

磁性流体による磁界測定

武藤三郎・井上義正

電気工学科

(1975年9月9日受理)

Measurement of Magnetic Field using the Magnetic Fluid

Saburo MUTO · Yoshimasa INOUE

Department of Electrical Engineering

(Received September 9, 1975)

Abstracts

The magnetic fluid or called Ferrofluid was recently invented in USA, and that application study is being investigated in many scientific field.

In this paper, it is described that the magnitudes of the electrical current and the rotating magnetic field can be measured by using the magnetic fluid. Summing up the results,

(1) the current magnitude can be known from the rise of the magnetic fluid measured by a telemicroscope,

(2) the magnitude of the rotating magnetic field can be known from the rise of the magnetic fluid kept in the PVC tube,

(3) there are little difference between the measured and the theoretical results.

1. 磁性流体の一般的性質

通常液体とみなされている各種水溶液・油・水銀等はすべて常磁性体又は反磁性体である。しかし近年米国において磁性流体 (magnetic fluid or ferro fluid) と呼ばれ通常の流体の1~5倍の比透磁率を有する液体が開発された。

Table I には代表的物質の比透磁率をあげ、磁性流体の位置づけを示した。

なお1940年代に開発されたクラッチ流体なる材料は数

ミクロン大の固体強磁性材料を有機溶媒中に浮遊させたもので粘性度が磁界の強さで変化しうることからクラッチ・ブレーキ・ダッシュポット用などとして検討された。

しかしここで述べる磁性流体は磁性粒子の直径が約100Åで磁界の存在する場においても流体としての特性がかなり良く保持され、その粒子はブラウン運動をしており、重力や強磁界によつて沈澱又は分離させられることはない。また各々の粒子は表面活性剤の単分子層で覆

Table I Specific permeabilities of various substance

物 質	比 透 磁 率 μ_s	物 質	比 透 磁 率 μ_s		
常 磁 性	空気	1.000004	強 磁 性	コバルト	250
	酸素	1.000002		ニッケル	600
	液体酸素	1.003		鉄	5000
	アルミニウム	1.00002		パーマロイ	100000
反 磁 性	水	0.99999		超パーマロイ	1000000
	水素	0.99999999	磁性流体	1~5	
	水銀	0.99997			
	ビスマス	0.99983			
	銅	0.99999			

われているため粒子が海綿状に結合することなくコロイド状に分散しているため、単分子からなる液体と同様に連続流体として取り扱えるものである。

磁性流体は透磁率 μ 、磁化率 χ を一定とせず $\mu = \mu(H)$ 、 $\chi = \chi(H)$ として表わさねばならないが、磁気飽和現象を呈し、その磁化曲線は軟質磁気材料の磁化曲線と同様である。しかし磁性粒子の大きさは単位磁区領域よりいくらか小さい準磁区大であるため各粒子は磁気モーメントを有する永久磁石とみなされる。従って外部磁界がない場合はそれぞれの粒子は熱分子運動をしているので見かけ上磁化していない状態にある。すなわち残留磁気は存在し得ない。

外部より磁界が印加されると各粒子はトルクを受け統計的に磁界の方向成分を持つように配列を変える。磁界の強さを増せば遂に大部分の粒子が磁界方向に整列して飽和に達する。

また磁性流体と電流、磁界との相互作用を流体力学的立場より考えるとき (1) 一般流体力学 (OHD) (2) 電磁流体力学 (MHD) (3) 電気流体力学 (EHD) (4) 磁性流体力学 (FHD) の中で分類 (4) に相当する。

磁性流体は絶縁性が高く流体内部には自由電子は存在しないとみなされるため MHD とは異なつた相互作用を考えねばならないのである。

磁性流体の実用面としては前述のような回転軸のシール、加速度計・衛星の姿勢制御・エネルギー変換等の外に金属の撰別、回収に対する応用研究などもあり、かなり広範囲に及んでいる。

本論文では磁性流体を用いた磁界強度の測定に関する研究結果をまとめたものであつて使用した磁性流体としては米国フェロ、フルディクス社の 2WO3 (Water base) であり、その諸元は Table II に示す。

