

論文

UDC 519.724.6 : [621.376.3 : 621.376.56] : 621.391.822

PSK-FM信号のインパルス雑音と ガウス雑音に対する 誤り率の計算

准員 岩波 保則[†] 正員 池田 哲夫[†]

The Calculation of Error Probabilities of PSK-FM Signal Due to Impulsive and Gaussian Noise

Yasunori IWANAMI[†], Associate Member and Tetsuo IKEDA[†], Regular Member

あらまし 従来の研究により、各種のデータ伝送システムに対する誤り率特性の解析は、広範になされてきており、多くの雑音に強い最適受信システムが考えられてきている。ただその際、妨害雑音のモデルとしては、ガウス雑音を対象にしたもののが非常に多く、ガウス雑音に対する誤り率の算定は、現在ほぼなされたといえる。しかし、無線回線を用いた実際のディジタル通信システムにおいては、ガウス雑音よりもむしろインパルス雑音の影響が大きいことは経験上良く知られている。インパルス雑音に対する誤り率特性の解析についてもPSK, DPSKなどのベースバンド信号に対しては行われてきているが^{(1)~(3)}、無線回線用の周波数変調方式であるPSK-FM方式などについては、まだ行われていない。誤りを起す原因となる雑音には、インパルス雑音やガウス雑音のほかにも考えられるが、ここでは、インパルス雑音とガウス雑音のみを仮定し、それらを別々にPSK-FM信号に附加したときの誤り率特性を求め、更にそれから、PSK-FM方式のインパルス雑音とガウス雑音に対する誤り率特性を2つの誤り率の重ね合せという方法により評価する。

1. まえがき

ここで考えるPSK-FMデータ伝送方式とは、送信側でマーク、スペースを表すサブキャリヤ信号を作り出し、それで周波数変調をかけて無線回線に送り出そうとする方式である。このようなPSK-FM信号に、インパルス雑音やガウス雑音が相加したときの誤り率をここでは求める。特に、インパルス雑音については、このようなFM方式に対する誤り率特性の解析はまだなされていない、誤り率特性を知ることは重要である。

インパルス雑音とは、受信システムのRFフィルタの出力波形が、ほぼそのRFフィルタのインパルス応答になるような雑音であり、無線通信系では、自動車の点火、スイッチング、雷などが原因となって発生され、約100MHzまでは大気中の雑音と人工雑音、100

MHz以上ではほとんど人工雑音である。又、有線通信系においても点火やスイッチングなどが原因となって発生する。

このようなインパルス雑音に対する誤り率特性を求めるに当っては、PSK-FM信号がベースバンド信号でなく周波数変調信号であるということにその難解性があるが、この問題は、計算機による数値解析による方法で解決された。2種類の雑音に対する誤り率を重ね合せによる評価を行った結果、PSK-FM信号のインパルス雑音とガウス雑音に対する誤り率特性が明らかになった。

2. PSK-FM 2進データ伝送システム

受信側モデルは、図1に示すモデルとする。送信側では、図2に示すようなサブキャリヤ情報信号をキーイング操作により作り出す。更に、FM変調したときの帯域の広がりを抑えるために、ローパスフィルタを通して高調波分を除去する。このサブキャリヤ信号で

[†]名古屋工業大学電気工学科、名古屋市

Nagoya Institute of Technology, Nagoya-shi, 466 Japan
論文番号：昭 52-253[A-82]

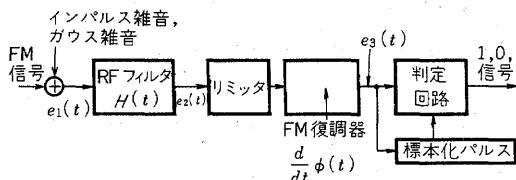


図1 PSK-FM 受信側モデル
Fig.1-The model of PSK-FM receiver.

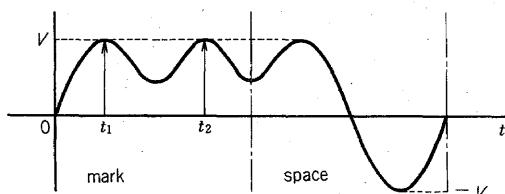


図2 サブキャリヤ信号および標本時刻
Fig.2-The subcarrier signals and the sampling time.

