博士論文

剛結および半剛結平面骨組の臨界挙動に関する研究

1990年1月

名古屋工業大学大学院博士課程
社会開発工学専攻

鈴木五月

［目次］　　頁

論文要旨

題目：剛結および半剛結平面骨組の臨界挙動に関する研究
On the Critical Behavior of Rigid and Semi-Rigid Plane Frames

名古屋工業大学大学院博士後期課程
社会開発工学専攻（構築工学）　　　　鈴木五月

本論文は、結合部が剛結および作用モーメントに対し相対回転を生ずる半剛結骨組の臨界挙動に関して、その精密な解析法の開発と力学特性の解明、さらに設計法における安定照査法の検討を行うことを目的とする。

まず、剛結骨組について、幾何学的非線形性をより正確に考慮することで、今まであまり明らかにされていなかった座屈前の変形が剛結骨組の座屈挙動に与える影響について検討する。ここでは、座屈挙動の支配パラメータを明らかにし、このパラメータの変動により剛結骨組の座屈形式がどのようになるかについて明確にするとともに、本論文で用いる幾何学的非線形解析が高精度であることを示すことも意図している。

つぎに、はりと柱の結合部に非弾性特性を有する半剛結骨組の非弾性臨界挙動について検討する。従来、骨組は、剛結構造またはピン構造としてモデル化されているが、実際には、はりと柱の結合部が有限の剛性を持っている場合も多く、半剛結(Semi-Rigid)と考えるのがより合理的である。しかしながら、継手の非弾性特性ならびに、骨組の幾何学的非線形挙動を正確に扱った例は著者の知る範囲ではない。すなわち、完全系の分岐挙動は言うまでもなく、不完全系の極限点ですら正しく解析された例はほとんどなく、剛結骨組に比べ複雑な挙動を示す半剛結骨組の非弾性臨界挙動に関する正確な情報はほとんど得られていない。したがって、ここでは結合部の非弾性特性をより厳密に考慮し、さらに半剛結骨組の非弾性臨界挙動をより正確に解析する手法を開発する。この手法は剛性方程式、接線剛性方程式とHillの唯一性と安定性に関する条件のみ用い、矛盾のないつり合い経路を求めるものである。つまり、本手法は剛性方程式の２次以上の高次微分係数は用いていないので、解析手順が非常に簡単である上に精度も良い。このような高精度の解析手法を用い、半剛結矩形骨組の臨界挙動の特性を以下のように詳細に検討する。

①骨組には水平荷重による不完全性や幾何学的な初期不整が生ずる。このような不

完全性や不整に対して、半剛結骨組の座屈挙動がどのように変化するかを解析し不整等に対する感度を明らかにする。

②従来の近似的な結合部の構成則による解析の精度を検討するために、結合部を線形弾性または非線形弾性とした近似的モデルによる解析結果とより正確な非弾性モデルによる解析結果とを比較する。この検討により、半剛結骨組の安定解析には、結合部の特性をどこまで考慮すべきかを明らかにする。

③ピン結合や剛結骨組の臨界挙動については、骨組のはり上に鉛直分布荷重が作用する場合と柱上に鉛直集中荷重が作用する場合の間には、差異はほとんどない。しかしながら、半剛結骨組の場合、結合部の非弾性特性により両者はかなり異なることが予想され、この特性は骨組の安定性の照査上考慮されなければならない。そこで、両荷重が複合する場合も含め、荷重条件による臨界挙動の差について明らかにする。

④実際の骨組構造物では、風荷重等により結合部に繰り返し荷重を受け荷重履歴を経験する。したがって、このような繰り返し荷重により結合部に生ずる荷重履歴が後の座屈挙動に及ぼす影響について明らかにする。

⑤半剛結骨組の結合部のモーメントと回転角の特性は、結合部ごとに異なる。この結合部の特性と臨界挙動との関係を明らかにすることは設計上、重要である。したがって、結合部の特性に関してパラメータ解析を行い、臨界挙動との関係を明らかにする。

以上の結果より、半剛結骨組の臨界挙動の特性を総合的に検討し、設計で用いる安定照査の方向づけについて考察する。

第1章　序論

本論文は、結合部が剛結および作用モーメントに対し相対回転を生ずる半剛結骨組の臨界挙動に関して、その精密な解析法の開発と力学特性の解明、さらに設計法における安定照査法の検討を行うことを目的とする。

まず、剛結骨組についての安定解析に関する研究［Bleich,F(1952)］は、数多くあるが、これらの多くは座屈前の変形を無視したいわゆる線形座屈解析に基づいている。しかしながら、剛結骨組は、例えばはりで荷重を支持するように設計されている場合、完全に設計図通り作成された完全系の骨組においても設計荷重に対して、はりおよび柱に曲げ変形を生じることになる。したがって、より厳密な安定解析を行うには、座屈前の変形の影響を考慮することが必要となる。この問題は、古くはChwalla,E.(1938)によって扱われた。Chwallaは、部材軸方向ひずみの評価に部材のたわみの軸方向に関する一回微分の２乗の項すなわちBowingの影響［Brinsteil,C. and Iffland,J.S.B.(1980), Korn,A.(1981)］を無視した通常の線形化はり・柱の式を増分したものに相当する支配方程式をもとに解析している。さらにChwallaは、軸線の伸張も無視している。この研究は、Mansur,E.F. et al.(1961), Lu,Le-Wu(1963)らによって引き継がれ、最近では林(1986)も同様な問題を解析しているが、すべて基本的には、Chwallaと同様の支配方程式を用いている。したがって、本論文では、幾何学的非線形性をより正確に考慮することで、今まであまり明らかにされていなかった座屈前の変形が剛結骨組の座屈挙動に与える影響について検討する。またここでは、座屈挙動の支配パラメータを明らかにし、このパラメータの変動により剛結骨組の座屈形式がどのようになるかについて明確にするとともに、本論文で用いる幾何学的非線形解析が高精度であることを示すことも意図している。

