階層型カオスニューラルネットの学習ダイナミクス解析

鈴木　昱雄，小杉　一之，前田　雅輝
電気情報工学科
（1995年8月23日受理）

Analysis of Learning Dynamics of Chaotic Neural Networks with Hierarchy Structure

Ikuo SUZUKI, Kazuyuki KOSUGI and Masaki MAEDA
Department of Electrical and Computer Engineering
(Received August 23, 1995)

Learning ability of the conventional simple unit neural networks has shortcomings because of its long learning time and occurrence of local minima in the learning process. In order to avoid the difficulties we proposed hierarchically connected chaotic neurons incorporated in the neural networks. This system can dynamically adjust a self-feedback parameter of each chaotic neuron to induce chaotic states at an early stage of learning process and safe states at a convergence of the learning and stable states at a final stage, respectively.

It is confirmed that the learning ability of the system is remarkably improved than that of the conventional systems.

1．まえがき

近年，脳神経系の構造や情報処理メカニズムを工学的にモデル化したニューラルネットワーク[1]に，カオス力学系の導入を試みる研究が盛んに行なわれるようになった。

従来の相互結合型ニューラルネットワークモデル（ホップフィールドモデル，ボルツマンマシンモデル）により，種々の最適化問題を解く場合，階層型ニューラルネットワークによる誤差逆伝搬学習法（BP法）[2]は，局所的最適解（ローカルミニマム）の発生や最適解に到達するまでに時間がかかり過ぎるなどの問題がある。ボルツマンマシンモデルでは，アニーリングにより理論的にはローカルミニマム回避が可能になるが，時間がかかり過ぎる。階層型モデルのBP法の高速化や改善は，表1のようにいろいろ行なわれてきたが，次第にその限界が指摘されてきている。これは，従来のニューラルネットワークの基本原理が，単純素子を用いたリアプノフ安定系を基盤にしているため，単純な山下りダイナミクス動作しかできないからである。そこで，解決策として，確率的ゆらぎ[3]の導入とカオス力学系の導入によるニューラルネットモデルが考え出された。特に後者は，制御系ではタブーとされていたリアプノフ不安定領域（カオス領域）を積極的に活用する方法である。

このカオス力学系導入ニューラルネットワークモデルは，学習過程において，エネルギー状態が極小値から最小値へカオス的に揺れ動くことにより，最適化問題[4]の解を探索する能力を有している。生物学的所見から，ヤリイカの巨大軸索で観察された非線形応答特性に関する解析結果に基づいた生体ニューロンのカオス応答特性を利用したカオスニューラルネットの一般化数学モデル式が合原[5]~[8]らにより提案されている。また，情報処理への工学的所見から，カオス力学モデルを既存のニューラルネットの力学基盤に据えるモデルが提案されている[9],[10]。

しかし，これらは大部分が相互結合型のモデルであり，階層結合型のカオスニューラルネットモデルを用いた

表1　BP法階層型モデルの改良・高速化

改善方法	具体例
評価関数	エントロピー項の導入[13]，Kullback関数の利用[15]
パターン提示法	一括修正，追加学習，補習学習
ネットワークの構成	忘却結合加重，中間層の増減
重み更新方法	慣性項，直線探索

BP 法の学習（誤差の最適化）に対する解析は，あまり報告されていない。階層結合型モデルへのカオス力学系を導入した谷の CSD 法[9]は，素子は従来のままで，結合重みの更新方法をカオス的遷移が起きるように改良し，ローカルミニマム問題の回避に対する有効性が確かめられている。しかし，CSD 法では，結合重みの更新式が2階微分の方程式からなり，正確な解を求めるのにルンゲクッタ法を使うため計算量が多くなり，学習時間が遅くなるという問題がある。

そこで，階層型カオスニューラルネットの数式モデルとして一般化モデル数式を適用する。一般化モデル数式は簡単な一次差分方程式で表せ，計算量が少なく，学習時間の高速化に適している。しかし，問題点として，有効なカオスを発生させる学習時期及びパラメータ設定が非常に困難になることが考えられる。そこで，我々は Freeman の嗅覚系における匂いの認識の仮説[11]や本堂のカオス時系列のニューラルネットによる学習過程[12]などから，自己フィードバック項のパラメータにカオス発生の依存性を見い出し，そのパラメータを動的調整のできる形式に拡張した階層型カオスニューラルネットワーク（Chaotic Neural Networks：以後 CNN と呼ぶ。）モデルを提案する。この方法はアルゴリズムには影響を与えないので表1のすべての方法と組み合わせることができる。

この CNN モデルにより，XOR 問題に対する学習実験を行ない，従来の単純素子によるモデル（Simple Neural Networks：以後 SNN と呼ぶ。）と比較，検討を行ないその有効性を確かめる。

2．カオスニューラルネット

2.1 一般式

カオスニューロンを有するカオスニューラルネット[6]は *Caianiello* 及び *Nagumo-Sato* のニューロンモデルを連続情報モデルに適用し，さらにネットワークに拡張した数式モデルで式（1）により表される。

$$x_i(t+1)=f\Big[\sum_{j=1}^{M} V_{ij}\sum_{r=0}^{t} k^r A_j(t-r) + \sum_{j=1}^{N} W_{ij}\sum_{r=0}^{t} k^r h(x_j(t-r)) - \alpha\sum_{r=0}^{t} k^r g(x_i(t-r))-\theta_i\Big] \quad (1)$$

