論　文

逐次型オークションの入札戦略決定手法：準線形効用と予算制約の導入

服部　宏充[†]　横尾　真[††]　櫻井　祐子[††]　新谷　虎松[†]

Determining Bidding Strategies in Sequential Auctions: Quasi-Linear Utility and Budget Constraints

Hiromitsu HATTORI[†], Makoto YOKOO[††], Yuko SAKURAI[††], and Toramatsu SHINTANI[†]

あらまし　インターネットオークションに関する研究が盛んである．これまでに，オークションの一形式である逐次型オークションにおいて，動的計画法を用いて最適な入札戦略を求める手法が提案されている．しかし従来の手法では，入札を行うエージェントの効用が一般的な加法的な形式であることを仮定しており，入札の途中での所持金の額を，動的計画法で考慮する状態中に表現する必要があった．このため，初期状態での所持金の額 m が大きくなった場合に，考慮すべき状態数が非常に大きくなるという問題点があった．本論文では，エージェントの効用が，加法的な形式の一種である準線形と呼ばれる形式であると仮定することで，状態数を効用が加法的な形式の場合の $1/m$ に削減し，動的計画法を用いて最適戦略が得られることを示す．また，実験的評価により，m 倍以上の処理時間の高速化が得られることを示す．一方，エージェントの効用が準線形であると仮定した場合，予算制約を表現することが不可能となる．本論文では，準線形の効用を仮定して得られた戦略を修正し，予算制約が存在する場合の準最適戦略を高速に得る方法を提案し，実験的評価により提案手法の有効性を示す．

キーワード　逐次型オークション，準線形効用，予算制約，入札戦略

1. まえがき

インターネットオークションは急激に発展してきている電子商取引の一形式であり，現在，数多くの商業オークションサイトが存在している [4], [13]．インターネットオークションに関しては，理論的なものから実践的なものまで様々な研究が存在する [6], [7], [17], [18], [22]～[25]．

インターネットオークションの発展により，世界中で行われている多数のオークションへの参加が可能になったが，その際に，入札者が複数の財に対して，補完的/代替的な選好をもつ場合が考えられる．例えば，アメリカの連邦通信委員会（FCC）の無線周波数帯オークション [11] では，入札者が，隣接する地域の周波数帯の利用権を同時に得ることを希望することが考えられる（隣接する地域の利用権は補完性をもつ）．しかしその一方で，ある地域の利用権が得られるならば，具体的にどの周波数帯が割り当てられるかに関しては無関心である（同じ地域内の周波数帯は代替性をもつ）ことが予想される．

このような複数の財に対する補完的/代替的な選好を表明できるオークション方式として，組合せオークションが提案されており，活発な研究が行われている [8], [9], [11], [20], [21]．組合せオークションでは，価値に依存関係のある複数の財が同時に販売され，入札者は任意の財の組合せに対して入札を行うことが可能である．財の割当て方法は，入札額の合計が最大化されるように決定される．組合せオークションを用いることにより，参加者の効用と売り手の収入の双方を増加することが可能となるが，組合せオークションを現実に適用するには種々の問題点がある．組合せオーク

† 名古屋工業大学知能情報システム学科，名古屋市
Department of Intelligence and Computer Science, Nagoya Institute of Technology, Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya-shi, 466–8555 Japan
†† 日本電信電話株式会社 NTT コミュニケーション科学基礎研究所，京都府
NTT Communication Science Laboratories, NTT Corporation, 2–4 Hikaridai, Seika-cho, Soraku-gun, Kyoto-fu, 619–0237 Japan

ションのプロトコルは，現存する商業オークションサイトで用いられているプロトコルとは異なる複雑なものである．そのため，実際に適用するためには，売り手側ではシステムの変更が必要となり，参加者側ではプロトコルの理解が必要となる．また，最適な割当てを決定することは NP 完全であることが知られている [5], [16], [19].

一方，逐次型オークションとは，単一財のオークションを逐次的に連続して行うことによって複数の財を販売するオークション方式である [8]．実際のインターネットオークションでは，財は個別に売られることが多いため，逐次型オークションはインターネットオークションのモデル化に適していると考えられる．文献 [3] では，逐次型オークションにおいて，いくつかの仮定のもとに，入札者が動的計画法を用いて期待効用を最大化する最適な入札戦略を求める手法を提案している．しかしながら，文献 [3] の定式化では，入札者の効用が一般的な加法的な形式（additive form）であることを仮定しており，オークションの途中での所持金の額を，動的計画法で考慮する状態中に表現する必要があった．このため，初期状態での所持金の額 m が大きくなった場合に，考慮すべき状態数が非常に大きくなるという問題点がある．

本論文では，入札者の効用が，加法的な形式の一種である準線形と呼ばれる形式（quasi-linear form）であることを仮定する．この仮定により，状態中で所持金の額を表現せず，かつ，財に対する支払額を状態遷移に伴うコストとして表現することで状態数を抑え，動的計画法を用いて最適戦略が得られることを示す．また，実験的評価により，m 倍以上の処理時間の高速化が得られることを示す．

また，加法的な形式では表現できるが，準線形の形式では表現できない実用上重要な場合として，予算制約 [12] が存在する場合がある．本論文では，準線形の効用を仮定して得られた戦略を修正して，予算制約が存在する場合の準最適戦略を高速に得る手法を提案し，実験的評価により提案手法の有効性を示す．

本論文の構成を以下に示す．**2.** では準備として，逐次型オークションに関連した種々の用語，記法の定義を行う．**3.** では，文献 [3] で示されている問題の表現方法と，動的計画法を用いた解法を示し，その問題点を指摘する．**4.** で，準線形の効用を仮定した場合の新しい問題の表現方法を示し，動的計画法で考慮すべき状態数が削減可能であることを示す．更に実験的評価により，m 倍以上の処理時間の高速化が得られることを示す．**5.** では，予算制約を満足する準最適な戦略を求める手法を示し，提案手法の有効性を実験的に評価する．**6.** では，本論文での提案手法によって得られた高速化に関して更に議論する．

2. 準　備

本章では，本論文における基本的な用語と記法を定義する．オークションにかけられる財が n 個あるとして，各財を $r_1, r_2, \ldots, r_n$ と表し，財はこの順にオークションにかけられるものとする．各財のオークションは $A_1, A_2, \ldots, A_n$ と表す．簡単のため，各財のオークションプロトコルは，実世界においても頻繁に用いられている第 1 価格秘密入札オークション [15] のプロトコルが用いられるものとする．第 1 価格秘密入札オークションでは，各入札者は他者の入札値を知らされずに入札を行い，最も高い入札値をつけた入札者がその価格で財を落札する．以下本論文では，財に対して入札を行う特定のエージェントに注目して，このエージェントの最適戦略を求める方法について考察する．財 r_i のオークション A_i に関して，エージェントは他のエージェントの最高入札額 h を予測する分布関数 $F_i(h)$ をもっているものとし，かつ，各オークションにおける最高入札額の分布は互いに独立であるとする．簡単のため，最高入札額を申告したエージェントが複数存在する場合でも，このエージェントが財を落札できるとする．この定義により，エージェントは，財 r_i のオークション A_i において z なる入札をした場合に財を得られる確率を，分布関数 $F_i(h)$ を用いて，$F_i(z)$ として得ることができる．また，確率 $F_i(z)$ は他の財の落札状況には依存しない．