FM変調をかけ無線回線に送り出す。

受信側のRFフィルタ、リミッタ、及びFM復調器は、通常のFM受信システムと同様である。これらは理想的に動作するものとする。判定回路では、再現されたサブキャリヤ信号から、標本化のためのタイミングを取り出し、図2に示すように、情報1ビットにつき等時間間に2回標本化を行って判定する。

ビット周波数を f_m とし、1回目と2回目の標本時刻をそれぞれ t_1, t_2 とすると、 $t_1 = 1/4 f_m, t_2 = 3/4 f_m$ となる。判定回路では、次のような判定基準で誤りの判定を行う。

マーク送信時

$$\begin{aligned} e_3(t_1) \times e_3(t_2) > A &\text{ならば 正しい} \\ e_3(t_1) \times e_3(t_2) \leq A &\text{ならば 誤り} \end{aligned}$$

スペース送信時

$$\begin{aligned} e_3(t_1) \times e_3(t_2) < -A &\text{ならば 正しい} \\ e_3(t_1) \times e_3(t_2) \geq -A &\text{ならば 誤り} \end{aligned}$$

但し、 $e_3(t)$ はFM復調器の出力、 $A(>0)$ は判定のスレンホールド値である。

3. PSK-FM信号のインパルス雑音に対する誤り率の計算

3.1 インパルス雑音に対する誤り率の計算式*

インパルス雑音に対する誤り率の一般式は、Bello⁽¹⁾らによって与えられており次式のようになる。

$$P(E) = \sum_{K=1}^{\infty} P_K \int_{\Gamma} \int_{\delta} \int_{\varphi} P_K(E | \Gamma, \delta, \varphi) W_{K, d_0}(\Gamma, \delta, \varphi) \times d\Gamma d\delta d\varphi \quad (1)$$

* 3.1は、全体的に文献(1)を参照している。

$$\times d\Gamma d\delta d\varphi \quad (1)$$

ここで、

P_K : 時間 d_0 の間に K 個のインパルスの起る確率

Γ : K 個のインパルスの振幅を表すベクトル

δ : インパルスの生起時刻を表すベクトル

φ : インパルスの生起時におけるキャリヤ信号のランダム位相を表すベクトル

$W_{K, d_0}(\Gamma, \delta, \varphi)$: 時間 d_0 の間に K 個のインパルスが Γ, δ, φ という状態で分布するときの結合確率密度関数

$P_K(E | \Gamma, \delta, \varphi)$: K 個のインパルスが Γ, δ, φ という状態で生起するときの条件付誤り率

式(1)は、以下の(仮定1)~(仮定3)により、式(2)及び式(3)のように簡単化される。

(仮定1) φ は統計的に Γ と δ に独立であるとし、ベクトル φ の任意の要素 $\varphi_n (n=1 \sim K)$ は $0 \sim 2\pi$ にわたって一様に分布する。

(仮定2) 時間 d_0 の間に起るインパルスの数 K は高々 1 である。

(仮定3) インパルスの生起時刻 δ は、インパルスの振幅 Γ と統計的に独立で、且つ時間 d_0 の中で一様に分布する。

$$P(E) = \frac{P_1}{d_0} \int_0^{\infty} R_1(\Gamma) W(\Gamma) d\Gamma \quad (2)$$

但し、

$$R_1(\Gamma) = \int_{\delta} R_1(\Gamma, \delta) d\delta = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_{\delta} P(E | \Gamma, \delta, \varphi) d\delta d\varphi \quad (3)$$

である。式(3)で表せられる $R_1(\Gamma)$ を1次のRIC(Receiver Impulsive Characteristics)と定義する。

式(3)は、インパルス雑音に対する受信システムの誤り率特性を表すものであり、受信システムに固有なものである。従って、インパルス雑音に対する誤り率を求めるには、1次のRIC $R_1(\Gamma)$ を求めなくてはならない。

本PSK-FM受信システムに式(2)、及び式(3)を適用するに当り、インパルスの振幅 Γ をFM搬送波の振幅 A_e に単位秒を掛けた量で正規化し $R (= \Gamma / A_e)$ とする。

又、1次のRICを $\mu(R)$ 、 R の確率密度関数を $W(R)$ と表すことにする。すると、式(2)、(3)はそれぞれ式(4)、(5)のようになる。

$$P(E) = \frac{P_1}{d_0} \int_0^{\infty} \mu(R) W(R) dR \quad (4)$$

$$\mu(R) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \mu(R, \varphi) d\varphi = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} P(E|R, \delta, \varphi) d\delta d\varphi \quad (5)$$

式(5)の2項目中の $\mu(R, \varphi)$ は、式(3)のそれと比べ、積分順序を交換しているが、時間の次元を有し、その物理的意味は、特定の R, φ なるインパルスによって情報1ビットが誤るととき、そのようなインパルスの生起する時間軸上の区間の合計を表すものである。

さて、 $0 \leq t \leq 1/f_m$ においてマーク信号が送られているときをマーク送信時、スペース信号が送られているときをスペース送信時とする。マーク送信時の1次のRICと誤り率を、それぞれ $\mu_M(R), P_{eM}$ 、スペース送信時の1次のRICと誤り率を、それぞれ $\mu_S(R), P_{eS}$ とすると、式(4)から

$$\left. \begin{aligned} P_{eM} &= \frac{P_1}{d_0} \int_0^{\infty} \mu_M(R) W(R) dR \\ P_{eS} &= \frac{P_1}{d_0} \int_0^{\infty} \mu_S(R) W(R) dR \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

