

低レイノルズ数圧縮性チャンネル乱流の乱流統計量の  
無次元パラメータ依存性\*

(第2報, エネルギーの変換およびレイノルズ応力の輸送)

森 西 洋 平\*<sup>1</sup>, 谷 澤 征 哉\*<sup>2</sup>玉 野 真 司\*<sup>1</sup>, 中 林 功 一\*<sup>3</sup>Dependence of Statistics of Low-Reynolds Number Compressible  
Turbulent Channel Flow on Non-Dimensional Parameters  
(2nd Report, Energy Exchange and Reynolds Stress Transfer)Youhei MORINISHI\*<sup>4</sup>, Masaya TANIZAWA,  
Shinji TAMANO and Koichi NAKABAYASHI\*<sup>4</sup> Department of Mechanical Engineering, Nagoya Institute of Technology,  
Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya-shi, Aichi, 466-8555 Japan

In the second report, the dependence of the energy exchange and Reynolds stress transfer on the non-dimensional parameters, the Mach number and the Reynolds number, is investigated using the DNS data of the low-Reynolds number compressible turbulent channel flow between isothermal walls. The Mach number  $M$  is based on the bulk velocity and sound speed at the wall. The Reynolds number  $Re$  is based on the bulk density, bulk velocity, channel half-width, and viscosity at the wall. The main results of this report are as follows: (1) The absolute values of the production and dissipation terms of the turbulent kinetic energy decrease with the increase of  $M$  and increase with the increase of  $Re$ . These terms are more sensitive to  $Re$  than  $M$ . (2) The absolute value of the pressure work decreases with the increase of  $M$  because of the decrease of the mean pressure, while it increases with the increase of  $Re$  because of the increase of the absolute value of the mean dilatation. The pressure-dilatation correlation term has a slight contribution to the energy transfer and is almost independent of  $M$  and  $Re$ . (3) The absolute value of the pressure-strain correlation term decreases with the increase of  $M$  and increases with the increase of  $Re$ . (4) The dependence of the turbulence intensities of  $M$  and  $Re$  is explained by using the budgets of the transport equations of the Reynolds stresses.

**Key Words:** Compressible Flow, Numerical Analysis, Supersonic Flow, Turbulent Flow, Channel Flow, DNS, Mach Number, Reynolds Number, Compressibility Effect

## 1. 結 言

前報<sup>(1)</sup>では圧縮性チャンネル乱流の平均流れ場と乱れの統計量に関する無次元パラメータ(レイノルズ数  $Re$  およびマッハ数  $M$ )の依存性について検討した。平均流れ場と乱れの統計量に関する  $Re$  および  $M$  依存性に加えて、平均運動、乱流運動および内部エネルギー間のエネルギーの変換およびレイノルズ応力の輸送に関する  $Re$  および  $M$  依存性を明らかにする事は、圧縮性乱流の理解およびモデル構築の観点から重要である。しかし、エネルギーの変換およびレイノルズ応力の輸送に関するこれらの検討はこれまでにほとんどなされていない。

本報では  $Re$  と  $M$  を独立に変化させた等温壁平行平板間の低レイノルズ数圧縮性乱流の DNS データ<sup>(1)</sup>を用いて、エネルギーの変換ならびにレイノルズ応力の輸送の  $Re$  および  $M$  依存性を検討する。

## 2. エネルギーおよびレイノルズ応力の輸送方程式

本論文において  $\langle \rangle$  および  $\{ \}$  はアンサンブル平均値およびファール平均値を、 $'$  および  $''$  はアンサンブル平均値およびファール平均値からのずれを意味する。本論文で用いられる主な記号,  $t$ ,  $u_i (i = 1, 2, 3)$ ,  $T$ ,  $\rho$ ,  $\mu$ ,  $p$ ,  $H$ ,  $R$ ,  $\kappa$ ,  $c_p$ ,  $c_v$ ,  $U_m$ ,  $\rho_m$ , および  $\delta_{ij}$  はそれぞれ、時間,  $x_i (i = 1, 2, 3)$  方向速度成分, 温度, 密度, 粘性係数, 圧力, 流路半幅, 気体定数, 熱伝導率, 定圧比熱, 定容比熱, 平均速度, 平均密度, およびクロネッカーのデルタである。  $x_1$ ,  $x_2$  および  $x_3$  はそれぞれ, 主流, 壁面およびスパン方向座標である。また,  $\tau_{ij} = \mu(u_{i,j} + u_{j,i}) - 2\mu u_{k,k} \delta_{ij} / 3$ ,  $f_i = \tau_w \delta_{i1} / H \rho_m$ , および  $q_j = -\kappa \partial T / \partial x_j$  はそれぞ

\* 原稿受付 2002年4月4日。

\*<sup>1</sup> 正員, 名古屋工業大学工学部(☎466-8555 名古屋市中昭和区御器所町)。\*<sup>2</sup> 豊田合成(株)(☎452-8564 愛知県西春日井郡春日町大字落合字長畑1)。\*<sup>3</sup> 正員, 愛知工科大学工学部(☎443-0047 蒲郡市西迫町馬乗50-2)。

E-mail: morinisi@cfm.mech.nitech.ac.jp

れ、粘性応力テンソル、外力、および熱流束である。ここで、 $u_{i,j} = \partial u_i / \partial x_j$  である。また、添え字  $w$  は壁面上でのアンサンブル平均値を意味する。

平均運動エネルギー  $\{K\} = \{u_i\}\{u_i\}/2$  の輸送方程式は次式となる<sup>(2)~(4)</sup>。

$$\frac{\partial(\langle \rho \{K\} \rangle)}{\partial t} + \frac{\partial(\langle \rho \{u_k\} \{K\} \rangle)}{\partial x_k} = D_K - \varepsilon_{TK} - \varepsilon_{VK} + C_K + F_K \quad (1)$$

ここで、拡散項  $D_K = \partial(\langle \tau_{ik} \rangle \langle u_i \rangle - \langle \rho \{u_k'' K''\} - \langle p \rangle \langle u_k \rangle) / \partial x_k$ 、乱流散逸項  $\varepsilon_{TK} = -\langle \rho \{u_i'' u_k''\} \partial \langle u_i \rangle / \partial x_k$ 、粘性散逸項  $\varepsilon_{VK} = \langle \tau_{ik} \rangle \partial \langle u_i \rangle / \partial x_k$ 、圧縮性項  $C_K = C_a - C_b + C_c$ 、および外力項  $F_K = \langle \rho \rangle f_i \langle u_i \rangle$  である。ただし、 $C_a = \langle u_k'' \rangle \partial \langle p \rangle / \partial x_k$  および  $C_b = \langle u_i'' \rangle \partial \langle \tau_{ik} \rangle / \partial x_k$  はファール平均による付加項、 $C_c = \langle p \rangle \partial \langle u_k \rangle / \partial x_k$  は圧力仕事項である<sup>(2) (3)</sup>。

