

線形・フィルタリングによる信号の抽出

石井直宏・岩田彰・鈴木宣夫

情報工学科
(1981年9月5日受理)

Extraction of Signals by Linear Filtration

Naohiro ISHII, Akira IWATA and Nobuo SUZUMURA

Department of Information Engineering, Nagoya Institute of Technology

(Received September 5, 1981)

We consider the application of several methods to the detection of the signal of the simulated evoked potential responses. The signal averaging is the most popular and simple method in the detection of the signal. We apply two filtering methods in the detection of the signal. First, Wiener filtering is expected to extract the true signal from the system theoretical viewpoint. The results of the computer simulation of the Wiener filter, show that the filtering has disadvantage to the detection of signal in the nonstationary time series. Next, Kalman filtering is a powerful and modern one to such a nonstationary time series. However, in our experiments of the computer simulation, it was clarified that these filtering methods are not superior to the signal averaging in the case of the time jitter of signals and the nonstationary background noise. These circumstances are close to the case of the evoked responses of the brain.

1. まえがき

近年電子計算機の処理能力の発達とともに、種々の分野で計量的方法論の展開が盛んになって来た。たとえばその中の1つに通信工学で取り上げられている雑音に埋もれた信号の検出の問題等がある。これは以前から研究されているが適用分野が広がるとともにその分野独自の問題点が提起され新しい検出の方法論が必要とされて来ている。従来の通信工学等における信号検出の問題は、前もって作り上げた実在の系あるいはモデルに従い信号および雑音の性質の情報を十分に取り入れた上で解析や展開がなされて来た。たとえば信号検出のためのフィルタ論等の展開¹⁾がある。しかしひとたび工学系の分野を広げ自然界および生物系まで信号検出の問題を広げると信号および雑音の区別がつかない場合が多い。したがってこのような未知の系へ従来の工学的手法を持込んでも十分な成果が期待できるとは考えにくい。具体的に神経情報から真の信号成分を抽出するという問題が生じている²⁾が前もって系の信号の構造および重畳する

雑音成分の構造がわからない場合が多い、従って有効な情報を抽出するために、同一の入力刺激を繰り返し与え、その系の出力応答を加算平均する方法が基本的な情報抽出の方法として使用されている。これに対し情報論の中で信号検出のためのウィナー・フィルタおよびそれ以後のカルマン・フィルタ等がはなばなしく展開されて来たが、生体処理分野では十分に検討されていない。そこで本研究は神経情報の中で誘発脳波をとり上げ信号抽出のための方法論を検討したものである。ここでは誘発脳波中の信号を抽出するため、誘発脳波の信号および雑音成分をより実際に近い形の計算機のシミュレーションを行なった。まず信号としては一周期分の正弦波波形とし雑音成分として非定常背景脳波雑音を定常白色雑音とした。これらの合成波の時系列が観測される波形とすると、きいかにもとの信号波形を推定するかどうかということが問題となる。またここでの信号検出の方法論として最も簡単でかつよく使われている加算平均法、次に信号成分を平均2乗誤差を最小とするように設計したウィナー・フィルタ法およびカルマン・フィルタの一種である再帰型フィルタ法による比較検討を計算機シミュレーションより

行った。この時、信号および2つの雑音成分の組み合わせによるシミュレーションの条件を変え比較した。この結果、入力刺激により一定時間遅れた応答信号の場合、再帰フィルタ法がすぐれており以下順に加算平均法、ウィーナ・フィルタ法となった。次に実際の誘発脳波を想定した場合の信号にゆらぎを持たせた場合、再帰型フィルタおよびウィーナ・フィルタ法のいずれも、不安定になり、むしろ加算平均法がその中でもややすぐれた結果を示した。

2. 加算平均法による信号の抽出

雑音中に重畳した信号抽出で、きわめて一般的な方法として加算平均法がある。この方法の条件としてある刺激時点から一定の時間遅れの後に応答となる信号の存在を仮定している。この仮定をおけば、同一条件のもとで多数の記録をとり、これを刺激時点の基準に重ね、各時点での振幅の平均を求めることである。たとえば誘発脳波の背景にある自発活動はランダムに生起しているので、多数の記録を重ねるときは、ランダムなものは平均して零に近くなり、応答となる固有の波形の誘発電位のみが残って来る。

いま入力（刺激）に対する応答波形が繰り返し得られたとする。この入力に次々に $i=0, 1, 2,$ と番号をつけ、 i 番目の入力信号が加えられた時点から数えて j 番目の出力信号のサンプル値を y_{ij} とすると、 y_{ij} は入力信号に対する真の応答 S_{ij} にそれぞれの時点での雑音の瞬時値 n_{ij} 加えたもので

$$y_{ij} = S_{ij} + n_{ij}$$

と表われる。 y_{ij} の $i=0$ から $M-1$ までの M 回の平均値は

$$y_{Mj} = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} y_{ij} = \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} S_{ij} + \frac{1}{M} \sum_{i=0}^{M-1} n_{ij}$$

