

# 接地極周辺の地表面電位 (I)

武 藤 三 郎

## THE POTENTIAL DISTRIBUTION OF THE EARTH ELECTRODE ON THE SURFACE OF THE EARTH

SABURO MUTO

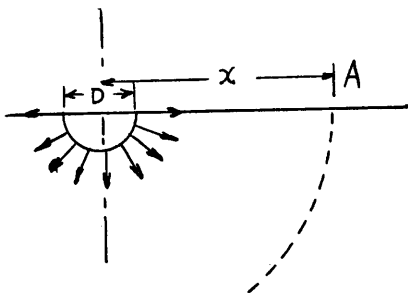
We sought the calculation-formula of the field strength on the surface, sending a current into the rod electrode, which was beated deep in the earth. Moreover, we made further experimental research by field mapping method with the three-dimensional electrolytic tank. And we studied also the effects of the surface area of electrode increasing by the discharge streamer in the earth, when the lightning current is sent to the earth electrode. And we measure the field strength at the surface.

### 1. 緒 論

#### 1-1(1) 半球接地極

電力用機器, 又は変電所, 避雷針等の接地極に流入する故障電流により接地点周辺の地表面に大なる電位傾度を生じて人畜に対して危険となる場合がある。

今第1図のような半球接地極について考えてみよう。



第1図 半球接地極

大地の比抵抗…………… $s$   
接地電流…………… $I_e$   
接地点付近の電流密度…………… $J$   
電流による地表面電位…………… $E$   
電流による地表面電位傾度…………… $\varepsilon$

とすれば接地点より距離  $x$  なる点Aについては

$$I_e = 2\pi x^2 J \quad \dots\dots\dots (1)$$

$$J = \frac{I_e}{2\pi x^2} \quad \dots\dots\dots (2)$$

電位傾度  $\varepsilon$  は (3) 式, 電位  $E$  は (4) 式となる。

$$\varepsilon = sJ_e = \frac{sI_e}{2\pi x^2} \quad \dots\dots\dots (3)$$

$$E = \int_{D/2}^x \varepsilon dx = \frac{sI_e}{2\pi} \int_{D/2}^x \frac{dx}{x^2} = \frac{sI_e}{2\pi} \left( \frac{2}{D} - \frac{1}{x} \right) \quad \dots\dots\dots (4)$$

従って  $x \gg D$  とすれば

$$E \doteq \frac{sI_e}{\pi D} = RI_e \quad \dots\dots\dots (5)$$

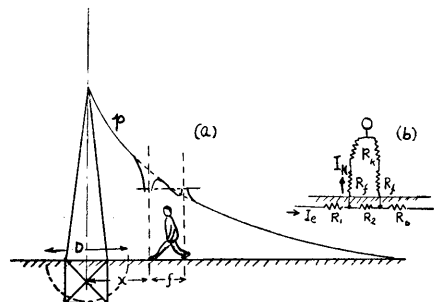
接地抵抗を  $R$  とすれば

$$R = \frac{s}{\pi D} \quad \dots\dots\dots (6)$$

#### 1-1(2) 歩巾電圧 (step voltage) $e_f$

今第2図のように鉄塔の近くの地表面電位を  $p$  なる曲線で示せば人体の歩巾  $f$  の両端における歩巾電圧  $e_f$  は次式となる。

$$e_f = \int_x^{x+f} \varepsilon df = \frac{sI_e}{2\pi} \int_x^{x+f} \frac{dx}{x^2} = \frac{sI_e}{2\pi} \frac{f}{x(x+f)} \quad \dots\dots\dots (7)$$



第2図 歩巾電圧 ( $e_f$ ) と人体回路

$x \gg f$  とすれば

$$e_f \doteq \frac{sI_e}{2\pi} \frac{f}{x^2} = K \frac{sI_e}{x^2} \dots\dots\dots(8)$$

ここに

$$K = \frac{f}{2\pi}$$

又、第2図(b)より

$$I_k(R_k + 2R_f) = e_f \dots\dots\dots(9)$$

(7)式と(9)式より

$$\frac{I_k}{I_e} = \frac{s f}{2\pi} \times \frac{1}{(R_k + 2R_f)} \times \frac{1}{x(x+f)} = \frac{K's}{x(x+f)} \dots\dots\dots(10)$$

