

多次元自己回帰モデルを用いる冷凍機性能試験装置の同定

柴田 晃・藤井 省三・水野 直樹

生産機械工学科

(1979年9月8日受理)

Identification of the Plant Testing Refrigerant Compressors by Fitting Multi-variable Autoregressive Model

Akira SHIBATA, Seizo FUJII and Naoki MIZUNO

Department of Industrial Mechanical Engineering

(Received September 8, 1979)

This paper gives some experimental results in which the plant testing refrigerant compressors is identified by fitting multivariable autoregressive model.

The method for statistical system identification is based on the minimum FPE procedure proposed by Akaike. Two modified procedure are performed. One is a method of on-line recursive system identification which is modified from the original minimum FPE procedure. Another is a method of considering causality among inputs and outputs of the plant. The propriety of the fitted models is confirmed by comparison of step responses of the models with those of the plant testing refrigerant compressors.

1. はじめに

未知の対象に対して予測あるいは制御をしようとするとき、まずその数学モデルを構成するのが普通である。注目する現象が物理法則で説明できるときは、それによりモデルを作ることができるが、現実の事象の多くは複雑な現象の結合であり、物理法則を用いてモデルを構成することは困難になる場合が多い。このような現象に対して、その時系列に注目して確率モデルを構成することがしばしば有力な結果を与える。

定常時系列データを用いて対象の確率モデルを構成する方法(同定)はすでに数多く提案されている^{1),2)}。特に多次元の定常時系列を扱うときには、対象を自己回帰モデルとみなして同定する方法が実用的である^{3),4)}。

本報告では冷凍機性能試験装置を多次元自己回帰モデルにより同定した結果について述べる。2章で自己回帰モデルの概説を述べ、3章では冷凍機性能試験装置の概略を述べる。4章では冷凍機性能試験装置に多次元自己回帰モデルをあてはめた結果について述べる。多次元自

己回帰モデルのあてはめは赤池の提案した最小FPE法に基づいており、そのあてはめをオンライン逐次形に変形した方法と、変数間の因果関係を考慮した方法とについて実施した。

2. 多次元自己回帰モデル

2.1 不規則データの数学モデル

不規則に変動する現象が標本時刻歴として記録されたとき、それが平均値零の正規性定常時系列と仮定できるものとする。有限個のデータからは有限個のパラメータしか推定できないので、最小数のパラメータを含むモデルを観測データに適合させることが望ましい(これをケチの原理とよんでいる)。平均値零の正規性定常時系列データ $x(k): k=1, 2, \dots, N$ (これを見本過程 $\{x(k)\}$ とかく) が利用できるものとする。時系列が何らかのダイナミクスをもつ物理系の出力と考えられるならば、白色雑音を入力とする線形システムの出力として時系列をモデル化できる。この立場からのケチの原理に沿った表示として

$$x(k) + \sum_{i=1}^p a_i x(k-i) = e(k) + \sum_{j=1}^q b_j e(k-j) \quad (1)$$

と記述するのが自然である。ここに $e(k)$ はガウス分布 $N(0, \sigma_e^2)$ に従う $x(k)$ とは独立な白色雑音系列である。 $\{x(k)\}$ に対してこのようなモデルを想定するとき、(1) 式を (p, q) 次の自己回帰移動平均モデルという [以下 $ARMA(p, q)$ モデルと記す]。特別な場合として(1)式は

$$x(k) + \sum_{i=1}^p a_i x(k-i) = e(k) \quad (2)$$

$$x(k) = e(k) + \sum_{j=1}^q b_j e(k-j) \quad (3)$$

を含んでいる。(2)式の表示は $x(k)$ がそれ自身の過去値の回帰形のモデルになっていることから p 次の自己回帰モデル [$AR(p)$ モデル] と呼ばれている。また(3)式は $x(k)$ が $e(k)$ の一種の移動平均 (ただし $\sum b_j = 1$ でも $b_j > 0$ でもない) とみられることから q 次の移動平均モデル [$MA(q)$ モデル] と呼ばれる。

いま推移作用素 $z^{-1}[x(k-1) = z^{-1}x(k)]$ を用いて

$$\alpha(z^{-1}) = \sum_{i=0}^p a_i z^{-i}, \quad a_0 = 1 \quad (4)$$

$$\beta(z^{-1}) = \sum_{j=0}^q b_j z^{-j}, \quad b_0 = 1 \quad (5)$$

と定義すると、 $AR(p)$ モデルの(2)式は

$$\alpha(z^{-1}) x(k) = e(k) \quad (6)$$

と表示できる。 $\{x(k)\}$ が定常時系列であるための必要十分条件は $\alpha(z^{-1}) = 0$ の根がすべて単位円内に存在することである。これを定常条件といい、線形モデルの安定性を保証する。 $\alpha(z^{-1}) = 0$ を特性方程式という。特性方程式の根の d 個が 1 のものは非定常モデルで $ARIMA(p, d, q)$ モデルという。また $MA(q)$ モデルの(3)式は

$$x(k) = \beta(z^{-1}) e(k) \quad (7)$$

と書くことができる。上式は

$$\beta^{-1}(z^{-1}) x(k) = e(k)$$

とも表わせるから $MA(q)$ モデルは無限次の $AR(\infty)$ モデルと等価である。 $AR, MA, ARMA$ あるいは $ARIMA$ モデルのいずれを採用すればよいかはその目的によって異なる。 AR モデルの決定は比較的容易であり、そのため AR モデルの実用的価値は高いのであるが、できるだけ少ないパラメータで表示するという意味において $ARMA$ あるいは $ARIMA$ モデルが優れている。しかしその決定は必ずしも容易ではなく、特に多変量の場合には複雑な計算が必要になる。

