練り土のレオロジー的挙動と その測定装置の改良について

小林種雄・鈴木　傑・河地千尋・西山哲司*・川本孝次**

窯業工学科教室

（1971年9月13日受理）

Rheological Behaviour of Plastic Clay Body and Improvement of its Measuring Equipment

Taneo KOBAYASHI・Suguru SUZUKI・Chihiro KAWACHI and Tetsuji NISHIYAMA・Koji KAWAMOTO

Department of Ceramic Engineering

(Received September 13, 1971)

In order to improve the equipment for measuring the rheological properties of the plastic clay body, a new rheometer was made by way of experiment. It was proved to operate very precisely.

The Astbury's mechanical model for the rheological behaviour of plastic clay body was examined by the cyclic tortional test method, using the new rheometer. The theoretical values calculated after him were nearly satisfied the experimental results, but the assumptions and the mechanical model by him must be modified in some points.

Still more the creep tests, the stress relaxation and the common tortional tests were also carried out by the same equipment.

1. 緒　　言

練り土のレオロジー的特性を定量的に表現しようとする試みはいままでいろいろなされてきた。[3),4),5),6),7),8),9),10),11),14)]

ことにその可塑性についてはかなりばく然としていてよい定義もないようである。[1),2)]

このような練り土の特性を従来静的な方法で測定すると，再現性があまりよくなかったが，近年N.F.Astbury ら[12),13)]は周期的ねじり振動により，ねじれ角が正弦状に変化する動的測定方法を提案した。彼らによると練り土はこの方法で試料の履歴に基づく“記憶現象”を失い，そのもの本来の特性を示すに至るとしている。そして彼らは周期的ねじり振動で示される練り土の挙動を説明する新しい力学モデルを立てた。

著者らはそのモデルを検討しなおし，さらに改良した測定装置を試作して，理論と実験結果との対応を調査した。

2. Astburyらの理論[12),13)]

薄肉中空円筒形の練り土の一端を固定し，他端に周期的ねじりによるひずみを加える。練り土中に生じる応力とひずみとの関係を求めるとヒステリシス現象を示すS字形の閉曲線が得られ，この曲線はくり返しを重ねると，次第に収束して十数サイクル以内で定常的で安定な閉曲線―ヒステリシスループ―を描くに至る。このように収束への過程が見られるのは Astbury らによると，試料がそれまでに受けた履歴の記憶現象によるものである。それがねじり振動のくり返しにより，次第に消失し，ついに試料本来の特性を示すに至るものと述べている。[12)]

完全塑性体，粘性体，弾性体のS―S曲線はヒステリシスループを描き，また練り土のそれはS字形で，いづれの場合でもひずみと内部応力との位相はずれている。

クリープ試験や応力緩和試験は練り土のレオロジー的

* 川崎製鉄株式会社
Kawasaki Seitetsu Co. Ltd.

**住友金属鉱山株式会社
Sumitomo Kinzoku-Kozan Co. Ltd.

特性を明らかにするのに重要であるが，一方このような静的試験法に対し，動的試験法は次のような効果が予期できる。(i) 先に述べたように練り土の可塑的挙動には記憶現象をともなうので，実験結果の再現性を期待するには，その効果を除去することが望ましい。周期的なねじり振動を試料に加える測定方法によれば，容者にこの目的を達しうる。(ii) 周期振動は数学的解析を厳密に施すことが期待できる。(iii) 応力が変化しつつある時の試料の動的な挙動を観察することができる。

このような点からみても Astbury らが見事に展開した周期的ねじり振動法とその解析法は重要なので，それについて著者らの意見も加えながら次に述べる。

時刻 t において練り土のねじりひずみを ε，それに対応する応力を σ として，

$$\left.\begin{aligned}\varepsilon&=\sigma_0\{P_1(\theta)\sin\theta+Q_1(\theta)\cos\theta\}\\ \sigma&=\varepsilon_0\{P_2(\theta)\sin\theta+Q_2(\theta)\cos\theta\}\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(1)$$

と置く。(式(27)を参照) ここで ε_0, σ_0 はそれぞれ ε, σ の最大値で，ω は角速度 (3. 実験を参照) で，$\theta=\omega t$ の関係がある。また $P_1(\theta)$, $P_2(\theta)$, $Q_1(\theta)$, $Q_2(\theta)$ はそれぞれ θ のある関数で $\sin\theta$ と $\cos\theta$ との両方について偶関数とする。それゆえ $P(\theta)\sin\theta$ は θ とともに符号が変るから，この項は同位相成分 (in Phase) を表わし，一方 $Q(\theta)\cos\theta$ は θ とともに符号が変らぬから，この項は異位相成分 (quadrature) を表わしている。図1は低圧碍子用素地について得られたヒステリシスループの第一

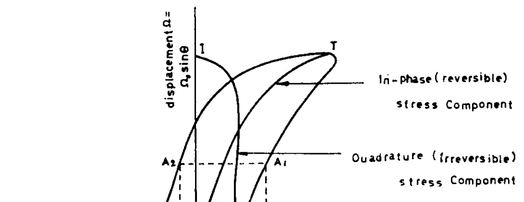

Fig. 1 Separation of in phase and quardrature components

象限と第二象限とを示してある。(図3 参照) 点 A_1 は変位すなわちねじりの回転角 $\Omega(=\Omega_0\sin\theta)$ と偶力による能率 $(M_z)_1$ とに対応し，また点 A_2 は $\Omega(=\Omega_0\sin(\pi-\theta))$ と $(M_z)_2$ とに対応する。ただし Ω_0 はねじりの回転角 Ω の最大値である。これらを式(1)に代入して，

$$\left.\begin{aligned}P(\theta)\sin\theta&=\frac{(M_z)_1+(M_z)_2}{2\Omega_0}\\ Q(\theta)\cos\theta&=\frac{(M_z)_1-(M_z)_2}{2\Omega_0}\end{aligned}\right\}\quad\begin{matrix}(註1)\\ \cdots\cdots\cdots\cdots(2)\end{matrix}$$

$P(\theta)\sin\theta$ は図中の OT であり，$Q(\theta)\cos\theta$ は IC_1 である。この操作をくり返し，$P(\theta)\sin\theta-M_z$ と $Q(\theta)\sin\theta-M_z$ とを作図的に求めると，図1中の曲線 OT と C_1I とを描くことができる。この曲線は1/4周期中でひずみがその最小値から最大値まで増すにつれ，$\sin\theta-P(\theta)$ と $\sin\theta-Q(\theta)$ とからさらに求めた $P(\theta)$, $Q(\theta)$ 共に増している。

ここで練り土の力学的モデルとして Astbury らに従って弾性要素が直列に連なり，これと並列に多くの粘性要素を配列した組み合わせを考える。(図2) 弾性要素

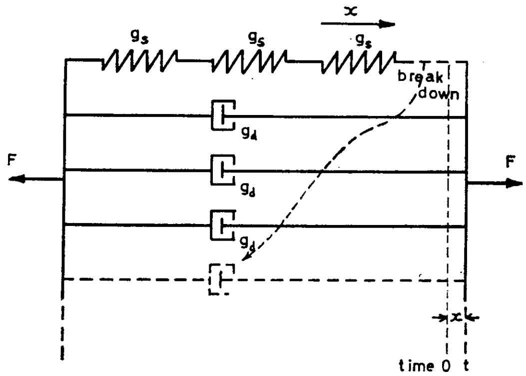

Fig. 2 Spring-dashpot analogue for imposed strain (displacement)

