

2次流を伴う流れの乱流構造について Turbulent Structure with Cellular Secondary Flow

京都大学工学部 正員 中 川 博 次
京都大学工学部 正員 祢 津 家 久
京都大学工学部 正員 富 永 晃 宏

1 はじめに

実河川の河床には、縦筋や sand ribbon あるいは sand ridge などと呼ばれる横断方向の河床変動が、河床波などの流下方向の構造とともに存在していることが多くの研究者によって報告されており、^{1), 2)} これらは2次流、すなわち流下方向に回転軸を有し水路横断方向に並列したらせん渦の存在を示唆している。このような河床の横断方向の構造は、最初に存在する2次流によって形成されたものと考えられるが、逆にこれらの構造が形成されることによって2次流が発達し、安定な流れが維持されると考えられる。そこで本研究は、2次流の初期発生原因については触れずに、上述の河床の変動と2次流との関係を調べ、さらに2次流の存在する流れの乱流構造を明らかにしようとするものである。

著者らは以前に横断方向に滑面と粗面を交互に配列した実験を行い、適当な配列のもとでは粗面上で下降流、滑面上で上昇流という顕著な2次流の存在が認められた。³⁾その後稜型の突起を横断方向に一定間隔で配列した実験を行い、この時は突起部で上昇流、溝部で下降流となる2次流が形成された。⁴⁾これら2つの実験においては、計測位置までの助走区間が短く流れが十分発達していなかったことや、粗度をダクトの下面にしか設置しなかったこともあり、また計測点も少なかつたため、今回はこれらの点を改良し、計測点を密にし2次流の1波長区間を詳細に検討した。なお2次流の流速成分は主流速のたかだか4%程度であるため、水流ではこれらの検出は極めて困難であると考え、今回も前の2つの実験と同様、直線矩形ダクトを用いた空気流で実験を行った。

2 実験方法

実験に用いた風洞は、計測部分が幅18 cm、高さ8 cm、長さ6 mの矩形ダクトで、計測断面の位置は上流側入口より4.75 m下流に設けた。整流洞との縮流比は1/11であり、また入口に幅5 cmの粗いサンドペーパーを上下面に張り、境界層の発達を促進し計測位置で十分に発達した乱流が得られるようにした。

実験はまず一様滑面状態で行われた (Case-H)。次に先述の sand ribbon や sand ridge を模擬するために上底1 cm、下底2 cm、高さ0.5 cm、長さ6 mの亚克力製台形粗度を流下方向の全区間にわたって設置した。実際の河床にはこのような規則的な形状は存在しないと思われるが、その影響を強調するためにこのような形状とした。この場合、粗度と粗度との間隔を、管の高さの1/2の長さ (= a) とし、図-1 (a) のように配列した実験 (Case-I) と、図-1 (b) のように間隔を $2a$ とした実験 (Case-J) の2通りを行った。先に述べたように今回はダクトの上面にも下面と対称の位置に粗度を設置しており、流れの対称性を保っている。実際、開水路で観察される2次流の間隔は水深 h のほぼ2倍と言われているが、ダクト流の場合、管の高さの1/2すなわち a を水深 h に見立てれば、これに対応するものが Case-J である。

流れの条件は、上記3ケースとも最大流速 U_{max} を一致させており、 $U_{max} \approx 5$ mとした。圧力勾配はダクトの上面中央軸に設けられた圧力タップによって測定した。座標系は図-1 (c) に示し、計測断面はCase-I 及びCase-Jについてそれぞれ図-1 (a) 及び (b) に示した。いずれも y 方向には15点計測し、粗度間隔の半波長区間について (Case-I では

