

複導体送電線の電気力による Sticking 現象並びに コロナ等による機械的振動

[その1 理論]

武 藤 三 郎

The Sticking Phenomena of Double Conductor-Transmission Lines By Electrical Forces
And Their Mechanical Vibrations By Coronas.

(1. Theoretical Treatment)

by Saburo Muto

Abstracts. At double conductor-transmission lines, the spaces between double conductors are deformed by electro-static and electro-magnetic forces. And mechanical vibrations occur on the lines by corona discharge. We made some theoretical treatments about both phenomena.

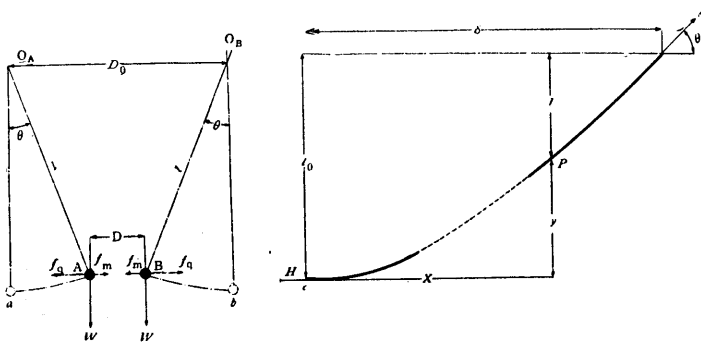
1. 緒言

超高压送電線に於いてはコロナ発生に伴つて時に電線が機械的振動を生ずる。この事実は既に数10年以前より peek,^① 及び熊谷氏^{②③} 等により発表されているところであるが筆者等は複導体送電線模型によるコロナ特性を実験中屢同様の機械的振動を認めたが複導体方式に於いては同種電荷を有する2導体が比較的近接して並行しているために相互の静電反撥力並びに負荷電流による電磁的吸引力等によつてその振動は複雑な

多数の姿態よりなる事を知つた。従つてこの様な電気力によつて複導体に変形されるために導体間隔が異なつて来る状態より先づ考察して簡単な電磁気学的取扱により複導体に於ける各種固有振動数、振動姿態等を求め実験値とこれを照合する事により複導体送電線のコロナによる機械的振動機構を明瞭ならしめた。尚この様な複導体の機械的振動は単にコロナのみに限らず風圧、スリットジャンプ等の場合に於いても現われて来るものと考えられる。

2. 複導体送電線の同相 2 導体間に作用する 静電力と電磁力

今第1図の如く径間 δ の間に張られた水平配置複導体送電線があつて、最初の導体間隔 D_0 が両導体間に作用する静電力、電磁力、及び重力によつて D に保持されているものとする。相電圧 V (volt)、導体半径 r (cm)、相間距離 S (cm)、一相当りの負荷電流 I (amp)、とすれば複導体一



第1図 複導体に作用する静電力、電磁力及び重力による Sticking

相と中性点との静電容量 C は次式の如くである。

$$C = 0.02413 \times 2 / \{\log(S^2/r.D)\} (\mu F/km) \dots\dots\dots (1)$$

従つて一相中の2導体間に作用する静電反撥力 F_Q は次式の如く計算される。これは $S \gg r$, $S \gg D$ 且つ S を一定とすれば D の変化に対して $\log_{10}\{S^2/r.D\}$ は殆ど変化しないと考えられる事による。

$$F_Q = 10.6 \times 10^{-11} \cdot V^2/D \times [\log_{10}(S^2/r.D)]^2 = K_1 V^2/D \text{ (kg/m)} \dots\dots\dots (2)$$

又同様兩導体間に作用する電磁的吸引力 F_M は次の如くである。

$$F_M = 5.2 \times 10^{-7} \cdot I^2/D = K_2 I^2/D \text{ (kg/m)} \dots\dots\dots (3)$$

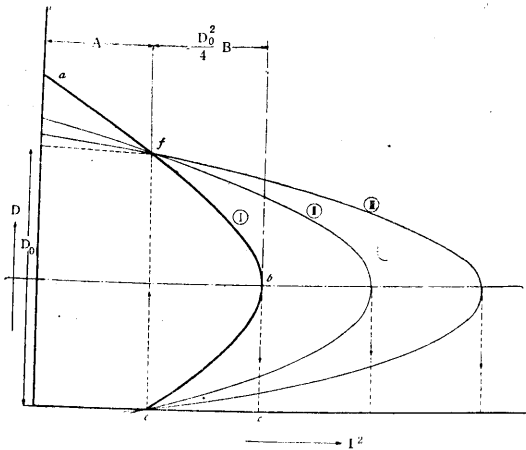
ここに K_1, K_2 は常数であつて

$$\left. \begin{aligned} K_1 &= 10.6 \times 10^{-11} / [\log_{10}(S^2/r.D)]^2 \\ K_2 &= 5.2 \times 10^{-7} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