はフック弾性にしたがい，変位の大きさ x_s の時，応力の大きさ F_s は $F_s=g_sx_s$ の関係があるとする。ここで比例常数 g_s は弾性率である。しかし弾性要素は外力を受ける時，それを無限にはささえられず，ある固有の限界ひずみエネルギー U_c の値以上の外力を受ければ，その弾性要素は破壊し，1:1対応で粘性要素に変わると仮定する。その時なお残っている弾性要素が外力をささえてゆくことになる。

今時刻 t においてひずみエネルギー U の時，弾性要素を n_s 個含んでいるとする。n_s は U の関数とする。もし δU だけひずみエネルギーを増す時，弾性要素がそのため δn_s 個だけ破壊したとすると，

$$\delta n_s=-n_s\frac{\delta U}{U_c}\qquad\cdots\cdots(3)$$

とおくことができると仮定する。U_c は先に述べた限界ひずみエネルギーで，その値は弾性要素の数 n_s ならびに系の総変位の大きさ x によらないとする。ここで破壊した弾性要素の数に1:1対応で粘性要素が増すわけである。

図2 に示した上述の力学モデルに外力が作用し，系に内部応力 F を生じている時，それぞれ弾性率 g_s の各弾性要素が時刻 t でそれぞれ変位の大きさ x_s に対応して，

F_s の応力を分担する。したがって全弾性要素の変位の大きさ，すなわち系の総変位の大きさ x は各弾性要素の変位の大きさ x_s の和に等しい。

$$x=\Sigma x_s=n_s x_s \qquad \cdots\cdots(4)$$

一方粘性要素はその粘性率を g_d とすれば，同時刻 t で各粘性要素の変位の大きさは系の総変位の大きさ x に等しく，また変位の速さは dx/dt である。各粘性要素が分担する内部応力は $g_d \cdot dx/dt$ であるから，系全般について次の式が成立する。

$$F=\frac{g_s x}{n_s}+\Sigma g_d \frac{dx}{dt} \qquad \cdots\cdots(5)$$

系の全要素数 N に対し，弾性要素の数の割合を C と置けば，粘性要素の数の割合は（1－C）である。ここで，

$$C=\frac{n_s}{N} \qquad \cdots\cdots(6)$$

であるから，これらの関係を式(5)へ代入すると，

$$F=\frac{g_s x}{NC}+N(1-C)g_d\frac{dx}{dt} \qquad \cdots\cdots(7)$$

さて1個の弾性要素に応力 F_s が作用して，x_s だけ変位している時，さらに微小変位 dx_s を起こすと系のひずみエネルギーの増し分 dU は，

$$dU=n_s dx_s F_s=n_s g_s x_s dx_s=n_s g_s \frac{x}{n_s}\frac{dx}{n_s}$$

$$\therefore\ dU=\frac{1/2 g_s d(x^2)}{n_s} \qquad \cdots\cdots(8)$$

式(8)を式(3)へ代入して積分すると，

$$n_s=n_{s0}\left(1-\frac{g_s x^2}{2n_{s0}U_c}\right) \qquad \text{（註2）}\cdots\cdots(9)$$

ここで n_{s0} は系に外力が働らいていない時，$x=0$ であり，その弾性要素の数を n_{s0} とおいた。式(6)を代入すると，

$$C=C_0\left(1-\frac{g_x x^2}{2NC_0U_c}\right) \qquad \cdots\cdots(10)$$

ここで，$C_0=n_{s0}/N$ で最初の弾性要素数の全要素数に対する割合である。式(10)を式(7)へ代入して，

$$F=\frac{g_s x}{NC_0(1-\alpha x^2)}+Ng_d\left\{1-C_0(1-\alpha x^2)\right\}\frac{dx}{dt} \qquad \cdots\cdots(11)$$

ここで，$\alpha=g_s/2NC_0U_c)$ ……(12)

式(10)で $C=0$ とおくと弾性要素がことごとく破壊して粘性要素に変わり，それのみになる時の変位の大きさが求まる。

$$\left\{(x)_{C=0}\right\}^2=\frac{2C_0NU_c}{g_s} \qquad \cdots\cdots(13)$$

次に動的試験の取りあつかいについて述べる。時間とともにねじりの回転角の大きさが正弦的に変化するひずみを薄肉中空円筒形の練り土試料に加える時，先に述べたように，

$$\left.\begin{aligned}\Omega&=\Omega_0\sin\omega t=\Omega_0\sin\theta\\ \dot{\Omega}&=d\Omega/dt=\omega\Omega_0\cos\omega t=\omega\Omega_0\cos\theta\end{aligned}\right\} \qquad \cdots\cdots(14)$$

式(11)で変位量 x の代りに試料自由端の回転角 Ω を，また内部応力 F の代りに試料に加えられた偶力によって生じた内部応力の，円筒の中心軸の回りのモーメントを M_z と置くと，

$$\frac{M_z}{\Omega_0}=\frac{g_s\sin\theta}{NC_0(1-\lambda\sin^2\theta)}+Ng_d\{1-C_0(1-\lambda\sin^2\theta)\}\omega\cos\theta \qquad \cdots\cdots(15)$$

ここで，$\lambda=\alpha\Omega_0{}^2=g_s\Omega_0{}^2/(2NC_0U_c)$ ……(16)

収束したS－S曲線（図3）で $\theta=\pi/2$ と置く時，Ω は式(14)から最大値 Ω_0 をとり，またその M_z を $(M_z)_{\theta=\pi/2}$ と書けば，式(15)から，

$$(M_z)_{\theta=\pi/2}=\frac{g_s\Omega_0}{NC_0(1-\lambda)} \qquad \cdots\cdots(17)$$

$\theta=0$ では Ω は最小値0となり，その時 M_z は $(M_z)_{\theta=0}$ すなわち $(M_z)_c$ は保歪力（coercive force）に相当する。式(15)から

$$(M_z)_{\theta=0}=(M_z)_c=\omega Ng_d\Omega_0(1-C_0) \qquad \cdots\cdots(18)$$

さらに $M_z=0$ の時，得られる Ω の値 Ω_r は残留ひずみに対応する回転角で式(15)から計算できる。

$$(\Omega)_{Mz=0}=\Omega_r\simeq N^2\Omega_0\omega\frac{g_dC_0(1-C_0)}{g_s} \qquad \text{（註3）}\cdots\cdots(19)$$

周期的ねじり振動の一周期中に練り土に吸収されるエネルギーは定常状態では，ヒステリシスループの面積に相当し $\int M_z d\Omega$ で求めることができる。その値を W とすれば，

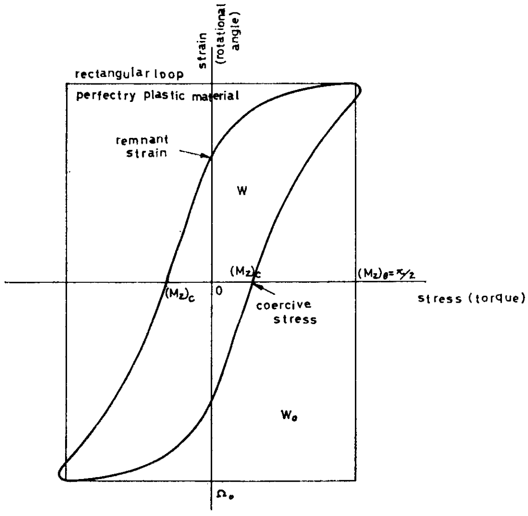

Fig. 3 Typical steady-state hysteresis loop and rectangular loop for ideal plastic material

$$W=\int M_z d\Omega$$
$$=\pi N\omega\Omega_0{}^2 g_d\left\{1-C_0\left(1-\frac{\lambda}{4}\right)\right\} \qquad \text{(註 4)} \quad \cdots\cdots(20)$$