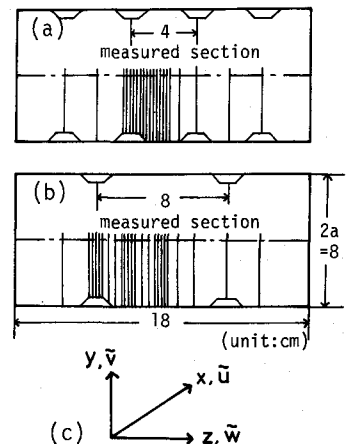


図-1 実験条件及び座標系

$z/a = -0.5 \sim 0$ 、Case-Jでは $z/a = -1.0 \sim 0$ ）、2～4mm間隔で計測した。計測は、2成分定温度式ホット・ワイヤ流速計(DISA社製)を用い、プローブ先端を回転させる方法により、まず (\tilde{u}, \tilde{v}) を計測し、次に (\tilde{v}, \tilde{w}) を計測した。またここでは割愛するが同時に \tilde{vw} の計算も試みている。このホット・ワイヤ流速計の出力電圧は、サンプリング周波数2000Hz、サンプリング時間10秒でA/D変換され、1測点につき20000個のデータが得られ、種々の電算処理が行われた。

3 実験結果と考察

まず、粗度を設置しない一様滑面のCase-Hの結果について述べる。図-2にCase-Hの流下方向平均流速 U 及び乱れ強さ u' のコンターを示す。これらの値はいずれも U_{max} で無次元化されており、以後は本文中には書かないがすべての値は U_{max} で無次元化されたものを意味する。これによると、一様滑面にもかかわらず、従来報告されているように流速分布がゆがめられ厳密な2次元性が損なわれており、2次流の存在が若干示唆される。これは、用いたダクトのアスペクト比が9/4と小さいために、隅角部へ向かう2次流の影響が中央部分にまで及んだものと思われる。しかし、 $z/a = \pm 1$ 以内では、鉛直方向の平均流速 V は U_{max} の0.3%程度しかなく、またレイノルズ応力 uv の y 方向分布はほぼ直線分布に従うことから、この区間では、隅角部に起因する2次流は乱流構造に大きな影響を及ぼしていないと考えられる。したがって粗度をつけた場合の流れの構造の変化は十分検討できると考える。

次に台形粗度を設置した場合のCase-I及びCase-Jの結果について考察する。それぞれの U 、 V 及び W のコンターを図-3及び図-4に示す。まず流下方向の平均流速 U の分布について見ると当然のことながら凸部上で低速、凹部上で高速となり横断方向に大きく変化している(以後、台形粗度上の領域を凸部、溝部上の領域を凹部、その中間を境界部と呼ぶことにする)。Case-Iでは壁から離れると変動が小さくなるのに対して、Case-Jでは壁から離れたところでも凸部上と凹部上での流速差が著しいのが特徴である。

次に鉛直方向の平均流速 V の分布を見ると、明らかに両者とも凸部上で上昇($V > 0$)、凹部上で下降($V < 0$)していることがわかる。凸部上の壁面近傍ではその中央部よりもエッジ部分の方が上昇流は強いようである。Case-Iでは、上昇流の流速と下降流の流速がほぼ同程度で、 U_{max} の2～3%であるのに対して、Case-Jでは上昇流の流速の方が大きく、 U_{max} の4%程度に達するが、下降流では U_{max} の0.5～1%に過ぎない。しかし上昇流の幅は下降流の幅より狭く、全体として V の収支は0となり、急激な上昇と緩やかで幅の広い下降という特徴が認められ、実河川の並列らせん流の特性を良好に再現している。

次に横断方向の平均流速 W の分布については、壁面近傍では、凸部の左側の境界で正、右側の境界で負となる。すなわち、凹部から凸部へ向かう流れを示している。また、壁から離れるとこの符号が逆転し、凸部上から凹部上へと向かう流れになることがわかる。したがって図中に示したような閉じた渦が形成されていることがわかる。Case-Iでは、渦は y 方向にも $a/2$ 程度までしか達しておらず、渦径はほぼ $a/2$ となるが、Case-Jでは、ダクト中央高さにまで渦が及んでいる。このことから渦の大きさは粗度の間隔によって規制されることがわかる。このように、開水路流で見られる2次流と対応させたCase-Jにおいても、また間隔をこの半分としたCase-Iにおいても顕著な2次流が認められたことは、ダクトの側壁や高さなどの要因よりも、台形粗度の設置効果が非常に大きいものと考えられる。スケールの違いを除けばCase-I、Jともにほぼ同様であったため、以後はCase-Iを中心にこの検討を行う。

