

# 流砂に及ぼす二次流の効果に関する検討

The Effects of Secondary Currents on Sediment Transport

群馬大学工学部 正員 富永 晃宏 A. Tominaga

群馬大学工学部 正員 江崎 一博 K. Ezaki

## 1. まえがき

これまで著者らが行ってきた各種境界条件における直線開水路流の実験結果<sup>1), 2), 3)</sup>から二次流の構造が明らかにされ、これが三次元乱流構造に大きな影響を及ぼしていることがわかった。このことは、流れの三次元構造、さらには流砂などの輸送現象を解明するためには、二次流構造に関する知見が不可欠であることを意味している。Naot and Rodi(1982)<sup>4)</sup>は、修正  $k-\epsilon$  モデルを開発して、開水路流特有の二次流を計算し、主流速が水面で減速されることを初めて数値的に示した。しかし、その結果はある程度実験値を再現するけれどもその過程にある特性値が実験値とかけ離れているという指摘もある。したがって二次流の予測についてはまだ困難な面が多く、今後さらに精緻なモデルを開発する必要がある。黒木幹雄・岸力(1981)<sup>5)</sup>は、主流方向の運動方程式と渦度方程式を連立させて縦渦のある流れの構造を計算したが、河床で  $U$  の周期的な変動を人為的に与えている。また、Odgaard(1984)<sup>6)</sup>は、並列らせん流のある流れの構造を Studerus(1982)の実験結果に基づいて二次流による横断方向の運動量輸送のみの影響を考慮したモデルを提示し、二次流および主流速の見積を与えたが、他の境界条件に適用できない。本研究では以上のような流れ全体の予測あるいは単純なモデル化という立場とは別に、実験データに基づいて基本的な二次流の特性を明かにし、それが及ぼす影響を水理学的に把握することが重要であると考え、まずこれが主流に及ぼす影響を運動方程式に基づいて考察した。また、この二次流と主流またはせん断応力分布との関係から掃流砂や浮遊砂の輸送問題へ及ぼす二次流の効果について検討した。

## 2. 基礎式

二次流と主流の相互作用を考える場合に、定常状態の  $x$  方向の運動方程式を用い、レイノルズ応力に渦動粘性モデルを適用すると次式が得られる。

$$\left(\frac{\partial \epsilon_{xy}}{\partial y} - V\right) \frac{\partial U}{\partial y} + \left(\frac{\partial \epsilon_{xz}}{\partial z} - W\right) \frac{\partial U}{\partial z} + (\epsilon_{xy} + \nu) \frac{\partial^2 U}{\partial y^2} + (\epsilon_{xz} + \nu) \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} + gIe = 0 \quad (1)$$

ここで、二次流速  $V, W$  は実験結果をモデル化して与えるものとし、渦動粘性係数も実験結果を検討してある程度普遍的な分布を仮定することとする。これによって二次流のある場合の主流速  $U$  が計算でき、これからまたレイノルズ応力  $-\overline{uv}, -\overline{uw}$  が計算できる。

また、開水路流は水深に比べて幅の広い流れが多く、この場合水深方向の平均的な議論と底面せん断応力の分布が重要となる。このような立場に立った基礎式は、 $x$  方向の運動方程式を  $y$  方向に積分して得られ、次のようになる。

$$\tau_b = \rho g H I e + \partial(T_{xz} - I_{xz}) / \partial z \quad (2)$$

$$T_{xz} = \rho \int_0^H (-\overline{uw} + \nu \partial U / \partial z) dy, \quad I_{xz} = \rho \int_0^H (UW) dy$$

ここで、 $\tau_b$  は局所的な底面せん断応力、 $T_{xz}$  は流れに平行な単位幅の鉛直面に働く乱れによるせん断力であり、これは先に述べた渦動粘性モデルの適用によって主流速  $U$  の横断方向勾配  $\partial U / \partial z$  と関係づけられる。

$I_{xz}$  は同様な鉛直面を通して二次流によって運ばれた運動量の増分を意味し、これには二次流の回転向きお

よび大きさと主流速  $U$  の鉛直方向勾配  $\partial U / \partial y$  が関係している。これによって底面せん断応力の変化に及ぼす二次流の効果が評価できる。