$\lambda/4 \ll 1$[16]であって，式(18)を上の式へ代入すると，

$$W \simeq \pi(M_z)_c\Omega_0 \quad \cdots\cdots(21)$$

図3のヒステリシスループに外接する長方形の囲む面積をW_0とすると，これは完全塑性体における吸収エネルギーに相当する。その値は図から$W_0=4\Omega_0(M_z)_{\theta=\pi/2}$であり，これと式(17)，(20)，(21)とから，

$$\frac{W}{W_0}=\frac{\pi N\omega\Omega_0{}^2 g_d\left\{1-C_0\left(1-\frac{\lambda}{4}\right)\right\}}{\frac{4g_s\Omega_0{}^2}{NC_0(1-\lambda)}}$$
$$\simeq\frac{\pi N^2\omega g_d C_0(1-C_0)(1-\lambda)}{4g_s}$$

また式(21)を用いると，

$$\frac{W}{W_0}=\frac{\pi}{4}\frac{(M_z)_c}{(M_z)_{\theta=\pi/2}}\simeq\frac{(M_z)_c}{(M_z)_{\theta=\pi/2}} \quad \cdots\cdots(22)$$

次に K_1，K_2，K_3 を次の式のように定義して，式(17)，(18)，(19)を代入すると，

$$K_1=\frac{(M_z)_c}{\Omega_r}=\frac{g_s}{NC_0} \quad \cdots\cdots(23)$$

$$K_2=\frac{(M_z)_c}{\Omega_0}=\omega N g_d(1-C_0) \quad \cdots\cdots(24)$$

$$K_3=\frac{(M_z)_{\theta=\pi/2}}{\Omega_0}=\frac{g_s}{NC_0(1-\lambda)} \quad \cdots\cdots(25)$$

ここで各Kは（力のモーメント）/（変位）の形であるから，一種のコンプライアンスとみることができる。かつK_1とK_3値は同位相のコンプライアンスで，今回の力学モデルの弾性的特性による係数であり，またK_2は異位相のコンプライアンスで，粘性的特性による係数である。

式(25)/式(23)より，

$$\frac{K_3}{K_1}=1-\lambda \quad \text{又は}\ \lambda=\frac{K_1-K_3}{K_1} \quad \cdots\cdots(26)$$

式(23)，(24)を式(15)へ代入すると，

$$M_z=\frac{K_1\Omega_0\sin\theta}{1-\lambda\sin^2\theta}+K_2\Omega_0\left(1+\frac{C_0}{1-C_0}\lambda\sin^2\theta\right)\cdot\cos\theta \quad \cdots\cdots(27)$$

この式は弾性要素と粘性要素とからなる前記の力学モデルにおけるモーメントと変位との関係を与える式である。

式(27)で右辺の第1項が同位相成分を表わしていて，θに関するその勾配は，

$$\frac{dM_z}{d\theta}=\frac{d\left(\frac{K_1\Omega_0\sin\theta}{1-\lambda\sin^2\theta}\right)}{d\theta}=\frac{K_1\Omega_0\cos\theta(1+\lambda\sin^2\theta)}{(1-\lambda\sin^2\theta)^2}$$

であるから，原点における勾配は上式で $\theta=0$ とおけばよい。

$$\left\{\frac{dM_z}{d\theta}\right\}_{\theta=0}=K_1\Omega_0 \quad \cdots\cdots(28)$$

同様に式(27)の右辺の第2項である異相成分の勾配は，

$$\frac{dM_z}{d\theta}=\frac{d}{d\theta}\left\{K_2\Omega_0\left(1+\frac{C_0}{1-C_0}\lambda\sin^2\theta\right)\cos\theta\right\}$$
$$=K_2\Omega_0\sin\theta\left(\frac{2C_0\lambda}{1-C_0}-1-\frac{3C_0\lambda}{1-C_0}\sin^2\theta\right)$$

したがって異位相成分が極大値を取る時，上式の左辺を0と置けばよいから，

$$\frac{C_0\lambda}{1-C_0}=\frac{1}{2-3\{(\sin\theta)_{\max}\}^2} \quad \cdots\cdots(29)$$

ここで $(\sin\theta)_{\max}$ は異位相成分が極大値を取る時の値である。$(\sin\theta)_{\max}$ をヒステリシスループから求め，上式に代入するとC_0が算出できる。

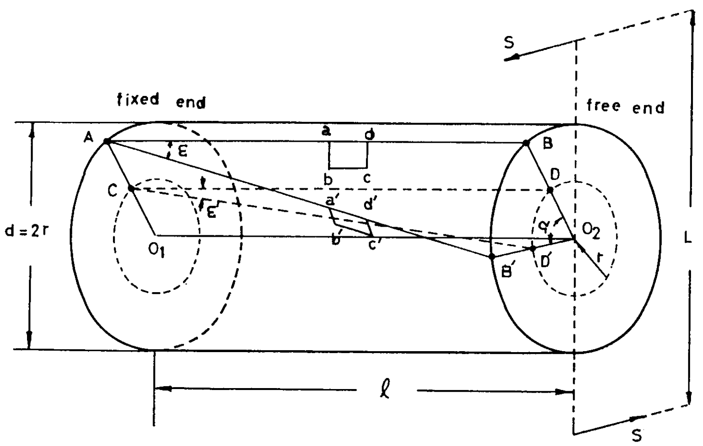

Fig. 4.1 Torsion of thin hollow cylindrical tube

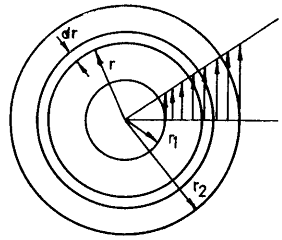

Fig. 4.2 Stress distribution of transverse section

式(16)と(23)とから，

$$\lambda=\frac{g_s\Omega_0{}^2}{2NC_0U_c}=\frac{K_1}{2}\frac{\Omega_0{}^2}{U_c} \quad \cdots\cdots(30)$$

の関係があり，この式から U_c を知ることができる。

もし実際の試験片が図4のように長さ l，内半径r_1，外半径 r_2 の薄肉中空円筒であり，その一端O_1面を固定し，他端 O_2 面に偶力S－Sを加えてねじるとする。その偶力の能率は図から$S\cdot L$で，このため円筒面上の母線ABはAB'へ移る。その傾き角εは試料の受けるせん断ひずみである。ただしこの時の回転角Ωは小さく，AB'は直線と見なせるとする。また円筒の軸方向の長さあたりの回転角$\Omega/l=\beta$はねじり角と呼ばれる。

$$\widehat{BB'}=r_2\Omega=l\tan\varepsilon\simeq l\varepsilon \quad \cdots\cdots(31)$$

円筒の薄肉部分内で半径rなる円筒面を考える値，母線ABのねじれAB'に対応して，この円筒面上にCDのねじれCD'を考え，そのせん断ひずみをε'と置けば，

$$\widehat{DD'}=r\Omega=l\tan\varepsilon'\simeq l\varepsilon' \quad \cdots\cdots(32)$$