$x$  が非常に遠方の場合は

$$\frac{I_k}{I_e} \doteq K' \frac{s}{x^2} \dots\dots\dots(11)$$

ここに

$$K' = \frac{f}{2\pi(R_k + 2R_f)} \dots\dots\dots(12)$$

従って危険範囲を  $X$  とすれば

$$X = \sqrt{K' \frac{I_e}{I_k}} s \dots\dots\dots(13)$$

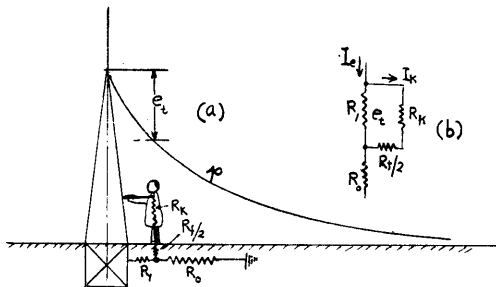
### 1—(3) 触電圧 (touch voltage) $e_t$

第1図において人の片方の足が電極に直接触れている場合は(7)式において  $x=D/2$  と置けば次式を得る。

$$e_t = \frac{sI_e}{\pi} \times \frac{2f}{D(2f+D)} \dots\dots\dots(14)$$

一方第3図(b)より

$$e_t = (R_k + \frac{R_f}{2}) I_k \dots\dots\dots(15)$$



第3図 触電圧 ( $e_t$ ) と人体回路

従って(14), (15)両式より

$$\frac{I_k}{I_e} = \frac{4sf}{\pi} \times \frac{1}{(2R_k + R_f) D(D+2f)} \dots\dots\dots(16)$$

### 1—(4) 時間的要素を考慮した場合

事故電流による人体の危険度を問題にする場合に時間的要素が重要な意味を持つことは AIEE<sup>(1)</sup> の委員会報告にも明であって、今 C. F. Dalziel<sup>(2)</sup> 氏によれば人体の耐え得る衝撃電流値は心臓の心筋性振動を開始する次式の  $I_k$  以下でなければならないとしている。

$$I_k = \frac{0.165}{\sqrt{t}} \dots\dots\dots(17)$$

従って人が電氣的衝撃によって生き残る機会はその継続時間  $t$  が短い程大であって特に  $t$  が数分の1秒以下であるときは大である。

又人が間違った場所に立っている確率も事故の継続時間  $t$  が短い程小さくなる。従って (9), (17)両式より

$$e_f = (R_k + 2R_f) \frac{0.165}{\sqrt{t}} \doteq \frac{165 + s_f}{\sqrt{t}} \dots\dots\dots(18)$$

(ここに  $R_k \doteq 1000\Omega$ ,  $R_f \doteq 3s_f$  としている。)

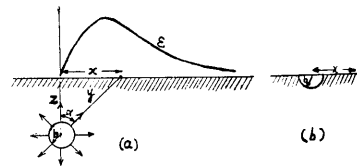
又(15)式より

$$e_t = \left[ R_k + \frac{R_f}{2} \right] \frac{0.165}{\sqrt{t}} = \frac{165 + 0.25s_f}{\sqrt{t}} \dots\dots\dots(19)$$

## 2. 接地電極の深さと地表面電位

### 2—(1) 球状電極

第4図のように地表面下  $z$  の距離に孤立して埋設された球状電極に接地電流  $I$  が流れた場合の地表面電位傾度<sup>(3)</sup>は前記と同様にとりあつかって



第4図 球状電極の地表面電位

$$\varepsilon_i = \frac{sI_e}{4\pi} \frac{\sin\alpha}{y^2} = \frac{sI}{2\pi} \frac{\sin\alpha}{x^2 + z^2} \dots\dots\dots(20)$$

$\varepsilon_i$  の最大値  $\varepsilon_{i\max}$  は  $\tan\alpha = 1/\sqrt{2}$  ( $\alpha = 35.2^\circ$ ) のときであって

$$\varepsilon_{i\max} = \frac{sI}{3\sqrt{3}\pi z^2} \dots\dots\dots(21)$$

第4図(b)の場合との  $\varepsilon$  の比をとれば

$$\frac{\varepsilon_{i\max}}{\varepsilon_0} = \frac{2}{3\sqrt{3}} \left( \frac{b}{z} \right)^2 = 0.39 \left( \frac{b}{z} \right)^2 \dots\dots\dots(22)$$