Table II Physical characteristics of the magnetic fluid (2WO3)

Magnetic Saturation (Gauss)	200	Surface Tension (dynes/cm)	26
Density (g/ml)	1.18	Thermal Conductivity ($\times 10^5$ cal/°C-cm ⁻⁵)	140
Viscosity (Centipoise)	7	Specific Heat (cal/°C-cc)	1.00
Freezing Point	32° F	Thermal Expansion Coefficient (cc/cc°F) (Average over range 77°F to 200°F)	2.9 10^{-4}
Vapor Pressure (24 Torr)	78° F		
Insitial Susceptibility M/H	0.6		

2. 磁性流の体の運動方程式

速度場 V 内を運動している密度 ρ なる流体について磁性流体を非圧縮流体とみなして質量保存則を適用すれば次の微分方程式をうる。

$$\left. \begin{aligned} \nabla \cdot \rho V &= -\frac{\partial \rho}{\partial t} \\ \rho(\nabla \cdot V) &= -\frac{D\rho}{Dt} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

さらに重力の場ではポテンシャル U は次式で示される。

$$\rho g = -\nabla U \dots\dots\dots (2)$$

従って高さ h とすれば (2) 式より

$$U = \rho gh \dots\dots\dots (3)$$

を得る。

また磁気的な力のポテンシャル関数を ϕ とおけばその場合の力は

$$F = -\nabla \phi \dots\dots\dots (4)$$

のように定義できるが磁性流体の内部では $\nabla \mu = 0$ であ

ると考えてよいから

$$\phi = -\frac{\rho}{2} \frac{\partial \mu}{\partial \rho} H \cdot H \dots\dots\dots (5)$$

これらの関係を併せて運動量保存則より次の方程式をうる。

$$\rho \frac{DV}{Dt} = \rho \frac{\partial V}{\partial t} + \rho(V \cdot \nabla)V = F \dots\dots (6)$$

こゝた F は粒子に作用する外力、 DV/Dt は瞬時加速度である。ここで速度ポテンシャルを ϕ とすれば回転を有しない流れにおいては $\nabla \times V = 0$ であり、また $V = -\nabla \phi$ であつて非圧縮性の流れにおいてはラプラスの方程式 $\nabla^2 \phi = 0$ を満足しなければならない。

従ってこれらの関係を用いて上記 (6) 式を書き換えれば p を静圧力として

$$\nabla \left(\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \rho V^2 + p + U + \phi \right) = 0 \dots\dots\dots (7)$$

(7) 式をうる。この方程式の一般解を求めれば

$$\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} \rho V^2 + p + U + \phi = H(t) \dots\dots\dots (8)$$

となるが磁性流体の運動が時間に対して定常流の場合は $\partial\phi/\partial t=0$ とみなしうるから (8) 式および前述の結果等をまとめて次の (9) 式のように表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2}\rho V^2 + p + U + \phi &= \text{一定} \\ U &= \rho gh \\ \phi &= -\frac{\rho}{2} \frac{\partial\mu}{\partial\rho} H \cdot H \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

上式は磁性流体の運動に関するベルヌーイの方程式に相当するものである。

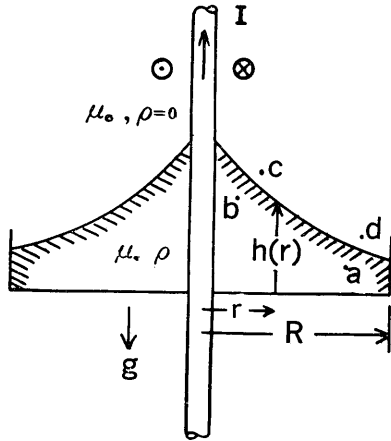


Fig. 1 Equilibrium of the forces on the magnetic fluid due to the current I.