図示したように単純せん断を受けている円筒表面のせん断応力をσ'とすると，同様に$\sigma'=G\varepsilon'$であるから，式(31)(32)を用いて，

$$\sigma=G\varepsilon=Gr_2\frac{\Omega}{l}=Gr_2\beta \quad \sigma'=G\varepsilon'=Gr\frac{\Omega}{l}=Gr\beta$$

$$=\sigma\frac{r}{r_2} \quad \cdots\cdots(33)$$

故に円筒の横断面における応力分布は図4・2のような傾斜の直線になる。

いま任意の横断面に上に述べた直線分布を持つせん断応力のみが作用している時，drを微小長さとし，半径rと$r+dr$とで囲む微小な円環面積dAを考えると，ここに作用するせんだん応力$\sigma'\cdot dA$により中心軸の回りに$r(\sigma\cdot dA)$のモーメントを示す。このモーメントを全横断面積にわたって総和を取れば，外力の偶力によって試験片内に生じたねじりモーメントM_zを得ることになる。[15]

$$M_z=\int_A\sigma' r\,dA=\int_{r_1}^{r_2}\sigma' r2\pi r\,dr=\frac{2\pi\sigma}{r^2}\int r^3dr$$

$$=\frac{\pi\sigma}{2r_2}\left(r_2^4-r_1^4\right) \quad \cdots\cdots(34)$$

（註5）

式(16)，(31)，(34)から，

$$U_c=\frac{\sigma_c\varepsilon_0^2}{4\varepsilon_r\lambda}\frac{r_2^2+r_1^2}{r_2^2}\pi\left(r_2^2-r_1^2\right)l \quad \cdots\cdots(35)$$

単位体積あたりの限界ひずみエネルギーをU_c^*とすると，中空円筒の体積は$\pi\left(r_2^2-r_1^2\right)l$であるから，式(35)より，

$$U_c^*=\frac{\sigma_c\varepsilon_0^2}{4\varepsilon_r\lambda}\frac{r_2^2+r_1^2}{r_2^2} \quad \cdots\cdots(36)$$

式(13)で$C=0$とおくと弾性要素がことごとく破壊して粘性要素に変わり，それのみになる時の変位の大きさが求まる。

$$\left\{(\Omega)_{C=0}\right\}^2=\frac{2NC_0U_c}{g_s} \quad \cdots\cdots(37)$$

Ω_yを降伏応力σ_yに相応する回転角とすると，上の式の$(\Omega)_{C=0}$はΩ_yと書いてよいから，この式を式(16)で辺々割算すると，

$$\frac{\Omega_y^2}{\Omega_0^2}=\frac{1}{\lambda} \quad \cdots\cdots(38)$$

式(33)から$\sigma_y/\sigma_0=\Omega_y/\Omega_0$であるから，この関係を上式へ代入すると，

$$\sigma_y=\frac{\sigma_0}{\sqrt{\lambda}} \quad \cdots\cdots(39)$$

なお以上の計算にあたって仮定に置いたことで先に明らかに記さなかったことを付け加える。

(1)　練り土は任意の時刻tに一定体積中に弾性要素n_s個値粘性要素n_d個とを含み，両要素の総和N個は周期的振動の試験中，常に一定である。

(2)　弾性要素はフックの法則にしたがい，粘性要素はニュートンの法則に従う。

(3)　モデルの構成はすべての弾性要素が同じ力をささえるように配列され，粘性要素はそれぞれが弾性要素の全変位に等しい変位をささえるように配列される。

(4)　モデル内にエネルギーが蓄えられるにしたがい，弾性要素の一部は破壊され，1：1対応で粘性等素に変わる。モデル内のエネルギーが減少する時はその逆になる。

なお試料にねじり振動を与えるさい，試料は薄肉中空円筒であるから，その半径方向の応力分布は比較的少なく，水分分布は試料内一様で，変化しないこととした。また練り土の塑性は無視した。

3.　実　　験

(1)　試　　料

実験に用いた練り土の配合組成は陶石40，長石25，蛙目粘土18，木節粘土17であって，低圧碍子用素地である。工場で調製したこの素地をさらに真空土練機にかけ，50～70mmϕの円筒状のまず押し出した。次いでこれをピストン式押し出し機を用いて，ピンを備えたノズルを通して押し出し，内径10mmϕ，外径20mmϕ，長さ150mmの薄肉中空円筒に成形した。

(2)　実験装置

改良した実験装置はねじ切り，クリープ，応力緩和などの静的試験法に合わせて，動的試験もかねて行なうことができるようにした。試験はすべてねじりによったもので，以下に装置について概説する。

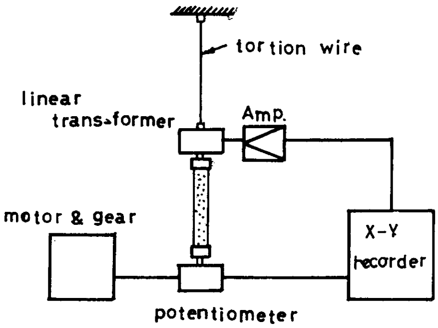

Fig. 5.1 Block diagram of stress-strain measurement aparatus

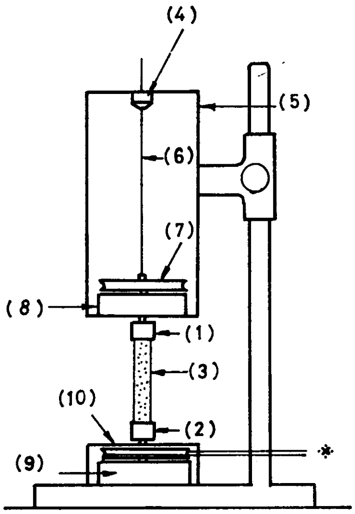

Fig. 5.2 Apparatus for stress-strain measurement

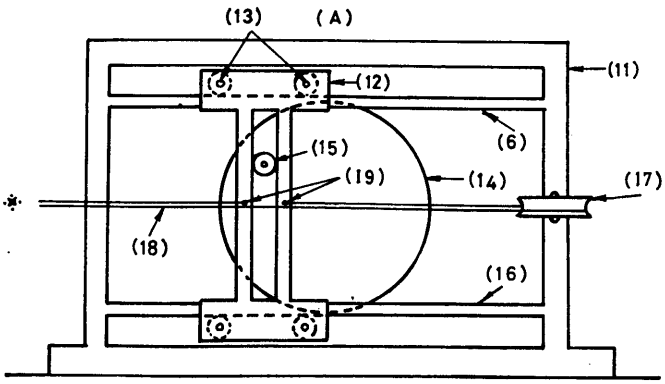

Fig. 5.3 Sine functiongenerator

まず周期的ねじり試験の場合から述べよう。薄肉中空円筒形の試料の一端を固定し，他方の自由端に周期的に大きさの変化するねじりを与え，それにともなって起こる内部応力の変化を検出する方法によった。図5・3は正弦的に回転角の大きさを変化させるための単振動の発生装置である。まずシンクロナスモーターの回転をギアヘッドを用いて1～120R.P.Mに減速した。これをさらに1～1/64の範囲で変速できる歯車減速機と組み合わせ，その出力軸に径120mmϕの円板⑭を取り付ける。この円板上にその中心からの距離が10～100mmのいろいろの位置にベアリング付きのボルト⑮を差しこむ。円板の中心とこのボルトとの距離をR_{14}とする。ベアリング⑮はI字形のスライダー⑫のみぞの中を円板⑭の回転にしたがい，上下に運動する。その時スライダー⑫は上下のレール⑯の上をベアリング⑬の助けを受けて，水平方向になめらかにすべりつつ，往復運動をくり返す。円板⑭（半径R_{14}）の角速度をω，周期をT，振動数をfとすると，スライダー⑫の水平運動はその変位が，

$$R_{14}\sin\omega t \quad ただし \quad \omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi f$$