従って  $z$  を大きくとれば表面電位は小さくなる。非常に遠方における表面電位傾度  $\varepsilon_\infty$  は

$$\varepsilon_\infty = \frac{sI}{2\pi} \cdot \frac{1}{x^2} \dots\dots\dots(23)$$

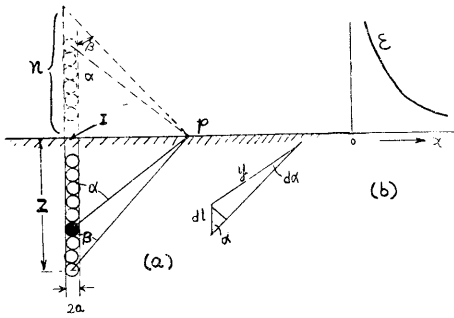
又直上附近における電位傾度は

$$\varepsilon = \frac{sI}{2\pi} \frac{x}{z^3} \dots\dots\dots(24)$$

### 2—(2) 棒状電極の場合

棒状電極では長さに比較して断面積が小さいので第5図(a)のように棒を  $n$  ケの球素子の集合体であると考え2—(1)と同様に取扱って1素子の長さを  $dl$  とすれば

$$dl = \frac{Z}{n} \dots\dots\dots(25)$$



第 5 図

各素子の電流は  $I/n$  に分割されるとして第 5 図より

$$\sin \alpha = y \frac{d\alpha}{dl} \quad \dots\dots\dots (26)$$

従ってこの素子による  $p$  点の電位は

$$dE = \left( \frac{sI}{n} / 4\pi y \right) = \frac{sI d\alpha}{4\pi z \sin \alpha}$$

$$E = \frac{sI}{4\pi z} \int_{-\beta}^{+\beta} \frac{d\alpha}{\sin \alpha} = \frac{sI}{2\pi z} \ln \left( \cot \frac{\beta}{2} \right) \quad \dots\dots\dots (27)$$

従って棒の中心より非常に遠方では

$$\ln \frac{1+\cos \beta}{\sin \beta} \approx \cos \beta \approx \frac{z}{x} \quad \dots\dots\dots (28)$$

$$\therefore E \approx \frac{sI}{2\pi x} \quad \dots\dots\dots (29)$$

これは (3) 式の結果と全く一致する。接地抵抗はこれより

$$R = \frac{E}{I} = \frac{s}{2\pi z} \ln \left( \frac{2Z}{a} \right) \quad \dots\dots\dots (30)$$

又

$$\epsilon = \frac{dE}{dx} = \frac{dE}{d\beta} \frac{d\beta}{dx} \quad \dots\dots\dots (31)$$

$$\tan \beta = \frac{x}{z} \quad \dots\dots\dots (32)$$

$$\therefore \frac{dx}{d\beta} = \frac{z}{\cos^2 \beta} \quad \dots\dots\dots (33)$$

(31)式に(27)式を  $\beta$  で微分したもの及び(33)式を代入すれば

$$\epsilon_r = \frac{sI}{2\pi z} \frac{\cos \beta}{x} \quad \dots\dots\dots (34)$$

従って非常に遠方では  $\cos \beta \approx z/x$  となるから

$$\epsilon_\infty = \frac{sI}{2\pi x^2} \quad \dots\dots\dots (35)$$

(35)は(23)式と全く一致する。

直上付近では  $\cos \beta \approx 1$  とみなし

$$\epsilon = \frac{sI}{2\pi Zx} \quad \dots\dots\dots (36)$$

従って第 4 図と第 5 図を比較すれば

$$\frac{\epsilon_r}{\epsilon_l} = \cot \alpha \cdot \frac{x^2+z^2}{xz} = 1 + \left( \frac{z}{x} \right)^2 \quad \dots\dots\dots (37)$$

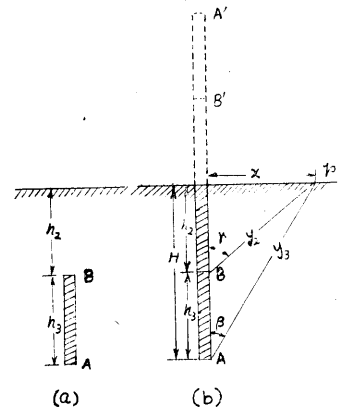
(37)式より  $x$  が非常に大となれば両者の比は 1 となり、  
又  $x \approx z$  付近ではその比は 2 又  $\tan \alpha = 1/\sqrt{2}$  のと