第1図に於いて簡単のために径間 δ の間にはセパレータを有しないものとしてその中央部の $dip=l_0$ 、電線の重心に相当する点の $dip=l$ とする。径間中央の張力 $= H \text{ kg}$ 、導体1本 1m 当りの重量 $= W \text{ kg}$ 、兩導体の変位による回転角度を第1図の如く何れも θ で示せば O_A 点(又は O_B 点)の廻りの能率の和は0でなければならぬから次式を得る。

$$\left. \begin{aligned} W.l \sin \theta &= \{K_2 I^2/D - K_1 V^2/D\} l \cos \theta \\ D &= D_0 - 2l \sin \theta \\ l &= l_0 - y = \delta^2 W/8H - Wx^2/2H \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

今 θ は小さい角度であつて $\cos \theta \doteq 1$, $\sin \theta \doteq \theta$ と置くものとして重心の座標 $x \doteq \delta/4$ とすれば (5) 式より l, θ 等を消去して (6) 式を得る。



第2図 複導体送電線の負荷電流増加による導体間隔の変化

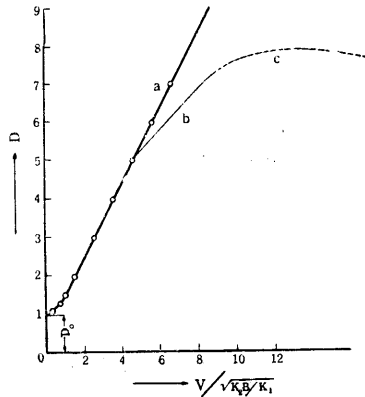
$$I^2 = A + B \cdot (D_0 - D) \cdot D \dots\dots\dots (6)$$

但し

$$A = V^2 K_1 / K_2, B = 5.33 H / K_2 \delta^2 \dots\dots\dots (7)$$

(6) 式の結果は当然 $D=D_0$ に於いて静電気力と電磁力の等しい条件を満たしている。(6) 式に於いて $A=\text{const}$, B が $B_0, 2B_0, 3B_0$ となつた場合負荷の変化 (I^2 と比例関係にある) と導体間隔 D との関係を曲線に示したものが第2図の①, ②, ③の3曲線である。例えば曲線①に於いては負荷が増加するに従つて D は $a \rightarrow b \rightarrow c$ の如く b より c に kip する事があり得る。又逆に負荷電流が減少する場合は $c \rightarrow e \rightarrow f \rightarrow a$ の如く e 点に到つて始めて f 点に戻る。特別の場合として無負荷の場合は (6) 式の左辺 $= 0$ となり容易に (8) 式を得る。

$$V = \sqrt{BK_2/K_1} \cdot \sqrt{D(D-D_0)}$$



第3図 無負荷に於いて電圧増加による複導体の間隔変化 a は (10) 式の理論曲線

(8) 式を図示したものが第3図の曲線 a である。次に短絡等により大なる故障電流 I_s を通ずる場合は (6) 式の $A=0$ となり

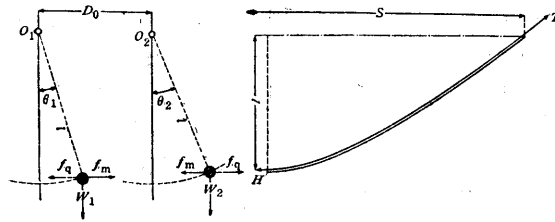
$$I_s^2 = B(D_0 - D) \cdot D \dots\dots\dots (9)$$

従つて $I_s \geq D_0 \cdot \sqrt{B}/2$ 以上の短絡電流になれば2線は最下部附近で衝突する様になる。

3. 複導体送電線の各種固有振動

3-1. 横振れ

第1図と同様の「モデル」によつて複導体送電線の横振れを考える。第4図に示す如く θ_1, θ_2 は等しくない一般の場合、No. 1 及び No. 2 の各導体は各々 O_1 及び O_2 を中心として振動する一種の物理振子と考える事が出来る。この場合の相当単振子の長さを何れも l とすれば兩振動子に就いて次の如き運動方程式が成立するはずである。



