

# 交通処理量最大化による最適信号制御

松 井 寛・浅 井 慶 一 郎

土 木 工 学 科  
(1981年 8 月19日受理)

## Optimal Control of Traffic Signals for Maximizing the Network Capacity

Hiroshi MATSUI and Keiichiro ASAI

Department of Civil Engineering

(Received August 19, 1981)

This paper describes a new computer method designed to determine the common cycle time and green splits of intersections in an urban street network that maximizing the total network capacity. This method is formulated as a linear programming problem and applied to the actual street network in Nagoya City.

### 1. まえがき

大量の交通流が集中する大都市都心部の街路網では、流入する交通流をできるだけ多く効率的に処理することが要求される。多くの場合、このような街路網では現在広域信号制御方式が採用されており、当然のことながら街路網全体としての交通処理能力は、採用されている信号制御方式に大きく依存することになる。交通流のOD構成比率が固定されたとき、与えられた街路網が処理できる最大容量は、各街路区間の容量を制約条件とした線形計画法によって解けることが明らかにされている<sup>1)</sup>。しかしこの問題では交差点における信号制御の影響は無視された。一方奥谷・霜田は<sup>2)</sup>、3つの信号制御パラメータ(サイクル・スプリット・オフセット)のうち、サイクル・スプリットが街路網の交通処理量に影響を与える決定要因であるとして、交通処理量を最大にするサイクル及びスプリットをやはり線形計画法によって解く方法を提案している。しかしこの論文では、最大化規準として採用された交通処理量を単位時間当りの各交差点流入部でさばきうる交通量の総和として表わされているため、1台の車が街路網内の交差点を通過するたびに何回でも計測される形となっている。

本研究では、奥谷らの研究と同様な立場から、街路網上の交通流を吸収マルコフ過程によって表現するととも

に、交通流のOD構成比率が固定されたとき街路網の交通処理量を最大にするサイクル・スプリットを線形計画法によって求める方法について述べる。

### 2. モデルの定式化

#### 2.1 マルコフ過程に基づく街路網交通流の表示<sup>3)</sup>

街路上を走行する自動車群を一つの流れと考える。それらの流れは交差点である確率にしたがって右折・左折・直進を行ない次の交差点へ向かい、次の交差点でもまた別の確率にしたがって右折・左折・直進を行なって流れているように見える。これらの流れは前段階での状態のみ現在の状態が左右され、それ以前の状態には影響を受けないとみなせば、このような車の流れを吸収マルコフ過程によって記述できることになる。

ここで、街路網へ新たに流入してくる交通を発生状態交差点間を流れる交通を過渡状態、街路網から流出する交通を吸収状態と呼ぶことにする。

いま、吸収状態が  $r$  個、非吸収的な状態(発生状態と過渡状態)が  $s$  個あるとする。このとき、各状態相互間

$$P = \begin{matrix} & \begin{matrix} \overbrace{\quad}^r & \overbrace{\quad}^r & \overbrace{\quad}^{s-r} \end{matrix} \\ \left. \begin{matrix} \text{I} & \text{O} \\ \text{R} & \text{Q} \end{matrix} \right\} \begin{matrix} r & \text{吸収} \\ r & \text{発生} \\ s-r & \text{過渡} \end{matrix} \\ \text{吸収} & \text{発生} & \text{過渡} \end{matrix} \quad (1)$$

の推移確率行列  $P$  は (1) のように表わされる。

$I$ : 吸収状態を示すもので  $r \times r$  の単位行列

$0$ :  $r \times s$  の零行列

$R$ : 非吸収的な状態から吸収状態への推移確率で  $s \times r$  の行列

$Q$ : 非吸収状態相互の推移確率で  $s \times s$  の行列

また、 $R \cdot Q$  に関しては次のように分解できる。

$$R = \left[ \begin{array}{c} \overbrace{R_1}^r \\ \underbrace{R_2}_{s-r} \end{array} \right] \quad (2)$$

$$Q = \left[ \begin{array}{cc} \overbrace{0}^r & \overbrace{Q_1}^{s-r} \\ \underbrace{0}_{s-r} & \underbrace{Q_2}_{s-r} \end{array} \right] \quad (3)$$