ころでは比は 3 となる。

## 2—(3) 土壤中に垂直に埋れた棒電極の地表面電位

第 6 図(a) に示すように深さ  $h_2$  で長さ  $h_3$  なる棒電極が埋設されている場合の地表面電位分布を計算するためには第 6 図 (b) に示すように先づ地表より  $H$  なる深さと  $h_2$  なる深さにそれぞれ打込んだ棒電極の電位  $p_H$ ,  $p_{h_2}$  を各々求めその差をとれば良い。

即ち



第 6 図 土壤中に深く埋れた棒電極の地表面電位

$$p_H = \frac{sI'}{4\pi H} \int_{-\beta}^{+\beta} \frac{d\alpha}{\sin \alpha} = \frac{sI'}{2\pi H} \ln \left( \cot \frac{\beta}{2} \right) \quad \dots\dots\dots (38)$$

$$P_{h_2} = \frac{sI_2}{4\pi h_2} \int_{-\gamma}^{+\gamma} \frac{d\alpha}{\sin \alpha} = \frac{sI_2}{2\pi h_2} \ln \left( \cot \frac{\gamma}{2} \right) \quad \dots\dots\dots (39)$$

$$I' = I_2 + I \quad \dots\dots\dots (40)$$

$$\frac{I'}{H} = \frac{I_2}{h_2} = \frac{I}{h_3} \quad \dots\dots\dots (41)$$

従って(28)~(38)式より棒電極  $AB$  ( $h_3$  の長さ) の部分のみの電流  $I$  により  $p$  点に生ずる電位  $p$  は

$$p = p_H - P_{h_2} = \frac{sI}{2\pi h_3} \left\{ \ln \cot \frac{\beta}{2} - \ln \cot \frac{\gamma}{2} \right\} \quad \dots\dots\dots (42)$$

$$= \frac{sI}{2\pi h_3} \ln \left\{ \frac{1+\cos \beta}{\sin \beta} / \frac{1+\cos \gamma}{\sin \gamma} \right\} \quad \dots\dots\dots (43)$$

従って接地抵抗  $R$  は

$$R = \frac{p}{I} = \frac{s}{2\pi h_3} \left\{ \ln \cot \frac{\beta}{2} - \ln \cot \frac{\gamma}{2} \right\} \quad \dots\dots\dots (44)$$

又(31)式と同様

$$\left. \begin{aligned} \tan \beta &= \frac{x}{H} & \frac{dx}{d\beta} &= \frac{H}{\cos^2 \beta} \\ \tan \gamma &= \frac{x}{h_2} & \frac{dx}{d\gamma} &= \frac{h_2}{\cos^2 \gamma} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (45)$$

$$\epsilon = \frac{dp}{dx} = \frac{dp}{d\beta} \frac{d\beta}{dx} + \frac{dp}{d\gamma} \frac{d\gamma}{dx}$$

(45)式の関係より

$$\epsilon = \frac{sI}{4\pi h_3} \left\{ \frac{2}{\sin \beta} \frac{\cos^2 \beta}{H} - \frac{2}{\sin \gamma} \frac{\cos^2 \gamma}{h_3} \right\}$$

$$= \frac{sI}{2\pi h_3} \left\{ \frac{\cos \beta}{x} - \frac{\cos \gamma}{x} \right\} \quad \dots\dots\dots (46)$$

(i)  $x$  が非常に遠方の場合は

$$\varepsilon_{\infty} = \frac{sI}{2\pi h_3} \left\{ \frac{H}{x^2} - \frac{h_2}{x^2} \right\} = \frac{sI}{2\pi x^2} \dots\dots\dots (47)$$

(ii) 直上付近では(36)式より

$$\varepsilon = \frac{sI}{4\pi h_3} \left\{ \frac{1}{h_2^2} - \frac{1}{H^2} \right\} x - \frac{1}{12} \left\{ \frac{1}{h_2^4} - \frac{1}{H^4} \right\} x^3 + \dots\dots\dots (48)$$

従って  $x$  が非常に小さい範囲では

$$\varepsilon \doteq \frac{sI}{2\pi h_3} \left\{ \frac{1}{h_2^2} - \frac{1}{H^2} \right\} x \dots\dots\dots (49)$$