となるが、各々の入力と伝送の応答系が一定であることから S_{ij} はしに関係なく一定で、また n_{ij} は雑音の瞬時値であるから、全くランダムな値をとる。従って

$$\lim y_{Mj} = S_{ij}$$

となり雑音がないときの系の応答が求められる。実際には、無限回の加算は出来ないので、 M 回の加算によって信号電圧は M 倍となるが雑音電圧は \sqrt{M} 倍にしかならない。よって

$$S/N \text{ 比の改善} = 10 \log M \text{ [dB]}$$

となる。これが入力信号との加算平均による S/N 比の改善である。

3. ウィーナ・フィルタリングによる信号の抽出

信号抽出のための加算平均法はきわめて簡便な方法であるが、多数回の加算は実際には系の状態を変えてしまい、その結果応答の信号分も変化することが生じうる。このような観点からウィーナ・フィルタ法が適用される場合がある。観測値 $x(t)$ から真の信号 $S(t)$ を推定する。この推定値を $y(t)$ とおくと

$$\frac{1}{T} \int_0^T (y(t) - S(t))^2 dt \quad (3.1)$$

を最小とする $y(t)$ を算出する。

真の信号 $S(t)$ と重畳する雑音 $n(t)$ とすれば観測値 $x(t)$ は

$$x(t) = S(t) + n(t) \quad (3.2)$$

と表わされる。いまフィルタの重み $g(t)$ として、線形フィルタを仮定すれば (3.1) 式を最小とする $y(t)$ と $x(t)$ の間に

$$y(t) = \int_0^\infty g(\tau)x(t-\tau) d\tau \quad (3.3)$$

が成立する。問題は (3.1) 式が最小となるように $g(\tau)$ を求めることである。(3.3)式を(3.1)式に代入し、平均2乗誤差を最小とするように $y(t)$ で微分すると

$$\int_0^\infty (\sigma) \phi_{xx}(\tau-\sigma) d\sigma = \phi_{xs}(\tau) \quad (3.4)$$

と表われる。ここで $\phi_{xx}(\tau)$ は $x(t)$, $S(t)$ の相互相関関数、 $\phi_{xs}(\tau)$ は $x(t)$ の自己相関関数を示す。(3.4) 式の両辺をフーリエ変換すると、

$$G(j\omega) \Phi_{xx}(j\omega) = \Phi_{xs}(j\omega) \quad (3.5)$$

よって周波数領域でのフィルタ関数 $G(j\omega)$ は

$$G(j\omega) = \frac{\Phi_{xs}(j\omega)}{\Phi_{xx}(j\omega)} \quad (3.6)$$

と表わされる。(3.6) 式を信号 $S(t)$ と雑音 $n(t)$ の成分で表わすと

$$G(j\omega) = \frac{\Phi_{ss}(j\omega) + \Phi_{sn}(j\omega)}{\Phi_{ss}(j\omega) + \Phi_{sn}(j\omega) + \Phi_{ns}(j\omega) + \Phi_{nn}(j\omega)} \quad (3.7)$$

となる。いま信号 $S(t)$ と雑音 $n(t)$ の相関がなければ (3.7) 式は

$$G(j\omega) = \frac{\Phi_{ss}(j\omega)}{\Phi_{ss}(j\omega) + \Phi_{nn}(j\omega)} \quad (3.8)$$

となる。さて生体情報処理の分野では信号と雑音のパワースペクトルが未知である場合も多い。その上に信号と雑音の相関の検定はほとんど不可能である。そこで、信号および雑音の未知なものに対し、信号と雑音を推定しウィーナ・フィルタを適用しようとする研究が行なわれて来ている。

いま (3.3) 式の両辺をフーリエ変換すると

$$Y(j\omega) = G(j\omega) \cdot X(j\omega) \quad (3.9)$$

さらに (3.9) 式のくり返しデータが得られたと仮定した場合の期待値をとる。このときフィルタ関数 $G(\omega)$ は定数と見なされ、期待値 (平均値) を $\bar{\cdot}$ で表わすと、

$$\bar{Y}(j\omega) = G(j\omega) \cdot \bar{X}(j\omega) \quad (3.10)$$

となる。よって

$$\bar{Y}(j\omega) = \frac{\Phi_{ys}(j\omega)}{\Phi_{xx}(j\omega)} \cdot \bar{X}(j\omega) \quad (3.11)$$

となる。信号と雑音の相関がないと仮定すると (3.2) 式の両辺のパワースペクトル密度のくり返しによる周波数領域での期待値は

$$\overline{\Phi_{xx}(j\omega)} = \Phi_{ss}(j\omega) + \overline{\Phi_{nn}(j\omega)} \quad (3.12)$$

また時間領域での観測値の加算平均を $\bar{x}(t)$ で表わすと、

$$\bar{x}(t) = s(t) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N n_i(t) \quad (3.13)$$

ただし N は N 回の加算平均を表わす。(3.13) 式のパワースペクトル密度は信号と雑音の相関がないという仮定のもとで

$$\Phi_{xx}(j\omega) = \Phi_{ss}(j\omega) + \frac{1}{N} \Phi_{nn}(j\omega) \quad (3.14)$$

となる³⁾。(3.12) 式と (3.14) 式より

$$\Phi_{ss}(j\omega) = \frac{N}{N-1} \Phi_{xx}(j\omega) - \frac{1}{N-1} \overline{\Phi_{xx}(j\omega)} \quad (3.15)$$

$$\overline{\Phi_{nn}(j\omega)} = \Phi_{xx}(j\omega) - \Phi_{ss}(j\omega) \quad (3.16)$$

が得られる³⁾。時間領域における加算平均波形のパワースペクトル密度が (3.14) 式で与えられているので、この加算平均波形に対するフィルタ関数 $G(j\omega)$ は

$$G(j\omega) = \frac{\Phi_{ys}(j\omega)}{\Phi_{ss}(j\omega) + \frac{1}{N} \Phi_{nn}(j\omega)} \quad (3.17)$$

となる。(3.17) 式で雑音成分 $\Phi_{nn} = (1/N) \Phi_{nn}(\omega)$ とした点が加算入力を考慮しない結果である。また時間領域における加算をしない場合、すなわち単一の入力波形に対するフィルタ関数 $G(j\omega)$ は

$$G(j\omega) = \frac{\Phi_{ys}(j\omega)}{\Phi_{ss}(j\omega) + \Phi_{nn}(j\omega)} \quad (3.18)$$