次に、二次流の物質輸送に及ぼす影響として浮遊砂輸送を対象として考える。ここで定常な等流を考え、分子拡散係数を無視すると次式が得られる。

$$V \frac{\partial C}{\partial y} + W \frac{\partial C}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial y} (K_y \frac{\partial C}{\partial y}) + \frac{\partial}{\partial z} (K_z \frac{\partial C}{\partial z}) + w_0 \frac{\partial C}{\partial y} \quad (3)$$

ここで、 $w_0$  は砂粒子の沈降速度、 $K_y$ 、 $K_z$  は渦動拡散係数で一般に渦動粘性係数を用いて  $K_y = \gamma_1 \epsilon_{xy}$ 、 $K_z = \gamma_2 \epsilon_{xz}$  と表される。この  $\gamma_1$ 、 $\gamma_2$  に対しての知見は本研究では得られないが、通常  $\gamma_1 = \gamma_2 = 1$  の場合を検討すればよいであろう。

### 3. 渦動粘性係数の分布特性

渦動粘性係数の分布は、レイノルズ応力  $-\overline{uv}$  および  $-\overline{uw}$  と主流速  $U$  の分布の実測により実験的に求めることができる。しかし、実験の精度上から  $U$  の微分には誤差が伴いやすく、この正確な値を得ることは困難であるため  $\partial U / \partial y$  および  $\partial U / \partial z$  が大きな値を持つところでの値のみを用いて鉛直方向および横断方向の平均値を求め、この分布の特徴を検討した。これにはまず、長方形の滑面および粗面の実験結果について検討し、次に、横断方向に粗度および河床高の変化する流れの実験について二次流の影響を検討する。図 1 (a) は横断方向に平均された  $\epsilon_{xy}$  を潤辺平均の摩擦速度  $\bar{u}_*$  と水深  $H$  で無次元化した値の鉛直分布である。かなりのばらつきがみられるが、およそ放物型の分布となり、禰津、Rodi<sup>7)</sup> のレーザー流速計による計測結果とほぼ特性が一致する。開水路流では空気管路流の場合と異なり、水面付近で  $\epsilon_{xy}$  がゼロに近づき、これは開水路流と管路流の大きな違いと言える。次に、 $\epsilon_{xy}$  の鉛直分布の平均値を断面全体の平均値  $\bar{\epsilon}_{xy}$  で無次元化した値の横断方向分布を図 1 (b) に示す。側壁近くでは大きな値を取るものがあるが、これはこの付近の  $\partial U / \partial y$  が小さいことも一因となっている。全体としては側壁に近づくにつれて小さくなる傾向が認められる。これは壁面せん断応力の分布の傾向とよく類似していることから、この横断方向の変化を底面の局所的摩擦速度  $u_{*b}$  と関係づけて、最終的に  $\epsilon_{xy}$  は次のように表現することができる。

$$\epsilon_{xy} = \epsilon_1 u_{*b} y (1 - y/H) \quad (4)$$

ここで  $\epsilon_1 = 0.28$  が適当であり、禰津、Rodi の結果に比べて小さかった。また、 $u_{*b}$  は  $z$  の関数である。

次に、図 2 (a) は鉛直方向に平均された  $\epsilon_{xz}$  を  $\bar{u}_*$  と水深  $H$  で無次元化した値の横断方向分布である。これは側壁近傍以外では  $\partial U / \partial z$  がかなり小さな値となるため、中央付近ではかなりばらつくが、側壁近くの分布は  $z/H < 0.5$  の領域で  $\epsilon_{xy}$  と同様な形で次式で与え

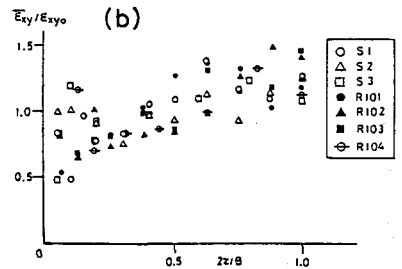
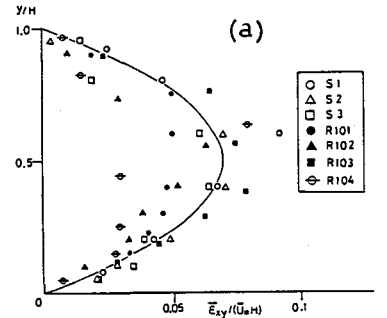