(iii) 最大電位傾度は(49)式を微分して 0 と置き

$$\varepsilon_{\max} \doteq \frac{sI}{4\pi h_3} \left( \frac{1}{h_2^2} - \frac{1}{H^2} \right) \left/ \sqrt{\frac{1}{h_2^2} + \frac{1}{H^2}} \right. \dots\dots\dots (50)$$

この場合の位置  $x$  は

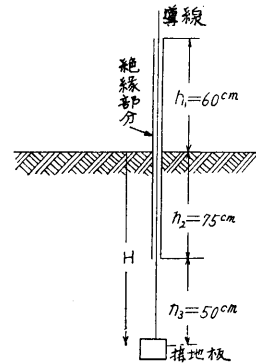
$$x = \frac{1}{2 \sqrt{\frac{1}{h_2^2} + \frac{1}{H^2}}} \dots\dots\dots (51)$$

### 3. 故障電流による接地極の地表面電位

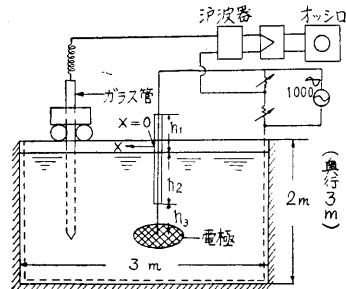
#### 3-1 第1種又は第2種接地工事の場合

電気工作物規定総則第39条第2項により第1種又は第2種接地工事を施設する場合人体に触れる虞れのある所においては第7図に示すように充分の深さに埋設して導体の一部  $h_1$ ,  $h_2$  の部分を絶縁するように定められている。これは電位分布の点からみれば 2-(3) と全く同一に取扱うことが出来る。そこで筆者は第7図の場合につき電解槽中で  $h_2$ ,  $h_3$  の種々の値に対し地表面電位を実験的に求めてみることにした。水槽は横3m, 縦2m,

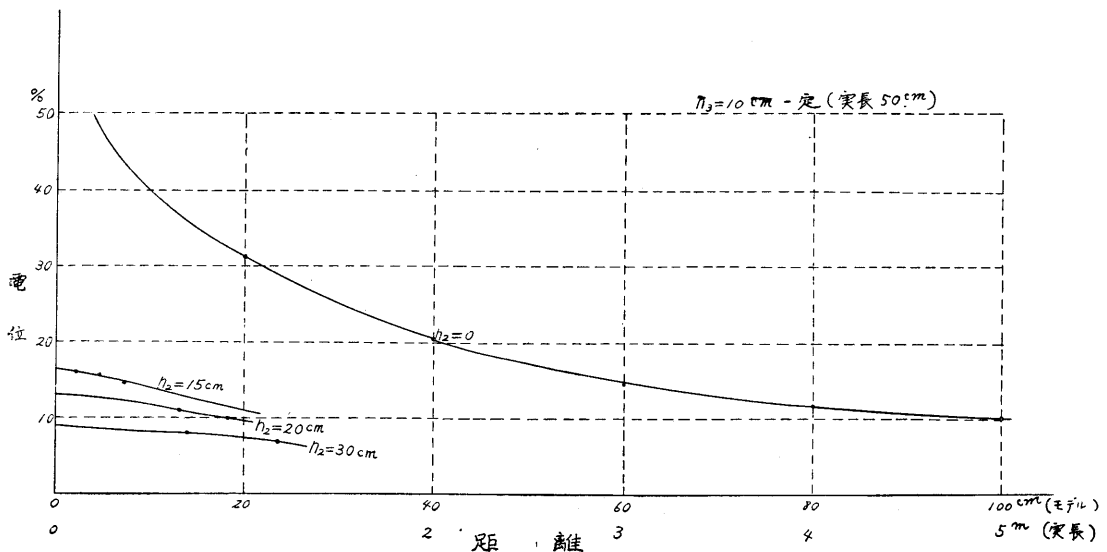
深さ2mのコンクリート槽中ですべて実物の1/5スケールのモデルについて実験している。第8図はその実験装置を示す。又第9図はその測定結果である。



