

タカヤマ ヒロム

氏名	高山 拓夢
学位の種類	博士（工学）
学位記番号	博第1327号
学位授与の日付	2024年3月31日
学位授与の条件	学位規則第4条第1項該当 課程博士
学位論文題目	Mathematical Models and Algorithms for Tensor Completion (テンソル補完の数理モデルとアルゴリズム)

論文審査委員	主査	准教授	横田 達也
		教授	本谷 秀堅
		教授	和田山 正
		准教授	鳥山 昌幸
		教授	竹内 一郎
			(名古屋大学)

論文内容の要旨

本論文は、テンソル補完に関する数理モデルの考案と、それらのモデルを解くためのアルゴリズムの枠組みを論じたものである。画像データ、時系列の交通データなど、実社会の多くのデータが多次元であり、それら多次元データの表現に適した数理モデルにテンソルが存在する。テンソルとは、添字のついた変数のことを指し、スカラー、ベクトル、行列の一般化である。観測データからモデリングされたテンソルには、計測の不備により生じる欠落値がしばしば存在する。このような欠落値を、一部分の観測値を足がかりに推定する問題をテンソル補完と呼び、本研究の研究課題とする。一般的に、テンソル補完は観測されたテンソルデータから真のテンソルデータを推定する不良設定な逆問題として定式化される。不良設定問題を解くには、真のテンソルに対して事前知識 (Prior) を導入することで、解空間を拘束することが重要であり、本研究では「低ランク性」の Prior に着目する。本論文では、2つの空間における「低ランク性」を導入し、高効率かつ高精度なテンソル補完を目的とし、それぞれ2つの新規手法を提案する。一つ目が元の空間における低ランク性に基づく「MGP 事前分布を用いたベイズ CP 分解」、二つ目が「遅延埋め込み空間」における低ランク性に基づく「平滑畳み込みテンソル分解」である。

「MGP 事前分布によるベイズ CP 分解」は、同じくベイズ CP 分解の枠組みである Automatic-Rank-Determination (ARD) を改良したものである。ARD はテンソル補完と CP 分解のランク推定を同時に行うアルゴリズムである。ARD は因子行列の重複によりランク推定の結果が真のランクよりも過剰に大きい値となる傾向があり、補完精度と推定時間の悪化を引き起こす。提案手法では、事前分布として Multiple Gamma Processing (MGP) を導入する。MGP はコアテンソルの成分を縮退させる。MGP の導入により、成分の重複を回避され、推定されるランクの値を過剰に大きく推定することを防ぐ。さらにノイズに対する頑健性を持つことから、高効率かつ高精度なテンソル補完が期待できる。

「平滑畳み込みテンソル分解」は、多重遅延埋め込み空間のテンソル補完法である MDT-Tucker の改良である。遅延埋め込み空間とは、時間遅れを表現する空間であり、高い表現能力を持つことが知られている。テンソルの遅延埋め込み空間への写像を MDT (Multiway Delay-embedding) と呼び、観測テンソルを MDT したものは遅延埋め込み空間上で、低ランクで滑らかな多様体を構成する。MDT-Tucker は 1) MDT、2) Tucker 分解 (低ランクモデル) 3) 逆 MDT の順に計算される手法で、高い補完性能を誇るが、時間・空間計算量が共に非常に大きい。そこで、提案手法では、巡回畳み込みモデルを導入する。元の空間の巡回畳み込みモデルは、遅延埋め込み空間上のランク 1 分解 (低ランクモデル) に相当し、MDT の操作を暗黙的に行なっている。元のデータ空間で最適化を行うため、提案手法は、MDT に比べて時間・空間計算量がともに改善されている。加えて、因子テンソルへの事前構造として平滑化項の導入することにより、補完性能の更なる改善を実現し、高効率かつ高精度なテンソル補完を実現する。