つぎに、はりと柱の結合部に非弾性特性を有する半剛結骨組の非弾性臨界挙動について検討する。ここで、結合部の非弾性特性というのは、結合部のモーメントと回転角の関係が単調増加下に非線形であり、除荷時には、単調増加下の経路を通らないで別の経路で除荷が行われる特性のことである。このような特性は、完全にピンあるいは弾性的に結合されている場合を除き現れるもので、結合部の実際的な特性といえる。骨組の結合部が半剛結であると言われる構造には、接合部がボルト接合される場合や、溶接結合であっても結合部分の柱部が十分に補強されていない場合も半剛結と言われることが多い。実際に、建物の結合部には、このような半剛結構造は、よく使用されている。土木関係においては、高架橋の支保工、災害復旧時の仮桟橋及び山留支保工等の結合部においてその使用例は、数多く見られる。これらの半剛結骨組の設計に関しては、その結合部を半剛結(Semi-Rigid)と考えるのが合理的であるが、実際には骨組は剛結構造またはピン構造としてモデル化されている。また、この結合部の非弾性特性は、低荷重から現れるためその臨界挙動は、剛

結構造、ピン構造に比べ複雑となりかなり異なった特性を示すので、このことを考慮して設計されなければならない。すなわち従来、骨組を部材単位で設計する場合、材料非線形に起因する部材の非弾性特性は、部材の照査式の中に取り込まれ、断面力ならびに有効座屈長算定では、幾何学的非線形のみ考慮される場合が多い［AICE (1986)］が、半剛結骨組の場合、これらの算定や評価において結合部の非弾性特性も考慮しなければならないことになる。

従来、結合部の非弾性特性を考慮した半剛結骨組の複合非線形解析では、結合部のみの特性を考慮したもの［Romstad,K.M. and Subramanian,C.V.(1970), Ackroyd, M.H.(1979), Simitses,G.J and Vlahinos,A.S.(1985), Yu,C.H. and Shanmugam,N. E.(1986)］から、部材の材料非線形性まで含めたもの［Goto,Y. and Chen,W.F.(1987$_b$), Cook,N.E.(1983), Lui,E.M. and Chen,W.F.(1986), Poggi,C.and Zandonini, R.(1987), Mazzolani,F.M.(1987)］まで報告されている［Jones, S.W. et al.(1893)］。しかしながら、著者の知る範囲において結合部の非弾性特性ならびに、骨組および部材の幾何学的非線形挙動を厳密に扱った例はほとんどない。したがって、得られた非弾性臨界挙動に関する情報の妥当性は明らかでない。すなわち、有効座屈長算定に必要な完全系の非弾性分岐挙動はいうまでもなく、不完全系の極限点ですら正しく解析された例は少なく、剛結構造,ピン構造に比べ複雑な挙動を示す半剛結骨組の非弾性臨界挙動に関する正確な情報は、ほとんど得られていない。

単なる座屈解析ですら、割線剛性を用いて組み立てた全体系の剛性行列のデターミナントが零の条件で解析している場合［Romstad,K.M. and Subramanian,C.V.(1970), Ackroyd,M.H.(1979), Yu,C.H. and Shanmugam,N.E.(1986)］が多く、構造物の特異点解析に対する認識が欠如している。

さらに、結合部の非線形挙動に限っても、単純な低次の関数近似による非線形弾性モデルを用いているもの［Romstad,K.M. and Subramanian,C.V.(1970), Ackroyd, M.H.(1979),Simitses,G.J and Vlahinos,A.S.(1985), Yu,C.H. and Shanmugam,N.E. (1986)］が多く、除荷挙動はもちろん、負荷挙動も正しく考慮されていない。したがって、座屈時の急激な変形による結合部の除荷挙動の影響は、正確に解析に反映されていない。

したがって、本論文では結合部の非弾性特性をより厳密に考慮し、さらに半剛結骨組の非弾性臨界挙動をより正確に解析する手法を開発する。この手法は剛性方程式、接線剛性方程式とHillの唯一性と安定性に関する条件のみ用い、矛盾のないつり合い経路を求めるものである。つまり、本手法は剛性方程式の２次以上の高次微分係数は用いていないので、解析手順が非常に簡単である上に精度も良い。このような高精度の解析手法を用い、後座屈領域を含めた半剛結骨組の正確な安定特性について明らかにして、半剛結骨組の設計上必要な座屈に関する安定照査法について検討する。