と取る。ここで (3.17) および (3.18) 式の $\Phi_{ss}(j\omega)$ と $\Phi_{nn}(j\omega)$ は前もってわからないことから (3.15) と (3.16) 式で推定した値を用いる。ここでは (3.17) 式の型を Doyl's method, (3.18) 式の型を Walter's method と呼ぶことにする。

4. Maximum A Posteriori Probability (MAP) 推定量による信号の抽出と再帰的フィルタ

通信工学におよぶ信号抽出として、Maximum A Posteriori Probability 推定量がある。いま信号 $S(t)$ の推定値 $\hat{S}(t)$ は観測値 $x(t)$ により事後確率 (条件付確率) $p(S|x)$ を最大にする S の値として定義される。事後確率 $p(S|x)$

の分布が単峰性であれば $p(S|x)$ が最大の時、 S をベクトルとし、 S_i を i 成分とすると、

$$\left. \frac{\partial}{\partial S_i} \ln p(s|x) \right|_{s_i=S_i} = 0, \quad i=1,2,\dots,N \quad (4.1)$$

が成立することである。(4.1) 式はベイズの定理により

$$\left. \frac{\partial}{\partial S_i} \ln p(x|s) + \frac{\partial}{\partial S_i} \ln p(s) \right|_{s_i=S_i} = 0, \quad i=1,2,\dots,N \quad (4.2)$$

前もって信号 $S(t)$ の生起確率はわからないことが多いので (4.2) 式の 2 番目の式の $p(S)$ を各 i 成分で皆等しい、従って定数となり消去される。よって (4.2) 式は

$$\left. \frac{\partial}{\partial S_i} \ln p(S|x) \right|_{s_i=S_i} = 0, \quad i=1,2,\dots,N \quad (4.3)$$

となる。いま信号 $S(t)$ を推定するため、多数回観測すると条件付確率 $p(x/S)$ は各々の観測値が独立として、

$$p(x/S) = P_1(x_1|S)p(x_2|S)\dots p(x_M|S) \quad (4.4)$$

の尤度関数表示となる。さらに各 $P_i(x_i|S)$ は平均 S で共分散行列 Q の正規分布と仮定する。

MAP 推定値は (4.4) を (4.3) に代入し、なおかつ信号 S の平均 $\bar{S} = 0$ とし、最大にする s を求めると、

$$\hat{S}(t) = (P^{-1} + MQ^{-1})^{-1} \sum_{i=1}^M Q^{-1} x_i \quad (4.4)$$

で与えられる⁴⁾。ここで P は先験確率 $P_i(s_i)$ の平均 0、共分散行列 P を表わす。

さてここで MAP 推定量をデータを逐次処理することによって変えていくことを考える。初期値として共分散行列 P と Q を与えており、第 1 回の観測値 x により

$$\hat{S}_1 = (P^{-1} + Q^{-1})(Q^{-1}x_1 + P^{-1}S_0)$$

これは

$$\hat{S}_1 = \hat{S}_0 + K_1(x_1 - \hat{S}_0)$$

$$K_1 = P(P+Q)^{-1}$$

と等しい。同時に第 2 番目の観測値に対して

$$\hat{S}_2 = (P^{-1} + 2Q^{-1})^{-1}(Q^{-1}x_1 + Q^{-1}x_2 + P^{-1}S_0)$$

となり、この式は書き換えると

$$\hat{S}_2 = \hat{S}_1 + K_2(x_2 - \hat{S}_1)$$

$$K_2 = V_1(V_1 + Q)^{-1}$$

$$V_1 = P(P + Q)^{-1}Q$$

で与えられる⁴⁾。ここで V_1 は S_1 の共分散行列である。

一般に

$$\hat{S}_{k+1} = \hat{S}_k + K_{k+1}(x_{k+1} - \hat{S}_k)$$

$$K_{k+1} = V_k(V_k + Q)^{-1}$$

$$V_k = P(P + Q/k)^{-1}Q/k$$

$$= (I - K_k)V_{k-1} \quad (4.5)$$

と展開される。

この形は Kalman filter の一種である⁴⁾。またこの形式による信号抽出は再帰型フィルタ (Recursive Filter) とも呼ばれている。

5. 信号成分と雑音成分の生成

信号と雑音の性質が十分に把握できない場合が生体情報の扱いでしばしば生じる。従って必ずしも前節まで述べたウィーナ・フィルタ法およびMAP法などが信号と雑音を分離した形で展開できないが、信号と雑音を出るだけ分離しようとする方法論が試みられて来ている。生体情報の中で信号と雑音の区別しにくいものに誘発脳波がある。外部からの刺激により信号成分が誘発される。この時雑音成分の性質が複雑に変化することが実験的に示されて来た。また外部、および内部の系および観測雑音も混入する。このような誘発脳波を対象とする信号と雑音を計算機により生成し、前節までの信号抽出の方法論の比較検討を行なう。

信号成分……外部からの刺激後一定時間(95ms)をおいて

$$S(t) = K \sin \omega_s t \tag{5.1}$$

の一周期分とする。次に雑音成分としての背景脳波は刺激により非定常性を示すことが報告されている。ここでは以下のような非定常時系列を構成する。背景雑音として刺激時点を t_0 とすると

$$t < t_0 \text{ に対して } K \sin(\omega_n t + \theta_i) \tag{5.2}$$

このことは背景雑音が狭帯域で周期的な雑音からなっていることを示す。実際脳の自発活動で10Hz前後の α 波が正弦波状に生成している。次に外部からの刺激により、刺激時点 $t = t_0$ 以後、減衰しながら雑音成分が弱まるという非定常な時系列を示す。これを

$$t \geq t_0 \text{ に対して } K \exp(-k_0 t) \sin(\omega_n t + \theta_i) \tag{5.3}$$