2.2 自己回帰モデルのあてはめ

$AR(p)$ 過程の共分散関数は(2)式の両辺に $x(k-l)$ をかけて平均すれば得られる。すなわち

$$r_l + a_1 r_{l-1} + \dots + a_p r_{l-p} = \sigma_e^2 \delta_{l0} \quad (8)$$

となる。ここで、 $r_l = E\{x(k)x(k-l)\}$ 、また δ_{l0} はクロネッカのデルタ関数である。上式から AR 過程の共分散関数は

$$\alpha(z^{-1}) r_l = 0, \quad l > 0$$

となりモデルと同じ差分方程式を満足する。逆に(8)式が成り立てば $x(k)$ は AR 過程である。

共分散関数 r_l の推定値 \hat{r}_l が得られれば(8)式の関係からパラメータ a_i の推定値 \hat{a}_i が求まる。いまデータから得られる標本共分散関数を

$$\hat{r}_l = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N-l} x(k)x(k+l) \quad (9)$$

と表わし、標本自己相関関数を正規化して $\rho_l = \hat{r}_l / \hat{r}_0$ と定義すると、(8)式から

$$\begin{cases} \rho_1 + \hat{a}_1 + \dots + \hat{a}_p \rho_{1-p} = 0 \\ \rho_2 + \hat{a}_1 \rho_1 + \dots + \hat{a}_p \rho_{2-p} = 0 \\ \vdots \\ \rho_p + \hat{a}_1 \rho_{p-1} + \dots + \hat{a}_p = 0 \end{cases} \quad (10)$$

のような \hat{a}_i を未知数とする p 元連立一次方程式が得られる。これを Yule-Walker の方程式という。したがって次数 p が既知であれば、 ρ_1, \dots, ρ_p を求めることによって、 AR パラメータの推定は容易に行なえる。

2.2.1 FPR 法による次数の決定

AR モデルの次数決定には赤池によって提案された FPE (最終予測誤差) 最小化法が有力で実際的である。いま N 個のデータ $\{x(k) : k=1, 2, \dots, N\}$ にもとずいて AR パラメータの推定値 $\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_p$ が得られたとしよう。任意の次数 p に対する残差の 2 乗平均値は

$$\hat{\sigma}_e^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N [x(k) + \sum_{i=1}^p \hat{a}_i x(k-i)]^2$$

となる。この値は次数 p が大きくなるとデータに対する適合がよくなるから減少する。一方、この $\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_p$ を同じ確率的構造をもつ別の見本過程 $\{y(k)\}$ に適用して、 $y(k)$ の予測値を

$$\hat{y}(k) = -\sum_{j=1}^p \hat{a}_j y(k-j)$$

のように構成する。 \hat{a}_j の推定のおよさを予測誤差の 2 乗平均値 $E\{[y(k) - \hat{y}(k)]^2\}$ によって測ることにする。 $y(k)$ の予測誤差は

$$y(k) - \hat{y}(k) = e(k) + \sum_{j=1}^p (\hat{a}_j - a_j) y(k-j)$$

であるから、 $E\{[y(k) - \hat{y}(k)]^2\}$ の値は p が増すにつれて大きくなる。この値は漸近的に $\{1 + (p+1)/N\} \sigma_e^2$ となる。ここで σ_e^2 の真値は未知であるが、 σ_e^2 の平均値は漸的に $\{1 - (p+1)/N\} \sigma_e^2$ となることから、次数を

ρ としたときの最終的な予測誤差の推定値としては

$$FEP(\rho) = \left(1 + \frac{\rho+1}{N}\right) \left(1 - \frac{\rho+1}{N}\right)^{-1} \sigma_f^2 \quad (11)$$

のように定義するのが合理的である。すなわち、ARモデルの次数の最適推定値として、上式のFPEを最小にする ρ が選ばれる。(11)式は ρ が小さすぎるとデータに対するモデルの適合が不相当であること、逆に ρ が大きすぎるとパラメータの推定誤差が増すことによりいずれもFPEが大きくなることを示している。

FPE法は多変数のARモデルの次数決定に拡張されている。いま、 n 次元の定常時系列 $\{x(k)\}$ が M 次のARモデルに従うとすると次式をうる。

$$x(k) = \sum_{i=1}^M A_M(i) x(k-i) + e(k) \quad (12)$$

x の共分散行列の推定値 $\hat{R}(l)$ を次式で定義する。

$$\hat{R}(l) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N-l} x(k+l)x(k)^T \quad l=0, 1, \dots, L, \quad L > M \quad (13)$$

$\hat{R}(l)$ を用いて(10)式の Yule-Walker の方程式に対応する次の正規方程式から AR パラメータの推定値 $\hat{A}_M(1)$, ..., $\hat{A}_M(M)$ を決定することができる。

$$\begin{pmatrix} \hat{R}(0) & \hat{R}(1) & \dots & \hat{R}(M-1) \\ \hat{R}(1)^T & \hat{R}(0) & & \\ \vdots & & \ddots & \\ \hat{R}(M-1)^T & \dots & \dots & \hat{R}(0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{A}_M(1)^T \\ \hat{A}_M(2)^T \\ \vdots \\ \hat{A}_M(M)^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \hat{R}(1)^T \\ \hat{R}(2)^T \\ \vdots \\ \hat{R}(M)^T \end{pmatrix} \quad (14)$$

多変数ARモデルに対するFPE法は次のMFPE(M)を最小にする整数Mを最適なモデルの次数として採用することになる。

$$MFPE(M) = \left(1 + \frac{Mn+1}{N}\right)^n \left(1 - \frac{Mn+1}{N}\right)^{-n} \det(D_M) \quad (15)$$