以下に本論文構成について述べる。

まず、第２章で剛結骨組の臨界挙動について述べる。第２章第１節でその概要を述べ、第２章第２節でBowingの影響を考慮したはり・柱の剛性方程式と接線剛性方程式の誘導方法について　詳細に述べる。この剛性方程式は、等価節点力が節点変位と平面部材に直角方向に作用する等分布荷重の１次、２次の項で表された完全に閉じた形であり、その係数が部材の軸力の符号によらず同じべき級数表現されていて軸力の微少な場合も安定した表現をしていることを具体的に示す。剛性方程式の増分をとることにより導かれる接線剛性方程式も剛性方程式と同様な特徴を持っている。第２章第３節では、従来の解析で行われてきたBowingの効果を無視したはり・柱の接線剛性方程式は、座屈前の変形を無視しなければ対称とならないので、従来の式には問題があることを示す。第２章第４節では、非線形座屈解析の解法について述べ、第２章第５節で剛結門型骨組について行われたLu,Le-Wu(1963)と林(1986)の座屈解析結果と比較し従来の解析結果との相違点について考察を行う。第２章第６節では、門型骨組を例に構造パラメータの組み合わせにより非線形挙動が異なること、すなわち構造パラメータの組み合わせによっては必ずしも分岐座屈や屈服座屈が起こらないことを示し、その範囲についても検討を行う。この構造パラメータと非線形挙動の分類については、今まで剛結骨組の座屈解析が数多く行われている中で著者の知る限り新しい知見であると思われる。第２章第７節で第２章全体のまとめを行う。

次に、第３章で半剛結骨組の臨界挙動について述べる。第３章第１節で概要を述べる。第３章第２節で半剛結骨組の解析を行う上で第２章に追加して定式化を行わなければならない結合部のモデル化について単調増加荷重下のモデル化および履歴挙動を考慮した結合部の構成則に分けて述べる。第３章第３節では、半剛結骨組の分岐点の解析方法について、Hillの唯一性に関する十分条件と安定性に関する条件［Hill,R.(1958)］をもとに、分岐点の特定方法と、その後の分岐経路の計算方法について述べる。第３章第４節は、第３章で対象とする２、３の代表的な半剛結矩形骨組および結合部の特性等の解析条件について述べる。第３章第５節では、不整と座屈挙動の関係を述べる。実際の構造物が製作過程において部材を製作図通りの寸法に切断できなかったり、部材自体が曲がっていたりしてこれら部材を組み立てた結果、骨組に初期応力や幾何学的初期不整が発生する原因となる。そこで、ここでは、不整として水平荷重による不完全性および幾何学的初期不整を対象とし、これら不整が座屈挙動に与える影響について検討する。第３章第６節では、はりと柱の結合部の構成則と骨組の分岐挙動について明らかにする。構成則としては、より厳密な非弾性モデルに加えて、非弾性構成則の初期剛性を用いる線形弾性モデルと、単調増加下の非弾性構成則を除荷時にも使用する非線形弾性モデルを対象とした。第３章第７節では、実際の骨組では、柱上に集中鉛直荷重が作用するほかに、はり

上にも鉛直荷重が作用し部材に曲げ変形を引き起こすので、これら荷重条件と分岐挙動の関係について詳細に検討を行う。第３章第８節では、結合部の荷重履歴と臨界挙動について検討する。履歴荷重としては風荷重を対象にして、骨組が繰り返し風荷重を受けた場合とこれを受けない場合について、骨組の臨界挙動がどのように異なるかを検討する。第３章第９節では、結合部の特性が、臨界挙動に及ぼす影響について検討する。半剛結骨組の結合部は製作された結合部により、そのモーメントと回転角の特性はことなる［Kishi,N. and Chen,W.F.(1986)］ので、結合部の特性と臨界挙動の関係を明らかにする必要がある。第３章第１０節では、第３章第５節～第９節までの検討結果をもとに半剛結骨組の安定性の照査について考察を行う。第３章第１１節で第３章全体のまとめを行う。

第４章では、第２章と第３章で得られた結論についてまとめを行う。

第２章　剛結骨組の臨界挙動特性

２－１ はじめに

弾性骨組の安定解析に関しては多数の研究［Bleich,F(1952)］があるが、これらの多くは、座屈前の変形を無視したいわゆる線形座屈解析に基づいている。しかしながら、剛結骨組は、部材の曲げ作用によっても荷重を支持するように設計されているので、完全系においても曲げ変形が生ずる場合があり、より厳密な安定解析を行うには、座屈前の変形の影響を考慮することが必要となる。周知なように、この問題は古くChwalla,E.(1938)によって扱われ、Mansur,E.F., et al.(1961), Lu,Le-Wu(1963)らによって引き継がれ、最近では林(1986)も同様な問題を解析しているが、すべて基本的にはChwallaと同様の支配方程式を用いている。

変形法の観点から見ると、座屈荷重は、構造物の接線剛性マトリックスのデターミナントが零となる条件から決定されるので、安定解析の精度は、接線剛性マトリックスの精度に強く影響される。この接線剛性マトリックスは、弾性系における保存力の下では停留ポテンシャルエネルギーの原理が成立することから対称とならなければならない。しかしながら、従来の研究に用いられた線形化はり・柱の式の増分式から接線剛性マトリックスは、座屈前の変形を無視しなければ対称とならない。従って、Chwallaに代表されるBowingを無視した解析手法は、座屈前の変形の影響を考慮するという基本的な目的からして、必ずしも適当であるとは考えられず、その精度に関しても疑問が残る。

線形化はり・柱の式に基づく接線剛性マトリックスの非対称性は、仮想仕事の式によるはり・柱の理論の誘導過程［Goto,Y. and Chen,W.F.(1987$_a$)］でわかるように、線形化はり・柱の式において、その構成則に、微小変位理論と同様のものを採用する［林(1986)］ことに起因している。すなわち、はり・柱理論において支配方程式が統一性のあるものとなるには、線形化はり・柱の式において無視されている Bowingの影響を軸歪の評価に考慮する必要がある。この支配方程式は仮想仕事の式を満足していることからもわかるように、対称な接線剛性マトリックスを与える。