で示す。(5.1), (5.2) および (5.3) 式で振幅項 K の値は等しく、

$K = 0.33$, (5.1) 式の信号成分の周波数 f_s は

$$f_s = \frac{\omega_s}{2\pi} = 10\text{Hz とする。}$$

背景雑音の刺激時点 $t = t_0$ 以後の減衰係数 k_0 は

$$k_0 = 0.008 \text{ とおいた。また、この雑音の周波数}$$

f_n は

$$f_n = \frac{\omega}{2\pi} = 9\text{Hz とした。}$$

最後に雑音成分の1つとして白色雑音を付け加えた。以上述べたデータを図で表示すると次のようになる。図1が刺激時点(stimulus location)から95msec以後に(5.1)式の信号を示したものである。

次に図2に(5.2)と(5.3)式の表現による背景雑音を示す。刺激時点以後の減衰振動を示している。

NONSTATIONARY EEG (BACKGROUND EEG : NONSTA. NOISE)

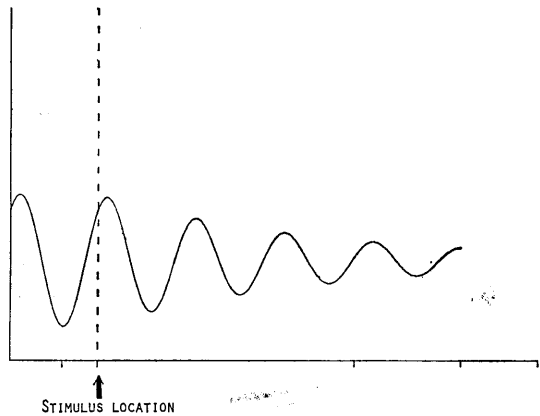


Fig. 2 Nonstationary background noise of electroencepharogram.

雑音成分の1つとして白色雑音を図3に示す。

STATIONARY WHITE NOISE (STA. NOISE)

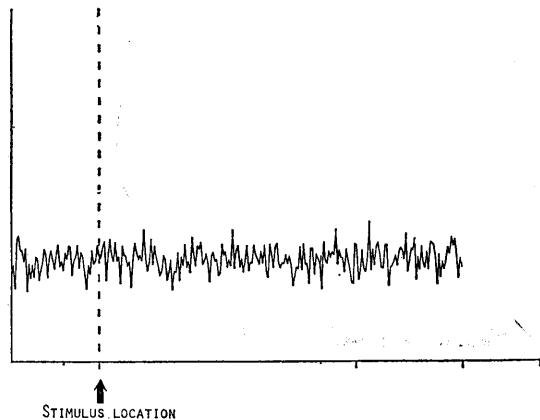


Fig. 3 Stationary white noise.

EVOKED POTENTIAL (SIGNAL)

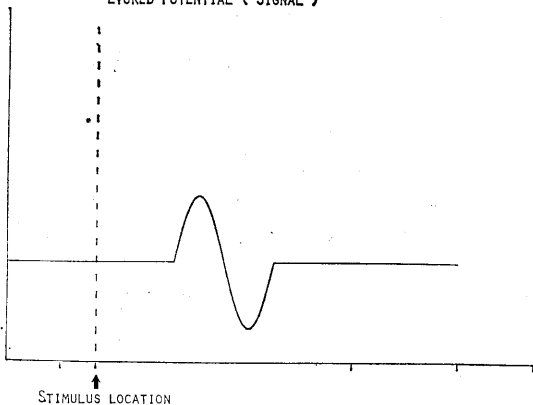


Fig. 1 Signal of simulated evoked potential.

(5.1) 式, (5.2) 式, (5.3) 式を加算し, その上に白色雑音を重畳したものを図4に示す。

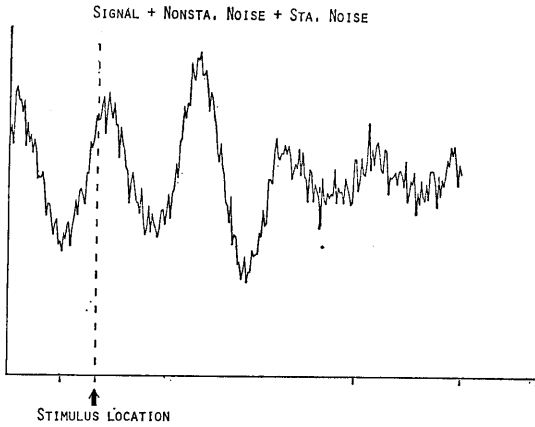
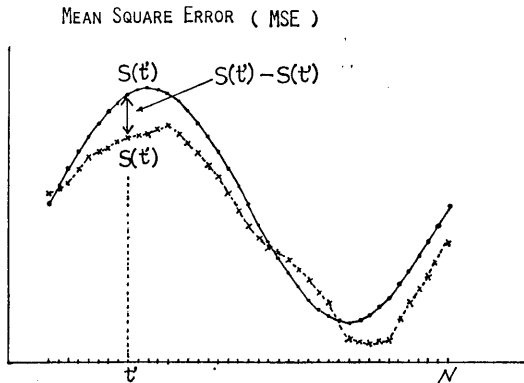


Fig. 4 Data of simulated evoked potential which consists of signal, nonstationary and stationary noises.

