鈴木 昱雄,丹羽 幸宣,前田 雅輝 電気情報工学科 (1997年8月26日受理)

Finger Patterns of Cholesteric Liquid Crystals

Ikuo SUZUKI, Yukinobu NIWA and Masaki MAEDA Department of Electrical and Computer Engineering (Received August 26, 1997)

Finger patterns in Cholesteric liquid crystals under electric fields and temperature variation are very interesting phenomena. We have observed dynamical changes of finger patterns by applied electric fields by using the polarized microscope. We had a good coincidence between observed finger patterns and the three-dimensional computer simulation.

コレステリック液晶に電界や温度を印加したときに見 られるフィンガーパターンは大変興味ある現象である。 本研究は液晶の電界によるフィンガーパターンの動的変 化を, 偏光顕微鏡により観察し, 画像処理した結果と, 理論的な解析に基づいた3次元シミュレーションにより 描いた相図との比較を行い, よい一致を得た。

1. はじめに

液晶を平行ガラス板に封入して,電場,温度などを変 化させると,液晶分子の配向が変わり様々なパターンが 見られる。その中でコレステリック液晶において観測さ れる複雑なパターンをフィンガーパターン(図1)と呼 ぶ。フィンガーパターンは電場,セル厚によってパター ンが変化する。

フィンガーパターンの研究は1970年代から始まり,多 くの研究者によって調べられてきた¹⁻⁸⁾。これまでの研 究では静的なパターンの性質に力点がおかれてきたが,



Fig. 1 Finger patterns.

P.Ribière らによってネマティックーコレステリック相 転移に関する相図が作成された⁷。

彼はフィンガーパターンに関する理論的な解析から理 論的な相図を作成し、実験で求めたものと定性的に一致 することを示した。彼は、フィンガーパターンにおける 液晶分子の配向が、F.Luquexらの配向モデルに従うと 仮定し、フランクの自由エネルギー密度の式から配向モ デルのエネルギーを計算して解析した。さらに、J.M. Gilliら^{9,10}はフィンガーパターンの成長をシミュレーショ ンによって再現した。彼らのシミュレーションでは、セ ルのガラス板に垂直な方向からの液晶分子の傾きは小さ いという仮定のもとで、2次元の現象論的な自由エネル ギーを導出し運動方程式をたてている。

これまでの研究では、パターンが成長する時の動的な 性質は十分調べられていない。そこで本研究では、パター ンの成長を定量的に解析し、パターンの動的な性質を特 徴づけることを目的とした。特に今回のシミュレーショ ン (FORTRAN) ではセルの中に3次元格子をとり、 すべての格子点上での液晶分子の配向を計算し、実験と よく一致することを確かめた。

2. フィンガーパターンの配向モデル

液晶分子の配向モデルとして、(a) ホメオトロピック (homeotropic) (b) TIC (translationally invariant configuration) (c) フィンガー (finger) の3種類が F.Lequex らによって提案されている⁸⁰。液晶分子の配向 は、単位ベクトル $n = (n_x, n_y, n_z)$ で表される、ディレ

)

クタによって主軸方向が示される。いま、ガラス板と垂 直方向にz軸、平行方向にx軸、y軸をとり、またガラ ス板の界面をz=0, z=dとすると、F.Lequex らの配向 モデルは次のように表される。

(a) ホメオトロピック (homeotropic)
$$n = (0, 0, 1)$$
 (1

(b) TIC

$$n_{x} = \sin \alpha_{0} \sin \theta$$

$$n_{y} = \sin \alpha_{0} \cos \alpha_{0} (1 - \cos \theta)$$

$$n_{z} = \sin^{2} \alpha_{0} \cos \theta + \cos^{2} \alpha_{0}$$

$$\theta = 2\pi \frac{z}{d}$$
(2)