本論文では、座屈前の曲げ変形を考慮した座屈解析を上述のようなBowingの影響を考慮したはり・柱の式を用い、はり・柱理論の枠内で統一のとれた形でしかも精度良く行う方法について提案し、座屈前の曲げ変形が矩形骨組の座屈挙動に及ぼす影響を明らかにすることを目的とする［後藤、鈴木、松浦(1990$_a$)］。

従来の研究と厳密な比較を行うために、ここではBowingの影響を考慮したはり・

柱の支配方程式から本論文によって導かれる閉じた形の剛性方程式［Goto,Y. and Chen,W.F.(1987a)，後藤、鈴木、松浦(1989)］，接線剛性方程式［後藤、鈴木、松浦(1989)］を座屈挙動の解析に用いる。これらの剛性方程式，接線剛性方程式は軸力に関する完全な形の級数展開により陽に表現さている。なお、Bowingの影響を考慮したはり・柱の式から有限要素近似により誘導された剛性方程式，接線剛性方程式は多く報告されているが［Conner,J.J. et al.(1968), Mallet,R.H., and Marcal,P.V.(1986)］、完全に閉じた形のしかも軸力によらず、同一の表現を持ち、軸力が微小な場合の特異性も除去した高精度のものは、本論文に示すのもの以外にはないと思われる。

このようなBowingの影響を考慮した閉じた形の剛性方程式，接線剛性方程式を用い、座屈前に曲げ変形を生ずる剛結骨組の座屈挙動について詳細に検討する。まず、Lu,Le-Wu(1963)、林(1986)の解析結果と比較することにより、従来の解析における問題点を指摘する。つぎに本解析手法に基づき、最も基本的な門型骨組の座屈挙動を明らかにする。

2－2　Bowingの影響を考慮したはり・柱の剛性方程式と接線剛性方程式

はり・柱理論の統一のとれた支配方程式は、仮想仕事の原理より誘導できるが、周知のように得られる支配方程式は、骨組の安定解析に通常用いられる線形化された支配方程式と異なり、軸歪の評価にBowingによる非線形項が付加されている［Goto,Y. and Chen,W.F.(1987a)］。したがって、以後線形化されたはり・柱の式に対して、Bowingの影響を考慮したはり・柱の式を非線形はり・柱の式と呼び区別する。

図2-2-1に示す各物理量を用いて非線形はり柱の支配方程式を表すと次のようになる。

（つり合い式）

$$N'=0,\quad (Nv_o'+M')'+p_y=0 \qquad (2\text{-}2\text{-}1a,b)$$

（幾何学的、力学的境界条件）

$$\begin{aligned} &u_o=u_{oi} && \text{又は}\quad N=n_xN_i \\ &v_o=v_{oi} && \text{又は}\quad Nv_o'+M'=n_xS_i \qquad (2\text{-}2\text{-}2a\sim c) \\ &v_o'=\alpha_i && \text{又は}\quad M=-n_xM_i \qquad (i=1,2) \end{aligned}$$

ここに、( )′ はxに関する微分を表し、n_xは、接点1で-1、節点2で1の値をとる。

（断面力と変位の関係）

$$N=EA\{u_o'+\frac{1}{2}(v_o')^2\} \qquad (2\text{-}2\text{-}3a,b)$$

$M=-EIv_o''$

式(2-2-3a)の右辺第2項がBowingの影響を表す非線形項で、この項を無視すると線形化はり・柱の式と一致する。また、つり合い式(2-2-1a,b)では、閉じた形の解を得るためにy方向の等分布荷重p_yのみを考慮したが、通常の矩形骨組では、この荷重だけで十分であると考えられる。式(2-2-1)~(2-2-3)より、閉じた形の剛性方程式は次のよう求められる[Goto,Y. and Chen,W.F.(1987a), 後藤、鈴木、松浦(1989)]。

$$\tilde{f}_i=\bar{K}_{ij}(\tilde{N}_1)\tilde{d}_j+\bar{K}_{ijk}(\tilde{N}_1)\tilde{d}_j\tilde{d}_k+\tilde{p}_y\bar{L}_{ij}(\tilde{N}_1)\tilde{d}_j$$
$$+\tilde{p}_y\bar{L}_i(\tilde{N}_1)+\tilde{p}^2_y\bar{C}_i(\tilde{N}_1) \qquad (2\text{-}2\text{-}4)$$

ここに、

$${}^t\{\tilde{f}_i\}=(\tilde{N}_1,\tilde{S}_1,\tilde{M}_1,\tilde{N}_2,\tilde{S}_2,\tilde{M}_2)$$
$${}^t\{\tilde{d}_i\}=(\tilde{u}_1,\tilde{v}_1,\alpha_1,\tilde{u}_2,\tilde{v}_2,\alpha_2) \qquad (2\text{-}2\text{-}5a,b)$$

$$\tilde{N}_i=N_iL^2/EI,\quad \tilde{S}_i=S_iL^2/EI,$$
$$\tilde{M}_i=M_iL/EI,\quad \tilde{p}_y=p_yL^3/EI$$
$$\tilde{u}_i=u_i/L,\quad \tilde{v}_i=v_i/L \qquad (2\text{-}2\text{-}6a\sim f)$$

剛性方程式の係数$\bar{K}_{ij}(\tilde{N}_1)$,$\bar{K}_{ijk}(\tilde{N}_1)$, $\bar{L}_{ij}(\tilde{N}_1)$,$\bar{L}_i(\tilde{N}_1)$,$\bar{C}_i(\tilde{N}_1)$は、すべて軸力$\tilde{N}_1$の関数で$\bar{K}_{ij}$は、i,j 、$\bar{K}_{ijk}$は、j,k についてそれぞれ対称である。これらの具体的な表示は、補遺-1に示す。