図4の波形が, たとえば実際に1回の刺激により観測される波形である。図1の信号成分は特にことわらないかぎり同一であるが, 図2の背景雑音成分は各刺激に対して位相がランダムに異なるとする。すなわち (5.3) 式の θ_i が第 i 刺激でとる位相の値で, 各刺激で θ_i の値がランダムな値をとる。図3の白色雑音成分も刺激ごとに変わるものとする。

6. 信号成分の抽出の各方法による処理結果

いま我々が観測できるのは図4のような第 i 番目の刺



$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (S(t) - \hat{S}(t))^2$$

$S(t)$: SIMULATED EVOKED POTENTIAL
 $\hat{S}(t)$: ESTIMATED EVOKED POTENTIAL

Fig. 5 Mean squared error of estimated signal

激に対する応答波形であり, 繰り返し刺激により図1の信号波形を求める問題に帰着する。すでに述べた2節, 3節および5節の各方法がどれほど有効であるかの評価式として図1の信号成分 $S(t)$ と各方法を使った信号推定値 $\hat{S}(t)$ の平均2乗誤差 MSE

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (S(t) - \hat{S}(t))^2 \quad (6.1)$$

を, その信号成分をどれほど抽出できたかを測る評価関数とする。(6.1) 式で N はサンプル個数である。図5にこの評価式を表わす模式図を示す。

初めに, 2節で述べた加算平均法による信号抽出を適用する。加算平均法は背景雑音の非定常時系列等に対し, それが繰り返しの応答として観測されるとき, 有効な考え方であることが Bendat と Piersol によって指摘されている。本研究での非定常背景雑音の (5.2) および (5.3) 式の位相項 θ_i がランダムであることから, 両式をまとめて

$$L(t) \sin(\omega_n t + \theta_i)$$

とおいて, 十分大きな N にし, 以下の式で t を固定する。その結果

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N L(t) \sin(\omega_n t + \theta_i) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N L(t) \sin(\Omega_i) \approx 0.$$

従って, (5.2), (5.3) 式の非定常項は消去される。白色雑音の加算平均も同様に消去される。図6に加算回数 $N=20$ の場合の結果を示す。図6の結果は図1の信号成分をかなり抽出している。

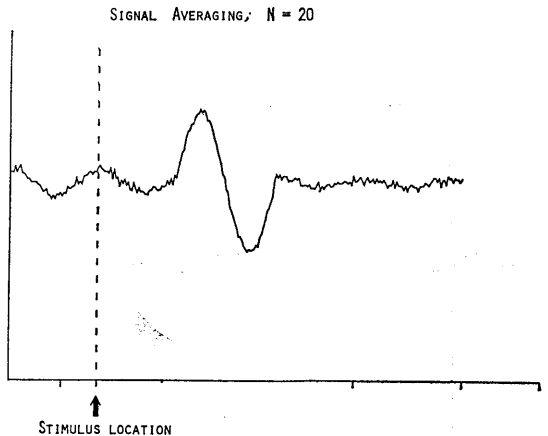


Fig. 6 Estimated signal by averaging

次に3節で述べたウィナー・フィルタ法による信号の抽出を行なう。(3.15) と (3.16) 式を (3.17) 式へ代入するが, 非定常背景雑音に対し図6の加算平均値 $x(t)$ はかなり信号抽出によい結果を示す。しかし $x(t)$ のパワースペクトル値 $\Phi_{xx}(j\omega)$ が信号の個所がデータ全体の一部分であること, および同様に $\Phi_{xx}(j\omega)$ は背景脳波の非定常さ

も加わり不安定な結果を出しやすい。図7に Doyle の方法によるウィーナ・フィルタの結果を示す。

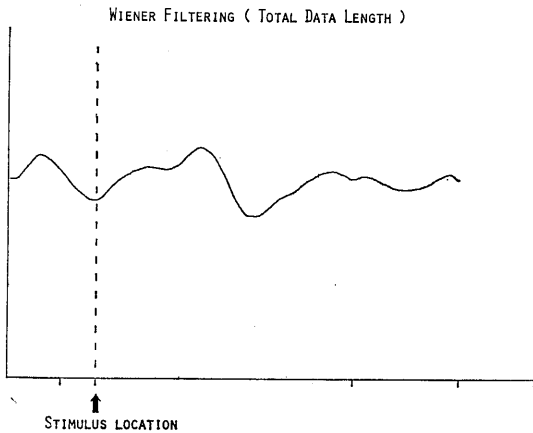


Fig. 7 Estimated signal by Wiener filtering, Computation is carried out over the total data length.

図7の結果は信号成分を正確に再構成していない。この理由は信号と背景雑音成分の非定常さによりパワ・スペクトルの推定の信頼性の低下による。パワ・スペクトルが非定常さに弱いことはウィーナ・ヒンチンの定理によりパワ・スペクトルが自己相関のフーリエ変換ということから、信号および雑音の t 時刻と $t+h$ 時刻の値が積の形で寄与しているからである。このような非定常性を除くために、Bendat と Piersol の小区間解析が有効である。信号成分を含む区間だけのウィーナ・フィルタ法を適用した結果を図8に示す。

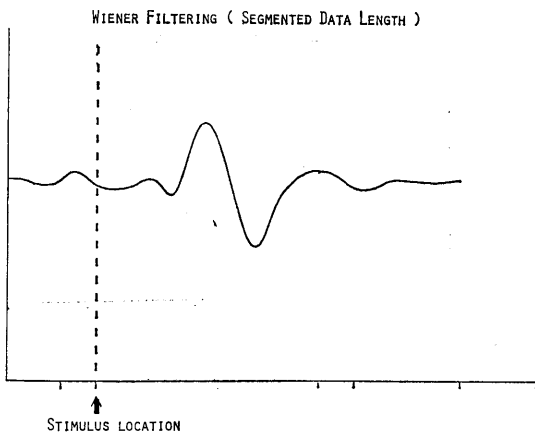


Fig. 8 Estimated signal by Wiener filtering. Computation is carried out within segmented data.