(c) $\forall i \geq j = 0$ (finger) $n_r = \sin \alpha \cos \beta \sin ky$

 $n_{x} = \sin \alpha \cos \beta \sin ky$ + sin $\alpha \cos \alpha \sin \beta (1 - \cos ky)$ $n_{y} = -\sin \alpha \sin \beta \sin ky$ + sin $\alpha \cos \alpha \cos \beta (1 - \cos ky)$ $n_{z} = \cos^{2} \alpha + \sin^{2} \alpha \cos ky$

$$\alpha = \alpha_0 \sin \frac{\pi a}{d}$$

$$\cos \beta = \frac{\tan(\alpha/2)}{\tan(\alpha_0/2)}$$
(3)

ここで α_0 は、ガラス板に垂直な方向からの液晶分子 の最大傾き角の半分で、kはy軸方向の波数である。

これらのパラメーターの特徴は

(a) homeotropicは、ディレクタが一様にz軸方向に 配向している。

(b) TICは任意のx-y平面内では一様な配向で、z座標によってディレクタの向きが変化する。

(c) fingerはフィンガー軸がx軸に平行で、TlCをy軸 方向に波数kで周期性を持たせたような配向である。

その様子を図2(a)~(c)に示す。



Fig. 2 Observed finger patterns.

これらの配向を表すのに,ディレクタの単位球でのプ ロットがよく用いられる¹¹⁾。

これは単位ベクトルであるディレクタの先端を,単位 球上にプロットしたものである。 (a) homeotropic (図3(a)) については、ディレクタ
 場の中のどこを通っても配向は変わらず、単位球上では
 1点で表される。

(b) TIC (図3(b))の配向はz座標のみに依存し、ディ レクタ場の中をz=0~dとトレースしていくと、単位 球上での軌跡はz軸を通る円になる。

(c) finger (図3(c))の配向はx座標には依存せず, ディレクタ場の中を $z=z_0$ として, $y=y_1 - y_2$ (y_1, y_2) はフィンガーの両端のy座標)とトレースしていくと, 単位球上での軌跡はz軸を通る円になる。この円の中心 は z_0 によって移動し,z=0 - dと変化させるとその軌 跡もz軸を通る円になる。



Fig. 3 Director plotted on the unit sphere.

セルを2次元平面としてみたとき,ガラス板と垂直に 配向した領域(ネマティック相)と,複雑な螺旋構造を した領域(コレステリック相)との2つの相に分類でき る。この2つの相の区別は,偏光顕微鏡で容易に観察す ることができる。偏光板をクロスニコルにすると,ネマ ティック相は暗く,コレステリック相は明るく観察され る。外部パラメーターを変えることで2つの相の安定性 は変化し,ネマティックーコレステリック相転移が起こ り,パターンの成長,消滅が観察される。

(a) homeotropic (b) TIC (c) finger の配向モデ ルにおいて, 偏光板をクロスニコルにしたときの透過光 が計算によって求められており, その結果は実験とよく 一致している¹²⁰。また, 式 (2), (3) において, $\alpha_0=0$ とするとホメオトロピックの式になる。このことから, α_0 をオーダーパラメーターとして相の安定性を議論す ることができる。

セルの厚さがコレステリック液晶のピッチと同程度の ときには、ネマティック相とコレステリック相が共存す るようになり、コレステリック相がフィンガーパターン として観察される。配向状態のモデルとして、ネマティッ ク相は (a) homeotropicのモデル、コレステリック相 は、(c) fingerのモデルが考えられている。コレステリッ ク液晶の螺旋構造をとろうとする力は一定であると考え られ、セルを薄くするほどガラス板に施された垂直配向 剤の影響が強くなり、ネマティック相が安定になる。