3. 磁性流体液面が電流により上昇する理論

Fig. 1 に示すように磁性流体で満たされた受け皿の中心を導体が上下に貫通し、その導体電流 I によつて周囲の磁性流体の液面が上昇する現象について理論的に考えてみる。この場合の液面は電流 I による電磁力と重力との静的平衡状態にあるものとして取り扱う。

液体の形状はこの場合軸対称と考えられるので液面までの高さ h は半径 r のみの関数 $h(r)$ とみなされる。

また導体周囲の磁界 H は次式で示される。

$$H = \frac{I}{2\pi r} i_\theta \dots\dots\dots (10)$$

前述のように磁性流体の内部では (9) 式の関係があるので静止流体に対しては

$$p + \rho gh + \phi = \text{一定} \dots\dots\dots (11)$$

ただし

$$\phi = -\frac{\rho}{2} \frac{\partial\mu}{\partial\rho} H \cdot H \dots\dots\dots (11)$$

となる。(11) 式は液体内部で成立する関係であるから

Fig. 1 の a, b なる二点間においても

$$\begin{aligned} +\rho gh_a - \frac{\rho}{2} \frac{\partial\mu}{\partial\rho} (H^a)^2 \\ = p_a + \rho gh_b - \frac{\rho}{2} \frac{\partial\mu}{\partial\rho} (H^b)^2 \dots\dots (12) \end{aligned}$$

が得られる。また流体周囲の空気密度を無視すれば Fig. 1 において $p_c = p_a$ である。

いま Fig. 2 のように空気と磁性流体との境界面においてこれと交わる微小体積要素をとつて一組の直交座標系 (UVW) を定める。C 点での応力テンソルは空気の磁歪力を無視すれば

$$T_{vv}^c = \mu_0 H_v^c H_v^c - \frac{\mu_0}{2} (H^c)^2 \dots\dots\dots (13)$$

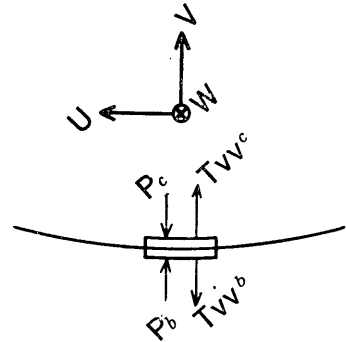


Fig. 2 Equilibrium of the forces on the surface of the magnetic fluid.

また b 点についても応力テンソルは

$$T_{vv}^b = \mu H_v^b H_v^b - \frac{1}{2} (H^b)^2 \left(\mu - \frac{\partial\mu}{\partial\rho} \rho \right) \dots (14)$$

となる。さらに液面が平衡するため面力の平衡条件より

$$p_b + T_{vv}^c = p_c + T_{vv}^b \dots\dots\dots (15)$$

(13), (14) 式において $H_v^c = H_v^b = 0$ であり、 $H^b = H^c$ とすれば (15) 式より

$$p_b - p_c = \frac{\mu_0}{2} (H^b)^2 - \frac{1}{2} \left(\mu - \frac{\partial\mu}{\partial\rho} \rho \right) (H^b)^2 \dots\dots\dots (16)$$

となる。

同様にして d 点, a 点の間でも $H^a = H^d$ として

$$p_a - p_a = -\frac{\mu_0}{2} (H^a)^2 + \frac{1}{2} \left(\mu - \frac{\partial\mu}{\partial\rho} \rho \right) (H^a)^2 \dots\dots\dots (17)$$

となる。

従つて (12), (13), (16), (17) の諸式より

$$\rho g (h_a - h_b) = \frac{1}{2} (\mu_0 - \mu) [(H^b)^2 - (H^a)^2] \dots\dots\dots (18)$$

が得られる。

また (10) 式より (19) 式が得られる。

$$\begin{aligned} \rho g (h_a - h_b) &= \frac{1}{2} (\mu_0 - \mu) \\ &= \frac{I^2}{(2\pi)^2} \left(\frac{1}{r^2} - \frac{1}{R^2} \right) \dots\dots\dots (19) \end{aligned}$$

ここで $R \rightarrow \infty$ とみなし、 $h = h_b - h_a$ とおけば $\mu - \mu_0 = \lambda$ とおいて次の (20) 式を得る。

$$h = \frac{\chi}{2\rho g} \left(\frac{I}{2\pi r} \right)^2 \dots\dots\dots (20)$$