ここに D_M は e の推定共分散行列である。

2.2.2 制御系におけるARモデルによる同定

制御対象に、 n 次元の出力 $x(k)$ に加わっているノイズと無相関なノイズを伴う r 次元の入力 $u(k)$ が存在する場合には出力と入力をまとめて1組の多次元の変数とみてARモデルをあてはめる。すなわちこの変数を

$$Z(k) = [x(k)^T; u(k)^T]^T \quad (16)$$

とする。これを用いて

$$Z(k) = \sum_{i=1}^M \begin{pmatrix} A(i) & B(i) \\ \vdots & \vdots \\ * & * \end{pmatrix} Z(k-i) + \begin{pmatrix} e(k) \\ * \end{pmatrix} \quad (17)$$

というARモデルで制御対象を同定し、その上部 n 次元の部分を採用する。すなわち

$$x(k) = \sum_{i=1}^M A(i) x(k-i) + \sum_{i=1}^M B(i) u(k-i) \quad (17')$$

これを制御用多次元自己回帰モデルという。(17)式のモデルの次数を決定する基準としては、

$$FPEC(M) = \left\{1 + \frac{M(n+r)+1}{N}\right\}^n \times \left\{1 - \frac{M(n+r)+1}{N}\right\}^{-n} \det(D_{M,n}) \quad (18)$$

を用いる。ただし $D_{M,n}$ は残差の推定共分散行列 D_M のうち x に対応する左上 $n \times n$ 行列である。

2.2.3 FPE法のオンライン化

赤池によって示されたFPE法は、一括して与えられたデータをもとにしてシステムを同定する方法である。ここでは、新たに一つ、あるいは複数個の定常時系列データを得るたびに、ARモデルの次数およびパラメータの推定値を逐次更新する方法を考える。

この方法によって次の利点を見出すことができる。

- (i) データが増えるたびにモデルの次数とパラメータの推定値を修正でき、システム同定の取束状況を観察することができる。
- (ii) システム同定に関する取束状況から、必要なデータに関する目安をつけることができる。
- (iii) FPE, MEPE あるいは FPEC の値の取束状況を見て有用でないデータを除去することも可能であり、より信頼性の高いFPE, MFPE あるいは FPEC の最小値を見つけることができる。

逐次形アルゴリズムは次のような方針で行なわれる。すなわち、データの増加のたびに推定共分散行列を更新し、次に(14)式を解いてパラメータ推定値を求め、同時にFPE, MFPE あるいは FPEC の最小値を与えるモデルの次数Mを決定する。この逐次形アルゴリズムの方針は田村、川口の示したアルゴリズム⁵⁾に比べて、パラメータ推定値とモデル次数の更新において、逐次化が完全ではない。しかし、田村、川口の示したアルゴリズムでは、(14)式の係数行列の逆行列をマトリクス・インバージョン・レンマを用いて繰返し計算する必要があり、時系列の変数の増加と逐次更新の回数増加にともない、計算誤差が大きくなるために、すくなくとも次章以下に述べる冷凍機性能試験装置の同定には不向きであった。また、計算容量、計算時間の点からもここで提案した方法に比べて不利であった。

推定共分散行列の更新アルゴリズムと(14)式の解法アルゴリズムは次のとおりである。

a) 推定共分散行列の更新アルゴリズム⁵⁾

いま N 個のデータによって

$$x^{2N} = \sum_{k=1}^N x(k)$$

$$\bar{x}^N = 1/N \cdot x^{2N}$$

$$x^N(k) = x(k) - \bar{x}^N$$

$$S^N(l) = \sum_{k=1}^{N-l} x^N(k+l) x^N(k)^T$$

$$p^N(l) = \sum_{k=1}^{N-l} x^N(k)$$

$$q^N(l) = \sum_{k=1}^{N-l} x^N(k+l)$$

$$\hat{R}^N(l) = 1/N \cdot S^N(l) \quad l=0, 1, \dots, L$$

が計算されているものとする。ここで $\hat{R}^N(l)$ が N 個のデータから求めた推定共分散行列である。

新たに K 個のデータが追加されたときに、 $\hat{R}^{N+K}(l)$ をつぎの式によって求める。

(1) 平均値の除去

$$x^{E(N+K)} = x^{EN} + \sum_{k=N+1}^{N+K} x(k)$$

$$\bar{x}^{N+K} = 1/(N+K) \cdot x^{E(N+K)}$$

$$x^{N+K}(k) = \begin{cases} x(k) - \bar{x}^{N+K} & k=N+1, N+2, \dots, N+K \\ x^N(k) - \Delta\bar{x} & k=N-L+1, N-L+2, \dots, N \end{cases}$$

ただし

$$\Delta\bar{x} = \bar{x}^{N+K} - \bar{x}^N$$

(2) 共分散行列の推定値

$$S^{N+K}(l) = S^N(l) + (N-l) \Delta\bar{x} \Delta\bar{x}^T - \Delta\bar{x} p^N(l)^T - q^N(l) \Delta\bar{x}^T$$