乱流運動エネルギー  $\{k\} = \{u_i'' u_i''\}/2$  の輸送方程式は次式となる<sup>(2)~(4)</sup>。

$$\frac{\partial(\langle \rho \{k\} \rangle)}{\partial t} + \frac{\partial(\langle \rho \{u_k\} \{k\} \rangle)}{\partial x_k} = P_k + D_k - \varepsilon_k + C_k \quad (2)$$

ここで、生産項  $P_k = -\langle \rho \{u_i'' u_k''\} \partial \langle u_i \rangle / \partial x_k (= \varepsilon_{TK})$ 、拡散項  $D_k = -\partial(\langle \tau_{ik}' u_i' \rangle - \langle \rho \{u_k'' k''\} - \langle p' u_k' \rangle) / \partial x_k$ 、散逸項  $\varepsilon_k = \langle \tau_{ik}' \partial u_i' / \partial x_k \rangle$ 、および圧縮性項  $C_k = -C_a + C_b + C_d$  である。ただし、 $C_d = \langle p' \partial u_k' / \partial x_k \rangle$  は圧力速度発散散逸項である<sup>(2) (3)</sup>。

内部エネルギー  $\{e\} = c_v \{T\}$  の輸送方程式は次式となる<sup>(3) (4)</sup>。

$$\frac{\partial(\langle \rho \{e\} \rangle)}{\partial t} + \frac{\partial(\langle \rho \{u_k\} \{e\} \rangle)}{\partial x_k} = D_{e1} + D_{e2} + \varepsilon_{VK} + \varepsilon_k - C_c - C_d \quad (3)$$

ただし、 $D_{e1} = \partial(\langle \rho \rangle c_v \langle u_k'' T'' \rangle) / \partial x_k$  および  $D_{e2} = -\partial \langle q_k \rangle / \partial x_k$  である。

レイノルズ応力  $\langle \rho \{u_i'' u_j''\} \rangle$  の輸送方程式は次式となる<sup>(5)</sup>。

$$\frac{\partial(\langle \rho \{u_i'' u_j''\} \rangle)}{\partial t} + \frac{\partial(\langle \rho \{u_k\} \{u_i'' u_j''\} \rangle)}{\partial x_k} = P_{ij} + \phi_{ij} + D_{ij} + \varepsilon_{ij} + C_{ij} \quad (4)$$

ここで、生産項  $P_{ij}$ 、圧力歪み相関項  $\phi_{ij}$ 、拡散項  $D_{ij}$ 、散逸項  $\varepsilon_{ij}$ 、および圧縮性項  $C_{ij}$  はそれぞれ次式により定義される。

$$P_{ij} = -\langle \rho \rangle \left( \langle u_i'' u_k'' \rangle \frac{\partial \langle u_j \rangle}{\partial x_k} + \langle u_j'' u_k'' \rangle \frac{\partial \langle u_i \rangle}{\partial x_k} \right) \quad (5)$$

$$\phi_{ij} = \left\langle p' \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \right\rangle + \left\langle p' \frac{\partial u_j'}{\partial x_i} \right\rangle \quad (6)$$

$$D_{ij} = -\frac{\partial}{\partial x_k} (\langle p' u_i' \rangle \delta_{jk} + \langle p' u_j' \rangle \delta_{ik} + \langle \rho \{u_i'' u_j'' u_k''\} - \langle \tau_{ik}' u_j' \rangle - \langle \tau_{jk}' u_i' \rangle) \quad (7)$$

Table 1 Computational cases

Case	Case A	Case B	Case C	Case D	Case E
Re	2000			2500	3000
M	1.0	1.25	1.5		
Pr	0.72				
$\gamma$	1.4				

$$\varepsilon_{ij} = \left\langle \tau_{ik}' \frac{\partial u_j'}{\partial x_k} \right\rangle + \left\langle \tau_{jk}' \frac{\partial u_i'}{\partial x_k} \right\rangle \quad (8)$$

$$C_{ij} = -\langle u_i'' \rangle \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_j} - \langle u_j'' \rangle \frac{\partial \langle p \rangle}{\partial x_i} + \langle u_i'' \rangle \frac{\partial \langle \tau_{jk} \rangle}{\partial x_k} + \langle u_j'' \rangle \frac{\partial \langle \tau_{ik} \rangle}{\partial x_k} \quad (9)$$

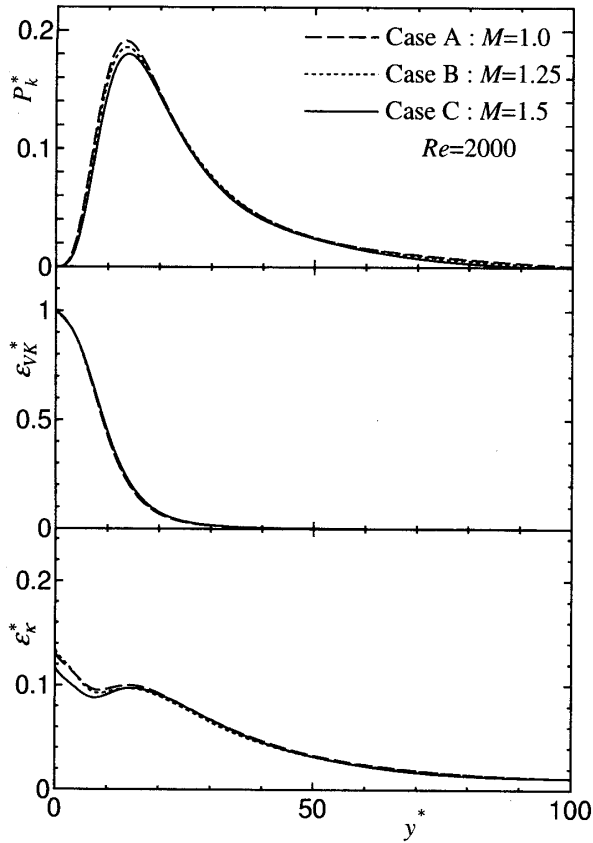
### 3. DNS データの概要

解析に用いた DNS データ<sup>(1)</sup>のレイノルズ数  $Re = \rho_m U_m H / \mu_w$ 、マッハ数  $M = U_m / \sqrt{\gamma R T_w}$ 、プラントル数  $Pr = \mu c_p / \kappa$ 、および比熱比  $\gamma = c_p / c_v$  を表 1 にまとめて示す。温度境界条件には上下壁で同じ温度の等温壁条件が課されている。計算手法および DNS データの詳細についてはそれぞれ文献 (6) および (1) を参照されたい。