第7図 接地工事の実例



第8図 測定装置と水槽

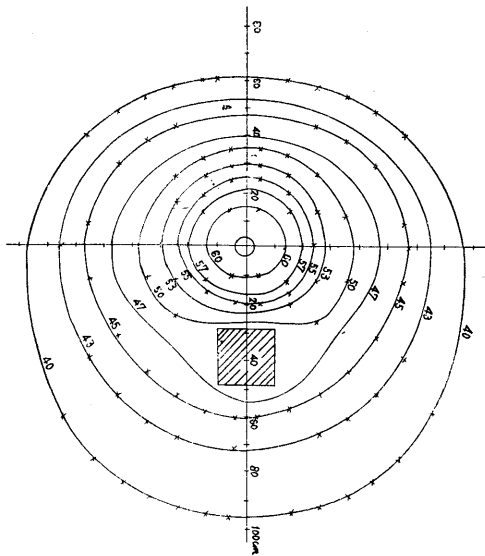


第9図 第7図において  $h_3$  を一定として  $h_2$  を変化した場合の地表面電位

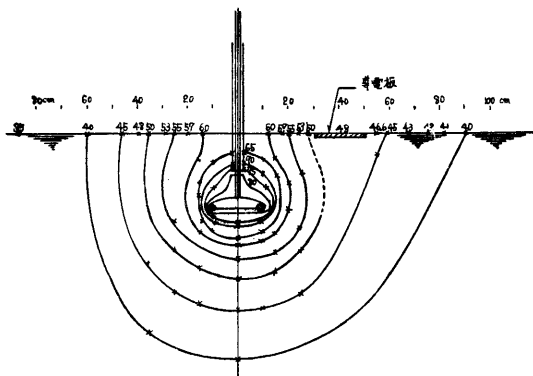
次に第7図の場合で接地極より2m離れた位置に一辺1mの金属導体の板を地表面上に置いた場合の電位分布を上記と同様に水槽中で1/5モデルにより field mapping

してみた。第10図, 第11図はその結果である。又これを接地点からの距離に対する電位変化で示したものが第12図である。尚第12図では金属導体として1辺20cm(実物

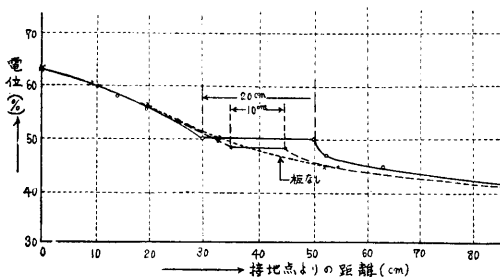
では1m)と10cm(実物では50cm)の2つの場合について比較図示している。



第10図 地表面に 20cm×20cm の導電板を置いた場合の表面電位分布比抵抗 $\rho=5.5\text{K}\Omega\text{-cm}$



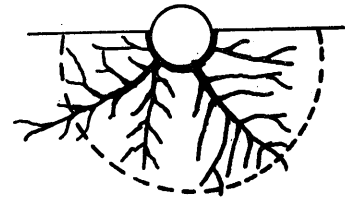
第11図 土壌中の電位分布(第10図と同一条件)



第12図 第10, 11図の場合における接地点よりの距離と地表面電位

#### 4. 衝撃電流による接地抵抗の低減効果と地表面電位

衝撃大電流が接地極に流入する際には第13図に示すような土壌中におけるストリーマ状放電によって接地電極表面積がみかけ上増加したと同様の効果により接地抵抗が低減することは Towne<sup>(4)</sup>, Petropoulos 氏等の見解である。従って予め接地極の表面積の大なる多くの電極についてその接地抵抗並に地表面電位を求めて置けばそれにより任意の衝撃電流が初めの電極に流入した場合の地表面電位分布を推定し得る。以下これらの具体的方法を述べる。



第13図 土壌中のストリーマ状放電

電気試験所において行れた法貴氏<sup>(4)</sup>等の研究によれば接地抵抗の低減効果は  $2\sim 3\mu\text{s}$  程度の波長頭を有する衝撃大電流が接地極に流入した場合、次式で示される。