図 1 渦動粘性係数  $\epsilon_{xy}$  の分布特性

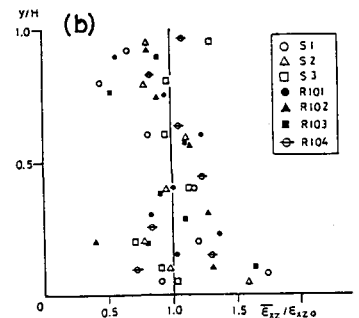
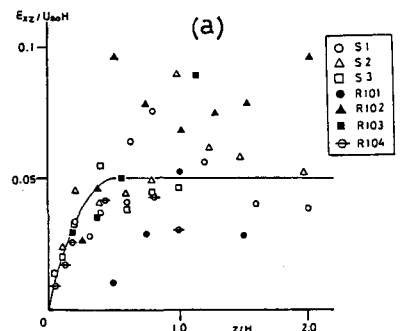


図 2 渦動粘性係数  $\epsilon_{xz}$  の分布特性

られるとした。 $z/H > 0.5$  の領域ではばらつきが大きい、縦筋河床の実験結果から推測して<sup>3)</sup>、一定値とした。

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xz} &= \varepsilon_2 \bar{U}_x \cdot z(1 - z) & (z/H < 0.5), \\ \varepsilon_{xz} &= 0.25H\varepsilon_2 & (z/H \geq 0.5) \end{aligned}$$

ここに、 $\varepsilon_2$  は 0.2 が最適であった。この  $\varepsilon_{xz}$  の横断方向の平均値を断面全体の平均値  $\varepsilon_{xz0}$  で無次元化した値の鉛直分布を図 2 (b) に示す。底面付近でやや大きな値が現れ、水面近くでやや小さくなる傾向にあるが、ほぼ鉛直方向に一定と考えられる。

次に、渦動粘性係数の分布に及ぼす二次流の影響について、最も明確な二次流が発生した横断方向に粗度の変化する流れ (ケース L101)<sup>3)</sup> と横断方向に河床高の変化する流れ (ケース K)<sup>8)</sup> の実験結果から検討した。図 3、4 はそれぞれ  $\varepsilon_{xy}$ 、 $\varepsilon_{xz}$  の鉛直分布の平均値を断面平均値で除した値の横断方向分布を示したものである。 $\varepsilon_{xy}$  はケース L101 では滑面上で大きく粗面上で小さいが、ケース K では凸部上で大きく凹部上で小さい。すなわち、 $\varepsilon_{xy}$  は二次流の上昇流部で大きくなり、下降流部で小さくなり、鉛直方向の流速  $V$  の影響を受けることがわかる。次に  $\varepsilon_{xz}$  の分布を見ると底面の状態に影響された横断方向の変化は明確ではなく、ほぼ一定とみなせる。したがって  $\varepsilon_{xz}$  は鉛直方向の流速  $V$  の影響を受けないものと考えられる。 $\varepsilon_{xy}$  および  $\varepsilon_{xz}$  に及ぼす横断方向の流速  $W$  の影響については、長方形断面の場合についてみる限り、ほとんどみられなかった。以上より、 $\varepsilon_{xy}$  の分布は次のように与えられる ( $\alpha = 0.1$ )。

$$\varepsilon_{xy} = \varepsilon_1 U_{xb} \cdot y(1 - y/H) \cdot \{1 + \alpha(V/U_{xb})\} \quad (7)$$

#### 4 二次流構造のモデル化

二次流構造は、境界条件によって微妙に変化する複雑な面を持っているが、その基本的な構成要素には大きな変化はみられない。二次流の実測値から計算された流れ関数の分布は、長方形の場合は図 5 に示すように領域区分でき、以下のようにモデル化が可能となる。いま、基本的に流れ関数を  $\psi = \text{Amp} \cdot P_y \cdot P_z$  として与える。ここに、Amp は二次流の大きさを示す定数で、 $P_y$ 、 $P_z$  はそれぞれ  $y$ 、 $z$  の関数であり、図中の記号を使って各領域で次のように与えられる。