はり・柱の式の解析解は通常、軸力の正，負，零に応じ双曲線関数，三角関数，4次関数で表現されるが、ここではすべて軸力による閉じた形のべき級数で表している。このような表現を用いると、解析解がすべて同一の表現となり、軸力の値により異なった表現の剛性方程式を用いる必要がなくなる。さらに、べき級数表現においては、分子、分母の軸力の共通項が消去できるので、双曲線関数、三角関数を用いた解析解で生ずる軸力が微小な場合の特異性も除去されている。

接線剛性方程式は、式(2-2-4)を節点物理量ならびに分布荷重について増分をとることにより次のように得られる。

$$\Delta\tilde{f}_i=\Delta\bar{K}_{ij}\Delta\tilde{d}_j+\Delta\bar{C}_i\Delta\tilde{p}_y \qquad (2\text{-}2\text{-}7)$$

ここに、$\Delta\tilde{f}_i$, $\Delta\tilde{d}_j$, $\Delta\tilde{p}_y$は$\tilde{f}_i$, $\tilde{d}_j$, $\tilde{p}_y$ の増分であり、$\Delta\bar{K}_{ij}$は接線剛性マトリックスでi,jに関して対称となる。$\Delta\bar{K}_{ij}$, $\Delta\bar{C}_i$はそれぞれ次のようになる。

$$\Delta\bar{K}_{ij}=\bar{K}_{ij}+2\bar{K}_{ijk}\tilde{d}_k+\tilde{p}_y\bar{L}_{ij}$$
$$+\tilde{k}_i(\bar{K}_{ij}+2\bar{K}_{ijk}\tilde{d}_k+\tilde{p}_y\bar{L}_{ij})/(1-\tilde{k}_1) \qquad (2\text{-}2\text{-}8)$$
$$\Delta\bar{C}_i=\bar{L}_{ij}\tilde{d}_j+2\tilde{p}_y\bar{C}_i+\tilde{k}_i(\bar{L}_{ij}\tilde{d}_j+2\tilde{p}_y\bar{C}_i)/(1-\tilde{k}_1) \qquad (2\text{-}2\text{-}9)$$

式(2-2-8),(2-2-9)に含まれる$\tilde{k}_i$は次のように与えられる。

$$\tilde{k}_i=\frac{\partial\bar{K}_{1m}}{\partial\phi_a}\frac{d\phi_a}{d\tilde{N}_1}$$
$$+\left(\frac{\partial\bar{K}_{1km}}{\partial\phi_a}\frac{d\phi_a}{d\tilde{N}_1}+\frac{\partial\bar{K}_{1km}}{\partial f_b}\frac{df_b}{d\tilde{N}_1}\right)\tilde{d}_k\tilde{d}_m$$

$$+\ \tilde{p}_y\left(\frac{\partial \overline{L}_{ik}}{\partial \phi_a}\frac{d\phi_a}{d\tilde{N}_1}+\frac{\partial \overline{L}_{ik}}{\partial f_b}\frac{df_b}{d\tilde{N}_1}\right)\tilde{d}_k$$

$$+\ \tilde{p}_y\left(\frac{\partial \overline{L}_i}{\partial \phi_a}\frac{d\phi_a}{d\tilde{N}_1}+\frac{\partial \overline{L}_i}{\partial f_b}\frac{df_b}{d\tilde{N}_1}\right)$$

$$+\ \tilde{p}_y^2\left(\frac{\partial \overline{C}_i}{\partial \phi_a}\frac{d\phi_a}{d\tilde{N}_1}+\frac{\partial \overline{C}_i}{\partial f_b}\frac{df_b}{d\tilde{N}_1}\right) \qquad (2\text{-}2\text{-}10)$$

ただし、a,bは、a=1～4,b=1～10である。

ここに、$d\phi_a/d\tilde{N}_1$と$df_b/d\tilde{N}_1$は軸力$\tilde{N}_1$に関する閉じた形で表されている［後藤、鈴木、松浦(1989)］。このような表現を用いることで、接線剛性方程式も剛性方程式同様、軸力の正，負，零によらず同一の表現になり、しかも軸力零での特異性も除去される。式(2-2-4),(2-2-7)はいずれも閉じた形であるので、一部材一要素として扱うことができ高精度の解析が可能となる。なお、ϕ_a，f_bおよび$d\phi_a/d\tilde{N}_1$，$df_b/d\tilde{N}_1$の具体的表示をそれぞれ補遺-1、補遺-2に示す。

２－３　Bowingの効果を無視したはり・柱の剛性方程式

Chwallaに代表される従来の解析では、Bowingに加えて部材軸線の伸張も解析では無視されている。汎用的な剛性法として定式化する場合、たわみ、たわみ角に加え軸方向変位に対応した節点自由度を付加する必要がある。したがって、軸方向の変位自由度を付加するために、通常、微小変位理論と同様の構成則に基づくBowingを無視した軸線の伸張変形のみが考慮される。すなわち、第２章第２節で述べた線形化はり・柱の式を用いて定式化される。この場合軸剛性を大きくしていくと、Chwallaらによる軸線の伸張を無視した場合に収束していくのは明らかで、線形化はり・柱の式に基づく剛性方程式の定式化は、Bowingを無視したより一般的な定式化といえる。したがって、ここでは線形化はり・柱の式を用いて得られる接線剛性方程式について考察する。