となる。考える情報列のマークとスペースの生起確率を、それぞれ k_M, k_S とすると、平均化した誤り率 P_e は

$$P_e = k_M P_{eM} + k_S P_{eS} \quad (7)$$

となるが、最も一般的な場合として $k_M = k_S = 1/2$ であるとすると、式(6)及び式(7)より、

$$P_e = \frac{1}{2} (P_{eM} + P_{eS}) = \frac{P_1}{d_0} \int_0^{\infty} \mu(R) W(R) dR \quad (8)$$

となる。ここで、

$$\mu(R) = \frac{1}{2} \{ \mu_M(R) + \mu_S(R) \} \quad (9)$$

となる。さて P_1 とは、時間 d_0 の間の1つのインパルスの生起確率であった。この生起確率のモデルとしてはポアソン過程を用いるものとする。1秒間のインパルスの平均生起個数を ν とすると、 P_1 は $\nu d_0 \ll 1$ として

$$P_1 = \frac{(\nu d_0)^K}{K!} \exp(-\nu d_0) \Big|_{K=1} \approx \nu d_0 \quad (10)$$

となる。式(8)と式(10)より、

$$P_e = \nu \int_0^{\infty} \mu(R) W(R) dR \quad (11)$$

となる。式(11)が求める誤り率の計算式である。

3.2 インパルス混入時のFM復調器の出力

次に、単一のインパルスがある時刻 δ で混入したときのFM復調器の出力 $e_2(t, \delta)$ の計算式を導く。

RFフィルタについては、RLCフィルタを用いるものとすると、RFフィルタのインパルス応答 $H(t)$ は

$$H(t) = h(t) \cos \omega_c t \quad (12)$$

となる。ここで、 $h(t)$ はインパルス応答の包絡線を表し、

$$h(t) = \frac{\omega_c}{2Q} \exp\left(-\frac{\omega_c}{2Q} t\right) = \frac{N\omega_m}{2} \exp\left(-\frac{N\omega_m}{2} t\right) \quad (13)$$

である。但し、 ω_c はRFフィルタの中心角周波数、 ω_m はビット角周波数、 Q は選択度であり、RFフィルタの3dBバンド幅 B_0 は、 $B_0 = N\omega_m / 2\pi (= Nf_m)$ である。

時刻 δ に生じた振幅 F なるインパルスによるRFフィルタのインパルス応答は、

$$n_f(t-\delta) = \Gamma h(t-\delta) \cos \omega_c(t-\delta) \quad (14)$$

と表せる。FM信号とインパルス雑音が加わったときのRFフィルタの出力 $e_2(t, \delta)$ は、インパルス応答の影響のある $t \geq \delta$ に対して、

$$e_2(t, \delta) = u(t) + n_f(t-\delta), \quad t \geq \delta \quad (15)$$

となる。ここで、 $u(t)$ はFM変調されたキャリヤ信号を表し、

$$u(t) = A_c \cos(\omega_c t + K_f \int_0^t m(t) dt + \varphi) \quad (16)$$

である。但し、 $m(t)$ は帯域制限されたサブキャリヤ変調信号であり、 K_f は変調指数を変えるパラメータである。マーク送信時とスペース送信時の $n = i$ までに帯域制限されたサブキャリヤ信号 $m_M(t)$ と $m_S(t)$ はそれぞれ、

$$\left. \begin{aligned} m(t) &= m_M(t) = V \sum_{n=0}^i a_n \cos\left(\frac{\omega_m}{2} t - \frac{3\pi}{4}\right)_n \\ m(t) &= m_S(t) = V \sum_{n=0}^i a_n \cos\left(\frac{\omega_m}{2} t + \frac{\pi}{4}\right)_n \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

となる。ここで、サブキャリヤ信号のフーリエ係数 a_n は、

$$\left. \begin{aligned} a_n &= \frac{2 \cos(n\pi/4)}{\pi(1-n^2/4)} \quad (n \geq 1, n \neq 2) \\ a_0 &= \frac{1}{2} a_n \Big|_{n=0}, \quad a_2 = -0.5 \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

であり、 V はサブキャリヤ信号の振幅を表すパラメータである。式(14), (15), (16)より、

$$\left. \begin{aligned} e_2(t, \delta) &= A_c \cos\{\omega_c t + s(t) + \varphi\} \\ &\quad + \Gamma h(t-\delta) \cos(\omega_c t + \varphi) \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

となる。但し、 $\varphi = -\omega_c \delta$ であり、 $m(t)$ を積分した $s(t)$ は、マーク送信時、スペース送信時、それぞれ

$$\left. \begin{aligned} s(t) &= s_M(t) = \sum_{n=0}^i \beta_n \sin\left(\frac{\omega_m}{2} t - \frac{3\pi}{4}\right)_n \\ s(t) &= s_S(t) = \sum_{n=0}^i \beta_n \sin\left(\frac{\omega_m}{2} t + \frac{\pi}{4}\right)_n \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

