7のように大きく解が改善できる。したがって、組立ラインの生産条件によって、 Q の値を非常に小さくしなければならない場合は、近似解法のプロセス[2]を変更した方法で投入順序づけをすべきであり、問題の条件によって近似解法を使い分けた方が望ましい。

付 録

表4.7 問題(1)の $2Q, 3Q$ の場合の解

Table 5 Solutions in the case of
 $2Q$ and $3Q$

Size	Q	$2Q$	$3Q$
UT_A	7.11	4.39	3.52
Ratio	1.0	0.62	0.50

(1) S_{ij}^+, S_{ij}^- の計算方法

$$b_{iQ}^+ = b_{i,2Q}^+ = \dots = b_{i, \lfloor N/Q \rfloor Q}^+ ; \quad b_{iQ}^- = b_{i,2Q}^- = \dots = b_{i, \lfloor N/Q \rfloor Q}^-$$

が成立する部品 l の S_{ij}^+, S_{ij}^- は,

$$S_{ij}^+ = (1 + b_{i,Q}^+) j n_l / N ; \quad S_{ij}^- = (1 - b_{i,Q}^-) j n_l / N , \quad j = 1, 2, \dots, N-1$$

とする. そうでない部品 l の S_{ij}^+, S_{ij}^- は, 次のように計算する.

(a) $j = Q, 2Q, \dots, \lfloor N/Q \rfloor Q$ のとき

$$S_{ij}^+ = (1 + b_{ij}^+) j n_l / N ; \quad S_{ij}^- = (1 - b_{ij}^-) j n_l / N$$

とする.

(b) $1 \leq j < Q$ のとき

$$S_{ij}^+ = (1 + b_{i,Q}^+) j n_l / N ; \quad S_{ij}^- = (1 - b_{i,Q}^-) j n_l / N$$

とする.

(c) $mQ < j < (m+1)Q$ のとき

ここで, m は $1 \leq m < \lfloor N/Q \rfloor$ の整数とする. このときは,

$$S_{ij}^+ = S_{i,mQ}^+ + (S_{i,(m+1)Q}^+ - S_{i,mQ}^+) (j - mQ) / Q$$

$$S_{ij}^- = S_{i,mQ}^- + (S_{i,(m+1)Q}^- - S_{i,mQ}^-) (j - mQ) / Q$$

とする.

(d) $\lfloor N/Q \rfloor Q < j < N$ のとき

$$S_{ij}^+ = (1 + b_{i, \lfloor N/Q \rfloor Q}^+) j n_l / N ; \quad S_{ij}^- = (1 - b_{i, \lfloor N/Q \rfloor Q}^-) j n_l / N$$

とする.

(2) アニーリング法

アニーリング法のコントロールパラメータである初期温度, 終了温度 (停止基準), マルコフ連鎖の長さを, それぞれ c_0, c_f, L とする. これらの値は予備実験などを通じて適切に決定する必要がある. また, 投入順序 π の utility 作業の合計を $UT(\pi)$ とする. アニーリング法では近傍の解をどのように作るかが重要であるが, ここでは投入順序の任意の3台の車両の順序を入れ替えて新しい投入順序を作ることにする. アニーリング法のアルゴリズムは次のようになり, π が求める解である.

[アニーリング法]

(1) コントロールパラメータ c_0, c_f, L を設定する.

(2) ランダムに制約式(4.3)を満足する投入順序 π_0 を作り, $i \leftarrow 0$ とおく. また, $\pi \leftarrow \pi_0$ とおく.

(3) $h \leftarrow 0$ とおく.

(4) 投入順序 π の近傍として, π の任意の3台の車両の順序を入れ替えて, 制約式(4.3)を満足する新しい投入順序 $\hat{\pi}$ を作る.

$$\Delta UT = UT(\hat{\pi}) - UT(\pi)$$

を計算し, $\Delta UT < 0$ なら $\pi \leftarrow \hat{\pi}$ とする. また, $h \leftarrow h+1$ とおく. もし,

$$\Delta UT \leq 0 \quad \text{または}$$

$$\Delta UT > 0 \ \& \ \exp(-\Delta UT / c_i) > \xi$$

ならば $\pi \leftarrow \hat{\pi}$ とおいて, ステップ(5)へ進む. ここで, ξ は $[0, 1]$ の一様乱数である.

もしそうでなければ, 何もせずステップ(5)へ進む.

(5) もし, $h < L$ ならステップ(4)へ戻る. そうでなければ, ステップ(6)へ進む.

(6) もし, $c_i < c_f$ ならば終了する. そうでなければ,

$$c_{i+1} \leftarrow \alpha c_i, \pi_{i+1} \leftarrow \pi, i \leftarrow i+1$$

とおいて, ステップ(3)へ戻る. ここで, α は0.90から0.99の値をとる定数である.

(注)

最終組立ラインを簡単に説明しておく. 最終組立ラインはいくつかの工程から構成され, 工程はあるまとまった組み付け作業をする. 図4.7はある工程の例である. 工程は約20の作業ステーションからなり, 作業ステーションには1人の作業者が配置されている. 作業ステーションに割り当てられた, 組み付け作業する組立ラインの場所を作業域と呼ぶ. 本論文で扱う最終組立ラインでは, 作業者は自分の作業域内でのみ組み付け作業をする. また, 同一工程の作業者は同じ職場の組織(組という)に所属している.

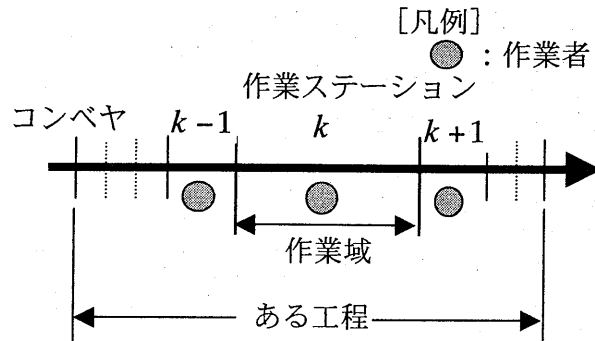


図4.7 最終組立ライン

第5章 最終車両組立ラインへのリアルタイムの投入指示の近似解法

5.1 はじめに

4章で述べたように、5章では最終組立ラインへのリアルタイムの投入指示問題を取り上げる。投入順序づけ問題には古くから多くの研究があるが、ここで扱うようなリアルタイムの投入指示問題の研究はほとんどない。本章の研究も4章の考え方を利用して問題を定式化する。しかし、リアルタイムの投入指示問題は、制約が1つ加わることになる。すなわち、車両の完成納期を守るためにバッファでの滞留時間をある一定時間以下にする（滞留制約と呼ぶ）という制約である。したがって、リアルタイム投入指示問題は、部品消費速度の平準化の制約とバッファでの滞留制約の2つの制約を満足する中で、代表作業ステーションの作業負荷の平準化が最大限図れる投入順序を求める問題になる。2つ目の滞留制約も数式で表現できるので、4章と同じような定式化で問題を解くことを考え、時々刻々適切な投入指示ができる、新しい考え方に基づいた方法を提案する。

本章の構成は以下のようなものである。5.2節ではリアルタイムの投入指示問題を定式化し、アニーリング法（Simulated Annealing）による投入指示方法を提案する。5.3節では数値例によって、提案した方法の有効性を示す。

5.2 リアルタイムの投入指示問題の定式化とその解法

リアルタイムの投入指示問題はバッファでの車両の滞留時間をある一定以下にしたうえで、作業負荷の平準化と部品の消費速度の平準化を図りながら、バッファの中の約25台の車両から1台ずつ最終組立ラインに投入指示することである。このとき1台だけ投入車両を決定して投入指示する方法では、条件の良い車両が早期に投入され、条件の悪い車両がバッファ内の滞留制約を最優先して指示しなければならない場合が生じ、作業負荷の平準化が大きく崩れるケースが発生する可能性がある。そこで、バッファにあるすべての車両で投入指示のための望ましい投入順序を作り、投入順序の最初の v （連続投入指示台数と呼ぶ）台だけを投入指示する方法を採用する。そして、 v 台投入指示した後は、またバッファにあるすべての台数で投入指示のための望ましい投入順序を再度作り、最初の v 台を投入指示することを繰り返す。このとき既に投入指示した投入順序も考慮する。連続投入指示台数 v の値は、投入順序を計算するための時間などを考慮して決定する必要がある。

5.2.1 作業負荷の平準化の定式化

代表作業ステーションの考え方を採用するのは第4章と同じであるが、定式化で異なるところがあるので、詳しく議論する。まず、最終組立ラインの定義をしておく。

- (1) 第1作業ステーションに投入指示の最初の車両が投入されて、作業が順次開始される。
- (2) 車両は一定のサイクルタイム t_c で投入される。
- (3) 作業者はコンベヤ上で車両の組み付けをし、作業が終了するとコンベヤからおり、次の車両に向かって作業域の上流へ移動する。次の車両に向かうための作業者の歩行時間は、コンベヤ速度 v_c と比較して歩行速度は非常に早いので0とする。
- (4) 作業者は自分の作業域のみで作業をする。作業域で作業が終了しない場合は、作業遅れの作

業は常に utility worker によって支援され、組立ラインはストップしない。この場合、作業者は作業域の下流の境界で作業を終わり、残りの作業は utility worker に任せ次の車両に向かう。
以上の定義は、代表作業ステーションの場合も同じである。

次に、代表作業ステーションの作業負荷の平準化の定式化を考える。これ以降、代表という言葉省略する。リアルタイムの投入指示問題ではバッファの台数で投入順序を決める問題を繰り返し解くことになるので、 i 回目の投入指示を決めるための投入順序づけ問題を問題 P_i と呼ぶことにする。次に記号の説明をする。条件として与えられているものは、次のとおりである。

K : 作業ステーションの数

L_k : k 作業ステーションの作業域の長さ ($k = 1, 2, \dots, K$)

N : 生産予定車両の台数

r : 車両を表すインデックス ($r = 1, 2, \dots, N$)

t_r^k : 車両 r の k 作業ステーションの作業時間

S : 投入順序の作成回数

n_i : 問題 P_i におけるバッファの車両台数 ($i = 1, 2, \dots, S$)

連続投入指示台数が v なので、

$$S = \lceil N/v \rceil$$

となる。ただし、

(1) $\lceil \beta \rceil$ は β 以上の最小の整数

(2) $n_i \geq v, i = 1, 2, \dots, S-1$

とする。作業負荷の平準化で求めるものの記号は、以下のとおりである。

$\pi(j)$: 問題 P_i における投入順序の j 番目の車両

ps_{ij}^k : 問題 P_i における k 作業ステーションの j 番目の作業の作業開始位置

pf_{ij}^k : 問題 P_i における k 作業ステーションの j 番目の作業の作業終了位置

投入順序が決まれば、この順序に対応した作業開始位置と作業終了位置を求めることができる。最初の作業開始位置 ps_{i1}^k は、 $i = 1$ の場合には、

$$ps_{i1}^k = 0$$

とする。 $i \geq 2$ の場合は、先回の問題 P_{i-1} の投入順序の v 番目の作業終了位置から求める必要がある。

$$ps_{i1}^k = \max\{pf_{i-1,v}^k - vctc, 0\}, i \geq 2$$

となる。2 番目以降の作業の開始位置 ps_{ij}^k は、

$$ps_{ij}^k = \max\{pf_{i,j-1}^k - vctc, 0\}, i, j \geq 2$$

となる。また、 j 番目の作業の作業終了位置 pf_{ij}^k は、

$$pf_{ij}^k = \min\{ps_{ij}^k + vct_{\pi(j)}^k, L_k\}$$

となる。したがって、 $i, j \geq 2$ のとき

$$ps_{ij}^k = \max\{\min\{ps_{i,j-1}^k + vct_{\pi(j-1)}^k, L_k\} - vctc, 0\}$$

と表現できる。また、

$$ps_{ij}^k + vct_{\pi(j)}^k > L_k$$

の場合は、utility worker の支援を受けることになる。このときの utility worker

の作業 u_{ij}^k は、

$$u_{ij}^k = ps_{ij}^k + vct_{\pi(j)}^k - L_k$$

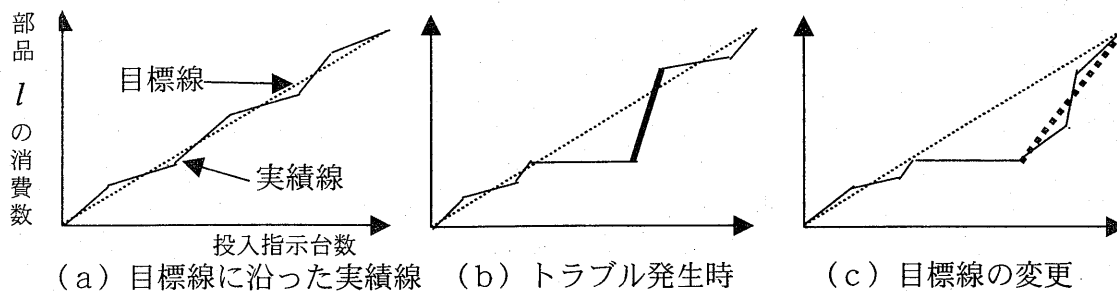


図5.1 目標と実績

となり、 u_{ij}^k を utility 作業と呼ぶ。

実際の最終組立ラインで作業遅れをなくし、ラインストップが発生しないようにするには、utility 作業ができるだけ少なくなるように投入順序づけることが必要である。すなわち、作業負荷の平準化を図るには、

$$UT = \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{k=1}^K w_k u_{ij}^k \rightarrow \min \quad (5.1)$$

となるような投入順序 $\pi(j)$ ($j = 1, 2, \dots, n_i$) を求めることが必要である。ここで、 w_k は代表作業ステーションが対象とする作業ステーションの数が異なる場合があるので、 k 代表作業ステーションの重み付けを行う定数である。

5.2.2 部品消費速度の平準化の定式化

部品消費速度の平準化の定式化の考え方は第4章と同じであるが、定式化が異なるので詳しく議論する。最終組立ラインに投入指示する予定である N 台の車両を生産するのに必要な部品 l ($l = 1, 2, \dots, M$ で、 M は部品の数) の数を m_l とすると、車両1台当たりの部品 l の必要数は m_l / N となる。したがって、 j 台の車両を生産するために必要な部品 l の平均必要数は jm_l / N となり、これを投入順序 j 番目の目標値と呼ぶ。一方、投入指示の1番目から j 番目までの車両を生産するために必要な部品 l の数を x_{lj} とする。また、ある投入順序の x_{lj} をその投入順序における部品 l の j 番目の実績値と呼ぶことにする。投入指示において部品 l の消費速度を平準化するためには、 x_{lj} はできるだけ jm_l / N に近いことが要求される。そこで、部品 l の消費速度の平準化の尺度として、 $|jm_l / N - x_{lj}|$ の大きさで考える。部品 l の消費速度の平準化のためには $|jm_l / N - x_{lj}|$ ができるだけ小さいことが望ましい。したがって、最終組立ラインへの投入指示において、 $|jm_l / N - x_{lj}|$ の値ができるだけ小さくなるように投入指示すればよい。このことを図で表してみよう。図5.1の(a)はある部品 l の jm_l / N を点線(目標線)で、投入指示後の x_{lj} を実線(実績線)で表したもので、点線と実線の上下の距離が $|jm_l / N - x_{lj}|$ を表している。図5.1の(a)の場合は投入指示結果の部品 l の消費速度の平準化はかなり良好である。しかし、生産ラインで何かトラブルがあり、部品 l を構成部品として持つ車両がバッファにある一定時間存在しなければ、目標値と実績値の差が大きくなる(図5.1の(b)参照)。その後、トラブルが解消し部品 l を構成部品として持つ車両がバッファに入ってくると次々に投入指示され、一気に部品の消費速度の遅れを挽回する可能性がある。これはまた部品 l の時間当たりの消費が多くなり過ぎ、実際の運営では大きな問題になる。したがって、部品 l の消費速度の挽回も平準化して行う必要があり、このためには目標を変更する必要がある。図5.1の(c)はこの目標の変更を表している。このように生産予定車両で目標を設定すると、

実際にバッファに到着する車両によっては問題が発生する可能性がある。このことが投入順序づけ問題と大きく異なる点である。実際の投入指示はバッファの車両しか指示できないので、リアルタイムの投入指示問題ではバッファにある車両で部品消費速度の平準化の目標値を設定することにする。バッファにある車両で目標値を設定すると、バッファに到着する車両の順序によって、問題 P_i の目標値が左右されることになる。したがって、バッファに到着する車両の順序が非常に重要になるが、トヨタではボデーラインへの生産指示どおりの車両が完成するようにいろいろな改善に努力しているので、このことが正に生きてくることになる。また、ボデーラインへの生産指示の順序（投入順序づけ問題）も重要になるが、今後は第4章で示された適切な生産指示がなされることになる。

以上の議論を踏まえ、部品消費速度の平準化を次のように定式化する。まず、記号を定める。

m_{li} : 問題 P_i の車両の生産に必要な部品 l の数

$G_{li}(j)$: 問題 P_i の投入順序における部品 l の j 番目の目標値

$J_{li}(j)$: 問題 P_i の投入順序における部品 l の j 番目の実績値

D_{li} : 問題 P_i の投入順序における部品 l の v 番目の目標値と実績値の差

x_{lj}^i : 問題 P_i の投入順序における j 番目までの車両に含まれる部品 l の数

問題 P_1 における部品 l の j 番目の目標値は

$$G_{l1}(j) = jm_{l1}/n_1$$

となる。本章では車両の投入指示における部品消費速度の平準化は、 x_{lj}^1 が次のような制約式を満足することによって達成することにする。すなわち、

$$(1 - b_{lj}^-)G_{l1}(j) \leq x_{lj}^1 \leq (1 + b_{lj}^+)G_{l1}(j) \quad (5.2)$$

とする。ここで、 b_{lj}^+ と b_{lj}^- は0と1の間の定数である。なお、 b_{lj}^+ と b_{lj}^- は部品 l の平準化の目標レベルによって決定するが、 $G_{l1}(j)$ の大きさも考慮する必要がある。また、生産予定車両での目標値 jm_{l1}/N との大きさも考慮する必要がある。たとえば、

$$jm_{l1}/N > jm_{l1}/n_1$$

なら、下限設定の b_{lj}^- は少し小さめにするなど、生産予定車両の目標に近づけるように工夫した設定が必要である。問題 P_1 を解いて投入順序が決まったとすると、

$$D_{l1} = J_{l1}(v) - G_{l1}(v) \quad (5.3)$$

となる。この値 D_{l1} を次の投入順序づけ問題 P_2 に引き継ぐとすると、問題 P_2 の部品消費速度の平準化の制約は式(5.2)と(5.3)から次のようになる。

$$(1 - b_{l2j}^-)G_{l2}(j) \leq x_{lj}^2 + D_{l1} \leq (1 + b_{l2j}^+)G_{l2}(j)$$

ここで、 b_{l2j}^+ と b_{l2j}^- は0と1の間の定数である。また、問題 P_2 において、

$$D_{l2} = J_{l2}(v) - G_{l2}(v) + D_{l1}$$

となる。以上を繰り返すと、問題 $P_i(i \geq 3)$ では、

$$\begin{aligned} D_{li} &= J_{li}(v) - G_{li}(v) + D_{l,i-1} \\ &= J_{li}(v) - G_{li}(v) + J_{l,i-1}(v) - G_{l,i-1}(v) + D_{l,i-2} \\ &= \sum_{p=1}^i \{J_{lp}(v) - G_{lp}(v)\} \end{aligned}$$

となる。 $D_{l0} = 0$ と定義すると、問題 P_i の部品消費速度の平準化の制約は次のようになる。

$$(1 - b_{lij}^-)G_{li}(j) \leq x_{lj}^i + D_{l,i-1} \leq (1 + b_{lij}^+)G_{li}(j), \quad l = 1, 2, \dots, M \quad (5.4)$$

ここで、 b_{lij}^+ と b_{lij}^- は0と1の間の定数である。

また、第4章と同じように十分小さな整数を Q として、投入順序に対して Q 台ごとに部品の消費

速度の平準化を図る方法を採用し、問題 P_1 における部品消費速度の平準化の制約を、

$$(1-b_{lj}^-)G_l(j) \leq x_{lj}^1 \leq (1+b_{lj}^+)G_l(j), \quad l=1,2,\dots,M; j=Q,2Q,\dots,\lfloor n_1/Q \rfloor Q$$

とする。ここで、記号 $\lfloor \beta \rfloor$ は β 以下の最大の整数を表す。問題 P_2 における部品消費速度の平準化の制約の順序の位置は、実際の運用から $Q > v$ とすると、

$$j = Q-v, 2Q-v, \dots, \lfloor n_2/Q \rfloor Q-v$$

となる。次に、投入順序づけ問題 P_i における部品消費速度の平準化の制約の順序の位置を求める。今、 γ を整数とする。

$$(\gamma-1)Q - (i-1)v \leq 0$$

$$\gamma Q - (i-1)v > 0$$

とすると、

$$(i-1)v/Q < \gamma \leq (i-1)v/Q + 1 \quad (5.5)$$

となる。式(5.5)を満足する γ を γ_i とおくと、投入順序づけ問題 P_i における部品消費速度の平準化の制約式は次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} (1-b_{lj}^-)G_l(j) &\leq x_{lj}^i + D_{l,i-1} \leq (1+b_{lj}^+)G_l(j) \\ j &= \gamma_i Q - (i-1)v, (\gamma_i + 1)Q - (i-1)v, \dots, (\gamma_i + \lfloor n_i/Q \rfloor - 1)Q - (i-1)v \end{aligned} \right\} \quad (5.6)$$

5.2.3 リアルタイムの投入指示問題の定式化

本章で取り上げたリアルタイムの投入指示問題の条件に、車両 r のバッファでの滞留時間が一定時間以下にするという制約がある。現在のバッファにある車両 r が L_r 台目までに投入指示されなければならないとする。車両 r がバッファに到着したときは、 $L_r = R$ とする。その後1台1台投入指示されるごとに、車両 r がバッファにある間、

$$L_r \leftarrow L_r - 1$$

とし、車両 r は L_r が正のときに投入指示されなければならないようにする。次に、この条件を式で表すことを考える。今、 z_{rj}^i を問題 P_i において車両 r が j 番目の投入順序に決定されたときは1、そうでなければ0を取る0-1変数とすると、問題 P_i における滞留制約は、次のように表すことができる。

$$\sum_{j=1}^{L_i} z_{rj}^i = 1, \quad r \in B_i \quad (5.7)$$

$$\text{ここで、} L_i = \begin{cases} L_r, & L_r \leq n_i \\ n_i, & L_r > n_i \end{cases}$$

B_i : 問題 P_i におけるバッファの車両 r の集合

である。

utility 作業の合計を最小にする投入順序を求める問題は、混合整数計画問題に定式化できる([5.3])ので、リアルタイムの投入指示問題も混合整数計画問題に定式化できることになる。 α_{lr} を部品 l が車両 r の構成部品なら1、そうでなければ0とすると、問題 P_i の投入順序の p 番目における部品 l の数は、 $\sum_{r \in B_i} \alpha_{lr} z_{rp}^i$ となる。したがって、問題 P_i における投入順序の1番目から p 番目までにおける部品 l の数 x_{lj}^i は、

$$x_{lj}^i = \sum_{p=1}^j \sum_{r \in B_i} \alpha_{lr} z_{rp}^i \quad (5.8)$$

となる。そこで、式(5.8)を式(5.6)に代入すると、次のように書き換えられる。

$$(1-b_{lij}^-)G_{li}(j) \leq \sum_{p=1}^j \sum_{r \in B_i} \alpha_{lr} z_{rp}^i + D_{l,i-1} \leq (1+b_{lij}^+)G_{li}(j), \quad l=1,2,\dots,M \quad (5.9)$$

$$j = \gamma_i Q - (i-1)v, (\gamma_i + 1)Q - (i-1)v, \dots, (\gamma_i + \lfloor n_i / Q \rfloor - 1)Q - (i-1)v$$

以上の議論からリアルタイムの投入指示問題 P_i は制約式 (5.7) と (5.9) のうえに, utility 作業の合計を最小にする投入順序づけ問題の制約式である以下の式 (5.13) から (5.20) を追加することによって, 0-1 変数 z_{rj}^i と連続変数 u_{ij}^k と ps_{ij}^k をもつ, 次のような utility 作業の合計を最小にする混合整数計画問題に定式化できる.

リアルタイムの投入指示問題 P_i :

$$\text{最小化} \quad UT = \sum_{j=1}^{n_i} \sum_{k=1}^K w_k u_{ij}^k \rightarrow \min \quad (5.10)$$

制約条件

$$\sum_{j=1}^{I_r} z_{rj}^i = 1, \quad r \in B_i \quad (5.11)$$

$$I_{ri} = \begin{cases} I_r, & I_r \leq n_i \\ n_i, & I_r > n_i \end{cases}$$

$$(1-b_{lij}^-)G_{li}(j) \leq \sum_{p=1}^j \sum_{r \in B_i} \alpha_{lr} z_{rp}^i + D_{l,i-1} \leq (1+b_{lij}^+)G_{li}(j) \quad (5.12)$$

$$l = 1, 2, \dots, M,$$

$$j = \gamma_i Q - (i-1)v, (\gamma_i + 1)Q - (i-1)v, \dots, (\gamma_i + \lfloor n_i / Q \rfloor - 1)Q - (i-1)v$$

$$\sum_{r \in B_i} z_{rj}^i = 1, \quad j = 1, 2, \dots, n_i \quad (5.13)$$

$$\sum_{j=1}^{n_i} z_{rj}^i = 1, \quad r \in B_i \quad (5.14)$$

$$ps_{ij}^k + v_c \sum_{r \in B_i} t_r^k z_{rj}^i - u_{ij}^k - ps_{i,j+1}^k \leq v_{ctc}, \quad j = 1, 2, \dots, n_i; k = 1, 2, \dots, K \quad (5.15)$$

$$ps_{ij}^k + v_c \sum_{r \in B_i} t_r^k z_{rj}^i - u_{ij}^k \leq L_k, \quad j = 1, 2, \dots, n_i; k = 1, 2, \dots, K \quad (5.16)$$

$$ps_{ij}^k \geq 0, u_{ij}^k \geq 0, z_{rj}^i \in \{0,1\}, \quad j = 1, 2, \dots, n_i; k = 1, 2, \dots, K; r \in B_i \quad (5.17)$$

$$ps_{i,n_i+1}^k \geq 0, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (5.18)$$

さらに,

(1) $i=1$ のとき,

$$ps_{i1}^k = 0, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (5.19)$$

(2) $i \geq 2$ のとき,

$$ps_{i1}^k = \max\{\min\{ps_{i-1,v}^k + v_{ct}^k, L_k\} - v_{ctc}, 0\} \quad (5.20)$$

とする. また, $i = 1, 2, \dots, S$ である.

式 (5.13) から (5.16) は, 4.2.3 節で説明したとおりである. リアルタイムの投入指示問題 P_i から制約式 (5.11) と (5.12) を除いた問題は NP-困難な問題になるので, リアルタイムの投入指示問題 P_i も NP-困難な問題になる. しかし, 問題の規模が小さいので, 例を作成して市販のパッケージで解いてみる. $n_i = 10$ の場合には 15 秒程度で解けるが, $n_i = 25$ 場合は実用的な時間では解けない. 一部の組立ラインでは $n_i = 10 \sim 15$ のケースもあるが, 基本的には $n_i = 25 \sim 30$ となり, 混合整数計画法が適応できないことになる. 最近, 組合せ問題にメタヒューリスティクスが盛んに使用されているので, リアルタイムの投入指示問題 P_i の解法として, メタヒューリスティクスを考える. 問題 P_i は混合整数計画問題であるが, 制約式 (5.11) と (5.12) を満足する投入順序の中で, 目的関数 (5.10) 式を最小にする投入順序を求める問題であり, 問題の規模も非常に小さいので, メタヒューリスティクスのどの手法を用いても最適解に近い解が求まるものと思われる. そこで, 本章ではアニーリング法を用いることにする.

5.2.4 アニーリング法

アニーリング法は既によく知られているので、ここでは詳しくは触れない。アニーリング法では近傍の解をどのように作るかが重要であるが、投入順序の任意の3台の車両の順序を入れ替えて新しい投入順序を作ることにする。コントロールパラメータである初期温度、終了温度（停止基準）、マルコフ連鎖の長さを、それぞれ c_0, c_f, L とする。これらの値の設定は重要であり、予備実験を通じて設定する。また、投入順序 π の utility 作業の合計を $UT(\pi)$ とすると、アニーリング法のアルゴリズムは次のようになり、 π が求める解になる。

[アニーリング法]

(1) コントロールパラメータ c_0, c_f, L を設定する。

(2) ランダムに制約式 (5.11) と (5.12) を満足する投入順序 π_0 を作り、 $i \leftarrow 0$ とおく。また、 $\pi \leftarrow \pi_0$ とおく。

(3) $h \leftarrow 0$ とおく。

(4) 投入順序 π の近傍として、 π の任意の3台の車両の順序を入れ替えて、制約式 (5.11) と (5.12) を満足する新しい投入順序 $\hat{\pi}$ を作る。

a) $UT(\hat{\pi}) = 0$ の場合

最適解が得られたので、 $\pi \leftarrow \hat{\pi}$ において手順を終了する。

b) $UT(\hat{\pi}) \neq 0$ の場合

$$\Delta UT = UT(\hat{\pi}) - UT(\pi)$$

を計算し、 $\Delta UT < 0$ なら $\pi \leftarrow \hat{\pi}$ とする。また、 $h \leftarrow h + 1$ とおく。

もし、

$$\Delta UT \leq 0 \quad \text{または}$$

$$\Delta UT > 0 \ \& \ \exp(-\Delta UT / c_i) > \xi$$

ならば $\pi \leftarrow \hat{\pi}$ において、ステップ (5) へ進む。ここで、 ξ は範囲 $[0, 1]$ の一様乱数である。もしそうでなければ、何もせずステップ (5) へ進む。

(5) もし、 $h < L$ ならステップ (4) へ戻る。そうでなければ、ステップ (6) へ進む。

(6) もし、 $c_i < c_f$ ならば終了する。そうでなければ、

$$c_{i+1} \leftarrow \alpha c_i, \pi_{i+1} \leftarrow \pi, i \leftarrow i + 1$$

において、ステップ (3) へ戻る。ここで、 α は 0.90 から 0.99 の値をとる定数である。

5.3 投入指示結果の評価

アニーリング法による投入指示の結果である投入順序の utility 作業の合計が、バッファへの車両の到着順での utility 作業の合計と比較してどの程度減少したかを評価することにする。表 5.1 のような条件をもつ投入順序づけ問題を1つ考える。表 5.2 は一部の車両の作業ステーションの作業時間である。その他の車両についても同じような作業時間である。この投入順序づけ問題の utility 作業の合計がどの程度かを知るために、ランダムな投入順序を100個作りそれらの utility 作業の合計の平均を求めると、63.76 となった。 Q の値については実際の工場運営から $Q = 10$ とする。バッファの台数は常に25台とする。また、バッファでの滞留制約はバッファの容量の半分は作業負荷の平準化に使用できるとして、

$$R = 25 + 30/2 = 40$$

表5.1 投入順序づけ問題の条件

生産予定車両の台数 N	100
作業ステーション数 K	15
部品の総数 M	15
各車両の部品数	10
各作業域の長さ (m) L_k	7
サイクルタイム (分) t_c	6.2
コンベヤの速度 (m/分) v_c	1
$w_k (k = 1, 2, \dots, 15)$	1

表5.2 一部の車両の作業時間

車両	作業ステーション						
	1	2	3	4	5	6	7
1	6.63	6.33	6.59	6.61	5.31	6.48	6.64
2	6.00	5.99	5.87	5.67	5.42	5.52	5.55
3	6.64	5.11	6.60	5.74	5.05	6.42	5.01
4	6.01	5.86	6.04	4.59	4.61	5.28	5.64
5	6.46	5.05	6.25	6.61	6.61	6.47	6.57
6	5.80	6.44	5.01	6.61	6.57	5.74	4.95
7	6.52	6.63	6.63	6.55	5.31	6.59	6.44
8	5.97	4.59	5.99	5.55	6.03	4.55	6.17
9	6.63	6.64	6.14	6.11	6.63	6.63	6.61
10	6.59	6.24	6.63	6.64	6.63	6.65	6.64

表5.3 計算時間による解の差

計算時間(分)	1	2	4	6	8
比率	1.0	.954	.921	.910	.927

とする. 連続指示台数 v は小さい方が望ましいが, アニーリング法の計算時間も考慮して決める必要がある. そこで, 計算時間によって解にどの程度の差がでるかを実験で確かめてみる. 投入順序づけ数が 25 で, 部品の消費速度の平準化や滞留制約などがない作業負荷の平準化だけの投入順序づけ問題に対して, アニーリング法を適用する (前述のアニーリング法に対して, 部品消費速度の平準化の制約と滞留制約を大きく緩和する). この問題に対して, 1, 2, 4, 6, 8 分の各時間で計算を打ち切ったときの解の utility 作業の合計を各々 10 ずつ求め, その平均を算出して計算時間が 1 分の場合を 1.0 したときの結果は, 表 5.3 のようになる. 表 5.3 から分かるように, 投入順序づけ問題が小規模のためあまり大きな差はない. そこで, 連続投入指示台数 v の値については 2, 4, 6 の 3 つとする. また, 部品消費速度の平準化の制約に関しては, 実際の工場運営では 10% 程度の変動に対応する必要があるので,

$$b_{ij}^+ = b_{ij}^- = 0.05$$

とする. しかし, 比率だけからの計算では部品消費速度の平準化の制約が厳しくなりすぎるので,

$$b_{ij}^+ G_{ii}(j) = b_{ij}^- G_{ii}(j) < 2$$

の場合は

$$b_{ij}^+ G_{ii}(j) = b_{ij}^- G_{ii}(j) = 2$$

とする. アニーリング法の投入指示結果は, バッファに到着する車両の順序によって差があると思われるので, 次の 2 つの到着順序を考える.