$$p^{N+K}(l) = p^N(l) - (N-l) \Delta\bar{x} + \sum_{k=N+1}^{N+K} x^{N+K}(k-l)$$

$$q^{N+K}(l) = q^N(l) - (N-l) \Delta\bar{x} + \sum_{k=N+1}^{N+K} x^{N+K}(k-l)$$

$$\hat{R}^{N+K}(l) = 1/(N+K) \cdot S^{N+K}(l), \quad l=0, 1, \dots, L$$

b) (14)式の解法アルゴリズム⁴⁾

$A_0(i) = 0$ (零行列) : $i=0, 1, \dots, L$ とする

$A_M(i)$ ($i=1, 2, \dots, M$) を $M=0, 1, \dots, L$ に対して逐次、次式を適用して計算する。

$$d_M = \hat{R}(0) - \sum_{i=1}^M A_M(i) \hat{R}(i)^T$$

$$e_M = \hat{R}(M+1) - \sum_{i=1}^M A_M(i) \hat{R}(M+1-i)$$

$$f_M = \hat{R}(0) - \sum_{i=1}^M B_M(i) \hat{R}(i)$$

$$D_M = e_M f_M^{-1}$$

$$E_M = e_M^T d_M^{-1}$$

$$A_{M+1}(i) = A_M(i) - D_M B_M(M+1-i) \quad (i=1, 2, \dots, M)$$

$$= D_M \quad (i=M+1)$$

$$B_{M+1}(i) = B_M(i) - E_M A_M(M+1-i) \quad (i=1, 2, \dots, M)$$

$$= E_M \quad (i=M+1)$$

このアルゴリズムの利点はひとつの $M=L$ に対する解を求める過程で $M=1, 2, \dots, L$ のすべてに対する解が得られることである。

2.2.4 変数間の因果関係を考えたあてはめ法⁶⁾

変数間に存在する因果関係 (x_i は x_j に影響を与えるが x_j は x_i の影響を受けないなど) が先験的にわかっている場合にそのことを考慮に入れずに機械的に AR モデルをあてはめてしまうのはケチの原理からしてもむだが多いことになるここではこの因果関係を関連行列で表現する場合に、これを用いた多変数 AR モデルのあてはめについて述べる。

Fig. 1 で示されるような因果関係の関連行列は

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

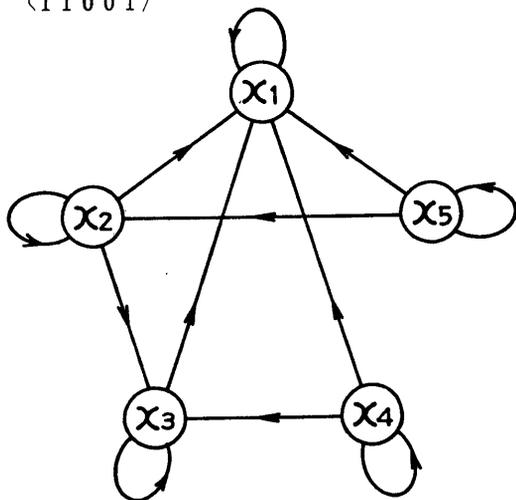


Fig. 1 Directed graph of the associated matrix

となる。(Fig. 1 で矢印はその信号が矢印の向っている信号に影響をおよぼすことを示している。)

関連行列の (i, j) 要素を δ_{ij} とすると、 $\delta_{ij}=1$ なるとき x_i は x_j に影響をおよぼすことを意味している。

さて $x_j(k)$ ($j=1, 2, \dots, n$) の AR モデルとして

$$x_j(k) = \sum_{i=1}^n \delta_{ij} \{ a_1^i x_i(k-1) + a_2^i x_i(k-2) + \dots + a_{M_j}^i x_i(k-M_j) \} + e_j(k) \quad (19)$$

を考える。この場合の正規方程式は次になる。

$$\begin{pmatrix} \delta_{1j} \delta_{1j} \hat{R}^{11}, & \delta_{2j} \delta_{2j} \hat{R}^{12}, & \dots, & \delta_{1j} \delta_{nj} \hat{R}^{1n} \\ \delta_{2j} \delta_{1j} \hat{R}^{21}, & \delta_{2j} \delta_{2j} \hat{R}^{22}, & \dots, & \delta_{2j} \delta_{nj} \hat{R}^{2n} \\ \vdots & & & \\ \delta_{nj} \delta_{1j} \hat{R}^{n1}, & \delta_{nj} \delta_{2j} \hat{R}^{n2}, & \dots, & \delta_{nj} \delta_{nj} \hat{R}^{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_{1j} a^{1j} \\ \delta_{2j} a^{2j} \\ \vdots \\ \delta_{nj} a^{nj} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \delta_{1j} r^{j1} \\ \delta_{2j} r^{j2} \\ \vdots \\ \delta_{nj} r^{jn} \end{pmatrix} \quad (20)$$

ただし

$$\hat{R}^{SI} = \begin{pmatrix} \hat{R}_0^{SI}, \hat{R}_1^{SI}, \dots, \hat{R}_{M_j-1}^{SI} \\ \hat{R}_{-1}^{SI}, \hat{R}_0^{SI}, \dots, \hat{R}_{M_j-2}^{SI} \\ \vdots \\ \hat{R}_{1-M_j}^{SI}, \hat{R}_{2-M_j}^{SI}, \dots, \hat{R}_0^{SI} \end{pmatrix}$$

$$\hat{R}_i^{SI} = 1/N \sum_{k=1}^{N-i} x_S(k+i) x_i(k)$$

$$\hat{R}_{-i}^{SI} = 1/N \sum_{k=1}^{N-i} x_S(k) x_i(k+i)$$

$$r^{SI} = (\hat{R}_1^{SI}, \hat{R}_2^{SI}, \dots, \hat{R}_{M_j}^{SI})^T$$

$$a^{SI} = (a_1^{SI}, a_2^{SI}, \dots, a_{M_j}^{SI})^T$$

(20)式は $n_j \times M_j$ 元の連立方程式の形をしているが、

δ_{ij} に 0 のものがあるので $(\sum_{i=1}^n \delta_{ij}) \times M_j$ 元の連立方程式

である。

さて、

$$J_j M_j = 1/N \cdot \sum_{k=1}^N (x_j(k) - \hat{x}_j(k))^2$$

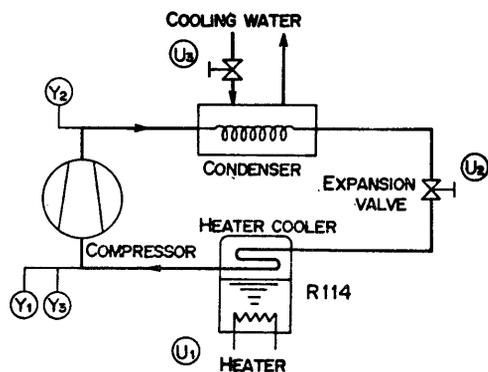
とおくと、この場合の FPE は次になる。

$$FPE_j(M_j) = \frac{N + (\sum_{i=1}^n \delta_{ij}) M_j}{N - (\sum_{i=1}^n \delta_{ij}) M_j} J_j M_j, \quad j=1, 2, \dots, n \quad (21)$$