図8は信号成分がかなり抽出されたことを示しているが前もって信号成分の箇所およびその同波数帯域がわからず、また小区間解析にFFT法およびIFFT法が有効と

は言えず、自己回帰モデル等の複素周波数領域での展開が望まれる。

さて、以上述べた2節の加算平均法、3節のウィーナフィルタ法、および4節の再帰型フィルタの各々の方法による(6.1)式のMSEの値をプロットしたものが図9に示してある。ウィーナ・フィルタは(3.17)式を適用し、かつデータは信号成分を含む小区間の解析した結果である。

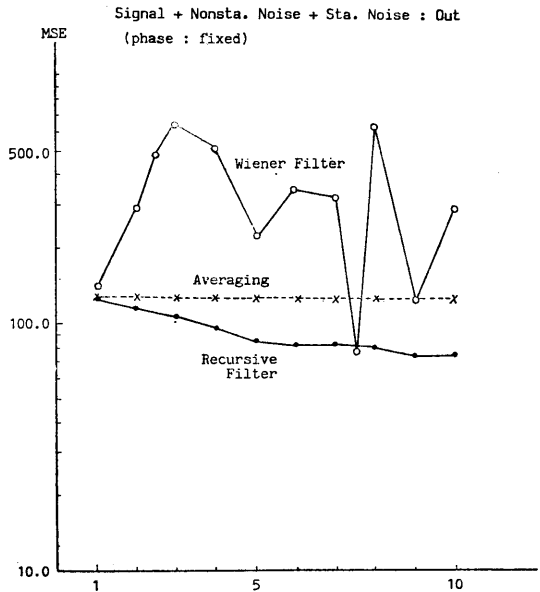


Fig. 9 Results of MSE by averaging, Wiener filtering and recursive filtering in the case of phase locked signal.

図9の横軸は刺激入力番号を示す。点線が加算平均値を示し、 $N=10$ ケの平均値1個だけがこの場合の値であることから各々10ケの入力に対する値が同じである。黒丸の実線が再帰型フィルタの出力値を示し、刺激入力が増加するに従いMSEが徐々に減少していくことを示している。すなわち信号成分が非定常性を有していてもアダプティブに係数行列(4.5)式の K を変えているためMSEが着実に減少させている。これに対しウィーナ・フィルタMSEの値は上の2つの方法に比べ誤差が大きい。

7. 信号成分にゆらぎのある場合の結果

刺激入力に対する信号成分の応答がゆらぐ場合が実際の誘発脳波等で見られる。具体的なゆらぎとして応答の波の生成の遅れ等が存在する場合である。ここでは信号成分に遅れおよび進み時間を(7.1)式の位相 ξ_t として、

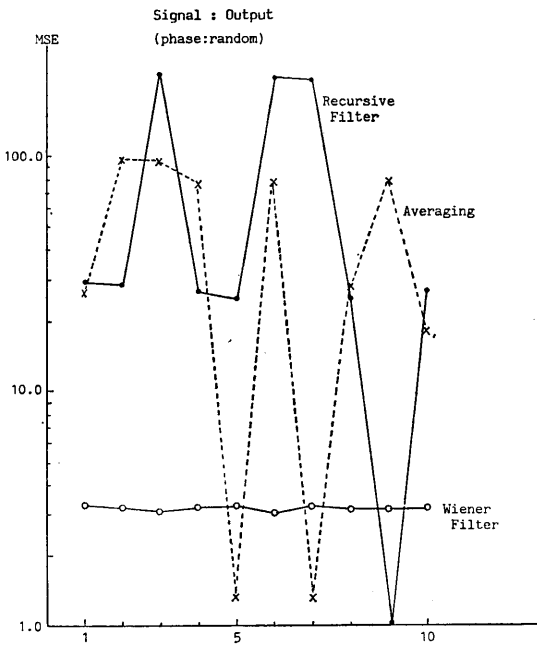


Fig. 10 Results of MSE by averaging, Wiener filtering and recursive filtering in the case of random phase signal.

$$S(t) = K \sin(\omega_s t + \xi_i) \quad (7.1)$$

表わす。ξ_iをランダムにとり、S(t)のゆらぎを5 msec内とする。図10に(7.1)式の信号成分のみの場合の各抽出法の結果を示す。ウィーナ・フィルタはs(t)の信号成分を含む90msecから150 msecの区間で計算している。また再帰フィルタも同様である。

図10の結果は信号成分だけのゆらぎに対し周波数領域でのウィーナ・フィルタ法がすぐれていることを示す。これに対し再帰フィルタおよび加算平均法の結果は平均2乗誤差の値も大きくかつ変動も大きい。次にゆらぎの信号成分に加えて白色雑音を入れると図11の結果を示す。再帰型フィルタ法、次に加算平均法の平均2乗誤差の値が大きい。まだウィーナ・フィルタ法がすぐれている。

最後の計算機実験としてゆらぎのある信号成分に加えて非定常な背景雑音さらに白色雑音を加えた結果を図12に示す。非定常雑音によりウィーナ・フィルタの平均2乗誤差値が大きくなる。このことはウィーナ・フィルタ法で信号成分および雑音成分が前もって与えられていない場合、(3.15)、(3.16)および(3.17)式のフィルタ関数の構成では非定常さに弱いことを示している。また次に再帰フィルタ法もよい値を示していない。むしろ信号抽出のための簡便法である加算平均法が他のフィルタ法に比べよい結果を示している。