文献 [3] に示されているように，これは非常に強い仮定であり，オークションに参加しているエージェントが，互いの行動とは独立に入札額を決定することを意味している．すなわち，エージェントは，既に終了している，若しくは今後行われるオークションを考慮して戦略を決定するのではなく，現在オークションにかけられている財に関する最高入札額の分布関数のみに基づき，近視眼的に戦略を決定する．ただし，他のエージェントの財に対する評価値を事前に正確に見積もることは困難であるため，実際には，エージェントのもつ分布関数は，財を得られる確率に関する推定値を得るための関数となる．エージェントは，この分布関数から得られる推定値が正しいと仮定した場合の最

適な戦略を求める．また，他のエージェントの最高入札額の分布は，文献 [3] に示されているように，エージェントが経験を通して修正していくことが可能である．

すべての財の集合 $R=\{r_1,r_2,\ldots,r_n\}$ の部分集合 $R_s\subset R$ に関して，エージェントの R_s に対する評価値を $v(R_s)$ と記述する．この財の集合の評価値は，他のエージェントの評価値に依存することなく決定される．このような財を個人価値の財と呼ぶ [10], [15]．個人価値の財という仮定は，理論的な解析を容易にするために一般によく用いられる [25].

3. 加法的な効用に基づく動的計画法

逐次型オークションでは，エージェントは個々の財に関して入札額を決定する必要がある．複数の財の価値の間に，補完的/代替的等の依存関係が存在する場合には，個々の財に対する入札額をどのように決定するかが問題となる．そこで文献 [3] では，動的計画法 [2] を用いて最適な入札戦略を求める手法が提案されている．動的計画法は，マルコフ意思決定問題 [14] において最適な戦略を求めるための手法である．マルコフ意思決定問題とは，状態の集合と各状態で実行可能なアクションの集合，及び各状態で任意のアクションを実行した場合の遷移確率と遷移に伴う報酬/コストが与えられたときに，報酬/コストの和を最適化する行動の系列を決定する問題である．

文献 [3] の手法では，エージェントの効用が加法的な形式であることが仮定されている．エージェントの効用が加法的であるとは，すべての財のオークションが終了した時点において，エージェントが落札した財の集合を R_s，所持金を d とした場合に，エージェントの効用が以下の式で与えられることをいう．

$$v(R_s)+f(d)$$

ここで f は，所持金に対して何らかの効用を与える任意の（増加）関数である．

最適な戦略を得るために，意思決定過程，すなわち複数のオークションに参加する過程を $n+1$ 個のステージに分割し，各ステージを参照するための整数値のタイムインデックス t $(0\leqq t\leqq n)$ を割り当てる．最初の n 個のステージでは，財に対する入札が行われる．最後の $n+1$ 番目のステージは，すべてのオークションが終了した後の状態である．つまり，$0\leqq t\leqq n-1$ の範囲では，エージェントはステージ t において，オークション A_t に参加していることになる．また，あるステージ t において，入札者の所有財の集合が R_s，所持金が d である状態を，これらの組合せ $\langle R_s,d\rangle^t$ で表現する．入札戦略 π は，状態から入札額に対するマッピングであり，$\pi(\langle R_s,d\rangle^t)=z$ は，ステージ t において，所有している財の集合が R_s で，所持金が d である場合に，財 r_{t+1} に対して，z を入札することを意味する．また，現在の状態が $\langle R_s,d\rangle^t$ である場合に，戦略 π を実行して得られる期待効用を $V^\pi(\langle R_s,d\rangle^t)$ と記述する．初期状態でのエージェントの所持金の額を m とすると，戦略 π を実行した場合の期待効用は $V^\pi(\langle\emptyset,m\rangle^0)$ で与えられる．

最適戦略 π^* は以下のように定義される．ただし，ステージ n における状態 $\langle R_s,d\rangle^n$ では，$V(\langle R_s,d\rangle^n)=v(R_s)+f(d)$ とする．

$$\begin{aligned}
&Q(\langle R_s,d\rangle^t,z)\\
&\quad=F_{t+1}(z)\cdot V(\langle R_s\cup\{r_{t+1}\},d-z\rangle^{t+1})\\
&\qquad+(1-F_{t+1}(z))\cdot V(\langle R_s,d\rangle^{t+1})\\
&V(\langle R_s,d\rangle^t)=\max_{z\leqq d}Q(\langle R_s,d\rangle^t,z)\\
&\pi^*(\langle R_s,d\rangle^t)=\operatorname*{argmax}_{z\leqq d}Q(\langle R_s,d\rangle^t,z)
\end{aligned}$$

ここで，$Q(\langle R_s,d\rangle^t,z)$ は，ステージ t のある状態 $\langle R_s,d\rangle^t$ において z なる入札をした場合の期待効用を表す．また，$V(\langle R_s,d\rangle^t)$ は，状態 $\langle R_s,d\rangle^t$ において z なる入札をした場合の最大の期待効用，すなわち最適戦略から得られる期待効用を表す．この定式化では，状態遷移に伴う報酬/コストは 0 としている．値反復 [14] を実行することにより，最適戦略 π^* を求めることができる．つまり，ステージ $t+1$ における状態の期待効用に基づき，ステージ t における状態の最適戦略が計算され，その繰返しにより，最終的にすべての状態の期待効用，及び最適戦略が決定される．

図 1 (a) に，以下の簡単な例題における最適戦略を示す．財は r_1と r_2 の 2 個で，初期状態での所持金は 4 とし，財の集合に対する評価値は，両方の財を所有する場合にのみ 4，その他の場合は 0 とする．また，各財に対する他のエージェントの最高入札額は，どちらの財に関しても，確率 1/2 で 1，確率 1/2 で 2 とする．すなわち，0 を入札すると勝つ確率は 0，1 を入札すると 1/2，2 以上を入札すると 1 である．また，最終状態での所持金 d の評価値は d そのものであるとする．

図 1 (a) では，最適戦略をとった場合に遷移する可

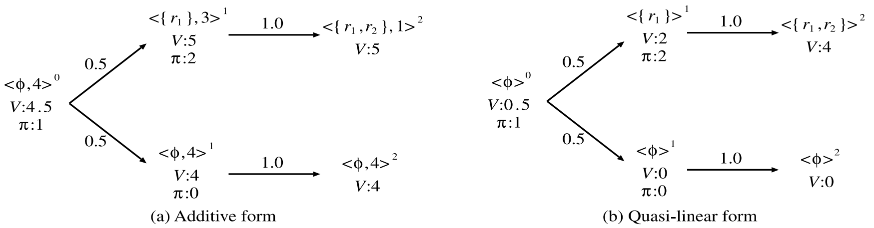

図 1　最適入札戦略の例
Fig. 1　An example of the optimal bidding strategy.