(1) 部品の消費速度の平準化だけ考えて, 目標追跡法を適用して求めた投入順序とする. この順序の utility 作業の合計は 46.11 となる.

(2) 作業負荷の平準化だけを考えて, 目標追跡法を適用して求めた投入順序とする (注参照). この順序の utility 作業の合計は 11.09 となる.

この 2 つの到着順序に対して, アニーリング法で投入指示をする. アニーリング法による解には少しバラツキが生じるので, 問題 P_i ごとに 2 回計算し, その良い方を問題 P_i の解とする. また, 計算時間は 2 分とする. 各ケースにつき 3 回求め, その中で最も良い解の utility 作業の合計と到着

表5.4 投入指示の結果

ν	到着順序(1)		到着順序(2)	
	UT	減少率	UT	減少率
2	3.56	.923	3.41	.693
4	3.74	.919	3.60	.675
6	3.77	.918	2.73	.754

順序の utility 作業の合計に対する減少率を求めると、表 5.4 のようになる（アニーリング法を適用するときは解を 3 つ求め、その中で最も良い解を解とするのは以下同様である）。表 5.4 から分かるように、 ν の値による差はあまりない。したがって、 ν の値は問題 P_i を解くために使用するコンピュータの性能によって決めればよい。到着順序（1）の場合では減少率は非常に大きい。到着順序（2）の方は作業負荷の平準化がかなりできている到着順序であるが、この到着順序に対しても、約 70% の減少ができており、良好な結果であるといえる。また、到着順序（1）と（2）の両者とも utility 作業の合計はほとんど同じであることに注目すべきである。これはバッファの台数や滞留制約の値が十分大きいことを示している。本章のテーマではないが、これらの値について必要最小限の値を求めることも重要なことである。特に、バッファの容量の縮小は工場内のスペースの節約や設備投資の削減に繋がるので、今後の課題としたい。

なお、今回の計算には CPU が Pentium III の 733MHz のパソコンを使用した。

5.4 おわりに

本章は塗装ラインの後のバッファから最終組立ラインに車両を投入指示するリアルタイムの投入指示問題を取り上げ、4 章と同じ考え方で最終組立ラインに適切な投入指示ができる近似解法を提案した。実際のデータを用いて効果の確認をする必要があるが、4 章で示した方法とセットでこの新しい方法を導入することによって、従来の大雑把な作業負荷の平準化と比較すると作業ステーションの作業負荷の平準化が飛躍的に向上する。最近のように車両組立ラインで生産する車種が増加すればするほど効果は大きくなる。今後は新しいシステムの開発に向けた準備をすることが課題である。

また、既に指摘したようにバッファの容量の大きさや滞留制約の値の大きさを適切に決めることも重要な課題であり、当面の課題として取り組みたい。

理論的には次のような課題もある。アニーリング法では、規模が小さいと言っても最適解は求まらずに近似解になる。そこで、バッファのすべての車両を使用して定式化するのではなく、15~20 程度の車両で定式化して混合整数計画法を適用して、最適な投入順序を求める方法も考えられる。この方法ではバッファの中からどのように車両を選ぶかが課題となる。

(注)

詳しくは第 1 章の付録を参照。簡単に述べると、 j 番目の投入順序を決定するとき、 j 番目の部品の使用数の目標値と実績値との距離、 $\sqrt{\sum_{l=1}^M (jm_l / N - x_{lj})^2}$ が最小になる車両を決定する代わりに、部品の構成を作業ステーションの作業時間に置き換えて同じように投入順序づけると、作業負荷の平準化に関する目標追跡法になる。

第6章 リリーフマンを考慮した車両組立ラインの投入順序づけの近似解法

6.1 はじめに

4章や5章の作業負荷の平準化の定式化は従来の研究を利用しており、組立ラインのラインストップの可能性を最小にする順序を求める問題として扱っている。しかし、トヨタ生産方式の組立ラインでは、作業遅れが発生すると作業遅れが解消するまで組立ラインは止まることになる。したがって、作業負荷の平準化も実際の組立ラインが止まる時間を最小にする投入順序を求める問題に定式化した方がより実動的である。そこで、第6章ではトヨタ生産方式に即したモデルでの投入順序づけ問題を扱う。

作業負荷の平準化を目的関数とする投入順序づけ問題は古くから多くの研究がある（[6.1]～[6.5]）。しかし、そのほとんどが組立ラインは停止しないという前提の研究である。すなわち、作業遅れが発生すると作業遅れの作業（utility 作業）は utility worker（[6.2]）によって行われ、作業者は次の車両の作業を行うというモデルのため、作業遅れが発生してもラインは止まらない。そして、作業負荷の平準化は utility 作業の合計を最小にする問題として定式化している。したがって、この定式化はラインストップが発生する可能性を最小にするという定式化であって、ラインストップの最小化という定式化ではない。また、次のような2つの問題点がある。

（1）作業遅れが発生した場合はいつでも utility worker によって支援を受けられるという前提は現実的ではない。

（2）utility worker は作業遅れが発生した作業ステーションの作業域外で作業遅れの作業をするが、これは次の作業ステーションでの作業と干渉し、作業ができないケースが発生する。

以上の2つの問題があるが、utility worker を前提とすると、作業負荷の平準化は utility 作業の合計を最小にする問題として容易に定式化できるために、組立ラインのラインストップの最小化の代用として用いられてきた。この utility 作業の合計を最小にする投入順序づけ問題はNP困難な問題（[6.2]）であり、分枝限定法、混合整数計画法、メタヒューリスティクスを利用した方法、ヒューリスティックな方法などいろいろな方法が提案されている。

前述の2つの問題を解消し、作業遅れによって組立ラインが止まる時間を最小にする投入順序づけ問題の研究が少しある（[6.6]～[6.8]）。これらの研究では、作業遅れが発生すると組立ラインは停止し、作業者が作業遅れの作業を完了すると組立ラインが動き出すという、作業遅れの時間だけライン停止が発生するモデルで、utility worker を考えない。このモデルは作業遅れによって組立ラインが停止するので、実際の組立ラインに近いモデルということができる。

ところで、トヨタ生産方式では作業遅れが発生しそうであれば警告を出し、リリーフマン（作業補助者）を呼びだして支援を受ける。リリーフマンの支援を受けて作業遅れが解消できれば組立ラインは止まらない。しかし、リリーフマンの支援を受けても、支援のタイミングが遅くて作業遅れが挽回できなければ組立ラインは停止することになる。また、リリーフマンは約20の作業ステーションの支援を担当しているので、作業遅れが同じような時間に2箇所以上発生すると、リリーフマンが支援に来てくれない場合もある。作業遅れが発生すると、作業者が作業遅れの作業を完了するまでラインは停止することになる。トヨタ生産方式におけるこのようなリリーフマンを考慮して、組立ラインのラインストップを最小にする投入順序づけ問題はまだ研究されていない。本章ではこ

の問題を取り上げ、トヨタ生産方式の実際により即した方法でラインストップを最小にする作業負荷の平準化方法について研究する。リリーフマンを考慮した組立ラインのラインストップを求める定式化は、非常に複雑になるように思われるが、工夫することによって簡潔に定式化できることを示す。ラインストップを最小にする投入順序づけ問題もNP困難な問題であり ([6.8]), また実際の投入順序づけ問題の規模が非常に大きいため、効率的な近似解法が要求されている。そこで、本章では投入順序の1番目から順次投入車両を決定する方法を採用し、現在トヨタで使用している目標追跡法の考え方を応用した近似解法を提案する。

本章の構成は以下のものである。6.2節では取り上げる組立ラインの条件を明確にする。6.3節ではリリーフマンを考慮した投入順序づけ問題の定式化を行う。6.4節では実際の問題の規模に適用できる近似解法を提案し、数値例でその評価を行う。また、アニーリング法との比較を行い、精度的にも実際の問題に適用できることを示す。

6.2 車両組立ラインの定義

6.2.1 車両組立ライン

ここで扱う車両組立ラインは4章の図4.5で示したような最新の組立ラインで、いくつかの工程から構成され、工程はいくつかの作業ステーションからなる。工程の前後にはバッファがあり、ある工程でラインストップが発生してもその他の工程には影響を与えないとする。また、各工程の作業ステーションはラインの両側にあるが、定式化を簡単にするために片側にだけ作業ステーションがあるとす。その他の条件は以下のものである。

(1) 作業ステーションは閉ステーションで、作業者は他の作業ステーションに入って作業することではなく、作業域で作業が終了しなければ作業域の下流の境界でラインは停止する。

(2) 工程ごとにリリーフマンが1人おり、作業遅れが発生しそうであれば、リリーフマンを呼び出して支援を受ける。リリーフマンに関する条件は次の6.2.2節で述べる。

(3) 時刻0に先頭工程の最初の作業ステーションに車両が投入されて、作業が開始される。投入順序の最初の車両が流れてくるまでは2番目以降の作業ステーションの作業はないとする。

(4) 車両は一定のサイクルタイム t_c で投入され、作業者はコンベヤ上で作業を行い、作業が終了するとコンベヤからおり、次の車両に向かって上流へ移動する。コンベヤの速度 v_c に比べると歩行速度は非常に速いので、作業者の移動時間は0とする。組立ラインは固定サイクル投入方式であるが、ある工程の作業ステーションでラインストップが発生した場合は、その工程ではラインストップ時間だけ次の車両が投入されるまでの時間は延長される。また、ラインストップ中でもその工程の各作業ステーションでは、作業を続けることができる。さらに、作業終了後次の車両が作業域内であれば、移動して次の作業に取りかかることもできる。

6.2.2 リリーフマン

リリーフマンに関する条件は次のようである。

(1) リリーフマンは工程ごとに1人とし、呼び出しがないときは工程(コンベヤ)の中央(定位置)に待機しているとする。

(2) 作業者は作業遅れが発生し、ラインストップが起こりそうであれば、作業開始時にリリーフマンを呼び出す。ラインストップをできるだけ発生させないために、最も早く作業遅れが起こる作

業ステーションから呼び出すとする。どこかの作業ステーションをリリース中は呼び出しができず、リリースしている作業が完了すると、その時点でリリースマンを呼び出すことができるものとする。

(3) リリースマンの移動はコンベヤ上ではなく通路を通り、歩行速度と v_m する。

(4) リリースマンが定位置へ戻る途中で呼び出された場合、すぐ呼び出された作業ステーションに向かうとする。

(5) リリースマンが作業ステーションへ移動中、呼び出された作業ステーションでの作業が完了し次の作業ステーションから呼び出された場合は、最初に呼ばれた作業ステーションへ移動し遅れ作業が完了したことを確認して、次に呼び出された作業ステーションに行くとする。

(6) リリースは作業遅れを解消するために作業遅れに応じて、十分支援をしなければならない場合と少しの支援でよい場合の2つの支援方法があるとする。前者の場合はリリースマンが到着した後の残りの作業時間の $a_{k1}(0 < a_{k1} < 1)$ 倍の時間で、後者の場合は同様に $a_{k2}(a_{k1} < a_{k2} < 1)$ 倍の時間で作業ができるとする。

6.2.3 記号の定義

次のように記号を設定する。

L_k : k 作業ステーションの作業域の長さ ($k = 1, 2, \dots, K$)

K : 作業ステーションの数

N : 投入順序づけをする車両の数

$\pi(n)$: 投入順序の n 番目の車両 ($n = 1, 2, \dots, N$)

$t_{\pi(n)}^k$: 車両 $\pi(n)$ の k 作業ステーションの作業時間で、車両を r で表したときは t_r^k と表現 ($r = 1, 2, \dots, N$)

ts_n^k : k 作業ステーションの n 番目の作業の作業開始時刻

tf_n^k : k 作業ステーションの n 番目の作業の作業終了時刻

ps_n^k : k 作業ステーションの n 番目の作業の作業開始位置

pf_n^k : k 作業ステーションの n 番目の作業の作業終了位置

S_i : i 回目のラインストップ時間

$T_s(S_i)$: i 回目のラインストップの発生時刻

$T_f(S_i)$: i 回目のラインストップの終了時刻

6.3 車両投入順序づけ問題の定式化

6.3.1 定式化の考え方

投入順序づけ問題の従来多くの研究は、各作業ステーションの作業を作業開始位置と終了位置で定式化している。今回のリリースマンを考慮した投入順序づけ問題では、ラインストップを考える必要がある。ラインストップは何時から何時まで発生したという時刻表現になる。したがって、ラインストップがどの作業ステーションのどの作業に影響するかどうかを判断するためには、作業を作業の開始時刻と終了時刻で表現した方が便利である。また、作業中にラインストップが発生しても作業は継続できるので、作業終了時刻はラインストップの影響を受けない。しかし、作業終了位置で表そうとすると、作業中のラインストップを考慮する必要があり、定式化は複雑になる。そこで、本研究では作業の開始時刻と終了時刻で定式化する。このことにより、リリースマンを考慮

した車両組立ラインの投入順序づけ問題の定式化は、以下に示すように簡潔になる。

組立ラインはいくつかの工程から構成されているが、工程はバッファーにより独立しているので、ある1つの工程について定式化を考える。 k 作業ステーションの n 番目の作業において、リリースが必要かどうかは k 作業ステーションの作業域で作業が終わるかどうかである。そこで、この作業域を時刻で表すことを考える。時刻は第1作業ステーションの1番目の作業の開始時刻を0とする。 i 回目のラインストップが発生した後の k 作業ステーションの n 番目の車両が、作業域の上流の境界に到着する時刻を $TS_{k,n}^{(i)}$ とし、作業可能時刻と呼ぶ。また、 n 番目の車両が作業域の下流の境界に到着する時刻を $TF_{k,n}^{(i)}$ とし、作業終了すべき時刻と呼ぶことにする。ラインストップが発生していない場合 ($i = 0$) の作業可能時刻 $TS_{k,n}^{(0)}$ と作業終了すべき時刻 $TF_{k,n}^{(0)}$ は、付録 (1) で示したように

$$TS_{k,n}^{(0)} = \begin{cases} (n-1)t_c & , k=1 \\ (n-1)t_c + \sum_{i=1}^{k-1} L_i / v_c & , k \geq 2 \end{cases}$$

$$TF_{k,n}^{(0)} = (n-1)t_c + \sum_{i=1}^k L_i / v_c$$

となる。ラインストップが発生すると作業可能時刻と作業終了すべき時刻は変化することになる。たとえば、 k 作業ステーションの n 番目の車両の作業中にラインストップが発生したとすると、この作業の作業終了すべき時刻はラインストップ時間だけ繰り下がることになる。一般に、 $i+1$ 回目のラインストップが S_{i+1} 時間発生したとすると、作業可能時刻と作業終了すべき時刻は、次のように変化する。

(1) $TF_{k,n}^{(i)} < T_s(S_{i+1})$ のとき

$$TS_{k,n}^{(i+1)} = TS_{k,n}^{(i)}$$

$$TF_{k,n}^{(i+1)} = TF_{k,n}^{(i)}$$

(2) $TS_{k,n}^{(i)} \leq T_s(S_{i+1}) \leq TF_{k,n}^{(i)}$ のとき

$$TS_{k,n}^{(i+1)} = TS_{k,n}^{(i)}$$

$$TF_{k,n}^{(i+1)} = TF_{k,n}^{(i)} + S_{i+1}$$

(3) $TS_{k,n}^{(i)} > T_s(S_{i+1})$ のとき

$$TS_{k,n}^{(i+1)} = TS_{k,n}^{(i)} + S_{i+1}$$

$$TF_{k,n}^{(i+1)} = TF_{k,n}^{(i)} + S_{i+1}$$

(6.1)

$i+1$ 回目のラインストップ以降は以上のようにして求めた作業可能時刻 $TS_{k,n}^{(i+1)}$ と作業終了すべき時刻 $TF_{k,n}^{(i+1)}$ の間に作業が終わるかどうかを判断し、リリースが必要か否かを見極める。このラインストップを織り込んだ作業可能時刻 $TS_{k,n}^{(i+1)}$ と作業終了すべき時刻 $TF_{k,n}^{(i+1)}$ を設定することによって、ラインストップの影響を受ける作業の定式化が簡単になる。

j 作業ステーションの n_j 番目の作業終了すべき時刻と k 作業ステーションの n 番目の作業終了すべき時刻において、明らかなように次のことが成立する。

$$TF_{k,n}^{(0)} \geq TF_{j,n_j}^{(0)} \Leftrightarrow TF_{k,n}^{(i+1)} \geq TF_{j,n_j}^{(i+1)}$$

したがって、リリースが必要かどうかの判断をする作業の順番は $TF_{k,n}^{(0)}$ の小さい順に行えばよい。

6.3.2 問題の定式化

k 作業ステーションの n 番目の作業にリリースが必要かどうかを判断する。既に、ラインストップが i 回発生していると仮定する。

(1) 作業開始時刻 ts_n^k を求める。

k 作業ステーションの最初の作業開始時刻 ts_1^k は、

$$ts_1^k = \begin{cases} 0 & , k = 1 \\ TS_{k,1}^{(i)} & , k \geq 2 \end{cases}$$

となる。また、 k 作業ステーションの 2 番目以降の作業開始時刻 $ts_n^k (n \geq 2)$ は、作業者の歩行時間を考慮しないので、

$$ts_n^k = \max\{TS_{k,n}^{(i)}, tf_{n-1}^k\}$$

となる。

$$TS_{k,n}^{(i)} > tf_{n-1}^k$$

のときは作業待ち（アイドル）が発生していることを示す。作業開始時刻 ts_n^k に対して、

$$ytf_n^k = ts_n^k + t_{\pi(n)}^k$$

を作業終了予定時刻と呼び、この値 ytf_n^k の大きさによってリリースが必要か否かの判断をする。

(2) 作業終了時刻 tf_n^k を求める。

作業終了予定時刻 ytf_n^k の大きさによって、次のようになる。

a) $ytf_n^k \leq TF_{k,n}^{(i)}$ の場合

この場合はリリースの必要がない。したがって、作業終了時刻 tf_n^k は、

$$tf_n^k = ytf_n^k$$

となる。

b) $ytf_n^k > TF_{k,n}^{(i)}$ の場合

$ytf_n^k > TF_{k,n}^{(i)}$ となる作業を過負荷作業と呼び、この場合はリリースが必要である。リリースマンの到着時刻を tr_n^k とおくと、 $ytf_n^k > tr_n^k$ の場合はリリースマンの支援を受けることができ、リリースマンが到着した時刻における残りの作業時間 RT_n^k は

$$RT_n^k = ytf_n^k - tr_n^k$$

となる。しかし、 $ytf_n^k \leq tr_n^k$ の場合はリリースマンが到着する前に作業が終了することになり、支援を受けることができない。そこで、リリースマンの支援を受ける場合は、作業終了予定時刻を

$$ytf_n^k = tr_n^k + a_{k1}RT_n^k$$

と置き換える。

① $ytf_n^k \leq TF_{k,n}^{(i)}$ のとき

リリースによってラインストップは発生しない。リリースには 2 つの支援方法があるので、

$$tr_n^k + a_{k2}RT_n^k \leq TF_{k,n}^{(i)}$$

の場合は、再度

$$ytf_n^k = tr_n^k + a_{k2}RT_n^k$$

と置き換える。したがって、

$$tf_n^k = ytf_n^k$$

である。

② $ytf_n^k > TF_{k,n}^{(i)}$ のとき

$i+1$ 回目のラインストップが発生する。ラインストップの時間 S_{i+1} と作業終了時刻 tf_n^k は、それぞれ

$$S_{i+1} = ytf_n^k - TF_{k,n}^{(i)}$$

$$tf_n^k = ytf_n^k$$

となる。 $i+1$ 回目のラインストップが発生したので、作業可能時刻 $TS_{k,n}^{(i+1)}$ と作業終了すべき時刻 $TF_{k,n}^{(i+1)}$ を式(1)で計算する。このようにしてラインストップ S_{i+1} が求まるので、投入順序づけ数が N の投入順序のラインストップの合計を $T_{LS}(N)$ とすると、

$$T_{LS}(N) = \sum_i S_i$$

となる。

以上で k 作業ステーションの n 番目の作業に関しての定式化はできたが、次に注意すべきことを2つ述べる。

① $i+1$ 回目のラインストップが発生したが、 $i+1$ 回目のラインストップ以前に決定した作業開始時刻や作業終了時刻は影響を受けない。

② 作業終了すべき時刻 $TF_{k,n}^{(0)}$ が等しい作業が複数あり、この中のいくつかの作業でラインストップが発生したと仮定する。作業終了すべき時刻 $TF_{k,n}^{(0)}$ が同じなので、ラインストップの発生した時間が重なるように見える。しかし、ラインストップが発生すれば、作業終了すべき時刻はその都度変更されるので、上記の定式化によってラインストップの発生時間が重なることはない。すなわち、連続する2つのラインストップにおいて、

$$T_f(S_i) \leq T_s(S_{i+1})$$

となる。

6.3.3 リリーフマンの到着時刻

k 作業ステーションの n 番目の作業でリリーフマンを呼び出したとき、リリーフマンが k 作業ステーションに到着する時刻 tr_n^k を求める。リリーフマンの到着時刻は、リリーフマンを呼び出したときにリリーフマンがどこに居るかに異なり、次の4つの場合がある。

(1) 定位置に居る場合

この場合は作業開始時 ts_n^k に呼び出すことになるので、

$$tr_n^k = ts_n^k + TW(ts_n^k; c, k)$$

となる。ここで、 $TW(ts_n^k; c, k)$ は呼び出された時刻 ts_n^k における、定位置 c から作業ステーション k までのリリーフマンの移動時間である（付録（2）参照）。

(2) ある作業ステーションをリリーフ中の場合

j 作業ステーションの n_j 番目の作業を支援中とする。この場合は j 作業ステーションの支援が完了してから呼び出すことになるので、

$$tr_n^k = tf_{n_j}^j + TW(tf_{n_j}^j; j, k)$$

である。ここで、 $TW(tf_{n_j}^j; j, k)$ は呼び出された時刻 $tf_{n_j}^j$ における、作業ステーション j から作業ステーション k までのリリーフマンの移動時間である（付録（3）参照）。

(3) 定位置に戻る途中の場合

リリーフマンが j 作業ステーションの n_j 番目の作業のリリーフを完了し定位置へ戻る途中で、 k 作業ステーションの n 番目の作業で呼び出しをしたとする。このときのリリーフマンの位置を $P_{n_j, c}$ とする。この場合は、 k 作業ステーションの作業開始時 ts_n^k に呼び出すことになるので、

$$tr_n^k = ts_n^k + TW(ts_n^k; P_{n_j, c}, k)$$

となる。ここで、 $TW(ts_n^k; P_{n_j, c}, k)$ は呼び出しを受けた時刻 ts_n^k における位置 $P_{n_j, c}$ から作業ステーション k までのリリーフマンの移動時間である（付録（4）参照）。

(4) ある作業ステーションへリリーフに行く途中の場合

リリーフマンが j 作業ステーションの n_j 番目の作業に支援に行く途中で作業が終わり、その時点で k 作業ステーションの n 番目の作業で呼び出しをしたとする。このときは、リリーフマンが j 作業ステーションに到着する時刻を $tr_{n_j}^j$ とすると、

$$tr_n^k = tr_{n_j}^j + TW(tr_{n_j}^j; j, k)$$

となる。

以上により、リリーフマンを考慮した投入順序付け問題が定式化されたことになる。

6.4 近似解法

6.4.1 近似解法

トヨタにおける投入順序づけ問題の規模は、順序づけ数が 200 台から 1,200 台で、作業ステーション数は約 300 である。このような大規模な投入順序づけ問題を毎日多数解く必要があり、非常に効率の良い近似解法が求められている。そこで、投入順序の 1 番目から順次投入車両を決めていく方法を採用する。この方法は解の精度には限界があるが、解法の効率性を重視してこの方法を採用する。近似解法の考え方は、リリーフが必要な過負荷作業が発生してもその作業時間帯に過負荷作業が 1 つであれば、リリーフによってラインは止まらない場合が多いことに注目する。すなわち、過負荷作業が発生してもよいが、同一時刻に過負荷作業が重ならないように投入順序づけることが大切である。そのためには過負荷作業の発生が少ない方が望ましいので、目標追跡法の考え方を利用する。すなわち、 l 番目の投入順序の決定において、目標追跡法で候補となる車両をいくつか選び、その中でラインストップが最小になる車両を l 番目の投入順序とする方法である。もし l 番目の投入順序の決定において、単にラインストップが最小になる車両を l 番目の投入順序とする方法を採用すると、作業時間の少ない車両が投入順序の早い段階で採用され、投入順序の後半は作業時間が多い車両が順序づけられることになり、望ましい投入順序が作成できない。しかし、 l 番目の投入順序の候補を目標追跡法で決定することによって、この問題の発生が避けられることになる。具体的には次のようである。

[近似解法]

既に決定している投入順序の l 番目までの車両の集合を O_l とする。すなわち、

$$O_l = \{\pi(1), \pi(2), \dots, \pi(l)\}$$

(1) 初期値を設定する。すなわち、

$$l = 1, O_0 = \phi \text{ (空集合) とおく。}$$

(2) まだ投入順序づけられていない車両 $q \notin O_{l-1}$ を投入順序の l 番目の車両としたときの

$$D(l, q) = \sqrt{\sum_{k=1}^K (l \sum_{r=1}^N t_r^k / N - t_q^k - \sum_{r \in O_{l-1}} t_r^k)^2}$$

を計算する。 $D(l, q)$ が最も小さい車両を q^* とする。

(3) 車両 q^* を l 番目の投入順序としたときの過負荷作業の数 OL^* を求める。

(4) l 番目の投入順序の車両を決定する。

a) ステップ (2) で求めた $D(l, q)$ に対し、 $D(l, q)$ の小さい順に δ までの車両を l 番目の投入順序車両の候補とする。

ここで、 $\delta = [dh]$ であり、

$$d = N - l + 1$$

表6.1 組立ラインの条件

工 程 数	2
工程の作業ステーション数	5
作業域の長さ (m)	7
サイクルタイム (分)	6.1
コンベヤの速度 (m/分)	1
リリーフマンの歩行速度(m/分)	80
$a_{k1}(k = 1, 2, \dots, K)$	0.5
$a_{k2}(k = 1, 2, \dots, K)$	0.8

表6.2 車両の作業ステーションの作業時間

車両	作業ステーションの作業時間									
	1-1	1-2	1-3	1-4	1-5	2-1	2-2	2-3	2-4	2-5
1	6.95	6.21	6.58	6.93	6.78	5.3	6.92	6.79	6.93	6.79
2	6.35	6.98	6.95	5.33	5.21	6.92	5.26	6.4	5.2	6.76
3	6.07	6.59	6.03	6.28	5.23	6.3	6.12	6.96	6.53	6.47
4	6.88	6.81	5.32	6.58	6.96	6.96	6.82	6.92	6.76	5.26
5	6.95	6.34	6.3	6.04	5.26	6.29	6.36	6.35	6.99	5.24
6	6.37	6.83	6.95	5.37	6.15	6.07	6.09	6.95	5.37	6.89
7	6.34	6.86	5.25	6.81	6.96	6.15	6.82	6.87	6.82	6.95
8	6.56	6.5	6.06	6.99	6.22	6.36	6.25	6.36	5.3	6.97
9	6.4	6.91	6.83	6.46	6.86	6.91	6.09	6.91	6.92	5.33
10	6.97	6.94	6.88	6.95	6.98	6.94	5.33	6.22	6.86	6.91
11	6.96	6.89	6.93	6.87	6.9	6.04	6.59	6.34	6.08	6.78
12	6.98	6.93	6.93	6.81	6.53	6.98	5.21	6.93	6.2	6.99
13	6.48	6.07	6.8	5.23	6.98	6.28	6.96	6.85	5.22	5.26
14	6.99	6.96	6.11	6.99	6.78	6.97	5.22	6.92	6.31	5.23
15	6.99	6.12	6.99	6.95	5.31	6.89	6.27	6.57	6.33	5.29

(注) 1-1 は第1工程の第1作業ステーションを表す.

 $h : 0.01 \sim 0.3$ の定数 $[\beta] : \beta$ 以上の最小の整数

とする.

b) 候補車両の中から l 番目の投入順序の車両を q としたとき,

- ・ 車両 q の過負荷作業の数が OL^* 以下で, かつ
- ・ 投入順序の 1 番目から l 番目までの車両を組立ラインに流したときのラインストップ時間 $T_{ls}(l)$ が最小になる車両 q^* を l 番目の投入順序とする.

(5) $l = N$ なら, 手順を終了する. $l < N$ なら, $O_l \leftarrow O_{l-1} \cup \{q^*\}$, $l \leftarrow l+1$ とおいてステップ(2)へ戻る.

以上が近似解法である. ステップ(3)の車両 q^* を l 番目の投入順序としたときの過負荷作業の数 OL^* は, 投入順序の 1 番目から l 番目までの車両を組立ラインに流したときの作業開始時刻, 作業終了時刻, ラインストップ時間を求めるときに, 各作業ステーションで車両 q^* の作業に関して 6.3.2 節の (2) の b) が発生する回数が過負荷作業の数 OL^* である.

6.4.2 数値例と近似解法の評価

近似解法を評価するために表 6.1 のような組立ラインを考える. このような組立ラインに対して, 投入順序づけ数が 40, 60, 80, 100, 200 の 5 つのケースについて投入順序づけを行う. 表 6.2 は投入順序づけ数が 40 の場合の一部の車両の作業ステーションの作業時間である. その他のケースについても同じような作業時間である.