図-5は、 U 、 V 及び W の z 方向の分布を示したものである。これらの値は、その高さにおける断面平均値を差し引いた値であり、以後 $\langle U \rangle$ のように“ $\langle \rangle$ ”で表わすことにする。また、 y/a の値は凹部の底面上を原点とした値である。測点の少ない区間と $\langle V \rangle$ の壁近傍を除けば、いずれも正弦波的な変動をしており、 $\langle U \rangle$ と $\langle V \rangle$ の位相がちょうど180°ずれ、また、これらと $\langle W \rangle$ とは約90°ずれていることがわかる。次に V 及び W の y 方向の分布を示したものが図-6及び図-7である。 V は壁面近傍で0に近づく傾向が見られ、ほぼ渦の中心と見られる $y/a = 0.25$ 付近で最大値をとり、以後ゆるやかに減少している。また W の分布を見ると、 $y/a = 0.25$ 付近で0となり上下で符号が逆転していることがわかる。この $y/a < 0.25$ の領域では上側と比べて流れが強く、 $y/a > 0.25$ では流れが弱く、広い領域にわたって流れが存在している。すなわち2次流は、壁面近傍で急速に流れ、上部では緩やかに幅広く流れている片よった渦であることがわかる。

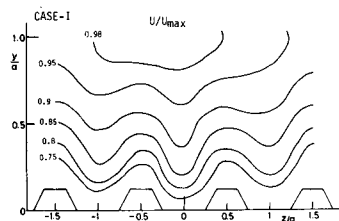


図-3(a) Uの等値線

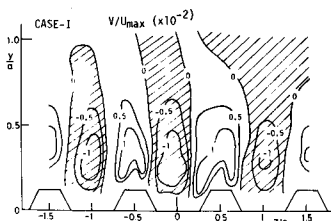


図-3(b) Vの等値線

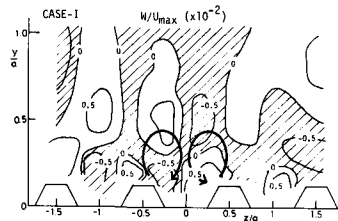


図-3(c) Wの等値線

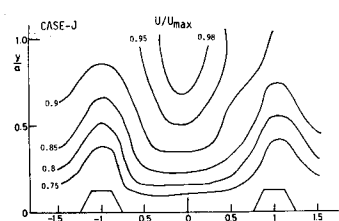


図-4(a) Uの等値線

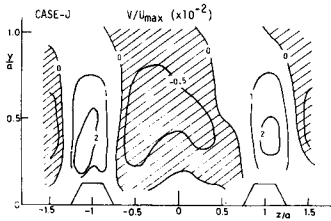


図-4(b) Vの等値線

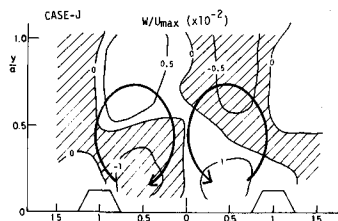


図-4(c) Wの等値線

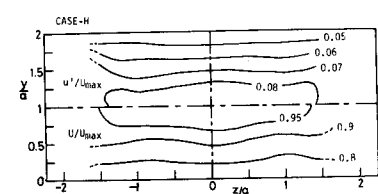


図-2 一様滑面における
U及びu'の等値線

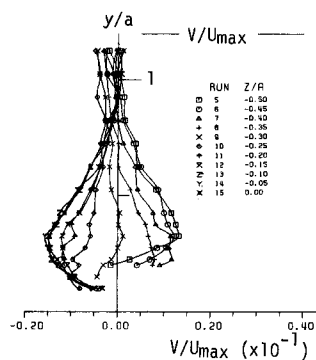


図-6 Vの鉛直方向分布

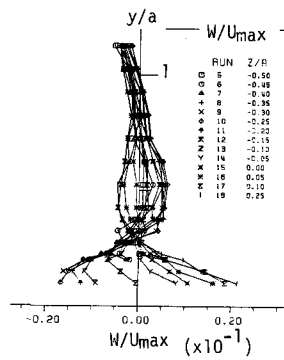


図-7 Wの鉛直方向分布

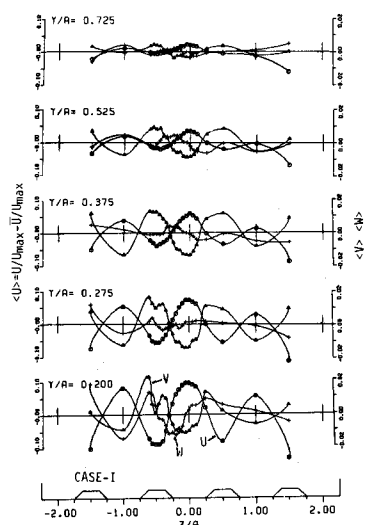


図-5 U, V及びWの横断方向分布

図-8 y^+ に対する
 U^+ の分布

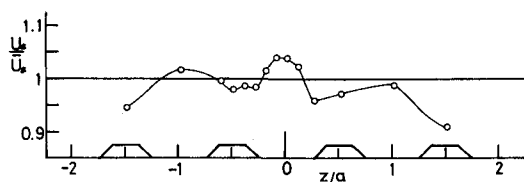
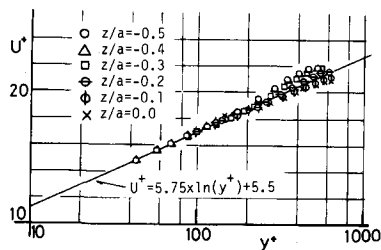


図-9 U_* の横断方向分布