本研究において用いた液晶は $\Delta \epsilon > 0$ であるから,ガ ラス板と垂直方向の電場を強くするほどネマティック相 が安定になる性質をもっている。このことから、2つの 相の安定性を決めるパラメーターとしてセル厚と電場が 考えられる。P.Ribière らは、パラメーターとしてC(=d/p, d: セル厚, p: ピッチ長) と V (電圧) によって、実験的、理論的相図を作成した"。理論的な相図は、 フィンガーパターンの液晶分子の配向がフィンガーパター ンの式に示したモデルに従うと仮定して、フランクの自 由エネルギー密度の式からエネルギーを計算することに よって求められている。このように、2枚の平行ガラス 板の間にコレステリック液晶を封入したパターンについ て、平衡状態での議論は数多くなされているが、パター ンの成長に関する研究はあまり行なわれていない。J.M. Gilliらは、2枚の平行ガラス板のちょうど真中 (z=d/2)の液晶分子の配向に注目し、2次元平面上で の液晶分子の配向のみを議論することにより、パターン の時間発展を求めている^{9,10)}。彼らは、分子配向の対称 性(z軸に関する回転, x軸に関する180°回転)のみか ら、現象論的な自由エネルギーを導出し運動方程式を立 てた。計算結果は、観測されるまっすぐなフィンガーの 成長、フィンガーが先端分岐していく円形パターンをよ く再現している。しかし彼らの用いた自由エネルギーは, ガラス板に対して垂直な方向からの液晶分子の傾き角α が0に近いという条件のもとに導出されており、その条 件が現実の系に当てはまるかどうかについては議論され ていない。

3. フランクの自由エネルギー密度

分子間に働く長距離作用のために,液晶分子は集団的 にまとまって配向する。これを模式的に示すとすれば図 4(a)のようになる。これをねじると図4(b),(c)のよ うなねじれ構造が生ずる。ねじれの及ぶ範囲は弾性的復 元力の強さに依存する。この力が強い時には,図4(b) のようにねじれの範囲は広がるが,弱いときには図4 (c)のように狭くなる

Frank はネマティック液晶に対するディレクタと弾性 エネルギーの結び付きを現象論的に解析した¹³⁾。自由エ ネルギー密度をfとすると、一般に

$$f = \sum_{i=1}^{6} k_i a_i + \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^{6} k_{ij} a_i a_j$$
(4)

と表される。ここで $a_1, a_2, \dots a_6$ は直交座標x, y, z に対 してディレクターを $n = (n_x, n_y, n_z)$ としたとき

$$\delta n_x / \delta x = a_1, \ \delta n_y / \delta y = a_5 \text{ (splay)} - \delta n_y / \delta x = a_4, \ \delta n_x / \delta y = a_2 \text{ (twist)}$$
 (5)

$$\delta n_x / \delta z = a_3, \ \delta n_y / \delta z = a_6 \text{ (bend)}$$



Fig. 4 Twist of directors in liquid crystals.

で定義され、 k_i 、 k_{ij} はそれらを結ぶ弾性定数である。ここで、エネルギー保存則から $k_{ij} = k_{ji}$ となる。式(4)は対称性を使って計算すると、 k_i 、 k_{ij} が消去、整理され、、ここで改めて弾性定数を K_1 、 K_2 、 K_3 とすると電場に関する項を加えて

$$f = \frac{1}{2}K_1(\nabla \cdot \boldsymbol{n})^2 + \frac{1}{2}K_2(\boldsymbol{n} \cdot (\nabla \times \boldsymbol{n}) + \boldsymbol{q})^2 + \frac{1}{2}K_3(\boldsymbol{n} + (\nabla \times \boldsymbol{n}))^2 - \frac{1}{2}\Delta\varepsilon(\boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{n})^2$$
(6)