すなわち、(21)式が最小となる M_j を(19)式の AR モデルの次数として採用することになる。

3. 冷凍機性能試験装置⁷⁾

冷凍機性能試験装置は、概略的に Fig. 2 に示される各機器から構成されている。実際の試験においては、こ



- | | |
|---|--|
| 1: EVAPORATING PRESSURE Y_1 | 1': ELECTRICAL INPUT TO THE HEATER U_1 |
| 2: CONDENSING PRESSURE Y_2 | 2': OPENING OF EXPANSION VALVE U_2 |
| 3: TEMPERATURE OF REFRIGERANT AT COMPRESSOR SUCTION INLET Y_3 | 3': FLOW RATE OF COOLING WATER U_3 |

Fig. 2 Schematic diagram of the plant testing refrigerant compressors

れをある定常状態から次の目標とする定常状態へとすみやかに移し、冷凍機の性能をいくつかの状態で検査する。本装置の数学モデルを装置を構成する各部に物理法則を適用して構成することは難しく、上記の制御目的にあう数学モデルはこのような方法ではほとんど得ることはできないように思われる。そこでそれに代る方法として、前述の多次元自己回帰モデルのあてはめを利用して、ある定常状態の近傍での数学モデルを作ることにする。

本装置ではあらかじめ入力と出力が明らかになっている。それは3入力3出力の系であって、この3入力を操作して3出力を一定に制御すれば冷凍機各部の变量が一定値に保たれ、冷凍機の性能を測ることができる。出力として蒸発圧力 y_1 、凝縮圧力 y_2 、圧縮機入口冷媒温度 y_3 を、また入力としてヒータ電力 u_1 、膨脹弁開度 u_2 、冷却水流量 u_3 を考える。多次元 AR モデルのあてはめに用いる定常時系列データの採集は計算機を用いてオンラインで行い、各入力にサンプル周期20秒で互いに独立な M 系列信号を加え、同時に測定して得られる出力信号との入出力データの組630個を用いた。Fig. 3 はそのオンラインデータ処理システム構成の概略である。D/A, A/D はそれぞれデジタル-アナログ、アナログ-デジタル変換器であり、ミニコンピュータによって必要な計算を行なう。その入出力信号の一部を Fig. 4 に示す。

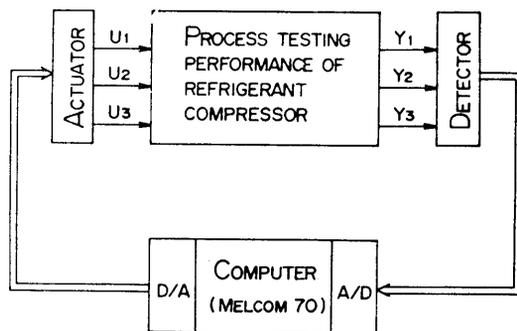


Fig. 3 On-line data processing system of the plant

4. 多次元 AR モデルのあてはめ

冷凍機性能試験装置に多次元 AR モデルを2章で述べた3種類の方法であてはめて、装置の数学モデルを得た。3種類の方法とは、まず赤池の示した、データのバッチ処理による方法であり、次にそれをオンライン逐次形に変形したものであり、最後に変数間の因果関係を考えたあてはめ法である。

4.1 オンライン逐次形によるあてはめ

時系列データの採集と多次元 AR モデルのあてはめを同時に行なった。データのサンプル周期は20秒である。サンプル周期の長さや入力信号の大きさは、装置の時定数、整定時間および得られる信号がノイズに埋もれることがない程度に大きくなることから決めた。モデルのあてはめは2章で述べた推定共分散行列の更新と推定パラメータの計算をデータが50組たまるとに繰返した。オンラインプログラムは多層レベル構造になり、上位レベルのプログラムから順に、サンプル周期を決めるプログラム、入力信号をホールドするプログラム、プラントの出力信号を測定するプログラム、AR モデルあてはめ計算および入力信号のM系列信号発生プログラムとなっている。

Fig. 2 のヒータクーラーは外部とほぼ熱的に絶縁しているため、ヒータクーラーの出口の冷媒温度の変化はヒータ電力と冷凍能力のつりあい状態からのずれで決まり積分性を持つことになる。したがって圧縮機入口冷媒温度 y_3 に AR モデルをあてはめるには、そのデータの1時点前のデータとの差分に対してあてはめを行い、得られたモデルを再び差分を取る前の状態にもどして y_3 のモデル (ARI モデル) とする。このことを式で書くと、差分

$$\Delta x(k) = x(k) - x(k-1)$$

に対して、次の AR モデルを得たとする。

$$\Delta x(k) = \sum_{i=1}^M a_i \Delta x(k-i) + e(k)$$

これから、得られる $x(k)$ の ARI モデルは次である。

$$x(k) = (a_1 + 1)x(k-1) + \sum_{i=2}^M (a_i - a_{i-1})x(k-i) + (-a_M)x(k-M-1) + e(k)$$

この結果からわかるように差分を取ったデータに AR モデルをあてはめ、差分をもとにもどしたモデルを作るともとの AR モデルに比べて次数が1だけ上がることになる。