上式は液面上昇 h と電流との関係を示す式として本論文において重要な意味を有するものである。

4. 液面上昇に関する実験

磁性流体の液面上昇と電流との関係を実験的に求めるために筆者等は Fig.3 に示す装置と Fig.4 の回路によることにした。液面上昇の高さの計測には読取望遠鏡を使用し、電流は交流 100V 電源よりスライダック 2 台の縦続接続により 0~130A を自由に増減できるようにした。

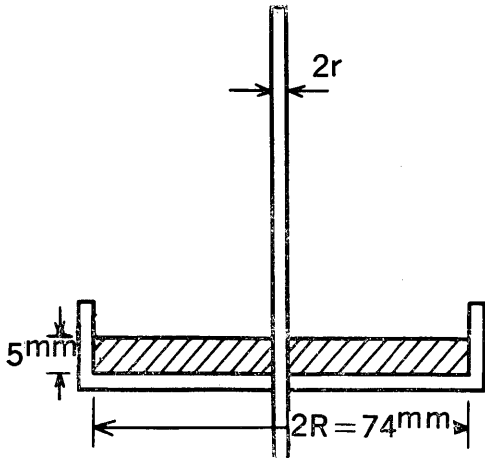


Fig. 3 Experimental installation (A).

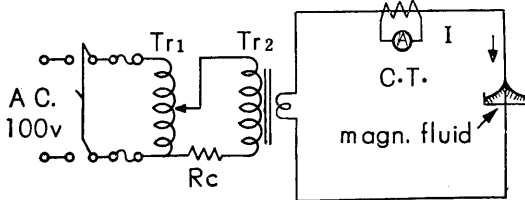


Fig. 4 Experimental circuit.

5. 液面上昇の理論と実験との比較

Fig. 5 と Fig. 6 は電流 I と液面上昇 h との関係を測定した実験結果を $r=1.58\text{mm}$ と $r=0.80\text{mm}$ との 2 箇所について 0 記号で示し、また理論値は次の (21) 式

$$h = \frac{\chi}{2\rho g} \left(\frac{I}{2\pi r} \right)^2 = \frac{\mu_s \chi_s}{8\rho g \pi^2 r^2} I^2 \dots\dots\dots (21)$$

において $\chi_s=0.6$, $\rho=1180\text{kg/m}^3$, $g=9.8\text{m/S}^2$, $\mu_s=4\pi \times 10^{-7}$, r =導体半径として計算して実線で示した。

両者の値はほぼ良い一致を示すが詳細には差異を認める。この原因としては (i) 磁界が存在しない場合にも磁性流体自体の表面張力が存在する。(ii) 磁性流体の磁化曲線からもわかるように電流が 100A 程度に達すると μ は一定とみなし得ず、磁性流体の飽和を含めた解析が必要となる。等が考えられる。

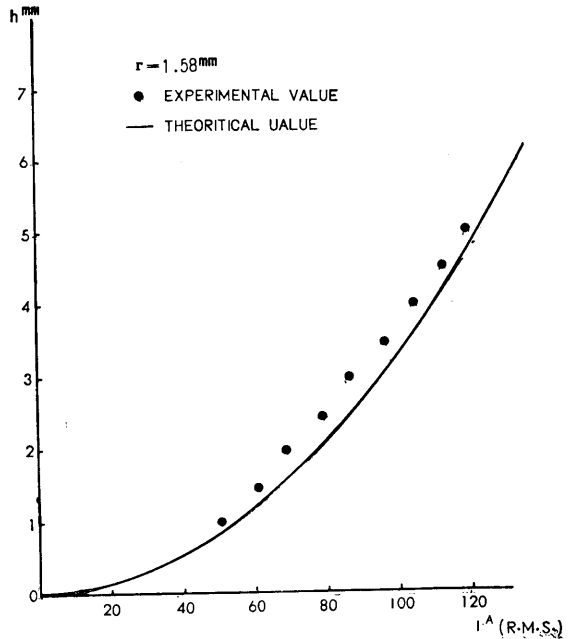


Fig. 5 Experimental installation (B).