①の領域 ( $l_{y1} < y \leq H$ 、 $z \leq l_{z2}$ )

$$P_y = \sin(\pi(y - l_{y1})/(H - l_{y1})), P_z = \sin(\pi z/l_{z2})$$

②の領域 ( $y \leq l_{y1}$ 、 $z \leq l_{z1}$ )

$$P_y = \sin(\pi y/l_{y1}), P_z = \sin(\pi z/l_{z1})$$

③の領域 ( $y \leq (H + l_{y1})/2$ 、 $l_{z1} \leq z \leq l_{z2}$ )

$$P_y = \sin(\pi y/H), P_z = \sin(\pi(z - l_{z1})/(l_{z2} - l_{z1}))$$

④の領域 ( $l_{z2} \leq z \leq l_{z3}$ )

$$P_y = \sin(\pi y/H), P_z = \sin(\pi(z - l_{z2})/(l_{z3} - l_{z2}))$$

ただし、①と③の重なり合う領域は①の式と③の式から計算

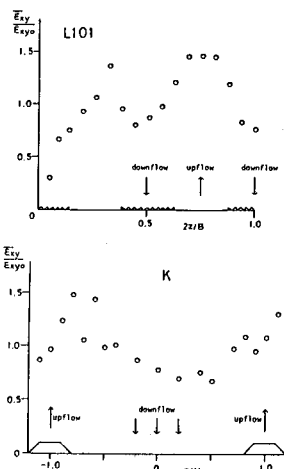


図 3  $\varepsilon_{xy}$  に及ぼす二次流の影響

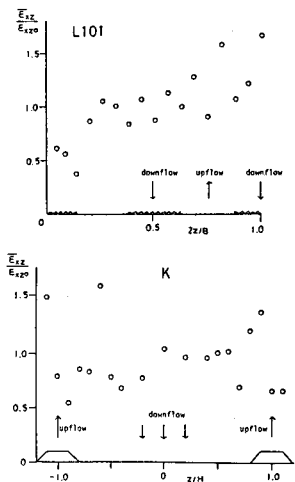


図 4  $\varepsilon_{xz}$  に及ぼす二次流の影響

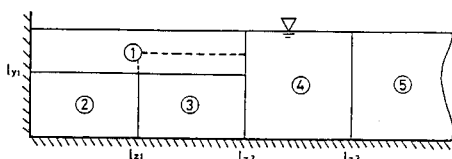


図 5 長方形開水路の二次流領域区分

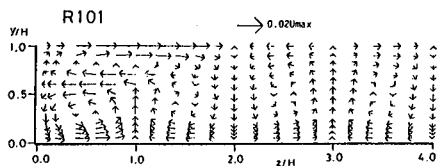


図 6 モデル化された二次流ベクトルの一例

された値を合成したものとする。 $l_{z1} \sim l_{z3}$ は側壁と底面の相対的な粗度の比によって変化する。また、 $Amp$  はすべてにおいてほぼ同オーダーであり、最大主流速  $U_{max}$  に比例すると考えられる。特に側壁の影響のない中央領域の並列らせん流は④の領域と同様に並列らせん流の数に応じて与えられる。これによって計算された二次流ベクトル図の一例を図6に示すが、これは実験によって得られた二次流構造をモデル的によく再現しており、本研究のような二次流の統一的な表現がある程度可能であることがわかる。

## 5. 二次流と主流の相互作用

以上のように得られた渦動粘性係数と二次流を用いて、式(1)の数値計算を行うことができる。境界条件は、長方形断面において次のようである。

$$\begin{aligned} \partial U / \partial z &= 0 & \text{at } z = B/2 \quad (\text{水路中央}) \\ \partial U / \partial y &= (\alpha / \nu) U_s^2 & \text{at } y = H \\ U &= \langle U_{xz} \rangle \ln(M y_1) & \text{at } y = y_1 \\ U &= \langle U_{xy} \rangle \ln(M z_1) & \text{at } z = z_1 \\ M &= 9U_s / \nu \quad (\text{滑面}), \quad M = 30/k \quad (\text{粗面}) \end{aligned} \quad (8)$$