まず, これらの投入順序づけ問題のラインストップ時間 (分) の程度を知るために, 5 つの投入順序づけ問題に対して, 100 個ずつランダムな投入順序を作り, これらの投入順序のラインストップの平均時間と平均回数を求めると表 6.3 のようになる. 参考のために投入順序づけ数が 100 の場合のあるランダムな投入順序に対して, utility 作業時間 (付録 (7) 参照) の合計を求めると, 409.7

表6.3 100個のランダムな投入順序の結果

投入順序づけ数	40	60	80	100	200
平均ラインストップ時間	1.13	1.95	1.44	4.59	3.72
平均ラインストップ回数	15.2	26.0	22.6	59.2	53.1

表6.4 近似解法の結果

投入順序づけ数	40	60	80	100	200
ラインストップ時間	0.34	0.73	0.36	1.61	1.09
ラインストップ回数	7	11	8	28	20
計算時間 (秒)	0.13	0.44	0.72	3.41	12.09
h	0.3	0.2	0.1	0.1	0.05

表6.5 アニーリング法の結果

投入順序づけ数	40	60	80	100	200
ラインストップ時間	0	0	0	0.14	0
ラインストップ回数	0	0	0	3	0
計算時間 (秒)	5.87	55.63	87.05	600.00	404.36

表6.6 各問題に対する近似度

投入順序づけ数	40	60	80	100	200
近 似 度	0.3	0.37	0.25	0.33	0.29

分となる。表 6.3 の投入順序づけ数が 100 のラインストップ時間は 4.59 分であり、リリーフマンによってラインストップ時間が非常に短くなっており、リリーフマンの効果が大きいことがよくわかる。

次に、近似解法で 5 つのケースについて投入順序を求め、各ケースについて最も良い解の h 、ラインストップ時間とその回数、計算時間は表 6.4 のようになる。ランダムな順序と比較してラインストップ時間はかなり短くなっている。投入順序づけ問題の規模が小さいこともあるが、計算時間は非常に短い。

近似解法の解をさらに評価するために、付録 (6) で示したようなアニーリング法で 5 つのケースの解を求めると、表 6.5 のようになる。表 6.5 でラインストップが 0 の場合は最適解であり、ラインストップが 0 でない場合も問題の規模が比較的小さいので、アニーリング法の解は最適解に近い解と思われる。近似解法の解を評価するために、次のような近似度 R を定義する。

$$R = (T_A - T_{SA}) / (T_{RND} - T_{SA})$$

ここで、 T_A : 近似解法による解のラインストップ時間

T_{SA} : アニーリング法による解のラインストップ時間

T_{RND} : ランダムな順序のラインストップ時間の平均

である。近似度 R はアニーリング法の解に対する近似解法の解の近づきの程度を示しており、近似解法の評価尺度になる。近似度 R を計算すると、表 6.6 のようになる。表 6.6 から分かるように近似度 R は 0.25~0.37 であり、計算効率を重視した結果近似度のレベルとしてはあまり高くない。しかし、このレベルは実際問題に適應できる許容範囲であると思われる。一方、計算時間は非常に

表6.7 近似解法の解からスタートした場合

計 算 時 間	2分	4分	6分	8分	10分
初期解に対する比率	0.14	0.11	0.11	0.1	0.09

短く、狙いどおり効率的である。したがって、近似解法は実際の大規模な投入順序づけ問題に適応できると考えられる。

実際の問題では比較的規模の小さい投入順序づけ問題もあるので、近似解法で得られた解の精度を良くすることも考えられる。たとえば、近似解法の解をアニーリング法の初期解として、アニーリング法を適用する方法も1つの方法である。投入順序づけ数が100の問題で実際に計算してみると、計算時間と解の関係は表6.7のようになる。表6.7では近似解法で求めた解のラインストップ時間を1として表している。表6.7から分かるように、比較的規模が小さい問題では近似解法で求めた解の改善は短時間で十分可能であり、問題の規模に応じて解法を使い分けることによって、より望ましい解が得られることを示している。

なお、今回の計算にはCPUがAthlon 1.1 GHzのパソコンを使用した。

6.5 おわりに

トヨタ生産方式の組立ラインの実際により即したモデルとして、リリーフマンを考慮した投入順序づけ問題を定式化し、実際の車両組立ラインの投入順序づけ問題の規模に適応できる近似解法を提案した。近似解法の解はランダムな順序のラインストップ時間やアニーリング法で求めた結果と比較して精度的に問題はなく、実務で適応できることがわかった。

作業負荷の平準化を目的関数とする混合品種組立ラインの投入順序づけ問題は多くの研究があるが、従来の研究では作業開始位置と作業終了位置で定式化を行っている場合がほとんどである。本研究ではラインストップを扱うために、作業開始時刻と作業終了時刻で問題の定式化を行い、リリーフマンを考慮した投入順序づけ問題を簡潔に定式化することができた。

本章で提案した近似解法は、実際の大規模な問題に適応することを考慮して目標追跡法の考え方を採用したが、近似解の精度の観点からはアニーリング法の時間短縮を含めいろいろな方法が考えられるので、今後の課題としたい。

付 録

(1) $TS_{k,n}^{(0)}$ と $TF_{k,n}^{(0)}$ の求め方

時刻0に第1作業ステーションに車両を投入して作業を開始すると仮定すると、 k 作業ステーションでは第1作業ステーションに k 番目の車両が投入されてから作業が始まることになり、それ以前は作業がない。そこで、ラインストップが発生していないとすると図6.1より、

$$TS_{1,1}^{(0)} = 0$$

$$TS_{1,2}^{(0)} = t_c$$

.....

$$TS_{1,n}^{(0)} = (n-1)t_c$$

$$TS_{2,1}^{(0)} = L_1/v_c$$

$$TS_{2,2}^{(0)} = t_c + L_1/v_c$$

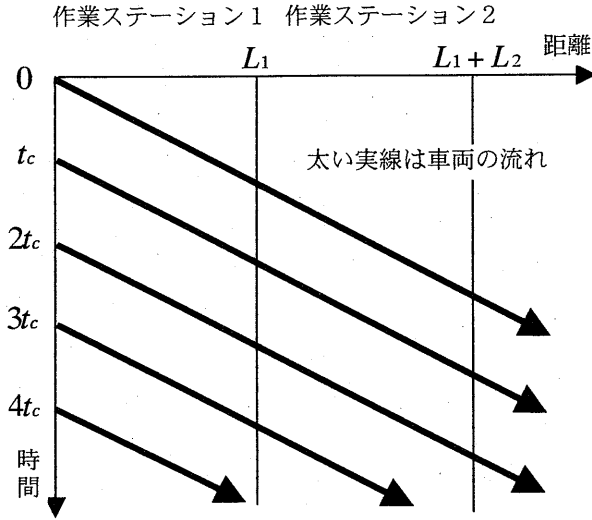


図6.1 車両が作業ステーションを流れる状況

$$TS_{2,n}^{(0)} = (n-1)t_c + L_1/v_c$$

となるので、一般に

$$TS_{k,n}^{(0)} = \begin{cases} (n-1)t_c, & k=1 \\ (n-1)t_c + \sum_{i=1}^{k-1} L_i/v_c, & k \geq 2 \end{cases}$$

となる。また、

$$TF_{k,n}^{(0)} = TS_{k,n}^{(0)} + L_k/v_c = (n-1)t_c + \sum_{i=1}^k L_i/v_c$$

である。

(2) リリーフマンの移動時間 $TW(ts_n^k; c, k)$ の求め方

リリーフマンの定位置 c はコンベヤのセンターなので、コンベヤの先頭を 0 とすると、

$$c = \sum_{i=1}^K L_i / 2$$

と表現できる。同様に、 k 作業ステーションの n 番目の作業の作業開始位置 ps_n^k をコンベヤの位置 cps_n^k で表すと、

$$cps_n^k = \begin{cases} ps_n^k, & k=1 \\ \sum_{i=1}^{k-1} L_i + ps_n^k, & k \geq 2 \end{cases}$$

である。

a) $c \leq cps_n^k$ の場合

次のように距離を定義する (図 6.2 参照)。

D : リリーフマンの定位置 c から k 作業ステーションの n 番目の作業の作業開始位置 ps_n^k までの距離

x : 作業開始位置 ps_n^k からリリーフマンが到着する位置 P_m までの距離

図 6.2 より、

$$(D+x)/v_m = x/v_c$$

となる。したがって、

$$x = v_c D / (v_m - v_c)$$

となる。しかし、リリーフマンは k 作業ステーションにリリーフに行くので、リリーフマンが到着

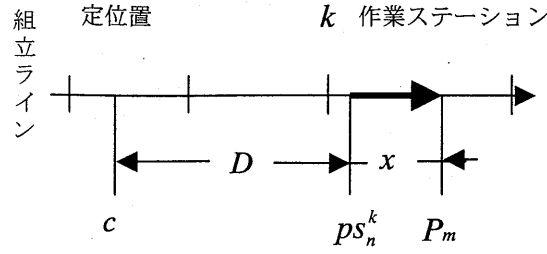


図6.2 リリーフマンの移動 ($c \leq cps_n^k$)

する位置 P_m は k 作業ステーションの作業域を越えることはない。したがって、

$$ps_n^k + x > L_k$$

の場合は、

$$x = L_k - ps_n^k \quad (6.2)$$

と置き換える。リリーフマンを呼び出してから最初にラインストップが発生する可能性があるのは k 作業ステーションである。リリーフマンが到着する前に k 作業ステーションでラインストップが発生した場合も式 (6.2) で満足する。また、

$$D = cps_n^k - \sum_{i=1}^K L_i / 2$$

であり、

$$TW(ts_n^k; c, k) = (D + x) / v_m$$

となる。

b) $c > cps_n^k$ の場合

$$x = v_c D / (v_m + v_c)$$

となる。同様に、

$$ps_n^k + x > L_k$$

の場合は、

$$x = L_k - ps_n^k$$

と置き換える。また、

$$D = \sum_{i=1}^K L_i / 2 - cps_n^k$$

である。したがって、

$$TW(ts_n^k; c, k) = (D - x) / v_m$$

となる。

なお、作業開始位置 ps_n^k を求める方法は付録 (5) に示す。

(3) リリーフマンの移動時間 $TW(tf_{n_j}^j; j, k)$ の求め方

a) $j < k$ の場合

次のように距離を定義する (図 6.3 参照)。

D : j 作業ステーションの n_j 番目の作業の作業終了位置 $pf_{n_j}^j$ から、時刻 $tf_{n_j}^j$ における k 作業ステーションの車両の位置 $P_{n_j, n}$ までの距離

x : k 作業ステーションの車両の位置 $P_{n_j, n}$ からリリーフマンが到着する位置 P_m までの距離

図 6.3 より、

$$x = v_c D / (v_m - v_c)$$

となる。付録 (2) の場合と同様に、

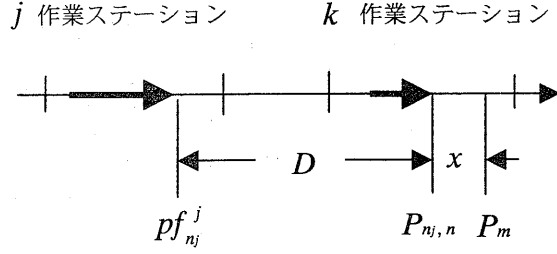


図6.3 リリーフマンの移動 ($j < k$)

$$P_{nj,n} + x > L_k$$

の場合は,

$$x = L_k - P_{nj,n}$$

と置き換える。また,

$$D = L_j - pf_{nj}^j + L(j, k) + P_{nj,n}$$

$$L(j, k) = \begin{cases} 0, & k = j+1 \\ \sum_{i=j+1}^{k-1} L_i, & k > j+1 \end{cases}$$

である。したがって,

$$TW(tf_{nj}^j; j, k) = (D + x) / v_m$$

となる。

b) $j > k$ の場合

$$x = v_c D / (v_m + v_c)$$

となる。また,

$$P_{nj,n} + x > L_k$$

の場合は,

$$x = L_k - P_{nj,n}$$

と置き換える。また,

$$D = L_k - P_{nj,n} + L(k, j) + pf_{nj}^j$$

$$L(k, j) = \begin{cases} 0, & j = k+1 \\ \sum_{i=k+1}^{j-1} L_i, & j > k+1 \end{cases}$$

となる。したがって,

$$TW(tf_{nj}^j; j, k) = (D - x) / v_m$$

となる。

(4) リリーフマンの移動時間 $TW(ts_n^k; P_{nj,c}, k)$ の求め方

j 作業ステーションの n_j 番目の作業の作業終了位置 pf_{nj}^j をコンベヤの位置 cpf_{nj}^j で表すと,

$$cpf_{nj}^j = \begin{cases} pf_{nj}^j, & j = 1 \\ \sum_{i=1}^{j-1} L_i + pf_{nj}^j, & j \geq 2 \end{cases}$$

となるので, $P_{nj,c}$ をコンベヤの位置で表すと,

$$P_{nj,c} = \begin{cases} cpf_{nj}^j + v_m(ts_n^k - tf_{nj}^j), & \sum_{i=1}^K L_i / 2 \geq cpf_{nj}^j \\ cpf_{nj}^j - v_m(ts_n^k - tf_{nj}^j), & \sum_{i=1}^K L_i / 2 < cpf_{nj}^j \end{cases}$$

となる。 $P_{nj,c}$ が求まったので, $TW(ts_n^k; P_{nj,c}, k)$ は付録(2)の $TW(ts_n^k; c, k)$ と同じように計算す

ることができる.

(5) 作業開始位置 ps_n^k の求め方

ラインストップが i 回発生しているとする. 時刻 $TS_{k,n}^{(i)}$ から時刻 ts_n^k までのラインストップ時間を S とすると,

$$ps_n^k = v_c(ts_n^k - TS_{k,n}^{(i)} - S)$$

となる.

(6) アニーリング法

アニーリング法は既によく知られている ([6.9]) ので, ここでは詳しくは触れない. コントロールパラメータである, 初期温度, 終了温度 (停止基準), マルコフ連鎖の長さを, それぞれ c_0, c_f, L とする. また, 投入順序 π_m のラインストップ時間の合計を $ST(\pi_m)$ とすると, アニーリング法のアルゴリズムは次のようになる.

[アルゴリズム]

(1) コントロールパラメータ c_0, c_f, L を設定する.

(2) ランダムに最初の投入順序 π_0 を作り, $m \leftarrow 0$ とおく. また, $\pi \leftarrow \pi_0$ とおく.

(3) $p \leftarrow 0$ とおく.

(4) 投入順序 π_m の近傍として, π_m の任意の 3 台の車両入れ替えて新しい投入順序 $\hat{\pi}_m$ を作り, $ST(\hat{\pi}_m)$ を求め,

$ST(\pi) > ST(\hat{\pi}_m)$ なら, $\pi \leftarrow \hat{\pi}_m$ とおく.

a) $ST(\hat{\pi}_m) = 0$ 場合

最適解が求まったので, 終了する.

b) $ST(\hat{\pi}_m) \neq 0$ 場合

$\Delta ST = ST(\hat{\pi}_m) - ST(\pi_m)$ を計算し, $p \leftarrow p + 1$ とおく. もし,

$\Delta ST \leq 0$ または $\Delta ST > 0 \ \& \ \exp(-\Delta ST / c_m) > \xi$

ならば, $\pi_m \leftarrow \hat{\pi}_m$ とおいて, ステップ (5) へ進む. ここで, ξ は $[0, 1]$ の一様乱数である.

そうでなければ何もせず, ステップ (5) へ進む.

(5) もし, $p \leq L$ ならステップ (4) へ戻る. そうでなければ, ステップ (6) へ進む.

(6) もし, $c_m < c_f$ なら終了する. そうでなければ,

$$c_{m+1} \leftarrow \alpha c_m, \pi_{m+1} \leftarrow \pi_m, m \leftarrow m + 1$$

とおいて, ステップ (3) へ戻る. ここで, α は 0.90 から 0.99 の値をとる定数である.

アニーリング法ではコントロールパラメータである c_0, c_f, L, α の決定が重要であり, 予備実験によりこれらの値を決定する. アルゴリズムによって求められた π が解である.

(7) utility 作業時間の定義 ([6.9])

k 作業ステーションの n 番目の作業において,

$$ps_n^k + v_c t_{\pi(n)}^k > L_k$$

のとき,

$$u_n^k = ps_n^k + v_c t_{\pi(n)}^k - L_k$$

とおき, この u_n^k を k 作業ステーションの n 番目の作業の utility 作業と呼び, u_n^k / v_c を utility 作業時間という. このとき k 作業ステーションの n 番目の作業の作業終了位置 pf_n^k は,

$$pf_n^k = ps_n^k + vct_{\pi(n)}^k - u_n^k = L_k$$

とする. この定式化では, 常に **utility worker** によって **utility** 作業が行われ, 組立ラインのラインストップは発生しないと仮定する.

第7章 リリーフマンと部品消費速度の平準化を考慮した投入順序づけの近似解法

7.1 はじめに

第6章ではトヨタ生産方式における混合車両組立ラインのラインストップを最小にする投入順序づけ問題（[7.1]）を取り上げたが、実際の組立ラインの運営においては、組立ラインで消費される部品の消費速度の平準化も必要である。そこで、リリーフマンを考慮した投入順序づけ問題に、部品消費速度の平準化の目標を追加した投入順序づけ問題を取り上げる。この問題は、実務的には次世代の投入順序づけの問題であるが、より精緻な投入順序づけを行うとすれば今後必要になる。また、理論的にはまだ取り組まれていない新しい問題であり、投入順序づけ問題の残された問題の1つとして取り組むことにする。6章では、取り扱う問題の規模が非常に大きいことから効率を重視した近似解法を提案したが、本章では近似の精度が良い、かつ効率的な近似解法を提案する。

本章の構成は次のようである。7.2節では6章より更に現実に近づけたモデルで問題の定式化を行う。7.3節では近似解法を提案し、7.4節で近似解法の評価を行い、実務に十分適応できることを示す。

7.2 車両組立ラインの定義と問題の定式化

車両組立ラインの定義は、基本的には6章と同じとする。また、使用する記号も同一とする。ただし、6章よりも更に実際の運営に近づけるために、作業者の歩行時間を考慮することにする。すなわち、作業者が作業終了後、次の車両に向かって歩く歩行速度を v_w とする。このことにより、6章より定式化が複雑になる。6章と異なるところだけを記述することにする。

作業負荷の平準化で6章とまず異なるところは、2番目以降の作業開始時刻である。 k 作業ステーションの作業者が $n-1$ 番目の車両の作業を終り、 n 番目の車両に向かって歩き、 n 番目の車両に到着するか、または作業ステーションの上流の境界に到着するまでの歩行時間を $T(k; n-1, n)$ とすると、 k 作業ステーションの n 番目の作業開始時刻 ts_n^k は、

$$ts_n^k = \max\{TS_{k,n}^{(i)}, tf_{n-1}^k + T(k; n-1, n)\}$$

となる。もし

$$TS_{k,n}^{(i)} > tf_{n-1}^k + T(k; n-1, n)$$

ならば、作業待ち（アイドル）が発生することになる。

次に、作業者の歩行時間 $T(k; n-1, n)$ を求めることを考える。時刻 tf_{n-1}^k における n 番目の車両は、 $n-1$ 番目の車両に対してコンベヤ上で v_{ctc} だけ上流側にある。したがって、時刻 tf_{n-1}^k 以降における n 番目の車両と k 作業ステーションの作業者の動きを図で表すと、ラインストップが発生しない場合は図7.1のようになる。この場合において、 k 作業ステーションの作業者が n 番目の車両に到着する時刻を x とくと、図7.1から明らかなように、

$$v_c(x - tf_{n-1}^k) + v_w(x - tf_{n-1}^k) = v_{ctc}$$

となる。よって、

$$x = tf_{n-1}^k + v_{ctc} / (v_c + v_w)$$

である。したがって、

$$T(k; n-1, n) = x - tf_{n-1}^k = v_{ctc} / (v_c + v_w)$$

となる。一方図7.2の（1）のように作業者が歩行を終了する時刻 $tf_{n-1}^k + pf_{n-1}^k / v_w$ までに n 番目の車

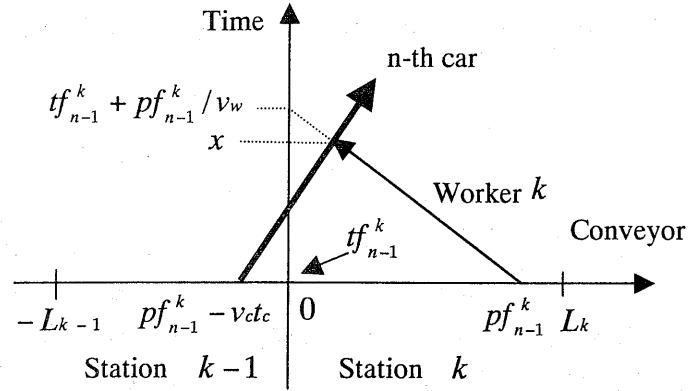


Figure 2 Movement diagram of the n -th car and worker k without a line stoppage

図7.1 n 番目の車両と作業員 k の動きを表した図

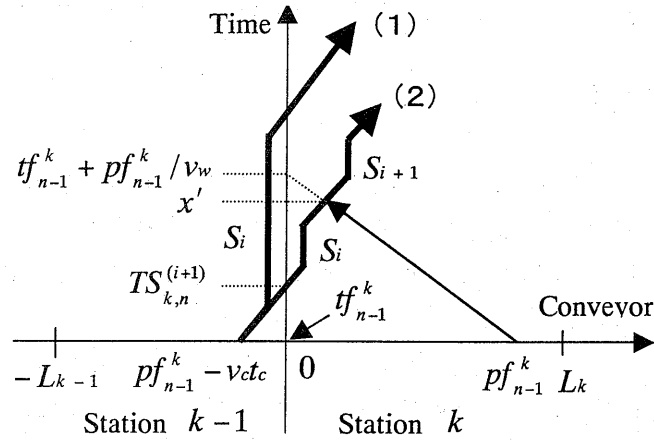


Figure 3 Movement diagram of the n -th car and worker k in such case that line stoppages occur

図7.2 ラインストップがある場合の動きを表した図

両が k 作業ステーションに到着しなければ,

$$T(k; n-1, n) = pf_{n-1}^k / v_w$$

となる。この場合は,

$$TS_{k,n}^{(i)} \geq tf_{n-1}^k + pf_{n-1}^k / v_w$$

となる。ただし、図 7.2 の (1) ように i 回目のラインストップが発生しているとする。次に、図 7.2 の (2) で示されているように,

$$TS_{k,n}^{(i+1)} < tf_{n-1}^k + pf_{n-1}^k / v_w$$

の場合について考える。図 7.2 の (2) で示されているように、時刻 tf_{n-1}^k から時刻 x' までのラインストップの合計を求め、それを S とする。ここで、時刻 x' は k 作業ステーションの作業員が n 番目の車両に到着する時刻を表す。図 7.2 の (2) の場合は、 $S = S_i$ である。ラインストップが発生するとコン

ベヤが止まることになり、その分作業者の歩行が増加することになる。よって、

$$\begin{aligned} x' &= x + v_c S / v_w \\ &= tf_{n-1}^k + v_c t_c / (v_c + v_w) + v_c S / v_w \end{aligned}$$

となる。したがって、

$$T(k; n-1, n) = x' - tf_{n-1}^k = v_c t_c / (v_c + v_w) + v_c S / v_w.$$

となる。

以上の他は6章と同じであり、投入順序の n 番目の車両までのラインストップの合計 $T_{LS}(n)$ は6章と同じで、

$$T_{LS}(n) = \sum_{p=1}^{i+1} S_p \quad (7.1)$$

となる。作業負荷の平準化では、 $T_{LS}(N)$ を最小にする投入順序を求める問題になる。

一方、部品消費速度の平準化は4章と同じであり、

$$\left. \begin{aligned} (1 - b_{jn}^-) nu_j / N \leq x_{jn} \leq (1 + b_{jn}^+) nu_j / N \\ j = 1, 2, \dots, M; n = Q, 2Q, \dots, \lfloor N/Q \rfloor Q \end{aligned} \right\} \quad (7.2)$$

の制約を満足する必要がある。ただし、4章の記号に対して、 $j \rightarrow n, n_i \rightarrow u_j$ とする。したがって、本章での投入順序づけ問題は、制約式(7.2)を満足する投入順序の中で、式(7.1)を最小にする投入順序を求める問題になる。

7.3 近似解法

既に述べたように、トヨタにおいては投入順序づけ問題の規模が非常に大きく、また毎日多数の順序づけ問題を解く必要があるため、効率的な近似解法が求められている。6章では効率を重視した方法を提案したが、ここでは十分精度も確保できる近似解法を提案する。提案する近似解法は2つのプロセスから構成されている。第1プロセスでは近似解を効率的に求め、第2プロセスでは第1プロセスで求めた近似解を効率よく改良し、精度の良い近似解を求める。第2プロセスは基本的には4章のプロセス1と同じであるが、ここではアルゴリズムとして詳しく述べる。

第2プロセスでは第1プロセスで得られた近似解を $\lfloor N/Q \rfloor$ 個($\lfloor \beta \rfloor$ は β 以上の最小の整数)の部分投入順序づけ問題に分割し、この部分投入順序づけ問題の最適解に近い解を求めて第1プロセスで得られた近似解を改善する。このため、第1プロセスで得られた投入順序において、どの範囲を取っても作業負荷の平準化が平均的なレベルになっていることが望ましい。そこで、第1プロセスでは現在トヨタで採用している目標追跡法の考え方で投入順序づけを行う。目標追跡法による投入順序づけは、1番目の車両から順次1台1台決定するのでたいへん効率的である。しかし、投入順序における Q 台ごとの制約式(7.2)を満足するように、逐次順序を決定するのは困難である。そのためにすべての順番で制約を設ける。すなわち、

$$S_{jn}^- \leq x_{jn} \leq S_{jn}^+, \quad j = 1, 2, \dots, M; n = 1, 2, \dots, N-1 \quad (7.3)$$

とする。ここで、 S_{jn}^+, S_{jn}^- は4章で示した方法で計算する。また、目標追跡法で順次車両の投入順序を決定するとき、制約式(7.2)を満足する車両が存在しない場合もある。実際の運用では生産現場にタイミングよく投入順序の指示をしなければならないので、この場合は制約式(7.2)を満足しないレベルを評価し、そのレベルがある範囲までの車両の中から選ぶことにする。以上のような考え方で投入順序づけを行い、得られた投入順序を仮の投入順序と呼ぶ。

第2プロセスでは、仮の投入順序に対して1番目から順番に Q 台ごとに車両を分け、この Q 台ごとの車両に対して、部品消費速度の平準化を考慮せず、作業負荷の平準化だけで投入順序づけを行う。その

方法として、6章の付録で示したようなアニーリング法を使用する。しかし、実際に投入順序を分割して、アニーリング法を適用すると、データの繋がりが大変なので、実際に分割したのと同じ効果があり、これよりも簡単に効率的な方法を考える。すなわち、第1プロセスで得られた投入順序を分割せずに、アニーリング法に対して、近傍の解を求める条件を追加することによって、仮の Q 台ごとの順序づけ問題を解くことにする。この方法では、仮の Q 台ごとの順序づけ問題の規模が非常に小さいので、最適解に近い解が得られる。第2プロセスの大幅な改善によって、最終的に良い近似解が得られることになる。近似解法は次の通りである。

[近似解法]

投入順序の n 番目までの車両の集合を O_n とする。すなわち、

$$O_n = \{\pi(1), \pi(2), \dots, \pi(n)\}$$

とおく。

[プロセス1]

- (1) 制約式 (7.3) を計算する。
- (2) $n \leftarrow 1$, $O_0 \leftarrow \phi$ (空集合) とおく。
- (3) 制約式 (7.3) を満足し、集合 O_{n-1} に含まれない車両 $q \notin O_{n-1}$ を選択し、次の式を計算する。

$$D(n, q) = \sqrt{\sum_{k=1}^K (n \sum_{r=1}^N t_r^k / N - t_q^k - \sum_{r \in O_{n-1}} t_r^k)^2}$$

また、

$$q^* = \arg \min_q D(n, q)$$

とおき、ステップ (5) へ進む。もし、制約式 (7.3) を満足する車両が存在しないときは、ステップ (4) へ進む。

- (4) 制約式 (7.3) を満足しない車両に対して、

$$H(n, q) = \sum_{j=1}^M d_{jn}(q),$$

を計算する。ここで、

$$d_{jn}(q) = \begin{cases} 0, & S_{jn}^- \leq x_{jn} \leq S_{jn}^+ \\ x_{jn} - S_{jn}^+, & S_{jn}^+ < x_{jn} \\ S_{jn}^- - x_{jn}, & x_{jn} < S_{jn}^- \end{cases}, \quad j = 1, 2, \dots, M$$

である。 $H(n, q)$ が $\lceil \delta \eta_n \rceil$ 番目までに小さい車両 q の集合を C_H とする。 δ は0と1の間の定数であり、

$$\eta_n = N - n + 1$$

とする。そこで、次式で決まる車両 q^* を求める。

$$q^* = \arg \min_{q \in C_H} D(n, q)$$

- (5) 車両 q^* を n 番目の順序とする。もし、 $n = N$ ならば、プロセス2へ進む。得られた投入順序を π_0 とする。そうでなければ、 $O_n \leftarrow O_{n-1} \cup \{q^*\}$, $n \leftarrow n+1$ において、ステップ (3) へ戻る。

[プロセス2]

- (1) $m \leftarrow 0$, $i \leftarrow 0$ とおく。
- (2) 初期解を π_i として、アニーリング法を適用する。アニーリング法の適用において、近傍の解を作成するとき次の条件を満足するようにし、求められた解を π_{i+1} とおく。
 - (a) $0 \leq m < \lfloor N/Q \rfloor$ の場合
初期解 π_i の2台の車両を入れ替えて近傍の解を作成するとき、2台の車両は投入順序 π_i の $mQ+1$ 番目から $(m+1)Q$ 番目の車両とする。

表7.1 組立ラインの条件

Table 1 Parameters of the problem

Item	Value
N	60
K	15
M	15
L_k (m)	7
t_c (min)	5.9
v_c (m/min)	1
v_a (m/min)	110
v_w (m/min)	80

表7.2 作業ステーションの作業時間

Table 2 Operation times of cars in each station

Car	Stations in the 1-st process						
	1	2	3	4	5	6	7
1	6.63	6.64	6.64	6.64	6.64	6.63	6.63
2	6.63	6.63	6.19	6.44	6.50	6.63	6.64
3	6.63	6.63	6.24	6.64	6.64	6.63	6.64
4	6.64	6.63	6.64	6.61	6.64	6.64	6.63
5	6.39	6.64	6.64	6.64	6.45	6.43	6.63
6	5.32	6.64	6.63	6.63	6.38	6.41	6.64
7	6.64	6.10	6.48	6.64	6.63	5.41	6.64
8	6.25	6.63	6.59	6.64	6.61	6.63	6.63
9	5.34	6.63	6.63	6.64	6.41	6.63	6.63
10	6.63	5.36	5.37	5.35	6.64	6.63	6.63
11	5.31	6.63	6.63	6.22	6.18	6.63	6.41
12	5.40	6.63	6.19	5.31	6.64	6.63	6.63
13	5.33	6.64	6.64	6.64	6.64	6.63	6.18
14	6.63	6.63	6.63	6.64	6.27	5.35	6.63
15	5.38	6.53	6.62	6.64	6.64	6.48	6.63

(b) $m = \lfloor N/Q \rfloor$ の場合

初期解 π_i の2台の車両を入れ替えて近傍の解を作成するとき、2台の車両は投入順序 π_i の $mQ+1$ 番目から N 番目の車両とする。

(3) $m = \lfloor N/Q \rfloor$ ならば、終了する。そうでなければ、 $m \leftarrow m+1$, $i \leftarrow i+1$ とにおいて、ステップ(2)へ戻る。

7.4 近似解法の評価

2つのプロセスから成る組立ラインの投入順序づけ問題を考える。その他の条件は表7.1のようである。今回の問題では投入順序づけ数が60という小規模な投入順序づけ問題としているのは、近似解法を評価するためにアニーリング法で最適解に近い解が求められるようにするためである。表7.2は一部の車両の代表作業ステーションの作業時間であり、その他の車両についても同じような作業時間である。各車両の構成部品は部品総数15個のうちの10個から成るとし、乱数で設定する。作業ステーションの作業時間と構成部品が異なる2つの投入順序づけ問題を作成し、問題(1)、(2)と呼ぶ。 Q の値については実際の工場運営から、5、10、15の3つとする。

まず、2つの投入順序づけ問題に対して、それらのラインストップの合計の程度を知るために、100個のランダムな投入順序を作り、これらの投入順序に対してラインストップの合計を求め、それらの平均を算出すると、それぞれ8.10、13.53となる。

次に、2つの問題に対して近似解法を適用して投入順序を求める。部品消費速度の平準化の制約に関しては、実際の工場運営において10%程度の変動には対応する必要があるので、

$$b_{jn}^+ = b_{jn}^- = 0.05, \quad j = 1, 2, \dots, 15; n = Q, 2Q, \dots, \lfloor N/Q \rfloor Q$$

とする。ただし、比率だけからの計算では部品消費速度の平準化の制約が厳しくなり過ぎるので、

$$b_{jn}^+ nu_j / N = b_{jn}^- nu_j / N < 2$$

表7.3 近似解法による解

Table 3 Solutions by our algorithm

Problem No.	Q	LS_A
(1)	5	0.860
	10	0.280
	15	0.020
(2)	5	4.525
	10	3.213
	15	1.942

表7.4 アニーリング法の解

Table 4 Solutions by the simulated annealing

Problem No.	Q	LS_{SA}
(1)	5	0.0
	10	0.0
	15	0.0
(2)	5	1.816
	10	1.721
	15	1.697

表7.5 近似度の値

Table 5 The value of G

Q	5	10	15
Problem (1)	0.894	0.965	0.998
Problem (2)	0.769	0.873	0.979

表7.6 修正した方法の解

Table 6 Solutions by the modified algorithm ($Q = 5$)

Size	Q	$2Q$	$3Q$
Solution	0.860	0.664	0.348

の場合は

$$b_{jn}^+ nu_j / N = b_{jn}^- nu_j / N = 2$$

とする。この結果、近似解法のプロセス [1] で求めた各ケースとも、部品消費速度の平準化の制約条件はすべて満足した。近似解法の結果は表 7.3 のようになる。表 7.3 の LS_A は近似解法による解のラインストップの合計である。表 7.3 から分かるように、近似解法による解のラインストップの合計は、ランダムな順序のラインストップの平均より遙かに小さくなっており、近似解法の精度の良さを示している。

近似解法の解をさらに評価するために、6章で示したようなアニーリング法で2つの問題に対し解を求めると、表 7.4 のようになる。表 7.4 の LS_{SA} はアニーリング法による解のラインストップの合計である。今回の問題の規模は比較的小さいことから、アニーリング法で求めた解は最適解に非常に近いと考えられる。近似解法の解をアニーリング法の解と比較すると、2つの問題とも $Q = 10, 15$ の場合は、ラインストップの合計の差はあまり大きくない。別の観点から近似解法の解を評価するために、次のような近似度を定義する。

$$\text{近似度} = (LS_R - LS_A) / (LS_R - LS_{SA})$$

ここで、 LS_R はランダムな順序のラインストップの合計の平均である。近似度は近似解法の解がランダムな投入順序の平均レベルからどれだけアニーリング法による解に近づいているかの度合いを示すものであり、近似解法の解の精度の1つの評価尺度になる。実際に近似度を計算してみると、表 7.5 のようになり、大きな値となる。したがって、近似解法の近似度は非常に良いといえる。明らかなように、 Q の値が大きければ大きいほど、近似の精度が良くなる。したがって、組立ラインの生産条件から Q の値が $Q = 5$ などのように小さい場合は、より良い近似解を求めるために、プロセス2の方法を改良することができる。すなわち、プロセス2で Q の代わりに $2Q$ や $3Q$ で解く。このとき、投入順序における $2Q$ や $3Q$ の位置に部品消費速度の平準化の制約式(7.2)を追加する。この修正したアルゴリズムで、問題(1)の $Q = 5$ の場合について解くと、表 7.6 のようになり、解が改善される。

表7.7 計算時間と解との関係

Table 7 The relation between
the calculation times and the solutions

Time (s)	15	30	45	60	...	195
Solution	0.823	0.823	0.790	0.790	...	0.773

近似解法の計算時間のほとんどは、プロセス2のアニーリング法の計算時間である。問題(2)の $Q = 10$, $m = 0$ の部分問題に対するアニーリング法の計算時間と解の関係は、表7.7のようになる。表7.7では、プロセス1で得られた解を1として表している。表7.7から分かるように、アニーリング法の計算時間は45秒程度で十分である。したがって、 $N = 500$ の投入順序づけ問題でも Q の値を10前後にすることによって40分以内で計算でき、提案した近似解法は精度的にも処理時間的にも大規模な実際問題に十分対応できると考えられる。

なお、今回の計算にはCPUがPentiumIV2.4GHzのパソコンを使用した。

7.5 おわりに

本研究ではトヨタ生産方式における投入順序づけ問題を実際の運営目的に忠実な方法で定式化し、精度の良い効率的な近似解法を提案した。本モデルは理論的には実際の運営に適応できるが、作業ステーションの作業時間の維持管理の観点から実務にはすぐには適応できない。しかし、最近組立ラインの周辺業務のコンピュータ化が進み、だんだん作業ステーションの作業時間の管理ができる環境が整いつつある。特に、10章で述べるe-かんばん方式の導入は組立ラインの周辺業務に大きな影響を与え、データがかなり整備されてきた。現状では、まずは4章、5章の近似解法の適応からのスタートになるが、その次のシステムとして開発が期待される。また、第4章で示した代表作業ステーションによる定式化を今回のモデルに応用することによって、本研究の実務への適応の早期化は可能であり、4章と5章の方法を利用した投入順序計画システムの導入・定着を見極めながら検討をしたい。

第8章 作業時間が確率変動する混合品種組立ライン

の投入順序づけ問題の解析と近似解法

8.1 はじめに

混合品種組立ラインの投入順序づけ問題には古から数多くの研究がある ([8.1], [8.2]). 従来の研究では製品の作業ステーションの作業時間は, 投入順序づけの段階で既に決定している確定値として取り扱っている場合がほとんどである. しかし, 組立ラインの実際の作業では, 作業者が組み付け作業の個々の要素作業を常に同じ時間できるとは限らず, また空になった部品箱の移動などの付随作業が時々有り, 組み付け作業が完了してその作業時間が決まるのが実態である. したがって, 組み付け作業時間は確率変動すると考えた方が現実的である. そこで, 本論文では作業時間がある分布に従う確率変数とし, この仮定のもとで作業負荷の平準化を図る投入順序づけ問題に取り組む.