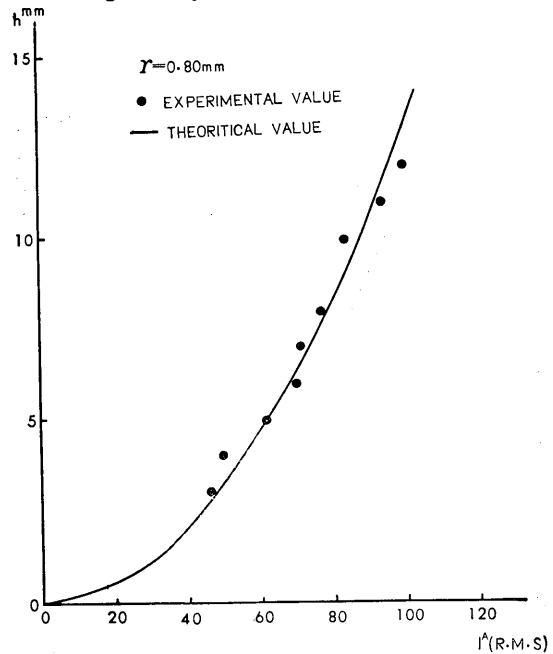


Fig. 6 Rise of the magnetic fluid h vs. the conductor current I . $r=1.58\text{mm}$

また Fig. 7 のように導体の周囲に磁束を集中させるよりにギャップ付磁路を設け、このギャップ間に磁性流体を封入した 0 字管の一侧を挿入した装置については液面上昇量 h はギャップ中の磁界を H とするとき次式

$$h = \frac{\mu \chi}{c \rho g} H^2 \dots\dots\dots (22)$$

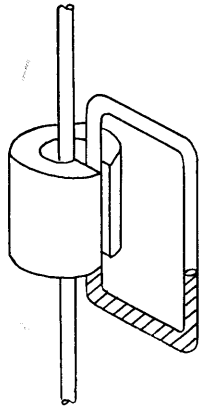


Fig. 7 Rise of the magnetic fluid h vs. the conductor current I . $r=0.8\text{mm}$

であたえられるが磁性流体が飽和するとその場合の飽和磁化を M_s として

$$h = \frac{\mu_s}{\rho g} H \dots\dots\dots (23)$$

のように液面上昇を磁界の強さ H に比例させることが可能となる。このような Fig. 7 の測定方法では直流、交流の区別なく液面の変化を光学的に測定すれば高電圧系にも採用しようと云う利点がある。

6. 回転磁界中の磁性流体理論

回転磁界中に磁性流体を満たした塩化ビニールスパイラル管を Fig 11, 又は Fig 12のように挿入した管の両端の液面高さの差より回転磁界の強さを測定することを試みた。

いま Fig 8 のように μ_0 なる透磁率 (空気中) に磁界 H_1 が印加されているとしてこの磁界中に透磁率 μ で体積 V の磁性流体を持ち込んだとき任意の点の磁界の強さ H_2 において磁性流体を磁化するに必要なエネルギー U_m は電磁気学より

$$U_m = \frac{1}{2} \int_V (\mu - \mu_0) H_1 H_2 dv \dots\dots\dots (24)$$

となる。従って磁性流体の体積 V に作用する力は

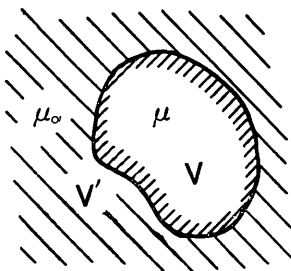


Fig. 8 A small part of magnetic fluid put in the magnetic field H .

$$f = \nabla U_m \dots\dots\dots (25)$$

磁性流体の単位体積については (24) (25) 両式より

$$F = \frac{1}{2} (\mu - \mu_0) \nabla (H_1 \cdot H_2) \dots\dots\dots (26)$$

が得られる。単位体積内では $H_1 \sim H_2 \sim H$ とみなしうるとして磁性流体の磁化率 $\chi = \mu - \mu_0$ を代入すれば

$$F = \frac{\chi}{2} \nabla (H \cdot H) \dots\dots\dots (27)$$

となる。またベクトル解析の公式より次の (28) 式

$$\nabla (H \cdot H) = 2(H \cdot \nabla) H + 2H \times (\nabla \times H) \dots\dots (28)$$