Bowingの影響を無視した閉じた形の剛性方程式は次のように与えられる［Goto,Y. and Chen,W.F.(1987a)］。

$$\tilde{f}_i=\overline{K}_{ij}(\tilde{N}_1)\tilde{d}_j \qquad (2\text{-}3\text{-}1)$$

上式では、簡単のため分布荷重は除いている。また、$\overline{K}_{ij}$は式(2-2-4)に示すものと同じである。接線剛性方程式は、剛性方程式の増分をとることにより得られる。まず、式(2-3-1)における節点力，節点変位成分の増分をとることで次のようになる。

$$\Delta\tilde{f}_i=\overline{K}_{ij}\Delta\tilde{d}_j+\frac{d\overline{K}_{ij}}{d\tilde{N}_1}\tilde{d}_j\,\Delta\tilde{N}_1 \qquad (2\text{-}3\text{-}2)$$

式(2-3-1)から、$\Delta \tilde{N}_1$の増分は、

$$\Delta \tilde{N}_1 = \bar{K}_{1j} \Delta \tilde{d}_j \tag{2-3-3}$$

となり、これを式(2-3-2)に代入すると接線剛性方程式が次のように得られる。

$$\Delta \hat{f}_i = \left(\bar{K}_{ij} + \frac{d \bar{K}_{ik}}{d \tilde{N}_1} \tilde{d}_k \bar{K}_{1j} \right) \Delta \tilde{d}_j \tag{2-3-4}$$

接線剛性マトリックス$\bar{K}_{ij}$ならびに$d \bar{K}_{ik} / d \tilde{N}_1$の対称性を考慮すると、式(2-3-4)の接線剛性マトリックスが対称となるためには、式(2-3-4)の中の$\tilde{d}_k \bar{K}_{1j}$が(k,j)に対して対称とならなければならない。しかしながら、$\tilde{d}_k \bar{K}_{1j}$は以下に示すように非対称となり接線剛性マトリックスは、$\tilde{d}_k$すなわち、座屈前の変形を無視しなければ対称とならないことがわかる。

$$[\tilde{d}_k \bar{K}_{1j}] = \frac{AL^2}{I} \begin{bmatrix} \tilde{u}_1 & 0 & 0 & -\tilde{u}_1 & 0 & 0 \\ \tilde{v}_1 & 0 & 0 & -\tilde{v}_1 & 0 & 0 \\ \alpha_1 & 0 & 0 & -\alpha_1 & 0 & 0 \\ \tilde{u}_2 & 0 & 0 & -\tilde{u}_2 & 0 & 0 \\ \tilde{v}_2 & 0 & 0 & -\tilde{v}_2 & 0 & 0 \\ \alpha_2 & 0 & 0 & -\alpha_2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{2-3-5}$$

先に述べたように、Chwalla,Mansur,Lu,林らによる従来の手法に対応する接線剛性方程式は、式(2-3-4)の軸剛性EAを無限大にした場合に相当し、この事実は後のLuの数値計算結果との比較において確認されるところである。

2－4　非線形座屈解析

構造物の弾性座屈特性は、分岐点や極限点等の臨界点の存在と密接に関係している。このような臨界点の存在は、構造物に関する接線剛性マトリックスのデターミナントが零の条件によって知ることができる。構造物の接線剛性方程式は、部材に関する接線剛性方程式式(2-2-7)あるいは式(2-3-4)を通常の剛性マトリックス法同様、構造物について重ね合わせることにより形成される。このようにして得られた全体構造物に関する接線剛性方程式が次の形で表されるとする。

$$\Delta F_i = \Delta K^s_{ij} \Delta u_j \tag{2-4-1}$$

ここに、ΔF_iとΔu_jは全体座標系に関して定義される等価節点力を含む節点外力及び節点変位成分の増分量である。ΔK^s_{ij}は、全体構造物に関する接線剛性方程式で、部材接線剛性方程式としてBowingの影響を考慮した式(2-2-7)を用いたときi,jに関して対称に、またこれを無視した式(2-3-4)を用いたとき、非対称となる。

この全体構造の接線剛性方程式を用いて臨界点を特定することになるが、ΔK^s_{ij}は節点軸力ならびに、節点変位成分の関数であるので、$|\Delta K^s_{ij}| = 0$の条件で臨界点を知るには、このような物理量を臨界点で正確に評価することが必要で

ある。臨界点の物理量を評価するのに、臨界点の変位が小さいということで微小変位理論が用いられる場合［林(1986)］もあるが、スレンダーな骨組では、臨界点近傍の変位が大きくなる場合もあり、その非線形性が無視できる保証はない。特に座屈前の変形の影響を調べる場合は、この臨界点での物理量の評価が重要であり、ここでは、閉じた形の非線形剛性方程式式(2-2-4)あるいは式(2-3-1)に基づき評価することにする。しかしながら、このような非線形剛性方程式を用いると臨界点では、全体の接線剛性マトリックスが特異となり、通常の荷重制御による方法では、臨界点での物理量を精度良く求めることはできない。臨界点のうち極限点の特異性は、弧長増分法［細野(1976), Riks,E.(1979)］を用いれば除去できるが分岐点は本質的な特異点であるため、接線剛性のみを用いる方法では、一般にこれを除くことはできない。分岐点での特異性は、この点で2つ以上のつり合い経路が存在することに起因している。ここで問題とする矩形骨組の場合には、対称変形モードを生ずる基本経路と横移動変形モードを生ずる分岐経路が分岐点で交差している。したがって、矩形骨組の分岐点での特異性を除くためには、横移動変形モードが生じないように、言い替えれば対称変形のみ生ずるように図2-4-1のごとく骨組を拘束すれば良いことになる［後藤、鈴木、松浦(1989)］。このようにすれば対称変形が生ずる基本経路上の物理量は分岐点も含めすべて精度良く得られる。得られた物理量を全体構造の接線剛性マトリックスに代入することで分岐点を求めることができるが、ここでは、2分法を用い$|\Delta K^{s}_{ij}|=0$を満足する荷重として有効数字5桁まで正確に分岐荷重を計算した。