となる。これがフランクの自由エネルギー密度の式であ る。第1項, 2項, 3項はそれぞれ広がり, ねじれ, 弯 曲に関する項であり, K_1 , K_2 , K_3 はそれぞれのモードに 対応する弾性定数である。また, q はコレステリック液 晶のピッチ長pに関するパラメータで

$$=2\pi/p \tag{7}$$

で表され, *p* が ∞ になったときネマティック液晶に対応する。

4. 実験方法

q

4.1 セルの作製法

セルは2枚の透明電極(ITO)つきのガラス板にスペー サを挟みその間にコレステリック液晶を封入したものを 使用した(図5参照)。入念に洗浄したガラス板に,ス ピナーにより垂直配向剤(日産化学工業(株))を塗付した。 これによってガラスとの界面で液晶分子は垂直に配向す る。スペーサは14~50 µm のものを使用し,セル厚を調 整した。コレステリック液晶はピッチの長いものを得る



Fig. 5 Liquid crystal cell.

ために、ネマティック液晶にカイラル(キラル)分子を 混合したものを用いた。なお用いたネマティック液晶は 2種類(ZLI2452, ZLI2861(Merck))で、それぞれに 0.589wt%、0.791wt%の濃度のカイラル分子(S811 (Merck))を混合した。この液晶は、Canoのくさびセ ルによって、ピッチ長 $p = 15 \mu m$ であることがわかった。

4.2 観測方法

ガラス板には透明電極(ITO)がついており, 試料に ガラス板と垂直方向に電場を印加することができる。印 加する電場は,対流によるウィリアムズドメインを抑え るために周波数を1kHzに固定した。電場の大きさは, ファンクションシンセサイザーをコンピューターにより 制御して印加した。

まず初めに十分に大きな電場をかけ、セル全体をネマ ティック相にする。その後t=0で電圧をある一定の値 に下げ、パターンの成長を偏光顕微鏡に取り付けた CCDカメラからコンピューターに取り込み、その画像 を解析した。ここで偏光顕微鏡の偏光板はクロスニコル にしてあり、ネマティック相は暗く、コレステリック相 は明るく観測される。測定装置のブロック図を図6に示 す。



Fig. 6 Block diagram of experimental equipment.

5. 実験結果

5.1 相図の決定

フィンガーパターンは、電場一定、セル厚一定のもと で幅一定で先端が伸びることによって成長していくこと が大きな特徴である。また電場を弱めるほど、成長が早 くなり、その成長も大きく変化する。

まず初めにフィンガーの成長パターンを分類した。観 測されるパターンは次の4種であった。今回は2種類の コレステリック液晶を用いて実験したが、パターンの種 類に違いは見受けられなかった。

- セル全体がネマティック(図7(a))
 - →ネマティック安定,コレステリック不安定。
- (2) フィンガーの先端がまっすぐ伸びながら生成核の近くからうねりはじめる。電場が弱いほど成長速度が大きい(三角形パターン)。(図7(b))

→ネマティック準安定,コレステリック安定。
 (3) フィンガーの先端が分岐しながら円形領域を形成する(円形パターン)。(図7(c))

→ネマティック準安定,コレステリック安定。

 (4) セル全体が一斉にコレステリック相になり、その後 しばらくして指紋状に変化していく(指紋状パターン finger pattern)。(図7(d))

→ネマティック不安定,コレステリック安定。





(a) C=1.77, V=35.0





(c) C=1.77, V=7.0 (a) C=1.77, V=2.0Fig. 7 Finger patterns.

観察から、パラメータとしてC(=d/p)、Vをとり、 相図を決定した(図8)。それぞれのパターンの境界は セルの不均一性から厳密に決定できなかった。また P. Ribièreの相図では、パターンを5種類に分類していた



Fig. 8 Phase diagrams.

が",今回の実験では、4種類しか確認できなかった。

6. フィンガーパターンの成長速度

観察では、電場を弱めるほど成長速度は大きくなる。 これを定量的に調べるためにパターンの成長速度を測定 した。それぞれの電場で、フィンガーの幅とほぼ同じ距 離だけ成長する時間間隔として画像を取り込み、画像1 枚につき相図のⅡの領域(三角形パターン)では2箇所、 Ⅲの領域(円形パターン)についてはこれを円形に近似 し、その半径を成長速度として測定した。成長速度のと り方を図9に示す。C=1.33、1.77、3.33のセルについ てこのような定義で成長速度の電圧依存性を測定した。



Fig. 10 Growth rate of finger patterns of (a)-(c); ZLI2452+S811 and (d)-(f); ZLI2861+S811.