以上の各課題において、数理モデリングとアルゴリズムを提案した。性能評価実験として、ランダム欠損した RGB 画像や MRI 画像、クリップさせた白黒画像、実際の交通データを用いてテンソル補完を行う。これらの実験により、各提案手法の有効性を確認し、また、アルゴリズムの挙動の解析について考察する。

論文審査結果の要旨

本論文は、テンソル補完に関する数理モデルの考案と、それらのモデルを解くためのアルゴリズムの枠組みを論じたものである。画像データ、時系列の交通データなど、実社会の多くのデータが多次元であり、それら多次元データの表現に適した数理モデルにテンソルが存在する。テンソルとは、添字のついた変数のことを指し、スカラー、ベクトル、行列の一般化である。観測データからモデリングされたテンソルには、計測の不備により生じる欠落値がしばしば存在する。このような欠落値を、一部分の観測値を足がかりに推定する問題をテンソル補完と呼び、本研究の研究課題とする。一般的に、テンソル補完は観測されたテンソルデータから真のテンソルデータを推定する不良設定な逆問題として定式化される。不良設定問題を解くには、真のテンソルに対して事前知識 (Prior) を導入することで、解空間を拘束することが重要であり、本研究では「低ランク性」のPriorに着目する。本論文では、2つの空間における「低ランク性」を導入し、高効率かつ高精度なテンソル補完を目的とし、それぞれ2つの新規手法を提案する。一つ目が元の空間における低ランク性に基づく「MGP事前分布を用いたベイズCP分解」、二つ目が「遅延埋め込み空間」における低ランク性に基づく「平滑畳み込みテンソル分解」である。

「MGP 事前分布によるベイズ CP 分解」は、同じくベイズ CP 分解の枠組みである Automatic-Rank-Determination (ARD) を改良したものである。ARD はテンソル補完と CP 分解のランク推定を同時に行うアルゴリズムである。ARD は因子行列の重複によりランク推定の結果が真のランクよりも過剰に大きい値となる傾向があり、補完精度と推定時間の悪化を引き起こす。提案手法では、事前分布として Multiple Gamma Processing (MGP) を導入する。MGP はコアテンソルの成分を縮退させる。MGP の導入により、成分の重複を回避され、推定されるランクの値を過剰に大きく推定することを防ぐ。さらにノイズに対する頑健性を持つことから、高効率かつ高精度なテンソル補完が期待できる。

「平滑畳み込みテンソル分解」は、多重遅延埋め込み空間のテンソル補完法である MDT-Tucker の改良である。遅延埋め込み空間とは、時間遅れを表現する空間であり、高い表現能力を持つことが知られている。テンソルの遅延埋め込み空間への写像を MDT (Multiway Delay-embedding) と呼び、観測テンソルを MDT したものは遅延埋め込み空間上で、低ランクで滑らかな多様体を構成する。MDT-Tucker は 1) MDT、2) Tucker 分解 (低ランクモデル) 3) 逆 MDT の順に計算される手法で、高い補完性能を誇るが、時間・空間計算量が共に非常に大きい。そこで、提案手法では、巡回畳み込みモデルを導入する。元の空間の巡回畳み込みモデルは、遅延埋め込み空間上のランク 1 分解 (低ランクモデル) に相当し、MDT の操作を暗黙的に行なっている。元のデータ空間で最適化を行うため、提案手法は、MDT に比べて時間・空間計算量がともに改善されている。加えて、因子テンソルへの事前構造として平滑化項の導入することにより、補完性能の更なる改善を実現し、高効率かつ高精度なテンソル補完を実現する。

以上の各課題において、数理モデリングとアルゴリズムを提案した。性能評価実験として、ランダム欠損した RGB 画像や MRI 画像、クリップさせた白黒画像、実際の交通データを用いてテンソル補完を行う。これらの実験により、各提案手法の有効性を確認し、また、アルゴリズムの挙動の解析について考察する。

以上の成果は学術論文2編、査読有りの国際会議1編などで発表した。以上の事柄に基づき、慎重な審査の結果、本論文は博士 (工学) に値すると判断する。