２－５　従来の計算結果との比較

今回のBowingの影響を考慮した矛盾のない非線形はり・柱の式による座屈解析とBowingの影響を無視した線形化はり・柱の式による従来の解析結果とを比較し、従来の解析方法の適用限界等の問題点を明らかにする。まず、従来の解析手法によるLu,Le-Wu(1963)の結果を検討し、次にこの解析法をさらに簡略化し、座屈前の変形を微小変位理論で評価する林(1986)の結果について考察する。

（１）Lu, Le-Wu(1963)の結果との比較

先にも述べたように、Luの解析手法は、Chwalla, Mansur et al.らによる手法と同様で、Bowingの影響を無視した線形化はり・柱の式を用い、さらに部材軸線の伸張変形を無視している。また座屈前の曲げ変形は線形化はり・柱の式により計算している。

Luが計算した構造としては、図2-5-1に示すような脚ピン固定の門型骨組で、部材

の曲げ剛性は骨組内で一様である。この骨組に対して、Luは3種類のスパン長と柱長の比L_b/L_c=1,2,3を考慮している。荷重としては、はり上に等分布した鉛直荷重と柱上に集中した鉛直荷重を同時に作用させ、この2種類の荷重比を数種類に固定し、それぞれの座屈荷重を計算している。

本検討では、荷重については上述の荷重条件で座屈前の変形が最も大きくなる場合ということで、はり上に等分布鉛直荷重のみが作用する場合を検討対象とする。Luの解析と同じレベルで比較し、Bowingの影響をより明確にするために、Bowingを考慮した本解析でもLuと同様軸線の伸張変形は無視する。本解析における部材軸線不伸張の場合はEAを無限大とした場合に相当するが、数値計算上EAを無限大とすることはできないので、EAに大きい値を代入していき、座屈荷重が有効桁数5桁まで収束した値をもって、軸線不伸張の値とした。この手法の妥当性は、Bowingを無視した式(2-3-1)と式(2-3-4)を用いた場合、上記と同様の手続きでLuの解析結果に収束することにより確認した。

門型骨組の座屈解析結果として、Bowingを考慮した本解析による座屈値とこれを無視したLuの解析値を比較する形で表2-5-1に示す。この表中には参考のため、座屈前の変形の影響を完全に無視した場合、すなわち集中荷重が柱上に作用する場合に相当する値も記入している。今回の構造ではいずれの座屈値も解析方法にかかわらず水平移動分岐座屈に対応している。また、表中の座屈荷重値は、集中荷重ならびに分布荷重についてそれぞれ、

$$\gamma = P_{\Sigma cr}/(2EI_c/L^2_c) \quad (P_\Sigma = P(\text{集中荷重}),\ P_\Sigma = p_y L_b(\text{分布荷重})) \qquad (2\text{-}5\text{-}1)$$

として無次元化した値で記入している。なお、文献Lu,Le-Wu(1963)に示されている座屈値は正確でないため、ここでは、同じ文献で誘導されている特性方程式を用いて本論文で正確に計算し直した座屈値をLuの結果として示している。

表2-5-1からわかるように、Bowingの影響を考慮したより統一性のある解析を行うと、Chwalla, Luが指摘したような座屈前の変形を考慮した座屈値が、これを無視した場合の座屈値より低下するという事実は必ずしも認められない。すなわち、Luの結果においては、座屈前の変形を考慮すると、これを無視した場合に比べ L_b/L_cが大きな値ほど座屈荷重がより低下する傾向を示す。一方、Bowingを考慮すると、L_b/L_cが最も大きい3の場合には、座屈値は座屈前の変形を無視した場合を上回り、L_b/L_cが最小である1の場合には、Luの結果よりさらに低下するという全く異なった傾向を示す。

（２）林(1986)の結果との比較

林の結果は基本的にChwalla, Mansur, Luらの手法と同様であるが、座屈前の変形を微小変位理論で計算するという点において近似、簡略化がなされている。ここでは、林が行った計算のうち、図2-5-2に示す門型骨組の結果について検討する。この

場合も、部材軸線の伸張は無視されており、本解析では（1）に説明した方法で対処する。

門型骨組としては、脚完全固定と脚ピン固定の2種類の構造を扱っており、支配構造パラメータである

$$k=\frac{I_b}{I_c}\ \frac{L_c}{L_b},\quad \ell=\frac{L_b}{L_c} \tag{2-5-2}$$

については、それぞれ5種類と3種類の数値を与え、これらの全組み合わせを考慮している。鉛直荷重としては、初期曲げモーメントによる変形の影響が最も大きく現れるはり中央に集中荷重Pが作用する場合と、Luと同様はり上に等分布荷重p_yが作用する場合について扱っている。