であらわされる単振動である。この運動をスライダー⑫に点⑲で固定したひもでプーリー⑰を経て，図5・2のねじり試験装置本体のプーリー⑩（半径R_{10}）に伝えた。この時プーリー⑩の回転角をΩとすると，

$$R_{10}\Omega=R_{14}\sin\omega t$$

であるから，$R_{14}/R_{10}=\Omega_0$とおくと，

$$\Omega=\Omega_0\sin\omega t, \qquad \omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi f$$

となる。すなわちプーリー⑩は回転振動を行ない，その回転角の大きさは正弦的に変動する。この運動をチャック(2)から試料(3)にそのまま伝える。回転振動の振巾Ω_0はボルト⑮の円板⑭上の位置を変えて，R_{14}の値を変化させて調節した。周期Tまたは周波数fは歯車減速機の歯車の組み合わせを変えて調節した。

試料(3)の下端(2)に加えられる回転角Ωの大きさは，試料(3)およびプーリー⑩と共軸のポテンショメーター(9)により，それに加えた基準電圧の変化として検出し，XY記録計のY軸の入力とした。（図5・1）

図5・2で試験体(3)の上端をチャック(1)を使ってピアノ線(6)の下端に固定した。試験片の下端に外力を加えてねじると，そのねじりひずみに対応する内部応力のため，軸方向のねじりモーメントM_zを生じる。こ

れを1.8～2 mmϕのピアノ線(6)のねじれ角として検出した。ピアノ線はその上端は保護箱(5)に固定したチャック(4)で留めてある。ピアノ線下端のねじれ角は差動変圧器を用いた回転角度測定器（測定範囲±5°，±10°，±20。の3段切り変え，精度±1％）(8)により求めた。その角度とトルクとの関連は既知のトルクをプーリー(7)を介してピアノ線に加え，その時のねじれ角を測って検定した。回転角度測定器の出力は増巾してから，X－Y記録計のX軸入力とした。（図5・1）

保護箱(5)はチャック(1)と一体で上下に自由に移動でき，任意の高さで固定できるようにして，試料のセッティングを容易にしてある。

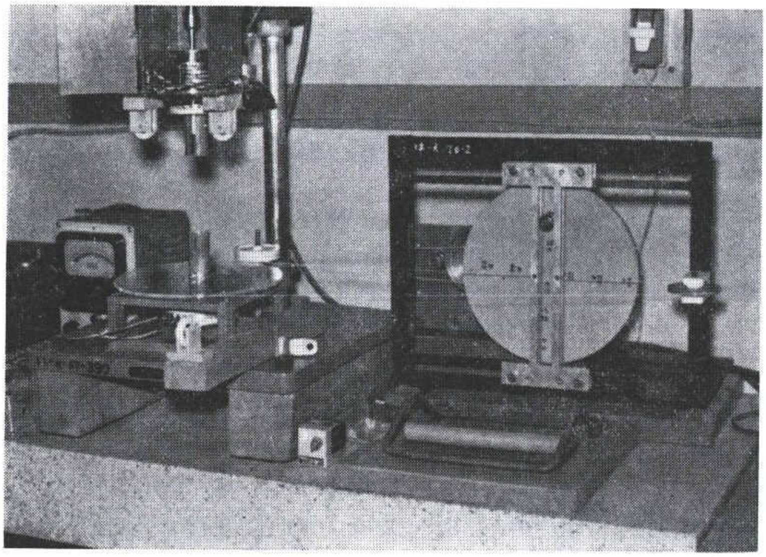

Fig. 6.1

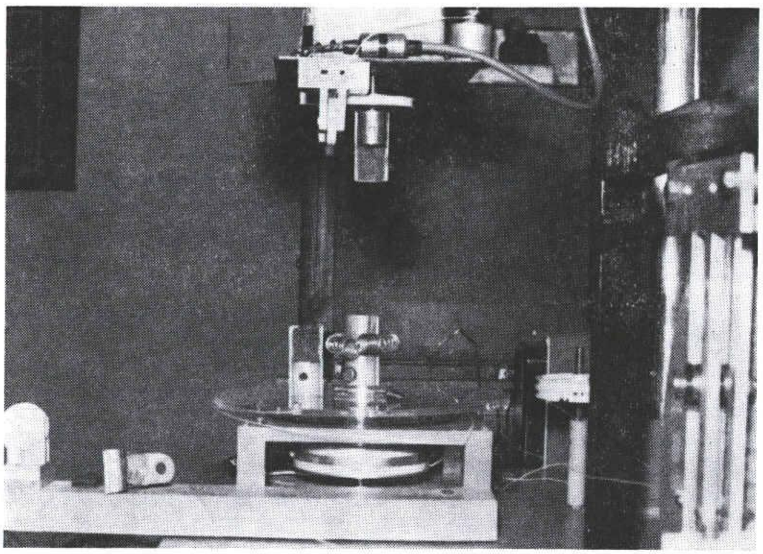

Fig. 6.2

Fig.6 Rheometer improved by experiment

装置の写真を図6・1，6・2に示してある。

次に静的試験法の要領を述べると，クリープの場合には図5・2のプーリー(10)に駆動部分からかかっているひもを外し，図7の写真に示したように，このプーリーに新しくひもをかけて，このひもに滑車を介して適当な分銅を吊すことにより，練り土試料に常に一定のトルクが

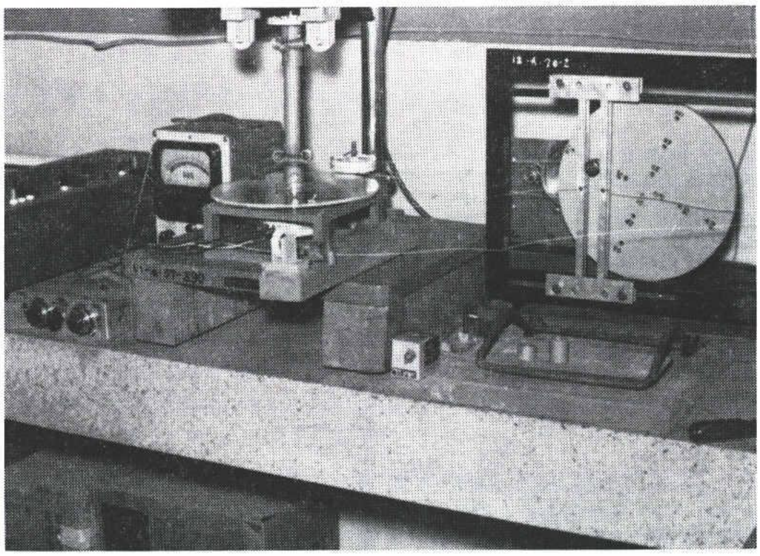

Fig. 7 Creep measurement

かかるようにした。この時，時間とねじれ角との関係を記録計で求めた。この装置の起動トルクは23〔G･cm〕であった。

応力緩和の測定には，クリープ試験の場合と同じように図5・2のプーリー(10)を自由にまずしておいて，練り土を試料チャック(1)，(2)を使ってセットする。次いでプーリー(10)を手で回転し，必要な変位を試料に与えた所でこのプーリーをクランプで固定し，試料内に生じた応力の時間変化を記録するようにした。（図8）