ここに、 $U_s$ は水面での流速、 $y_1, z_1$ は計算メッシュの第1格子点の壁からの距離であり、底面および側壁からの対数則の成立領域内に取られる。また、 $U_{xz}, U_{xy}$ は底面および側壁の局所的摩擦速度、 $k$ は粗度高さ、 $\alpha$ は定数である。水面での境界条件は一般に水面で鉛直方向の流速勾配がゼロとなるようにとられ、これは管路流では正しいが、開水路では渦動粘性係数  $\epsilon_{xy}$  が水面でゼロとなるため式(1)において  $\partial U / \partial y$  がゼロ近いところで発散する傾向にある。したがって、水面に関して  $U(y)$  の分布は管路流と異なり、非対称と考えるのが現実的であり、水面上で  $\partial U / \partial y \neq 0$  と考えられる。式(8)はこのことが考慮されている。すなわち、水面のごく近傍では粘性が重要な役割を果たすと考えられ、粘性せん断応力が表面流速に比例すると仮定したものである。ここで  $\alpha$  は0.0005から0.0015の値が適当であった。壁面での境界条件において  $U_{xz}$  および  $U_{xy}$  はそれぞれ  $z$  および  $y$  の関数であるが、計算の初期値としては潤辺平均の摩擦速度  $\bar{u}_*$  を用い、第2格子点の  $U$  の値から対数則により  $U_s$  を再計算し、この  $U_s$  を用いて第1格子点の  $U$  を求め直すという方法をとった。側壁の影響のない場合は、計算領域を  $-2 \leq z/H \leq 0$  の区間にとり、ここで対称条件となる他は(8)と同様である

以上の計算手法を用いて計算された長方形断面での主流速  $U$  の等速度線を図7に示す。また、図8に、二次流が存在しないと仮定して計算された結果を比較のために示した。これから、水面縦渦による水面での減速が、最大主流速の1～2%程度の二次流によって引き起こされることが確認される。すなわち、底面縦渦によるコーナー近くの底面での減速領域が現れ、開水路に特有な側壁に向かって突出した等値線パターンがよく再現されている。図7の(a)の中央領域でみられるように、並列らせん流が発生している場合については、上昇流部で減速され下降流部で加速される波状の分布がよく再現されている。次に、この主流速分布

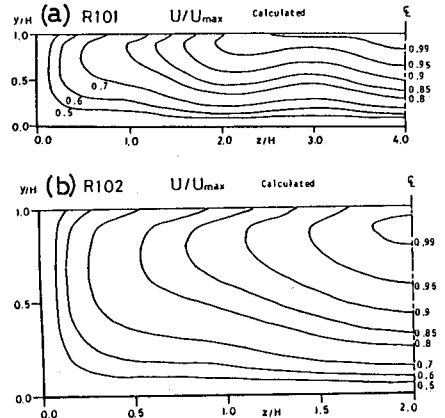


図7 計算された等流速線（二次流有り）

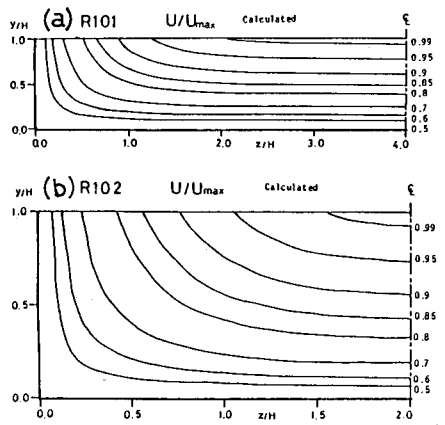


図8 計算された等流速線（二次流無し）

によって得られるせん断応力を図9に示す。底面上の分布は上昇流部で減少、下降流部で増大し、これもまた、二次流の影響がよく表されている。実験で得られた二次流と主流の関係が良好に再現されており、これらの関係が運動方程式から示された意義は大きい。次に、図10はレイノルズ応力  $-\overline{uv}$  および  $-\overline{uw}$  の等値線の一例であり、これも実験結果とよく一致している。全体として計算値はよく実験値と一致し、渦動粘性および二次流に関する仮定がほぼ妥当であったといえる。