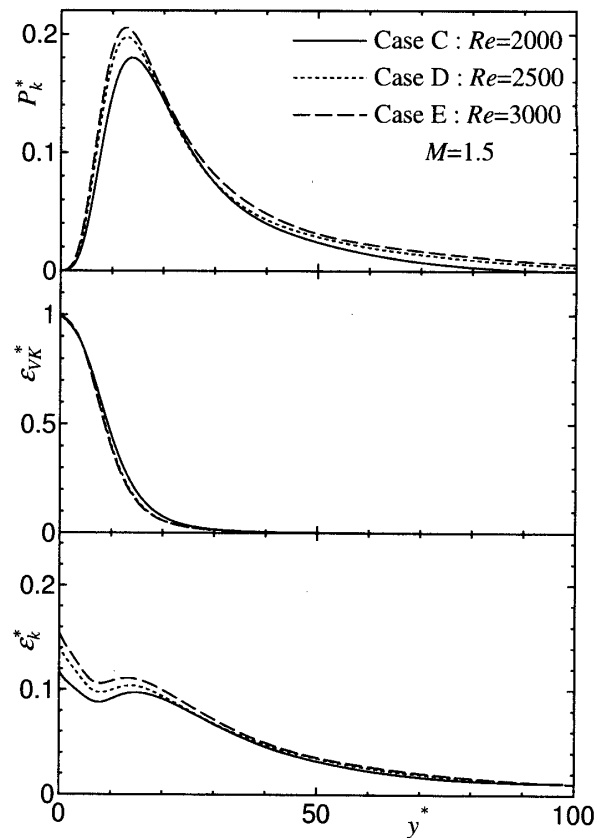
本論文では物性値変化以外の圧縮性の効果を考察するために、準局所摩擦速度  $u_{\tau*} = \sqrt{\tau_w / \langle \rho \rangle}$  および準局所粘性長さスケール  $\delta_{v*} = \langle \mu \rangle / (\langle \rho \rangle u_{\tau*})$  による正規化を導入し、これらを用いて正規化された諸量を \* により表す。本論文中的  $y^* = y / \delta_{v*}$  は準局所壁座標である。ここで、 $y$  は参照している壁面からの距離である。また、摩擦速度  $u_{\tau} = \sqrt{\tau_w / \rho_w}$  および粘性長さスケール  $\delta_v = \mu_w / (\rho_w u_{\tau})$  により正規化された諸量を + により表す。

### 4. エネルギー輸送の無次元パラメータ依存性

乱流運動エネルギー  $\{k\}$  の生産項  $P_k^*$ 、平均運動エネルギー  $\{K\}$  の粘性散逸項  $\varepsilon_{VK}^*$ 、および  $\{k\}$  の散逸項  $\varepsilon_k^*$  の分布を図 1 に示す。図 1(a) には  $M$  のみを変化させた計算結果が、図 1(b) には  $Re$  のみを変化させた計算結果が示されている。 $M$  の増加に伴い  $P_k^*$  の極大値は僅かに小さくなり、 $Re$  の増加に伴い  $P_k^*$  の値は大きくなる。ここで、壁変数により正規化された  $\{k\}$  の生産項  $P_k^+$  は物性値変化の影響を強く受けるために、 $P_k^+$  の極大値およびその位置の  $M$  および  $Re$  依存性は  $P_k^*$  のものよりも大きくなる (図 2 参照)。 $\varepsilon_{VK}^*$  の値は  $M$  と  $Re$  にほぼ独立である。 $\varepsilon_k^*$  の値は  $M$  の増加に伴い  $y^* \leq 20$  において僅かに小さくなり、 $Re$  の増加に伴い大きくなる。本計算例においては、 $P_k^*$  と  $\varepsilon_k^*$  の  $Re$  依存性は  $M$  依存性よりも大きい。これは、本計算例ではマッハ数の値が比較的小さい事、ならびに準局所摩擦レイノルズ数依存性が比較的大きい事によると考えられる。圧縮性壁乱流における乱流統計量の