ところで, 作業時間が確率変動する組立ラインの研究には, 先駆的な一連の論文 [8.3] ~ [8.7] がある. これらの論文では, 単一製品の組み付けを前提に, 作業時間が確率変動する組立ラインの設計に関する研究やその稼動解析を行っている. 本論文では混合品種組立ラインの作業負荷の平準化を図る投入順序づけ問題を扱っており, 論文 [8.3] ~ [8.7] とは基本的に異なる. 投入順序づけでは作業の状況を表す作業開始位置や作業終了位置を求める必要があるが, 論文 [8.4], [8.7] では作業終了位置の分布関数を解析的に求めており, 数値積分によって作業終了位置の分布を計算することができる. しかし, この計算方法は, 混合品種組立ラインの作業終了位置の分布関数の計算には適応できない. 以上のように, 作業時間が確率変動する作業時間を持つ混合品種組立ラインの投入順序づけ問題は, まだ研究されていないようである.

作業時間を確率変数として考えても, 作業時間の平均値などを用いると, 従来の研究と同じになる. 組立ラインの作業状況は, 作業時間が決まれば作業開始位置や作業終了位置で表すことができる [8.1]. しかし, 作業時間が確率変動する場合は, 作業の開始前には作業時間が決まらないので, 組立ラインの作業状況を表すことはできない. 組立ラインの作業状況がどうなるかの見通しとして, 作業ステーションの作業開始位置, 作業終了位置, 及び utility 作業の3つの期待値で表すことを考える. そこで, これらの3つの期待値の計算方法を導出する. しかし, 3つの期待値を解析的に計算することは困難である. そこで近似計算する方法を考える. 連続分布である作業時間分布を離散的な作業時間分布で近似し, これを用いてある作業開始位置からある作業終了位置へ推移する確率を推移確率行列で表す (この推移確率行列はマルコフ解析で使用されるものとは異なる). この推移確率行列を用いて, 3つの期待値を近似計算する方法を提案する. utility 作業の期待値の計算方法を用いることによって, アニーリング法 (simulated annealing) による utility 作業の期待値の合計を最小にする投入順序づけの方法を提案する. また, 平均作業時間による utility 作業の合計を最小にする投入順序との比較も行う.

本章の構成は以下の通りである. 8.2 節では, 混合品種組立ラインの定義をする. 8.3 節では, 作業開始位置, 作業終了位置, 及び utility 作業の3つの期待値の計算方法を導出する. 8.4 節では, 3つの期待値を近似計算する方法を提案する. 8.5 節では近似計算の評価をする. 8.6 節では, アニーリング法を用いた utility 作業の期待値の合計を最小にする投入順序づけの方法を提案し, 数値例を示す.

8.2 混合品種組立ラインの定義

本研究で取り上げる混合品種組立ラインの定義をする.

(1) 第1作業ステーションに投入順序の最初の製品が投入されて, 作業が順次開始される.

(2) 製品は一定のサイクルタイム t_c で投入される.

(3) 作業ステーションの作業時間はその作業時間の分布関数に従って決まる. したがって, 投入順序づけの段階では, 作業時間はその分布関数が分かっているだけである.

(4) 作業ステーションは閉ステーションで, 作業者は他の作業ステーションに入って作業することはない. 作業域で作業が終了しない場合は, 作業遅れの作業 (utility 作業) は utility worker [8.1] によって行われ, 組立ラインはストップしないとする. この場合, 作業者は作業域の下流の境界で作業を終わり, 残りの作業は utility worker に任せ, 次の製品に向う. 次の製品に向うための作業者の歩行時間は, コンベヤの速度 v と比較して歩行速度は非常に早いので0とする.

次に, 記号を以下のように定める.

L_k : k 作業ステーションの作業域の長 ($k = 1, 2, \dots, K$)

$\pi(n)$: 投入順序の n 番目の製品 ($n = 1, 2, \dots, N$)

$t_{\pi(n)}^k$: 製品 $\pi(n)$ の k 作業ステーションの作業時間 (確率変数)

$F_{\pi(n)}^k(x)$: 作業時間 $t_{\pi(n)}^k$ の分布関数

s_n^k : k 作業ステーションの n 番目の作業の作業開始位置

f_n^k : k 作業ステーションの n 番目の作業の作業終了位置

作業ステーションの作業時間が確定すると, 作業ステーションの作業開始位置, 作業終了位置, 及び utility 作業は次のように求められる. 各作業ステーションが最早開始時刻で作業を始めると, 作業開始位置は

$$s_n^k = \begin{cases} 0, & n = 1 \\ \max(f_{n-1}^k - vt_c, 0), & n \geq 2 \end{cases}$$

となる. また, 作業終了位置は

$$f_n^k = \min(s_n^k + vt_{\pi(n)}^k, L_k)$$

となる.

$$s_n^k + vt_{\pi(n)}^k > L_k$$

の場合は utility 作業 u_n^k が発生し,

$$u_n^k = s_n^k + vt_{\pi(n)}^k - L_k$$

となる.

8.3 2つの作業位置と utility 作業の3つの期待値の導出

8.2節で示したように, 作業ステーションの作業時間が決まれば, 組立ラインの作業状況を表すことができる. しかし, 作業時間が確率変動する場合は, 投入順序づけの段階では作業時間が決まっていないので, ある投入順序に対して組立ラインの作業状況を表すことができない. 組立ラインへの投入順序づけをするためには, ある投入順序に対して, 組立ラインの作業状況がどのような見通しを立てなければならない. そこで, 作業ステーションの作業開始位置, 作業終了位置, 及び utility 作業の3つの期待値で, 組立ラインの作業状況を表すことを考える.

8.3.1 作業開始位置の期待値の導出

k 作業ステーションの n 番目の作業の作業開始位置 s_n^k の期待値 $E(s_n^k)$ を求めるために、以下のよ
うに分けて考える。

(1) $n=1$ の場合

$$s_1^k = 0$$

なので、期待値 $E(s_1^k)$ は次のようになる。

$$E(s_1^k) = 0$$

(2) $n=2$ の場合

作業開始位置 s_2^k は次のようになる。

(a) $vt_{\pi(1)}^k \leq vt_c$ のとき、

$$s_2^k = 0$$

となり、その発生確率は次のようになる。

$$\int_0^{t_c} dF_{\pi(1)}^k(x)$$

(b) $vt_c < vt_{\pi(1)}^k \leq L_k$ のとき

$$s_2^k = vt_{\pi(1)}^k - vt_c$$

となる。このとき、

$$t_c < t_{\pi(1)}^k \leq L_k / v$$

となるので、その発生確率は次のようになる。

$$\int_{t_c}^{L_k/v} dF_{\pi(1)}^k(x)$$

(c) $vt_{\pi(1)}^k > L_k$ のとき、

utility 作業が発生するので、

$$s_2^k = L_k - vt_c$$

となり、その発生確率は次のようになる。

$$\int_{L_k/v}^{\infty} dF_{\pi(1)}^k(x)$$

となる。

以上から作業開始位置 s_2^k の期待値 $E(s_2^k)$ は、

$$E(s_2^k) = \int_{t_c}^{L_k/v} (vx - vt_c) dF_{\pi(1)}^k(x) + (L_k - vt_c) \int_{L_k/v}^{\infty} dF_{\pi(1)}^k(x)$$

となる。

(3) $n=3$ の場合

作業開始位置 s_3^k は次のようになる。

(a) $s_2^k + vt_{\pi(2)}^k \leq vt_c$ のとき、

$$s_3^k = 0$$

となる。このときの発生確率は次のようになる。

$$\int_0^{t_c - s_2^k/v} dF_{\pi(2)}^k(x)$$

(b) $vt_c < s_2^k + vt_{\pi(2)}^k \leq L_k$ のとき

このとき,

$$\begin{aligned} s_3^k &= s_2^k + vt_{\pi(2)}^k - vt_c \\ t_c - s_2^k / v &< t_{\pi(2)}^k \leq (L_k - s_2^k) / v \end{aligned}$$

となるので, その発生確率は次のようになる.

$$\int_{t_c - s_2^k / v}^{(L_k - s_2^k) / v} dF_{\pi(2)}^k(x)$$

となる.

(c) $s_2^k + vt_{\pi(2)}^k > L_k$ のとき,

utility 作業が発生し,

$$s_3^k = L_k - vt_c$$

となり, その発生確率は次のようになる.

$$\int_{(L_k - s_2^k) / v}^{\infty} dF_{\pi(2)}^k(x)$$

以上から作業開始位置 s_2^k が与えられたときの作業開始位置 s_3^k の条件付き期待値 $E(s_3^k | s_2^k)$ は, 次のようになる.

$$E(s_3^k | s_2^k) = \int_{t_c - s_2^k / v}^{(L_k - s_2^k) / v} (s_2^k + vx - vt_c) dF_{\pi(2)}^k(x) + (L_k - vt_c) \int_{(L_k - s_2^k) / v}^{\infty} dF_{\pi(2)}^k(x)$$

作業開始位置 s_2^k の分布は (2) $n = 2$ の場合で与えられているので, その分布関数を $G_{s_2^k}(x)$ とおくと, 作業開始位置 s_3^k の期待値 $E(s_3^k)$ は,

$$E(s_3^k) = \int_0^{L_k - vt_c} E(s_3^k | x) dG_{s_2^k}(x)$$

となる. s_2^k が与えられたときの作業開始位置 s_3^k の条件付き分布は示したので, この条件分布を $G_{s_3^k}(s_3^k | s_2^k)$ とする. そこで, 作業開始位置 s_3^k の分布関数を $G_{s_3^k}(s_3^k)$ とおくと,

$$G_{s_3^k}(s_3^k) = \int_0^{L_k - vt_c} G_{s_3^k}(s_3^k | x) dG_{s_2^k}(x)$$

となる.

同様に $n \geq 4$ の場合の作業開始位置 s_n^k の条件付き期待値 $E(s_n^k | s_{n-1}^k)$ は, 次のようになる.

$$E(s_n^k | s_{n-1}^k) = \int_{t_c - s_{n-1}^k / v}^{(L_k - s_{n-1}^k) / v} h_{n-1}^k(x) dF_{\pi(n-1)}^k(x) + (L_k - vt_c) \int_{(L_k - s_{n-1}^k) / v}^{\infty} dF_{\pi(n-1)}^k(x)$$

ここで,

$$h_{n-1}^k(x) = s_{n-1}^k + vx - vt_c$$

である. 作業開始位置 s_{n-1}^k の分布関数を $G_{s_{n-1}^k}(x)$ とおくと, 作業開始位置 s_n^k の期待値 $E(s_n^k)$ は,

$$E(s_n^k) = \int_0^{L_k - vt_c} E(s_n^k | x) dG_{s_{n-1}^k}(x)$$

となる.

8.3.2 作業終了位置の期待値の導出

作業終了位置 f_n^k の期待値 $E(f_n^k)$ は, 付録 (1) で示したように次のようになる.

$$E(f_n^k) = \int_0^{L_k - vt_c} E(f_n^k | x) dG_{s_n^k}(x)$$

8.3.3 utility 作業の期待値の導出

utility 作業 u_n^k の期待値 $E(u_n^k)$ は、付録 (2) で示したように次のようになる。

$$E(u_n^k) = \int_0^{L^k - v t_c} E(u_n^k | x) dG_{s_n^k}(x)$$

8.4 3つの期待値の近似計算の方法

3つの期待値の計算式は求められたが、実際にこれらの値を計算することは困難なので、近似計算する方法を考える。

8.4.1 近似計算の考え方

連続変数である作業時間を離散的な作業時間に置き換え、推移確率を用いて3つの期待値を求めることを考える。 k 作業ステーションの n 番目の作業時間 $t_{\pi(n)}^k$ は、十分小さな単位時間 d_t の整数倍とし、 $m_{\pi(n)}^k d_t$ とする。ここで、 $m_{\pi(n)}^k$ は整数である。作業時間 $t_{\pi(n)}^k$ が

$$(m_{\pi(n)}^k - 0.5)d_t < t_{\pi(n)}^k \leq (m_{\pi(n)}^k + 0.5)d_t$$

のとき、離散的な作業時間を $m_{\pi(n)}^k d_t$ とする。また、作業時間が $m_{\pi(n)}^k d_t$ である確率 $p(m_{\pi(n)}^k)$ は、

$$p(m_{\pi(n)}^k) = F_{\pi(n)}^k((m_{\pi(n)}^k + 0.5)d_t) - F_{\pi(n)}^k((m_{\pi(n)}^k - 0.5)d_t)$$

とする。ただし、

$$(m_{\pi(n)}^k - 0.5)d_t \leq 0$$

の場合は、

$$F_{\pi(n)}^k((m_{\pi(n)}^k - 0.5)d_t) = 0$$

とする。議論を簡単にするために、

$$L_k / (v d_t) = m_{Lk}$$

$$t_c / d_t = m_{tc}$$

とし、

$$m_{Lk} \geq m_{tc}$$

で、かつ m_{Lk} と m_{tc} は正の整数とする。今、 $i(j)$ を整数としたときの k 作業ステーションの作業域の位置 $i d_t(j d_t)$ を $i(j)$ と呼ぶことにする。 $i(j)$ は、

$$0 \leq i \leq m_{Lk} \quad (0 \leq j \leq m_{Lk})$$

である。作業開始位置が i で、作業終了位置が j となる推移確率などを求めることによって、3つの期待値を計算する方法を考える。

8.4.2 作業終了位置の期待値の計算

k 作業ステーションの n 番目の作業開始位置 i から n 番目の作業終了位置 j への推移確率を $p1_n^k(i, j)$ とし、その確率を求めることを考える。

$$s_n^k + v m_{\pi(n)}^k d_t = (i + m_{\pi(n)}^k) v d_t \quad (8.1)$$

となるので、次のように分けて考える。

(1) $i + m_{\pi(n)}^k \leq m_{Lk}$ のとき

$$j = i + m_{\pi(n)}^k$$

となるので、

$$p1_n^k(i, j) = p1_n^k(i, i + m_{\pi(n)}^k) = p(m_{\pi(n)}^k)$$

となる.

(2) $i + m_{\pi(n)}^k > m_{Lk}$ のとき

$$j = m_{Lk}$$

$$p1_n^k(i, j) = \sum_{m_{\pi(n)}^k = m_{Lk} - i + 1}^{\infty} p(m_{\pi(n)}^k) = 1 - F_{\pi(n)}^k((m_{Lk} - i)d_t)$$

となる.

(3) 上記 (1) と (2) で定義されない i と j の組合せに対しては,

$$p1_n^k(i, j) = 0$$

とする.

そこで, 推移確率 $p1_n^k(i, j)$ を i 行 j 列の要素とする推移確率行列を $P1_n^k$ とする. $P1_n^k$ は $(m_{Lk} + 1) \times (m_{Lk} + 1)$ の行列である. また, k 作業ステーションの n 番目の作業の作業開始位置 (作業終了位置) が i である確率を $ps_n^k(i)$ ($pf_n^k(i)$) とし, $ps_n^k(i)$ ($pf_n^k(i)$) を i 番目の要素とする行ベクトルを作業開始位置確率ベクトル (作業終了位置確率ベクトル) と呼び,

$$PS_n^k = [ps_n^k(i)] \quad (PF_n^k = [pf_n^k(i)])$$

とする. 作業開始時点では,

$$s_1^k = 0$$

と定義しているので,

$$PS_1^k = [1, 0, \dots, 0]$$

である. k 作業ステーションの 1 番目の作業の作業終了位置確率ベクトル PF_1^k は,

$$PF_1^k = PS_1^k P1_1^k$$

となる. 一般に, k 作業ステーションの n 番目の作業の作業終了位置確率ベクトル PF_n^k は, k 作業ステーションの n 番目の作業の作業開始位置確率ベクトル PS_n^k が与えられると,

$$PF_n^k = PS_n^k P1_n^k$$

となる. よって, k 作業ステーションの n 番目の作業の作業終了位置の期待値 $E(f_n^k)$ は,

$$E(f_n^k) = PF_n^k D = PS_n^k P1_n^k D$$

となる. ここで, 列ベクトル D は

$$D = [0, v d_t, 2v d_t, \dots, m_{Lk} v d_t]^T$$

である.

8.4.3 作業開始値位置の期待値の計算

次に, k 作業ステーションの n 番目の作業の作業終了位置 i から, $n+1$ 番目の作業の作業開始位置 j への推移確率 $p2_n^k(i, j)$ を求める. ただし, この推移確率は 0 か 1 の確定的な値となる.

(1) $i \leq m_{Lc}$ の場合

$$j = 0$$

となり,

$$p2_n^k(i, j) = p2_n^k(i, 0) = 1$$

である.

(2) $m_{Lc} < i \leq m_{Lk}$ のとき

$$s_{n+1}^k = i v d_t - v t_c = (i - m_{Lc}) v d_t$$

となるので,

$$j = i - m_{Lc}$$

である. したがって,

$$p2_n^k(i, j) = p2_n^k(i, i - m_{ic}) = 1$$

となる。

(3) 上記 (1) と (2) で定義されない i と j の組合せに対しては、

$$p2_n^k(i, j) = 0$$

とする。

そこで、推移確率 $p2_n^k(i, j)$ を i 行 j 列の要素とする推移確率行列を $P2_n^k$ とすると、

$$PS_2^k = PF_1^k P2_1^k = PS_1^k P1_1^k P2_1^k$$

となる。同様に、 k 作業ステーションの 3 番目の作業の作業開始位置確率ベクトル PS_3^k は、

$$PS_3^k = PF_2^k P2_2^k = PS_2^k P1_2^k P2_2^k = PS_1^k P1_1^k P2_1^k P1_2^k P2_2^k$$

となる。したがって、 k 作業ステーションの n 番目の作業の作業開始位置確率ベクトル PS_n^k は、

$$PS_n^k = PS_1^k \prod_{r=1}^{n-1} (P1_r^k P2_r^k) \quad (8.2)$$

となる。今、

$$P_{r+1}^k = P1_r^k P2_r^k$$

とおくと、行列 P_{r+1}^k は、 k 作業ステーションの r 番目の作業の作業開始位置が i で、 $r+1$ 番目の作業の作業開始位置が j である推移確率行列を表す。式 (8.2) は

$$PS_n^k = PS_1^k \prod_{r=1}^{n-1} P_r^k$$

と書き換えられる。したがって、 k 作業ステーションの n 番目の作業の作業開始位置の期待値 $E(s_n^k)$ は、

$$E(s_n^k) = PS_n^k D = (PS_1^k \prod_{r=1}^{n-1} P_r^k) D$$

と計算できる。

8.4.4 utility 作業の期待値の計算

式 (8.1) より、

$$i + m_{\pi(n)}^k > m_{Lk}$$

の場合 utility 作業が発生し、utility 作業 u_n^k は、

$$u_n^k = (i + m_{\pi(n)}^k - m_{Lk}) v d_i$$

となる。作業時間が $m_{\pi(n)}^k d_i$ である確率は $p(m_{\pi(n)}^k)$ であるので、作業開始位置が i の場合の utility 作業の期待値 $E(u_n^k | i)$ は、

$$E(u_n^k | i) = \sum_{m_{\pi(n)}^k = m_{Lk} - i + 1}^{\infty} (i + m_{\pi(n)}^k - m_{Lk}) v d_i p(m_{\pi(n)}^k)$$

となる。作業開始位置が i である確率は $ps_n^k(i)$ なので、utility 作業の期待値 $E(u_n^k)$ は、

$$E(u_n^k) = \sum_{i=0}^{m_{Lk} - m_{ic}} E(u_n^k | i) ps_n^k(i)$$

となる。

8.5 近似計算の誤差の評価

近似計算では作業時間が d_i の整数倍のために誤差が発生するので、近似計算の誤差の評価をする。3つの期待値の理論値の計算は困難なので、実験によって3つの期待値の値を推定し、この値と近似計算によって求められた値と比較する。評価実験は次のようである。

〔実験内容〕

(1) 組立ラインの条件

サイクルタイム、作業域の長さ、コンベヤの速度は、それぞれ 80 秒、100 cm、1 cm/秒とする。

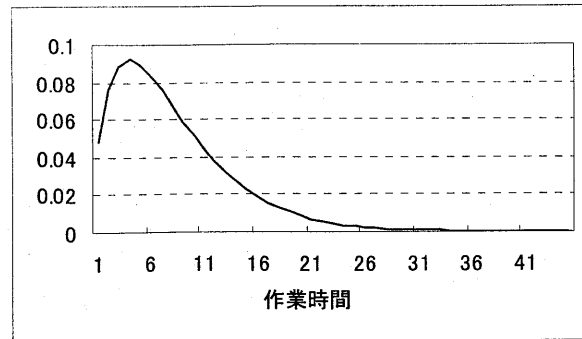


図 8.1 作業時間の確率分布

表8.1 3つの期待値

実 験 No.		1	2	3	4	5	6
単位時間		1	1	2	2	4	4
平均作業時間		78	82	78	82	78	82
期待値	作業開始位置	4.0	12.9	4.0	12.9	9.1	16.9
	作業終了位置	81.9	92.7	81.9	92.7	88.4	96.8
	utility作業	0.15	2.30	0.15	2.30	0.60	4.02

表8.2 3つの平均値

実 験 No.		1	2
平均作業時間		78	82
平均値	作業開始位置	3.9	13.2
	作業終了位置	81.7	92.9
	utility作業	0.12	2.26

(2) 作業時間の確率密度関数

確率変動する作業時間の分布は[8.8]によると、アーラン分布が良く当てはまるようである。そこで、作業時間の確率密度関数 $f(x)$ を $k = 2$ のアーラン分布

$$f(x) = (2\lambda)^2 x e^{-2\lambda x}, x \geq 0$$

とする。ただし、 $f(x)$ を横軸にある定数 a だけ右に平行移動し、作業時間の平均値が $1/\lambda + a$ となるようにする。分散は $1/(2\lambda^2)$ であり、 λ と a により、任意の平均値や分散の作業時間分布が設定できる。実験では、 λ は 0.125 と 0.083 の 2 つとし、 a は 70 とする。なお、 $\lambda = 0.125$ 、 $a = 70$ のときの作業時間の平均は 78 で、 $\lambda = 0.083$ 、 $a = 70$ のときの作業時間の平均は 82 である。図 8.1 は、 $\lambda = 0.125$ 、 $a = 0$ の場合の作業時間の確率密度関数を表している。

(3) 単位時間と離散的な作業時間分布

単位時間 d_i は、1 秒、2 秒、4 秒の 3 つとして、その大きさに応じた離散的な作業時間分布を作成する。

(4) 計算内容と評価方法

以下の 2 種類の計算をし、比較する。

(a) 連続変数の作業時間を同一の作業時間分布で 500 個発生させ、これを作業ステーション 1 の作業時間として作業ステーション 1 の作業開始位置、作業終了位置、及び utility 作業の 3 つの平均値を求める。これを 5 回計算し、その平均を求める。

(b) 作業時間が同一の離散的な作業時間分布に従うとして、作業ステーション 1 の 300 番目 (十分大きな値として指定) の作業の作業開始位置、作業終了位置、及び utility 作業の 3 つの期待値を近似計算する。

以上の条件で計算すると、表 8.1 と表 8.2 のように得られる。表 8.1 の期待値は最初の作業開始位置を 0 としているが、どの位置からスタートしても 300 番目の作業の 3 つの期待値は表 8.1 の値になる。作業開始位置、作業終了位置、及び utility 作業の 3 つの期待値の理論値の代用として表

表8.3 3つの期待値の誤差率 (%)

実験 No.	1	2	3	4	5	6
単位時間	1	1	2	2	4	4
平均作業時間	78	82	78	82	78	82
誤差率	作業開始位置	2.64	1.42	2.72	1.39	131.
	作業終了位置	0.15	0.24	0.15	0.24	8.20
	utility作業	21.5	3.7	22.1	3.8	395.
						78.0

8.2の値を用いて、表8.1の各期待値の誤差率を求めると、表8.3のようになる。誤差率は絶対値で表している。表8.3から分かるように、単位時間が1秒と2秒の場合の誤差率は小さく、精度はかなり良いことが分かる。ただし、平均作業時間が78の場合のutility作業の期待値の誤差率は大きい、誤差の大きさは非常に小さいので、精度が良いとみなすことができる。したがって、実験のような組立ラインでは、単位時間が2秒のときでも近似計算の精度を確保できることになる。

8.6 utility作業の期待値を最小にする投入順序づけの方法

次に、作業時間が確率変動する場合の投入順序づけの方法について考える。従来の投入順序づけの方法では、例えば作業時間の平均値を用いてutility作業の合計 $\sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K u_n^k$ を最小にする投入順序を求めることになる。8.4節で示したようにutility作業の期待値が計算できるので、utility作業の期待値の合計 $\sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K E(u_n^k)$ を最小にする投入順序を求めることができる。投入順序づけが1回限りであれば、両者の投入順序づけのどちらが望ましいかを定めることは困難であり、確率変数である作業時間が確定して初めて決定できることになる。しかし、実際の組立ラインでは毎日投入順序づけをしており、また毎日の製品構成が少ししか変化しない場合も多い。例えば、トヨタの組立ラインで生産する車両の仕様は、同じ月内では変化は少ない。このような場合では、同じような製品構成の投入順序づけの繰り返しになるので、utility作業の合計を最小にする投入順序づけより、utility作業の期待値の合計を最小にする投入順序づけの方が望ましいと考えられる。そこで、utility作業の期待値の合計を最小にする投入順序づけの方法を考える。

投入順序が与えられると、utility作業の期待値が計算できるので、utility作業の合計を最小にする投入順序づけの方法を応用することによって、utility作業の期待値の合計を最小にする投入順序を求めることができる。utility作業の合計を最小にする投入順序づけの方法は、既に多く開発されている[8.1]、[8.2]。例えばアニーリング法[8.9]を用いると、utility作業の期待値の合計を最小にする投入順序づけの方法は、付録(3)の通りとなる。次に、計算例を示す。

「例」アニーリング法で最適解に近い解が求められるように、規模の小さい10個の製品の投入順序づけ問題を考える。製品は製品No.として、1から10までの数が割り付けられている。作業ステーションは5であり、サイクルタイム、作業域の長さ、コンベヤの速度、及び作業時間分布は、4節と同じとする。ただし、作業時間の確率密度関数の λ はすべて0.125とするが、製品の作業ステーションごとに定数 a の値を変更して、作業時間の平均値を設定する。表8.4は製品ごとの作業ステーションの作業時間の平均値を示す。単位時間は1秒である。実際に、utility作業の期待値の合計を最小にする投入順序を求めると、投入順序は1, 4, 10, 9, 3, 6, 8, 5, 7, 2で、utility作業の期待値の合計は48.79となる。この投入順序で、作業時間の平均値を用いてutility作業の合計を求めると、13となる。作業時間の平均値を用いてutility作業の合計を最小にする投入順序を求めると、

表8.4 作業ステーション(ST)の平均作業時間

製品No.	ST1	ST2	ST3	ST4	ST5
1	91	76	94	85	96
2	84	85	84	87	87
3	86	85	82	81	86
4	83	87	79	77	70
5	74	74	85	94	86
6	78	89	77	83	84
7	86	91	71	81	83
8	80	78	89	68	67
9	86	72	69	83	73
10	69	88	76	82	90

6, 1, 4, 9, 10, 2, 8, 5, 7, 3 となり, その utility 作業の合計は 8 となる. また, この投入順序で utility 作業の期待値の合計を求めると, 50.87 となる. 以上のように, 2つの目的関数による投入順序づけの結果は大きく異なり, 投入順序づけ問題の条件によって, 投入順序づけの方法を使い分ける必要があることを示している.

8.7 お わ り に

本章では作業時間が確率変動する投入順序づけ問題について考察し, 作業開始位置, 作業終了位置, 及び utility 作業の3つの期待値の計算方法を導出した. しかし, これらの値を解析的に求めることは困難なので, 十分な精度が確保できる近似計算の方法を提案した. そして, この近似計算の方法を用いることによって, utility 作業の期待値の合計を最小にする投入順序づけの方法を提案した. また, 作業時間の平均値を用いて求めた, utility 作業の合計を最小にする投入順序と utility 作業の期待値の合計を最小にする投入順序との比較を行い, 両者の間で大きな差があることを示した. 以上のように本研究では, 作業開始位置, 作業終了位置, 及び utility 作業の3つの期待値で, 作業時間が確率変動する場合の投入順序づけができることを示した. したがって, 従来の研究で開発されている, いろいろな手法が適応できることになる. もちろん, これらの手法の実務への適応は一気に進むとは思えないが, 現在使用している作業時間の確定値をどのように決定したらよいかの指針が与えられれば, 効果は非常に大きいものがある. 今回の研究では, この問題に解答を与えられなかったが, 今後の最大の課題として取り組みたい.

今回の研究は, 作業時間が確率変動する投入順序づけ問題の糸口を示したに過ぎず, 前述の課題以外にも理論的な研究課題は多い. 例えば, utility 作業の期待値を用いた投入順序と他の方法を用いた投入順序との差に関しての解析もこれからである. また, 近似計算法を適切に利用するためには, 投入順序づけ問題の条件に応じた単位時間の大きさの目安の確立なども必要であり, この研究をきっかけにこの分野の研究が活発に行われることを期待したい.