図10のグラフを見てわかるように、ほとんどの試料において電圧の増加とともに成長速度が減少しているのがわかる。ただし ZL12452+S811の C = 1.33 (図10(a))のときは前述のようにはならなかった。

これはセルの不均一性が大きく,等方的でなかったた めだと考えられる。

7. フィンガーの幅

今回フィンガーの先端の幅が電圧に依存しているよう に観察された。そこで先端の幅の電圧依存性を定量的に 調べることにした。図11に示すように、フィンガーの先 端の幅として、フィンガーの最も太い部分と定義し、こ れをt=4の画像中で何点か測定し、その平均値をフィ ンガーの幅として測定した。(図12)。グラフから、Ⅱの 領域では電圧の増加とともにフィンガーの幅は減少して いる。円形パターンは先端が潰れて平らになり、その先 端が広がってある幅に達すると、中央がへこんで2本に



Fig. 11 Width of top front-end.







Fig. 12 Width of fingers of (a)-(c); ZLI2452+S811 and (d)-(f); ZLI2861+S811.

分岐する。分岐したあと、分岐する直前より細いフィン ガーとなって成長する。しばらくするとまた先端が徐々 に太くなり、分岐を繰り返す。そのため、Ⅲの領域にお いてはばらつきが大きい。

この結果より三角形パターンの成長と円形パターンの 成長の違いを観察結果に加え,定量的な測定によって特 徴づけることができた。

8. シミュレーション

8.1 計算方法

液晶分子の配向に関する自由エネルギーFは,配向 をベクトルnで表したとき,フランクの自由エネルギー 密度f(式(6))を用いると次のように表される。

$$F = \int f \, dV \tag{8}$$

この式から液晶分子の配向の変化によってエネルギーが 減少するとして,運動方程式をたてることができる。

$$\gamma \frac{\partial n}{\partial t} = -\frac{\delta F}{\delta n} \tag{9}$$

この運動方程式を用いて、垂直配向セルに封入したコレステリック液晶の配向状態の変化を計算できる。また計算を簡単にするために、 $n = (n_x, n_y, n_z)$ としてそれぞれの成分について別々に計算した。ここでnは液晶分子の向きを表す単位ベクトルなので|n| = 1でなければならない。今回のシミュレーションは次の式のように、フランクの自由エネルギー密度fに|n|を1に調整する項を加えて行なった。

$$f' = f + \lambda (|\mathbf{n}|^2 - 1)^2$$

$$F = \int f' dV$$
(10)

これを用いて n_x について運動方程式を解くと、

$$\gamma \frac{\partial n_x}{\partial t} = -\frac{\delta F}{\delta n_x}$$
$$= -\frac{\partial f'}{\partial n_x} + \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial f'}{\partial \left(\frac{\partial n_x}{\partial x}\right)} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial f'}{\partial \left(\frac{\partial n_x}{\partial y}\right)} \quad (11)$$
$$+ \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial f'}{\partial \left(\frac{\partial n_x}{\partial z}\right)}$$

となり、 n_y , n_z についても同様に解ける。式中の微分係 数はすべて差分近似を行ない、|n|が1に十分近い値を とるようにパラメータ入、時間間隔 Δt を選んだ。実験 結果と比較するために弾性定数 K_1 , K_2 , K_3 , 誘電異方 性 $\Delta \varepsilon$ は、実験で用いた液晶(ZLI2452)の値のものと、 できるだけ近い値を用いた。弾性定数 K_1 , K_2 , K_3 の値 は実際には決定されておらず、それぞれの比(K_3/K_1 =