第4図 複導体の横振れ状態

$$\left. \begin{aligned} W_1 l d^2 \theta_1 / dt^2 &= -W_1 g \theta_1 - K_1 V^2 / \{D_0 + l(\theta_2 - \theta_1)\} + K_2 I^2 / \{D_0 + l(\theta_2 - \theta_1)\} \\ W_2 l d^2 \theta_2 / dt^2 &= -W_2 g \theta_2 + K_1 V^2 / \{D_0 + l(\theta_2 - \theta_1)\} - K_2 I^2 / \{D_0 + l(\theta_2 - \theta_1)\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

(10)式の右辺第2項並びに第3項を級数に展開してその第2項までとすれば次式の如く書き換える事が出来る。

$$\left. \begin{aligned} d^2 \theta_1 / dt^2 &= A \theta_1 + B \theta_2 \\ d^2 \theta_2 / dt^2 &= C \theta_1 + D \theta_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

但し A, B, C, D, 及び θ_1, θ_2, ξ 等は次式の如く定める。

$$\left. \begin{aligned} A &= -g/l - \{K_1 V^2 / D_0 - K_2 I^2 / D_0\} \times 1 / D_0 W_1 \\ B &= \{K_1 V^2 / D_0 - K_2 I^2 / D_0\} \times 1 / D_0 W_1 \\ C &= \{K_1 V^2 / D_0 - K_2 I^2 / D_0\} \times 1 / D_0 W_2 \\ D &= -g/l - \{K_1 V^2 / D_0 - K_2 I^2 / D_0\} \times 1 / D_0 W_2 \end{aligned} \right\}$$

及び

$$\left. \begin{aligned} (\theta_1 - \xi / A) &= \theta_1 \\ (\theta_2 + \xi / A) &= \theta_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

$$K_1 V^2 / D_0 - K_2 I^2 / D_0 = \xi \dots\dots\dots (13)$$

(13)を(12)式の A, B, C, D に代入すれば更に簡単となり

$$\left. \begin{aligned} A &= -g/l - \xi / W_1 D_0, \quad B = \xi / W_1 D_0 \\ C &= \xi / W_2 D_0, \quad D = -g/l - \xi / W_2 D_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14)$$

となる。(11)式は明らかに聯成振動の方程式であるから今

$$\theta_1 = a_1 e^{i n t}, \quad \theta_2 = a_2 e^{i n t} \dots\dots\dots (15)$$

の如く置き(15)式を(11)式に代入すれば n^2 は(16)式の如くなる

$$n^2 = \{-(A+D) \pm \sqrt{(A-D)^2 + 4BC}\} \dots\dots\dots (16)$$

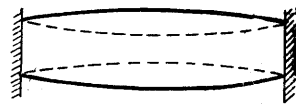
(16)式に(14)式の結果を代入すれば $W_1 = W_2$ の場合は

$$\left. \begin{aligned} n^2 &= g/l + \xi / W D_0 \pm \xi / W D_0 \\ n_1 &= \sqrt{g/l + 2\xi / W D_0} \quad \text{及び} \quad n_2 = \sqrt{g/l} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (17)$$

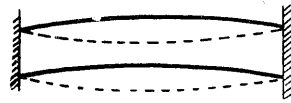
故に

$$\left. \begin{aligned} \theta_1 &= P \cos(n_1 t + a_1) + Q \cos(n_2 t + a_2) \\ \theta_2 &= -P \cos(n_1 t + a_1) + Q \cos(n_2 t + a_2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (18)$$

この振動は第5図に示す如く(1)の記号は第1種の振動、(2)の記号は第2種の振動を示すものであつて



(1) 第1種振動



(2) 第2種振動

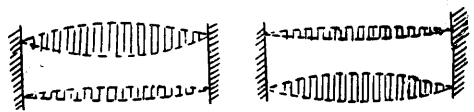
第5図 横振れ姿態(その1)

今初期条件として $t=0$ で $\theta_1 = \theta_0, \quad d\theta_1/dt = 0, \quad \theta_2 = 0, \quad d\theta_2/dt = 0$ とすれば(18)式より

$$\left. \begin{aligned} \theta_1 &= \theta_0 \cos(n_1 - n_2)t/2 \cdot \cos(n_1 + n_2)t/2 \\ \theta_2 &= -\theta_0 \sin(n_1 - n_2)t/2 \cdot \sin(n_1 + n_2)t/2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (19)$$

n_1 と n_2 とが近接しているときは(19)式は第6図の如く $\frac{(n_1 - n_2)}{2}$ の周期で(a)と(b)とが交互に存在する様な唸り振動となる事を示すものであるがこれ等の各振動姿態は実験的にすべて確め得る事を後述する。