ここで、吸収マルコフ過程の性質として、行列  $P$  で表わされる推移確率行列は次のような関係がある。

$$P^n = \left[ \begin{array}{cc} I & 0 \\ R_n & Q^n \end{array} \right] \quad (4)$$

$$R_n = (I + Q + Q^2 + \dots + Q^n) R \quad (5)$$

また、 $n \rightarrow \infty$  に対して

$$I + Q + Q^2 + \dots = (I - Q)^{-1} \quad (6)$$

上式の右辺は  $(I - Q)$  の逆行列であり、吸収マルコフ過程の基本行列と呼ばれる。

式(3)を用いると  $(I - Q)^{-1}$  は次のように表わされる。

$$(I - Q)^{-1} = \left[ \begin{array}{cc} I & Q_1(I - Q_2)^{-1} \\ 0 & (I - Q_2)^{-1} \end{array} \right] \quad (7)$$

したがって式 (2), (5), (7) より、発生状態から吸収状態への推移確率 (OD 確率) 行列を  $P_0$  とすると、次のように表わされる。

$$\left[ \begin{array}{c} P_0 \\ P'_0 \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{cc} I & Q_1(I - Q_2)^{-1} \\ 0 & (I - Q_2)^{-1} \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} R_1 \\ R_2 \end{array} \right] \quad (8)$$

以上により、発生交通量を  $u(u_1, u_2, \dots, u_r)$ 、吸収交通量を  $v(v_1, v_2, \dots, v_s)$ 、区間交通量を  $x(x_1, x_2, \dots, x_{s-r})$  とすると、 $x \cdot v$  はそれぞれ次のように表わされる。

$$x = u Q_1 (I - Q_2)^{-1} \quad (9)$$

$$v = u \{ R_1 + Q_1 (I - Q_2)^{-1} R_2 \} \quad (10)$$

2.2 制約条件式と目的関数の設定

前提として街路網へ流入する交通流の OD 構成比率は固定されているものとする。この仮定は具体的には状態間の推移確率が一定であることを意味する。したがって

$Q_1, Q_2, R_1, R_2$  はそれぞれ一定となり、式 (10) より各発生交通量の全発生交通量に対する比率を一定とすれば OD 構成比率が固定されることになる。つまり、次式が成り立たなければならない。

$$\frac{u_i}{\sum u_i} = \alpha_i \quad (i=r+1, r+2, \dots, 2r) \quad (11)$$

ここに  $\alpha_i$  は発生交通量  $u_i (i=r+1, r+2, \dots, 2r)$  の総発生交通量に対する比率で、実測値より与えられる。

次に、区間交通量  $x$  については次式を満足しなければならない。

$$x_j \cdot C \leq G_j \cdot S_j \quad (12)$$

$x_j$ : 区間  $j$  の区間交通量 ( $j=r+1, r+2, \dots, r+s$ )

$C$ : 全交差点共通のサイクル

$G_j$ : 区間  $j$  の交差点流入部の青信号時間

$S_j$ : 区間  $j$  の交差点流入部の飽和交通流量

$C$  を共通サイクルとしたのは、街路網を対象とする複数信号機の制御においてはオフセットを設定する系統制御方式がきわめて有効であることが分かっており、そのための前提として各交差点の信号機のサイクルを等しくしておかなければならないという事実があるためである。

式(12)は、各交差点入部における流入交通量とその交差点の容量以下であること、つまり 1 サイクルの間に交差点へ流入してくる交通流がその方向の青信号時間のうちにさばききれることを表わしている。

また、必要に応じて次の条件式が付加される。

$$x_j \leq S_j \quad (13)$$

ここに  $S_j$  は区間の交通容量である。

この条件式は、街路上の各区間交通量はその区間の容量を超えないということである。しかし一般には、交差点容量より区間容量の方が大きな値をとるので、この場合は上式の制約条件は省略してよい。