ここで，ニューロンへの各入力の効果が，不応性と同じ減衰定数 k で，時間と共に減衰するものと仮定した。

また，式（1）の右辺の関数 f の（・）内を内部状態 $y_i(t+1)$ と定義すると，式（1）は式（2）のように簡単化できる。

$$y_i(t+1)=ky_i(t)+\sum_{j=1}^{t} W_{ij}h(f(y_j(t))) -\alpha g(f(y_i(t)))+\sum_{j=1}^{M} V_{ij}A_j(t)-\theta_i(1-k) \quad (2)$$

$$x_i(t+1)=f(y_i(t+1)) \quad (3)$$

ここで，$x_i(t+1)$ は時刻 $t+1$ における i 番目ニューロンの出力，V_{ij} は外部入力 A_j からのニューロン i への結合の強さ，W_{ij} はニューロン j からニューロン i への結合の強さ，α は不応性パラメータ（$\alpha\geq 0$），k は不応性の時間的減衰定数（$0\leq k<1$），θ_i は閾値である。

2.2 リアプノフ次元解析

カオスかどうかを診断する方法として，リアプノフ指数[16]を用る。正の値をとればカオス状態を示し，負の値をとれば，安定状態を示す。式（2）において，相互に結合のない単一カオスニューロンや各カオスニューロンが独立していると仮定した場合は，式（4）を用いる。また，ネットワークレベルで結合の影響を考える時は，リアプノフ指数を多次元拡張したリアプノフスペクトル式（13）[16]を用いる。以下に，その導出方法を示す。

2.2.1 ニューロンレベルの場合

式（2）より i 番目のカオスニューロンの内部状態に関するリアプノフ指数 λ_i は，

$$\lambda_i=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{t=0}^{N-1}\log_2\left\|\frac{dy_i(t+1)}{dy_i(t)}\right\| \quad (4)$$

$$=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{t=0}^{N-1}\log_2\left\|k-\frac{\alpha}{\epsilon}x_i(t)(1-x_i(t))\right\| \quad (5)$$

で与えられる。

2.2.2 ネットワークレベルの場合

式（2）において，$y_1(t)\sim y_N(t)$ を列ベクトル $\boldsymbol{y}(t)$ の要素として考えれば，式（2）は $\boldsymbol{R}^n$ から $\boldsymbol{R}^n$ への非線形写像 P：

$$\boldsymbol{y}(t+1)=P(\boldsymbol{y}(t)) \quad (6)$$

を与える。ここで $\boldsymbol{y}(t)$ の微小変化を $\delta\boldsymbol{y}(t)$ とすると，

$$\boldsymbol{y}(t+1)+\delta\boldsymbol{y}(t+1)=P(\boldsymbol{y}(t)+\delta\boldsymbol{y}(t)) \quad (7)$$

となり，線形近似により $\delta\boldsymbol{y}(t)$ に関する式（8）を得る。

$$\delta\boldsymbol{y}(t+1)=DP(\boldsymbol{y}(t))\delta\boldsymbol{y}(t) \quad (8)$$

ここで，DP は $\boldsymbol{y}(t)$ における P のヤコビアン行列で，P の第 i 成分を P_i，$\boldsymbol{y}(t)$ の第 j 成分を y_j とすれば，

$$DP(\boldsymbol{y}(t))=\begin{bmatrix}\frac{\delta P_1}{\delta y_1} & \frac{\delta P_1}{\delta y_2} & \cdots & \frac{\delta P_1}{\delta y_n}\\ \frac{\delta P_2}{\delta y_1} & \vdots & \ddots & \vdots\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \frac{\delta P_n}{\delta y_1} & \frac{\delta P_n}{\delta y_2} & \cdots & \frac{\delta P_n}{\delta y_n}\end{bmatrix} \quad (9)$$

であり，$DP(\boldsymbol{y})$）は線形写像となる。リアプノフスペクトルは，式（8）における微小変化 $\delta\boldsymbol{y}(t)$ を n 次元空間

の互いに直交する単位ベクトルの組 $\boldsymbol{u}_i(t)(i=1,2,\cdots,n)$ で与えた時の各ベクトルの伸びを時間平均することにより得られる。すなわち，

$$\boldsymbol{e}_i(t+1)=DP(\boldsymbol{u}_i(t)) \tag{10}$$

により $\boldsymbol{u}_i(t+1)(i=1,2,\cdots,n)$ を求める。$\boldsymbol{u}_i(t+1)$ は，互いに直交関係にはないので，グラムシュミットの直交化を用いる。

$$\boldsymbol{e}'(t)=\boldsymbol{e}_i(t)-\sum_{j=1}^{i-1}\langle\boldsymbol{e}_i(t),\boldsymbol{u}_j(t)\rangle\boldsymbol{u}_j(t) \tag{11}$$

$$\boldsymbol{u}_i(t)=\frac{\boldsymbol{e}_i'(t)}{\|\boldsymbol{e}_i'(t)\|} \tag{12}$$

ここで，$<,>$は内積を表す。$\boldsymbol{u}_i(t)$ を式（10）に再度写像する過程を繰り返すことにより，以下のものが得られる。

$$\lambda_i=\lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{t=1}^{N}\log_2\|\boldsymbol{e}_i'(t)\| \tag{13}$$