付 録

(1) 作業終了位置 f_n^k の期待値 $E(f_n^k)$ の導出

以下のように分けて考える.

(I) $n=1$ の場合

(a) $vt_{\pi(1)}^k \leq L_k$ のとき,

$$f_1^k = vt_{\pi(1)}^k$$

で、その発生確率は、 $\int_0^{L_k/v} dF_{\pi(1)}^k(x)$ となる.

(b) $vt_{\pi(1)}^k > L_k$ のとき,

$$f_1^k = L_k$$

で、その発生確率は、 $\int_{L_k/v}^{\infty} dF_{\pi(1)}^k(x)$ となる.

したがって、 $E(f_1^k)$ は次のようになる.

$$E(f_1^k) = \int_0^{L_k/v} vx dF_{\pi(1)}^k(x) + L_k \int_{L_k/v}^{\infty} dF_{\pi(1)}^k(x)$$

(II) $n=2$ の場合

(a) $s_2^k + vt_{\pi(2)}^k \leq L_k$ のとき,

$$f_2^k = s_2^k + vt_{\pi(2)}^k$$

で、その発生確率は、 $\int_0^{(L_k-s_2^k)/v} dF_{\pi(2)}^k(x)$ となる.

(b) $s_2^k + vt_{\pi(2)}^k > L_k$ のとき,

$$f_2^k = L_k$$

で、その発生確率は、 $\int_{(L_k-s_2^k)/v}^{\infty} dF_{\pi(2)}^k(x)$ となる.

よって、作業開始位置 s_2^k が与えられたときの作業終了位置 f_2^k の条件付き期待値 $E(f_2^k | s_2^k)$ は,

$$E(f_2^k | s_2^k) = \int_0^{(L_k-s_2^k)/v} (s_2^k + vx) dF_{\pi(2)}^k(x) + L_k \int_{(L_k-s_2^k)/v}^{\infty} dF_{\pi(2)}^k(x)$$

となる. よって、作業終了位置 f_2^k の期待値 $E(f_2^k)$ は,

$$E(f_2^k) = \int_0^{L_k-vt_c} E(f_2^k | x) dG_{s_2^k}(x)$$

となる.

作業開始位置 s_n^k が与えられたときの作業終了位置 f_n^k の条件付き期待値 $E(f_n^k | s_n^k)$ は、同様に

$$E(f_n^k | s_n^k) = \int_0^{(L_k-s_n^k)/v} (s_n^k + vx) dF_{\pi(n)}^k(x) + L_k \int_{(L_k-s_n^k)/v}^{\infty} dF_{\pi(n)}^k(x)$$

となる. したがって、作業終了位置 f_n^k の期待値 $E(f_n^k)$ は,

$$E(f_n^k) = \int_0^{L_k-vt_c} E(f_n^k | x) dG_{s_n^k}(x)$$

となる.

(2) utility 作業 u_n^k の期待値 $E(u_n^k)$ の導出

以下のように分けて考える.

(I) $n = 1$ の場合

$$vt_{\pi(1)}^k > L_k$$

のときに utility 作業 u_1^k が発生する. このときの確率は,

$$\int_{L_k/v}^{\infty} dF_{\pi(1)}^k(x) \text{ である. したがって,}$$

$$E(u_1^k) = \int_{L_k/v}^{\infty} (vx - L_k) dF_{\pi(1)}^k(x)$$

となる.

(II) $n = 2$ の場合

$$s_2^k + vt_{\pi(2)}^k > L_k$$

のときに utility 作業 u_2^k が発生し, その確率は, $\int_{(L_k-s_2^k)/v}^{\infty} dF_{\pi(2)}^k(x)$ である. したがって, 作業開

始位置 s_2^k が与えられたときの utility 作業 u_2^k の条件付き期待値 $E(u_2^k | s_2^k)$ は,

$$E(u_2^k | s_2^k) = \int_{(L_k-s_2^k)/v}^{\infty} (s_2^k + vx - L_k) dF_{\pi(2)}^k(x)$$

となる. よって,

$$E(u_2^k) = \int_0^{L_k-vt_c} E(u_2^k | x) dG_{s_2^k}(x)$$

となる. 同様に,

$$E(u_n^k | s_n^k) = \int_{(L_k-s_n^k)/v}^{\infty} (s_n^k + vx - L_k) dF_{\pi(n)}^k(x)$$

$$E(u_n^k) = \int_0^{L_k-vt_c} E(u_n^k | x) dG_{s_n^k}(x)$$

となる.

(3) アニーリング法

アニーリング法のコントロールパラメータである初期温度, 終了温度 (停止基準), マルコフ連鎖の長さを, それぞれ c_0, c_f, L とする. また, 投入順序 π の utility 作業の期待値の合計を $EU(\pi)$ とし, ある投入順序の近傍の解は投入順序の任意の 2 つの製品の順序を入れ替えて作ることにする. 以下の手順で得られた π が解である.

[アニーリング法]

(1) コントロールパラメータ c_0, c_f, L を設定する.

(2) ランダムに投入順序 π_0 を作り, $i \leftarrow 0$ とおく. また, $\pi \leftarrow \pi_0$ とおく.

(3) $h \leftarrow 0$ とおく.

(4) 投入順序 π の近傍として, π の任意の 2 つの製品の順序を入れ替えて, 新しい投入順序 $\hat{\pi}$ を作る.

$$\Delta EU = EU(\hat{\pi}) - EU(\pi)$$

を計算し, $\Delta EU < 0$ なら $\pi \leftarrow \hat{\pi}$ とする. また, $h \leftarrow h+1$ とおく. もし,

$$\Delta EU \leq 0 \quad \text{または} \quad \Delta EU > 0 \ \& \ \exp(-\Delta EU / c_i) > \xi$$

ならば $\pi \leftarrow \hat{\pi}$ とおいて, ステップ(5)へ進む. ここで, ξ は $[0, 1]$ の一様乱数である. もしそうでなければ, 何もせずステップ(5)へ進む.

(5) もし, $h < L$ ならステップ(4)へ戻る. そうでなければ, ステップ(6)へ進む.

(6) もし, $c_i < c_f$ ならば終了する. そうでなければ,

$$c_{i+1} \leftarrow \alpha c_i, \pi_{i+1} \leftarrow \pi, i \leftarrow i+1$$

とおいて, ステップ(3)へ戻る. ここで, α は 0.90 から 0.99 の値をとる定数である.

第3部 かんばん方式の最適化の研究

第3部では、トヨタ生産方式の中でも取り分け良く知られているかんばん方式の最適化に関する研究をする。かんばん方式の適切な運営は、単に在庫削減に留まらず、よりジャストインタイムの実現や生産性の向上など大きな効果がある。また、外注かんばんは仕入先との間で回転するために、逆に不適切なかんばん方式の運営は仕入先に多大な迷惑をかけ、コスト増大の要因になる。このため、かんばんの方式の適切な運営に関して従来から継続的な改善が進められ、各種の工夫が織り込まれて運営されている。しかし、人手によるかんばんの取り扱いでは、適切な運営にも限界がある。そこで、コンピュータや情報通信ネットワーク等の IT を活用して、かんばん方式の最適な運用を図るために、その基本となる理論や手法を研究する。この結果は、e-かんばん方式として開発・導入され大きな成果を上げている。また、補給部品で採用されているかんばん方式の適切な運営のための研究も行い、その結果補給部品倉庫の在庫削減に大きく貢献している。

第9章 e-かんばん方式の運用の最適化

9.1 はじめに

最近、トヨタではコンピュータネットワーク時代を反映して、かんばん方式を進化させたe-かんばん方式が開発され、運用されている。従来のかんばん方式でのかんばんの管理は主に人手作業であったが、e-かんばん方式ではコンピュータによりタイミングよく適切なかんばん管理ができるようになった。その結果、

(1) かんばん運用に伴う発注量の変動の最小化やかんばん枚数の変更タイミングの適切化などによるかんばんの運用・管理の高度化

(2) 人手作業であったかんばん管理の効率化

(3) 各種管理の充実

などの観点からかんばん方式の運用・管理の最適化が図られつつある。

ところで、かんばん方式の紹介やその研究は多数ある([9.1]~[9.4])が、かんばん方式で最も重要な1つであるかんばん枚数の変更を中心としたかんばんの枚数管理について議論した論文はない。かんばん枚数の変更は、月次の生産計画が立案されたり、生産計画が変更されると、その都度行う必要があり、かんばん方式の運用における基本的な事柄である。本研究では、e-かんばん方式の骨格部分となるかんばん枚数の変更方法について、従来のかんばん方式と比較して考察し、適切なかんばん枚数の変更方法を提案する。また、この考え方を応用することによって、従来のかんばん方式より高度な管理ができるようになることを示す。

本章の構成は以下のようなものである。9.2節では従来のかんばん方式の運用方法について説明し、9.3節でそのかんばん枚数の変更方法について検討する。9.4節ではe-かんばん方式の運用方法を説明し、かんばん枚数の変更方法について検討する。9.5節ではかんばん枚数の変更方法を応用することによって、従来のかんばん方式より高度な管理ができるようになることを明らかにする。9.6節では、e-かんばん方式にはいろいろな効果があるが、かんばんの枚数管理以外での主要な効果について述べる。

9.2 従来のかんばん方式の運用方法

かんばんにはいくつかの種類があるが、ここでは仕入れ先との間で回している外注かんばんについて取り上げる。図9.1は組立ラインで使用されている最新の外注かんばんであり、2次元のバー

7030-1 アイシン高丘 本社 出庫場	2EEA-00C1 16630-50020-00	トヨタ自動車 本社工 52
111 2	QRコード	06月26日04 便
1765 1-01764	物1地上A 0001	安全個数 2個

図 9.1 外注かんばんの例

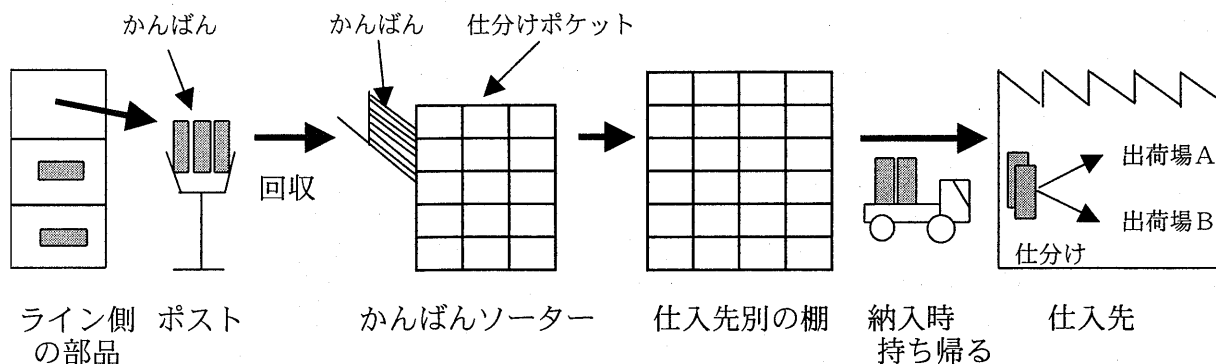


図9.2 かんばんが外されてから仕入先までの流れ

コードが採用されている。かんばんには仕入先、納入場所、品名、部品番号、部品置き場などが記載されている。

次に、従来のかんばん方式の運用方法について説明する（図9.2参照）。

（1）部品ごとにかんばんの発行枚数が決められており、部品がまだ使用されていない部品箱にはかんばんが1枚添付されている。

（2）部品箱の部品が初めて使用されるときに、かんばんが外されて所定のポストに置かれる。かんばんはポストから一定時間ごとに回収されて、かんばんソーターと呼ばれる機械で読まれ、仕入先ごとに仕分けられる。また、仕入先の納入タイミングに合わせて伝票も作られ、かんばんと伝票が仕入先別の棚に置かれる。

（3）仕入先は納入時、棚から発注となるかんばん（外れかんばんと呼ぶ）と伝票を持ち帰る。

（4）仕入先は決められたリードタイム後に、持ち帰ったかんばんを部品箱に添付して部品を納入する。

仕入先ではかんばんを出荷場単位に仕分けたり、出荷作業のためにかんばんを必要な順番に並べ替えるなどの作業がある。

以上がかんばんの基本的な運用方法であるが、この運用のためには1車種当たり約6万枚のかんばん枚数が必要であり、かんばんの表記項目の変更などのため常にかんばんの作成が必要になる。

トヨタと仕入れ先の間で回しているある部品のかんばんの枚数 N は次式で計算できる（[9.1], [9.2]）。

$$N = \lceil \{D(K+L)+S\}/M \rceil \quad (9.1)$$

ここで、 D ：ある部品の1日の平均需要量

K ：発注間隔

L ：発注から納入までのリードタイム

S ：安全在庫

M ：部品箱の部品の収容数

$\lceil x \rceil$ ： x 以上の最小の整数

である。従来のかんばん方式では部品の納入のときに次の発注となるかんばんを持って帰るために、かんばん方式の納入方法を3つの整数 a, b, c を用いて表わすことにしている。すなわち、 a 日間に b 回納入し、納入時持ち帰ったかんばん枚数に対応する部品の、かんばんを引き取った納入から c 回後の納入タイミングで納入することを表す。この3つの数字はかんばんサイクルと呼ばれ、一般に $a-b-c$ と表現されている。たとえば、1-2-1は毎日2回納入し、納入時持ち帰ったかんばん枚

数分の部品を次回の納入タイミングで納入することを示す。したがって、かんばんサイクルと b 回の納入時刻を決めれば仕入れ先の納入方法が決定されることになる。かんばんサイクルが $a-b-c$ の場合、

$$\left. \begin{aligned} K &= a/b \\ L &= (a/b)c \end{aligned} \right\} \quad (9.2)$$

となり、かんばんサイクルは部品の納入リードタイムを表していることになる。このことから c はかんばんの遅れ係数と呼ばれている。部品の納入リードタイムを短くするために常に各種改善が進められており、現状では基本的に $a=1$ であり、 $a>1$ は一部の特殊な部品だけである。また、組立ラインは一般に2直稼働（注参照）のため、 $b>1$ の場合は b は偶数である。

かんばん方式では（外れかんばん枚数） $\times M$ が発注量になる。車両の生産は、販売店から毎日注文を受けて生産計画を作り、組立ラインに生産指示することにより行われる。需要変動が激しい今日では、ある範囲で需要に追従した生産計画を作る必要があり、その結果組立ラインで使用する部品の1日の外れかんばん枚数が、ある範囲で変動するのはどうしても避けられない。しかし、かんばんを手作業で扱うことによる外れかんばん枚数の変動は完全に排除する必要がある。そのために今日までいろいろな工夫がなされてきた。たとえば、次のような改善がある。

（1）日々の稼働時間は残業時間で変動するが、残業時間を含めてかんばんの回収間隔を等間隔にする。

（2）1日のかんばんの回収回数をできるだけ納入回数の最小公倍数（通常は24回）にし、すべての発注が同一の回収回数になるようにする。

（3）たとえば、日当たり納入回数が9回の場合は、かんばんの回収回数である24の公約数ではない。このときは、1回当たりの発注量は2.4回の回収分となるが、実際の発注では2回の回収分の場合と3回の回収分の場合が発生し、発注量変動する。そこで、1～3回目の回収が1回目の発注になる場合は、3回目のかんばん回収の6割を次回の発注に繰り越し、1回目の発注量を2.4回の回収分になるようにする。納入回数が回収回数の公約数でないときは以上のような処理をし、発注量の変動を抑える。

（4）仕入先と相談し、納入間隔をできるだけ等間隔にしたり、かんばん枚数が1日に10枚程度は外れるような部品箱の部品の収容数 M にする。

以上のような取り組みによって、かんばんの取り扱いによる発注量の変動を極力抑える努力をしてきた。また、組立ラインでの1日の外れかんばん枚数は販売店からの注文に基づいた生産計画で決まるが、1日の単位時間当たりの外れかんばん枚数が変動しないように、組立ラインへの車両の投入順序づけは部品の単位時間当たりの必要数ができるだけ一定になるように工夫している（[9.2]、[9.5]）。

9.3 従来方式でのかんばん枚数の変更

従来方式でのかんばん枚数の変更方法について検討する。

9.3.1 かんばん枚数の変更の考え方

式(9.2)を式(9.1)に代入すると、

$$N = \left\lceil \frac{Da(c+1)/b + S}{M} \right\rceil = \left\lceil \frac{aD/(bM)}{(c+1) + S/M} \right\rceil \quad (9.3)$$

となる。式(9.3)から分かるように、かんばん枚数は、1日の平均需要量、かんばんサイクル、部

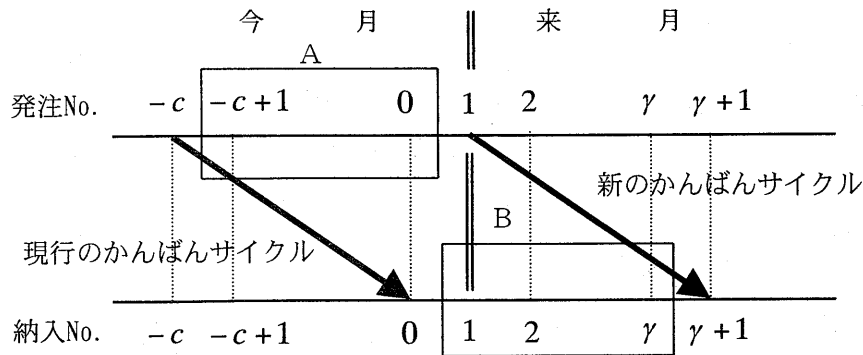


図9.3 看板サイクルの変更

品箱の部品の収容数などが変更されると変化する。たとえば、平均需要量が来月から変わり、来月の看板枚数に変更になるとする。このとき、看板枚数の変更をどのように行うかを考える。看板枚数の変更とは、ある発注からある発注までのいくつかの発注に対して、外れ看板枚数に何枚の看板を増加したり、減少したりするかを決める問題である。そしてこのときの目標は、

- (1) 看板枚数の変更によって発注量変動しないようにすること
 - (2) 看板枚数の変更が早すぎたり、逆に遅すぎたりしない適切なタイミングで看板枚数の変更を行うこと
- の2つを満足することである。

式(9.3)より、看板の枚数を看板の回転枚数と安全枚数の2つに分けて考える。看板の回転枚数 N_K と看板の安全枚数 N_S を、それぞれ

$$N_K = \lceil aD / (bM)(c+1) \rceil \quad (9.4)$$

$$N_S = N - N_K$$

と定義する。看板枚数の変更は看板の回転枚数の変更と安全枚数の変更に分けて考える。

以下では議論では、1日の1回目の納入の納入時間は稼働時間の最初とし、納入間隔(発注間隔)は稼働時間で等間隔とする。これを図9.3で見ておく。図9.3では発注と納入が区別され、同一の連番がつけられている。納入 No. 1 が来月の初日の稼働時間の最初であることを表している。納入間隔(発注間隔)が稼働時間で等間隔であることは、納入 No. (発注 No.) が等間隔であることを示す。また、発注 No. $-c$ での発注は看板の遅れ係数を c とすると、納入 No. 0 に納入することになり、太い矢線はこれを表している。

9.3.2 看板の回転枚数の変更

以下の議論を簡単にするために $aD / (bM)$ は整数とする。したがって、式(9.4)は

$$N_K = aD / (bM)(c+1) \quad (9.5)$$

となる。 D がある部品の1日の平均需要量なので、 $aD / (bM)$ はある部品の1回当たりの外れ看板枚数の平均となる。換言すると、 $aD / (bM)$ は1回当たりの発注における平均看板枚数となるので、簡潔に平均発注枚数と呼ぶことにする。したがって、看板の回転枚数は平均発注枚数や看板の遅れ係数が変化したときに変わることになる。次のようにある部品の記号を定める。

D_T : 今月の1日の平均需要量

D_N : 来月の1日の平均需要量

$a-b-c$: 今月のかんばんサイクル

$\alpha-\beta-\gamma$: 来月のかんばんサイクル

H_T : 今月の平均発注枚数

H_N : 来月の平均発注枚数

今, $aD_T/(bM)$ と $\alpha D_N/(\beta M)$ が整数とすると,

$$H_T = aD_T/(bM)$$

$$H_N = \alpha D_N/(\beta M)$$

である. かんばんの回転枚数の増加枚数は式(9.5)より,

$$\Delta N = H_N(\gamma + 1) - H_T(c + 1) \quad (9.6)$$

となる. 来月からかんばんサイクルが変わるので, 来月の最初の発注 No. 1 の発注から新しいかんばんサイクルになる (図 9.3 参照). 当月の最後の納入 No. 0 の納入は現行のかんばんサイクルで納入されるので, 当月の最終の c 回の発注 (図 9.3 の A の部分) を来月の最初の γ 回の納入 (図 9.3 の B の部分) に対しどのように対応させ, かんばん枚数の変更をどのようにするかを決定することが課題となる. これがかんばん枚数を変更する問題である. このとき図 9.3 の来月の最初の納入 No. 1 の納入から来月の平均発注枚数 H_N になっていることが必要である.

(1) $c = \gamma$ の場合

この場合は, 式(9.6)より

$$\Delta N = (H_N - H_T)(c + 1) \quad (9.7)$$

となり, 平均発注枚数が増加することによるかんばんの回転枚数の変更となる. $c = \gamma$ なので, 図 9.3 の発注 No. $-c+1$ から No. 1 までの $c+1$ 回の発注に対して,

$$(\text{外れかんばん枚数}) + (H_N - H_T)$$

とする. このとき, 各発注の外れかんばん枚数を今月の平均発注枚数 H_T とみなすと, 各発注の発注枚数は H_N となる. また, 来月の最初の納入である納入 No. 1 から納入枚数は H_N となり, かんばん枚数変更の 2 つの目標を満足することになる. 以下の議論においても同様に, 外れかんばん枚数を平均発注枚数とみなしてかんばん枚数の変更を考える.

ところで, $H_N < H_T$ の場合はかんばんの回転枚数を減少するときであり,

$$(\text{外れかんばん枚数}) + (H_N - H_T) < 0$$

の場合がある. このときは

$$H_T - H_N - (\text{外れかんばん枚数})$$

のかんばん枚数が減少できないので, 次回の発注に繰り越して減少する. かんばん枚数を減少するときは以上のような繰り越し処理が必要な場合があるが, 以下の議論ではこの処理の追記は省略する.

(2) $c > \gamma$ の場合

この場合は, 改善などにより部品の納入のリードタイムが短縮できた場合である. 式(9.6)は次のように変形できる.

$$\Delta N = -H_T(c - \gamma) + (H_N - H_T)(\gamma + 1) \quad (9.8)$$

したがって, かんばんの回転枚数の増加枚数はかんばんの遅れ係数が小さくなることによる減少枚数と平均発注枚数が増加することによる枚数に分けられる. $c > \gamma$ なので, 納入 No. 1 から No. $\gamma + 1$ までの納入に対して, 発注 No. $-\gamma + 1$ から No. 1 までの発注を対応させると, かんばんの遅れ係数が小さくなるので発注 No. $-c + 1$ から No. $-\gamma$ までの $c - \gamma$ 回の発注に対応する納入がない. したがって, 発注 No. $-c + 1$ から No. $-\gamma$ までの外れかんばん枚数を, No. $-\gamma + 1$ の発注まで繰り越す. 発

注 No. $-\gamma + 1$ の発注に対して、

$$(\text{外れかんばん枚数の合計}) - H_T(c - \gamma) + H_N - H_T$$

とする。この場合の外れかんばん枚数の合計を $H_T(c - \gamma + 1)$ とみなすと、No. $-\gamma + 1$ の発注のかんばん枚数は H_N である。発注 No. $-\gamma + 2$ から No. 1 までの γ 回の発注に対して、

$$(\text{外れかんばん枚数}) + H_N - H_T$$

とする。

(3) $c < \gamma$ の場合

この場合は納入のリードタイムが長くなるケースであり、実際の運用ではほとんどない。式(9.6)は次のように変形できる。

$$\Delta N = H_N(\gamma - c) + (H_N - H_T)(c + 1) \quad (9.9)$$

したがって、かんばんの回転枚数の増加枚数はかんばんの遅れ係数が大きくなって増加する枚数と平均発注枚数が変化することによる枚数に分けられる。 $c < \gamma$ なので、発注 No. $-c + 1$ から No. 1 までの発注に対して、納入 No. $\gamma - c + 1$ から No. $\gamma + 1$ までの納入を対応させると、納入 No. 1 から No. $\gamma - c$ までの $\gamma - c$ 回の納入に対応する発注がない。これはかんばんの遅れ係数が大きくなったからである。したがって、かんばん枚数の変更は発注 No. $-c + 1$ から No. 1 までの $c + 1$ 回の発注に対して、

$$(\text{外れかんばん枚数}) + H_N - H_T$$

とする。納入 No. 1 から No. $\gamma - c$ までの各納入に対しては、仮に発注があるとしてこれらの納入のかんばん枚数を H_N とする。

9.3.3 安全枚数の変更

かんばんの安全枚数は1日の需要量の変動、1日の中の需要量の偏り、さらに納入便の遅れ等に対応するものである。したがって、安全枚数を増加する必要がある場合は、安全枚数分の在庫を増加しなければならない日より前の納入に対応する発注に追加する必要がある。安全枚数の増加は直前に入荷していれば十分であるので、当月の最後の納入から c だけ溯った $c + 1$ 回の納入に対応する発注に対し、

$$(\text{外れかんばん枚数}) + (\text{増加する安全枚数}) / (c + 1)$$

とする。ここで、

$$(\text{増加する安全枚数}) / (c + 1)$$

は整数とし、安全枚数の変更による発注量の変動を抑えるために $c + 1$ 回の発注に分割する。安全枚数を追加する場合は、当月の平均発注枚数の上に安全枚数が追加されることになる。安全枚数を減らす場合は、当月中は安全枚数を減らすことは望ましくないので、来月の最初の納入から $c + 1$ 回の納入で減らす。この場合は、1回目から $c + 1$ 回目までの納入のかんばん枚数は来月の平均発注枚数より小さくなる。

以上のようなかんばんの回転枚数と安全枚数の変更を織り込んで、かんばん枚数変更の作業指示書を作成し、これに基づいて手作業でかんばん枚数の変更をする。かんばん方式はかんばん枚数を設定して運営を始めれば $(\text{外れかんばん枚数}) \times M$ が発注量になり、非常に効率的な発注ができる。しかし、生産計画が大きく変化すると、それに伴ってかんばん枚数を1つの組立ラインで1万枚以上変更しなければならない場合がある。かんばんの変更枚数が多いとかんばん枚数の変更の準備作業に時間がかかるため、最新の状況での作業指示書の作成が困難になり、また時間的にも指示書どおりのきめ細かな作業ができないときもある。そのためかんばん枚数の変更に伴う発注量の変

動が避けられない場合が多々あり、大きな課題の1つであった。また、後で述べるが、かんばん枚数の変更で本来なら考慮すべきことが十分織り込めなかったこともあり、この問題の解消は、 e -かんばん方式導入の主要な狙いの1つになった。

9.4 e -かんばん方式でのかんばん枚数の変更

9.4.1 e -かんばん方式の運用方法

e -かんばん方式では、従来のかんばん方式と比較して発注方法が変わる。納入便でかんばんを持ち帰るかわりに、通信ネットワークを利用して発注し、かんばんと伝票を仕入先で発行する。かんばんと伝票を仕入先の望ましい順番に出力できるので、従来のたいへんな作業であった、かんばんの仕分けや並び替えの作業が廃止できる。納入のリードタイムとしては納入便でかんばんを持ち帰るのに必要な時間が削減できることになる。遠隔地の仕入先の場合は大幅なリードタイムの削減が可能になり、その効果は大きいものがある。 e -かんばんは従来のかんばんと同じように、部品が使用されて外されたかんばんは回収され、かんばんリーダーと呼ばれる機械で読まれて次の発注量になるが、かんばんリーダーで読まれるとかんばんは廃却される。従来のかんばん方式ではかんばんがトヨタと仕入先の間で回転するが、 e -かんばん方式では仕入先からトヨタまでの一方向のかんばんとなる。廃却されたかんばんは段ボールの原料としてリサイクルされている。

e -かんばん方式の発注は、納入時刻から納入のリードタイム遡った時刻に行えばよい。しかし、仕入れ先とトヨタの稼働時間は異なる場合が多く、納入のリードタイム遡った時刻を発注時刻といっても単純ではない。仕入れ先とトヨタの稼働時間が相違するケースの多くは、トヨタは2直稼働であるが仕入れ先は1直稼働という場合である。仕入れ先とトヨタの稼働時間が異なる場合、納入時刻から納入リードタイム遡って発注時刻を設定するときは、仕入れ先の稼働時間を考慮して、発注時間を決める必要がある。一方、かんばん枚数を計算するための部品の納入リードタイムは、発注時刻から納入時刻までの時間をトヨタの稼働時間で計算することによって求める。部品の納入リードタイムが求まると、かんばんの遅れ係数 c は、

$$c = (\text{部品の納入リードタイム}) / (a/b)$$

となる。この結果、かんばんの遅れ係数 c は必ずしも整数にならなくなる。

発注時刻や納入時刻の設定は、納入時刻がトヨタの稼働時間で等間隔になることや、トヨタと仕入れ先の稼働時間に差がある場合は特に納入方法を工夫することによって、納入リードタイムが短くなるようにすることが重要であり、仕入れ先と十分な調整をして決定される。

9.4.2 かんばんの回転枚数の変更

次に、 e -かんばん方式でのかんばんの回転枚数の変更について考える。従来のかんばん方式と異なることが2つある。1つはかんばんの遅れ係数が整数とは限らないことである。たとえば、来月から平均発注枚数のみが増えるとする。かんばんサイクルが1-2-1.5の場合のかんばんの回転枚数の増加枚数は、

$$\Delta N = (N_N - N_T)(1.5 + 1) = 2.5(N_N - N_T)$$

となる。ここで、 $N_N - N_T$ は偶数とする。上の式の2.5がかんばん枚数の変更でどのようになるのかを図9.4で示す。図9.4からわかるように、発注No. -1とNo. 0における外れかんばん枚数を H_T とすると、発注No. -1とNo. 0の発注に対するかんばんの回転枚数の変更は、

$$(\text{外れかんばん枚数}) + H_N - H_T$$

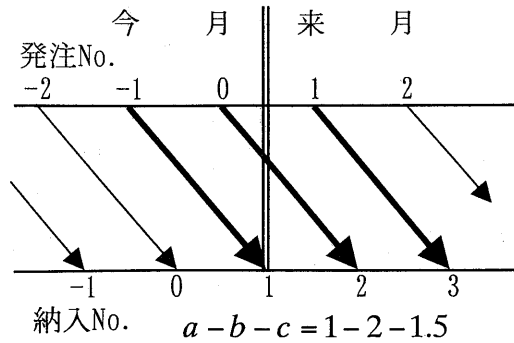


図9.4 かんばん枚数の変更

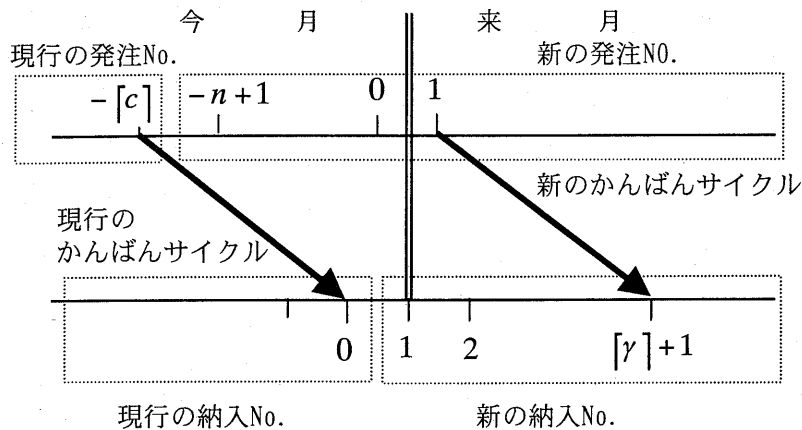


図9.5 かんばんサイクルの変更

とすればよい。発注 No. 1 の外れかんばん枚数を

$(N_T + N_N)/2$ と考えると、No. 1 の発注に対するかんばんの回転枚数の変更は、

$$(\text{外れかんばん枚数}) + H_N - (H_T + H_N)/2 = (\text{外れかんばん枚数}) + (H_N - H_T)/2$$

とすればよい。したがって、発注 No. -1 から No. 1 までの各発注のかんばんの枚数は H_N とみなせる。

他の1つは発注時刻のことである。従来のかんばん方式では図9.3のAの部分を現行の発注時刻とした。発注と納入が同じタイミングの場合は、Aの部分は現行の発注時刻、すなわち納入時刻でなければならない。しかし、発注と納入が異なる時刻で行われる場合は、現行のかんばんサイクルの最後の発注 No. $-[c]$ (注: e -かんばん方式では $-c$ でなく、 $-[c]$ となる) の発注が終わった時点で、Aの部分の発注時刻は新の発注時刻にしなければならない。Aの部分(正確には、図9.3で発注 No. $-c$ から No. 1 までの時間)を新の発注時刻に変更したとき、いくつの発注ポイントが設定出来るか考える。Aの部分の時間はかんばんサイクルで $a(c+1)/b$ と表現でき、新の発注間隔は α/β なので、新の発注ポイント数 n は、

$$n = \lceil \{a(c+1)/b\} / (\alpha/\beta) \rceil$$

となる。ここで、 $[x]$ は x を超えない最大の整数とする。図9.3のAの部分を発注 No. 1 の新の発注から遡って新の発注時刻を設定する(図9.5参照)。実際の発注時刻の設定は仕入先と相談して決定することになるが、本研究では発注時刻が等間隔に設定されているとする。図9.5の発注 No. 1 から No. $-n+1$ へと溯って発注を、図9.5の納入 No. $[\gamma]+1$ から No. 1 への納入に対して対応づけ