である。ここで、変調指数を変える β_n は

$$\beta_n = \frac{K_f}{\omega_m} \cdot \frac{2V a_n}{n} \quad (21)$$

であり、最大位相偏位 α は、

$$\alpha = \max |s(t)| \quad (22)$$

となる。式(19)は、包絡線成分 $v(t)$ と位相成分 $\phi(t)$ を用いて次のように変形される⁽⁴⁾。

$$e_3(t, \delta) = v(t) \cos \{\omega_c t + \phi(t)\} \quad (23)$$

ここで、

$$v(t) = [A_c^2 + \Gamma^2 h^2(t-\delta) + 2 A_c \Gamma h(t-\delta) \times \cos \{\phi - s(t) - \varphi\}]^{1/2} \quad (24)$$

$$\phi(t) = \arctan \frac{\Gamma h(t-\delta) \sin \phi + A_c \sin \{s(t) + \varphi\}}{\Gamma h(t-\delta) \cos \phi + A_c \cos \{s(t) + \varphi\}} \quad (25)$$

である。図1のリミッタの振幅制限効果により、式(23)の包絡線成分は除去され、リミッタの出力は次式のようになる。

$$\cos \{\omega_c t + \phi(t)\} \quad (26)$$

FM復調器が理想的な位相微分動作をするとして、FM復調器の出力 $e_3(t, \delta)$ は、

$$e_3(t, \delta) = \frac{1}{K_f} \frac{d}{dt} \phi(t) = \frac{\text{分子}}{\text{分母}} \quad (27)$$

となる。ここで、

$$\left. \begin{aligned} \text{分子} &= K_f m(t) + K_f m(t) R h(t-\delta) \cos \{\phi - s(t) - \varphi\} \\ &\quad + R h(t-\delta) \sin \{\phi - s(t) - \varphi\} \\ \text{分母} &= K_f [1 + R^2 h^2(t-\delta) + 2 R h(t-\delta) \times \cos \{\phi - s(t) - \varphi\}] \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

である。式(27), (28)が求めるインパルス混入時のFM復調器の出力を表す式である。

又、 $t < \delta$ に対しては、FM復調器の出力はインパルスの影響を受けないから、

$$e_3(t) = m(t) \quad (29)$$

となる。式(17)で表せるサブキャリヤ信号の波形計算の結果、サブキャリヤ信号は $2f_m$ までに帯域制限されるのが適当であるとして、式(27)と式(28)で表される $e_3(t, \delta)$ を数値計算した。但し、式(17)の係数 a_0, a_1, a_2, a_3, a_4 は、式(18)よりそれぞれ、0.318, 0.600, -0.500, 0.360, 0.212 となる。その結果次のようなことが分かった。

(1) RFフィルタのインパルス応答の包絡線の振幅がFM搬送波信号の振幅よりはるかに大きい区間では、サブキャリヤ信号は完全に抑圧され、FM復調器の出力はほぼ0になる。(2) RFフィルタのインパルス応答の包絡線が減衰して、FM搬送波の振幅に近づくとFM復調器の出力に大きなひずみを生じる。(3) イン

パルスの振幅が大きいところでは、RFフィルタのバンド幅が狭いほどインパルスの影響が長くなり、逆にバンド幅が広いほどインパルスの影響は短くなる。

3.3 1次のRICの計算

インパルス混入時のFM復調器の出力を表す式(27), (28)を用いて、数値的に1次のRIC $\mu(R)$ を求める。

FM復調器の出力 $e_3(t)$ は、 $t < \delta$ ならばインパルスの影響を受けない。従って標本時刻 t_1, t_2 においてインパルスの影響を受けるのは、 $t_2 > t_1$ だから $t_2 \geq \delta$ のときである。又、RFフィルタのインパルス応答の尾の長さは有限とみなしえるから、FM復調器の出力においてインパルスの影響を考えるならば、 δ は $t_1 - l_0 \leq \delta \leq t_2$ の範囲を考えればよい。但し、 l_0 はインパルス応答の尾の長さ（ある有限値までインパルス応答の包絡線が減衰するのに要する時間）である。

従って、特定の R, φ なるインパルスについて δ を $t_1 - l_0 \sim t_2$ まで引き込み δ で動かしてゆき、そのインパルスによって判定が誤りとなる区間の合計である $\mu(R, \varphi)$ を求め、更に $\mu(R, \varphi)$ を φ について平均化すれば、1次のRIC $\mu(R)$ は数値的に求まる。

$\mu(R, \varphi)$ を求める過程を示せば、図3のようになる。

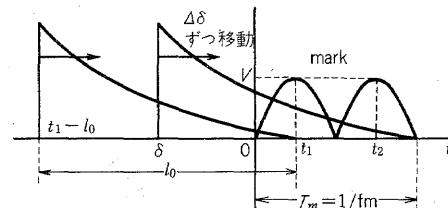


図3 $\mu(R, \varphi)$ を求める過程
Fig.3-The process of evaluation of $\mu(R, \varphi)$.

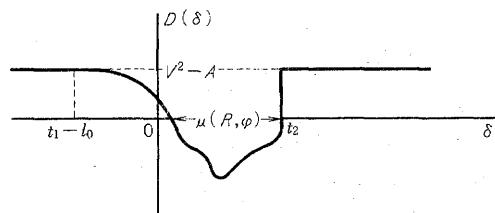


図4 判定要素 $D(\delta)$ の変化の様子
Fig.4-The variation of decision element $D(\delta)$.