において Fig 5 の系では電流を考えていないから第2項は0となり次式をうる。

$$F = (\chi H \cdot \nabla) H \dots\dots\dots (29)$$

ここに $\chi H = M$ (単位体積当りのモーメント) で書き換えると

$$F = (M \cdot \nabla) H \dots\dots\dots (30)$$

(30) 式をうる。この式を右手系のデカルト座標系 (x_1, x_2, x_3) 成分に分解して表わせば次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} F_1 &= M_1 \frac{\partial H_1}{\partial x_1} + M_2 \frac{\partial H_1}{\partial x_2} + M_3 \frac{\partial H_1}{\partial x_3} \\ F_2 &= M_1 \frac{\partial H_2}{\partial x_1} + M_2 \frac{\partial H_2}{\partial x_2} + M_3 \frac{\partial H_2}{\partial x_3} \\ F_3 &= M_1 \frac{\partial H_3}{\partial x_1} + M_2 \frac{\partial H_3}{\partial x_2} + M_3 \frac{\partial H_3}{\partial x_3} \end{aligned} \right\} \dots\dots (31)$$

のように9個の項を有する方程式で表わされる。いま磁界を静止させたときの回転磁界の分布は Fig.9 のよう

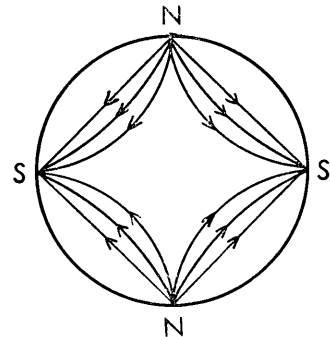


Fig. 9 Rotating field.

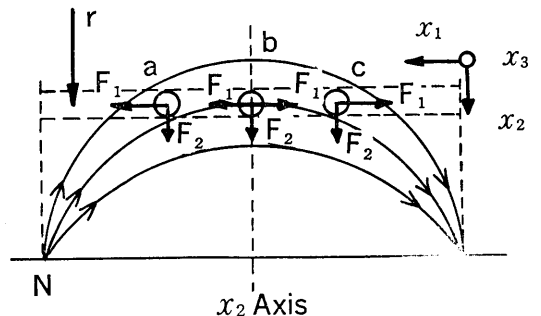


Fig. 10 Magnetic forces in a rotating field.

であるとしてその1極分について Fig. 10 のように座標系を撰んでみよう。Fig.10 の磁界分布が左右対称であるとする(31)式より a, b, c 点に作用する力は Fig.10 に示すようであって x_1 方向(周周方向)に作用する力の総和は0となる。従って a, b, c 点にある磁性流体に働く力は x_2 方向(半径方向)のみとなり、この力により回転磁界中の磁性流体は磁界の回転方向に力を受けるものと考えられる。

7. 回転磁界中における磁性流体の液面上昇に関する実験

Fig.11, Fig.12 は回転磁界中のスパイラル管の形状, 寸法を示すものであり, 両者ともビニール管をループ径 D mm で N 回スパイラル状に巻いたものを回転磁界内に挿入して両端を回転磁界外にとり出し, その両端の液面高さの差 h と回転磁界との関係を求めている。

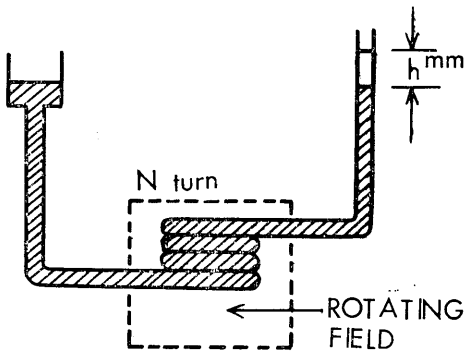


Fig. 11 A spiral tube in rotating field.