$$\frac{R_i}{R_0} = \frac{14}{(IR_0 + 80)^{0.6}} \quad \dots\dots\dots (38)$$

ここに

$I$  ..... 鉄塔脚電流

$R_0$  ..... 接地抵抗の定常値

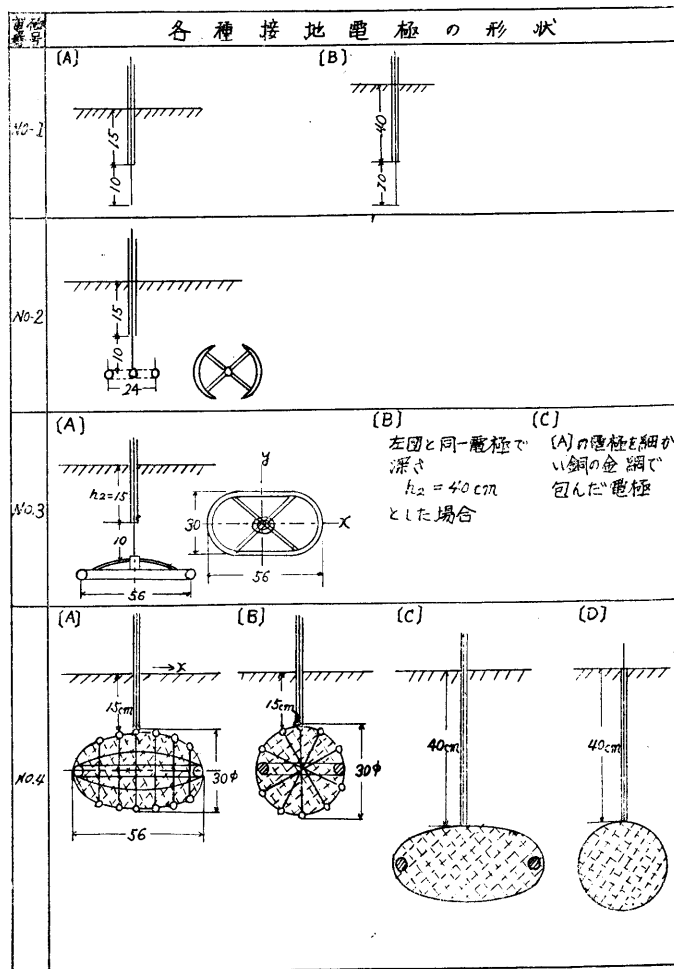
$R_i$  ..... 衝撃電流に対する接地抵抗値

従って(38)式の結果にもとづき  $R/R_0$  の比が決まればそれに相当する低減効果を有する衝撃電流と定常接地抵抗値との積  $IR_0$  は定まる。一方3章で述べた水槽によるモデル実験についてたとえば第14図 No. 1—[A] の水槽中における任意の電極の接地抵抗値を  $R_0^*$  又  $R_0^*$  と同じ深さで異なった電極のそれを  $R^*$  として仮に次の(39)の関係を満足するようにモデルを選ぶ。

$$\frac{R}{R_0} = \frac{R^*}{R_0^*} \quad \dots\dots\dots (39)$$

かかる場合は第14図 No. 1[A] 図の接地極に  $I$  なる衝撃電流が流入した場合は同図 No. 3—A の電極について水槽モデルによって求めた水面上の電位分布がそのまま地表面電位をあたえることになる。この理由は垂直に打込んだパイプ又は棒等の接地抵抗は大地の固有抵抗の一次関数で表現<sup>(5)</sup>されるので(39)式のように両者の比には固有抵抗は無関係であるからである。

今第14図の各種電極について上記のことよりそれが衝撃電流による低減効果による電極表現の増大によるとみなしたとき如何なる大きさの衝撃電流値に相当するかを計算してみると第1表のごとくである。たとえば第14図



No. 3—Aの電極の長軸を中心 同上を90°回転 同左を90°  
とした回転楕円体となし、そ して接地電極 となしたもの  
の表面に銅の網を張った電極 となしたもの

第14図 各種接地モデル電極 (1/5スケールの模型電極使用)