計算に当っては、マーク送信時とスペース送信時に於いて誤りの判定をするための判定要素 $D(\delta)$ を次のように定義する。

$$\left. \begin{aligned} \text{マーク送信時} \quad D(\delta) &= e_3(t_1, \delta) e_3(t_2, \delta) - A \\ \text{スペース送信時} \quad D(\delta) &= -\{e_3(t_1, \delta) e_3(t_2, \delta) + A\} \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

このように $D(\delta)$ を定義すると、先の判定基準より、 $D(\delta) \leq 0$ ならば誤りとなる。又、 $\mu(R, \varphi)$ はマーク送信時、スペース送信時とも $D(\delta) \leq 0$ となる区間の合計となる。 $D(\delta)$ は式(30)により解析的に表せるが、 $D(\delta) \leq 0$ なる区間の合計 $\mu(R, \varphi)$ を解析的に表すのは困難である。従って、以上のような計算のアルゴリズムをコンピュータに行わせることで $\mu(R, \varphi)$ を数値的に求める。判定要素 $D(\delta)$ を概念的に示すと図4のようになる。図4において、インパルスの影響がないとき、すなわち $\delta > t_2$ 及び $\delta < t_1 - t_0$ においては、式(30)より $D(\delta)$ の値は $(V^2 - A)$ となる。又、 $t_1 - t_0 \leq \delta \leq t_2$ で $D(\delta) > 0$ なる区間は、インパルスの影響があつても判定が誤りとならない区間である。

$\mu(R, \varphi)$ を求めるに当っては、さざみ $A\delta$ は必ず FM 撮送波の 1 周期の整数倍にとらなければならぬ。これは、 δ を $A\delta$ ずつ動かすことによって、そのつどインパルスの混入位相 φ を動かさないようにするためである。 φ についての平均化は、 φ を $0 \sim 2\pi$ まで等間隔に数ポイント選んで、数個の $\mu(R, \varphi)$ の算術平均をとって行う。このようにできる理由は φ に対し $\mu(R, \varphi)$ がほぼ正弦波的に変化するからであり、この方法で十分な精度が得られる。

以上のようなアルゴリズムで、1次のRIC $\mu(R)$ の数値計算を行った。但し、ビット周波数 $f_m = 10 \text{ kHz}$ 、FM撮送波周波数 $f_c = 100 \text{ MHz}$ 、判定のスレシホールド値 $A = 0.01 \text{ V}$ 、最大位相偏位 $\alpha = 0.792 \text{ radian}$ とした。その結果を図5に示す。図5より次のようなことが分かる。

- (1) 1次のRIC $\mu(R)$ は R と共に単調に増加する。
- (2) RFフィルタのバンド幅 B_ω に対する $\mu(R)$ は、 $R > 2 \times 10^{-5}$ では B_ω が小さいほど大きくなるが、 $R < 2 \times 10^{-5}$ では B_ω が小さいほど小さくなる。(3) B_ω が大きいほど $\mu(R)$ の増加の仕方は緩やかである。又、

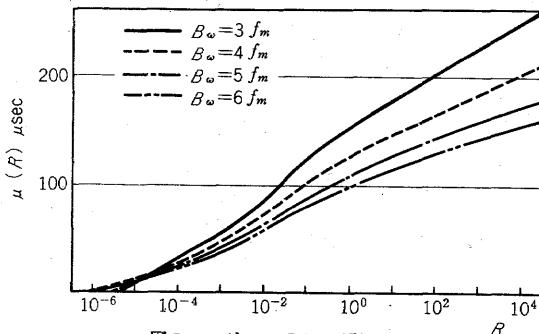


図5 1次のRIC $\mu(R)$
Fig.5-The first order RIC $\mu(R)$.

図には示していないが、(4) $\mu_M(R)$ と $\mu_S(R)$ は若干異なる。

3.4 インパルス雑音に対する誤り率の計算

1次のRIC $\mu(R)$ が求まれば、誤り率は式(11)により計算される。インパルスの振幅の確率密度関数には次の対数正規分布を用いるものとする。

$$W(R) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2} \cdot R} \exp\left\{-\frac{(\ln R - m)^2}{2\sigma^2}\right\} \quad (31)$$

ここで、 m 及び $\sigma^2 = B/4.343$ は、それぞれガウス変数 $\ln R$ の平均値と分散である。さて、RFフィルタの帯域幅当たりのFM信号とインパルス雑音の電力比 ρ は、

$$\rho = \frac{\frac{1}{2} A_e^2}{\frac{1}{2} \nu F^2 B_\omega} = \frac{\pi}{2\nu R^2 N \omega_m} \quad (32)$$

となる。又、平均値 m は、

$$m = \frac{1}{2} \ln\left(\frac{\pi}{2\nu N \omega_m \rho}\right) - \sigma^2 \quad (33)$$