を行うと、以下の3つの場合がある。

(1) $n = [\gamma]$ の場合

今月と来月のかんばんサイクルが同じであれば、式(9.7)と同じようになり、発注 No. $-n+1$ から No. 0 までの $n = [\gamma]$ 回の発注に対して、

$$(\text{外れかんばん枚数}) + (H_N - H_T)$$

とする。しかし、発注 No. 1 の時刻が図 9.5 のように来月であるとする、発注 No. 1 の外れかんばん枚数を $H_T[\gamma] + H_N(1 - [\gamma])$ とみなすと、No. 1 の発注に対して、

$$(\text{外れかんばん枚数}) + H_N - H_T[\gamma] - H_N(1 - [\gamma])$$

とする。ここで、 $[\gamma]$ は実数 γ の小数部分とする。追加したかんばん枚数の合計 N_G を求めると、

$$N_G = n(H_N - H_T) + H_N - H_T[\gamma] - H_N(1 - [\gamma]) = (H_N - H_T)(\gamma + 1)$$

となり、追加枚数が正しいことを示している。

一方、かんばんサイクルが変更になる場合は発注間隔が変更になっている可能性がある、このことを考慮する必要がある。現行の最後の発注である No. $-[c]$ の発注と発注 No. $-n+1$ の発注との発注間隔は、

$$a(c+1)/b - \alpha n / \beta + \alpha(1 - [\gamma]) / \beta = a(c+1)/b - \alpha(n + [\gamma] - 1) / \beta$$

となるので、外れかんばん枚数を

$$H_T\{a(c+1)/b - \alpha(n + [\gamma] - 1) / \beta\} / (a/b)$$

とみなす。よって、発注 No. $-n+1$ の発注に対し、

$$(\text{外れかんばん枚数}) + H_N - H_T\{a(c+1)/b - \alpha(n + [\gamma] - 1) / \beta\} / (a/b)$$

とする。発注 No. $-n+2$ から No. 0 までの各発注の外れかんばん枚数を

$$H_T(\alpha / \beta) / (a/b)$$

とみなすと、各発注に対して

$$(\text{外れかんばん枚数}) + H_N - H_T(\alpha / \beta) / (a/b)$$

とする。発注 No. 1 での今月の外れかんばん枚数と来月の外れかんばん枚数を、それぞれ

$$H_T(\alpha[\gamma] / \beta) / (a/b), H_N(1 - [\gamma])$$

とみなすと、発注 No. 1 の発注に対して、

$$(\text{外れかんばん枚数}) + H_N - H_T(\alpha[\gamma] / \beta) / (a/b) - H_N(1 - [\gamma])$$

とする。以上の $[\gamma] + 1$ 回の発注で追加したかんばん枚数の合計 N_G を求めると、

$$N_G = H_N(\gamma + 1) - H_T(c + 1)$$

となり、追加枚数が正しいことを示している。

(2) $n > [\gamma]$ の場合

この場合は式(9.8)と同じようにかんばんの遅れ係数が小さくなり、発注 No. $-n+1$ から No. $-[\gamma]$ までの $n - [\gamma]$ 回の発注に対応する納入がない。そこで、その間の外れかんばんを発注 No. $-[\gamma] + 1$ の発注まで繰り越す。その結果、発注 No. $-[\gamma] + 1$ の外れかんばん枚数を

$$\begin{aligned} & H_T\{a(c+1)/b - \alpha(n + [\gamma] - 1) / \beta\} / (a/b) + H_T\{\alpha(n - [\gamma]) / \beta\} / (a/b) \\ & = H_T\{a(c+1)/b - \alpha\gamma / \beta\} / (a/b) \end{aligned}$$

とみなすと、発注 No. $-[\gamma] + 1$ の発注に対して、

$$(\text{外れかんばん枚数の合計}) + H_N - H_T\{a(c+1)/b - \alpha\gamma / \beta\} / (a/b)$$

とする。発注 No. $-[\gamma] + 2$ から No. 1 までの $[\gamma]$ 回の発注に対しては、 $n = [\gamma]$ の場合と同様にする。

(3) $n < [\gamma]$ の場合

かんばんの回転枚数の増加枚数は式(9)と同じように、かんばんの遅れ係数が大きくなって増加す

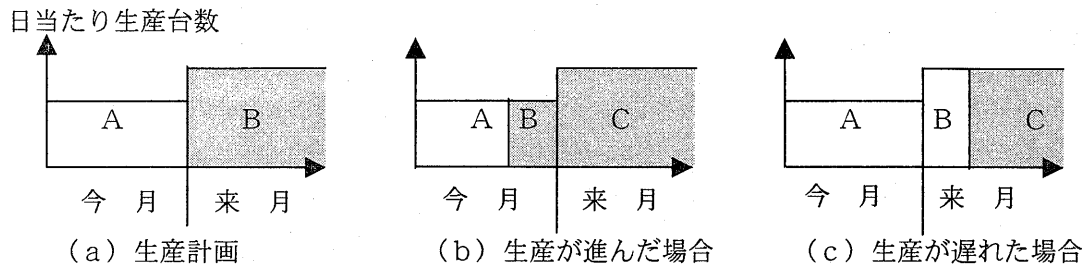


図9.6 生産進捗がかんばん枚数の変更を与える影響

る枚数と平均発注枚数が変化する枚数に分けられる。かんばんの遅れ係数が大きくなるために、納入No. 1からNo. $\lceil \gamma \rceil - n$ までの納入に対応する発注がない。したがって、納入No. 1からNo. $\lceil \gamma \rceil - n$ までの $\lceil \gamma \rceil - n$ 回の各納入に対しては、仮の発注があるとしてかんばんの納入枚数を H_N とする。発注No. $-n+1$ からNo. 1までの各発注に対しては、 $n = \lceil \gamma \rceil$ の場合と同様にする。

9.4.3 かんばん枚数変更のその他の考慮点

かんばん枚数の変更に関して次のような点も考慮する必要がある。

(1) 式(9.4)の $aD/(bM)(c+1)$ や (増加する安全枚数) / $(c+1)$ が整数でない場合は端数処理が必要である。かんばん枚数を変更する部品でみれば、ある発注で変更するかんばん枚数が1枚多いか否かのことで問題はないが、納入する部品が多い仕入先では、端数がある発注に重なることは望ましくない。そこで、仕入先単位に発注ごとのかんばんの変更枚数の枠を決め、この枠に部品ごとのかんばんの変更枚数を割り付ける。

(2) 実際の生産が計画どおりなのか、そうでないのかという生産の進捗も考慮する必要がある。たとえば、図9.6の(a)のように日当たり生産台数が増加する場合、(b)や(c)のように生産進捗が計画どおりでないと、生産計画は月によって車両の仕様が異なるので、かんばん枚数はAからBとBからCの2回の変更が必要になる。

(3) 組立ラインの生産計画は車両のラインオフに対する計画である。組立ラインの先頭で組み付けられる部品は車両のラインオフに対して5～6時間先に使用される。したがって、かんばん枚数の変更のタイミングは、組立ラインで使用される部品の組み付け位置を考慮する必要がある。

(4) かんばん枚数の変更は納入時刻によっても影響を受ける。たとえば、かんばんサイクルが1-2-0.5の場合、納入が各直の最初なのか中央なのかにより、かんばん枚数の変更のタイミングやその枚数が変化する。このことは図から簡単に理解できるので、説明は省略する。

9.5 かんばん枚数変更の応用

かんばん枚数を適切に変更する方法を生かして、かんばん枚数管理の充実を図ることができるので、その基本となるケースについて考える。

9.5.1 新型車の立ち上がり生産の発注

新型車の立ち上がりの生産は、日当たり生産台数が0から初期需要に対応する台数、たとえば1,000台まで、2週間毎日増加していく。この生産計画に合わせてかんばん枚数を毎日追加し合計で8万枚以上発行する車両もあり、従来のかんばん方式ではたいへんな作業である。また、従来の

かんばん方式ではかんばん発行の準備作業に時間がかかるため、車両の生産の進捗より先行して部品を発注する傾向があり、組立ライン側に部品が溢れるケースが避けられない。しかし、 e -かんばん方式では既に述べたかんばん枚数の変更処理であり、車両の生産進捗を的確に織り込めばタイムリーで適切な発注処理が可能になり、その効果は図り知れないものがある。また、従来のかんばん方式ではこの発行するかんばんを事前に作成しておく必要があったが、 e -かんばん方式ではこれが解消された。そのため、工場での車両切り替えに伴う、かんばんにまつわる作業や管理が抜本的に改善された。

9.5.2 需要変動の大きい部品への対応

部品によっては日当たりの需要量の変動が大きいものがある。そのためにかんばん枚数が多くなり、部品の最大在庫が非常に大きくなる傾向がある。組立ライン側の部品置き場である棚のスペースは限られているため、最大在庫が多いと組立ラインの部品棚に部品を搬入するとき、部品棚に部品が収納できず部品を他の場所に仮置きすることがよく発生し、部品管理上大きな問題となっている。

そこで、この需要変動の大きな一部の部品に対して、次のような対応を考える。組立ラインの生産計画は販売店のオーダーから生産日の3日前に作られる。したがって、3日後の生産に必要なかんばん枚数が分かるので、日当たりの需要変動に対応する安全在庫をなくし、安全在庫は1日の中での部品の使用量の変動や納入遅れに対応するものとして設定する。かんばんの回転枚数は平均需要量で設定し、3日先の生産計画からかんばんの回転枚数が不足するときは、かんばんを追加発行することによって対応する。この追加したかんばんは、他のかんばんと同じように回収されかんばんリーダーで読まれるが、次の発注にはつながらないかんばんとし、このようなかんばんを臨時かんばんと呼ぶ。このような部品は毎日納入されるので $a = 1$ であり、 $(c+1)/b \leq 2$ の部品に対して、3日後に追加すべき臨時かんばんの枚数 ΔN_3 は、次のように計算できる。

(1) $(c+1)/b \leq 1$ の場合

平均発注枚数を H_T とすると、1日の納入量は $H_T b M$ と考えることができる。したがって、3日後の部品の需要量を D_3 とすると、

$$\Delta N_3 = \max\{[(D_3 - H_T b M)/M], 0\}$$

となる。

(2) $1 < (c+1)/b \leq 2$ の場合

部品の納入リードタイム内の需要に対して、現在の回転枚数 N_K で対応できなければ追加枚数が必要になる。一般的に表現すると非常に複雑になるので、 $b = 1, c = 1$ とし、 $(c+1)/b = 2$ の場合についての説明に留める。2日後の部品の需要量と2日後に追加する臨時かんばんの枚数を、それぞれ D_2 、 ΔN_2 とする。部品の納入リードタイムが2日なので、部品の納入リードタイム内の需要は、 $D_2 + D_3$ である。2日後に臨時かんばんを追加するとすれば、その分需要が少なくなると考えればよいので、

$$\Delta N_3 = \max\{[(D_2 + D_3 - \Delta N_2 M)/M] - N_K, 0\}$$

となる。

毎日 ΔN_3 を求め、 ΔN_3 が正の場合は ΔN_3 枚の臨時かんばんを3日後にかんばんの回転枚数が増加するという処理をする。

e -かんばん方式ではこのようなダイナミックなかんばん枚数の追加を簡単に行うことができる。しかし、この方法において大事なことは、かんばん枚数管理を単にコンピュータ任せにするのでは

なく、臨時かんばんを発行する場合は日当たりの需要の変動なのか、それとも日当たりの需要の平均が変わったのかを判断して、需要の平均が変更になったのであれば、仕入先に今後の発注量の増加を連絡し、仕入先の対応可否を確認することである。また、需要の平均が変更になれば、かんばんの回転枚数の変更を行う必要がある。

9.5.3 臨時稼働後の発注量変動への対応

需要が多く受注残を抱えている車両の組立ラインでは、場合によっては非稼働日である土曜日に臨時出勤して組立ラインを稼働する場合がある。仕入先が稼働日と同じように納入する場合は、通常のかんばんで運営できるが、臨時稼働日の必要量を前日までに納入したいというケースも多々ある。この場合は臨時稼働日の必要量を臨時かんばんで事前に発注する。既に述べたように臨時かんばんは、外されると回収されるが次の発注にはつながらない。したがって、臨時稼働日の部品の発注量が多くて、臨時稼働日以降に臨時かんばんが添付された部品が使用されると、その分発注量が減少することになる。臨時稼働日の必要量は予測で算出するため、臨時かんばんの枚数が実際の必要量より多くなる傾向がある。そのため、臨時稼働日以降の最初の稼働日に発注量が減少するという問題がある。

ところが、 e -かんばん方式では通常の運用の中で適切に処理をすることができる。臨時かんばんも回収されるため、臨時かんばんの外れかんばん枚数が把握できる。使用されずにライン側に残っている臨時かんばんの枚数は、

$$(\text{発注枚数}) - (\text{臨時稼働日の外れかんばん枚数})$$

となる。そこで、臨時稼働日以降の最初の稼働日から臨時かんばんも通常のかんばんと考えて、外れかんばんは次の発注につなげる処理をするとすれば、ライン側に残っている臨時かんばんの枚数分がかんばんの回転枚数として増加したことになる。したがって、臨時稼働日以降の最初の稼働日からこの増加したかんばん枚数をかんばんの回転枚数の減少という処理で対応すればよく、これにより発注量の変動を抑えることができ、効果は非常に大きいものがある。

9.5.4 1直稼働2直発注の場合

該当の組立ラインの稼働は1直であるが他の組立ラインが2直稼働のため、1直で外れたかんばんを2直にも繰り越して、両直で発注し納入を受ける場合がある。これは仕入先が複数の組立ラインの部品を混載で納入しているために、このような方法を採用する。このケースでは外れたかんばんの発注を繰り越すので、部品の納入リードタイムが長くなり、かんばん枚数の変更が必要になる。

まず初めに、1直稼働2直納入の場合のかんばん枚数の計算方法について考える。毎日 b 回納入されるとする。この場合の発注は次のようになる。

ある日の発注 No. 1 では、回収されているかんばん枚数の半分が発注され、残りの半分が繰り越されて発注 No. 2 で発注される。発注 No. 2 では、回収されているかんばんは同様に半分が発注 No. 3 で、残りの半分が発注 No. 4 でそれぞれ発注される。同様に、発注 No. $b/2$ で回収されているかんばんは発注 No. $b-1$ と No. b で発注される。以上をまとめると、

発注 No. 1 で回収されているかんばんの

発注遅れは、それぞれ 0, 1

発注 No. 2 で回収されているかんばんの

発注遅れは、それぞれ 1, 2

.....
発注 No. $b/2$ で回収されているかんばんの

発注遅れは、それぞれ $b/2-1, b/2$

となる。発注遅れ 0 の場合のかんばんの遅れ係数を c とすると、部品の納入リードタイムは、それぞれ

$$c/b, (c+1)/b, \dots, (c+b/2)/b$$

となる。このように納入リードタイムが一定でなく、複数ある場合のかんばん枚数は、部品の納入リードタイムが最も長い場合の需要にも対応でき枚数が必要となる。したがって、かんばん枚数は最も長い場合の納入リードタイムで計算すればよく、1 直稼働で 2 直発注する場合のかんばんの回転枚数は平均発注枚数を Hr (整数) とすると、

$$Hr(c+b/2+1) = Hr(c+1) + Hr b/2$$

となり、1 日の発注量 (納入量) の半分を在庫として追加していることになる。これは発注を遅らせていることに対応するための在庫である。以上のように 1 直稼働 2 直発注のかんばん枚数も a, b, c を用いて計算できるので、1 直稼働 2 直発注の場合のかんばんサイクルも $a-b-c$ と表現する。

来月から 1 直稼働になり、9.3.2 節と同じように今月から来月にかけてかんばんサイクルや平均発注枚数に変更になるとすると、かんばんの回転枚数の増加枚数 ΔN は、

$$\Delta N = H_N(\gamma+1) + H_N\beta/2 - Hr(c+1)$$

となる。かんばんの回転枚数の変更は、その増加枚数のうち、

$$H_N(\gamma+1) - Hr(c+1)$$

は既に述べたかんばんの回転枚数の変更として考えればよい。また、かんばんの回転枚数の増加枚数のうち、 $H_N\beta/2$ は組立ラインの全部品に必要で、仕入先ごとにみるとかなりの量になるため、仕入先の生産や輸送の都合と部品の受け入れ側の対応を勘案して、個別に仕入先と相談して決定せざるを得ない。仕入先ごとに納入量と納入タイミングが決まれば、発注は外れかんばん枚数に追加して発注すればよい。また、部品の納入リードタイムが長くなるので、安全枚数も変更する必要がある。

9.6 管理の充実

e -かんばん方式ではかんばんのリードタイムが大幅に削減されるので、在庫の削減に大きく寄与する。また、最大在庫も削減され、組立ラインのライン側の部品置き場のスペースの削減や部品のライン側への搬入作業など部品管理上も大きな効果がある。また、以下のようなかんばんの枚数管理以外の効果もある。

9.6.1 かんばんの表記項目の追加

かんばんをその都度作成するので、かんばんに納入日と 1 日の何回目の納入かを示す納入 No. を記載すると、ライン側の部品箱のかんばんを見れば

a) 部品の使用に関する先入れ先出しの実施状況

がわかることになる。また、先入れ先出しが実施されていると、かんばんの納入日や納入 No. から

b) ライン側在庫の過大状況

c) 使用量の少ない部品の動き

なども簡単にわかるようになる。

部品単位の連番をかんばんに記載しこの連番をコンピュータに記録させると、かんばんの発行状況がわかる。かんばんが回収されたらこの連番を読み、コンピュータのデータと照合させると、

d) 現在流通しているかんばん枚数の把握

が可能である。また、

e) 長期間回収されていないかんばんの把握

もできる。これはかんばんを紛失したのか、それとも先入れ先出しが行われていないためなのかを調査する必要がある。更に、

f) 1日の終わりなどで外れたかんばんを回収し、かんばんリーダーに読ませることにより、理論上のライン側在庫の計算や問題部品の早期把握

などが可能で、少しの工夫で管理の充実を図ることができる。

9.6.2 かんばんの表記項目の変更への対応

かんばんには部品置き場などがあり、現場作業の指示にもなっている。改善により部品の置き場が変更になればかんばんの表記項目の変更が必要で、かんばんを交換しなければならない。従来のかんばんの表記項目の変更は、流通しているかんばんでまだ表記項目が変更されていないかんばんを見つけて、かんばんを取り替えるという作業が必要であった。しかし、e-かんばん方式では発注やかんばんの発行時に合わせてマスターデータを変更すればよく、簡単に常に正確なかんばんにすることができる。このことは非常に単純なことであるが、現場のかんばんの管理ではたいへん大きな効果がある。

9.6.3 タイムリーな情報活用

e-かんばん方式では仕入先はリアルタイムに受注情報が把握できるため、売上の把握、生産や在庫へのフィードバックなどタイムリーな情報活用が可能になる。

9.7 おわりに

e-かんばん方式の運用の基本であるかんばん枚数の変更方法とその応用事例について検討した。そしてこの方法を織り込んだシステムを開発し、従来手作業で行っていたことをコンピュータで行うようになり、適切で確実なかんばん管理ができ、e-かんばん方式の運用の最適化が図られつつある。9.6節では触れていないが、e-かんばん方式により、生産計画からかんばん管理まで一連の流れがシステム化され、間接部門の効率化も大幅に進み、また業務の精度の向上が図られた。間接部門の効率化は国際競争力の確保には重要であり、適切な理論を取り入れたシステム化により、その効率化が達成された例である。e-かんばん方式は国内のトヨタグループで既に導入されているが、海外工場でも順次導入されている。

e-かんばん方式の効果は非常に大きいものがあるが、かんばん枚数をコンピュータで管理しているので、需要変動への対応としてかんばん枚数を簡単に増加することができることになり、運用を誤ると組立ラインの前工程や仕入先に過大な負担をかけることになる。そのためには、適切な運用が欠かせないことを認識すべきである。要は、e-かんばん方式も発注の基本は外れかんばん枚数であり、外れかんばん枚数の平準化は今後も大切であるということである。もう1つ重要な点は、

e-かんばん方式は

(1) 多数の人が運用するシステムとしては非常に複雑になり、よく理解して運営している人が限られ、システムがブラックボックスになる。

(2) 発注の仕組みが見えないため、製造部署が部品を単に使用するだけになりやすく、欠品などの問題の早期発見が困難になる。

などの問題が発生しやすいことである。e-かんばん方式のシステムの高度化は今後も続くが、これらの問題が起こらないように努力することが求められている。

(注)

直とは交代制勤務において、勤務を特定するために使用される。最近は昼夜2交替より連続2交替の勤務が多く、連続2交替の1直は6:00～15:00、2直は16:00～1:00の時間が多いようである。

2直稼働とは昼夜2交替や連続2交替での稼働をいう。

第10章 指数平滑法を用いたかんばん方式の解析とかんばん枚数の決定方法

10.1 はじめに

最近、自動車の性能は非常に良くなり、故障などのトラブルは極めて少なくなっている。しかし、部品の消耗、損傷などによる修理に必要な補給部品の供給は、車社会の発展と共にますます高度なサービスが要求されている。一方、ユーザーの嗜好の多様化による自動車の種類の増加にしたがって、補給部品のサービス性の維持向上を図るために精力的な努力が続けられている。

この研究は、補給部品の手配に関する問題を扱う。トヨタでは顧客からの補給部品の注文に対し、即納することを原則としているため、大半の補給部品は部品倉庫に在庫を持っている。この在庫している補給部品の手配は、従来は受注実績から需要予測に基づく月一度の確定注文によって行ってきた。しかし、この方法では発注サイクルが1ヶ月と長く、需要予測も難しいため安全在庫が多くなり、在庫レベルが一般に高くなる傾向がある。そのために、日々の売れ行きに応じて前工程に生産指示をして部品を引き取り、在庫を補充するかんばん方式を一部の補給部品の手配に採用し、在庫を大幅に削減することができた。かんばん方式では最終工程における部品の使用量が平準化していることが要求されるが、この方式では最終工程に当たるのが顧客からの注文であるために、日々の受注量が必ずしも平準化しているとは限らない。そこで、前工程の部品の生産指示数（引き取り数）は、日々の受注量をそのまま指示するのではなく、指数平滑法を用いて平準化を図っている。今後、この方式を拡大することになるので、この指数平滑法を用いたかんばん方式の理論的な解析を行う。解析の狙いは、

- (1) 指数平滑法による平準化の特性解析
- (2) 平滑化定数の決定方法の確立
- (3) かんばん枚数の計算方法の確立

などであり、指数平滑法を用いたかんばん方式の適切な運用が図れるようにすることである。

本章の構成は以下のものである。10.2節では指数平滑法による生産指示方法の定式化を行う。10.3節では生産指示かんばん枚数の分布を明らかにする。10.4節では指数平滑法によるかんばんのリードタイムを明らかにする。10.5節では平滑化定数（分割日数）を決定する方法を提案する。10.6節ではこの方法を適応するためのかんばん枚数の計算方法を確立する。

10.2 指数平滑法による生産指示

10.2.1 生産指示の方法とその定式化

前工程への生産指示の方法はかんばんによって行うため、補給部品倉庫の各部品在庫に対し格納器具単位にかんばんをつける。具体的な方法は次のようである。

(1) 出庫指示に基づいて部品を出庫する。もし格納器具の部品を初めて出庫する場合は、添付されているかんばんを格納器具から外して所定の場所におく。

(2) 1日に一度、部品ごとに当日外れたかんばんと前日までに外れたが生産指示されずに残っているかんばんを合計し、その n 分の1（端数は切り上げ）を生産指示枚数（引き取り枚数）とする。残りのかんばん枚数をそのまま翌日に繰り越す。

(3) ステップ(2)で求められたかんばん枚数だけの量が該当の部品工程に生産指示され、決められたリードタイム後に補給部品倉庫に納入され、部品在庫が補充される。

次に、前述の生産指示の方法の定式化を行う。かんばんの操作は部品単位に行うので、以下の議論は1つの部品を代表して進める。出庫作業により、 i 日に x_i 枚のかんばんが外れた場合、 i 日における生産指示枚数 y_i は、

$$y_i = [(x_i + z_{i-1})/n] \quad (10.1)$$

となる。ここで、

z_{i-1} : $i-1$ 日までに外れたかんばんのうち生産指示されずに繰り越された枚数

n : 自然数

$[\beta]$: β 以上の最小の整数

である。また、

$$z_i = x_i - y_i + z_{i-1} \quad (10.2)$$

である。式(10.1)における n は、理論上は正の実数でよいが、実務におけるかんばんの操作性から、ここでは自然数とし、分割日数と呼ぶ。

ところで、 y_i と z_i は整数値しかとり得ないが、式(10.1)において整数条件を除外し、 y_i と z_i に対応して、それぞれを \hat{y}_i と \hat{z}_i とおくと、式(10.1)と(10.2)はそれぞれ次のようになる。

$$\hat{y}_i = (x_i + \hat{z}_{i-1})/n \quad (10.3)$$

$$\hat{z}_i = x_i - \hat{y}_i + \hat{z}_{i-1} \quad (10.4)$$

式(10.3)と(10.4)より、 \hat{z}_i を消去すると、

$$\hat{y}_i = (1/n)x_i + (1-1/n)\hat{y}_{i-1}$$

となり、 $1/n = \alpha$ とおくと、

$$\hat{y}_i = \alpha x_i + (1-\alpha)\hat{y}_{i-1} \quad (10.5)$$

となる。式(10.5)は需要予測などでよく用いられる指数平滑法であり、 α は平滑化定数と呼ばれている。そこで、式(10.1)と(10.2)により定義された生産指示方式を指数平滑法による生産指示と呼ぶことにする。なお、日を指定しない場合の外れたかんばん枚数と生産指示かんばん枚数を、それぞれ x 、 y とする。

10.2.2 初期値の設定

指数平滑法で生産指示する場合、初期値 z_0 を0とおくと、生産指示かんばん枚数 y_i が定常状態になるまでの日数は、分割日数 n の値によって変化するであろう。今、 $x_i = m$ ($i = 1, 2, \dots$) のとき、式(10.1)と(10.2)より何日目 y_i が m になるかを計算すると、表10.1のようになる。表10.1から分かるように、 $n = 5, m = 4$ の場合で9日、実際の稼働日で言い換えると約半月ほど過渡状態が続くことになり、実務上好ましくない。したがって、毎月初日から定常状態となるように z_0 を設定する必要がある。

$x_i = m$ ($i = 1, 2, \dots$) の場合の定常状態での z_i を求める。式(10.1)から、

表10.1 定常状態までの日数

m	分割日数				
	2	3	5	8	10
1	1	1	1	1	1
4	3	5	9	14	18
10	5	8	13	22	27
15	5	9	15	25	31
20	6	9	17	27	34

m : 外れかんばん枚数

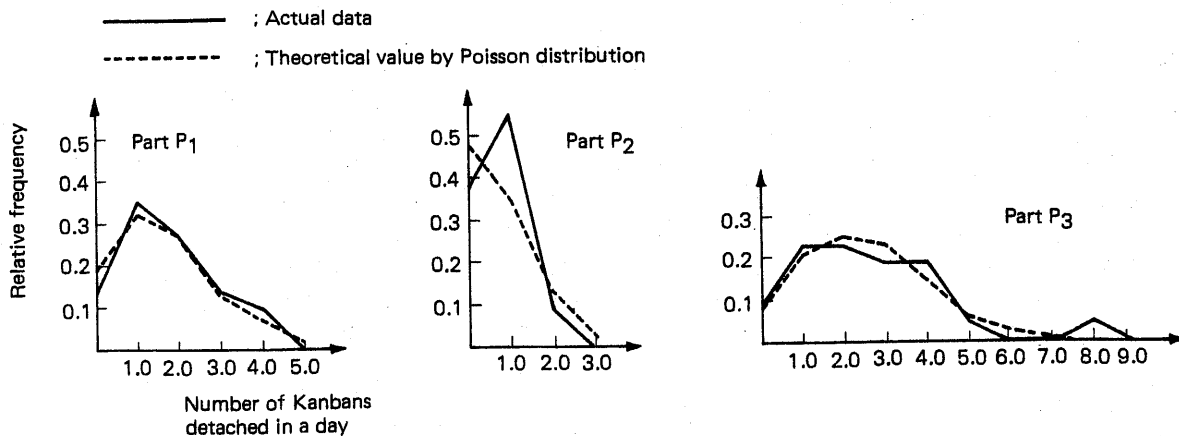


Fig. 1 Real and theoretical distributions of Kanban numbers detached in a day

図 10.1 外れかんばん枚数の分布

$$y_i = [(m + z_{i-1}) / n] = m \quad (10.6)$$

である。式(10.6)が成立するためには、

$$m - 1 < (m + z_{i-1}) / n \leq m$$

でなければならない。したがって、

$$(m - 1)(n - 1) \leq z_{i-1} \leq m(n - 1)$$

となる。 $x_i = y_i = m$ のとき、式(10.2)から

$$z_i = m - m + z_{i-1} = z_{i-1}$$

となり、定常状態では z_i の値は一定になることが分かる。そこで、

$$z_0 = (m - 1)(n - 1)$$

とすると、初日から $y_i = m$ となり、定常状態になる。一般には、 x_i は一定でないが、その平均を $E(x)$ とおくと、実務においては、 $m = E(x)$ と考え、

$$z_0 = [(E(x) - 1)(n - 1)]$$

とすれば十分である。

10.3 生産指示かんばん枚数の分布

10.3.1 生産指示かんばん枚数の平均

初めに在庫によって外れるかんばん枚数の分布を考える。実際のはずれかんばん枚数のデータから相対度数分布を求め、 χ^2 検定を行うと、ほとんどの部品の分布がポアソン分布に従っているようである。2, 3の例を示すと、図10.1のようになる。図10.1から分かるように、3例ともポアソン分布に非常に近い。

次に、指数平滑法によって生産指示されるかんばん枚数 y の平均 $E(y)$ を考える。 N 日までに生産指示されたかんばん枚数の平均を $E_N(y)$ とおくと、

$$E_N(y) = \sum_{i=1}^N y_i / N = (\sum_{i=1}^N x_i - z_N) / N = E_N(x) - z_N / N$$

となる。 $N \rightarrow \infty$ とすると、

$$E_N(y) = E(y)$$

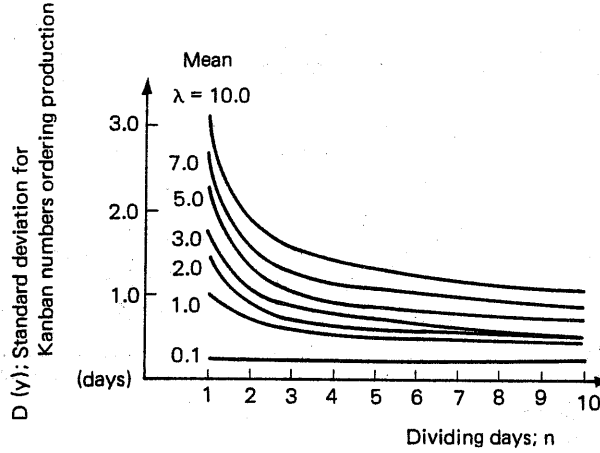


Fig. 2 Relation between dividing days and standard deviation for Kanban numbers ordering production