能性のある状態，及びその状態の評価値 V と戦略 π を示し，状態遷移を矢印で，遷移確率を矢印上の数値で示している．この例における最適戦略では，財 r_1 に対して 1 を入札する．その結果，確率 1/2 で財 r_1 が得られ，確率 1/2 で財を得ることができない．もし財 r_1 が得られた場合は，財 r_2 には 2 を入札し，確実に両方の財を入手する．この場合の効用は $4+1=5$ となる．一方，財 r_1 が得られなかった場合は財 r_2 を得ても無駄であるから，財 r_2 には 0 を入札する．すなわち，オークションに参加しない．この結果得られる効用は，所持金の効用 4 に等しい．よって，この例における最適戦略の期待効用は $0.5\times5+0.5\times4=4.5$ となる．

本章で述べた，加法的な効用に基づく問題表現を用いた場合の，ステージ t における状態数を考える．まず，ステージ t までに落札した財による，可能な財の組合せの個数は 2^t であり，初期状態の所持金を正整数 m とすると，財を全く得ていない場合以外では，可能な所持金のバリエーションの数が $m+1$ となる．したがって，ステージ t における状態数は $(2^t-1)\times(m+1)+1$ となり，更にすべての状態数の合計は $O(m\times2^n)$ となる．このため，初期状態での所持金が多額である場合，状態数は非常に大きくなる．状態数を減らす方法として，各状態で考慮する入札額の刻みを粗くする（e.g., $100 単位）ことが考えられる．しかし，すべてのエージェントが同様な粗い刻みで入札することが保証されていない場合，粗い刻みで入札額を決定することにより，期待効用が減少する可能性が生じる．

4.　準線形効用に基づく動的計画法

本章では，エージェントの効用が加法的な形式の一種である準線形 [10] で定義される場合に，状態中に所持金を表現する必要がなく，状態数を効用が加法的な形式の場合の $1/m$ に削減可能であることを示す．

4.1　基本的なアイデア

逐次型オークションのある時点においてエージェントが財の集合 R_s を得ており，財に対する支払額の合計を Z_{R_s} とすると，準線形の効用は以下の式で定義される．

$$v(R_s)-Z_{R_s}$$

すなわち，エージェントがオークションに参加した場合の効用は，得られた財の集合の評価値と支払額の合計の差分で与えられる．この準線形の効用という仮定は，オークション，及びメカニズムデザイン等のミクロ経済学の研究で頻繁に用いられているものである [10]．

効用が加法的な形式で与えられている場合，初期状態の所持金の効用 $f(m)$ を効用の基準値として定義し直すと，オークションに参加しない場合の効用は 0 となる．このとき，エージェントが財の集合 R_s を所有しており，それらの財に対する支払額の合計が Z_{R_s} である場合の効用は，$v(R_s)+f(m-Z_{R_s})-f(m)$ となる．したがって準線形の効用は，加法的な効用において，$f(x)=x$ とおいた場合に等しくなる．エージェントがオークションで支払う金額が比較的少なく，オークション以外で得る財に対する影響が少ない場合（より正確には所得効果がない場合 [10]）には，準線形の効用という仮定は妥当なものであると考えられる．

4.2　準線形効用に基づく入札戦略決定の詳細

4.2.1　準線形効用に基づく問題表現

準線形の効用を仮定した場合，問題の表現が簡単化できることを以下に示す．

エージェントの効用が加法的な形式である場合，ステージ t の状態は，所有している財の集合と所持金の組 $\langle R_s,d\rangle^t$ で表現されていた．一方，準線形の効用を仮定して，エージェントの入札する金額に上限を設け

ない場合（e.g.，利子なしで借金をして支払うことが可能な場合），二つの状態 $\langle R_s, d\rangle^t$ と $\langle R_s, d'\rangle^t$ では，それ以降の最適な戦略は全く同一である．すなわち，無料で R_s を得ていようとも，100 万ドルを支払って R_s を得ていようとも，それ以降のオークションにおける最適な戦略は全く同一である．また，ステージ n の二つの状態，$\langle R_s, d\rangle^n$ と $\langle R_s, d'\rangle^n$ の効用の差は，所持金 d と d' の差に等しい．以上の性質により，状態に所持金を含めず，かつ，支払額を状態遷移に伴うコストとして問題が定式化可能である．

したがって，ステージ t の状態は，所有する財の集合 R_s のみを用いて，$\langle R_s\rangle^t$ と記述できる．入札戦略 π は状態から入札額に対するマッピングであり，各状態に関して $\pi(\langle R_s\rangle^t) = z$ は，財の集合 R_s を得ている場合に，財 r_{t+1} に対して z を入札することを意味する．以下，本論文では，状態 $\langle R_s\rangle^t$ で戦略 π を実行した場合に得られる期待効用を $V^\pi(\langle R_s\rangle^t)$ と記述する．また，初期状態で戦略 π を実行した場合の期待効用は $V^\pi(\langle\emptyset\rangle^0)$ で与えられる．

4.2.2　準線形効用に基づく最適入札戦略

4.2.1 で述べた問題表現に基づき，準線形効用を仮定した場合の最適入札戦略 π^* が以下のように定義できる．ただし，ステージ n における状態 $\langle R_s\rangle^n$ では，$V(\langle R_s\rangle^n) = v(R_s)$ とする．

$$
\begin{aligned}
&Q(\langle R_s\rangle^t, z)\\
&\quad = F_{t+1}(z)\cdot(V(\langle R_s \cup \{r_{t+1}\}\rangle^{t+1}) - z)\\
&\qquad +(1-F_{t+1}(z))\cdot V(\langle R_s\rangle^{t+1})\\
&V(\langle R_s\rangle^t) = \max_z Q(\langle R_s\rangle^t, z)\\
&\pi^*(\langle R_s\rangle^t) = \operatorname*{argmax}_z Q(\langle R_s\rangle^t, z)
\end{aligned}
$$

ここで，$Q(\langle R_s\rangle^t, z)$ は，ステージ t のある状態 $\langle R_s\rangle^t$ において z なる入札をした場合の期待効用を表す．また，$V(\langle R_s\rangle^t)$ は，状態 $\langle R_s\rangle^t$ において z なる入札をした場合の最大の期待効用，すなわち最適戦略を用いて得られる期待効用を表す．効用が加法的な場合と同様，値反復を実行することにより，最適戦略 π^* を求めることができる．