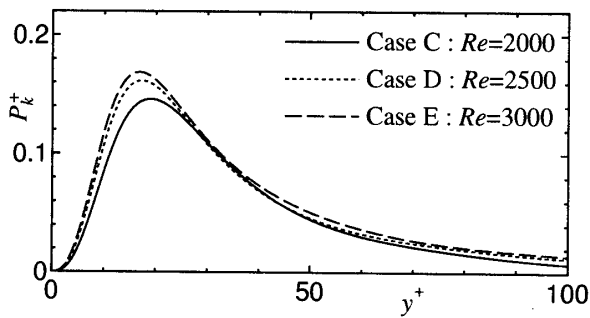


(a) Dependence of  $P_k^*$ ,  $\epsilon_{VK}^*$  and  $\epsilon_k^*$  on  $M$

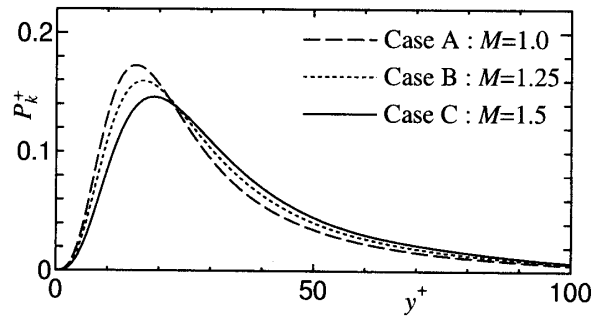


(b) Dependence of  $P_k^*$ ,  $\epsilon_{VK}^*$  and  $\epsilon_k^*$  on  $Re$

Fig. 1 Profiles of  $P_k^*$ ,  $\epsilon_{VK}^*$  and  $\epsilon_k^*$



(a) Dependence of  $P_k^+$  on  $M$



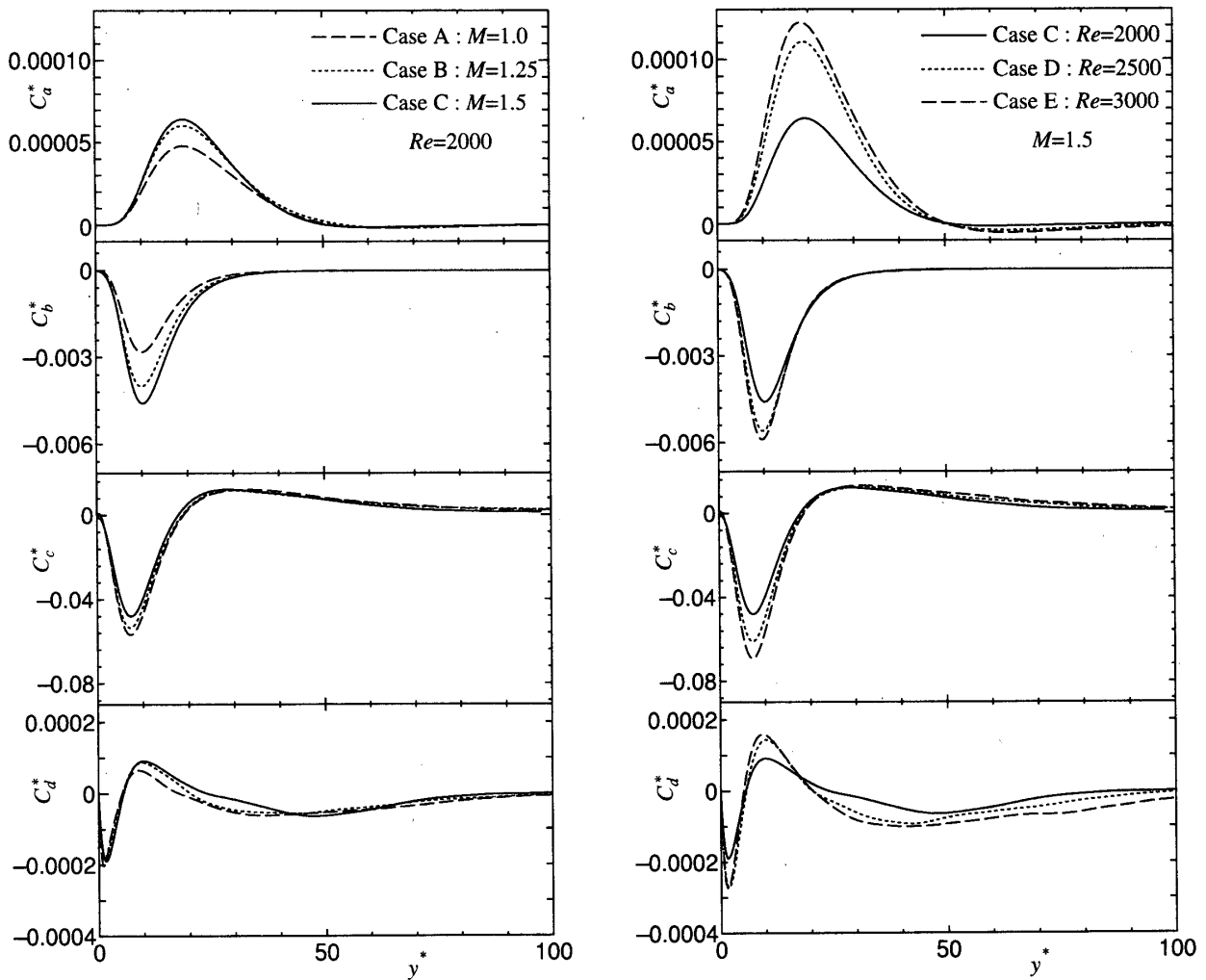
(b) Dependence of  $P_k^+$  on  $Re$

Fig. 2 Profiles of  $P_k^+$

準局所摩擦レイノルズ数依存性ならびに非圧縮壁乱流との相違については文献(7)を参照されたい。

圧縮性項  $C_a^*$ ,  $C_b^*$ ,  $C_c^*$  および  $C_d^*$  の分布を図3に示す。 $C_a^*$  および  $C_d^*$  のエネルギー輸送は非常に小さい。 $C_a^*$  により  $y^* \le 50$  では乱流運動エネルギー  $\{k\}$  から平均運動エネルギー  $\{K\}$  へエネルギーが輸送され、 $y^* > 50$  ではそのエネルギー輸送の向きが逆転する。全体として  $C_a^*$  は  $\{k\}$  から  $\{K\}$  へエネルギーを輸送する。また、 $C_a^*$  の絶対値は  $M$  および  $Re$  が増加すると大きくなる。 $C_b^*$  により  $y^* \le 50$  において  $\{k\}$  か

ら  $\{K\}$  へエネルギーが輸送される。また、 $C_b^*$  のエネルギー輸送は  $M$  および  $Re$  が増加すると大きくなる。圧力仕事項  $C_c^*$  により  $y^* \le 20$  では内部エネルギー  $\{e\}$  が  $\{K\}$  へ変換され、 $y^* > 20$  ではそのエネルギー変換の向きが逆転する。全体として  $C_c^*$  は  $\{e\}$  を  $\{K\}$  へと変換する。また、圧縮性項  $C_c^*$  の絶対値は  $M$  の増加に伴い小さくなり、 $Re$  の増加に伴い大きくなる。ここで、平均ダイラレーション  $d\langle u_2 \rangle^* / dy^*$  の絶対値が、 $M$  と  $Re$  の増加に伴い大きくなる事(第1報<sup>(1)</sup>の図11参照)、ならびに平均圧力  $\langle p \rangle^* = \langle p \rangle / (\langle \rho \rangle u_{\tau^*}^2)$



(a) Dependence of  $C_a^*$ ,  $C_b^*$ ,  $C_c^*$  and  $C_d^*$  on  $M$

(b) Dependence of  $C_a^*$ ,  $C_b^*$ ,  $C_c^*$  and  $C_d^*$  on  $Re$

Fig. 3 Profiles of  $C_a^*$ ,  $C_b^*$ ,  $C_c^*$  and  $C_d^*$

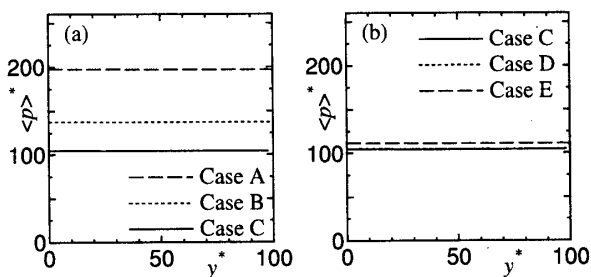
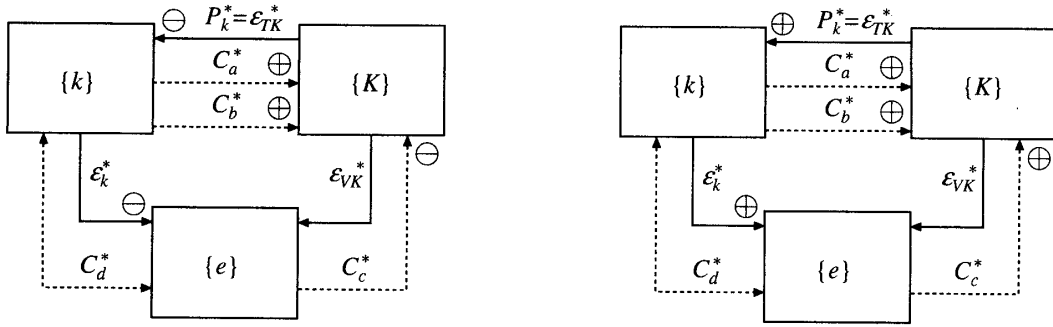


Fig. 4 Mean pressure profiles in semi-local wall unit; (a) Dependence of  $\langle p \rangle^*$  on  $M$ , (b) Dependence of  $\langle p \rangle^*$  on  $Re$