表1 シュミレーションで用いたパラメーター

時間間隔		弾 性 定 数			誘電異方性	セル厚
$\varDelta t$	λ	K_1	K_2	K_3	Δε	d
0.01	14	$3.2 \times 10^{-12} N$	$1.8 \times 10^{-12} N$	$4.3 \times 10^{-12} N$	$5.39 \times 10^{-11} F/m$	10µm

1.34, $K_3/K_2 = 2.4$) として測定されている。そこで、この比を用いて弾性定数のオーダーが一般に 10⁻¹²N であることを考慮して K_1 , K_2 , K_3 を設定した。誘電異方性 $\Delta \varepsilon$ については実際に測定されているデータ 5.39×10^{-11} F/m を用いた。空間格子の間隔は1 μ m とした。z 軸方向の境界条件は、ガラスとの界面において 垂直配向として固定端にし、x, y 軸方向は、セルの端で自由端とした。

8.2 3次元シミュレーション

今回のシミュレーションを行なった3次元格子の大き さは100×100×10である。

ここで改めて今回用いたパラメータを表1にまとめて 示す。

セル厚*d*は10mmに固定し,実験においてパラメータ *C*の制御はセル厚で行なったが,シミュレーションにお いてはピッチ長*p*を変化させることで制御した。

初期条件は図13に示す3種類について行なった。図13 (a) は式(3)で表されるモデルを用いて1本の核をはめ 込んだ。図13(b),(c) も同様に式(3)のモデルを用いて, (b) は2本ともy軸方向に周期性を持つ,(c) は1本は x軸方向,もう1本はy軸方向に周期性を持つようには め込んだ。

このとき式(3)において $a_0 = 60 \text{deg} = \pi/3 \text{rad}, k = 2\pi/15$ とした。(a)については、実験で観測されたフィンガーが現れるか、(b)(c)については、別の生成核から成長したフィンガーが近付いたときどうなるかを計算した。



Fig. 13 Initial conditions of computer simulations.

9. シミュレーション結果

9.1 初期条件が1本の場合

まず初めに初期条件を1本(図13)のときについてシ

ミュレーションを行なった。

その結果を図14に示す。C = 1.30, V = 0 (図14(a)) のときは、指紋状パターンになった。

これは相図(図8)のNの領域に相当する。このとき、 コレステリック相が一面に広がり、内側から徐々に縞状 になった。実験とは多少異なったパターンを示したが、 動的な性質は一致したといえる。C = 1.30, V = 0.95(図14(b))のとき、初めは先端がある程度まで太くな り、2方向に伸びた。このパターンは、相図(図8)の IIの領域に相当する。しかし、実験ではみられたうねり はなく、三角形の領域は形成しなかった。C = 1.91, V=1.20(図14(c))のとき、急激に先端が太く平になり 分岐をする。その後先端分岐を繰り返し、円形領域を形 成しながら成長していく。これは、相図(図8)のIIIの 領域で示すパターンに相当する。



Fig. 14 Time variations of finger patterns, (a)t=0, (b)t=3000, (c)t=6000, (d)t=9000 and (e)t=12000.

以上のようにパターンの形成に関して実験とは多少の 違いはみられたが,ほぼ定性的に一致したといえる。

9.2 初期条件が2本の場合

実験においてフィンガーが接近したとき2つの現象が 観測された。ひとつは、接近したとき結合することはな く反発するように成長するもの、もうひとつは先端が他 のフィンガーに結合するものである。これらの現象がシ ミュレーションでみられるか、初期条件にはめ込むフィ ンガーを2本にして行なった。

まずはじめに y 軸に周期性を持つ2本のフィンガーを はめ込んで、Ⅱのパターンを示す条件(C=1.35, V =0.95)においてシミュレーションを行なった(図15)。 両方のフィンガーとも接近するまで図14と同じようにまっ すぐ双方向に成長した。しかし、両端が接近すると互い に反発するように向きを変え、結合せずそれぞれ成長し た。

次に先のシミュレーションでは初期条件を両方とも y 軸に周期性を持つフィンガーであったが、一方を x 軸 方向に周期性を持つようにはめ込み、条件は先の場合と 同じ条件で行なった。(図15(b))。この場合、接近した



Fig. 15 Time variations of two fingers, (a)t=0, (b)t=3000, (c)t=6000, (d)t=9000 and (e)t=12000.