ねじ切りでは前と同様にプーリー(10)を自由にし，試料をセットしてから，駆動部の歯車減速機から写真(図9)のようにプーリーを介してプーリー(10)にひもをかけて，これを定方向に一定速度で回転して試料をねじ切るようにした。回転速度は歯車減速機の歯車の組み合わせで調節できる。この時の応力の時間変化を記録し，時間経過と回転速度とから試料のねじれ角すなわちひずみ量を求めた。円筒形試料の軸方向に対し45°の角度でねじ切れる典型的な結果を図10に写真で示した。

以上の外に周期的ねじり振動を与えてから，ねじ切る試験法は上に述べた方法の組み合わせで行なうことがで

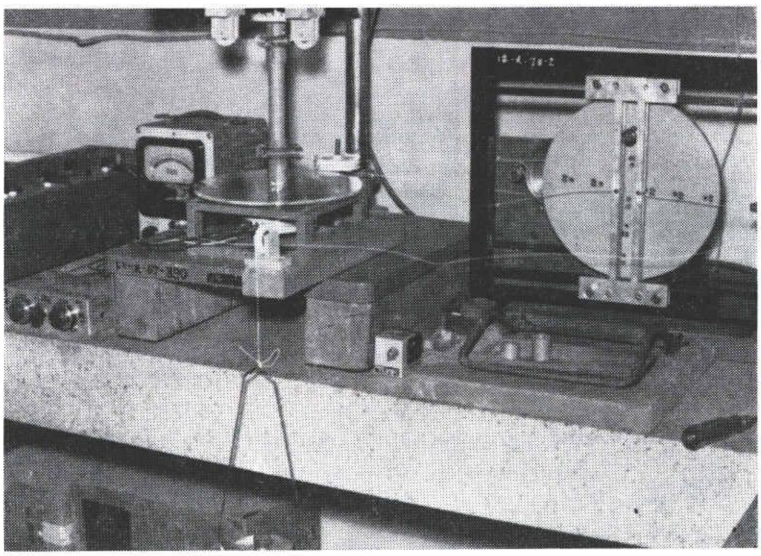

Fig. 8 Stress relaxation measurement

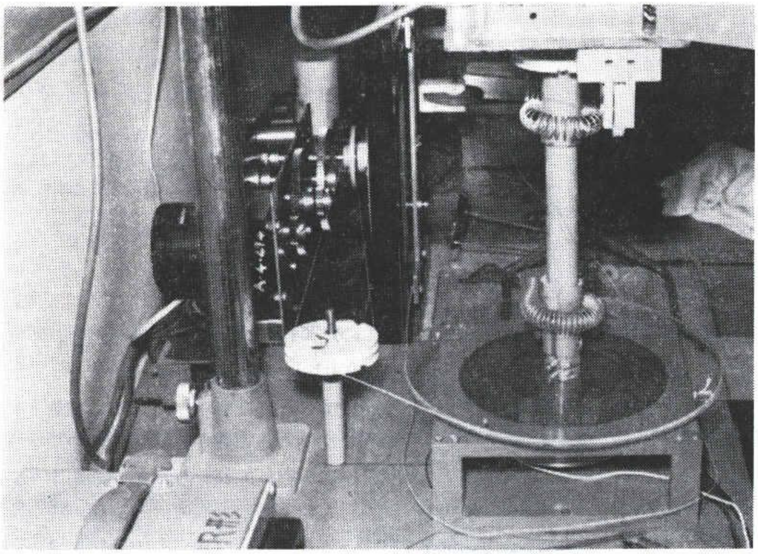

Fig. 9　Tortional test

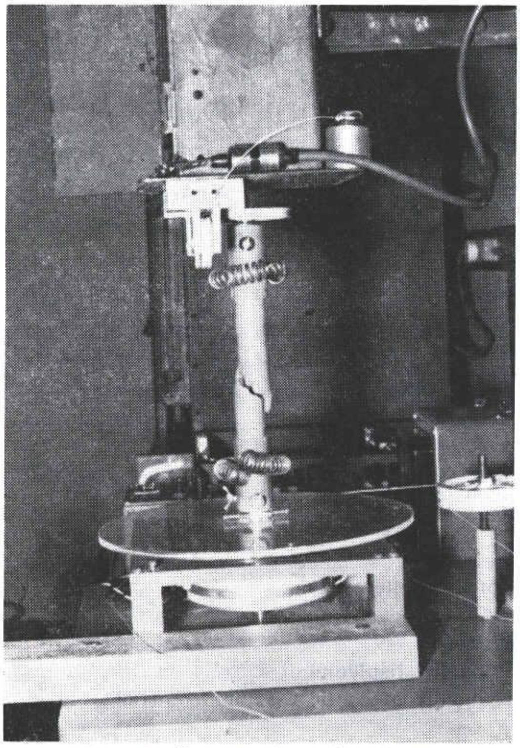

Fig. 10　Result of tortional test

きる。

4.　結　　果

周期的ねじり振動から練り土のいろいろなモデル常数，パラメーターを求めるには次の順序によった。

実験でXY記録紙上に描かせたS－S曲線から薄肉中空円筒形試料の自由端の回転角Ωとそれによって試験片内に生じた応力による中心軸の回りのトルクM_zが知れると，図1から作図的に異位相成分が最大になる時の$\Omega_0\sin\theta$を得て，$(\sin\theta)_{max}$を算出する。実験条件で決めた最大振巾Ω_0と，S－S曲線上から読んだΩ_rと，先の$(M_z)_{\pi/2}$, $(M_z)_c$の値を式(23)，(24)，(25)に代入して，K_1，K_2，K_3を知れば，さらに式(26)によってλが求まる。このλと$(\sin\theta)_{max}$と式(29)からC_0が得られる。以上の値を式(27)に代入すると，その練り土試料の周期的ねじり振動の式が求まることになる。またU_c*は式(30)から

$$U_c = K_1\Omega_0^2/(2\lambda)\ \text{の関係から計算できる。}$$

試作した測定装置はきわめて良好に作動したが，それらの結果および考察は別の報文にゆずる。[16]

ここでは総括として，練り土のねじり振動試験法により実測したS－Sヒステリシスループと計算値とを比較検討した結果についてのみ述べておくことにする。試料として含水量が23.4%の練り土を用いて，ねじり振動の周期を12秒，ひずみ振巾を0.0524に取った時，$\Omega_0=7.1$，$\Omega_r=4.3$，$(M_z)_{\theta=\pi/2}=5.0$，$(M_z)_c=1.4$，$(\sin\theta)_{max}=0.704$，$K_1=0.347$，$K_2=0.201$，$K_3=0.704$ また $\lambda=0.507$を得た。これらの値を式(27)へ代入すると，

$$M_z=\frac{2.46\sin\theta}{1-0.507\sin^2\theta}+1.49(1+1.95\sin^2\theta)\cos\theta$$

この結果を図11に点線で描き，また実験の結果を実線で同じ図上に比較のため記入してある。両者の対応はかなりよく，ほぼ満足できるものである。しかしひずみが大きい$(\sin\theta)_{max}$の付近から最大ひずみに至る範囲で，計算値は実測によるS－S曲線の外側へわずかながらず