の値が  $M$  の増加に伴い小さくなり、 $Re$  にはほぼ独立である事(図4参照)から、 $C_c^*$  の  $M$  および  $Re$  による変化はそれぞれ  $\langle p \rangle^*$  および  $d\langle u_2 \rangle^*/dy^*$  の変化により生じる事が明らかになった。圧力速度発散相関項  $C_d^*$  は  $M$  と  $Re$  にはほとんど依存しない。

以上より、平均運動、乱流運動および内部エネルギー

間のエネルギーの変換の  $M$  および  $Re$  依存性はそれぞれ図5(a)および図5(b)のようにまとめられる。図中の点線は圧縮性壁乱流に特有な項によるエネルギー輸送を、実線はその他の項によるエネルギー輸送を、矢印の方向はエネルギー輸送の向きを表す。また、 $\oplus$  および  $\ominus$  はそれぞれ、無次元パラメータ  $Re$  または  $M$  が増加した場合に、エネルギー輸送が大きくおよび小さくなる事を意味している。乱流運動エネルギー  $\{k\}$  の生産項  $P_k^*$ 、散逸項  $\varepsilon_k^*$ 、および圧縮性項  $C_c^*$  のエネルギー輸送は、 $M$  の増加に伴い小さくなり、 $Re$  の増加に伴い大きくなる。平均運動エネルギーの粘性散逸項  $\varepsilon_{VK}^*$  は  $M$  と  $Re$  にほとんど依存しない。一方、圧縮性項  $C_a^*$  および  $C_b^*$  は  $M$  または  $Re$  のいずれかが増加すると大きくなる。また、 $C_a^*$  はエネルギー輸送への寄与は小さいが  $Re$  依存性は大きい事、ならびに圧力速度発散相関項  $C_d^*$  はエネルギー輸送への寄与と  $Re$  および  $M$  依存性の双方が小さい事が明らかになっ



(a) Dependence of energy exchange on  $M$

(b) Dependence of energy exchange on  $Re$

Fig. 5 Energy exchange: arrows represent the direction of the energy transfer, dotted lines represent the energy transfer due to the compressibility terms, solid lines represent the energy transfer due to the other terms, and  $\oplus$  and  $\ominus$  respectively mean that the energy transfer increases and decreases with the increase of  $M$  or  $Re$ .