ここで，λ_i がリアプノフスペクトルの i 番目の成分である。リアプノフスペクトルのうち少なくとも最大リアプノフ指数が正であれば，式（6）の解は，カオスを有する。

3．階層型の新しいモデル式の提案

階層型カオスニューラルネットモデルを，単に一般化式（2）を使って，ネットワークを構築し，BP 法による学習（最適化）を行なう。その場合，カオスの発生を有効に活用し，学習特性の向上するモデルを作ることは，パラメータ設定が非常に困難である。そこで，適切なパラメータの設定をするために，Freeman らの匂い認識の仮説及び本堂のカオス時系列（テントマップ）をニューラルネットに学習させた時の学習進行過程の解析結果などを考慮した階層型カオスニューラルネット用の新しいモデル数式を提案する。その結果，動的調整により適切なパラメータの選択が可能になる。

3.1　Freeman らの匂い認識の仮説

Freeman らの匂い認識の仮説は，嗅球は匂いをかぐ前（基底状態）はカオス状態であり，既知の匂いを嗅ぐと，リミットサイクルまたは低次元のカオスアトラクタを示し，未知の匂いを嗅ぐと基底状態とは異なるカオスアトラクターを示すとされている。つまり，学習していない時の匂いは，はじめは強いカオス状態になるが，繰り返し匂いを提示することにより，これを学習して周期解に近い波形となる。カオスの状態は非常に不安定であるため，安定なリミットサイクルが生まれやすく，カオスがあるからこそ学習可能であることを示唆している。

カオスの発生プロセスはフィードバックにあり，嗅球からの信号は嗅皮質，そしてより高次な部位に伝達される。これらの信号はまた，嗅球にフィードバックされる。嗅球は非線形なニューロンが集まった発振系と考えることができる。このように嗅皮質からのフィードバックが嗅球に作用することによりカオスが生まれると考えられる。

3.2　カオス時系列学習過程

本堂は，階層型ニューラルネットを用いて，テントマップから生成されるカオス時系列を BP 法によるアルゴリズムで学習させ，学習の初期段階において，教師系のデータと誤差が大きく，外部からのカオスの状態が強いほど，学習が早く進むことを実験的に示している。またこの時の各素子の内部状態もカオス的になっていると考えられる。この結果から，学習初期段階のネットワーク内部でのカオスが，学習速度の向上に有効に働いているのではないかと考えられる。

3.1, 3.2 節から，学習初期の段階にカオスが発生し，最終的に収束し，安定することが推測される。そこで，学習の初期にカオスを発生させ，学習の終盤には安定するように，動的にパラメータ制御ができる新しいモデル式を提案する。カオスの発生に影響を与える自己フィードバック項のパラメータに注目し，学習初期進行時に，強いカオスを発生させ，学習の終盤で，出力層のカオスニューロンの内部状態が安定する（リアプノフ指数が負になる）ように，パラメータを設定する。

また，一般的に自己フィードバック項のパラメータ α は，問題ごとに最適範囲が存在する。初期値を大きく固定しておくと，学習の終盤で，収束が遅くなると考えられる。これは，出力誤差の成分が小さくなり，α の影響ばかりが残るからである。α の減衰式[13],[14]としていろいろ考えられるが，ここでは最も簡単な非線形な式（15）を用い，α を学習回数とともに減衰するようにした。f は，式（16）からなるシグモイド関数，g 及び h は実際の神経系の特性により決定される関数であるがここでは恒等関数として外部入力 A は省略した。また，式（2）を式（14）に変更した。

$$\begin{aligned} y_i(t+1)=&ky_i(t)+\sum_{j=1}^{N}W_{ij}x_j(t)\\ &-\alpha_0\alpha(t)x_i(t)-\theta_i(1-k) \end{aligned} \tag{14}$$

$$\alpha(t+1)=\alpha(t)(1-\tau) \tag{15}$$

$$\begin{aligned} x_i(t+1)&=f(y_i(t+1))\\ &=\frac{1}{1+e^{(-y_i(t+1)/\epsilon)}} \end{aligned} \tag{16}$$

4．XOR 問題の学習実験

本実験では，式 (14) ～式 (16) を用いて，カオスニューロン素子をニューラルネットワークに部分的に採り入れたCNN による XOR 問題の学習実験を行なった。学習則は，BP 法を用いた。XOR 問題は，ニューラルネットワークの学習能力を検討するのに良く用いられる。誤差評価関数 E は，

$$E=\frac{1}{2}\sum_{k}(教\quad師-出\quad力)^2 \qquad (17)$$

とし，2乗誤差 (Squared error: S.E.) 法を用いた。図1に入力層ユニット2個，中間層ユニット2個，出力層ユニット1個の3層で構成される CNN を示す。

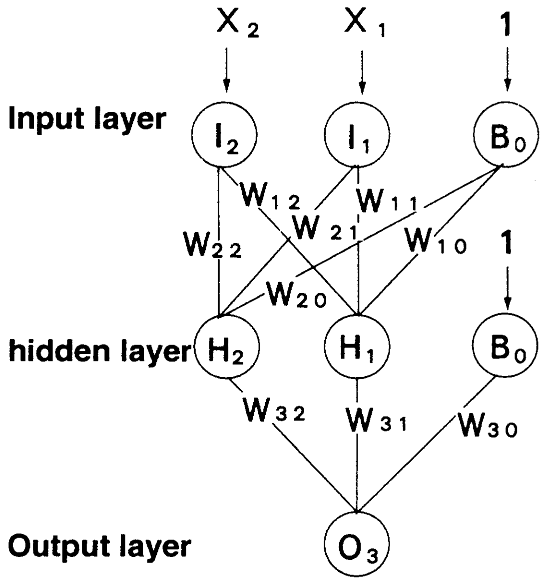


Fig. 1 Structure of the hierarchical chaotic neural networks.