次に U の y 方向分布について検討する。本実験では底面の位置が z 方向に異なるため、 y 座標の原点をそれぞれの位置での底面の位置にとりそこからの高さを y' で表わすことにする。図-8は片対数紙上に $y^+ (\equiv U_* y' / \nu)$ に対して $U^+ (\equiv U / U_*)$ をプロットしたものであり、図中の実線は、対数則を示したもので次式で与えられる。

$$U / U_* = 5.75 \log_{10} (U_* y' / \nu) + 5.5 \quad (1)$$

(U_* は摩擦速度)

$y^+ \leq 250$ では、 U の分布は凸部上においても凹部上においてもこの対数則に非常によく一致することがわかる。しかし $y^+ \geq 250$ の外層層では、凸部上の分布が(1)の直線より上にずれ、凹部上では下にずれる傾向が見られる。これは、それぞれの位置での摩擦速度 U_* が異なるためであり、この時の U_* の分布を示したものが図-9である。この対数則より評価した U_* は凸部上で小さく、凹部上で大きくなっており、2次流が存在する場合、上昇流部で U_* が小さく下降流部で大きくなることからわかる。換言すれば、対数則が成立する $y^+ \leq 250$ ($y'/a \leq 0.4 \sim 0.5$)の領域の U が凸部上で減速され、凹部上で加速されていることを示すものである。

次に乱れ強度の結果について述べる。図-10は各方向の乱れ強度、 $\langle u' \rangle$ 、 $\langle v' \rangle$ 及び $\langle w' \rangle$ の z 方向の分布を示したものである。いずれの分布も同じ傾向であり凸部上で大きく凹部上で小さい。すなわち2次流の上昇流部では乱れが大きく、下降流部では乱れが小さいということが言える。注意深く見れば、 $\langle u' \rangle$ と $\langle v' \rangle$ は凸部中央の壁面近傍でいったん乱れが小さくなる傾向が見られるが、 $\langle w' \rangle$ にはこれが見られない。また、変動の振幅はほぼ、 $u' > w' > v'$ の順で、壁から離れるにつれて同程度となる。次に、 u' についてこれを y 方向から見た図が、図-11である。図中の太い実線は一樣滑面のCase-Hの結果を示したものである。これと比較すれば凸部ではこれより大きく、凹部でこれより小さくなっているが、凸部では底面の位置が高いことも原因している。そこで凸部について底面を一致させて比較したが、この場合においてもやはり一樣滑面の値より大きかった。したがって、対数則から求めた U_* でこれらを普遍表示することはできないことがわかる。これは、凸部では上昇流により下層の高乱れの流体が流れ出し、一方凹部では下降流により上層の低乱れの流体が流れ込んだことによるものと考えられる。また、 v' 、 w' の分布はこれと同様であり、大きさは $u' > w' > v'$ の順で、ダクト中央高さに近づくにつれて $w' \approx v'$ となる。