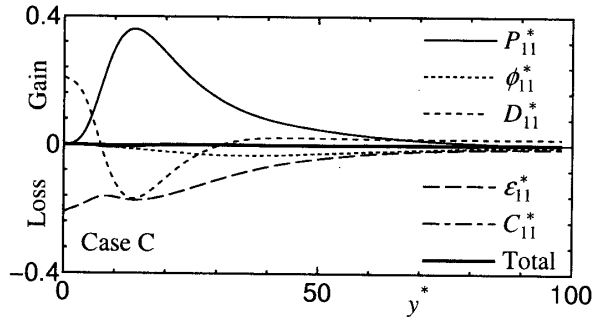


Fig. 6 Budget of  $\langle \rho \rangle \{u_1''^2\}$  in semi-local wall unit

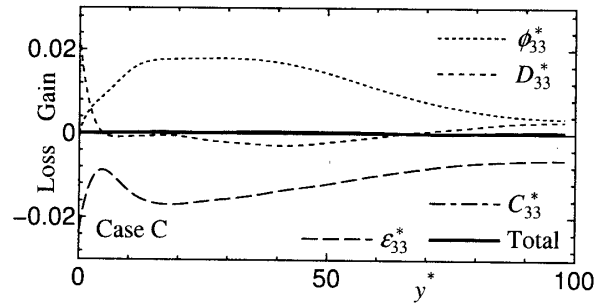


Fig. 8 Budget of  $\langle \rho \rangle \{u_3''^2\}$  in semi-local wall unit

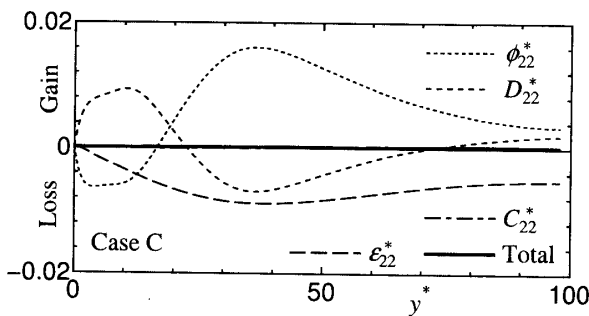


Fig. 7 Budget of  $\langle \rho \rangle \{u_2''^2\}$  in semi-local wall unit

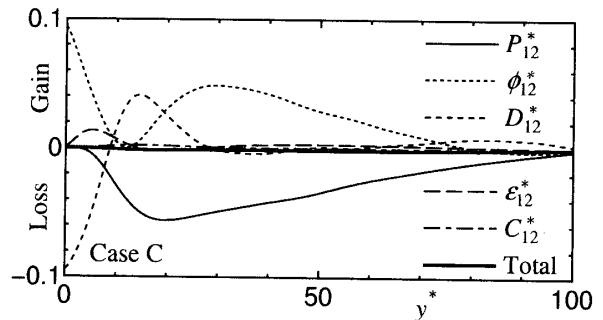


Fig. 9 Budget of  $\langle \rho \rangle \{u_1''u_2''\}$  in semi-local wall unit

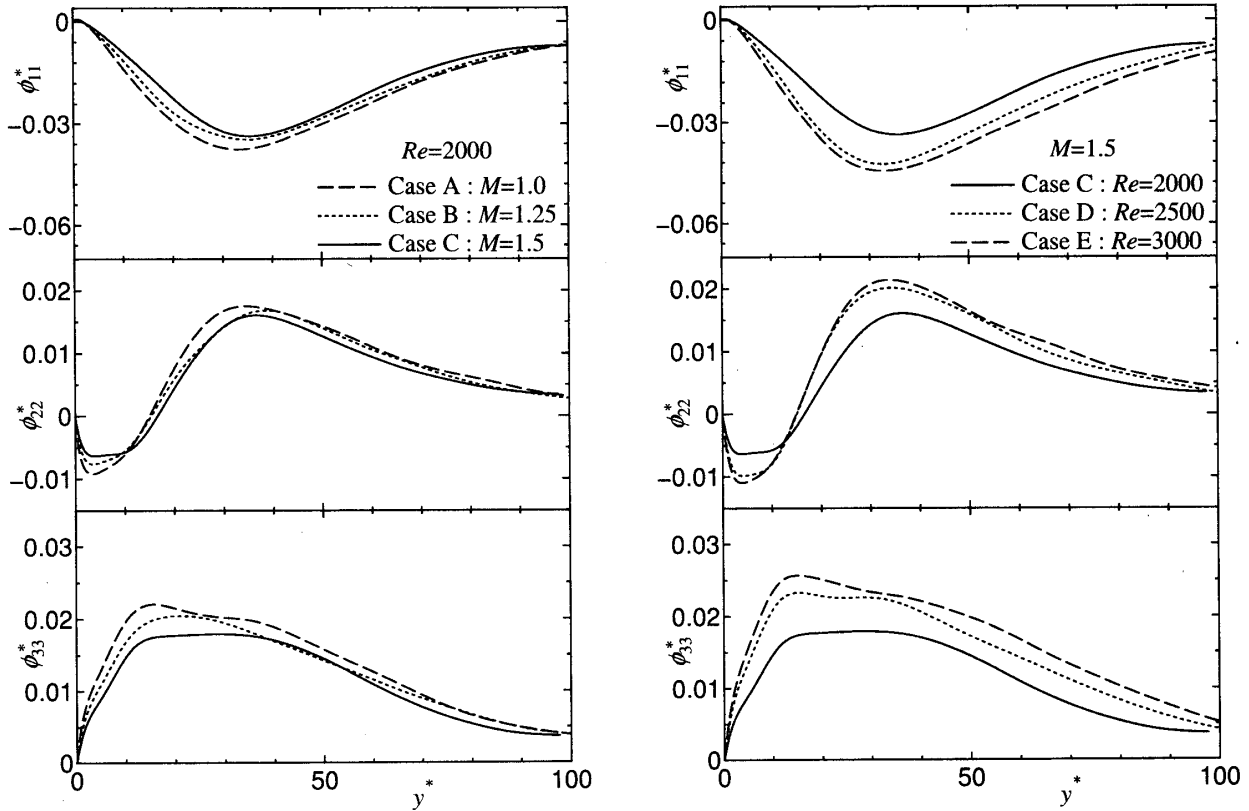
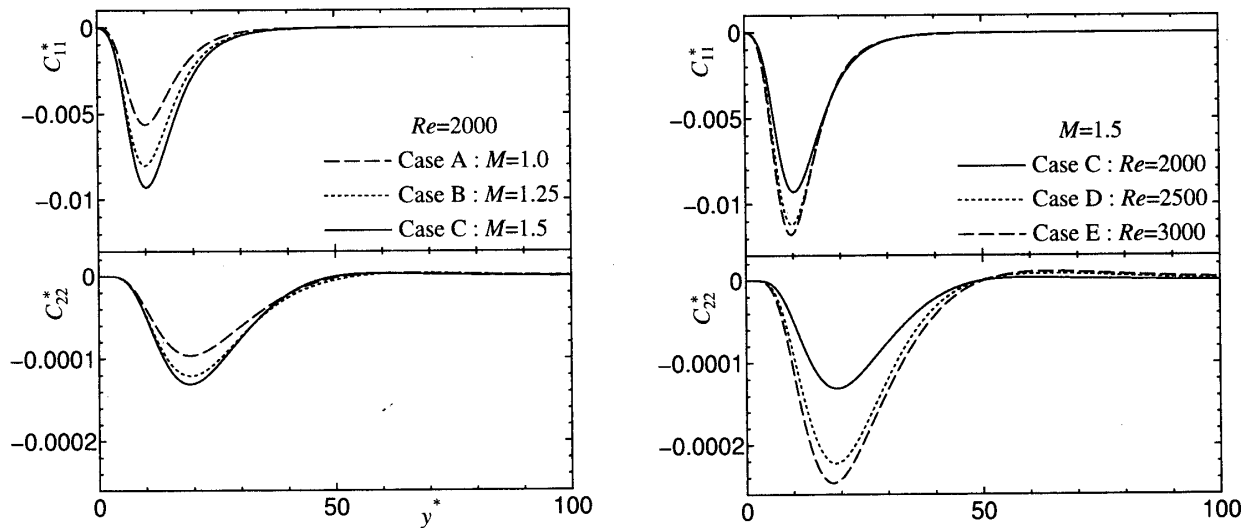
た。ただし、本計算条件 ( $M \leq 1.5$ ) においては、 $C_a^*$  および  $C_d^*$  の全体のエネルギー変換への寄与は無視できる程度に小さい<sup>(4)</sup>。

### 5. レイノルズ応力の輸送方程式の収支

5.1 輸送方程式の収支 主流方向垂直応力  $\langle \rho \rangle \{u_1''^2\}$ 、壁面方向垂直応力  $\langle \rho \rangle \{u_2''^2\}$ 、スパン方向垂直応力  $\langle \rho \rangle \{u_3''^2\}$  およびせん断応力  $\langle \rho \rangle \{u_1''u_2''\}$  の収支をそれぞれ、図 6, 7, 8 および 9 に示す。これらの図には Case C での値が示されている。圧縮性項  $C_{11}^*$ 、 $C_{22}^*$ 、 $C_{33}^*$  および  $C_{12}^*$  の値は他の項の値と比べて非常に小さい。 $\phi_{11}^*$  は流路全体で負の値、 $\phi_{22}^*$  は  $y^* \leq 15$  で

は負および  $y^* > 15$  では正の値、 $\phi_{33}^*$  は流路全体で正の値を持つ。以上より、 $\phi_{11}^*$  の働きにより  $\langle \rho \rangle \{u_1''^2\}$  のエネルギーが他の垂直応力成分へ分配され、 $\langle \rho \rangle \{u_2''^2\}$  は  $\phi_{22}^*$  の働きにより流路中央部付近では  $\langle \rho \rangle \{u_1''^2\}$  からエネルギーを分配され、壁面近傍では他の垂直応力成分へエネルギーを分配する。また、 $\langle \rho \rangle \{u_3''^2\}$  は  $\phi_{33}^*$  の働きにより他の垂直応力成分からエネルギーを分配される。圧力歪み相関項  $\phi_{12}^*$  の値は生産項  $P_{12}^*$  の値と同じオーダーであり、せん断応力  $\langle \rho \rangle \{u_1''u_2''\}$  の輸送方程式中の支配的な項となっている。