上述の定義に基づいて最適な入札戦略を求める過程では，各状態で考慮すべき入札額 z の上限を，$V(\langle R_s \cup \{r_{t+1}\}\rangle^{t+1})$ と $V(\langle R_s\rangle^{t+1})$ の差分で抑えられる．明らかに，この差分以上の金額を入札するよりは，0 を入札した方が期待効用は大きくなる．一方，文献 [3] で議論されているように，効用が加法的な形式である場合，各状態において考慮する入札額に上限を設ける適切な方法は存在しない．$f(x) = x$ とおいた場合に，準線形効用を仮定せず，一般的な加法的な形式で効用を表現した場合，すべての財を得た場合の効用を入札額の上限とすることができる．しかしこの上限は，準線形の効用の場合に定まる上限よりも大きくなるため，考慮すべき入札額は明らかに多くなってしまう．

図 1 (b) では，図 1 (a) と同じ問題に関して，最適戦略をとった場合に遷移する可能性のある状態，及びその状態の評価値 V と戦略 π を示し，状態遷移を矢印で，遷移確率を矢印上の数値で示している．図に示されるように，最適戦略は (a)，(b) どちらの表現でも同じである．また各状態での V の値は，(a) の表現において各状態での所持金の効用を基準とすれば，(a)，(b) どちらの表現でも同じ値となる．例えば，(a) の初期状態では所持金は 4，V は 4.5 であるので，所持金 4 の効用を基準とすれば，最適戦略をとることにより効用は 0.5 増加することになる．この値は (b) の表現における V の値と同じである．

効用が加法的な形式である場合，初期状態の所持金を正整数 m とすると，ある財の組合せを得ている状態に関して，可能な所持金のバリエーションの数が $m+1$ であるため，状態数の合計は $O(m \times 2^n)$ となる．一方，準線形効用を仮定した場合，所持金の額によって状態を区別する必要はない．そのため，ステージ t における状態数は，ステージ t までに落札した財による，可能な財の組合せの個数が 2^t であることから 2^t となり，すべての状態数の合計は，$O(2^n)$ となる．したがって，準線形効用を仮定した場合の状態数は，効用が加法的な形式の場合の $1/m$ に削減される．

4.3　準線形効用の導入手法の評価

本節では，提案した準線形効用の導入に基づく新しい問題表現の有効性を実験によって評価し，得られた結果に関する考察を行う．

本実験では，財の数は偶数で n 個あると仮定し，初期状態の所持金を m とする．エージェントは，奇数番号の財の集合である $\{r_1, r_3, \ldots, r_{n-1}\}$ と偶数番号の財の集合である $\{r_2, r_4, \ldots, r_n\}$ のどちらか一方を手に入れたいとし，それぞれの集合に対して $100 \times n/2$ の評価値を与えると仮定する．二つの集合は互いに代替的であり，どちらか一方の財の集合を得るだけでなく，余分に財を得たとしても，効用は増加しないとす

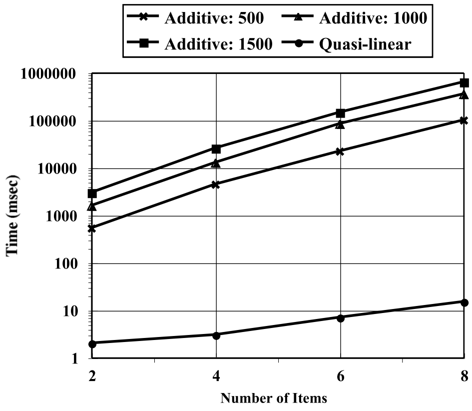

図 2　処理時間の比較
Fig. 2　Comparison on computation time.

る．また，各集合内での財は互いに補完的であり，一つでも得られない財があれば効用は 0 になるとする．更に本実験では，各財の他のエージェントの最高入札額は，$[0, 100]$ で一様に分布していると仮定する．

図 2 は，効用が加法的な形式の場合の問題表現と，本論文で提案した問題表現のそれぞれについて，財の個数 n を変化させた場合に入札戦略が決定されるまでの処理時間を示している．図の横軸は財の数，縦軸は処理時間を表す．図 2 では，効用が加法的な形式である場合に関して，初期状態の所持金が 500，1000，及び 1500 の場合の 3 通りのグラフを示している．本実験は，ワークステーション（170 MHz Sun TurboSparc）上で行い，プログラミング言語には Java を使用した．

本論文で提案した手法では，動的計画法における状態数の合計が，効用が加法的な形式の場合の $1/m$ に削減されることから，m 倍程度の処理時間の高速化が予想できた．しかし実験の結果では，m 倍以上の処理時間の高速化が得られている．提案手法では，状態数の削減だけでなく，各状態における入札額の上限が $V(\langle R_s \cup \{r_{t+1}\}\rangle^{t+1})$ と $V(\langle R_s\rangle^{t+1})$ の差分で抑えられる．そのため，各状態で考慮すべき入札数が削減され，予想以上の処理時間の高速化を得られることが，実験結果からわかる．

5.　予算制約の導入

5.1　基本的なアイデア

これまでに，エージェントの効用が準線形と呼ばれる形式であることを仮定した場合，財に対する支払額を状態遷移に伴うコストとして表現することが可能となることから，状態数を効用が加法的な形式の場合の $1/m$ に削減し，動的計画法を用いて最適戦略が得られることを示した．逐次型オークションを扱う上で，準線形な効用という仮定は十分に一般的なものである．しかしながら，加法的な形式では表現できるが，準線形の形式では表現できない実用上重要な場合として，予算制約が存在する場合がある．予算制約が存在するとは，エージェントがオークションで支払える金額の上限が決まっていることを意味する．効用が加法的な形式である場合，状態中に所持金の額を表現し，かつ支払額が所持金の額を超えないようにすることにより，予算制約の範囲内での最適戦略を得ることができる．一方，準線形の形式では，予算制約が十分大きければ問題は生じないが，予算制約が厳しい場合には，得られた戦略が予算制約のもとで実行不可能となる可能性がある．つまり，**4.** で提案した手法では，入札戦略を決定する過程で所持金が考慮されないため，得られた入札戦略に，合計の支払額が初期状態の所持金以上になるケースが含まれる可能性がある．例えば，図 1 (b) の例において，初期状態の所持金を 2 と仮定した場合，財 r_1 のみを落札したケースでは入札額の合計は 1 となり，問題は生じないが，財の組合せ $\{r_1, r_2\}$ を得るケースでは合計の入札額が 3 となるため，初期状態の所持金を超えてしまう．したがってこの場合，図 1 (b) の最適戦略は明らかに実行不可能となる．