次に、各交差点の信号制御パラメーターの間で成立しなければならない条件式は次のとおりである。

$$G_{l1} + G_{l2} + L_l = C \quad (14.a)$$

$$G_{l1} > 0 \quad (14.b)$$

$$G_{l2} > 0 \quad (14.c)$$

$G_{l1}, G_{l2}$ : 交差点  $l$  において交差する 2 方向のそれぞれの青信号時間

$L_l$ : 交差点  $l$  の 1 サイクル中のクリアランス時間

式 (14.a) から分かるように、本研究では 2 現示制御を前提としており、右左折現示については考慮していない。しかし現示数が 3 以上になっても同様に定式化は可能である。

サイクル及びスプリットの 2 つの制御パラメーターの主要な機能は、交差点に流入する交通流をさばくことにある。そこでこれら制御パラメーターの評価基準として

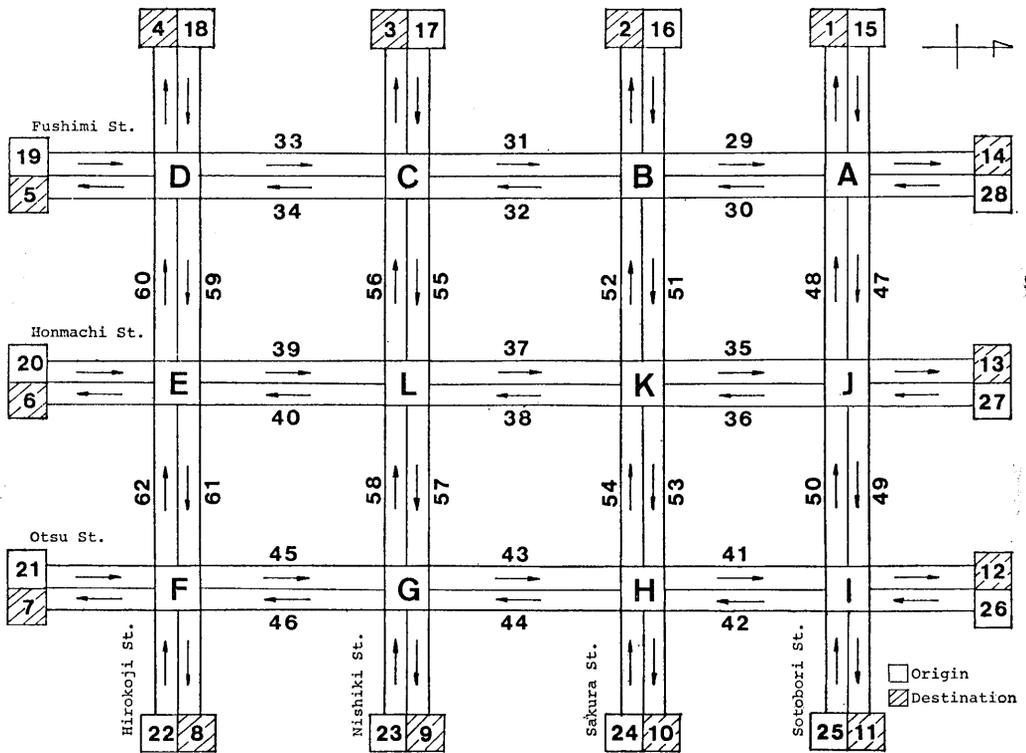


Fig. 1 Model of street network in the example. (central area of Nagoya)

街路網全体における交通処理量最大化があげられるが、交通流を吸収マルコフ過程にしたがうと仮定したため、式(9),(10)により各区間交通量・吸収交通量はそれぞれ発生交通量によって決まる。したがって、交通処理量の最大化を図ることは、とりもなおさず総発生交通量の最大化にほかならない。よって、目的関数は次のように与えられる。

$$Z = \sum u_i \Rightarrow \max \quad (15)$$

結局問題は制約条件式(11)~(14)の下で、式(15)で与えられる目的関数を最大化することであり、求める変数は発生交通量  $u_i$  及び各交差点の青信号時間  $G_{11}, G_{12}$  である。ところで、これらの変数に対して制約条件式及び目的関数はいずれも線形である。したがって、問題はLP問題として解くことができる。