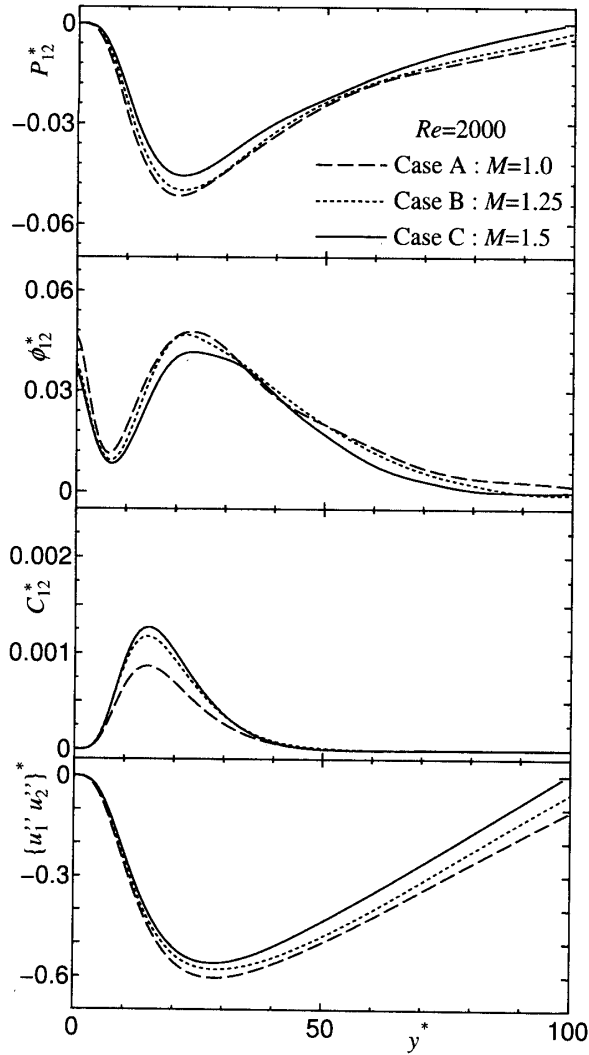
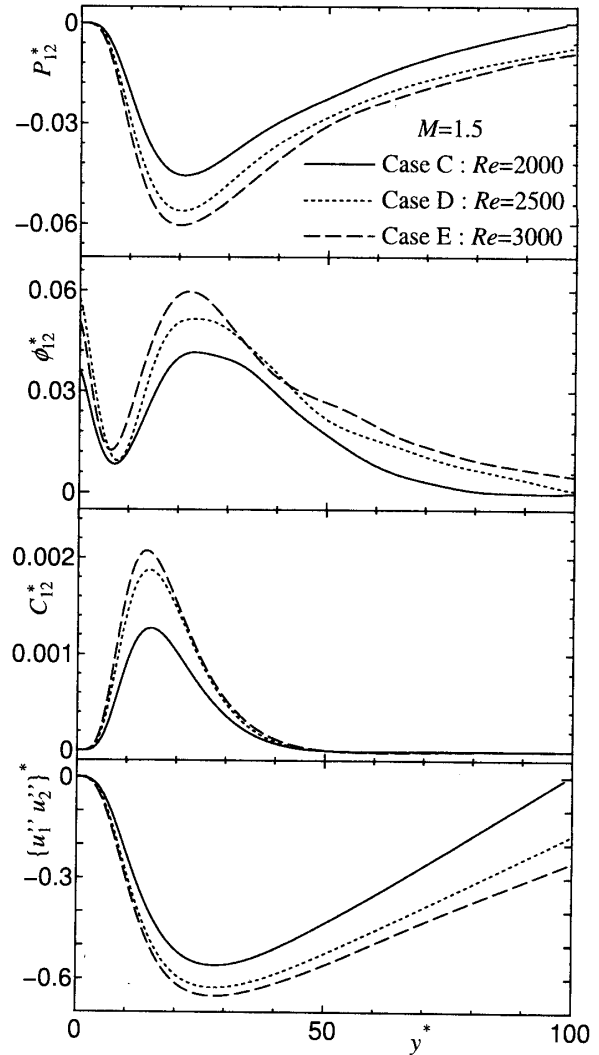
5.2 輸送方程式の収支に及ぼす無次元パラメータ依存性 本節では、主流、壁面およびスパン方向垂

(a) Dependence of  $\phi_{11}^*$ ,  $\phi_{22}^*$  and  $\phi_{33}^*$  on  $M$ (b) Dependence of  $\phi_{11}^*$ ,  $\phi_{22}^*$  and  $\phi_{33}^*$  on  $Re$ Fig. 10 Profiles of  $\phi_{11}^*$ ,  $\phi_{22}^*$  and  $\phi_{33}^*$ (a) Dependence of  $C_{11}^*$  and  $C_{22}^*$  on  $M$ (b) Dependence of  $C_{11}^*$  and  $C_{22}^*$  on  $Re$ Fig. 11 Profiles of  $C_{11}^*$  and  $C_{22}^*$ 

直応力  $\langle \rho \{u_1'^2\}$ ,  $\langle \rho \{u_2'^2\}$  および  $\langle \rho \{u_3'^2\}$ , ならびにせん断応力  $\langle \rho \{u_1' u_2'\}$  の輸送に関する  $Re$  および  $M$  依存性を考察する。

主流, 壁面およびスパン方向垂直応力の圧力歪み相関項  $\phi_{11}^*$ ,  $\phi_{22}^*$  および  $\phi_{33}^*$  の分布を図 10 に示す。  $\phi_{11}^*$ ,  $\phi_{22}^*$  および  $\phi_{33}^*$  の絶対値は  $M$  が増加すると小さくな

り,  $Re$  が増加すると大きくなる。主流および壁面方向垂直応力の圧縮性項  $C_{11}^*$  および  $C_{22}^*$  の分布を図 11 に示す。  $M$  または  $Re$  が増加するにつれて,  $C_{11}^*$  および  $C_{22}^*$  の極値の絶対値はそれぞれ大きくおよび小さくなる。なお, スパン方向垂直応力の圧縮性項  $C_{33}^*$  の値は  $10^{-6}$  のオーダーであり,  $C_{11}^*$  および  $C_{22}^*$  と比べて

(a) Dependence of  $P_{12}^*$ ,  $\phi_{12}^*$ ,  $C_{12}^*$ , and  $\{u_1''u_2''\}^*$  on  $M$ (b) Dependence of  $P_{12}^*$ ,  $\phi_{12}^*$ ,  $C_{12}^*$ , and  $\{u_1''u_2''\}^*$  on  $Re$ Fig. 12 Profiles of  $P_{12}^*$ ,  $\phi_{12}^*$ ,  $C_{12}^*$ , and  $\{u_1''u_2''\}^*$ 

非常に小さいためにここでは省略した。

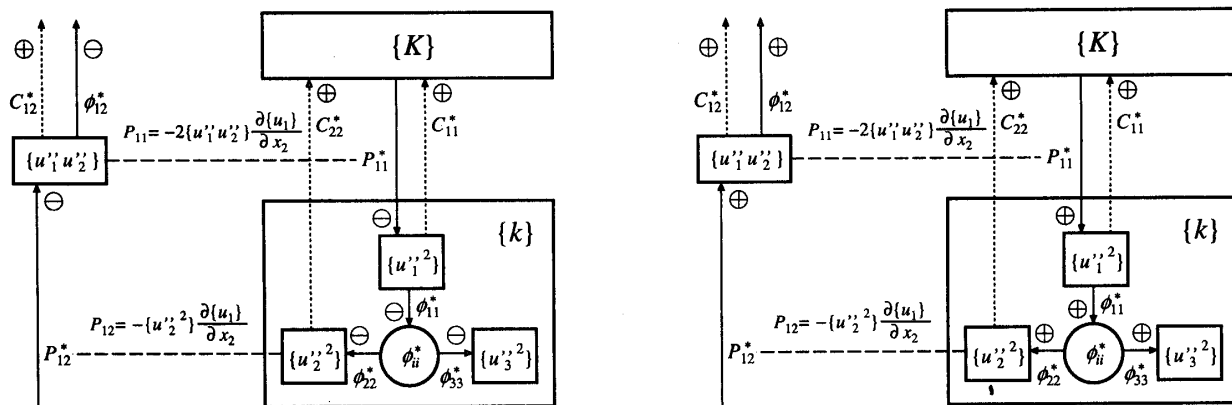
次にせん断応力  $\langle \rho \{u_1''u_2''\} \rangle$  の生産項  $P_{12}^*$ , 圧力歪み相関項  $\phi_{12}^*$  および圧縮性項  $C_{12}^*$ , ならびにせん断応力  $\{u_1''u_2''\}^* = \langle \rho \{u_1''u_2''\} \rangle / (\langle \rho \rangle u_{\tau^*}^2)$  の分布を図 12 に示す。圧縮性項  $C_{12}^*$  の極大値は  $M$  または  $Re$  のいずれかが増加すると大きくなる。  $P_{12}^*$  の絶対値,  $\phi_{12}^*$  および  $\{u_1''u_2''\}^*$  の値は,  $M$  の増加に伴い小さくなり,  $Re$  の増加に伴い大きくなる。