そこで本論文では，準線形の効用を仮定した場合の戦略（予算制約なしの場合の最適戦略）π^* を変形することにより，予算制約のもとで実行可能な準最適な戦略 π' を高速に得る手法を示す．具体的には，π^* で決定された入札額を基準とし，各状態において予算制約を満足するように可能な入札額の上限を設定する．この上限内で最適な入札戦略を動的計画法を用いて決定する(注1)．

5.2　予算制約の導入手法の詳細

5.2.1　入札戦略の決定手順

予算制約を満たす準最適な入札戦略を得るための手法は，以下の二つの手順からなる．

（手順 1）**4.** で述べた，準線形効用を仮定した動的計画法に基づく処理により，予算制約を考慮しない場合の最適な入札戦略 π^* を決定する．

（注 1）：この上限を適切に設定することが可能であれば，得られた戦略は予算制約のもとでの最適戦略となるが，本論文で提案する手法では，入札額の上限は π^* を基準にしたヒューリスティックな方法で決められるため，得られた戦略の最適性は保証できない．

（手順 2）手順 1 で得られた入札戦略 π^* の各状態に関して，ステージ $n-1$ から順に動的計画法に基づく処理を行う．ただし，動的計画法の過程では，予算制約を満たすために，各状態における入札額の上限を計算し，得られた上限の範囲内で入札額を決定する．

提案する手法では，準最適な入札戦略を得るために，動的計画法を 2 回適用することになる．**4. 3** で示したように，予算制約を考慮しない場合は，効用が加法的な形式の場合と比較して，m 倍以上の処理時間の高速化が可能であった．このため，本手法を用いた場合の処理時間は，効用が加法的な形式の場合と比較して，$m/2$ 倍以上高速であることが予想できる．

5. 2. 2 上限の計算

ステージ t の状態 $\langle R_s \rangle^t$ において，戦略 π^* において初期状態 $\langle \emptyset \rangle^0$ からこの状態に到達するまでに支払った金額の合計を Z_{former}，戦略 π^* での最適な入札額を z_{opt} とする．また，状態 $\langle R_s \rangle^t$ で落札に成功した結果の状態 $\langle R_s \cup \{r_{t+1}\} \rangle^{t+1}$ 以降における支払額の合計の最高額を Z_{latter} とする．ここで，Z_{latter} は既に修正された入札額で計算されていることに注意する必要がある．また予算の上限を Z_{bud} とする．

状態 $\langle R_s \rangle^t$ における入札額の上限 z_{max} を以下の式で決定できる．

$$z_{max} = z_{opt} \times (Z_{bud} - Z_{latter})/(Z_{former} + z_{opt})$$

ステージ $t+1$ 以降の状態では既に入札額の調整を終えているため，すべてのケースにおいて予算制約を満たすために，支払額の合計が最も高いケースを想定する．したがって，初期状態 $\langle \emptyset \rangle^0$ から状態 $\langle R_s \cup \{r_{t+1}\} \rangle^{t+1}$ までに支払う金額の合計を $Z_{bud} - Z_{latter}$ 以下とする．この金額を，初期状態 $\langle \emptyset \rangle^0$ から状態 $\langle R_s \rangle^t$ までの $t+1$ 個の状態でどう分配するかが問題となるが，ここでは，π^* で決定された入札額を基準として各状態に比例配分することにより，上限を設定している．本論文で提案する準最適戦略の決定手法では，この z_{max} 以下の入札額に関して $Q(\langle R_s \rangle^t, z)$ を計算し，最適な入札額を決定して，$V(\langle R_s \rangle^t)$ を更新する．

5. 3 予算制約の導入手法の評価

本節では，前節で提案した，予算制約のもとで準最適な戦略を得る手法の有効性を実験的に評価する．

本実験では，前節で提案した手法（Prorated），効用が加法的な場合の手法（Additive），最適入札戦略 π^* を利用したトリビアルな手法（Trivial），及び入札額の上限を所持金を等分割して与える手法（Uniform）によって得られる期待効用を比較している．ここで，トリビアルな手法では，入札戦略 π^* で決定されている入札額の支払いが可能な間は，その金額で入札を行う．もし残りの金額が戦略 π^* で定められた額よりも少ない場合，エージェントは，単純に残っているすべての金額を入札額として決定する．残りの金額が 0 になったときは，エージェントは以後のオークションへの参加を中止する．また，所持金を等分割する手法では，最適戦略 π^* を修正して戦略 π'' を得るが，その過程において，各財に対する入札額の上限を，単純に，ある状態での所持金を残りの財の数で等分割した金額で与える．

ここで，r_1，r_2 及び r_3 の三つの財があり，エージェントの予算制約が 150 で，各財に対する他のエージェントの最高入札額が $[0, 100]$ で一様に分布しており，かつすべての財を落札したときにのみ効用が得られる場合の入札を例として，各々の手法に基づく入札について説明する．まず，効用が加法的な場合の手法では，各ステージにおいて発生し得る財の組合せと所持金からなるすべての状態を列挙した上で，予算制約の範囲内での最適戦略が決定できる．一方，既に述べたとおり，**4.** で提案した手法から得られる最適戦略 π^* では，財の評価値次第で，合計の入札額が 150 を超えてしまう可能性がある．例えば，$v(\{r_1, r_2, r_3\}) = 300$ であり，それ以外の財の組合せに対する評価値が 0 である場合，$\pi^*(\langle \emptyset \rangle^0) = 50$，$\pi^*(\langle \{r_1\} \rangle^1) = 100$，及び $\pi^*(\langle \{r_1, r_2\} \rangle^2) = 100$ となり，合計の入札額は 250 となる．トリビアルな手法では，入札戦略 π^* に従って単純に入札を行うため，財 r_2 のオークションが終了した時点で所持金が 0 となる．その結果，財 r_3 に対する入札額は 0 となり，明らかに期待効用が減少する．したがって，トリビアルな手法では，戦略の修正処理が必要とされない反面，多くの場合で低い効用しか得られないと考えられる．次に，前節で提案した手法では，最適戦略 π^* に基づき，財の落札状況に関するすべてのケースにおいて，合計の入札額が予算制約の範囲内となるように戦略が修正される．本例においては，まず，$\pi'(\langle \{r_1, r_2\} \rangle^2) = 60$ となり，更に $\pi'(\langle \{r_1\} \rangle^1) = 60$ となる．ここで，合計の入札額が予算制約を超えないための財 r_1 に対する入札額の上限は 30 となるが，ここまでの戦略の修正により，状態 $\langle \{r_1\} \rangle^1$ の期待効用が減少していることから，$\pi'(\langle \emptyset \rangle^0) = 25$ となる．提案手法では，最適入札戦略 π^* における入札額に応じて戦略が修正されるため，