いまここでゆらぎの信号成分が存在し、雑音成分が定常

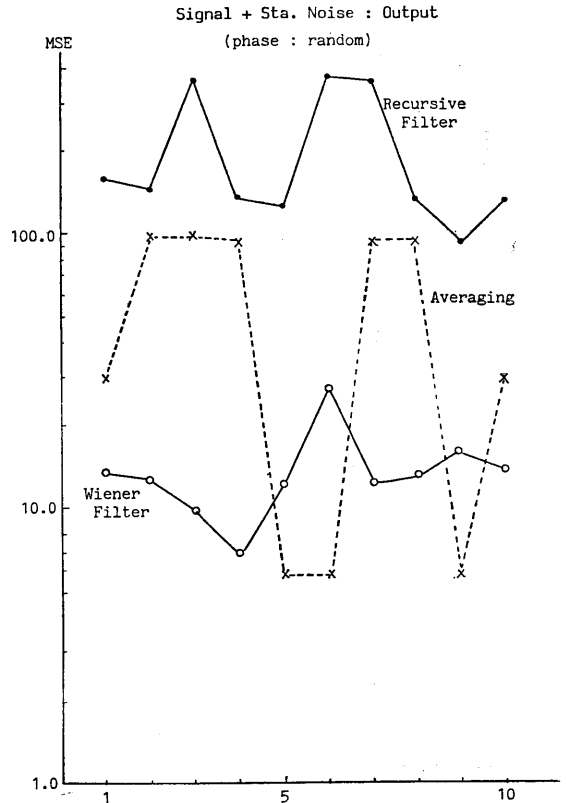


Fig. 11 Results of MSE by averaging, Wiener filtering and recursive filtering in the case of random phase signal and stationary noise.

な場合のウィーナ・フィルタの設計を考えてみる。刺激入力後時間の記録をし、θ_lを第l番目の記録の例とl+1番目の刺激の時間間隔とする。第j番目の記録は

$$x(t) = S\left(t + (l-1)T + \sum_{k=1}^{l-1} \theta_k\right) + n_l(t) \quad (7.2)$$

と書ける。ここでS(⋅)の{θ_k}が信号成分のゆれの度合を表わしている。信号および雑音の時間と周波数領域での表現は十分大きいTに対し

$$\begin{aligned} X_l(j\omega) &= \int_0^T e^{-j\omega t} x_l(t) dt. \\ S(j\omega) &= \int_0^T e^{-j\omega t} S(t) dt \\ N_l(j\omega) &= \int_0^T e^{-j\omega t} n_l(t) dt \end{aligned} \quad (7.3)$$

と表わされる。ここでX_l(jω)、S(jω)およびN_l(jω)は各々

x_l(t)、S(t)およびn_l(t)のフーリエ変換である。このとき各々のパワースペクトル密度は

$$\begin{aligned} \Phi_{x_l x_l}(j\omega) &= |X_l(j\omega)|^2, \quad \Phi_{ss}(i\omega) = |S(j\omega)|^2, \\ \Phi_{n_l n_l} &= |N_l(j\omega)|^2 \end{aligned}$$

で与えられる。

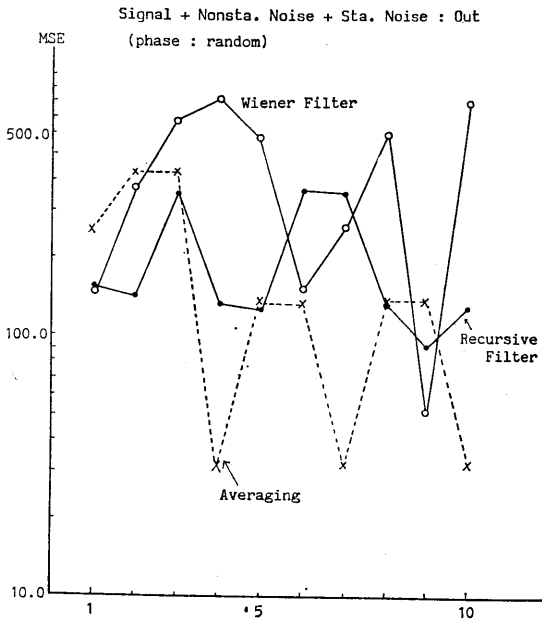


Fig. 12 Results of MSE by averaging, Wiener filtering and recursive filtering in the case of random phase signal, nonstationary and stationary noises.

(7.3) 式の関係より (7.2) 式をフーリエ変換すると、

$$X_l(j\omega) = e^{-j\omega(l-1)T + \sum_{k=1}^{l-1} j\theta_k} S(j\omega) + N_l(j\omega) \quad (7.4)$$

ここで信号成分と雑音成分の相関がないと仮定すると

$$|X_l(j\omega)|^2 = \left| e^{-j\omega(l-1)T + \sum_{k=1}^{l-1} j\theta_k} \right|^2 |S(j\omega)|^2 + |N_l(j\omega)|^2 \quad (7.5)$$

が成立する。しかるに

$$\left| e^{-j\omega(l-1)T + \sum_{k=1}^{l-1} j\theta_k} \right|^2 = 1$$

より (7.5) 式は

$$\Phi_{x_l x_l}(j\omega) = \Phi_{ss}(j\omega) + \Phi_{n_l n_l}(j\omega)$$

したがって両辺のアンサンブル平均をとると

$$\overline{\Phi_{xx}(j\omega)} = \overline{\Phi_{ss}(j\omega)} + \overline{\Phi_{nn}(j\omega)} \quad (7.6)$$