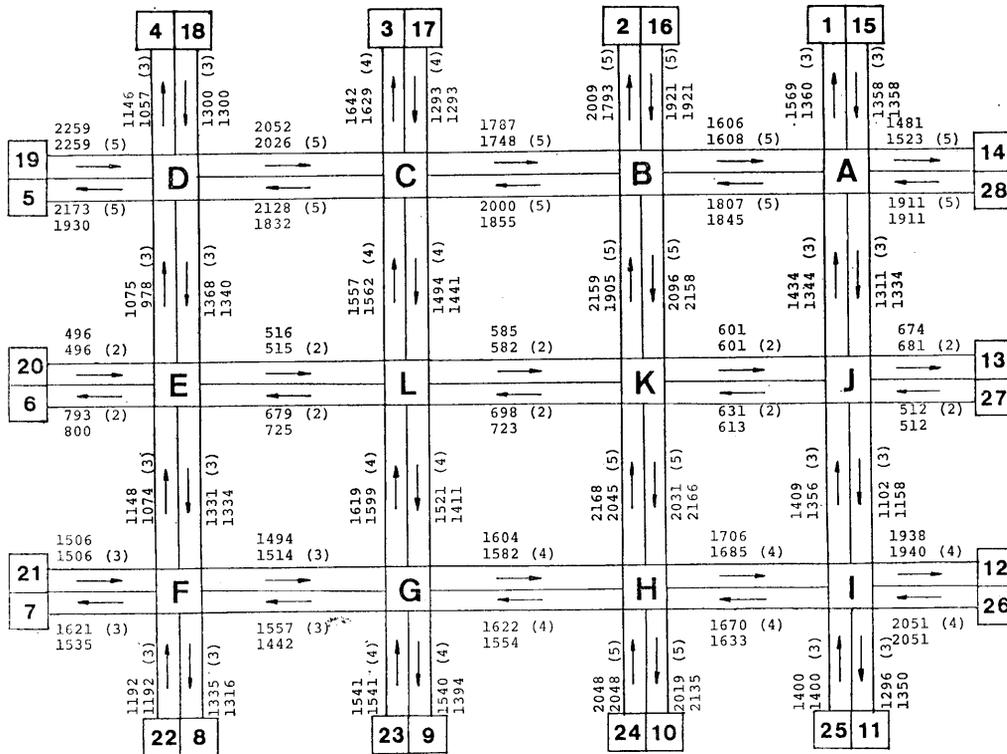
### 3. 名古屋都心部街路網への適用例および考察

前節で定式化した問題を実際の街路網に適用し、モデルの妥当性を検討するとともに、問題点について考察する。

対象とする街路網は名古屋都心部の街路網で、その形状を Fig.1 に示す。図に示すように交通発生源、交通吸収源は街路網の周辺にのみ設け、交差点間での車の出

入りはないと仮定した。Fig. 2 には、各区間の車線数、実測による区間交通量及びマルコフ流と仮定したときの区間交通量計算値が示されている。この計算値は Fig. 1 に示した交通発生源から実測より得られた発生交通量を流入させ、また各交差点での推移確率はやはり実測によって得られた右左折直進率をそのまま用いて計算したものである。Fig. 2 の実測区間交通量と計算値を比較してみると、おおむねよく一致しており、街路網上の交通流をマルコフ流として取り扱っても差しつかえないと判断される。さらに Table 1 には、マルコフ流と仮定した場合の発生源と吸収源との間の OD 交通量が示されている。次に最適化計算について説明する。まず、1車線当りの飽和交通流量を 1800 台/青1時間とし、すべての交差点において同一とした。また、各交通発生源の発生比率  $\alpha_i$  は実測データから与えた。

- CASE I: クリアランス時間  $L$  を全交差点共通に 10 秒と決めた場合
- CASE II: 現行の信号制御プログラムで用いられている右左折現示時間をクリアランス時間に含めた場合
- CASE III: 現行の信号制御プログラムをそのまま用いた場合 (信号制御の最適化計算は行な