以上より, レイノルズ応力の輸送に関する  $M$  および  $Re$  依存性はそれぞれ図 13(a) および図 13(b) のようにまとめられる。図中の実線, 点線, 矢印,  $\oplus$  および  $\ominus$  は図 5 と同じ意味を表す。また, 破線は生産項とレイノルズ応力との関連を表す。さらに,  $P_{11}^* = 2P_k^*$  および  $C_{11}^* + C_{22}^* + C_{33}^* = C_a^* + C_b^*$  の関係がある事に注意されたい。  $M$  が増加すると,  $\{u_1''u_2''\}^*$  の値が小さくなるため,  $\langle \rho \{u_1''u_2''\} \rangle$  の生産項  $P_{11}^*$  の値も小さくなる。

その結果, 主流方向速度の変動強度  $(u_1')_{rms}^*$  の値が小さくなる (第 1 報<sup>(1)</sup>の図 13 参照)。さらに,  $P_{11}^*$  の値が減少する事により圧力歪み相関項  $\phi_{11}^*$  のエネルギー輸送が小さくなるので,  $\langle \rho \{u_1''u_2''\} \rangle$  から  $\langle \rho \{u_2''u_2''\} \rangle$  および  $\langle \rho \{u_3''u_3''\} \rangle$  へのエネルギー再分配も抑制される。その結果, 壁面およびスパン方向速度の変動強度  $(u_2')_{rms}^*$  および  $(u_3')_{rms}^*$  の値が小さくなる (第 1 報<sup>(1)</sup>の図 13 参照)。  $Re$  が増加した場合にも  $M$  が増加した場合と同様に説明される。

## 6. 結 言

本論文では, 低レイノルズ数圧縮性壁乱流における乱流運動, 平均運動および内部エネルギー間のエネルギーの変換, ならびにレイノルズ応力の輸送の無次元パラメータ (レイノルズ数  $Re$  およびマッハ数  $M$ ) の依存性を DNS データを用いて検討した。その結果, 以



(a) Dependence of Reynolds stress transfer on  $M$

(b) Dependence of Reynolds stress transfer on  $Re$

Fig. 13 Reynolds stress transfer; arrows, solid and dotted lines,  $\oplus$  and  $\ominus$  as Fig. 5. Dashed lines indicate the connections between the production terms and the corresponding Reynolds stresses. Note that  $P_{11}^* = 2P_k^*$  and  $C_{11}^* + C_{22}^* + C_{33}^* = C_a^* + C_b^*$ .

下の結論を得た。

(1) 乱流運動エネルギーの生産項  $P_k^*$  および散逸項  $\varepsilon_k^*$  のエネルギー輸送は  $M$  の増加に伴い小さくなり,  $Re$  の増加に伴い大きくなる。ただし,  $P_k^*$  と  $\varepsilon_k^*$  の  $Re$  依存性は  $M$  依存性よりも大きい。平均運動エネルギーの粘性散逸項  $\varepsilon_{VK}^*$  は  $M$  と  $Re$  にほぼ独立である。

(2) 圧縮性項  $C_a^*$  および  $C_b^*$  のエネルギー輸送は  $M$  または  $Re$  のいずれかが増加すると大きくなる。  $C_a^*$  はエネルギー輸送への寄与は小さいが  $Re$  依存性は大きい。圧力仕事項  $C_c^*$  のエネルギー輸送は  $M$  の増加に伴い小さくなり,  $Re$  の増加に伴い大きくなる。  $M$  および  $Re$  による  $C_c^*$  の変化はそれぞれ平均圧力  $\langle p \rangle^*$  および平均ダイラレーション  $d\langle u_2 \rangle^* / dy^*$  の変化により生じる。圧力速度発散相関項  $C_d^*$  はエネルギー輸送への寄与に加えて  $Re$  および  $M$  依存性も小さい。

(3) 圧力歪み相関項  $\phi_{11}^*$ ,  $\phi_{22}^*$ ,  $\phi_{33}^*$  および  $\phi_{12}^*$  のエネルギー輸送は  $M$  の増加に伴い小さくなり,  $Re$  の増加に伴い大きくなる。一方, 圧縮性項  $C_{11}^*$ ,  $C_{22}^*$  および  $C_{12}^*$  のエネルギー輸送は非常に小さいが, これらの極値の絶対値は  $M$  または  $Re$  のいずれかが増加すると大きくなる。

(4) 主流方向垂直応力の生産項  $P_{11}^*$  の  $Re$  および  $M$  依存性, ならびに圧力歪み相関項  $\phi_{11}^*$ ,  $\phi_{22}^*$  および  $\phi_{33}^*$  の  $Re$  および  $M$  依存性により, 乱流強度の  $Re$  および  $M$  依存性が説明される。

### 謝 辞

本研究に関し日本原子力研究所計算科学技術ソフトウェア研究開発(平成11~13年度)の補助を受けている。ここに記して感謝の意を表す。

### 文 献

- (1) 森西洋平, 谷澤征哉, 玉野真司, 中林功一, 機論, **69**-680, B (2003) 808-815.
- (2) Lele, S.K., *Ann. Rev. Fluid Mech.*, **26**(1994), 211-254.
- (3) Huang, P.G., Coleman, G.N. and Bradshaw, P., *J. Fluid Mech.*, **305**(1995) 185-218.
- (4) 森西洋平, 玉野真司, 中林功一, 機論, **68**-672, B (2002) 2253-2260.
- (5) Lechner, R., Sesterhenn, J. and Friedrich, R., *J. Turbulence* **2** (2001) 1-25.
- (6) 森西洋平, 玉野真司, 中林功一, 機論, **67**-661, B (2001) 2251-2258.
- (7) 森西洋平, 玉野真司, 谷澤征哉, 中林功一, 機論, **68**-676, B (2002) 3281-3287.