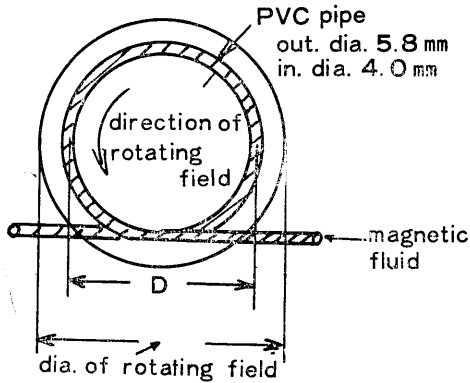


Fig. 12 Dimension of a spiral tube.

実験としては3相誘導電動機(4極36スロットコイルピッチ6,2層短節巻)の回転子を取り除いたものを用いて内径127mmの固定子内部空間に回転磁界を作り (i) ループ径 D mm を変えた場合の I と h との関係 (ii) ループ巻数 N と液面上昇 h との関係を実測した。ここに I は界磁電流の大きさである。液面上昇の観測には前と

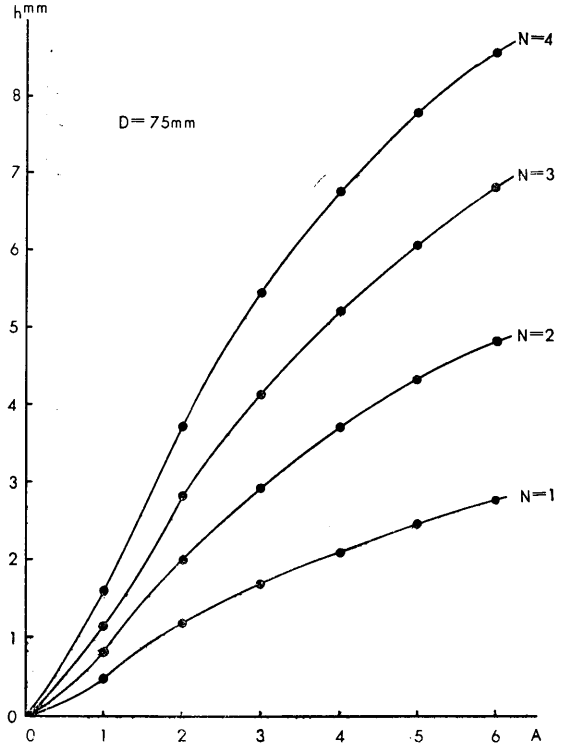


Fig. 13 Rise of magnetic fluid h in the case of the rotating field. $r=75$ mm

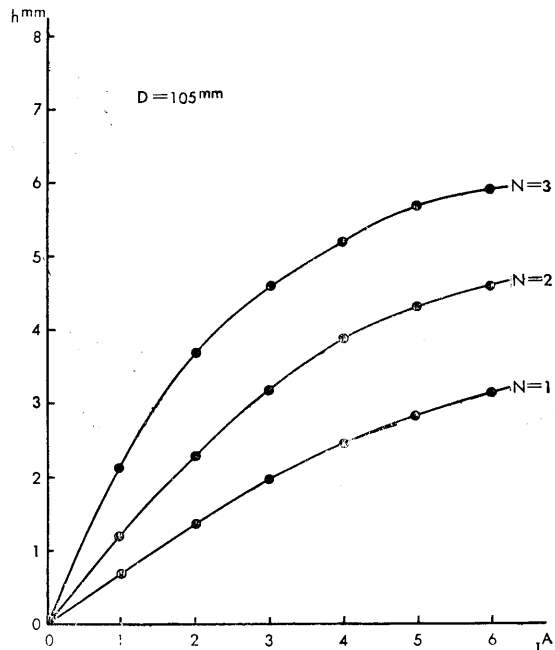


Fig. 14 Rise of the magnetic fluid h in the case of the rotating field. $D=105$ mm