図 10.2 生産指示枚数の標準偏差

$$E_N(x) = E(x)$$

$$z_N / N \rightarrow 0$$

となるので,

$$E_N(y) = E(x)$$

となる。すなわち、生産指示かんばん枚数の平均は外れかんばん枚数の平均に等しくなる。

10.3.2 生産指示かんばん枚数の分散

指数平滑法による生産指示かんばん枚数の分散 $V(y)$ を解析的に求めることは困難なので、シミュレーションによって求めることにする。外れかんばん枚数 x が平均 λ ポアソン分布（分散 $V(x) = \lambda$ ）に従うとして、実験を行うと、図 10.2 のようになる。図 10.2 では分散の代わりに標準偏差 $D(x) = \sqrt{\lambda}$ で表した。図 10.2 から分かるように、平均 λ が 1 以上のとき、分割日数を 1 から 2, 3, 4 と大きくすると、生産指示かんばん枚数の標準偏差は急激に小さくなり、5 以上大きくしても標準偏差はあまり小さくならないことが分かる。このことは実務において分割日数を決定するときに注意すべき点である。また、生産指示かんばん枚数の相対度数分布を求めると、図 10.3 のようになる。分割日数を大きくすれば、中央値は変わらないが尖度の高い分布になり、分散が小さくなることがよく分かる。

論文[10.1]（田村・藤田・小谷，1990）では、通常のかんばん方式での引き取りかんばん枚数の分散を近似計算ではあるが解析的に求めている。そこで、本研究でも生産指示かんばん枚数の分散の近似式を求めることを考える。まず整数条件を除外した式(10.3)と(10.4)の場合の分散 $V(\hat{y})$ を求める。式(10.3)と(10.4)とから \hat{y}_i を消去すると、

$$z_i = (1 - \alpha)x_i + (1 - \alpha)\hat{z}_{i-1} \quad (10.7)$$

となる。式(10.3)と(10.7)から

$$\begin{aligned} \hat{y}_i &= \alpha x_i + \alpha(1 - \alpha)x_{i-1} + \alpha(1 - \alpha)\hat{z}_{i-2} \\ &= \alpha x_i + \alpha(1 - \alpha)x_{i-1} + \alpha(1 - \alpha)^2 x_{i-2} + \alpha(1 - \alpha)^3 \hat{z}_{i-3} \\ &\vdots \\ &= \sum_{j=1}^i \alpha(1 - \alpha)^{i-j} x_j + \alpha(1 - \alpha)^{i-1} \hat{z}_0 \end{aligned} \quad (10.8)$$

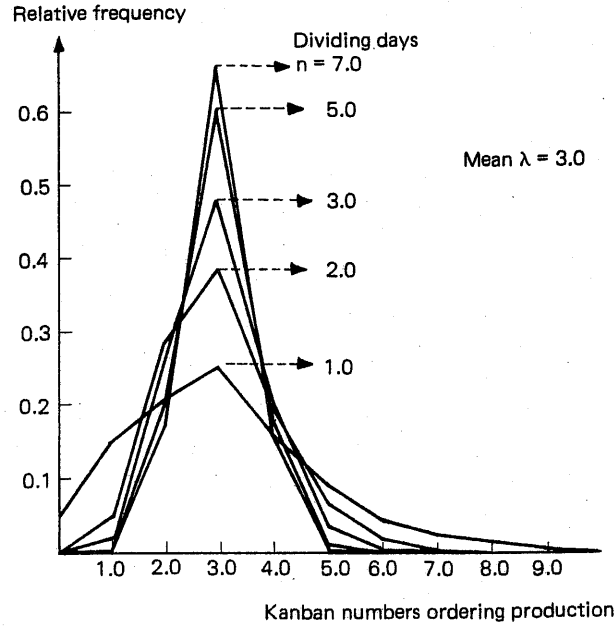


Fig. 3 Relative frequency of Kanban numbers ordering production

図 10.3 生産指示枚数の比率

式(10.8)より,

$$\hat{y}_1 = \alpha x_1 + \alpha \hat{z}_0$$

$$\hat{y}_2 = \alpha x_2 + \alpha(1-\alpha)x_1 + \alpha(1-\alpha)\hat{z}_0$$

$$\hat{y}_3 = \alpha x_3 + \alpha(1-\alpha)x_2 + \alpha(1-\alpha)^2 x_1 + \alpha(1-\alpha)^2 \hat{z}_0$$

⋮

⋮

$$\hat{y}_i = \alpha x_i + \alpha(1-\alpha)x_{i-1} + \dots + \alpha(1-\alpha)^{i-1} x_1 + \alpha(1-\alpha)^{i-1} \hat{z}_0$$

となる。したがって,

$$\begin{aligned} V_i(\hat{y}) &= \alpha^2 V_i(x) + \{\alpha(1-\alpha)\}^2 V_{i-1}(x) + \dots + \{\alpha(1-\alpha)^{i-2}\}^2 V_2(x) \\ &= \sum_{j=2}^i \{\alpha(1-\alpha)^{i-j}\}^2 V_j(x) \end{aligned}$$

$$= \frac{(1-\alpha)^{2i-2} - 1}{1-2n} V(x)$$

となる。ここで, $V_i(x)$: i 日までの外れかんばん枚数の分散

$V_i(\hat{y})$: i 日までの生産指示かんばん枚数の分散

であり, x_i は互いに独立で,

$$V_2(x) = V_3(x) = \dots = V_i(x) = V(x)$$

とする。したがって, $i \rightarrow \infty$ とすれば,

$$V(\hat{y}) = V(x)/(2n-1)$$

(10.9)

となる。定義より明らかなように,

$$V(y) \geq V(\hat{y}) = V(x)/(2n-1)$$

である。

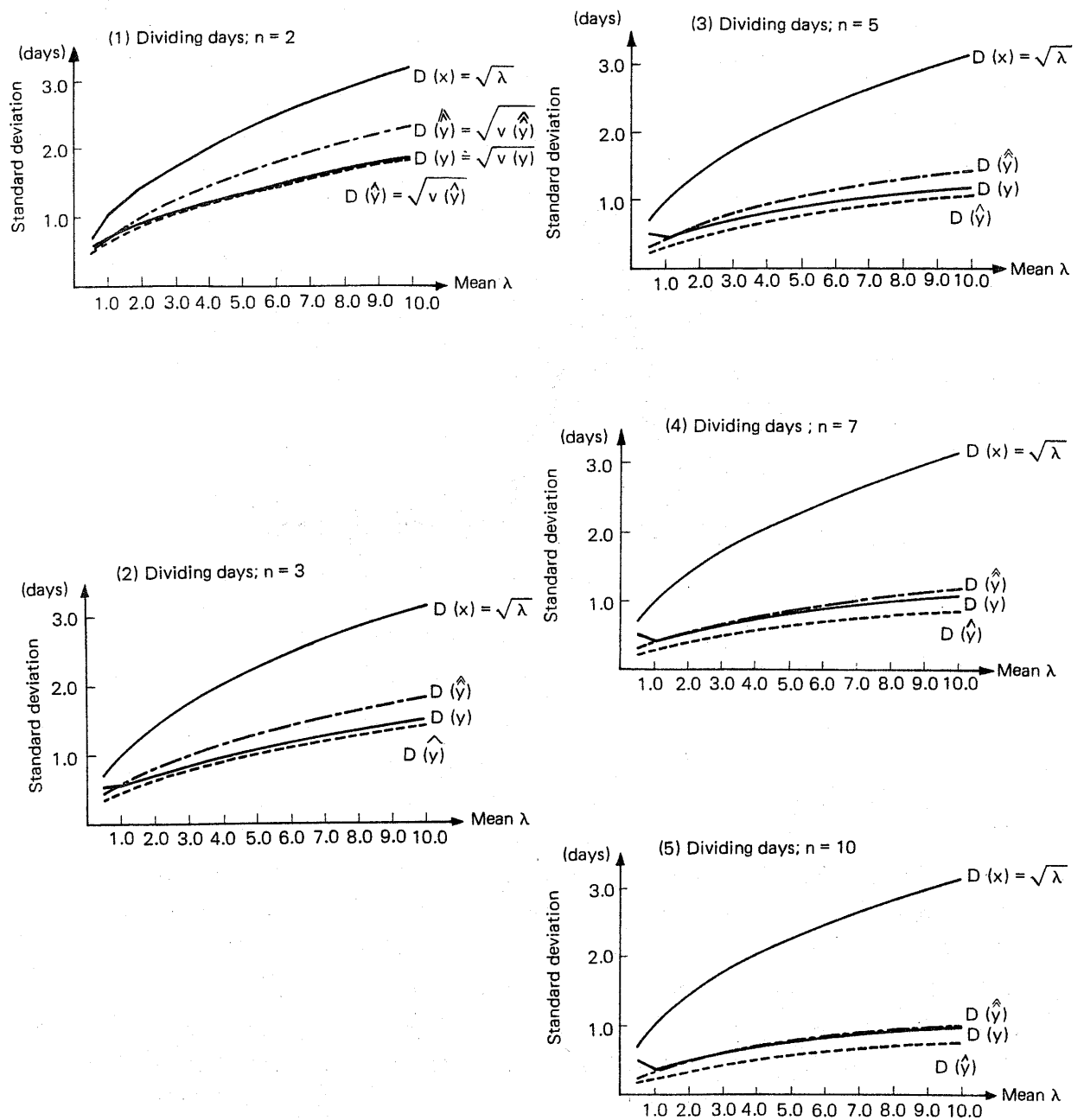


Fig. 4 (1) ~ (5) Experimental and estimated standard deviations for Kanban numbers ordering production

図 10.4 生産指示かんばん枚数の標準偏差の評価

次に, n 日間の移動平均で生産指示量 \hat{y}_i を決定する場合を考える. 定義より,

$$\hat{y}_i = (\sum_{j=i-n+1}^i x_j) / n$$

なので,

$$V(\hat{y}) = (1/n^2) \sum_{j=i-n+1}^i V(x) = V(x) / n$$

(10.10)

となる. 式(10.9)と(10.10)から

$$V(\hat{y}) \geq V(y)$$

となる. 3つの分散 $V(y)$, $V(\hat{y})$, $V(x)$ の大きさを比較するために前述と同様の実験を行い, 標準偏差で図示すると, 図 10.4 のようになる. 図 10.4 から分かるように, 外れかんばん枚数の平均 λ と分割日

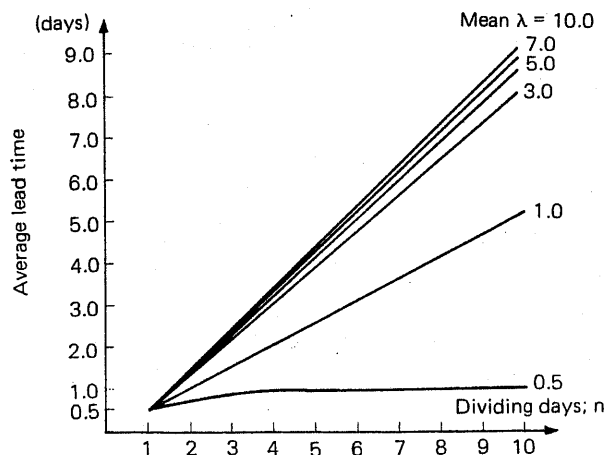


Fig. 5 Relation between dividing days and average lead time of Kanbans

図 10.5 かんばんのリードタイム

数 n の値により, $V(\hat{y})$ と $V(\hat{y})$ のどちらが近似度合いが良いかが決まる. しかし, かんばんが外れる枚数の分散 $V(x)$ の大きさから判断すると, 分割日数 n が大きい場合はどちらで近似しても十分である.

10.4 指数平滑法によるかんばんのリードタイム

かんばんが外れてから先入れ先出しにより生産指示されるまでのリードタイムの平均と分散 (標準偏差) を求める. 議論を簡単にするために, i 日に外れたかんばんが i 日に生産指示された場合のリードタイムを 0 日とする. リードタイムを解析的に求めることは困難なので, 実験により求める. かんばんが外れる枚数 x が平均 λ のポアソン分布に従うとして実験を行い, 図示すると図 10.5 のようになる. 図 10.5 から分かるように, 平均 λ が 1 以上のときは, かんばんのリードタイムの平均は分割日数に比例して大きくなる. かんばんのリードタイムの標準偏差は, 図 10.6 に示すように, 分割日数を大きくすれば大きくなる. これらのことは直観的に理解できることである. 一方, かんばんの外れ枚数の平均 $E(x) = \lambda$ が 1 以下の場合, λ が大きくなるほどかんばんのリードタイムの標準偏差が小さくなるという常識に反する特徴がある.

次に, 分割日数 n を 3 とし, 外れかんばん枚数が

$$x_j = m \quad (j = 1, 2, \dots, i, \dots)$$

という特殊な場合におけるかんばんの平均リードタイムを考える. 定常状態において, i 日に生産指示する m 枚のかんばんのリードタイムを帰納的に求めると,

$$i-2 \text{ 日に外れたかんばん枚数} \quad \dots \quad m-2$$

$$i-1 \text{ 日に外れたかんばん枚数} \quad \dots \quad 2$$

となり, かんばんの平均リードタイム LT' は,

$$LT' = \frac{2 \times (m-2) + 1 \times 2}{m-2+2} = 2(1-1/m)$$

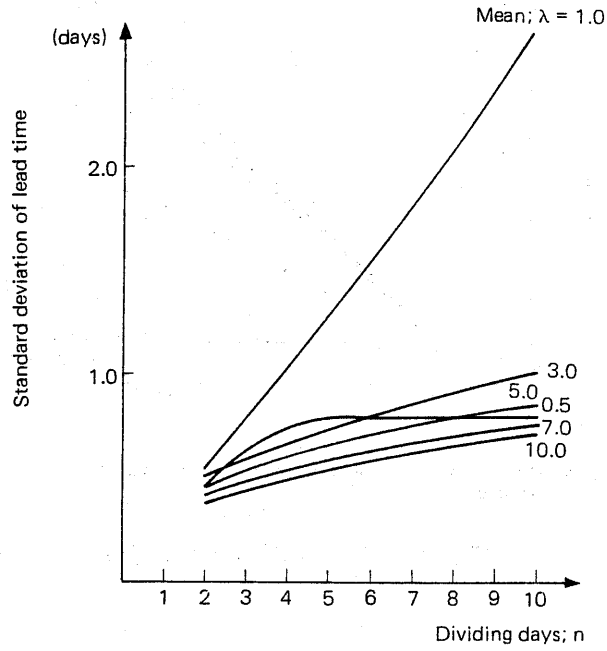


Fig. 6 Relation between dividing days and standard deviation for lead time of Kanbans

図 10.6 かんばんのリードタイムの標準偏差

となる。また、分割日数 n が r (≥ 2) の場合も同様にして、

$i - (r - 1)$ 日に外れたかんばん枚数 $\cdots m - (r - 1)$

$i - (r - 2)$ 日に外れたかんばん枚数 $\cdots r - 1$

が得られる。したがって、かんばんの平均リードタイム LT' は

$$LT' = \frac{(r-1)\{m - (r-1)\} + (r-2)(r-1)}{m - (r-1) + r-1}$$

$$= \frac{(r-1)(m-1)}{m}$$

となる。ここで、 $m \geq r \geq 2$ である。

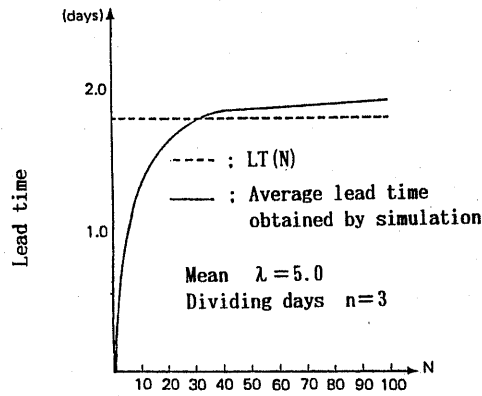
また、式(10.3)と(10.4)を用いた場合のかんばんのリードタイムの平均は次のようになる。 i 日に生産指示するかんばんのリードタイムの合計 LS_i は、式(10.8)において $z_0 = 0$ とおくと、

$$LS_i = \sum_{j=1}^i \alpha(1-\alpha)^{i-j} x_j (i-j)$$

となる。よって、 i 日に生産指示するかんばんのリードタイムの平均 LT_i は、

$$LT_i = \frac{LS_i}{\sum_{j=1}^i \alpha(1-\alpha)^{i-j} x_j} \quad (10.11)$$

となる。 N 日までのかんばんのリードタイムの平均 $LT(N)$ は、



N : Number of days simulated to obtain LT(N)

Fig.7 Relation between N and LT(N)

図 10.7 N と LT(N) の関係

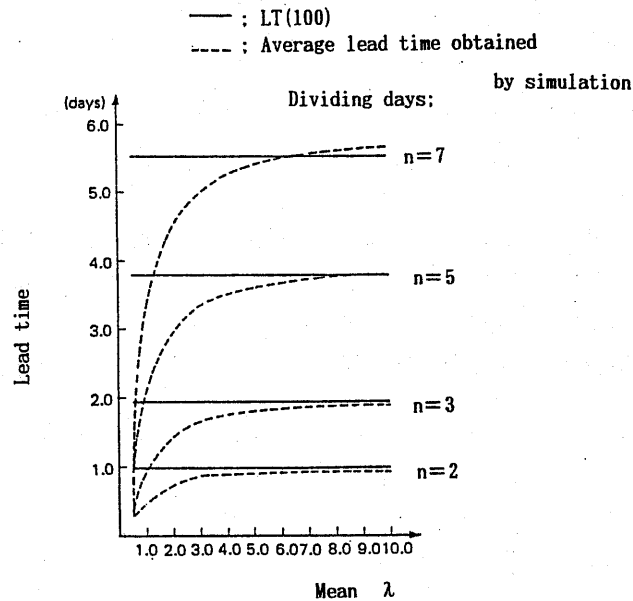


Fig.8 Relation between LT(100) and the average lead time of Kanbans at each mean λ

図 10.8 LT(100) とかんばんの平均リードタイム

$$LT(N) = \frac{\sum_{i=1}^N LS_i}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^i \alpha (1-\alpha)^{i-j} x_j} \quad (10.12)$$

となる。実験によって、 $LT(N)$ の値を求めると、図10.7のようになる。また、かんばんのリードタイムの平均と $LT(100)$ を比較すると、図10.8のようになり、外れかんばん枚数の平均 λ が大きくなれば、 $LT(100)$ はかんばんのリードタイムの平均に近いことがわかる。ところで、 $LT(100)$ は外れかんばん

枚数の平均 λ の値に関係なくほぼ一定になる。そこで、

$$x_j = m \quad (j = 1, 2, \dots, i, \dots)$$

とすると、式(10.11)から、

$$\begin{aligned} LT_i &= \frac{\sum_{j=1}^i \alpha(1-\alpha)^{i-j} m(i-j)}{\sum_{j=1}^i \alpha(1-\alpha)^{i-j} m} \\ &= \frac{ia^{i-1}(a-1) - (a^i - 1)}{(a-1)(a^i - 1)} \end{aligned}$$

となり、 i 日に生産指示するかんばんのリードタイムの平均 LT_i は m の値に関係なく一定となる。ここで、 $a = 1 - \alpha$ である。また、式(10.12)から

$$\begin{aligned} LT(N) &= \frac{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^i \alpha(1-\alpha)^{i-j} m(i-j)}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^i \alpha(1-\alpha)^{i-j} m} \\ &= \frac{(N-1)a - (N+1)(a^2 - a^{N+1} - a^{N+2})}{N - (2N+1)a + (N+1)a^2 + a^{N+1} - a^{N+2}} \end{aligned} \quad (10.13)$$

となり、 $LT(N)$ は分割日数 n と N の関数になる。今、 $n = 3$ 、 $N = 100$ として、式(10.13)から計算すると、

$$LT(100) = 1.9$$

となり、図 10.8 から分かるように、実験によって求めた $LT(100)$ とほぼ同じ値になる。したがって、平均 λ が大きい場合は、式(10.13)によりかんばんのリードタイムの平均が推定でき、図 10.8 より、分割日数 n が7以下の場合は $N = 100$ で十分近似できることが分かる。

式(10.13)において、 N を大きくすることを考える。式(10.13)の分子分母を N で割ると、

$$LT(N) = \frac{a(1-a) + a^{N+1} + a^{N+2} - (a + a^2 - a^{N+1} - a^{N+2})/N}{(1-a)^2 - (a - a^2 - a^{N+1} + a^{N+2})/N}$$

となる。 $a < 1$ なので、

$$LT(\infty) = \frac{a(1-a)}{(1-a)^2} = \frac{a}{1-a} = n - 1$$

となる。 $n = 3$ とすると、

$$LT(\infty) = 2$$

となり、図 10.8 より平均 λ が大きい場合は、近似の度合いの良いことが分かる。

10.5 分割日数の決定方法

分割日数 n （平滑化定数 $\alpha = 1/n$ ）の値によって、生産指示かんばん枚数のリードタイムが変化することが明らかになった。それでは分割日数 n をどのように決定すればよいかを考える。分割日数 n を大きくすると、生産指示かんばん枚数の分散は小さくなるので、生産変動に伴う生産費用は減少する。一方、かんばんが外れてから生産指示されるまでのリードタイムは長くなるので、在庫が多くなり在庫費

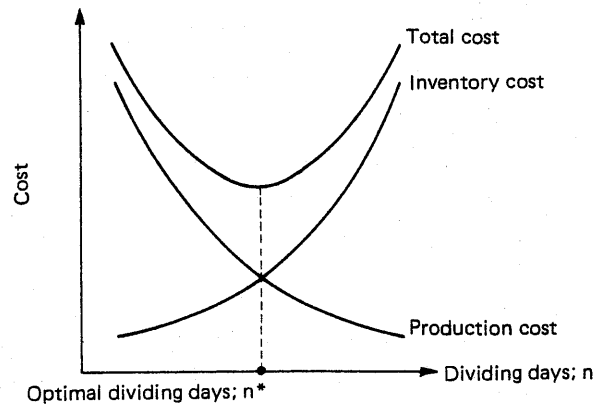


Fig. 9 Relation between dividing days and cost

図 10.9 分割日数と費用との関係

用が増加する。このことを模式的に書くと図 10.9 のようになり、両費用の合計が最小になる分割日数 n を最適解とする方法がある。しかし、この方法は最適ロットサイズの考え方と同一で、トヨタ生産方式の考え方にはあまりなじまない方法である。

そこで、トヨタ生産方式の考え方に従って在庫を削減する立場から、各工程に対し耐えられる生産変動の範囲を明らかにし、その生産変動の範囲に収まるように分割日数を部品単位に決定している。この考え方を理論的に明らかにする。生産指示かんばん枚数 y がある限界 y_L を超える確率が ε 以下になるように分割日数 n^* を決めることを考える。条件より、

$$P\{y > y_L\} \leq \varepsilon$$

である。分割日数が n のときの生産指示かんばん枚数 y の確率密度関数を $f_n(y)$ とおくと、分割日数が n の場合は、

$$P\{y > y_L\} = \sum_{y=y_L+1}^{\infty} f_n(y) \quad (10.14)$$

である。したがって、求める分割日数 n^* は、

$$n^* = \{\min n \mid \sum_{y=y_L+1}^{\infty} f(y) \leq \varepsilon\} \quad (10.15)$$

で決定される。

「例 1」

ある部品の生産指示かんばん枚数の分布が図 10.3 のようなとき、生産指示かんばん枚数 y が $y_L = 4$ を超える確率が 0.05 以下となるような分割日数 n^* を求める。

$n = 2$ のとき、式(10.14)から

$$P\{y > 4\} = 0.064 + 0.018 + 0.002 = 0.084$$

となる。

$n = 3$ のとき、式(10.14)から

$$P\{y > 4\} = 0.034 + 0.005 = 0.039$$

となる。したがって、式(10.15)から分割日数は $n^* = 3$ となる。

10.6 かんばん枚数の計算方法

10.6.1 かんばん枚数の計算方法

指数平滑法による生産指示方式を採用した場合のかんばん枚数 M について考える。記号を次のように定義する。

LT_1 : 生産指示の間隔

LT_2 : かんばんが外れてから生産指示されるまでのリードタイム

LT_3 : 生産指示してから納入されるまでのリードタイム

$P(x, \lambda)$: 平均が λ のポアソン分布

今、1日の外れかんばん枚数 x が平均 λ のポアソン分布 $P(x, \lambda)$ に従うとする。このとき、リードタイム $LT = LT_1 + LT_2 + LT_3$ で外れるかんばん枚数は、平均が $LT \times \lambda$ のポアソン分布 $P(x, LT \times \lambda)$ に従う。したがって、かんばん枚数が不足する確率、すなわち部品が欠品する確率が ε 以下になるようなかんばん枚数 M は次式で与えられる。

$$M = \{ \min m \mid \sum_{x=m+1}^{\infty} P(x, LT \times \lambda) \leq \varepsilon \}$$

ところで、平均 $LT \times \lambda$ が5以上のポアソン分布は、平均と分散の両方が $LT \times \lambda$ の正規分布 $N(LT \times \lambda, LT \times \lambda)$ で近似できることが知られている。したがって、安全係数を K_ε とおくと、

$$M = \lceil LT \times \lambda + K_\varepsilon \sqrt{LT \times \lambda} \times \sqrt{LT \times \lambda} \rceil \quad (10.18)$$

となる ([10.2])。また、 i 日に生産指示したかんばん枚数 y_i に対して、リードタイム LT_3 後に y'_i 枚が在庫補充されるとき、納入率 q を次のように定義する。

$$q = y'_i / y_i$$

今、平均納入率を q とすると、かんばん枚数 M は、

$$M = \lceil (LT \times \lambda + K_\varepsilon \sqrt{LT \times \lambda} \times \sqrt{LT \times \lambda}) / q \rceil \quad (10.19)$$

となる。

「例2」

ある部品のかんばん枚数を計算してみる。1日で外れるかんばん枚数の平均は $E(x) = 1.8$ である。このとき、かんばんが外れてから生産指示されるまでのリードタイムは $LT_2 = 1.3$ 日となる。また、

生産指示の間隔 $LT_1 = 1$ 日

生産指示してから納入されるまでのリードタイム $LT_3 = 3$ 日

安全係数 $K_\varepsilon = 1.7$

とすると、式(10.18)より、

$$\begin{aligned} M &= \lceil (1 + 1.3 + 3) \times 1.8 + 1.7 \times \sqrt{1 + 1.3 + 3} \times \sqrt{(1 + 1.3 + 3) \times 1.8} \rceil \\ &= \lceil 21.6 \rceil = 22 \end{aligned}$$

となる。

10.6.2 生産制約がある場合のかんばん枚数の計算方法

生産工程の条件により、生産指示かんばん枚数 y_i が上限 y_{\max} 以下という制約が存在する場合がある。式(10.1)は次のようになる。

$$y_i = \min \{ \lceil (x_i + z_{i-1}) / n \rceil, y_{\max} \}$$

この場合はかんばんの安全枚数 M_3 を追加する必要がある。生産指示かんばん枚数が上限を超える確率 P は、

$$P = \sum_{y_i=y_{\max}+1}^{\infty} f_n(y_i)$$

となる。したがって、生産指示かんばん枚数が上限 y_{\max} を超える平均 \bar{y}_{\max} は、

$$\bar{y}_{\max} = (1/P) \sum_{y_i=y_{\max}+1}^{\infty} y_i f_n(y_i)$$

表10.2 生産指示かんばん枚数の発生比率

生産指示かんばん枚数	1	2	3	4	5	6	7	8	9
比 率	0	0.004	0.058	0.253	0.404	0.197	0.071	0.013	0

となる。計画期間を C 日とすると、追加すべき安全枚数 M' は、

$$M' = CP(\bar{y}_{\max} - y_{\max})$$

となり、かんばん枚数 M は

$$M = \left\lceil (LT \times \lambda + K_e \sqrt{LT} \times \sqrt{LT \times \lambda}) / q + M' \right\rceil$$

で決定される。

「例3」

生産指示かんばん枚数の確率分布が表10.2のような部品がある。工程能力により、生産指示かんばん枚数の上限 y_{\max} が6、計画期間が1ヶ月、すなわち $C = 20$ とすると、

$$P = 0.071 + 0.013 = 0.084$$

$$\bar{y}_{\max} = (7 \times 0.071 + 8 \times 0.013) / 0.084 = 7.15$$

$$M' = 20 \times 0.084 \times (7.15 - 6) = 1.93$$

となる。

10.7 おわりに

本章では、トヨタにおいて一部の補給部品の手配に採用しているかんばん方式について定式化を行い、このかんばん方式が一種の指数平滑法であることを示すと同時に、その基本的な特性を明らかにした。まず、出庫により外れるかんばん枚数の分布は、ほとんどの部品がポアソン分布に従うことを示した。次に、指数平滑法によって生産指示されたかんばん枚数の平均や分散、生産指示までのリードタイムなどと分割日数との関係を明らかにした。また、実務上特に重要な

(1) 分割日数の決定方法

(2) かんばん枚数の計算方法

の2点も確立した。以上のように本研究は、指数平滑法を用いたかんばん方式の適切な運用のための理論を明らかにした。今後この方式を拡大することになっているが、本研究の内容を踏まえて、適切な仕組みやその運用の確立図っていくことが課題である。

本研究をした時期から現在はかなり経っており、補給部品の手配方法も部品の特性に応じた方法が採用されている。本手法も外装パネル部品などに採用されて、補給部品の適切な供給や在庫削減などに大きく貢献している。特に、補給部品倉庫の在庫日数は、当時と比べて8分の1になっている。最近車両の種類が大幅に増加し、また車両の保有年限が長くなっており、補給部品の在庫の観点からは環境は厳しくなっているが、在庫量は格段に削減されており、普段の継続的な改善やかんばん方式などの仕組みやシステムの見直しの結果である。これは正にトヨタ生産方式の着実な実践の成果である。

第11章 結 言

11.1 研究の成果と今後の課題

失われた10年と言われて久しいが、最近輸出主導で景気に明るさが少し見えてきた。国際競争力が無くなった産業は多いが、自動車産業は十分国際競争力があり、世界の市場から高い評価を得ている。しかし、この状況を維持向上させるためには、製品開発が重要であることは言うまでもないが、コスト競争力を更に強化する必要がある。幸い、トヨタには素晴らしい生産方式があり、これを着実に実践できる人材も多く、更に「人間性の尊重」や「現場第1主義」に見られるように、労働集約産業に相応しい基本的な考え方を持っており、従業員全員の高いモラルが競争力の維持向上の基本となっている。本研究はトヨタ生産方式を支える生産管理システムの高度化を通じて、コスト競争力を強化するために行った。その結果、トヨタの実際の問題を適切にモデル化して解析したり新しい方法を開発して、生産管理システムのより高度な運用の実現や最適解が求められる生産管理システムの開発の準備をすることができた。そして、既に一部のシステムは開発され、大きな効果を上げている。このように、本研究は生産管理分野への最適化手法の適用であり、生産管理システムの高度化にはIT技術と共に最適化手法の活用が必要であることを示す事例である。

11.1.1 車両の生産計画の研究結果と今後の課題

一般に、生産計画の問題は数理計画問題に定式化できる場合が多い。そして、その多くが線形計画問題になり、効率的に解けることになる。しかし、今回の問題は取り扱う製品が車両であるため、変数に整数という条件が付く。この結果、組立ライン決定問題は難しくなり、効率的な解法はまだ開発されていない。本研究では、組立ライン決定問題の2つの定式化を示し、その解法を明らかにした。組立ライン決定問題の類似の問題であるヒッチコック型輸送問題は既に古典的な問題になっており、束制約付きの問題も知られているが、これには整数条件が無い単なる線形計画問題として扱われており、当然研究の対象になっていない。本研究で示した、もう一つの定式化である区分線形関数を目的関数にした問題が、解の整数性に関して束制約付きヒッチコック型輸送問題と同じであることは非常に興味深い結果である。本研究は、実際の組立ライン決定問題という生産計画問題に対して、その問題の特徴から既存の手法で最適解が得られることを示して問題解決を図ったという単なる事例研究に終わらず、研究し尽された感がある分野で理論的に興味ある結果を出しており、実務と理論の両面で成果が得られた。理論的な課題としてはまだ整数性に関する研究が残されており、束制約付きヒッチコック型輸送問題の特徴を明らかにしていきたい。

本研究の成果を織り込んだ生産計画システムの開発はこれからであるが、実務への適応のための研究課題は多い。その主なものをあげておく。

(1) 先ず、どちらの定式化を利用するかを決定する必要がある。生産制約を厳しく考えるならば、最初の定式化で十分である。しかし、変動への対応力がある場合は、生産制約を2目の区分線形関数にする定式化が利用しやすいと思われる。

(2) 生産制約を何にするかの詳細な検討が必要である。仕入れ先や組立工場などよく相談して決定する必要があるが、いたずらに生産制約を多くすることは生産側の変動への対応力が

無くなり、結果として生産体質の弱体化を招く。また、生産制約を一度決めたとしても、定期的に見直しをする必要がある。しかし、現実には工場からの要望で、生産制約は増え続けることが多い。これを防ぐために、生産制約の見直しを定期的に行うことが肝心である。これは管理者の仕事として認識する必要がある。