となる。以上の対数正規分布を用いて式(11)より誤り率を計算したのが図6、7である。図6は、インパルスの生起個数 ν を一定として、インパルスの振幅の平均値 m を変えることにより CN 比 ρ を変えたものであり、図7は逆に平均値 m を一定として、 ν を変えることにより ρ を変えたものである。図7では、 $\nu = 10 \sim 10^4$ 、 $\rho = -5 \sim 25 \text{ dB}$ としており、これらから平均値 m は決定される。図6より次のようなことが分かる。

- (1) CN比 ρ が大きいほど誤り率は減る。(2) 非対称パラメータ B が大きくなるほど誤り率は減る。
- (3) 誤り率はRFフィルタのバンド幅により多少異なる。又、 B と ρ の値により、 B_ω に対する誤り率の大小が逆転する部分が存在する。(4) ν を一定としたときの誤り率の変化は緩やかであり、ガウス雑音のようにCN比の増加と共に誤り率が急激に減少することはない。(5) CN比が同じなら、 ν が大きいほど誤り率は大きい。図7では、(6) 図6に比べ、 ν を変えたときの誤り率の変化は急であり、CN比に対して直線的に減少する。又、図には示していないが、(7) 最大位相偏位 α を増してもCN比の高いところで誤り率が若干改善される程度で、ガウス雑音のような急激な改善はみられない。(8) 判定のスレシホールド値 A が大きいほど誤り率は増す。などのことが明らかになった。

(1)については、CN比が大きくなるほど対数正規分布の平均値が減少するからである。(2)については、対数正規分布は、 B が大きいほど平均値が小さく且つ分

散が大きくなるが、 B によって平均値がより大きく影響を受けるために誤り率が減少するのである。(3)については、図6のCN比の範囲では、対数正規分布の平均値は、 $B_\omega = 3 \sim 6 f_m$ 、 $B = 2$ では、 $R = 5 \times 10^{-5} \sim 5 \times 10^{-6}$ 、 $B = 22$ では、 $5 \times 10^{-7} \sim 5 \times 10^{-8}$ 、 $B = 42$ では、 $5 \times 10^{-9} \sim 5 \times 10^{-10}$ というような小さい値をとるために、誤り率に大きく影響を与えるのは R の小さい値の範囲となるが、 $\mu(R)$ は B_ω に対してあまり違わないために誤り率はそれほど変わらない。又、 B_ω に対する誤り率が逆転するのは、図5より $R \approx 2 \times 10^{-5}$ で B_ω に対する $\mu(R)$ が逆転するからである。(4)については、ガウス雑音と比べ対称的な違いである。(5)については、 ν が大きくなるほど $W(R)$ の平均値 m は小さくなるが、そ

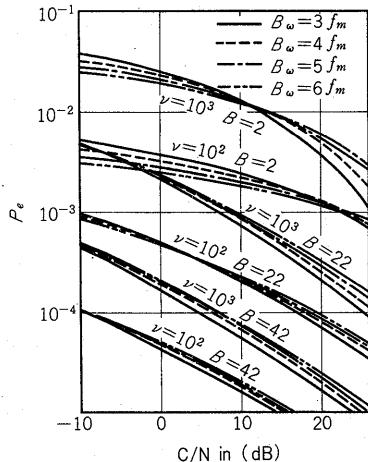


図6 インパルス雑音に対する誤り率(ν 一定)
Fig.6-Error probabilities due to impulsive noise (ν : constant).

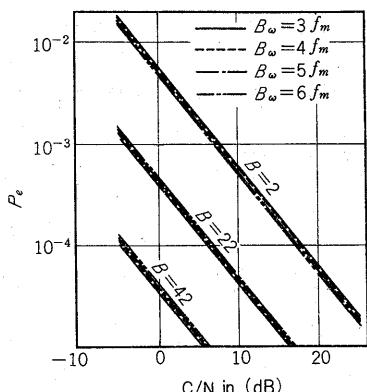


図7 インパルス雑音に対する誤り率(m 一定)
Fig.7-Error probabilities due to impulsive noise (m : constant).

れによる誤り率の減少よりも、式(11)の ν による誤り率の増加の方が相対的に大きいのである。(6)についても式(11)の ν の効果である。(5)及び(6)より分かるように、インパルス雑音に対する誤り率を大きく変えるのは、インパルスの振幅の分布よりはむしろその生起個数である。実際には、インパルスの振幅分布およびその生起個数は、どちらかが一定ということではなく共に変化するので、実際の誤り率特性は図6と図7の中間的な特性になると思われる。