とき,先の場合と同様に結合することはなく,左側のフィ ンガーが右側のフィンガーの先端に押されて弓なりに成 長した。

最後に初期条件は最初のときと同じでⅢのパターンを 示す条件(*C*=1.91, *V*=1.20)で行なった。(図15(c))。 このとき、二つのフィンガーはちょうど中央で領域を分 けるように成長した。これは実験結果と非常によく一致 している。しかし、3つの場合とも結合することはなく、 実験でみられた結合する場合は再現できなかった。

10. まとめ

最初,ネマティック相が安定,コレステリック相が不 安定の状態から,電場をある値に弱めるとネマティック 相が準安定,コレステリック相が安定の状態になり,一 様なネマティック相中のセルの欠陥などから核生成が起 こり,そこからコレステリック相が成長してくる。実験 結果から,電場を弱めると成長速度が速くなることがわ かった。疋田ら¹⁴⁾は,セル厚,電場一定のもとではフィ ンガーは幅一定で成長していくと報告している。今回の 実験では電場を弱めると,フィンガーの幅は太くなって いくことがわかった。フィンガーの幅がある程度太くな ると,先端の分岐が起きパターンが形成される。成長速 度が速くなるとともに,成長パターンを変化させること によって,できるだけ速くコレステリック相の領域を広 げようとしていると考えられる。

本研究の実験では、フィンガーの成長速度と電場、フィ ンガーの幅と電場の関係が定量的に確認できた。また、 シミュレーションによる結果は、フィンガーパターンの 時間発展の動的特性をよく再現することができた。

11. 謝辞

本研究において岡山大学教育学部の長屋智之助教授, 名古屋大学工学部石橋研究室のかたがたに,計算機シミュ レーションについて,多大のご援助,ご助言をいただい たことに感謝いたします。また画像処理についてご助言 いただいた,名古屋工業大学佐藤幸男研究室,平野晋健 氏に感謝いたします。

10. 文 献

- J.Kertesz and T.J.Vicsek: J. Phys., A19 (1986) L257.
- (2) 折原 宏,石橋善弘,フィジックス,7(1986) 626.
- (3) P.Oswald, J.Malthete and P.Pelce: J. Phys. (France), 50 (1989) 2121.

- (4) A.Buka and T.Toth Katona: Phys. Rev. E, 51 (1995) 571.
- (5) M.Kawachi, O.Kogure and Y.Kato: Jpn. J. Appl. Phys., 13 (1974) 1457.
- (6) 甲斐昌一:日本物理学会誌, 51 (1996) 645.
- (7) P.Ribière and P.Oswald: J. Phys. (France), 51 (1990) 1703.
- (8) F.Lequeux and P.Oswald: Phys. Rev. A, 40 (1989) 3974.
- (9) T.Frisch, L.Gil and J.M.Gilli: Phys. Rev. E, 48 (1993) R4199.
- (10) J.M.Gilli and L.Gil: Liq. Cryst., 17 (1994) I.
- (11) F.Lequeux: J. Phys. (France), 49 (1989) 967.
- (12) P.Ribière, S.Pirkl and P.Oswald: Liq. Cryst, 16 (1994) 203.
- (13) F.C.Frank: Discuss. Faraday Soc., 25 (1958) 19.
- (14) 疋田康弘:修士論文(名古屋大学)(1996)