次に電磁力を無視して静電気力のみ作用する場合を取扱つて見ると第(10)式に於いて $I=0$ と置き且つ $K_1 V^2 / D_0 = \zeta$ と置けば前と同様(20)を得る。



第6図 横振れ姿態(その2)

$$\left. \begin{aligned} d^2 \theta_1 / dt^2 &= -\{g/l + \zeta / W D_0\} \theta_1 + \zeta / W D_0 \cdot (\theta_2 - D_0 / l) \\ d^2 \theta_2 / dt^2 &= -\{g/l + \zeta / W D_0\} \theta_2 + \zeta / W D_0 \cdot (\theta_1 - D_0 / l) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (20)$$

(20)式も聯成振動の方程式であるから今第1種振動の振動数を求めるために(20)式に $\theta_1 = -\theta_2$ と置けば

両線ともに次式の如く変形される。

$$\left. \begin{aligned} d^2\theta_1/dt^2 &= -\{g/l+2\zeta/WD_0\} \\ &\left\{ \theta_1 + (\zeta/Wl) / (g/l+2\zeta/WD_0) \right\} \\ d^2\theta_2/dt^2 &= -\{g/l+2\zeta/WD_0\} \\ &\left\{ \theta_2 - (\zeta/Wl) / (g/l+2\zeta/WD_0) \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (21)$$

従つて振動数 f_1 を求めると

$$f_1 = (1/2\pi) \cdot \sqrt{g/l+2\zeta/WD_0} \dots\dots\dots (22)$$

振動の中心は両線で互に反対側にずれてその大きさは

$$(\zeta/Wl) / (g/l+2\zeta/WD_0) \dots\dots\dots (23)$$

(23)式の如くである。これは第7図(a)の如き振動を意味する。

同様第2種振動の場合は $\theta_1 = \theta_2$ と置けるから(20)より同様にして(24)(25)式を得べし。

$$\left. \begin{aligned} d^2\theta_1/dt^2 &= -\{g/l\} \left\{ \theta_1 + (\zeta/Wl) (l/g) \right\} \\ d^2\theta_2/dt^2 &= -\{g/l\} \left\{ \theta_2 - (\zeta/Wl) (l/g) \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots (24)$$

$$f_2 = (1/2) (\pi \cdot \sqrt{g/l}) \dots\dots\dots (25)$$

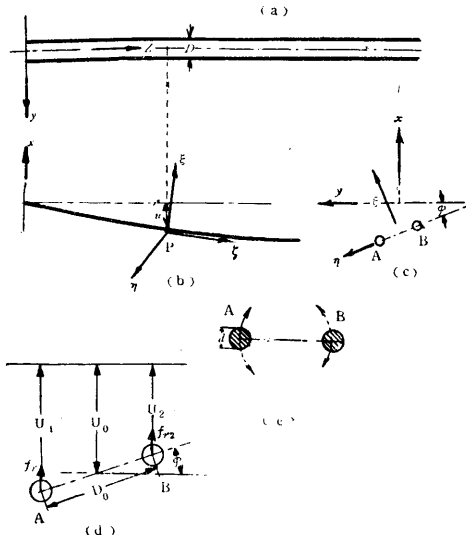
このような振動は第7図(b)の如き振動を意味する。



第7図 横振れ姿態(その3)
(電磁力なき場合)

3-2, 振れ振動

複導体送電線模型に於いては後述する如くコロナ等により振れ振動⁹⁾を認める場合がある。この様な振れ振動は先に述べた横振れと共存する場合と単独に現われる場合とある。複導体の振れ振動は第8図のz軸を中心とするものであつて第8図の(a), (b)図に示す如く座標を選び次の記号を使用する。



第8図 振れ振動

E =弾性係数 G =剛性係数

K =複導体合成振れ係数

I =複導体Z軸の廻りの慣性モーメント

D_0 =導体間隔(一定と仮定する)

φ =振れ角 u =撓み

又変位が小さい場合は次の関係が成立するものとする。

$$\cos(x, \xi) = 1, \quad \cos(x, \eta) = -\varphi,$$

$$\cos(x, \zeta) = du/dz \dots\dots\dots (26)$$

(i) 振れによる復元力 導体の長さ dz に対する弾性力 dM_E は

$$dM_E = K \cdot G \partial^2 \varphi / \partial z^2 \cdot dz \dots\dots\dots (27)$$

(ii) 電線の撓みによる復元力

第7図(d)に示す如く両線の撓みを各々 u_1, u_2 とすれば dz の部分で上方に働く復元力は各々 $H dz \cdot \partial^2 u_1 / \partial z^2$ 及び $H dz \cdot \partial^2 u_2 / \partial z^2$ となる。従つて u_1 及び u_2 は次式の如くなる。