CNN の構成素子は，入力層ユニット以外はカオスニューロン素子を用いた。なお，SNN は構成は同じで，素子はすべて従来の単純な素子のままである。入力パターンには，0 (00)，1 (01)，2 (10)，3 (11) からなる4パターンを学習用入力データとして用いた。これらの4パターンを1通り入力し，前向き演算と後ろ向き演算を繰り返し，これを1回の学習とした。また，学習係数 $\eta=0.2$，モーメンタム $\nu=0.9$，α の初期値 $\alpha(0)=1$ とした。なお，BP 法による学習を行なう場合，結合重みの初期値によって，ローカルミニマムに陥るため，その初期値と依存性を調べる。そこで，結合重みの初期値 $w_{ij}(0)$ を [−1,1] の範囲で，一様乱数により発生させた1000通りについて学習を行ない，SNN との学習特性の比較検討をする。学習の収束条件は，学習回数 t，S.E.法による出力層における1パターンあたりの誤差をそれぞれ $E_{S.E.}$ (式 (17) より $E/4$) として，

$$t<1000 \text{ かつ，} E_{S.E.}<0.002$$

とした。また，教師パターンは，0や1をとると重み付けの値が∞になってしまうため正解を 0.9，不正解を 0.1 とした。

5．シミュレーション結果

5.1 S.E. 法による実験結果

α_0 を1刻みで1～10まで変化させ，特に学習特性の良かった $\alpha_0=9$ に対して，α_0 の時間減衰率 τ が0.000, 0.001, 0.002 の3つの場合について減衰定数 k を 0.1 刻みで 0.0～0.8 間で変化させた時の学習回数1000回以内での学習特性を示す。減衰定数 k に対する収束数との関係を図2に示し，1000回以内に収束したものに対する平均学習回数との関係を図3に示す。

図2より，一様乱数による1000通りの初期値に対する収束数に関しては，τ により k のパラメータによってはSNN より収束数が良くなることがわかった。特に，$\tau=0.002$の時には $k=0.0$～0.7 の広範囲で SNN の収束数を上回る安定した学習特性が得られた。

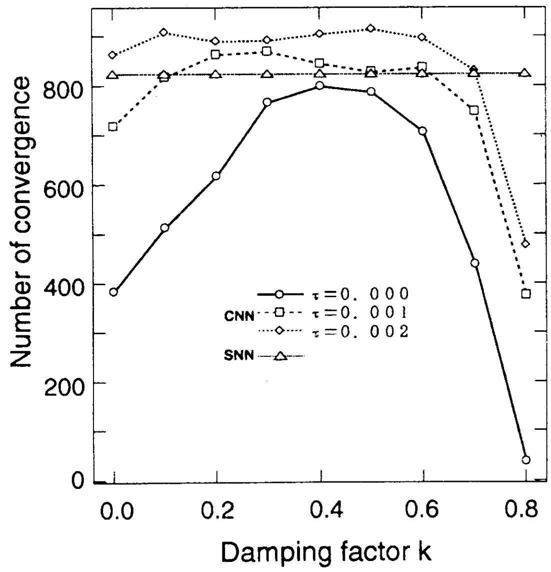


Fig. 2 Number of convergence ($\alpha_0=9$, $\varepsilon=1$, $\tau=0$-0.002).

次に，図3より1000回以内で収束したものに対する平均学習回数について，CNN では，$k=0.3$，$\tau=0.001$ のときが最も良く，344.1回と SNN (442.8回) より約22%以上も低減化されている。また，$\tau=0.000$のときは，k の広範囲に渡って SNN の平均学習回数が少ないが，収束数は，k のどのパラメータをとっても SNN を上回ることはできなかった。以上の結果から，小さな τ の付加がある時は，k のパラメータの取り方によって，