次にレイノルズ応力 $-\overline{uv}$ と $-\overline{uw}$ の分布について考察する。図-12は $\langle -\overline{uv} \rangle$ 及び $\langle -\overline{uw} \rangle$ の z 方向の分布を示したものである。 $\langle -\overline{uv} \rangle$ の分布は乱れ強度の分布と同様であり、凸部上で大きく、凹部上で小さい正弦波状の分布を示している。 $\langle -\overline{uw} \rangle$ の分布は $\langle -\overline{uv} \rangle$ の分布と位相が 90° ずれており凸部右側の境界部で最大値、左側で最小値をとるのが大きな特徴である。測点の少ない区間では、境界部の値がないためおよその値を点線で示している。変動の振幅は $\langle -\overline{uw} \rangle$ の方が $\langle -\overline{uv} \rangle$ の2倍程大きくピークが鋭い。次にこの $-\overline{uv}$ と $-\overline{uw}$ の y 方向の分布をそれぞれ図-13及び図-14に

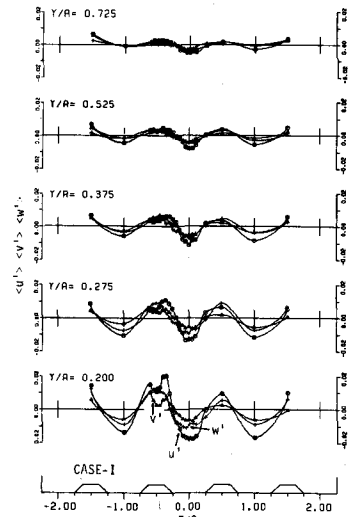


図-10 乱れ強度横断分布

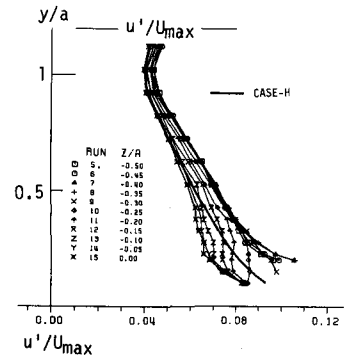


図-11 u' の鉛直分布

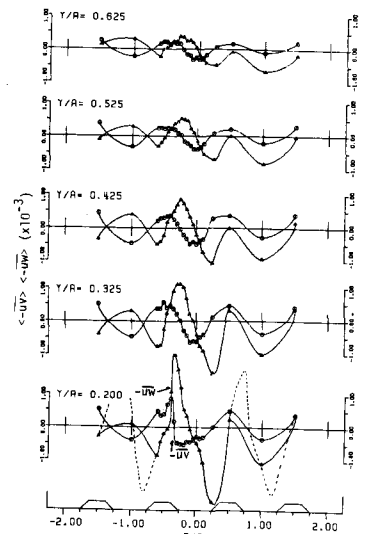


図-12 レイノルズ応力横断分布

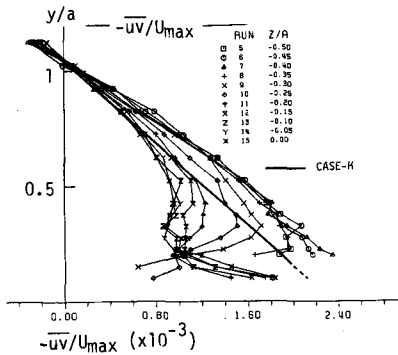


図-13 $-\bar{u}v$ の鉛直方向分布

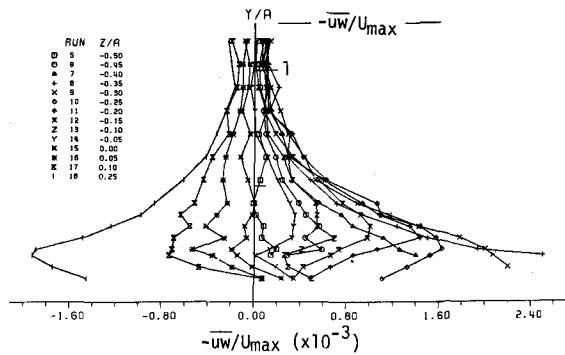


図-14 $-\bar{u}w$ の鉛直方向分布

示す。まず、 $-\bar{u}v$ について図-13中の太い実線はCase-Hの直線分布である。これと比較すれば、凸部上ではこの値より大きく（底面位置 y' を合致させて比較してもCase-Iの $-\bar{u}v$ の方が大きかった）、一方、凹部では大きく減少しており途中のくびれた特徴的な分布形となっている。次に、 $-\bar{u}w$ の分布は、ほぼ凸部中央及び凹部中央で0に近く、凸部の右側で正、左側で負となっている。このように2次流が存在する場合には、 $-\bar{u}v$ の分布が変化し、また、 $-\bar{u}w$ が大きな値で発生することがわかる。

4 運動方程式及び乱れエネルギー式による検討

2次流の存在する流れの乱流構造の変化を運動方程式及び乱れエネルギー式から検討する。まず x 方向の運動方程式は次式で与えられる。