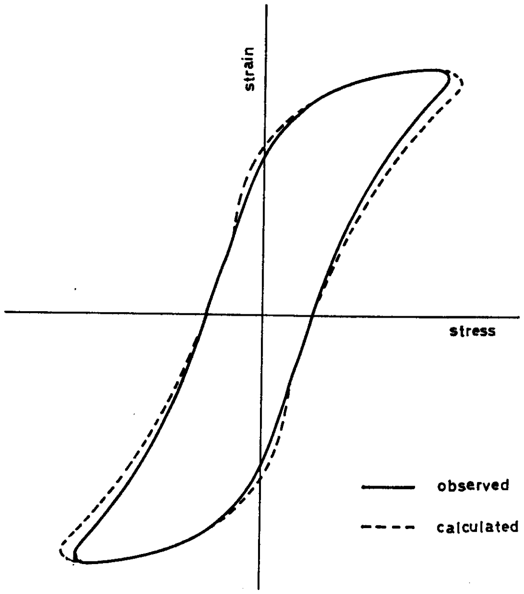

Fig. 11 Stress-strain hysteresis loops, calculated and observed

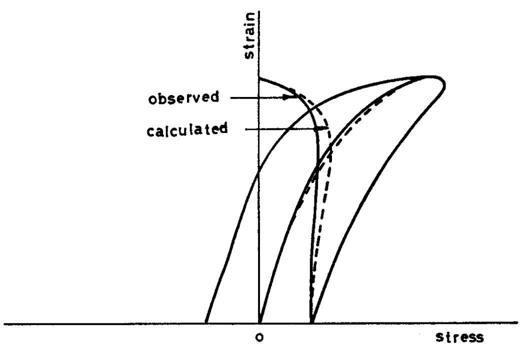

Fig. 12 Calculated and observed functions

れている。この原因を解析するためS－S曲線から同位相成分と異位相成分とを分離して図12に示した。これによると同位相成分については実験の結果と計算値とが全くよく一致している。しかし異位相成分は計算値が実験値よりも，ことに閉曲線の巾の広い所で大きくなっている。このことはAstburyらの力学モデルの仮定で弾性要素が破壊する時，それが粘性要素に変わるのに両要素が1：1対応で変換するとしている点に問題がある。両者の変換は実際にはそれ以下の変換比である可能性をこの結果は示唆していると考えられる。このことについてAstburyらが応力の同位相成分と異位相成分とを，それぞれが弾性要素の存在比の逆数と粘性要素の存在比とに比例することから，両要素の数を相対的に求め，その総数を周期的ねじり振動の期間中一定と見なして，これら両要素の数の間に直線関係が成立することを実証している。[13] しかし彼らの実験結果は両要素の相対数をあらわした直線が両軸と45° で交差するのでなく，すなわち1：1対応ではなしに，むしろ1：(0.6～0.8) ないしはそれ以上の対応関係を示しているので，その比例常数の検討が問題点として残っている。

5. 総　括

練り土のレオロジー的挙動を測定するため，従来の装置を改良して試作したレオメーターは良い性能をそなえている。

Astburyらの練り土のレオロジー的挙動に関する力学モデルについて詳細に検討し，試作した装置による測定結果と比較し，モデルの仮定における疑問点を指摘した。

Notation:

C〔－〕 ratio of number of elastic elements to that of total elements
C_0〔－〕 $=(C)_{t=0}$ C value before cyclic testing
F〔dyne cm〕 internal stress induced by displacement x
F_s〔dyne cm〕 stress induced in each elastic element by its displcement x_s
f〔1/sec〕 frequency of simple harmonic motion=frequency of cyclic torsional motion
G〔dyne/cm²〕 torsional rigidity of soft mud sample
g_s〔dyne/cm²〕 torsional rigidity of each elastic element
g_d〔dyne/cm²〕 viscosity of each viscous elemet
K_1〔dyne/cm²〕 $=(M_z)_r/\Omega_r$
K_2〔dyne/cm²〕 $=(M_z)_r/\Omega_0$
K_3〔dyne/cm²〕 $=(M_z)_{\theta=\pi/2}/\Omega_0$
L〔cm〕 arm length of external couple
l〔cm〕 axial length of hollow cylindrical tube
M_z〔dyne cm〕 torsional moment about cylindrical axis
$(M_z)_{\theta=\pi/2}$〔dyne cm〕 M_z at $\theta=\pi/2$

$(M_z)_c$ 〔dyne cm〕 M_z at $\theta=0$
N 〔−〕 number of total elements in mechnical model
n_s 〔−〕 number of elastic elements when strain energy is U at time t
n_{s0}〔−〕 $=(n_s)_{\Omega=0}$ n_s at zero displacement
n_d 〔−〕 number of viscous elements
δn_s 〔−〕 small change for number of elastic elements by dU
$P(\theta), Q(\theta)$ some functions of θ
r_1 〔cm〕 internal radius of hollow cylindrical tube
r_2 〔cm〕 outer radius of hollow cylindrical tube
r 〔cm〕 any radius of hollow cylindrical tube
S 〔dyne cm〕 rotational moment of external couple
T 〔sec〕 period of simple harmonic motion
t 〔sec〕 any time
U 〔erg〕 strain energy at time t
U_c 〔erg〕 critical strain energy
U_c^*〔erg/cm³〕 critical strain energy per c.c.
dU 〔erg〕 small change of U
W 〔erg/cm³〕 energy absorbed by sample during one cycle
W_0 〔erg/cm〕 energy absorbed by ideal plastic body during one cycle
w 〔%〕 moisture content of soft mud sample (wet basis)
x 〔cm〕 displacement at time t
x_0 〔cm〕 maximum displacement
x_s 〔cm〕 displacement of each elastic element
X 〔dyne〕 couple
α 〔1/cm〕 $=g_s/2NC_0U_c$
β 〔rad/cm〕 $=\Omega/\ell$ tortional angle
ε 〔−〕 tortional strain on outer surface of hollow cylindrical sample at time t
ε' 〔−〕 tortional strain on internal layer, r
ε_0 〔−〕 maximum tortional strain
ε_r 〔−〕 remanent strain
θ 〔radian〕 $=\omega t$ angle of simple harmonic motion at time t
λ 〔−〕 $=g_s\Omega_0^2/2NC_0U_c=(K_1-K_3)/K_1$
σ 〔dyne/cm²〕 internal stress induced by strain ε at time t
σ_0 〔dyne/cm²〕 maximum internal stress induced by maximum strain ε_0
$\sigma_{\pi/2}$〔dyne/cm²〕 σ at $\theta=\pi/2$
σ_c 〔dyne/cm²〕 σ at $\theta=0$
σ_y 〔dyne/cm²〕 yield stress
Ω 〔radian〕 rotational angle of free end of cylindrical tube
Ω_0 〔radian〕 maximum rotational angle
Ω_r 〔radian〕 Ω at zero stress
Ω_y 〔radian〕 Ω at yield stress
ω 〔radian/sec〕 angular velocity of simple harmonic motion