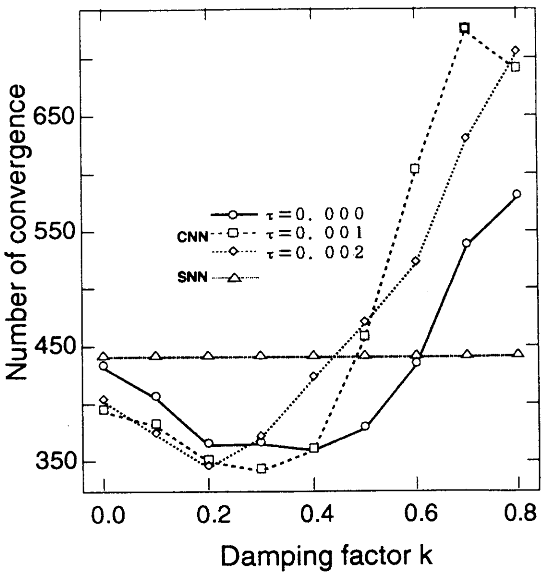


Fig. 3 Number of average learning

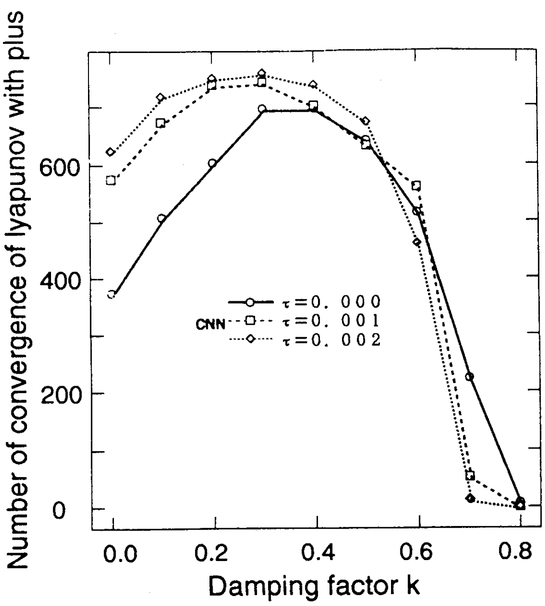


Fig. 4 Dumping factor k and number of convergence of lyapunov index.

SNN より収束数と平均学習回数といった両方の学習特性が向上することがわかった。

次に，CNN が，学習中に *Freeman* の仮説を満し，なおかつ学習能力が向上する有効なカオスが発生しているかどうかを検証する。

5.2　カオス発生の捉え方

CNN がカオスを発生しているかどうかをニューロンレベル，ネットワークレベルのいずれで考えれば良いかを検討する。まず，ネットワークレベルとしてリアプノフ次元解析すると，ネットワーク構成から2入力1出力の入出力間の関係からなるヤコビ行列式は，

$$DP=\left(\frac{\delta O_1}{\delta I_1}\ \frac{\delta O_1}{\delta I_2}\right) \tag{18}$$

となる。そこで，式 (13) を用いて，最大リアプノフ指数を1000通りの初期値に対し調べた結果，SNN, CNN とも学習過程においてすべて負となり安定し，カオスが発生していない結果になった。

しかし，本論文での CNN に関しては，基本的に階層型で相互に結合がないこと，カオスニューロンを部分的に用いたことから，ネットワークレベルよりもむしろ各カオスニューロンの内部状態の挙動がカオスかどうかを，ニューロンレベルでリアプノフ次元解析する必要性があると考えられる。そこで，カオスが発生しているか否かニューロンレベルでの式 (4), (5) を用いて再度解析を行なった。ただし，これ以後最大リアプノフ指数は，各カオスニューロンのリアプノフ指数の最も大きな値とし，その値が正ならばカオスが発生していると解釈する。

図4は，CNN の $\tau=0.000, 0.001, 0.002$ のパラメータに対する減衰定数 k と最大リアプノフ指数が正となった収束数との関係を示している。k が0.5より大きくなるにつれ，カオス的な振舞いも少なくなり，収束数も減少していることがわかる。また，図2と図4を比較すると，収束したほとんどが学習中に各カオスニューロンの内部状態のリアプノフ指数が正となっており，局所的にカオス的挙動を示している。つまり，CNN では学習の初期段階において，局所的にカオスが発生し，いずれかの素子の内部状態がカオス的な挙動をすることにより，ローカルミニマムにトラップされにくくなり，高速に収束する効果があることがわかる。

次に，表2に示すような CNN の学習特性として収束数が SNN より良く，さらに，平均学習回数が最も良かったパラメータに対しカオス的振舞いの詳細な解析を行なった。

表2　学　習　特　性

ネットワーク種別	CNN	SNN
減衰定数 k	0.3	0.0
不応性 α_0	9	0.0
α の時間減衰率 τ	0.001	0.0
収　束　数	869	824
平均学習回数	344.1	442.8

図5，図6は，それぞれ，SNN と CNN のある任意の同じ結合重みの初期値から BP 法による学習を行い，1000回以内に収束したパターン3に対する結合重み W_{31} の学習回数ごとに更新量 ΔW_{31} との関係を示す。

これらの解析は，CNN におけるカオス的振舞いが，

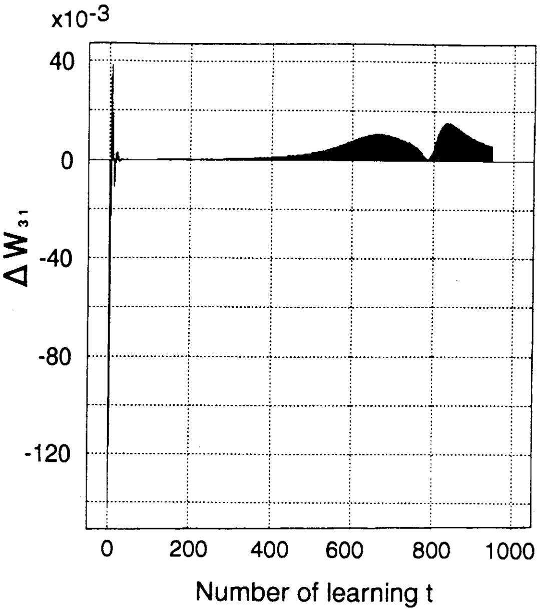


Fig. 5 ΔW_{31} of learning number of pattern 3 in SNN.