となる。また (7.2) 式のサフィックスの l が N 回目までとりその平均値を $\bar{x}(t)$ であらわすと、

$$\bar{x}(t) = \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N S\left(t + (l-1)T + \sum_{k=1}^{l-1} \theta_k\right) + \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N n_l(t) \quad (7.7)$$

同様に (7.7) 式よりパワ・スペクトル密度を求めると、

$$\Phi_{xx}(j\omega) = \left| \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N e^{-j\omega\left[t + (l-1)T + \sum_{k=1}^{l-1} \theta_k\right]} \right|^2 \Phi_{ss}(j\omega) + \frac{1}{N} \Phi_{nn}(j\omega) \quad (7.8)$$

ここで

$$h(j\omega) = \left| \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N e^{-j\omega\left[t + (l-1)T + \sum_{k=1}^{l-1} \theta_k\right]} \right|^2 < 1 \quad (7.9)$$

である。(7.8) 式は (7.9) 式を使うと

$$\Phi_{xx}(j\omega) = h(j\omega) \cdot \Phi_{ss}(j\omega) + \frac{1}{N} \Phi_{nn}(j\omega) \quad (7.10)$$

となる。(7.6) と (7.10) 式より $\Phi_{ss}(j\omega)$ と $\Phi_{nn}(j\omega)$ を求めると

$$\Phi_{ss}(j\omega) = \frac{N \Phi_{xx}(j\omega) - \overline{\Phi_{xx}(j\omega)}}{N h(j\omega) - 1} \quad (7.11)$$

$$\overline{\Phi_{nn}(j\omega)} = \Phi_{xx}(j\omega) - \Phi_{ss}(j\omega) \quad (7.12)$$

となり、これをウィーナ・フィルタのフィルタ関数 $G(j\omega)$ の (3.17) 式へ代入すると、

$$G(j\omega) = \frac{N \Phi_{xx}(j\omega) - \overline{\Phi_{xx}(j\omega)}}{(N-1) \Phi_{xx}(j\omega) - (1-h(j\omega)) \overline{\Phi_{xx}(j\omega)}} \quad (7.13)$$

となる。(7.13) 式が信号および雑音とも定常な場合で、かつ信号成分に時間的なゆらぎを導入した時の結果である。ゆらぎのない場合は (7.9) 式より θ_k の値が皆等しく、従って

$$h(j\omega) = \left| \frac{1}{N^2} \sum_{l=1}^N e^{j\omega \beta_l} \right|^2 = \frac{1}{N^2} \left| N \cos \omega \beta \right. \\ \left. - jN \sin \omega \beta \right|^2 = 1 \quad (7.14)$$

となり (7.13) 式は

$$G(j\omega) = \frac{N \Phi_{xx}(j\omega) - \overline{\Phi_{xx}(j\omega)}}{(N-1) \Phi_{xx}(j\omega)} \quad (7.15)$$

となる。(7.15) 式は (3.15) と (3.16) 式を (3.17) 式へ代入した結果と等しくなる。さらに応答のゆらぎ、すなわち $S(t)$ の時間遅れ 進みがランダムな時、しかも N を十分大とすると

$$h(j\omega) = \left| \frac{1}{N} \sum_{l=1}^N e^{-j\omega \beta_l} \right|^2 = \frac{1}{N^2} \left| \sum_{l=1}^N (\cos \omega \beta_l \right. \\ \left. - \sin \omega \beta_l \right|^2 \approx 0 \quad (7.16)$$

となり

$$G(j\omega) = \frac{N \Phi_{xx}(j\omega) - \overline{\Phi_{xx}(j\omega)}}{(N-1) \Phi_{xx}(j\omega) - \overline{\Phi_{xx}(j\omega)}} \quad (7.17)$$

となる。

ここでゆらぎがどのように影響するかを見るため、(3.15) 式と (7.10) 式を比較すると (7.10) 式において信号成分のパワ・スペクトルがより減少させられていることを示す。しかし誘発脳波等では応答のどの成分がどれ程ゆらいでいるかが前もってわからないので厳密な応答波形を推定することはむずかしい問題である。

8. むすび

神経情報システムの入出力情報の特徴は確率変動を伴う時系列として表現され かつ信号と雑音成分の構造が明確に把握されていないため、従来の信号検出法による

展開で十分と言えないことが多い。そこで本研究では誘発脳波を取り上げ、信号を非定常雑音および定常雑音の組み合わせの条件により、従来の加算平均法、ウィーナ・フィルタ法およびカルマン・フィルタの一種である再帰型フィルタ法がどのような挙動を示すかを主に計算機シミュレーションにより実験的考察を試みたものである。その結果、信号のゆらぎおよび雑音の非定常さが信号検出につきまとう問題点であり、これらの点を考慮した新しい方法論の開発がこれからの課題である。

文 献

- 1) Wiener, N.: "Extrapolation, interpolation and smoothing of stationary time series", John Wiley and Sons, New York (1949)
- 2) Walter, D. O.: "A posteriori "Wiener filtering" of average evoked responses," *Electroenceph, clin. Neurophysiol.*, Suppl. 27 (1969)
- 3) Doyle, D.J.: "Some Comments on the use of Wiener filtering for the estimation of evoked potentials," *Electroenceph. clin. Neurophysiol.*, 38 (1975)
- 4) Sage, A.P. and Melsa, J.L.: "Estimation theory with application of communications and control", McGraw-Hill, New York (1971)

1) Wiener, N.: "Extrapolation, interpolation and smo-