4. 誤り率についての検討

図8に2進FM方式の白色ガウス雑音に対する誤り率の一般的算定式⁽⁵⁾をPSK-FM方式に適用して求めた誤り率を示す。インパルス雑音とガウス雑音に対する誤り率特性を比較すると、ガウス雑音に対する誤り率はCN比と共に急激に減少するのに対し、インパルス雑音の場合は高いCN比においてもそれほど減少しないことが分かる。図9は、ガウス雑音の電力をインパルス雑音の電力の α 倍としたときのインパルス雑音とガウス雑音に対する誤り率を、2つの誤り率の重ね合せから求めたものである。インパルス雑音とガウス雑音が同時に加わったときの厳密な誤り率は、このような2つの誤り率の重ね合せでは求められないが、付録に示す重ね合せについての検討によれば、インパルス雑音とガウス雑音に対しては、重ね合せによる誤り率の誤差は十分無視できることが分かる。

又、参考のために、同図にハワイ大学と東北大の間で通信衛星ATS-1を介して行った実験⁽⁶⁾における誤り率の測定値を示す。この実験では符号間干渉お

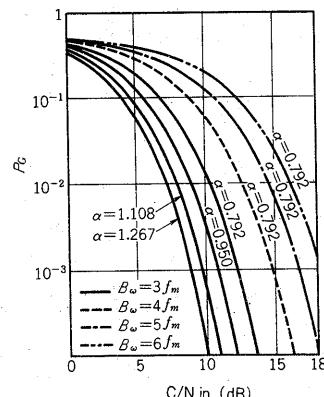
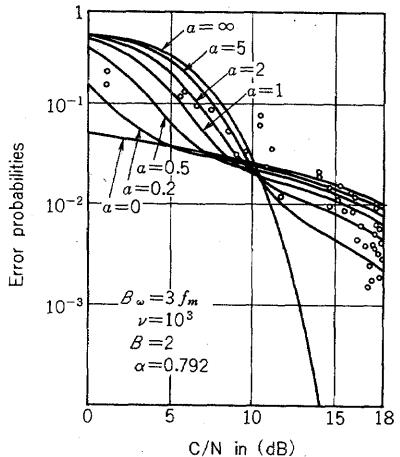


図8 ガウス雑音に対する誤り率
Fig.8-Error probabilities due to Gaussian noise.

よりマルチパスフェーディングの影響は無視できる。又、実験では情報を差動符号化して、PSK-FM変調しているので、図9に示す誤り率は情報を差動符号化した場合の誤り率とした。

図9より、この計算値と実験値はよく一致することが分かる。又、CN比の高いところでの誤りは、ガウス雑音よりもむしろインパルス雑音によって起っていることも推測される。



$a = (\text{ガウス雑音の電力}) / (\text{インパルス雑音の電力})$
○印: 実験値

図9 インパルス雑音とガウス雑音に対する誤り率
Fig.9-Error probabilities due to impulsive and Gaussian noise.

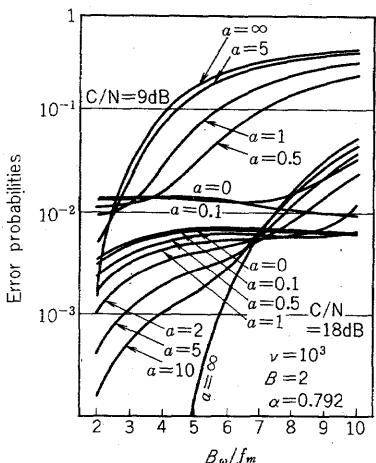


図10 CN一定としたときのRFフィルタの帯域幅に対する誤り率
Fig.10-Error probabilities for the bandwidth of the RF filter under the condition $C/N = \text{constant}$.

図10は、CN比を9, 18 dB一定としたときのRFフィルタのバンド幅に対する誤り率を重ね合せから求めたものである。この図で α が増すほど誤り率が増す(減る)のは、ガウス雑音の電力の増加による誤り率の増加が、インパルス雑音の電力の減少による誤り率の減少よりも相対的に大きい(小さい)ためである。

従って、 α の増加に対し誤り率が減少すればインパルス雑音の影響の方が大きいというように、 α に対する誤り率の増減から、ある B_0 における重ね合せの誤り率のうち、インパルス雑音とガウス雑音のどちらの影響が大きいかを知ることができる。更に、インパルス雑音の電力の小さいところやガウス雑音の電力が大きくなるところでは、ガウス雑音に対する誤り率が支配的で、最適な帯域幅はガウス雑音だけを考慮して決めればよく、そのような場合にはFM信号の伝送に影響を与えない程度に小さいことが望ましいことも分かる。

5. むすび

PSK-FMデータ伝送システムのインパルス雑音とガウス雑音に対する誤り率を個々に求め、更に2つの誤り率の重ね合わせという方法により、インパルス雑音とガウス雑音が同時に加わったときの誤り率特性を明らかにした。従来、インパルス雑音に対する誤り率の計算の対象はベースバンド信号に限られてきたが、ここではその計算をFM変調方式に対して行った。特に、インパルス雑音に対してはガウス雑音と異なり、信号電力の増大によるCN比の改善は、誤り率の大幅な改善にはならなく、インパルス雑音による誤り率の改善には、入力インパルスの振幅をRFフィルタの前で制限することが必要である。ここで用いたインパルス雑音に対する誤り率を求める過程のアルゴリズムは、PSK-FMシステムに限らず、一般にどのようなシステムにも用いられるものであり、更にここで用いたようなガウス雑音との誤り率の重ね合せという方法を用いることで、解析的に難解な誤り率の計算は、比較的容易に行えると思われる。