文　献

1) 山内俊吉編, "窯業の研究Ⅱ" 技報堂 (1961) 素木洋一 "粘土—水系のレオロジー" p.p. 228-245
素木洋一, 窯協69, C64-72 (1961); ibid 69, C93-101 (1961)
2) 窯協編, "窯業工学ハンドブック" 技報堂 (1952) p.p.72-78
素木洋一, 窯協69, C136-144 (1961)
3) H.H. Stephenson, J. Am. Ceram. Soc. 10, 924 (1927)
4) F.H. Norton, J. Am. Ceram. Soc. 21, 33-36 (1938); Ceramic Fabrication Process p.87 (1953)
5) H.H. Macey, Trans. Brit. Ceram. Soc. 47, 259-67 (1948)
6) 素木洋一, 窯協63, 319-324 (1955)
7) 素木洋一, 窯協63, 421-429 (1955)
8) E.G.W.A Geuze and Tan Tjong-Kie, Proceedings of the 2nd International Congress on Rheology p.p.247-259 (26-July 1953)
9) 村山朔郎, 柴田徹, 土木学会論文集40, 1-31(1956)
10) 村山朔郎, 材料12, 72-78 (1963)
11) 村山朔郎, 材料14, 282-288 (1965)

12) N.F. Astbury, Trans. Brit. Ceram. Soc. 62, 1-18 (1963)
13) N.F. Astbury, F. Moore and J.A. Lockett, Trans. Brit. Ceram. Soc. 65, 435-462 (1966)
14) Th. Naase, Ber. D.K.G. 34, 27 (1957)
15) 鵜戸英善，“材料力学” 裳華房 (1967) p.98
16) 小林，鈴木，河地，西山，窯協80 (918) 64—74 (1972)

（註１）

$(M_z)_1=\Omega_0\{P(\theta)\sin\theta+Q(\theta)\cos\theta\}$

図１でA_1，A_2とも$\Omega(=\Omega_0\sin\theta)$ の値は同じであるから，A_1 の時θならばA_2 の時$\pi-\theta$となっている。$P(\theta)$は$\sin\theta$，$\cos\theta$の偶函数であり，$\sin(\pi-\theta)=\sin\theta$ $\cos(\pi-\theta)=-\cos\theta$であるから，$P(\pi-\theta)=P(\theta)$，また $Q(\pi-\theta)=Q(\theta)$ となる。

$$\therefore(M_z)_2=\Omega_0\{P(\pi-\theta)\sin(\pi-\theta)+Q(\pi-\theta)\cos(\pi-\theta)\}$$
$$=\Omega_0\{P(\theta)\sin\theta-Q(\theta)\cos\theta\}$$

これから，

$$P(\theta)\sin\theta=\frac{(M_z)_1+(M_z)_2}{2\Omega_0}$$

$$Q(\theta)\cos\theta=\frac{(M_z)_1-(M_z)_2}{2\Omega_0}$$

（註２）

式(8)を式(3)へ代入すれば，

$$dn_s=-\frac{1}{2}\frac{g_s d(x^2)}{U_c}$$

積分して，

$$\int_{n_{s0}}^{n_s}dn_s=-\frac{1}{2}g_s\frac{1}{U_c}\int_0^x d(x^2)$$

$$n_s=n_{s0}\left(1-\frac{g_s x^2}{2n_{s0}U_c}\right)$$

（註３）

式(15)で左辺のM_zを０とおけば，

$$\tan(\theta)_{Mz=0}=-\frac{N^2\omega g_d}{g_s}C_0(1-C_0)\cdot\left(1+\frac{C_0\lambda\sin^2\theta}{1-C_0}\right)(1-\lambda\sin^2\theta)$$

上式で$\tan\theta<0$となるのはＳ－Ｓ曲線上で$M_z=0$である点 Ω_r では$\pi/2<\theta<\pi$ であるからである。

また$\sin^4\theta\simeq0$，かつ$C_0/(1-C_0)$は10°，$\lambda\simeq0.5$程度の大きさであるので，

$$\tan(\theta)_{Mz=0}=-\frac{N^2\omega g_d}{g_s}C_0(1-C_0)\cdot\left(1+\frac{2C_0-1}{1-C_0}\right)\lambda\sin^2\theta$$

また一方$\pi/2<\theta<\pi$ で，

$$\tan\theta=-\sin\theta\left(1+\frac{1}{2}\sin^2\theta+\frac{3}{8}\sin^4\theta+\cdots\right)$$

上の２式を比べ，$\sin\theta$の２乗以上の項を無視すると，

$$\sin(\theta)_{Mz=0}\simeq\frac{N^2\omega g_d}{g_s}C_0(1-C_0)$$

この関係を式(14)へ代入すると，

$$(\Omega)_{Mz=0}=\Omega_r\simeq N^2\Omega_0\omega\frac{g_d C_0(1-C_0)}{g_s}$$

（註４）式(14)を考えて

$$W=\int M_z d\Omega=\int_0^{2\pi}M_z\Omega_0\cos\theta d\theta$$

式(15)を代入して

$$W=\int_0^{2\pi}\frac{\Omega_0\cdot g_s\cdot\sin\theta\cdot\Omega_0\cdot\cos\theta}{NC_0(1-\lambda\sin^2\theta)}d\theta+\int_0^{2\pi}N\omega g_d\Omega_0^2\cos^2\theta\left\{1-C_0(1-\lambda\sin^2\theta)\right\}d\theta$$

$$=\frac{\Omega_0^2 g_s}{C_0N}\int_0^{2\pi}\frac{\sin\theta\cos\theta}{1-\lambda\sin^2\theta}d\theta+N\omega g_d\Omega_0^2\left\{\int_0^{2\pi}\cos^2\theta d\theta-C_0\int_0^{2\pi}(1-\lambda\sin^2\theta)\cos^2\theta d\theta\right\}$$

$$=\frac{\Omega_0^2 g_s}{2C_0N\lambda}\Big[\log(1-\lambda)\sin^2\theta\Big]_0^{2\pi}+N\omega g_d\Omega_0^2)\cdot\left\{\left[\frac{\theta}{2}+\frac{\sin2\theta}{4}\right]_0^{2\pi}-C_0\left[\frac{\theta}{2}+\frac{\sin2\theta}{4}\right]_0^{2\pi}-C_0\lambda\left[\frac{1}{8}\left(\frac{\sin4\theta}{4}\right)-\theta\right]_0^{2\pi}\right\}=\pi N\omega\Omega_0^2g_d\left\{1-C_0\cdot\left(1-\frac{\lambda}{4}\right)\right\}$$

（註５）

式(16)から

$$U_c=\frac{g_s\Omega_0^2}{2NC_0\lambda}$$

式(23)を代入して

$$U_c=\frac{(M_z)_c\,\Omega_0^2}{2\Omega_r\lambda}$$

式(31)から$\Omega_r=l\varepsilon_r/r_2$，ただし $\varepsilon_r=(\varepsilon)_{Mz=0}$とする。

式(34)から

$$(M_z)_c=\frac{\pi\sigma_c}{2r_2}(r_2^4-r_1^4),$$

ここでσ_cはM_zの値が $(M_z)_c$ を取る時のσの値である。

これらと式(31)とをU_cに関する上式へ代入して，

$$U_c=\frac{\pi\sigma_c\left(r_2^4-r_1^4\right)}{4r_2}\cdot\frac{r_2}{l\varepsilon_r}\cdot\frac{l^2\varepsilon_0^2}{r_2^2}\cdot\frac{1}{\lambda}$$

$$=\frac{\sigma_c\varepsilon_0^2}{4\varepsilon_r\lambda}\cdot\frac{r_2^2+r_1^2}{r_2^2}\cdot\pi\left(r_2^2-r_1^2\right)l$$