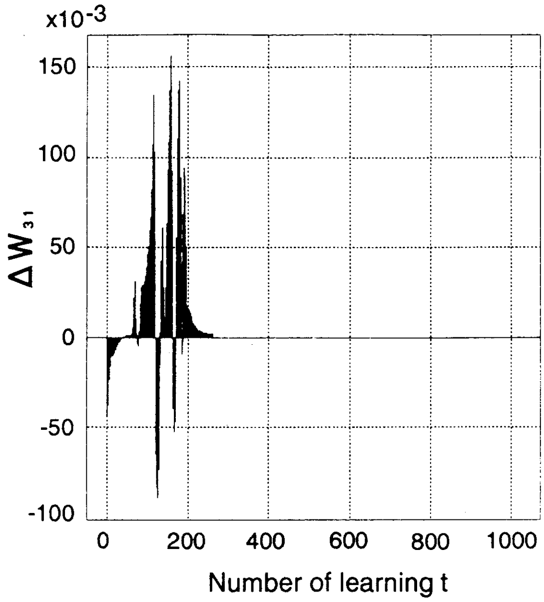
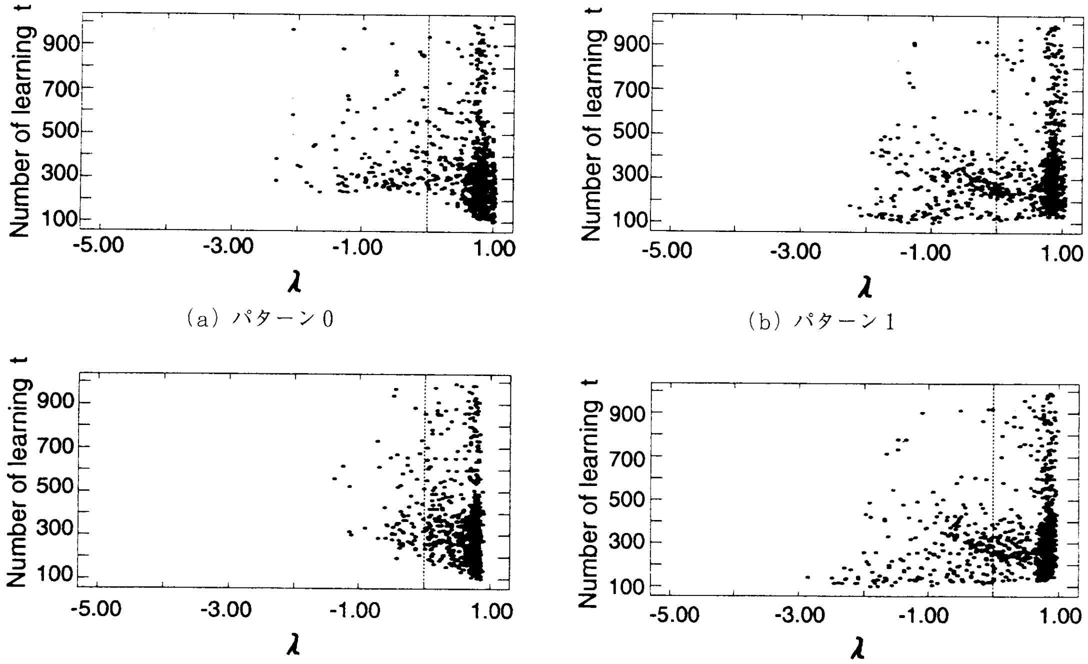


Fig. 6 ΔW_{31} of learning number of pattern 3 in CNN.

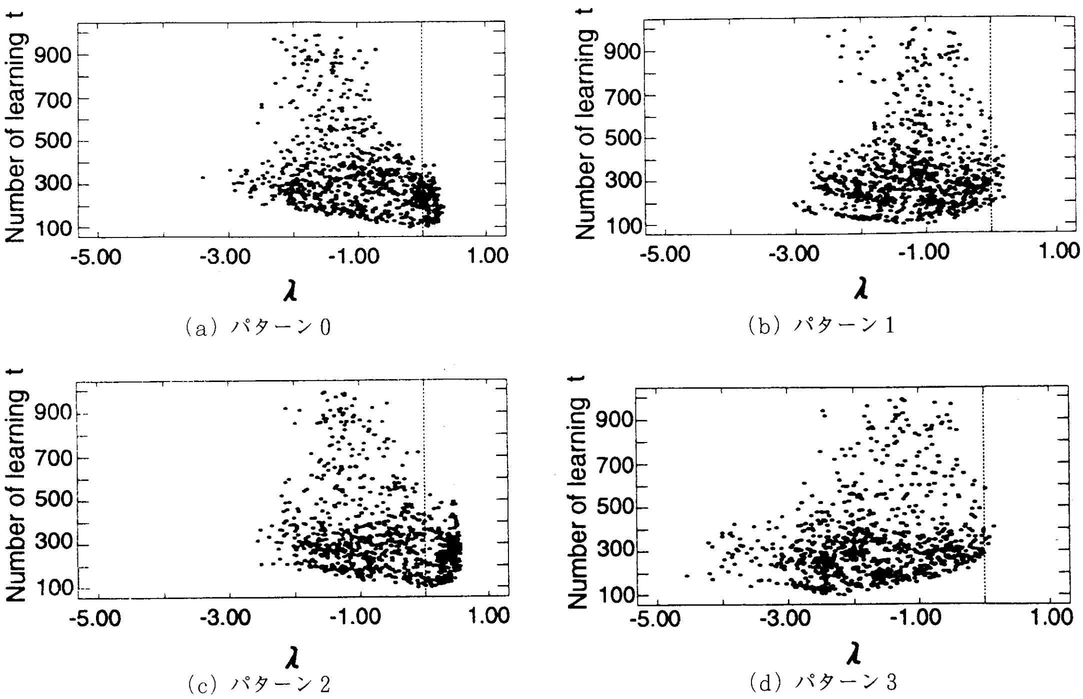


(a) パターン0　(b) パターン1　(c) パターン2　(d) パターン3

Fig. 7 Distribution of maximum lyapunov index.