**Fig. 2** Comparison between the observed link volume and the estimated link volume.  
 Upper: observed link volume (VEH/HOUR)  
 Lower: estimated link volume (VEH/HOUR)  
 ( ) : number of lane

**Table 1** Estimated OD table through Markov process.

(VEH/HOUR)

O \ D	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
15	1	53	22	15	137	29	34	15	24	49	552	140	141	137
16	47	2	36	25	157	69	82	28	45	1087	28	119	60	129
17	25	31	1	16	84	39	79	21	671	49	16	83	42	51
18	15	18	31	0	201	53	113	698	20	28	10	55	19	33
19	147	173	290	188	4	33	56	146	155	201	70	63	38	689
20	27	31	60	44	23	0	14	37	39	61	16	16	104	15
21	56	75	117	83	48	43	2	132	91	122	54	606	17	33
22	12	15	25	490	95	139	253	0	17	24	9	71	11	23
23	29	36	800	26	113	91	110	33	2	54	20	122	31	69
24	61	918	48	32	175	94	124	39	62	4	41	227	82	134
25	538	40	18	12	62	36	47	14	23	43	1	367	68	124
26	144	149	82	54	59	43	582	94	153	197	393	3	32	58
27	79	56	24	13	22	111	11	17	26	63	38	19	0	26
28	179	196	75	59	750	20	28	42	66	153	102	49	36	2

わず)

まず CASE 1 について、得られた結果を Fig. 3 及び Table 2 に示す。Fig. 3 はサイクル長と目的関数値 (Z) の関係を示したものであるが、これによればサイクルが大きくなるにつれて総交通処理量は増加するが、その増加率は次第に減少しほぼ一定の値に収束する傾向を示している。結局常用サイクル長が40秒から150秒程度であることを考慮すれば、結論として常用サイクルの範囲で最大のものを用いることが望ましいと言える。

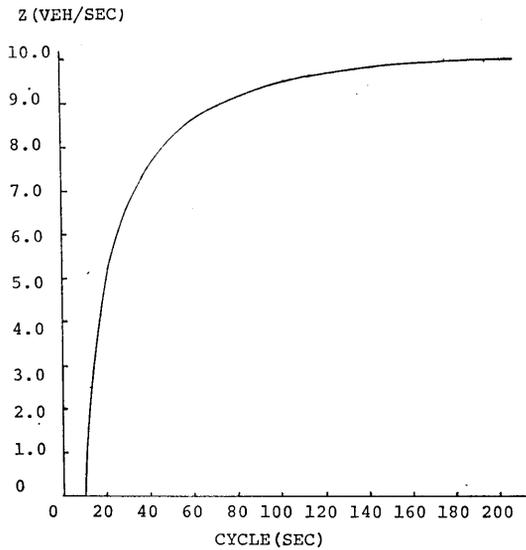


Fig. 3 Relationship between the cycle time and the value of objective function.

Table. 2 は、採用したサイクルごとの各交差点における信号の最適スプリットを青信号時間で表示したものであり、各列左側が Fig. 1 における上下 (東西) 方向の青時間、右側が左右 (南北) 方向の青時間を表わしている。

次に、CASE II と CASE III の計算によって現行の信号制御との比較検討を行なった。対象街路網の現行の信号制御は、オフセット制御に重点を置いた自動感應式系統制御方式が採用されており、またほとんどの交差点において右折現示が導入されている。したがって、オフセットや右折現示を考慮していない本モデルとの比較には問題があるが、一応ここでは右折現示時間をクリアランス時間とみなして比較を行なうことにした。なぜなら、右折現示時間は本来青信号時間内に交差点内に流入しているはずの右折方向の流れが、対向直進交通流のために停滞することを許さない目的で導入されるものと考えられ、必然的にクリアランス時間と質を同じくするものと考えることができるからである。また、交通処理量最大化という制御目標から考えると、オフセットはむしろ交通損失を最小化するための制御パラメーターであり、サイクル・スプリットに比べ交通処理量最大化基準という観点からみれば二次的と判断されるためその影響を無視した。

以上のような前提のもとで実施した CASE II, CASE III の計算結果を Fig. 4, Table 3 に示す。ここで、サイクル長を145秒にとっており、CASE III の青信号時間は現行の実測値である。

Fig. 4 から分かるように、最適化を行なった場合

Table 2 Optimal green time at each intersection.