期待効用の減少を低く抑えることができると考えられる．また，所持金を等分割する手法では，まず，財 r_1 のオークションにおける入札額の上限が $150/3 = 50$ となるが，$\pi^*(\langle\emptyset\rangle^0) = 50$ であるため，戦略は変わらず $\pi''(\langle\emptyset\rangle^0) = 50$ となる．しかし，財 r_2 のオークションでは，$\pi^*(\langle\{r_1\}\rangle^1) = 100$ であるが，上限が $100/2 = 50$ となるため，$\pi''(\langle\{r_1\}\rangle^1) = 50$ となり，同様に，$\pi''(\langle\{r_1, r_2\}\rangle^2) = 50$ となる．結果的に，戦略 π^* において高い金額で入札されていた財 r_2，及び r_3 の入札額が大幅に低くなってしまう．所持金を等分割する手法では，提案手法のように戦略 π^* に基づいて入札額の上限を設定せず，財に対する評価値が戦略の修正に反映されないため，最適戦略に近似な期待効用を得ることは困難であると考えられる．

我々は今回，二つの問題設定の元で実験を行った．

[設定 1]　財の個数は $n = 9$ とする．エージェントは，財の集合 $\{r_1, r_2, r_3\}$，$\{r_4, r_5, r_6\}$，及び $\{r_7, r_8, r_9\}$ のどれか一つを手に入れたいとし，それぞれの集合に対して 300 の評価値を与えると仮定する．また，これらの集合は互いに代替的であり，いずれかの財の集合に加えて余分に財を得たとしても，効用は増加しないとする．また，各集合内での財は互いに補完的であり，一つでも得られない財があれば効用は 0 になるとする．更に，各財の他のエージェントの最高入札額は，$[0, 100]$ で一様に分布しているとする．

図 3 では，予算制約がない場合の最適戦略における最高支払額が 251 である場合に，予算を 10 から 260 まで変化させ，上述の 4 通りの手法から得られる期待効用を示している．図の横軸は予算，縦軸は期待効用を表す．実験の結果から，提案した手法では最適戦略から得られる期待効用に非常に近い期待効用が得られることがわかる．その一方で，トリビアルな手法から得られる期待効用は，ほとんど負の値となっている．これはエージェントが，補完性をもつ財の集合の一部のみしか所有できないことが多いためである．所持金を等分割する手法では，トリビアルな手法のように極端な期待効用の減少は見られないが，最適戦略から得られる期待効用と比較すると，非常に低い期待効用しか得られていない．更に，予算が多くなるにつれて，得られる期待効用はトリビアルな手法よりも低くなり，十分な予算がある場合でも最高の期待効用が得られない．これは，財の評価値が入札戦略の修正に反映されないため，入札額の上限を適切に設定できていないためである．特に，より早い時点で行われるオークションにおいて，入札額の上限が低く抑えられてしまうため，最適な戦略を取ることが困難となる．

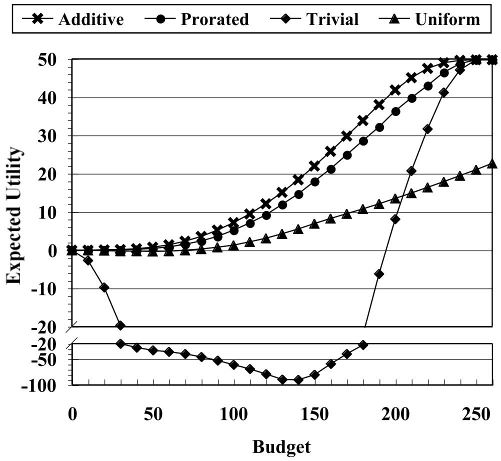

図 3　期待効用の比較（設定 1）
Fig. 3　Comparison on solution quality. (Case 1)

[設定 2]　財の個数は $n = 9$ とする．エージェントは，財の集合 $\{r_1, r_2\}$，$\{r_3, r_4, r_5\}$，及び $\{r_6, r_7, r_8, r_9\}$ に対して，それぞれ 200，300，及び 400 の評価値を与えると仮定する．設定 1 と同様，これらの集合は互いに代替的であるとし，複数の財の集合を同時に得た場合は，より高い評価値をその集合の評価値として与える．すなわち，財の集合 $\{r_1, r_2, r_3, r_4, r_5\}$ を得た場合の評価値は 300 となる．また，各集合内での財は互いに補完的であるとする．各財の他のエージェントの最高入札額は，$[0, 100]$ で一様に分布しているとする．

図 4 では，予算制約がない場合の最適戦略における最高入札額が 351 である場合に，予算を 10 から 360 まで変化させたときの期待効用を示している．設定 1 のときと同様，トリビアルな手法から得られる期待効用は，ほとんど負の値になっている．その上，予算が 250 を超えるまでは，より評価値の高い財を得ようと試みた結果，補完性をもつ財の集合の一部のみしか所有できず，より状況を悪化させてしまっているケースが見られる．また，所持金を等分割する手法でも，図 3 と同様に，トリビアルな手法を用いた場合ほどの期待効用の減少は見られないが，やはり低い期待効用しか得ることができない．一方，提案手法では，依然として最適戦略から得られる期待効用に非常に近い期待効用が常に得られていることがわかる．

更に，設定 1 のもとでの処理時間の比較を図 5 に示す．図の横軸は予算，縦軸は処理時間を表す．トリビ

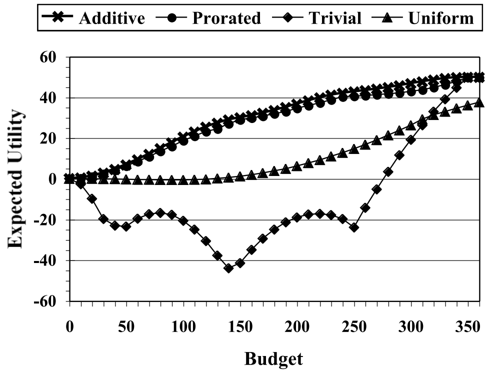

図 4　期待効用の比較（設定 2）
Fig. 4　Comparison on solution quality. (Case 2)

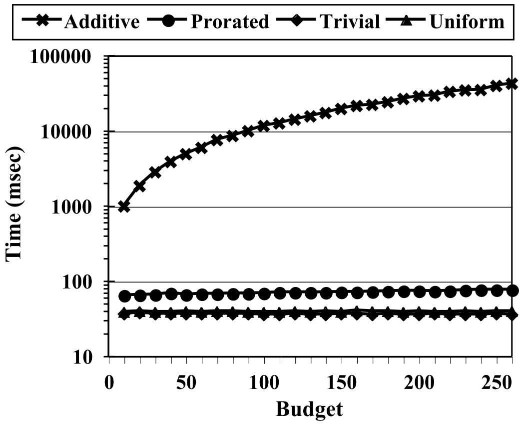

図 5　処理時間の比較
Fig. 5　Comparison on computation time.