同様に読取望遠鏡を使用した。

Fig.13 より Fig.16 までにこれらの実験結果を示す。

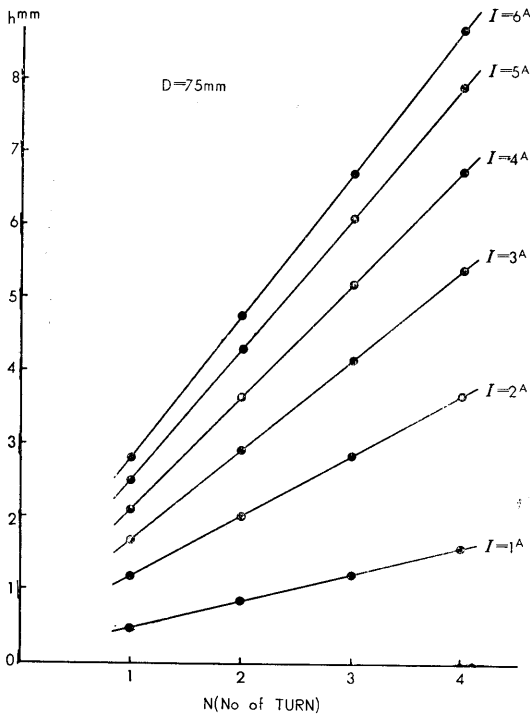


Fig.15 Rise of the magnetic fluid h vs. numbers of turns of the spiral tubes.

Fig.13 は界磁電流 I と h との関係を $D=75\text{mm}$ 一定として巻数 N をパラメータとして測定した結果で境界飽和の特性が表われている。

Fig.14 も $D=105\text{mm}$ 一定として同様の特性を求めたものである。

Fig.15 は励磁電流 I をパラメータとして巻数 N と h との関係を求めたもので正しく直線関係にある。

Fig.16 は上述の界磁内に挿入したループの直径 D_{mm} と h との関係を I をパラメータとして実測したものであって2つの極大値を有する特徴的な特性曲線が得られた。この理由として回転磁界の分布が半径方向に対して一様性を欠くものであったことが電子計算機による上記空間内の回転磁界計算結果より判明した。この計算の詳細は省略する。

8. あとがき

以上磁性流体に関する理論ならびに界磁測定方法につ

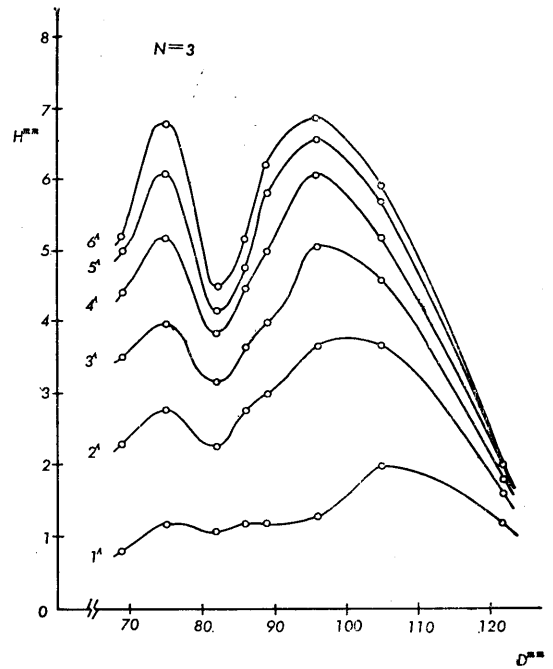


Fig.16 Rise of the magnetic fluid h vs. various diameter D of the spiral tubes.

いて通常の磁界と回転磁界について実験した結果を述べて来たが装置を改良すれば精度は更に向上しうるので磁性流体を使用して磁界又は電流測定を実用化しうるものと考えられる。

文 献

- (1) R.E.Rosensweig; 'Magnetic Fluids', International Science and Technology, No.55 (1966)
- (2) R. E. Rosensweig; 'Ferrohydrodynamics', Supplementary Vol.4 Pergamon press (1971)
- (3) M.D. Cowley & R.E. Rosensweig; The interfacial stability of ferromagnetic fluid J. Fluid Mech., Vol 30, Part 4, p.671—688 (1967)
- (4) R.E. Rosensweig, R. kaisen & G.Miskolczy; 'Viscosity of Magnetic Fluid in a Magnetic Field', J. Colloid and Interface Science, Vol. 29, No. 4, April, (1969)