同定実験を行なったときの冷凍機各部の初期定常値は

圧縮機回転数	=783rpm
圧縮機吐出ガス冷媒温度	=60.3°C
凝縮器出口液冷媒温度	=23.5°C
膨脹弁入口液冷媒温度	=21.6°C
膨脹弁出口冷媒温度	=-21.8°C
ヒータクーラー出口ガス冷媒温度	=9.5°C
圧縮機入口冷媒温度 (y_3)	=9.1°C
ヒータクーラー二次冷媒温度	=12.6°C
凝縮器入口冷却水温度	=14.0°C
凝縮器出口冷却水温度	=23.2°C
圧縮機出口冷媒圧力 (凝縮圧力 y_2)	=5.60kgf/cm ²

膨脹弁入口冷媒圧力	=5.51kgf/cm ²
膨脹弁出口冷媒圧力	=1.21kgf/cm ²
圧縮機入口冷媒圧力 (蒸発圧力 y_1)	=0.91kgf/cm ²
試験室空気温度	=18.5°C
定温接点用恒温槽温度	=24.2°C

であり、入力および出力の変動域は次のようになった。

	最大	最小
u_1 : ヒータ電力	3.58V (3kw) ~ 0.58V (0.4kw)	
u_2 : 膨脹弁開度	7.27V	~6.27V
u_3 : 冷却水流量	3.37V (6.0l/min) ~ 0.37V	(2.0l/min 以下)
y_1 : 蒸発圧力	1.07kgf/cm ² ~ 0.67kgf/cm ²	
y_2 : 凝縮圧力	6.68kgf/cm ² ~ 5.30kgf/cm ²	
y_3 : 圧縮機入口冷媒温度	10.06°C	~6.50°C

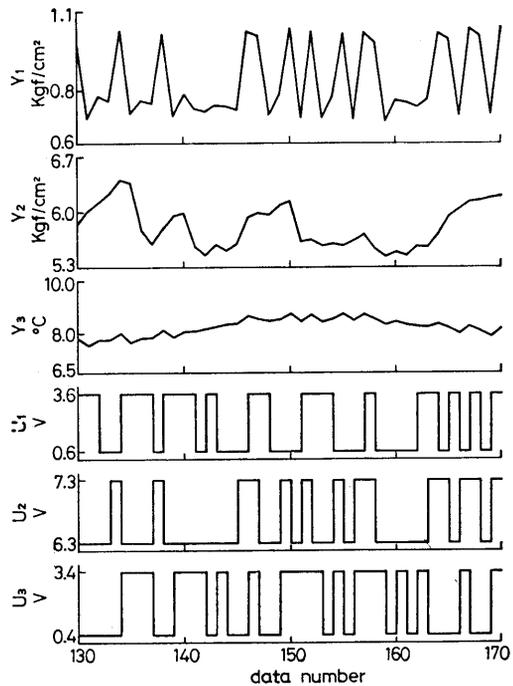


Fig. 4 A part of data among inputs and outputs of the plant

Fig. 4 に入出力信号の一部を示す。

Fig. 5 にデータ50組ごとのモデル次数の変化を示す。最初の30組のデータは時系列が初期定常状態の影響がおさまらず、定常になることを見込んであてはめには用いなかった。データ数450以上の所でモデルの次数は $M=8$ になっている。データ数600の場合はバッチ処理による赤池の FPE 法によるモデルを表わしている。

Table 1 に得られたモデルのパラメータ値を示す。パ

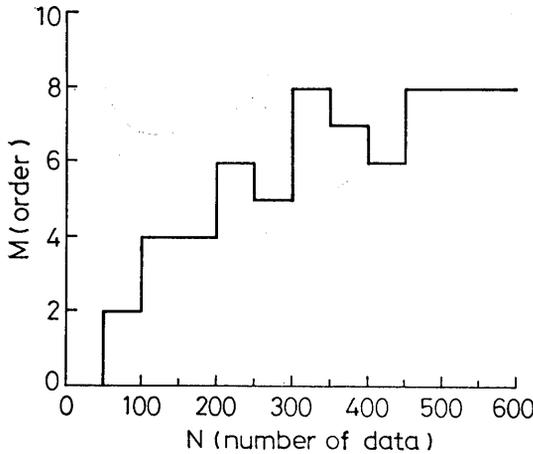


Fig. 5 Revision of the order in AR model by an increase in the number of data

ラメータ値は y_3 の差分をもとにもどした形で示めてあり、モデルの次数は1増えて9となっている。また Fig. 6 にモデルのステップ応答を実装置のそれと共に示す。装置には非線形性があり、ステップ応答の初期定常値によって応答のゲインはかなり変化する。したがって

応答のゲインは比較できないが、定常値近傍の過渡特性はかなり一致していると考えられる。

4.2 変数間の因果関係考えたあてはめ

Fig. 6 の実装置のステップ応答を見ると $u_1-y_1, u_1-y_2, u_3-y_3$ 間には応答がほとんど現われていないことがわかる。これはヒータ電力が蒸発圧力、凝縮圧力に影響を及ぼさないことと、冷却水流量変化が冷凍機の熱バランスにほとんど影響を与えないことに対応している。また出力変数間でも、冷凍機の熱バランスで動きの決まる圧縮機入口冷媒温度は他の2出力と干渉がないと考えられる。これらのことを考えて、関連行列を

	y_1	y_2	y_3	u_1	u_2	u_3
y_1	1	1	0	0	0	0
y_2	1	1	0	0	0	0
y_3	0	0	1	0	0	0
u_1	0	0	1	1	0	0
u_2	1	1	1	0	1	0
u_3	1	1	0	0	0	1