文 献

- (1) P.A.Bello and R.Esposito : "A new method for calculating probabilities of errors due to impulsive noise", IEEE Trans., GT-17, p.368 (1969).
- (2) P.A.Bello and R.Esposito : "Error probabilities due to impulsive noise in linear and hard-limited DPSK systems", IEEE Trans., GT-19, p.14 (1971).
- (3) 大下, 龍野: "同期PSK信号のガウス雑音とイン

- パルス雑音に対する誤り率”, 信学会通信方式研資, CS 73-158 (1974-03).
- (4) S. 斯タイン and J. J. ジョーンズ (関英男監訳): “現代の通信回線理論”, 森北出版(株), (1974).
 - (5) W. R. Bennet and J. R. Davey (甘利省吾監訳): “データ伝送”, ラティス刊 (1966).
 - (6) 森, 根元, 長沢, 佐藤: “ATS-1 の VHF 信号の受信特性”, 信学技報, CS 75-116 (1975-10).

付 錄

インパルス雑音による誤り率とガウス雑音による誤り率の重畠性についての検討

2つの雑音の相乗的效果を考えるのに、図 A・1 のような標本時刻 (t_1 あるいは t_2)に対する誤り率を考える。図 A・1において

$$x(\rho) = \int_0^\infty \mu(R)W(R)dR \quad (\text{A} \cdot 1)$$

$$y(\rho) = \frac{P_e(\rho)}{\nu} = \int_0^\infty \mu(R)W(R)dR \quad (\text{A} \cdot 2)$$

$$z(\rho) = x(\rho) - y(\rho) \quad (\text{A} \cdot 3)$$

であり、 ρ は信号対インパルス雑音電力比、 ν は信号対ガウス雑音電力比である。 $x(\rho)$ は、1つのインパルス応答の続く時間区間の平均値であり、ガウス雑音と

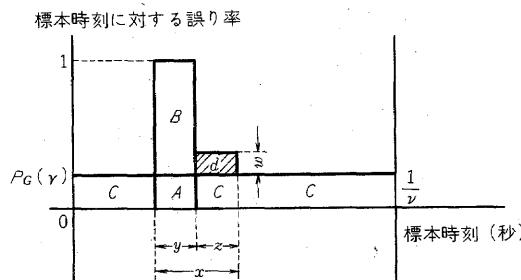


図 A・1 標本時刻に対する誤り率

Fig. A-1—Error probabilities for sampling time.

の相乗効果の生ずる区間でもある。又、 $y(\rho)$ は1つのインパルスにより判定が誤りとなる平均時間区間である。図 A・1の面積 $S_I = (A+B)$ はインパルス雑音に対する誤り率を、面積 $S_G = (A+C)$ はガウス雑音に対する誤り率を表すとみなせる。従って、重ね合せによる誤り率は、 $(S_I + S_G) = (2A+B+C)$ となる。2つの雑音の間に全く相乗効果がないとすると、2つの雑音に対する誤り率は、 $S'_{IG} = (A+B+C)$ となるが、相乗効果を考慮すると、区間 $x(\rho)$ の範囲において S'_{IG} に対し誤り率の増減を生じる。ここで、(仮定 a): “2つの雑音の相乗効果により、区間 $x(\rho)$ において誤り率が S'_{IG} に対し増加することはあっても減少することはない。”とすると、2つの雑音に対する誤り率は、図 A・1において $S_{IG} = (A+B+C+d)$ となり、重ね合せの誤り率との差は、 $(S_I + S_G) - S_{IG} = A-d$ となる。ここで、 $\eta = z(\rho)/y(\rho)$ とし、又(仮定 b): “面積 d の高さ w は、高々 $P_G(r)$ である。”とすると、以上の関係式および図 A・1から次式が導ける。

$$|(S_I + S_G) - S_{IG}| < \xi \cdot P_G(r) \cdot y, \quad \xi = \max(\eta, 1) \quad (\text{A} \cdot 4)$$

$$\beta = \max \left| 1 - \frac{S_I + S_G}{S_{IG}} \right| = \frac{\xi \cdot P_e}{1 + X - P_e} < \xi P_e \quad (\text{A} \cdot 5)$$

但し、 $X(>0) = P_e/P_G$, $P_e \ll 1$

式(A・1)～(A・3)の数値計算の結果、および式(A・5)より図 9, 10 ではすべての場合、 $\beta < 0.1$ であり、以上の(仮定 a)、(仮定 b)に基づけば、インパルス雑音とガウス雑音については、誤り率の重ね合せによる誤差は無視できる。以上の検討は、2つの雑音の誤り率への影響を主に雑音の段階から検討したものであり、インパルス雑音とガウス雑音の加わるほかのシステムにも適用可能である。

(昭和 51 年 5 月 12 日受付)