$$V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{dP_w}{dx} + \frac{\partial(-\bar{u}v)}{\partial y} + \frac{\partial(-\bar{u}w)}{\partial z} + \nu \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} \quad (2)$$

ここで P_w は壁面圧力である。この式の各項を実験値から計算した。この z 方向の分布を示したものが図-15である。ただし、 dP_w/dx は凹部中央しか計測しておらず、2次流の存在によって z 方向に変化するが、この変化は微小と考えられるから、ここでは一定と近似した。また粘性項 $\nu \partial^2 U / \partial y^2$ も計算したが、値が小さいため図示しなかった。この収支図から次のことがわかる。全体に $\partial(-\bar{u}w) / \partial z$ が大きな値を示しており、凸部上で負、凹部上で正となっていて、これと $V \partial U / \partial y$ がほぼ釣り合っている。そして境界部において $W \partial U / \partial z$ が大きくなっている。また、 $\partial(-\bar{u}v) / \partial y$ は壁面近傍で大きく変動しているが、壁から離れるにつれて一定となる。

次に式(2)を y で積分すると次式を得る。

$$-\bar{u}v + \nu \frac{\partial U}{\partial y} = \left(-\frac{1}{\rho} \frac{dP_w}{dx}\right) a(1-y/a) + \int_y^a \frac{\partial(-\bar{u}w)}{\partial z} dy - \int_y^a \left(V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z}\right) dy \quad (3)$$

この式の右辺第1項は圧力勾配によるもので、 y 方向に直線分布する。2次流のある場合のレイノルズ応力分布 $-\bar{u}v$ は、これに右辺第2、第3項の付加応力が加わる。この2つの項の積分値と、両者の差を凸部上と

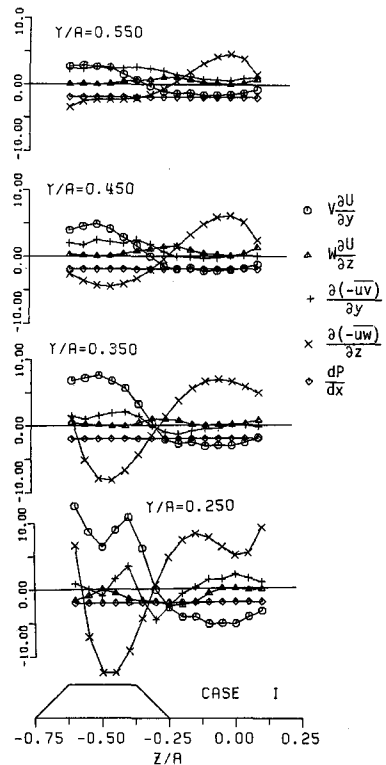


図-15 運動方程式の各項の横断方向分布

凹部上について示したものが図-16である。凸部では両者の差が正となり、図の差の分だけ $-\bar{u}\bar{v}$ が増大し、凹部ではこの差が大きな負の値をとり、図-11に示した $-\bar{u}\bar{v}$ のような分布になることが説明される。ところで式(3)の y を0にとれば、左辺は U_*^2 を表わす。先述のように流速分布に対数則を適用して求めた U_* は凸部で小さく、凹部で大きくなったから、この付加応力項は壁面近傍で正負が逆転するものと推測され、この傾向が図中に認められる。