として2章 (2), (2) 式から AR モデルをあてはめた。あてはめに用いたデータはオンライン逐次あてはめで得た630個である。モデルの次数は出力 y_1, y_2, y_3 に対してそれぞれ9,7,8 (y_3 の次数は差分をもとにもどすと9

A(1)			B(1)		
0.78459D-01	0.25459D-01	0.48587D-02	0.17716D-02	0.28104D 00	-0.29913D-02
0.11957D 00	0.46372D 00	-0.10661D 00	0.30992D-02	0.10058D 00	-0.73097D-01
-0.52222D 00	0.13373D-01	0.74641D 00	0.36547D-02	0.17402D 00	-0.25755D-02
A(2)			B(2)		
0.21229D 00	-0.24371D-01	-0.20240D-02	-0.12413D-02	-0.74478D-01	-0.25881D-02
-0.17604D 00	0.84804D-02	0.97825D-01	0.22009D-02	-0.10642D-01	-0.85425D-01
0.22866D 00	-0.21046D-01	0.26743D 00	0.67548D-02	-0.11271D 00	-0.22076D-02
A(3)			B(3)		
0.13095D 00	-0.76862D-02	0.29522D-01	-0.84497D-03	-0.48905D-01	-0.25330D-03
-0.11394D 00	0.75866D-01	0.20690D 00	0.16764D-02	0.42416D-01	-0.33847D-01
0.29768D-01	0.33068D-02	0.16729D 00	0.13413D-01	-0.65540D-01	-0.11353D-04
A(4)			B(4)		
0.12837D 00	0.12947D-02	-0.35238D-02	-0.64579D-03	-0.28748D-01	-0.17746D-02
0.17780D 00	0.53199D-01	-0.21640D 00	0.68167D-05	-0.10120D-01	-0.25471D-01
0.10079D 00	0.13708D-01	0.90547D-02	0.13711D-01	-0.30192D-02	-0.16014D-02
A(5)			B(5)		
0.10882D 00	-0.63204D-02	-0.52278D-01	-0.72165D-03	-0.24530D-01	-0.22520D-02
-0.19388D 00	0.91734D-02	0.99523D-01	-0.55241D-04	0.11592D-01	-0.12566D-01
-0.59645D-01	-0.81814D-02	-0.33332D-01	0.11547D-01	-0.10453D-01	0.13995D-02
A(6)			B(6)		
0.63140D-01	-0.28771D-02	0.11799D-01	-0.89897D-03	-0.14906D-01	-0.82962D-03
0.23241D 00	0.31892D-01	-0.96673D-01	0.11695D-02	0.24534D-01	-0.99120D-02
0.60499D-02	0.21670D-01	-0.29959D-01	0.74621D-02	0.31828D-01	0.55020D-03
A(7)			B(7)		
0.10017D 00	0.49544D-02	0.20208D-01	-0.74644D-03	-0.22621D-01	-0.88115D-03
0.36877D-01	0.12714D-01	-0.73819D-01	-0.12820D-02	-0.57045D-01	-0.25194D-02
-0.30082D-02	-0.12595D-01	-0.12556D 00	0.43356D-02	-0.74971D-02	0.23151D-02
A(8)			B(8)		
0.28093D-01	0.83524D-03	-0.15109D-01	0.43027D-03	-0.30496D-01	-0.76643D-03
-0.10972D 00	0.45827D-01	0.85116D-01	0.37425D-02	-0.56917D-02	-0.11164D-02
-0.42794D-01	-0.11712D-02	-0.12989D-01	0.34186D-02	0.17184D-01	0.10418D-02
A(9)			B(9)		
0.0	0.0	0.65470D-02	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.41291D-02	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.11658D-01	0.0	0.0	0.0

Table 1 Parameters of AR model in the case of the recursive minimum FPE procedure

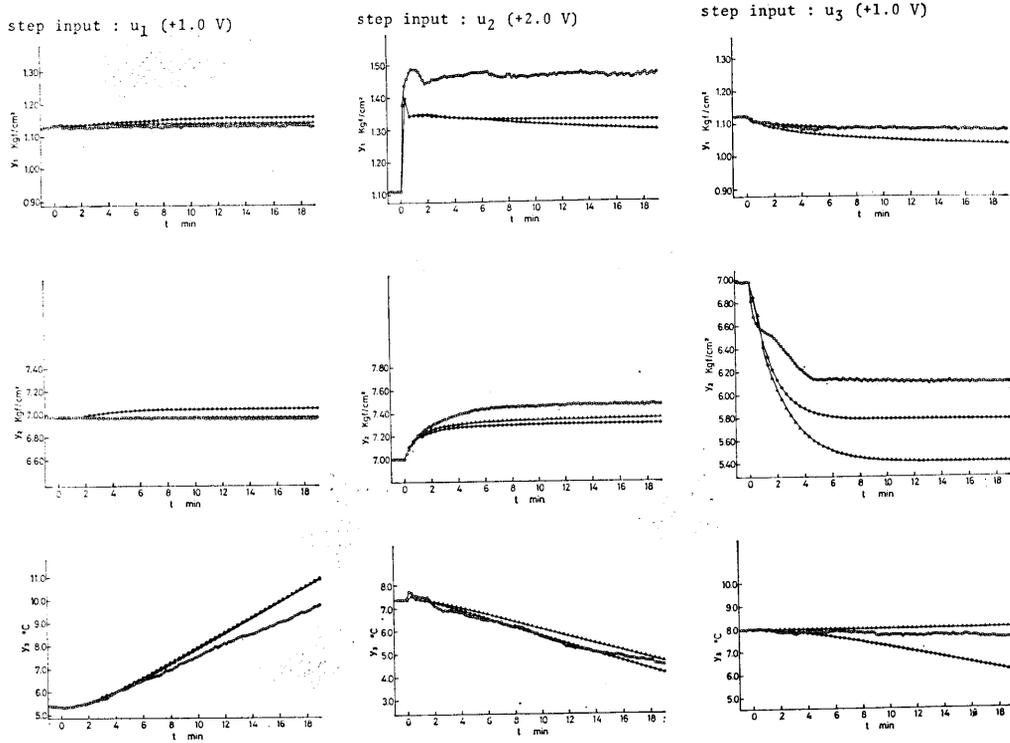


Fig. 6 Comparison of step responses of the plant with those of models (o : step responses of the plant, • : those of the model in the recursive minimum FPE procedure, Δ : those of the model in the procedure of considering causality among variables)