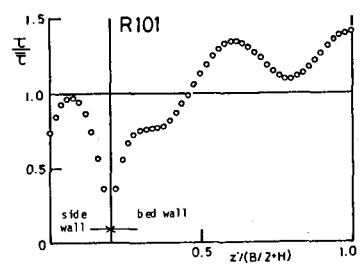


図9 計算されたせん断応力分布

次に、底面が一樣な滑面である場合に同様の並列らせん流を与えた場合の計算結果について検討する。この  $U$ 、 $-\overline{uv}$  の上昇流部と下降流部における鉛直分布、および摩擦速度  $u_x$  の横断分布を図11に示す。 $U$  は片対数プロットとしているが、直線の傾きが縦筋河床と同様に途中で勾配が変化していることがわかる。この場合も底面の摩擦速度分布は上昇流部で小さく下降流部で大きくなっているが、 $-\overline{uv}$  は縦筋河床のように底面近くで両方の分布が交わらなくなる。この場合はさらに底面近くで両方の大きさが逆転することが予想されるが、計算ではこれを確かめることができなかった。次に、 $U$ 、 $-\overline{uv}$ 、 $-\overline{uw}$  の横断方向の振幅の鉛直分布を図12に示す。いずれも底面近傍の振幅が縦筋河床に比べて大きい、 $y/H > 0.5$  でほとんど一致する。

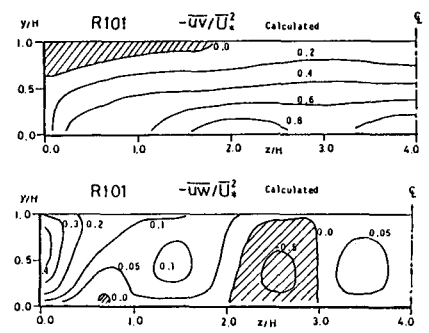


図10 計算されたレイノルズ応力分布

#### 6. 横断方向の運動量輸送に関する考察

式(2)において、底面が一樣な滑面の場合の流れに一封の並列らせん流を与えたときの  $I_{xz}$ 、 $-I_{xz}$  およびその和の計算結果を図13に示す。 $-I_{xz}$  を運動量の輸送の結果としての働いた力と考えると乱れによるせん断力と移流によるせん断力の向きは逆で  $-I_{xz}$  の方が大きく、その差が下降流部で流体を加速し、上昇流部で減速する力となって働くことがわかる。これより計算される底面せん断応力は、図9の  $u_x$  の得られたものと一致する。このことからレイノルズ応力項が無視されるという仮定は正しくない

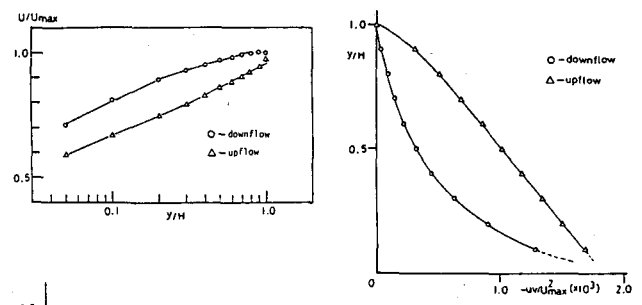


図11 計算された  $U$  と  $-\overline{uv}$  の鉛直分布と  $u_x$  の横断分布

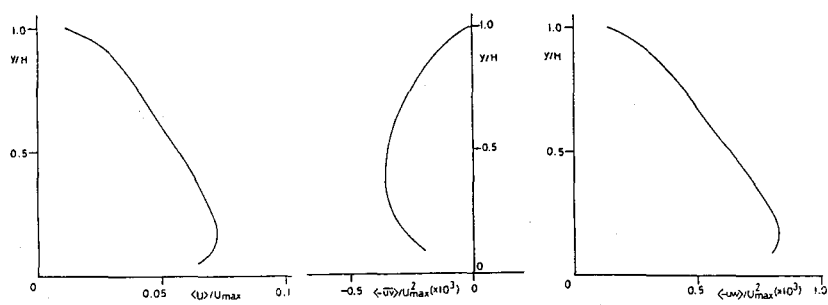


図12 各量の横断方向振幅の分布

いといえる。これは、 $W$  の大きなところで  $-UW$  と  $-\overline{uw}$  を比較すれば、 $-UW$  の方がずっと大きい。水深で積分すれば、 $-UW$  は底面側と水面側で相殺され、 $-\overline{uw}$  の積分値と同オーダーになってしまうからである。したがって、 $-\overline{uw}$  を無視したせん断応力の不均衡からの二次流の見積りは過大評価につながると考えられる。また、一般に浅水流解析においては、逆に二次流の影響を考慮せずに勾配型の拡散のみを考え、渦動粘性係数と同様の拡散係数を用いているが、二次流による運動量輸送の効果は流速の横断方向の勾配に関係づけられず、むしろ主流速の鉛直方向の分布が重要となる。したがって、このような流れにおいては、二次流の分布を大まかに予測して、これによる輸送効果を考慮する必要があると考える。