アルな手法では，必要とする処理時間は一定である．提案した手法に関しては,（手順 1）における動的計画法に基づく処理の際に必要とする処理時間は，トリビアルな手法と等しい.（手順 2）における動的計画法の適用の際に必要とする処理時間は，予算によって変化はするものの，処理時間の増加はわずかである．また，所持金を等分割する手法では所持金の分割処理が必要となるが，必要とする時間はわずかであるため，トリビアルな手法とほぼ等しい処理時間となる．一方，効用が加法的な場合の手法では，予算の 2 乗に対してほぼ線形に処理時間が増加していることがわかる．

以上の実験から，本論文で提案した手法を用いることにより，最適戦略から得られる期待効用に非常に近い期待効用が得られる準最適な入札戦略が，高速に計算できることが示された．しかしながら，本実験による評価だけでは，提案した手法の有効性の証明にはまだ十分ではなく，様々な問題設定のもとで更に検証を行う必要がある．特に，本実験では，他のエージェントの最高入札額の分布を一様分布としたため，入札額の増減に対して落札確率が変化する度合が小さくなっていた．このため，単純に予算を比例配分する提案方法により，比較的良い結果を得ることができた．入札額の変化に対して落札確率が急激に変化するように設定を変更した場合，入札額の変化の結果生じる影響も考慮しなければならない．この場合は，入札額の上限を決定するための，より複雑な手法が必要になると考えられる．現在筆者らは，そのような手法の開発と評価を行っている．

6. 議　　論

本論文では，主要な貢献として，動的計画法に基づいた最適入札戦略の決定における処理時間の高速化を述べた．**4. 2. 2** で述べたとおり，本論文で提案した手法では，初期状態での所持金の額 m を基準として高速化の効果が現れる．そのため，**4. 3** では異なる所持金のもとで実験を行い，提案手法の有効性を検証した．ここでの実験の設定によれば，効用が加法的な場合に関して，すべてのオークションでの支払額の合計が，すべての財を得たときの評価値以上になる場合が考慮される．一見すると，最も高い評価値以上の支払いは無意味に見える．しかし，最も高い評価値以上の合計支払額の計算を必要とする場合は，以下に示すとおり十分に考えられる．

三つの財 r_1，r_2，及び r_3 があるとし，この順番でオークションが行われるとする．財の組合せ $\{r_1, r_2\}$ と $\{r_1, r_3\}$ の評価値は 100 であり，これらの財の集合は互いに代替的であるとする．すなわち，すべての財を手に入れたとしても，評価値は 100 であるとする．また，個々の集合内の財は互いに補完的であり，個々の財を単独で得た場合の評価値は 0 であるとする．更に，財の落札に関して以下を仮定する．

- 財 r_1 は，入札額を 40 とした場合に確実に落札でき，それ以下の入札額では落札できない(注 2)
- 財 r_2 は，入札額を 40 とした場合に 99%の確率で落札でき，それ以下の入札額では落札できない．

（注 2）：実世界におけるオークションでは，確実な財の落札を保証することは困難であるが，インターネットオークションでは，売り手があらかじめ設定した価格で入札することにより，確実な財の落札が保証できる．例えば，Yahoo!Auctions では，売り手が設定した希望落札価格以上で入札が行われると即座にオークションが終了し，入札者は確実に財が手に入ることが保証される．

また，入札額を 40 以上としても落札確率は増加しない．つまり，入札額を増加しても確実に財を落札できることが保証されない

- 財 r_3 は，入札額を 90 とした場合に確実に落札でき，それ以下の入札額では落札できない

以上の設定のもとで，エージェントの最適な入札戦略を考察する．まず，$\pi(\langle\emptyset\rangle^0) = 40$ は明らかである．なぜなら，少なくとも財 r_1 を手に入れなければ期待効用を増加できないからである．次に，財の落札に関する仮定より $\pi(\langle\{r_1\}\rangle^1) = 40$ がいえる．ただし，まれな場合として，財 r_2 の落札に失敗する場合がある．もし，財 r_2 の落札に失敗してそれ以上入札をしない場合，エージェントの効用は財 r_1 に支払った入札額 40 の分だけ減少してしまう．そこで次に，財 r_3 への入札を考えると，財の落札に関する仮定から明らかに $\pi(\langle\{r_1\}\rangle^2) = 90$ となる．このとき，支払額の合計は 130 となり，エージェントが得られる最も高い評価値 100 よりも大きくなるが，効用の減少分は 30 に抑えることができる．すなわち，最も高い評価値以上の金額を支払うことがエージェントにとって最適な戦略となる．したがって，最適な入札戦略を求める過程では，支払額の合計が最も高い評価値以上になる場合も考慮すべきであることが考察によって明らかになった．

7. むすび

本論文では，逐次型オークションにおいて，エージェントが最適な戦略を動的計画法を用いて決定する手法を示した．従来の手法では，エージェントの効用が一般的な加法的な形式（additive form）であることを仮定しており，オークションの途中での所持金の額を，動的計画法で考慮する状態中に表現する必要があった．このため，大規模な問題，特に所持金の額が大きくなった場合に，考慮する状態数が非常に大きくなるという問題点があった．具体的には，財の個数を n，初期状態での所持金の額を m として，考慮すべき状態数は $O(m \times 2^n)$ となる．

本論文では，エージェントの効用が，加法的な形式の一種である準線形と呼ばれる形式（quasi-linear form）であることを仮定した．この仮定により，状態中で所持金の額を表現せず，かつ，財に対する支払額を状態遷移に伴うコストとして表現することで状態数を抑え，動的計画法を用いて最適な戦略が得られることを示した．また実験による評価では，m 倍以上の処理時間の高速化が得られることを示し，提案した手法が状態数の削減だけではなく，考慮すべき入札の数の削減に対しても有効であることを明らかにした．一方，加法的な形式では表現できるが，準線形の形式では表現できない実用上重要な場合として，予算制約が存在する場合がある．本論文では，準線形の効用，すなわち予算制約がない場合を仮定して得られた戦略を修正して，予算制約が存在する場合の準最適戦略を高速に得る方法を提案し，実験的評価によってその有効性を示した．

本論文では，各財のオークションプロトコルを第 1 価格秘密入札オークションのプロトコルと仮定して，新奇な入札戦略決定手法を提案したが，本手法は，他のオークションプロトコルにも適用が可能である．例えば，実際のインターネットオークションで用いられている，各入札者が任意の金額で徐々に価格を競り上げる形式の英国型オークションのプロトコルに対し，簡単には，最終的に入札可能な金額の上限を，第 1 価格秘密入札オークションでの入札額と同一にみなすことにより，提案手法が適用可能となる．

今後の課題として，あらかじめ他者の最高入札額の確率分布に関する知識をもっていることを仮定せずに，強化学習等の手法 [1] を用いて，経験を繰り返すことにより最適戦略を学習する方法を検討することが挙げられる．

文献

[1] A. Barto, S.J. Bradtke, and S. Singh, "Learning to act using real-time dynamic programming," Artif. Intell., vol.72, pp.81–138, 1995.