次に2次流のある場合の乱れエネルギー式は次のようである。

$$V \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\bar{q}^2}{2} \right) + W \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\bar{q}^2}{2} \right) = -\bar{u}\bar{v} \frac{\partial U}{\partial y} - \bar{u}\bar{w} \frac{\partial U}{\partial z} - \epsilon \quad (4)$$

ここに $\bar{q}^2 \equiv \bar{u}^2 + \bar{v}^2 + \bar{w}^2$ で、 ϵ は粘性逸散率であり、拡散項は無視している。この式で左辺の2つの項は2次流による乱れエネルギーの移流項であり、右辺の初めの2項が乱れエネルギーの発生項を意味する。2次流のない場合には当然右辺第1項の発生率と第3項の逸散率が釣り合っており、この右辺の釣合いが破れると、移流項によって V, W が発生することがわかる。これらの各項の z 方向の分布を示したものが図-17である。ただし、逸散率 ϵ はエネルギースペクトル分布の $-5/3$ 乗則が確認されたから、これから評価したものである。この図から、 $-\bar{u}\bar{v} \frac{\partial U}{\partial y}$ と ϵ はほぼ釣り合っており、凸部上で大きく凹部上で小さくなっている。 $-\bar{u}\bar{w} \frac{\partial U}{\partial z}$ は境界で大きな値をとり、他では0となる。これらに比べて式(4)の左辺の移流項は非常に小さく無視できる程度である。したがって右辺の発生項と逸散項のごく小さな差から2次流が発生することになり、乱れエネルギーの収支関係から2次流の発生を精度よく予測することは困難と考えられる。

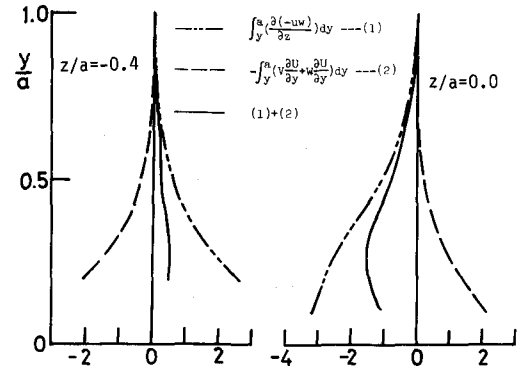


図-16 運動方程式の付加応力項の積分

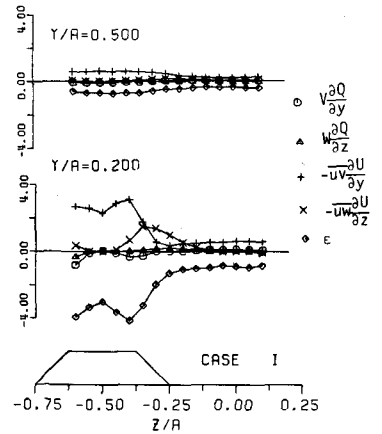


図-17 乱れエネルギー式の各項の横断方向分布

5 おわりに

本実験のような台形の粗度を設置した場合、凸部で上昇し凹部で下降する顕著な2次流が形成されることが示された。したがって、粗度の配列や、幅、高さ、形状等の要素が2次流の発生機構に重要な役割を果たしていると考えられ、今後この点の検討が必要と思われる。また本研究によって、2次流が存在する流れでは、横断方向のレイノルズ応力 $-\bar{u}\bar{w}$ が発生し、これが流れの構造を大きく支配していることが明らかにされた。

＜参考文献＞

- 1) Karcz, I. ; Secondary Currents and The Configuration of a Natural Stream Bed, J. Geoph. Res., Vol. 71, 1966, pp, 3109 - 3116.
- 2) Allen, J. R. L. ; Physical Processes of Sedimentation, Elsevier, 1970.
- 3) 中川博次、祢津家久、富永晃宏；各種河床条件における縦渦を伴う流れの乱流構造、京大防災研年報 第24号 B-2 1981.
- 4) 中川博次、祢津家久、富永晃宏；直線状ダクトに見られる2次流（並列らせん流）の乱流構造、第13回乱流シンポジウム論文集、東大工学部、1981.