結合重みの更新とどのように関与しているかをSNNと比較しながら調べたものである。一例ではあるが，学習初期進行時に，CNNのいずれかのカオスニューロンがカオス的に振舞うことにより，W_{31} の更新量 ΔW_{31} が正負に激しく大幅に更新が行なわれ，早く収束している。このような特性が，他の初期値についてもかなり現れた。逆に，SNNでは，学習初期進行時に，ΔW_{31} は大きな更新が行なわれるが，非常に短い間隔で終ってしまい，その後，学習の停滞がおこり400回を過ぎてから，ΔW_{31} が変化して945回で収束が終る。また，収束が一向に進まない，ローカルミニマムにトラップされる現象もCNNに比べ多く現れた。次に，1000通りの結合重みの初期値から，BP法による学習を行い，学習回数1000回以内で収束したものについて，学習進行時と収束時の各パターンに対するニューロンレベルでのリアプノフ次元解析した結果を示す。

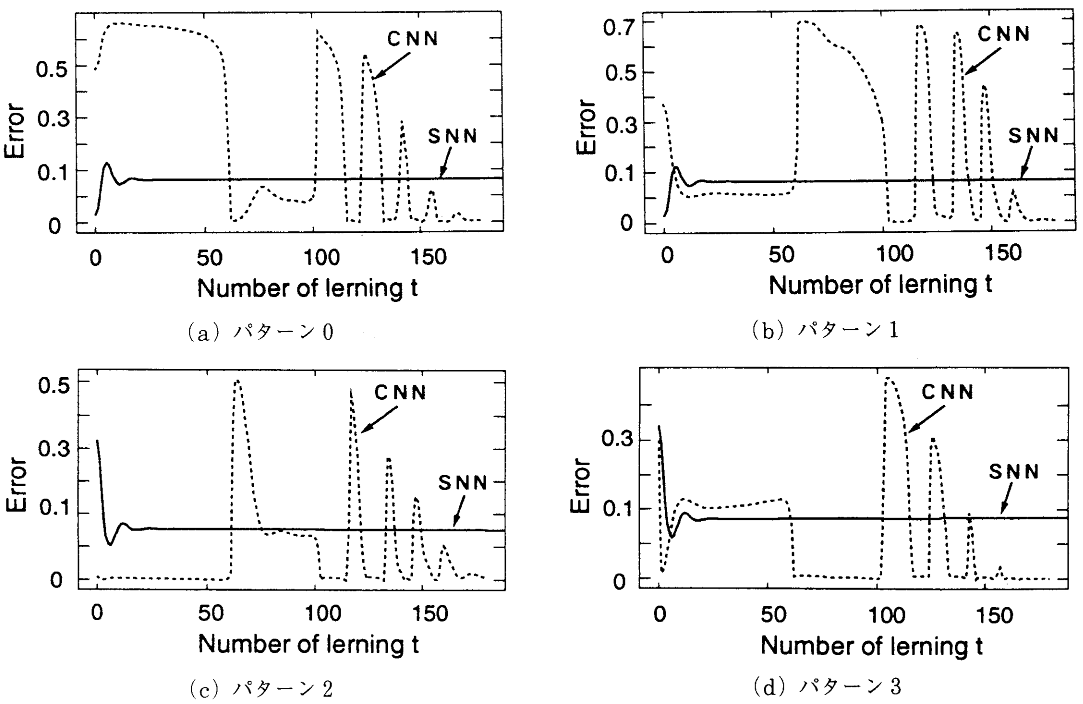
図7，8は，それぞれ学習進行時と収束時の1000通りの初期値に対するリアプノフ指数分布を表している。パ



(a) パターン0　(b) パターン1

(c) パターン2　(d) パターン3

Fig. 8 Distribution of maximum lyapunov index at convergence.



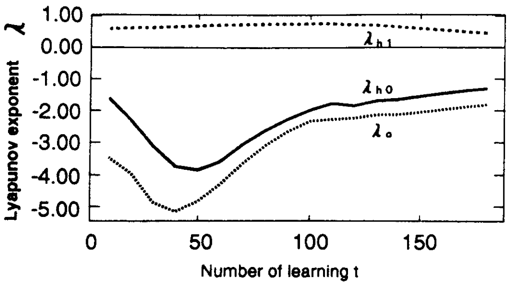
(a) パターン0　(b) パターン1

(c) パターン2　(d) パターン3

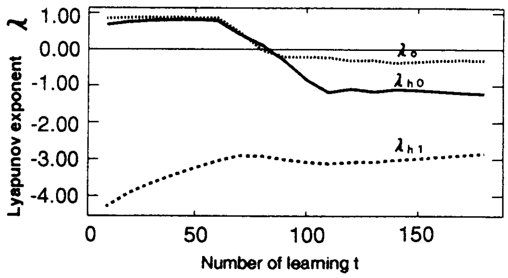
Fig. 9 Learning curve.