(3) 区分線形関数の係数の決定方法も重要である。これを合理的に決定しようとする、非常に大変である。変動に耐えられる範囲を明確にし、それを超えた場合の工場の対応がどのようになるかを見極めながら決定する方法が比較的優しいと思われる。

(4) 本研究では2つの生産計画が所与として考えたが、この2つの生産計画を適切に作ることも大変重要であり、これらの生産計画の立案方法の見直しに着手する必要がある。更に、議論を進めれば、販売店のオーダーの仕方まで遡って研究をする必要がある。

本研究で示したように、2つの定式化のどちらを使用しても線形計画法で最適解が求まり、生産制約を自由に設定でき、また組立ラインの数が増加したりして問題が複雑になればなるほど現状の近似解法との差が大きくなり、適用効果は大きくなる。しかし、生産制約は必要最小限にし、工場側の普段の努力で吸収できるように強化していくことが基本である。

11.1.2 投入順序づけの研究成果と今後の課題

筆者が最初の投入順序づけ問題の研究を発表してから20年余りが経過した。トヨタの投入順序づけの仕組みはこの間いろいろな改善が織り込まれてきたが、投入順序づけの基本ロジックは目標追跡法である。今回この問題を取り上げたのは、組立ラインで生産する車両の種類が大幅に増加し、作業ステーション単位の作業負荷の平準化が困難になってきたためである。組立ラインの製造現場では、この対応として組み付け作業の改善や作業編成の見直しを常時に行っている。もちろん、生産現場ではこれらの改善が最も重要であるが、既に述べたように生産条件も整ってきたので、投入順序づけ問題に取り組んだ。この問題も理論的には研究し尽くされている感じがするが、本研究では実際の運営に乗っ取った方式で、理論研究家には思いつかない発想で定式化し、トヨタの大規模な投入順序づけ問題に適応できる近似解法を提案した。車両の組立ラインの特徴から、2つの順序づけの方法が必要であることを明らかにし、リアルタイムの投入指示問題の定式化も行い、投入順序づけと同じ考え方で新しい方法を提案した。この2つの近似解法の導入にあたっては、次のような課題がある。

(1) 代表作業ステーションの作業時間の管理の方法である。生産現場では、作業時間の改善が常時行われており、また車両の仕様変更も頻繁であり、適切な管理の仕組みが必要である。

(2) Q の値の決定も重要である。仕入れ先に対しては、 Q の値は相当大きくても何も問題はない。しかし、引き取り頻度の多い社内の工程を考えると、自ずとその値は決まる。問題は、前工程のアクスルなどの機能部品のラインで特別な条件があるかどうかである。一般的には余り条件は無いと考えられるが、もし必要なら近似解法の中に織り込む必要がある。例えば、組立ラインと同期化生産しているラインで、ある仕様の部品を連続して生産できないとする。既に示した方法では、この仕様の部品が連続する可能性がある。そこで、新たに1つの代表作業ステーションを起こし、その部品を持つ車両はその代表作業ステーションの作業時間を十分大きくし、その他の代表作業ステーションの作業時間は小さくする。このようにすれば、この部品を構成部品とする車両が連続することは無い。ただし、このような条件の織り込みが本当に必要かどうかは十分検討する必要がある。

(3) 本研究では省略したが、投入順序づけ問題では、生産設備の条件を織り込む必要がある。

これは特に難しいことではなく、近似解法で求められた投入順序の簡単な入れ替えで済む。

(4) 第5章で述べたように、現在のバッファは投入指示の容量とすると、十分大きいことが分かった。このバッファを活かす方法として、投入順序づけにおいてボデーラインや塗装ラインの条件の重みを少し大きく考える方法がある。例えば、ボデーラインで重要な平準化項目の制約を少し厳しくすることが考えられる。このようにすれば、より望ましい平準化が得られることになり、実際の運用の条件から適切な対応が必要である。

第6章と第7章では、トヨタ生産方式の運営に即した作業負荷の平準化、すなわちラインストップを最小にする投入順序づけ問題を研究した。既に述べたように実際にラインが止まるモデルで投入順序づけ問題を研究した論文は、2、3しかない。これはラインが止まることによる定式化が非常に複雑になるからである。しかし、本研究では、ラインが止まる上にリリーフマンを考慮することによって、トヨタ生産方式の組立ラインを忠実にモデル化した投入順序づけ問題に取り組んだ。従来の研究では、作業開始位置と作業終了位置で定式化を行っている場合がほとんどである。これらの作業位置はラインストップが発生すると影響を受けることになり、このことが定式化を非常に複雑にしている。一方、作業はラインストップが発生しても続けられるので、作業終了時刻はラインストップの影響を受けない。本研究は、このことに注目して従来の研究にあまり見られない、作業開始時刻と作業終了時刻を用いて定式化することによって、トヨタ生産方式の組立ラインの投入順序づけ問題を簡潔に定式化することができた。ここで提案した方法は作業ステーションレベルの作業時間が必要であるが、4章や5章で示したような代表作業ステーションの考え方を取り入れられるので、リリーフマンの支援が多く必要な作業編成を持つ組立ラインでは、ここで提案した方法の採用も考えられる。

第8章では作業時間が確率変動する投入順序づけ問題を取り上げたが、不思議なことにこれに関する研究は全く行われていない。実際の作業時間は確率変動するので、理論的には研究されてもおかしくはない。一方、ラインバランシングの問題では作業時間が確率変動する場合は既に研究されており、摩訶不思議なことである。実務的には全く精緻すぎて、活用の余地はないと考えられそうであるが、確率変動する作業時間を確定値で考える場合、作業時間をどのように決めるべきかの指針ができれば、実務への適応も可能であり、理論的にも興味深いので取り組んだ。作業開始位置、作業終了位置、utility 作業の3つを期待値で表すことによって、作業時間が確率変動する投入順序づけ問題を扱うことができ、この問題の研究の糸口を与えることができたと考える。今後更に研究を進め、作業時間を確定値で計算する場合の参考情報を提供できるようにすることが必要である。この研究をきっかけにこの分野の研究が活発に行われることを期待したい。

11.1.1.3 かんばん方式の研究成果と今後の課題

トヨタ生産方式で工程間を繋ぐ機能を持つかんばん方式の役割は大変大きなものがある。したがって、かんばん方式の適切な運用は非常に重要であり、従来から継続的な改善がなされてきた。最近、コンピュータや情報通信ネットワーク等のIT技術を利用しやすい環境が整い、新しいかんばん方式の開発・展開できるようになった。今回導入されたe-かんばん方式は、長年のいろいろな懸案事項を一気に解決することができた。第9章では、e-かんばん方式の最適な運用のための基礎理論の構築を目指して研究した。トヨタ生産方式が紹介されて以来、かんばん方式の研究は活発に行われてきた。しかし、今回ここで取り上げたようなかんばん枚数の変更を中心とした研究は皆無であり、今回新たに理論の構築を行い、かんばん方式の適切

な運用できるようになり、時代の流れを表す命名として、*e*-かんばん方式と呼ばれるようになった。*e*-かんばん方式にはいくつかのパターンがあり、本論文で公表できない理論も相当あり、本論文で述べたのは研究した理論の一部である。したがって、*e*-かんばん方式には相当な理論があり、かなり難しくなっている。かんばん方式に関わる人の数は大変多いので、これらの人々が*e*-かんばん方式を正確に理解することは大変難しく、*e*-かんばん方式がブラックボックスになる可能性がある。システムを高度化すればこのような悩みは付きものであるが、システムを利用する人が多ければ多いほどこの問題に注目し、対応する必要がある。*e*-かんばん方式の今後の課題は、正にこの点である。一方、理論的な課題としては、かんばんの扱いがコンピュータで行えるために、従来のいろいろな研究成果を取り入れる素地ができたことになる。いたずらに難しい理論を取り入れる必要は無いが、トヨタ生産方式に即した考え方で理論の活用を考える必要がある。

第10章では、補給部品倉庫の部品の生産指示（引き取り）方式としてのかんばん方式の研究である。従来は、現在生産している車両の補給部品の発注も定期発注方式を採用していた。この発注方式では、発注サイクルが長いので在庫が過大になりやすい。そこで、これらの一部の部品に特殊なかんばん方式を試行的に採用し、大幅に在庫を削減することができた。この方式の拡大展開にあたり、この方式を適切に運営するための理論の構築に取り組んだ。この方式は、理論的には指数平滑法を用いたかんばん方式と言うことができる。この方式の外れかんばん枚数は、顧客からの注文で決まるためその数が平準化しているとは限らない。そのため外れかんばん枚数に対して指数平滑法で平準化して生産指示枚数に変換する。本研究ではこのかんばん方式を運営するための理論的基礎を明らかにした。この結果、この方式の拡大展開によって補給部品の在庫を大幅に削減することができた。補給部品の種類は非常に多く、部品によっていろいろな特徴がある。これらの特徴を活かした発注方式を用いることによって、在庫の削減を図っていく必要がある。今回の発注方式の改善も数ある在庫削減の1つの方法であり、幅広く取り組む必要がある。

11.2 トヨタ生産方式を支える最適化手法の活用の今後の課題

以上のように大きく分けて3つの生産管理システムの基本的な問題の研究をし、単なる理論研究ではなく、実務においても、また理論においても大きな成果を上げることができた。しかし、トヨタ生産方式を支える周辺のシステムは数多くあり、ITや最適化の理論・手法を活用して、これらのシステムの高度化を図っていく必要がある。例えば、今回取り上げた生産計画システムの前工程の生産計画システムもいろいろな課題を抱えている。全国の販売店からのオーダーは車名単位に集計され、生産制約に対して問題がないかどうかチェックされる。エンジンなどの大物の機能部品はいろいろな車名に搭載されているため、車名単位の生産計画を立案すると、車名ごとのエンジンの生産制約になり、エンジン単独の生産制約と比較すると厳しい条件を設定しなければならない。販売店のオーダーにできるだけ柔軟に対応するためには、車名単位という仕事の組織を超えた生産計画を立案する方法を検討する必要がある。これは単なるコンピュータシステムだけの問題ではなく、仕事を如何に進めるか、またその組織をどのようにするかなど非常に大きな取り組みをする必要がある。正にビジネスプロセスリエンジニアリング（BPR）が求められている。しかし、残念ながらこのような問題は、業務が細分化されているために当事者には非常に分かりにくくなっており、全体を理解し、全体最適となる業

務の再構築ができる人材が必要になる。

もう1つ、事例をあげておく。前述の更に前工程の問題である。すなわち、販売店のトヨタへの車両のオーダーである。このオーダーが適正でないと、生産部門や仕入れ先はこのオーダー振り回されることになる。このオーダーを作成するためにほとんどの販売店は共通のパッケージを使用しているが、車名単位に集計するといろいろと問題が多い。ところが、比較的安定的に売れているクラウンのような車名では、日当たりの受注総数は変動するが、受注における基本仕様の構成比は余り変化しない。しかし、販売店のオーダーを集計すると、基本仕様の構成比は大きく変動するので、販売店のオーダーは非常に恣意的に動いていると思われる。この問題は、注文の仕様の間違いという単純なことだけではなく、実際の販売台数とトヨタへの注文数の差なども大いに関係していると思われ、統計的処理だけでは販売店の適正なオーダーは作成できない。この問題は単なるオーダー方法の見直しということではなく、大きくとらえて業務を改革しないと効果は上がらないので、このプロジェクトを進める上では相当工夫を要する。この例が示すように、最適化手法や統計的な手法の単純な適応だけでは効果が上がらない場合も多く、業務全体の問題点を適切にとらえて、その中でこれらの手法を的確に用いることが望まれる。

以上のような2つの例を示したが、これら以外にも多くの課題があり、今後もこれらの課題に積極的に取り組んでいきたい。

謝

辞

本論文は、平成14年6月から平成16年2月までの1年と9ヶ月で行った、生産管理システムの先行開発として研究したことをまとめたものです。この間、英語の論文3編を含む10編の論文が投稿し、これまでに受理された論文は6編（残りの4編は投稿中）と成果をあげることができました。先ずは、このような研究の機会を与えて頂きました天野常務役員とコーポレートIT部の大島部長に心からお礼申し上げます。また、本研究の社外発表を許可していただきました林南八技監に心からお礼申し上げます。

今回の最初の研究は組立ライン決定問題という生産計画の問題で、見方を変えるとネットワークフローの問題でもありました。学生時代の卒業研究で取り組んだ研究がグラフ理論とかネットワーク理論であり、これは論文[s.1]（真鍋・小谷, 1973）にまとめることができ、今回の最初の研究が昔取った杵柄の分野であったことが、研究活動を中断していた割に進めやすかったというのはこのためであろうと思います。特に、研究を始めてすぐ、組立ライン決定問題の最適解の整数性の検討で、3ヶ月余り集中的に取り組む、この時名古屋工業大学の太野勝久教授にしっかり議論の相手をして頂いたおかげで、心身ともに研究マインドが良くなり、その後の研究が超スムーズに運ぶことができ、短期間に多くの研究ができる基礎ができたと思います。あることに精力を注ぎ込んで集中するとその度合いの大きさやその期間が十分あれば、年齢に関係なく大きく変わることができることが実感できました。このことを含め、いろいろご指導を頂いた名古屋工業大学の太野勝久教授には心からお礼を申し上げます。

本研究を進めるにあたり議論をさせて頂いた豊橋技術科学大学の増山繁教授、筑波大学の山本芳嗣教授、名古屋工業大学の中出康一助教授にお礼申し上げます。

また、本研究ではいろいろコンピュータ実験をしましたが、規模の大きい実験を担当して頂きました伊藤崇博技官にお礼申し上げます。

本研究を短期間に行うことができましたのは、以上の皆様のご指導とご支援の賜物と心から感謝すると共に、この間好きなゴルフもほとんどせず研究に没頭できたのも、身近にいる家族の協力のお陰でもあり、感謝の気持ちを捧げたい。また、帰省の度に研究している私に心遣いしてくれた母にも感謝したい。

平成16年2月
小谷成徳

論文博士の申請にあたり，主査としてご指導いただきました名古屋工業大学大学院工学研究科の田村隆善教授に心より感謝申し上げます。また，副査としてご指導いただきました名古屋工業大学大学院工学研究科の大鑄史男教授と仁科健教授に深く感謝申し上げます。

平成16年5月
小谷重徳

参 考 文 献

第1章 参考文献

- [1. 1] ジャストインタイム生産システム研究会編, 「ジャストインタイム生産システム」, 日刊工業新聞社, 2004
- [1. 2] Spear, S. and Bowen, H.K., "Decoding the DNA of the Toyota production system", *Harvard Business Review*, September-October, 1999, pp.97-106
- [1. 3] 小谷重徳, 「生産管理システム」, オペレーションズ・リサーチ, **42-2**(1997), pp.66-71
- [1. 4] Sugimori, Y., Kusunoki, K., Cho, F. and Uchikawa, S., "Toyota production system – materialization of just-in-time and respect-for human system", *International Journal of Production Research*, **15-6**(1977), pp.553-564
- [1. 5] 木村修, 増山淳, 寺田浩祐, 小谷重徳*, 「多段生産工程における引張り方式による生産指示とその解析」, 日本経営工学会春季研究発表予稿集, 1980年5月, pp.150-152
- [1. 6] Kimura, O. and Terada, H., "Design and analysis of pull system, a method of multi-stage production control", *International Journal of Production Research*, **19**(1981), pp.241-253
- [1. 7] 小谷重徳, 「混合ラインの製品の投入順序について」, 日本OR学会春季研究発表会アブストラクト集, 1982年3月, pp.149-150
- [1. 8] 小谷重徳, 「混合ラインへの投入順序付けの近似解法」, トヨタ技術, **33-1**(1983), pp.31-38
- [1. 9] Monden, Y., "Toyota production system", Industrial Engineering and Management Press(1983)
- [1. 10] Robert T., S., Robert S., R. and Bernard W., T., "A comparative analysis of sequencing procedures for mixed-model assembly lines in just-in-time production system", *International Journal of Production Research*, **30-1**(1992), pp.199-214
- [1. 11] Duplaga, E.A. and Bragg, D.J., "Mixed-model assembly line sequencing heuristics for smoothing componet parts usage : a comparative analysis", *International Journal of Production Research*, **36-8**(1998), pp.2209-2224
- [1. 12] 小谷重徳, 「信号かんばんによるロット工程の運営とその稼働特性の解析」, トヨタ技術, **33-1**(1983), pp.21-30
- [1. 13] 小谷重徳, 田中吉弘, 「生産指示における平準化計画の方法」, トヨタ技術, **34-2**(1983), pp.53-59
- [1. 14] Kotani, S., "Analysis of Kanban System by the Exponential Smoothing Method", Proceedings of the First Conference of the Association of Asian-Pacific Operational Research Societies within IFORS,(1990), pp.305-318
- [1. 15] 小谷重徳, 「かんばんサイクルを短縮したときのかんばん方式の特性解析」, トヨタ技術, **39-1**(1989), pp.66-73
- [1. 16] 伊理正夫, 古林隆, 「ネットワーク理論」, 日科技連, 1976
- [1. 17] Alexander Schrijver, "Theory of Linear and Integer Programming", John Wiley & Sons, 1986
- [1. 18] R.K.Ahuja, T.L.Magnanti and J.B.Orlin, "Network Flows - Theory, Algorithms and Applications", Prentice-Hall, 1993
- [1. 19] Scholl, A., "Balancing and sequencing of assembly lines", Physical-Verlag, 1995

- [1. 20] Bautista, J., Conpanys, R. and A. Corominas, "Heuristics and exact algorithms for Monden problem", *European Journal Operational Research*, **88**(1996), pp.101-113
- [1. 21] Kubiak, W., "Minimizing variation of production rates in just-in-time systems : A survey", *European Journal of Operational Research*, **66**(1993), pp.259-271
- [1. 22] Bard, J.F , Shtub, A. and Joshi, S.B., "Sequencing mixed-model assembly lines to level parts usage and minimize line length", *International Journal of Production Research*, **32**(1994), pp.2431-2454
- [1. 23] 大野勝久, 大竹裕一, 趙曉波, 木瀬洋, 「ライン停止を考慮した混合品種組立ラインの順序づけ問題」, 日本経営工学会誌, **46-3**(1995), pp.187-193
- [1. 24] Xiaobo Z. and Ohno, K., "Algorithm for Sequencing Mixed Models on a Assembly Line in a JIT Production System", *Computers & Industrial Engineering*, **32-1**(1997), pp.47-56
- [1. 25] 黒田充, 「ラインバランシングとその応用」, 日刊工業新聞社, 1984
- [1. 26] Bitran, G.R. and Chang, L., "A mathematical programming approach to a deterministic kanban system", *Management Science*, **33-4**(1987), pp.427-441
- [1. 27] 大野勝久編, 「JIT生産システムの数理」, オペレーションズ・リサーチ, **47-4**(2002), pp.206-242
- [1. 28] Miltenburg, J., "Level schedules for mixed- model assembly lines in just-in-time production systems", *Management Science*, **35**(1989), pp.192-207

第2章 参考文献

- [2. 1] 小谷重徳, 「生産管理システム」, オペレーションズ・リサーチ, **42-2**(1997), pp.66-71
- [2. 2] 伊理正夫, 古林隆, 「ネットワーク理論」, 日科技連, 1976

第3章 参考文献

- [3. 1] 伊理正夫, 古林隆, 「ネットワーク理論」, 日科技連, 1976
- [3. 2] Alexander Schrijver, "Theory of Linear and Integer Programming", John Wiley & Sons, 1986
- [3. 3] G.Hadley, "Nonlinear Programming and Dynamic programming", Addison-Wesley, 1964
- [3. 4] 藤重悟, 「グラフ・ネットワーク・組合せ論」, 共立出版, 2002

第4章 参考文献

- [4. 1] 小谷重徳, 「混合ラインへの投入順序付けの近似解法」, トヨタ技術, **33-1**(1983), pp.31-38
門田安弘, 「トヨタ生産方式の新展開」, 日本能率協会に転載
- [4. 2] 小谷重徳, 「かんばん方式の数理」, オペレーションズ・リサーチ, **32-11**(1987), pp.730-738
- [4. 3] 門田安弘, 「新トヨタシステム」, 講談社, 1991
- [4. 4] 久田修義, 太田一郎, 「働く人を中心に位置付けた自動車組立ラインの開発」, オペレーションズ・リサーチ, **42-2**(1997), pp.72-76
- [4. 5] 新美篤志, 三好一夫他, 「自動車組立ラインにおける自立完結工程の確立」, Toyota Technical Review, **44-2**(1994), pp.86-91
- [4. 6] 早川学, 河合武雄, 田中昭夫, 「専門技能習得制度の概要」, 自動車技術, **56-12**(2002), pp.77-81
- [4. 7] 根岸孝年, 「デジタルエンジニアリングを活用した車づくり」, 自動車技術, **56-12**(2002), pp.43-47
- [4. 8] Scholl, A., "Balancing and sequencing of assembly lines", Physical-Verlag, 1995

- [4. 9] 田村隆善, 「混合品種組立ラインにおける車両投入順序づけ問題」, オペレーションズ・リサーチ, **47-4**(2002), pp.213-219
- [4. 10] Smith, K., M. Paraniwami and M. Krishnamoorthy, "Traditional heuristic versus Hopfield neural network approaches to a car sequencing problem", *European Journal of Operational Research*, **93-2**(1996), pp.300-316
- [4. 11] Yano, C. A. and A. Bolat, "Survey, development and application of algorithm for sequencing paced assembly lines", *Journal of Manufacturing and Operations Management*, **2-3**(1989), pp.172-198
- [4. 12] Bautista, J., Companys, R. and A. Corominas, "Heuristics and exact algorithms for Monden problem", *European Journal Operational Research*, **88**(1996), pp.101-113
- [4. 13] Kubiak, W., "Minimizing variation of production rates in just-in-time systems : A survey", *European Journal of Operational Research*, **66**(1993), pp.259-271
- [4. 14] Miltenburg, J., "Level schedules for mixed- model assembly lines in just-in-time production systems", *Management Science*, **35**(1989), pp.192-207
- [4. 15] Miltenburg, J. and Goldstein, T., "Developing production schedules which balance part usage and smooth production loads for just-in-time production systems", *Naval Research Logistics*, **38**(1991), pp.893-910
- [4. 16] Bard, J.F , Shtub, A. and Joshi, S.B., "Sequencing mixed-model assembly lines to level parts usage and minimize line length", *International Journal of Production Research*, **32**(1994), pp.2431-2454
- [4. 17] Van Laarhoven, P.J.M. and Aarts, E.H.L., "Simulated Annealing : Theory and Applications", D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1987

第6章 参考文献

- [6. 1] 黒田充, 「ラインバランシングとその応用」, 日刊工業新聞社, 1984
- [6. 2] Scholl, A., "Balancing and Sequencing of Assembly lines", Physical-Verlag, 1995
- [6. 3] 田村隆善, 「混合品種組立ラインにおける製品投入順序づけ問題」, オペレーションズ・リサーチ, **47-4**(2002), pp. 213-219
- [6. 4] Okamura, K. and Yamashina, H., "A Heuristic Algorithm for the Assembly Line Model-Mix Sequencing Problem to Minimize the Risk of Stopping the Conveyor", *International Journal of Production Research*, **17-3**(1979), pp.233-247
- [6. 5] Yano, C. A. and Rachamadugu, R., "Sequencing to Minimize Work Overload in Assembly Lines with Product Options", *International Journal of Production Research*, **37-5**(1991), pp.572-586
- [6. 6] 大野勝久, 大竹裕一, 趙曉波, 木瀬洋, 「ライン停止を考慮した混合品種組立ラインの順序づけ問題」, 日本経営工学会誌, **46-3**(1995), pp.187-193
- [6. 7] Xiaobo, Z and Ohno, K., "A sequencing Problem for a Mixed-Model Assembly Line in a JIT Production System", *Computers & Industrial Engineering*, **27-1**(1994), pp.71-74
- [6. 8] Xiaobo Z. and Ohno, K., "Algorithm for Sequencing Mixed Models on a Assembly Line in a JIT Production System", *Computers & Industrial Engineering*, **32-1**(1997), pp.47-56
- [6. 9] Van Laarhoven, P.J.M. and Aarts, E.H.L., "Simulated Annealing : Theory and Applications", D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1987

第7章 参考文献

- [7.1] 小谷重徳, 伊藤崇博, 大野勝久, 「リリーフマンを考慮した混合車両組立ラインの投入順序づけ問題」, 日本経営工学会論文誌, **54-6**(2004), pp.399-409

第8章 参考文献

- [8.1] Scholl, A., "Balancing and Sequencing of Assembly lines", Physical-Verlag, 1995
- [8.2] 田村隆善, 「混合品種組立ラインにおける製品投入順序づけ問題」, オペレーションズ・リサーチ, **47-4**(2002), pp.213-219
- [8.3] 西山徳幸, 長沢啓行, 「作業時間分布を考慮した組立生産システムの設計に関する研究 (第1報, 期待生産量最大・フロート許容のサイクル・タイムの決定)」, 日本機械学会論文集 (C編), **46-404**(1980), pp.450-457
- [8.4] 長沢啓行, 西山徳幸, 「作業時間分布を考慮した組立生産システムの設計に関する研究 (第2報, 期待生産量と期待生産度数最大, 中間ストック許容のサイクル・タイムの決定)」, 日本機械学会論文集 (C編), **46-404**(1980), pp.458-464
- [8.5] 長沢啓行, 西山徳幸, 「作業時間分布を考慮した組立生産システムの設計に関する研究 (第3報, 作業域の長さが通過率と手待ち率に与える影響)」, 日本機械学会論文集 (C編), **46-408**(1980), pp.1000-1007
- [8.6] 安田一彦, 長沢啓行, 西山徳幸, 「作業時間分布を考慮した組立生産システムの設計に関する研究 (第4報, 費用を最小にする作業域の長さの決定)」, 日本機械学会論文集 (C編), **47-413**(1981), pp.96-102
- [8.7] 長沢啓行, 西山徳幸, 「静止作業式組立生産システムの解析」, 日本機械学会論文集 (C編), **50-45**(1984), pp.416-424
- [8.8] 黒田充, 「ラインバランシングとその応用」, 日刊工業新聞社, 1984
- [8.9] Van Laarhoven, P.J.M. and Aarts, E.H.L., "Simulated Annealing: Theory and Applications", D. Reidel Publishing Company, Dordrecht, 1987

第9章 参考文献

- [9.1] 門田安弘, 「新トヨタシステム」, 講談社, 1991
- [9.2] 小谷重徳, 「かんばん方式の数理」, オペレーションズ・リサーチ, **32-11**(1987), pp.730-738
- [9.3] Bitran, G.R. and Chang, L., "A mathematical programming approach to a deterministic kanban system", *Management Science*, **33-4**(1987), pp.427-441
- [9.4] 大野勝久編, 「JIT生産システムの数理」, オペレーションズ・リサーチ, **47-4**(2002), pp.206-242
- [9.5] 小谷重徳, 「混合ラインへの投入順序づけの近似解法」, トヨタ技術, **33-1**(1983), pp.31-38

第10章 参考文献

- [10.1] 田村隆善, 藤田精一, 小谷重徳, 「かんばんシステムにおける発送かんばん枚数と在庫量に関する統計量の算出」, 日本機械学会論文集 (C編), **56-532**(1990), pp.290-297
- [10.2] 水野幸夫, 「ORによる在庫管理入門」, 日本科学技術連盟, 1970

謝辞 参考文献

- [s. 1] 真鍋龍太郎, 小谷重徳, 「有効グラフの全長最小の木を求める方法」, 経営科学, **17-5**(1973), pp.269-278

関 連 発 表

1. 学術論文 (査読有)

- [1] 小谷重徳, 大野勝久, 伊藤崇博, 「輸送費用と生産制約に関する費用の和を最小化する組立ライン決定問題」, Transaction of the Operations Research Society of Japan, **47**(2004), 2004 年 1 2 月掲載予定
- [2] 小谷重徳, 大野勝久, 「混合車両組立ラインの投入順序づけ問題」, 日本経営工学会論文誌, **55-1**(2004), pp.23-33
- [3] 小谷重徳, 「最終車両組立ラインへのリアルタイムの投入指示問題(事例研究論文)」, オペレーションズ・リサーチ, **49-4**(2004), pp.245-255
- [4] 小谷重徳, 伊藤崇博, 大野勝久, 「リリーフマンを考慮した混合車両組立ラインの投入順序づけ問題」, 日本経営工学会論文誌, **54-6**(2004), pp.399-409
- [5] 小谷重徳, 「e-かんばん方式のかんばん枚数の変更方法とその応用(事例研究論文)」, オペレーションズ・リサーチ, **48-11**(2003), pp.849-859
- [6] 小谷重徳, 大野勝久, 伊藤崇博, 「輸送費用と生産制約を考慮した組立ライン決定問題」, 日本経営工学会論文誌, **54-4**(2003), pp.217-228
(平成 15 年度日本経営工学会論文賞を受賞)
- [7] Kotani, S., "Analysis of Kanban System by the Exponential Smoothing Method", Proceedings of the First Conference of the Association of Asian-Pacific Operational Research Societies within IFORS, (1990), pp.305-318
- [8] 田村隆善, 藤田精一, 小谷重徳, 「かんばんシステムにおける発送かんばん枚数と在庫量に関する統計量の算出」, 日本機械学会論文集 C 編, **56-532**(1990), pp.290-297

<投稿中>

- [1] Kotani, S. and Ohno, K., "A Hitchcock Transportation Problem with Production and Integer Constraints", Management Science, 2004 年 3 月投稿
- [2] Kotani, S. and Ohno, K., "A Sequencing Algorithm for a Mixed-Vehicle Assembly Line in the Toyota Production System", European Journal of Operational Research, 2004 年 1 月投稿
- [3] Xiaobo, Z., Liu, J., Ohno, K. and Kotani, S., "Modeling and Analysis of a Mixed-Model Assembly Line with Stochastic Operation Times", Operations Research, 2003 年 12 月 投稿
- [4] 小谷重徳, 趙曉波, 大野勝久, 「作業時間が確率変動する混合品種組立ラインの投入順序づけ問題」, 日本経営工学会論文誌, 2003 年 12 月投稿
- [5] Kotani, S., Ito, T. and Ohno, K., "A Sequencing Problem for a Mixed-Model Assembly Line in the Toyota Production System", International Journal of Production Research, 2003 年 11 月投稿

2. 研究論文

- [1] 小谷重徳, 「かんばんサイクルを短縮したときのかんばん方式の特性解析」, トヨタ技術, **39-1**(1989), pp.66-73

- [2] 小谷重徳, 田中吉弘, 「生産指示における平準化計画の方法」, トヨタ技術, **34-2**(1983), pp.53-59
- [3] 小谷重徳, 「混合ラインへの投入順序付けの近似解法」, トヨタ技術, **33-1**(1983), pp.31-38
- [4] 小谷重徳, 「信号かんばんによるロット工程の運営とその稼働特性の解析」, トヨタ技術, **33-1**(1983), pp.21-30

3. 解説・紹介論文

- [1] 小谷重徳編, 「特集 企業事例—トヨタの生産システム」, オペレーションズ・リサーチ, **42-2**(1997), pp.60-91
- [2] 小谷重徳, 「生産管理システム」, オペレーションズ・リサーチ, **42-2**(1997), pp.66-71
- [3] 小谷重徳, 鈴木武正, 「新資材情報システムの開発」, トヨタ技術, **38-1**(1988), pp.131-141
- [4] 小谷重徳, 「かんばん方式の数理」, オペレーションズ・リサーチ, **32-11**(1987), pp.730-738
- [5] 小谷重徳, 「生産部門の情報システム革新の課題」, マネジメント, 1987年10月, pp.17-20
- [6] 馬淵凱夫, 広瀬登茂司, 小谷重徳, 前園明敏「内製プレス型日程計画システム」, トヨタ技術, **25-3**(1975), pp.63-74

4. 書籍の執筆

- [1] 「ジャストインタイム生産システム」, 共著, 日刊工業新聞社, 2004
- [2] 情報システムの実例3巻「製造・建設・サービス業のシステム」, 一部執筆, 培風館, 2003
- [3] 自動車技術ハンドブック4巻「生産・品質・整備編」, 一部執筆, 朝倉書店, 1991
- [4] 「トヨタ生産方式の新展開」, 一部執筆, 日本能率協会, 1983
- [5] ダイヤモンド経営実務講座16「生産管理」, 共著(友松博史), ダイヤモンド社, 1982
- [6] 自動車工学全書18巻「自動車の製造管理」, 一部執筆, 山海堂, 1980

5. 新分野開拓の研究発表

- [1] 小谷重徳, 「混合ラインの製品の投入順序について」, 日本OR学会春季研究発表会アブストラクト集, 1982年3月, pp.149-150
- [2] 木村修, 増山淳, 寺田浩祐, 小谷重徳*「多段生産工程における引張り方式による生産指示とその解析」, 日本経営工学会春季研究発表予稿集, 1980年5月, pp.150-152