Left: east-west  
Right: north-south

No. of intersection CYCLE	A B C D E F G H I J K L																							
	20	5	5	4	6	4	6	4	6	6	4	5	5	4	6	4	6	5	5	5	3	7	3	6
40	14	16	12	18	12	18	13	17	19	11	15	15	12	18	13	17	14	16	21	9	20	10	19	11
60	23	27	20	30	20	30	22	28	31	19	24	26	20	30	22	28	24	26	34	16	24	16	31	19
80	32	38	27	43	28	42	3x	39	44	26	34	36	28	42	31	39	33	37	48	22	48	32	44	26
100	42	48	35	55	36	54	40	50	56	34	44	46	35	55	40	50	43	47	62	38	61	29	56	34
120	51	59	43	67	44	66	49	61	69	41	54	56	44	67	49	61	52	58	76	34	75	35	69	41
160	69	81	59	91	60	90	66	84	94	56	73	77	59	91	67	83	71	79	103	47	102	48	94	56
180	79	91	67	103	68	103	75	95	107	63	83	87	67	103	75	95	81	89	117	53	116	54	107	63
200	88	102	75	115	76	114	84	106	119	71	93	97	75	115	84	106	91	99	131	59	131	60	119	71

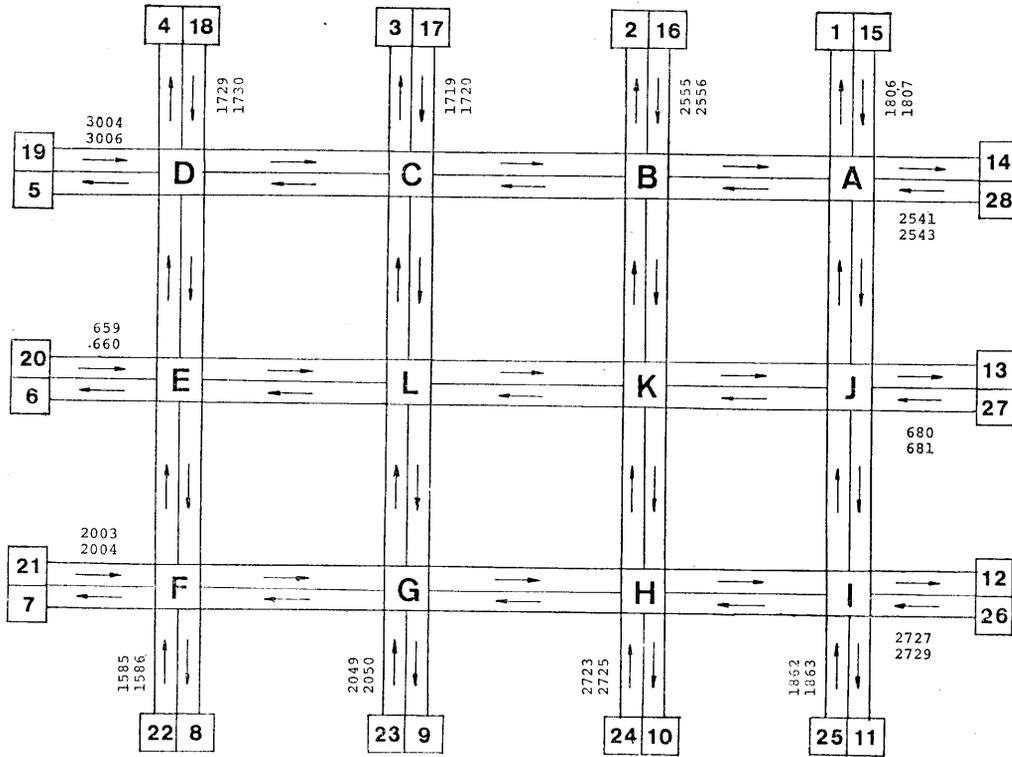


Fig. 4 Maximum allowable inflow volume by present control and by optimal control.  
 Upper: present control (CASE III)  
 Lower: optimal control (CASE II)