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= -u_0 + D_0 \cdot \varphi / 2 \\ u_2 &= -u_0 - D_0 \cdot \varphi / 2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

従つて撓み復元力による dz 部分のモーメント dM_S は

$$\begin{aligned} dM_S &= H \cdot (\partial^2 u_1 / \partial z^2 \cdot dz) (D_0 \cos \varphi / 2) \\ &\quad - (H \partial^2 u_2 / \partial z^2 \cdot dz) \cdot (D_0 \cos \varphi / 2) \\ &= H \cdot D_0 / 2 \cdot [\partial^2 u_1 / \partial z^2 - \partial^2 u_2 / \partial z^2] dz \\ &= H \cdot (D_0 / 2) (\partial^2 \varphi / \partial z^2) dz \end{aligned} \dots\dots\dots (29)$$

(iii) 振れ振動方程式

以上(i), (ii)の復元力と慣性力の平衡条件より次の如き振動方程式を得る。

$$\begin{aligned} \theta / S \cdot dz \cdot \partial^2 \varphi / \partial t^2 &= dM_E + dM_S \\ &= K \cdot G \cdot \partial^2 \varphi / \partial z^2 \cdot dz + H \cdot D_0 / 2 \cdot \partial^2 \varphi / \partial z^2 \cdot dz \\ \theta / S \cdot \partial^2 \varphi / \partial t^2 &= (KG + D_0^2 \cdot H / 2) \cdot \partial^2 \varphi / \partial z^2 \end{aligned}$$

今 $\varphi = \phi(z) \cdot e^{i n t}$ と置き(29)式に代入すれば

$$\begin{aligned} \partial^2 \varphi / \partial z^2 &= \partial^2 \phi / \partial z^2 \cdot e^{i n t} \\ \partial^2 \varphi / \partial t^2 &= -n^2 \phi z \cdot e^{i n t} \\ \therefore (d^2 \phi / dz^2) \cdot (KG + D_0^2 \cdot H / 2) + \theta / S \cdot n^2 \phi &= 0 \end{aligned}$$

$$\therefore \phi = A \frac{\cos}{\sin} \sqrt{(\theta \cdot n^2 / S) / (KG + D_0^2 \cdot H / 2)} \cdot z \dots\dots\dots (30)$$

$z=0$ 及び $z=\delta$ で固定の条件を入れ、 ϕ の項は不適当であつて従つて固有振動数は次式の如く算定される。

$$\begin{aligned} \sin \sqrt{(\theta \cdot n^2 / S) / (KG + D_0^2 \cdot H / 2)} \cdot \delta &= 0 \\ \sqrt{(\theta / S) / (KG + D_0^2 \cdot H / 2)} \cdot n \delta &= m \pi \end{aligned}$$

従つて

$$n = (m\pi/d) \times \sqrt{(KG + D_0^2 \cdot H/2) / (\theta/S)} \quad \dots\dots\dots (31)$$

複導体に於いては振れ係数は近似的に1本の2倍として良いから

$$K.G = (\pi d^4/16) \cdot G \quad \dots\dots\dots (32)$$

又慣性能率は

$$\theta = S \cdot \rho \cdot I = S \cdot \rho \cdot (d^2 + 2D_0^2) \times (\pi d^2/16) \quad \dots\dots\dots (33)$$

これ等の関係より

$$n = (m\pi/S) \cdot \sqrt{(\pi d^4 G + 8 D_0^2 H) / (\pi d^2 \rho (d^2 + 2 D_0^2))} \quad \dots\dots\dots (34)$$

上述の如くして(34)式より複導体方式に於ける振れ振動の固有振動数を計算する事が出来る。この場合は静電気力並びに電磁力を全く考慮していないがこれ等を導入する事は取扱いを非常に困難にするので省略する事にした。

4. 結 言

以上の如くして導かれた複導体の各種振動姿態に於

ける固有振動数は(そのⅡ)に述べる実験的と大体良く一致する。即ちコロナ等の外力によつてこれ等の固有振動が励振されるものと考えられるのであるがこれ等の点については(そのⅡ)に於いて詳しく述べる。

以上の計算について物理教室の小笠原氏並に建築教室の宮崎氏より種々助言を頂いた事を附記して謝意を表する次第である。

文 献

- (1) Peek. Dielect. phenomenain High Voltage Eng. 3rd Ed. p. 98
- (2) 熊谷, 長屋 電学誌 53, 426(昭8)
- (3) " " 53, 527(昭8)
- (4) 坪井 振動論 p 320
- (5) 平井 土学誌 28. 9.(昭17)