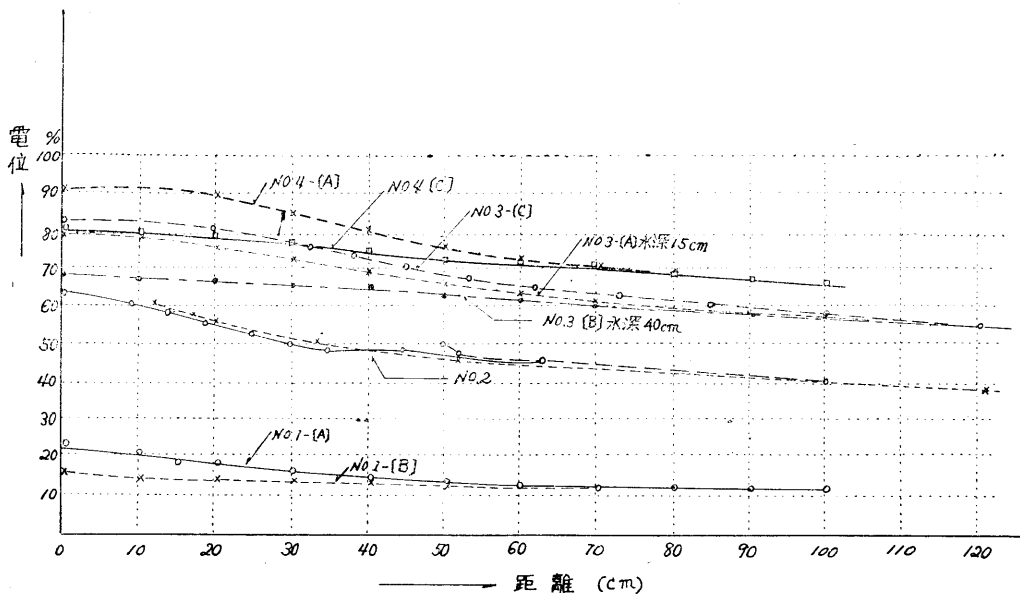
第 1 表

第14図の 各種電極	1000サイクルにおける測定値 (水槽中・1/5スケール模型による)			衝撃電流が第7図接地極に流入したと みなしたときの推定値		
	$R^*(\Omega)$	$R_0^*(\Omega)$	$R^*/R_0$	$IR_0$	$I$ (A)	$R$ ( $R=10\Omega$ とし たときの値)
No. 1	A 300, 315	—	—	—	—	—
	B 324	—	—	—	—	—
No. 2	105	462	0.23	900	90	2.3
	85	300	0.29	800	80	2.9
No. 3	A 63.2	300	0.21	1000	100	2.1
	B 59.5	315	0.19	1200	120	1.9
	C 54.0	300	0.18	1600	160	1.8
No. 4	A G 53.5	315	0.17	2000	200	1.7
	B F 53.5	〃	0.17	2000	200	1.7
	C 50	〃	0.16	2200	220	1.6
	D 〃	〃	0.16	2200	220	1.6

のNo. 4-[A]の電極に200Aの衝撃電流が流入したときの接地極周辺の地表面電位分布は第14図のNo. 4-[A]の接地極の地表面電位分布と等価であることを示している。

このようにして衝撃電流による接地抵抗の低減効果のみからみれば雷サージ等の衝撃大電流による接地点周辺

の電位上昇は抑制されるような感を持つが前述のように接地極がストリーマ放電により見かけ上大きくなったことよりかえって電位上昇は広範囲に拡大される結果となることを示すものである。このことは第14図と第15図とを併せて考えれば容易に理解出来る。



第15図 各種接地電極における表面電位分布  
各曲線の記号は第14図の電極番号を示す比抵抗  $\rho=5.5\text{K}\Omega\text{-cm}$

## 結 論

- (1) 土壤中に孤立して深く埋れた棒状電極による地表面電位並に電位傾度を求める理論式を球状電極における式をもとにして導き(43)式、(47)式～(51)式の結果を得た。
- (2) 電気工作物規定における第1種又は第2種接地工事の場合の故障電流による地表面電位と接地極の深さ、導体絶縁部分の長さ等との関係を電解槽モデルによるfield mapping法により検討した。特に地表面に導体の正方形円板を置く場合の電位分布、地表面電位の変化を実験的に検討した。
- (3) 特定の接地極に衝撃大電流を通じた場合の地表面電位を電解槽モデルを使用して推定し得ることを明にした。この場合接地抵抗の低減効果は等価的に接地電極面積の増加となり、ために地表面電位は広範囲に上昇

するから接地極の深さは地表面電位傾度を緩和する上に余り役立たなくなる。

## 文 献

- (1) AIEE com. report ; AIEE Trans pt III (Power Apparatus and Systems Vol. 77 Oct 1958 pp.669—92)
- (2) C. F. Dalziel ; I. R. E. Trans (July 1956)
- (3) R. Rüdenberg ; Transient Performance of Elect. Power Systems
- (4) 法貴, 三田 ; 絶縁と閃結防止 (オーム社昭26)
- (5) E. D. Sunde ; Earth conduction Effect in Transmission System