ターンによって多少ばらつきはあるが，学習進行時に中間層，出力層カオスニューロンのいずれかの内部状態がカオス的挙動を示し，学習収束時の最終目標である出力層カオスニューロンは常に安定することがわかる。

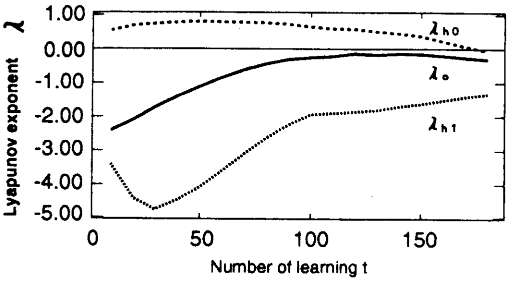
図9，図10は，それぞれ任意のある結合重みの初期値に対する。パターンごとの各カオスニューロンの学習回数とリアプノフ指数との関係を示す。中間層も出力層も学習の始まった時点ではリアプノフ指数が正，つまりカオス的挙動を示しているが，学習回数が増加することによって出力層が安定領域（リアプノフ指数が負の領域）に移行することがみられた。



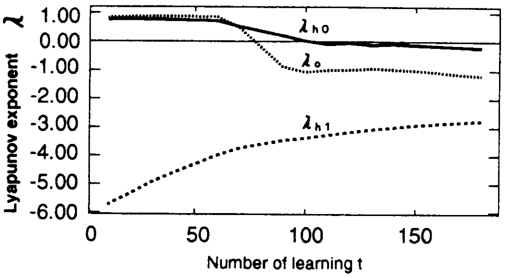
(a) パターン 0



(b) パターン 1



(c) パターン 2



(d) パターン 3

Fig. 10 Lyapunov index vs learning number.

6．むすび

カオス応答特性を有するカオスニューラルネットの一般式を高速学習用に改良したモデル式を新に提案し，その式を用いて階層型カオスニューラルネットモデルを構築した。このモデルにBP法を用いてXOR問題に対する学習を行なった。Freemanの仮説や本堂の実験結果に基づいて，ネットワーク中の各カオスニューロンのいずれかが学習中にカオスを発生し，終盤で安定化するように動作させた。その結果，従来の単純素子によるSNNに比べ結合重みの初期値に依存しにくく，学習回数が低減し，高速に収束することが確かめられた。本論文で提案したCNNは，ローカルミニマムにトラップされることを回避するために，自己フィードバック項の動的調整により，カオス的な遷移を局所的に起こし，学習特性を著しく向上させ，非常に有効であることが確かめられた。また，学習過程の初期段階に，生体のニューラルネットがこのカオス領域を活用することは，Freemanによって解析されており，それをシミュレーションするモデルも提案されている。しかし，本論文のように，Freemanの解析結果を階層型ニューラルネットでBP法の学習能力の向上に応用した例はなく，非常に意味がある。

今後は，表1に示す他の方法との組合せの正当性の証明，さらに複雑な問題に対しカオス領域のもたらす有効性，学習の高速化についての考察などが，必要であると考えられる。

文　献

(1) 甘利俊一：“神経回路網の数理”，産業図書 (1978).

(2) D. Rumelhart, G. Hinton and R. Williams: “*Learning representations by back propagating errors*”, Nature, **323**, pp.533-536 (1986).

(3) 松岡清利：“ニューロコンピューティング”，朝倉書店 (1990).

(4) 松葉育雄：“ニューラルネットワークによる最適化計算”，計測と制御，**12**, p.44-47 (1990).

(5) K.Aihara, T.Takabe and M.Toyoda: “*Chaostic Neural Networks*”, Phys. Lett. A, **144**, 6, pp.333-340 (1990).

(6) 合原一幸：“ニューラルシステムにおけるカオス”，東京電機大学出版局 (1993).

(7) K. Aihara: “*Chaotic Neural Networks*”, Trans. IEICE, **NLP88-71** (1989-1).

(8) 合原一幸，銅谷賢治，松葉育雄，市原秀友，林勲，徳永隆治：“ニューロ・ファジー・カオス”，オーム社 (1992).

(9) 谷淳：“カオス的最急降下法を適用したニューラルネットにおける学習および記憶想起の動特性について”，信学技報，**NC90-45** (1990).

(10) 野沢浩：“カオスと組合せ最適化”，数理科学，**363**, pp.24-31 (1993).

(11) C. A. Skarada and W. J. Freeman: “*Model of*

Biological Pattern Recognition with Spatially Chaotic Dynamics", Neural Networks, 3, pp.153-170（1990）.

(12) 本堂毅："カオス時系列の神経回路網による学習過程"，信学技報，NLP92-38（1992-10）.

(13) 秋山泰，古谷立美："損失関数にエントロピー項を導入したバックプロパゲーション学習則"，信学技報，NC91-6（1991）.

(14) 秋山泰："ホップフィールド型ニューラルネットにおけるエネルギー最小状態への収束性を向上させる3つの技法"，信学技報，NC90-40（1990）.

(15) 吉川敏則，川口陽子："ニューラルネットワークの高速化アルゴリズムについて"，信学技報，NC91-26（1991）.

(16) 池口徹，合原一幸，豊田雅嗣，伊藤晋，周英明，宇都宮敏男："カオスニューラルネットによる次元解析"，信学論（D-II），J73-A，3，pp.486-494（1990-03）.