A(1)			B(1)		
0.88834D-01	0.22969D-01	0.0	0.0	0.28221D 00	-0.27703D-02
0.78267D 00	0.39447D 00	0.0	0.0	0.99105D-01	-0.73604D-01
0.0	0.0	0.74601D-02	0.38638D-02	0.17561D 00	0.0
A(2)			B(2)		
0.24624D 00	-0.25143D-01	0.0	0.0	-0.76760D-01	-0.26762D-02
0.22671D 00	-0.10075D-01	0.0	0.0	-0.20999D 00	-0.88431D-01
0.0	0.0	0.30395D 00	0.56634D-02	-0.25820D 00	0.0
A(3)			B(3)		
0.12719D 00	-0.60597D-02	0.0	0.0	-0.60043D-01	-0.82756D-03
-0.34565D 00	0.94292D-01	0.0	0.0	0.52861D-03	-0.39265D-01
0.0	0.0	0.14086D 00	0.14403D-01	0.16309D-01	0.0
A(4)			B(4)		
0.99844D-01	0.78440D-03	0.0	0.0	-0.21622D-01	-0.15496D-02
0.59703D-01	0.50400D-01	0.0	0.0	0.10185D 00	-0.30159D-01
0.0	0.0	0.12438D-01	0.13515D-01	-0.89744D-04	0.0
A(5)			B(5)		
0.50047D-01	-0.97171D-04	0.0	0.0	-0.22070D-01	-0.29139D-02
-0.38817D 00	0.46582D-01	0.0	0.0	-0.28911D-01	-0.16796D-01
0.0	0.0	-0.11754D 00	0.11377D-01	0.14412D-01	0.0
A(6)			B(6)		
0.18263D-01	-0.27655D-02	0.0	0.0	-0.92250D-02	-0.90473D-03
-0.33876D 00	0.51362D-01	0.0	0.0	0.11186D 00	-0.98550D-02
0.0	0.0	0.42852D-01	0.74234D-02	0.26647D-01	0.0
A(7)			B(7)		
0.10504D 00	0.38482D-02	0.0	0.0	-0.53603D-02	-0.90722D-04
-0.99098D-01	0.47989D-01	0.0	0.0	0.64181D-01	-0.57628D-03
0.0	0.0	-0.92450D-01	0.42673D-02	-0.24191D-01	0.0
A(8)			B(8)		
0.15483D 00	-0.47487D-02	0.0	0.0	-0.30796D-01	-0.62095D-03
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	-0.48052D-01	0.36255D-02	0.19084D-01	0.0
A(9)			B(9)		
0.27227D-01	0.85330D-03	0.0	0.0	-0.40348D-01	-0.31436D-03
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.0	0.11937D-01	0.0	0.0	0.0

Table 2 Parameters of AR model in the case of the procedure of considering causality among variables

になる) となった。Table 2 に得られた *ARI* モデルのパラメータ値を Table 1 と同様に (17') 式の表現を用いたときの形に整理して示す。また Fig. 6 にそのステップ応答を示す。応答はオンライン逐次あてはめのそれと同じ傾向を示しているが、パラメータ数は少なくなっている。

5. 結 言

冷凍機性能試験装置を多次元自己回帰モデルによって同定した結果について述べた、同定は赤池の提案した最小 *FPE* 法に基づいて、オンライン逐次形あてはめと変数間の因果関係を考慮したあてはめについて行なった。得られたモデルはいずれも制御用数学モデルとしては十分なものと考えられる。多次元自己回帰モデルを用いた冷凍機性能試験装置の制御実験については文献8) に述べられている。

今後の課題としては、ケチの原理に基づくより簡潔な表現として *ARMA* モデルを用いて冷凍機性能試験装置の数学モデルを作ることが考えられる。*ARMA* モデルあてはめの情報量基準としては *FPE* にかわってすでに *AIC* なる量が赤池によって提案されている。ただ *AIC* を用いて *ARMA* モデルを得たとしても、モデルの *MA*

部は雑音部分として無視することが多いと考えられ、残りの *AR* 部が今の *AR* モデルより合理的であるかどうかは疑問に思う。

文 献

- 1) G.E. Box and G.M. Jenkins, Time Series Analysis, Forecasting and Control, Holden-Day, San Francisco, 1970
- 2) 中溝, システムと制御, Vol. 22, No. 8, pp. 475~484, No. 10, pp. 596~605, 1978
- 3) H. Akaike, Ann. Inst. Statist. Math., Vol. 22, pp. 203~217, 1970
- 4) 赤池・中川, ダイナミックシステムの統計的解析と制御, サイエンス社 (昭・47)
- 5) 田村・川口, 計測自動制御学会論文集, Vol. 13-1, pp. 14~20, 1977
- 6) 得丸, 日本自動制御協会編自動制御技術 22, pp. 259~267, 1976
- 7) 藤井・柴田・羽尻, 名古屋工業大学学報, 第28巻, pp. 259~267, 1976
- 8) 藤井・藤本・奥田・柴田, 第14回 SICE 学術講演会予稿集, pp. 233~234, 1975