(CASE II) も現行の信号制御による場合 (CASE III) も交通処理量はほとんど変わらない。すなわち、現行の信号制御はオフセットの有効性を差し引いて単に交通処理量の最大化を図る点から言っても十分に最適なものとなっていることが明らかとなった。

またここで、Table 4 のように CASE II と CASE III の青信号時間に違いがあっても交通処理量が変わらないのは、前提として右左折直進率一定としてあることにより、最も飽和度の高い交差点 (この場合は I 交差点) に依存するためであると考えられる。

Table 4 では、CASE I ~ CASE III のそれぞれに

についての目的関数値  $Z$  を比較している。ここで、 $Z_{DATA}$  は発生交通量の実測値の総計で 20,788 台/時である。またサイクル長はいずれの CASE においても 145 秒をとっている。

これらを比較して分かるように、CASE II, CASE III に比べ CASE I の値がはるかに大きい。これは、CASE I ではクリアランス時間を全交差点とも共通に 10 秒と、他の 2 つの場合に比べ小さくとっているためである。よってサイクル・スプリットに差がなくても、クリアランス時間及び右左折現示時間の取り方に最大の交通処理量は大きく影響を受けることが分かる。

Table 3 Green time at each intersection by present control and by optimal control.  
 Left: east-west (SEC)  
 Right: north-south (SEC)

No. of intersection	A		B		C		D		E		F		G		H		I		J		K		L	
	Left	Right																						
CASE II	49	51	41	54	42	63	46	59	92	39	54	54	41	70	47	55	50	55	77	33	75	33	92	39
CASE III	50	50	50	45	50	55	50	55	71	60	53	55	55	56	50	52	50	55	60	50	58	50	81	50

[CYCLE 145 SEC]

実際の街路網への適用に当っては、CASE I で採用された前提はほぼ不可能に近いものであり、街路を流れる交通流の挙動を考えれば、右左折現示の必要性は無視できない場合が多く、また右左折率が小さくても交差点の大きさによってはクリアランス時間の増長も考慮されるので、むやみにクリアランス時間を小さくすることは問題である。したがって実用性を考えた場合、交通処理量の最大化に基づいて制御を行なうことの重要性と共に、交通流の実状を十分に把握して無理なくかつ最大化を損なうことなくさばけるよう、最適な右左折現示時間及びクリアランス時間の選定を行なうことが、信号制御にとって考慮を要する問題である。

と同時に、信号制御の影響を考慮した街路網容量の算定モデルとしての意味も持っている。名古屋都心部の街路網を対象とした計算例を見るかぎり、本モデルによる解は現実的なものであり実用性のあるモデルであると考えられる。ただし本モデルでは交差点での分岐確率（右左折直進率）は信号制御に無関係で一定としたが、実際には関連性をもつものと考えられる。この点に関しては今後の課題である。

最後に、計算に当って名古屋大学大型計算機 (FACOM M-200) を使用したことを付記する。

## 文 献

Table 4 The value of objective function in three cases.

Z	Zmax	Zmax / Zdata
CASE	(VEH/HOUR)	
CASE I	35,569	1.711
CASE II	27,669	1.331
CASE III	27,649	1.330

## 4. あとがき

本文で提案した交通処理量最大化基準に基づく共通周期及びスプリットの決定モデルは、信号制御の問題であ

- 1) 山村信吾・三好逸二；道路網における最大トリップ数について，土木学会第23回年次学術講演会，pp. 429～430，1968.
- 2) 奥谷巖・霜田宜久；街路網における複数信号機の周期およびスプリットの最適化，土木学会論文報告集第234号，pp. 121～130，1975.
- 3) 佐佐木綱；吸収マルコフ過程による交通量配分理論，土木学会論文集第121号，pp. 28～32，1965.
- 4) 松井寛・浅井慶一郎；交通処理量最大化による信号制御の最適化，土木学会中部支部研究発表会講演概要集，pp. 228～229，1981.