## 7. 浮遊砂輸送に及ぼす二次流の効果のシミュレーション

ここでは基本流が二次元である流れ場において、二次流が存在する場合について二次流の影響を検討してみる。計算領域として一對の並列らせん流の存在する流れを考える。このとき、境界条件は、水面で  $C=0$ 、 $y=0.05H$  で  $y=Ca$ 、 $z/H=-2.0$  の対称面で  $\partial C/\partial z=0$  とし、基準点濃度  $Ca$  としては、池田、西村<sup>9)</sup>による  $Ca = 2.31 \times 10^{-4} (U_x/W_o)^{1.6}$  を用いた。

$W_o/\alpha U_x=0.5$  としたときの計算から得られた濃度分布の等値線を図14に示す。底面付近では下降流部の方が  $U_x$  が大きいので濃度も濃くなっているが、底面から離れた領域では、二次流の下降流部で濃度は小さくなり、上昇流部で大きくなることがわかる。また、二次流が存在しないとした場合の濃度の鉛直分布とともに、上昇流部と下降流部の濃度分布を図15に併示した。

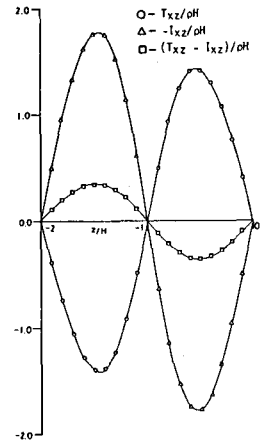


図13 計算された  $T_{xz}$  と  $I_{xz}$  の横断分布

## 8. あとがき

本章では、二次流と主流の相互作用を明らかにするために、まず渦動粘性係数の分布を検討し、さらに計測された二次流を流れ関数によって一般的な形でモデル化した。これらを用いて運動方程式を数値計算した結果、計算された主流速およびレイノルズ応力の分布は実験値とほぼ一致することがわかった。したがって、渦動粘性係数および二次流に関する仮定が妥当であることが確認された。二次流の流砂輸送におよぼす効果については、浮遊砂輸送における二次流の効果についてのみ検討した。運動方程式のシミュレーションで用いたと同様の仮定を用いて数値計算を行った結果、二次流の上昇流部で浮遊砂量が増大することがわかった。掃流砂に及ぼす二次流の効果については、壁面せん断応力の分布に及ぼす二次流の効果を考えることによって検討される。

### <参考文献>

- 1) 富永、江崎：土木学会論文集、第357号/Ⅱ-3, 1985, 2) Tom inaga, Nezu: 3rd ACFM, Tokyo, 1986, 3) 富永、江崎、中村：第41回年講, 1986, 4) Naot, Rodi: ASCE, vol. 108, HY8, 1982, 5) 黒木、岸力：土木学会論文報告集、第312号、1981, 6) Odgaard: ASCE, vol. 110, HY7, 1984, 7) Nezu, Rodi: ASCE, HY5, 1986, 8) 中川、橋津、富永、大石：関西支部年講、Ⅱ-40, 1982, 9) 池田、西村：土木学会論文集、第369号/Ⅱ-5, 1986

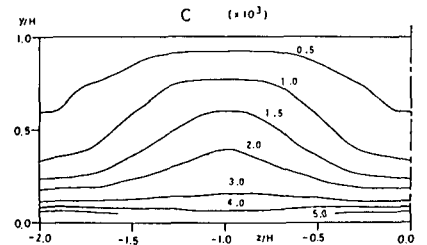


図14 計算された浮遊砂濃度の等値線

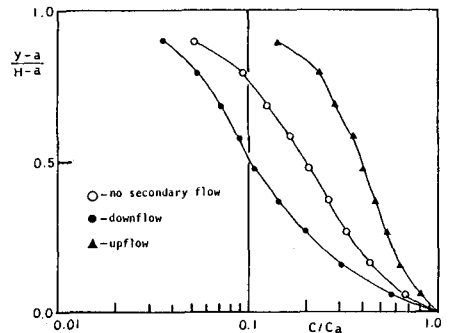


図15 計算された浮遊砂濃度の鉛直分布