[2] R. Bellman, Dynamic Programming, Princeton University Press, Princeton, NJ, 1957.

[3] C. Boutilier, M. Goldszmidt, and B. Sabata, "Sequential auctions for the allocation of resources with complementarities, " Proc. 16th Int. Joint Conf. on Artif. Intell. (IJCAI-99), pp.527–534, 1999.

[4] eBay URL, http://www.ebay.com/.

[5] Y. Fujishima, K. Leyton-Brown, and Y. Shoham, "Taming the computation complexity of combinatorial auctions: optimal and approximate approaches," Proc. 16th Int. Joint Conf. on Artif. Intell. (IJCAI-99), pp.548–553, 1999.

[6] R.H. Guttman, A.G. Moukas, and P. Maes, "Agent-mediated electronic commerce: a survey," The Knowledge Engineering Review, vol.13, no.2, pp.147–159, 1998.

[7] M. Harkavy, H. Kikuchi, and J.D. Tygar, "Electronic auctions with private bids," Proc. 3rd USENIX Workshop on Electronic Commerce, 1998.

[8] P. Klemperer, "Auction theory: a guide to the literature," J. Economics Surveys, vol.13, no.3, pp.227–

286, 1999.
[9] J.K. MacKie-Mason and H.R. Varian, "Generalized vickrey auctions," http://www-personal.umich.edu/ jmm/research.html, 1994.
[10] A. Mas-Colell, M.D. Whinston, and J.R. Green, Microeconomic Theory, Oxford University Press, 1995.
[11] P.R. Milgrom, "Putting auction theory to work: the simultaneous ascending auction," http://www.cramton.umd.edu / conference / Auction-Conference.html, 1998.
[12] 奥野正寛，鈴村興太郎，ミクロ経済学 I，岩波書店，1985.
[13] Yahoo!Auctions URL, http://auctions.yahoo.com/.
[14] M.L. Puterman, Markov Decision Processes, Wiley, 1994.
[15] エリック　ラスムセン，ゲームと情報の経済分析 II，細江守紀，村田省三，有定愛展（訳），九州大学出版会，1999.
[16] M.H. Rothkopf, A. Pekeč, and R.M. Harstad, "Computationally manageable combinatorial auctions," Management Science, vol.44, no.8, pp.1131–1147, 1998.
[17] Y. Sakurai, M. Yokoo, and S. Matsubara, "A limitation of the generalized vickrey auction in electronic commerce: robustness against false-name bids," Proc. 16th National Conf. on Artif. Intell. (AAAI-99), pp.86–92, 1999.
[18] T. Sandholm, "Limitations of the vickrey auction in computational multiagent systems," Proc. 2nd Int. Conf. on Multiagent Systems (ICMAS-96), pp.299–306, 1996.
[19] T. Sandholm, "An algorithm for optimal winner determination in combinatorial auction," Proc. 16th Int. Joint Conf. on Artif. Intell. (IJCAI-99), pp.542–547, 1999.
[20] T. Sandholm, S. Suri, A. Gilpin, and D. Levine, "CABOB: A fast optimal algorithm for combinatorial auctionsn algorithm for optimal," Proc. 17th Int. Joint Conf. on Artif. Intell. (IJCAI-01), pp.1102–1108, 2001.
[21] H.R. Varian, "Economic mechanism design for computerized agents," Proc. 1st Usenix Workshop on Electronic Commerce, 1995.
[22] P.R. Wurman, W.E. Walsh, and M.P. Wellman, "Flexible double auctions for electronic commerce: theory and implementation," Decision Support Systems, vol.24, pp.17–27, 1998.
[23] M. Yokoo, Y. Sakurai, and S. Matsubara, "The effect of false-name declarations in mechanism design: towards collective decision making on the internet," Proc. 20th Int. Conf. on Distributed Computing Systems (ICDCS-2000), pp.146–153, 2000.
[24] M. Yokoo, Y. Sakurai, and S. Matsubara, "Robust multi-unit auction protocol against false-name bids," Proc. 17th Int. Joint Conf. on Artif. Intell. (IJCAI-01), pp.1089–1094, 2001.
[25] 横尾　真，"インターネットオークションの理論と応用，" 人工知能誌，vol.15, no.3, pp.404–411, 2000.

（平成 13 年 9 月 26 日受付，14 年 2 月 26 日再受付）

服部　宏充　（学生員）

平 13 名古屋工大大学院工学研究科電気情報工学専攻博士前期課程了．現在同大大学院博士後期課程 2 年在学中．マルチエージェントシステム，電子商取引支援，グループ意思決定支援システムに興味をもつ．AAAI，人工知能学会，日本ソフトウェア科学会各学生会員．

横尾　　真　（正員）

1984 東大・工・電子卒．1986 同大大学院修士課程了．同年日本電信電話（株）に入社．1990〜1991 ミシガン大学客員研究員．現在，同社 NTT コミュニケーション科学基礎研究所に勤務．制約充足問題，マルチエージェントシステム，分散人工知能に関する研究に従事．制約充足/分散制約充足，エージェントの合意形成メカニズム等に興味をもつ．工博．1992 人工知能学会論文賞，1995 情報処理学会坂井記念特別賞，1999 人工知能学会全国大会優秀論文賞受賞．人工知能学会，情報処理学会，日本ソフトウェア科学会，AAAI 各会員．

櫻井　祐子

1995 奈良女子大・理・数学中退．1997 名大大学院多元数理科学研究科修士課程了．同年日本電信電話（株）に入社．現在，同社 NTT コミュニケーション科学基礎研究所勤務．マルチエージェントシステムの研究に従事．エージェントの合理的意志決定メカニズム等に興味をもつ．1999 年度人工知能学会全国大会優秀論文賞受賞．日本ソフトウェア科学会会員．

新谷　虎松　（正員）

1982 東京理科大大学院修士課程了．同年富士通（株）国際情報社会科学研究所入所．知識情報処理，論理プログラミングなどの研究に従事．1993 名古屋工大知能情報システム学科助教授．1999 同教授．1999〜2000 米国カーネギーメロン大学ロボティクス研究所客員研究員．工博．分散人工知能，意思決定支援システム，マルチエージェントシステムの研究に従事．AAAI，情報処理学会，日本ソフトウェア科学会各会員．