このような構造に対して、Bowingの影響を考慮した本解析手法を適用した結果を林の結果と比較する形で表2-5-2に脚がピン固定の場合を、表2-5-3に脚が完全固定の場合をそれぞれまとめている。またこれらの表には表2-5-1と同様、座屈前の曲げ変形が生じない柱上のみに集中荷重が作用する場合の座屈値を参考として記入しているが、このときの支配パラメータはkのみである。また、表中の座屈荷重値は式2-5-1により無次元化した値で記入している。

表2-5-2より脚ピン固定の門型骨組について考察する。この場合いずれも座屈荷重は、水平移動分岐荷重に対応する。Luとの比較において見られたのと同様この場合も、Bowingの影響を考慮すると$\ell=L_b/L_c$が大きくなる($1/\ell$が小さくなる)につれて座屈荷重が上昇し、これを無視すると減少するという逆の傾向を示している。特に集中荷重がはり中央に作用する場合、$1/\ell\leqq 0.5, k\leqq 0.5$ではBowingの効果を考慮した場合の座屈荷重は初期曲げ変形を全く無視した場合のものに比べて大きくなる。しかしながら、検討されているパラメータの範囲ではBowingの影響の考慮の有無による値としては座屈荷重値の差は1割以内である。

次に、脚完全固定の場合を表2-5-3より考察する。この場合、表2-5-2と異なり、解析においてBowingを考慮するか否かによって座屈挙動は大きく異なってくる。林の計算結果によるといずれも水平移動分岐座屈荷重が求められているが、本解析によれば$k, 1/\ell$組み合わせにより3種類の非線形挙動が現れる。すなわち、$k, 1/\ell$の大きい領域では林の結果と同様水平移動分岐座屈で、$k, 1/\ell$が小さくなるにつれて、対称変形のまま生ずる屈服座屈に移行する。$k, 1/\ell$がさらに小さくなると座屈現象は生じず、単調増加挙動を示し座屈荷重は求められない。したがって、当然ながら本解析で水平移動分岐座屈を生じない屈服の場合の座屈値は林の値とかなり異なっている。このように林の解析結果が本解析結果と異なり水平移動分岐座屈が常に求められた原因は次のように説明することができる。

図2-5-3に示すつり合い経路の概念図をもとにすると、屈服座屈の発生は非対称変形を生ずる経路に到達する以前に対称変形を生ずる基本経路において極限点が現れ、

分岐経路と交差しないことに起因している。この場合林のように、微小変位理論を用いて座屈前の変形を解析することは、基本経路を図2-5-3の破線で示した線形と仮定することに相当する。したがって、基本経路上には極限点は存在せず、必ず非対称変形を生ずる経路と交差し分岐座屈が求められることになる。なお、屈服座屈現象はChwalla, Mansur et al.やLuのようにBowingの影響を無視した線形化はり・柱の式を用いても、座屈前の変形評価にも同じ式を用いれば解析値の精度の点は別として、一応解析できる。一方、本解析で現れた単調増加の現象はBowingの影響を考慮した解析法に特徴的なもので、他の解析法では出現しない。以上のような門型骨組における各種非線形挙動の発生については次節で詳細に検討する。

2－6　座屈前に曲げ変形を生ずる門型骨組の座屈挙動

前節で、座屈前に曲げ変形を生ずる門型骨組では、構造パラメータの組み合わせにより、分岐座屈、屈服座屈、及び単調増加の3種類の非線形挙動が現れることを示した。ここでは、このような3種類の非線形挙動が生ずる領域を構造パラメータについて明らかにする。座屈解析では、Bowingの影響を考慮した部材剛性方程式式(2-2-4)と部材接線剛性方程式式(2-2-7)を用いるが、比較のため、Bowingを無視した式(2-3-1)と式(2-3-4)によっても座屈解析を行い得られる領域の差異についても考察した。

解析対象としては前節で扱った図2-5-2の門型骨組である。なお、今回の解析ではより一般性を持たせるためいずれの解析法でも軸線伸張を考慮する。本解析では、軸線の伸張も考慮するので図2-5-2で用いた構造についての支配パラメータは最大限次のようになる。

$$k=\frac{I_b}{I_c}\,\frac{L_c}{L_b},\quad \ell=\frac{L_b}{L_c},\quad \tilde{a}=\frac{A_b}{A_c},$$

$$\lambda_c=\frac{L_c}{\sqrt{I_c/A_c}},\quad \tilde{c}=\frac{I_c}{A^2{}_c} \qquad (2\text{-}6\text{-}1a\sim e)$$

k, ℓは、前節で示したパラメータであり、$\tilde{a}, \lambda_c, \tilde{c}$は軸線伸張変形を考慮することで新たに考えうるものである。式(2-6-1)に示したパラメータの値として、一般的な門型骨組を対象とした考察から、次の範囲のものを扱う。

$$0.1\leqq k\leqq 5,\quad 0.5\leqq \ell \leqq 3,\quad 0.2\leqq \tilde{a} \leqq 3,$$

$$10\leqq \lambda_c\leqq 130,\quad 0.3\leqq \tilde{c} \leqq 6 \qquad (2\text{-}6\text{-}2a\sim e)$$

各パラメータの境界でのすべての組み合わせで座屈解析を行った結果、式(2-5-2)に示す無次元化座屈荷重に及ぼすk, ℓ以外のパラメータ$\tilde{a}, \lambda_c, \tilde{c}$の影響が比較的に小

さいことが判明したので、ここでは、$\tilde{a}$, λ_c, $\tilde{c}$の値をほぼ平均的なものとして次の値に固定し、k, ℓのみ変化させて検討する。

$$\tilde{a}=1,\quad \lambda_c=40,\quad \tilde{c}=2.5 \qquad (2\text{-}6\text{-}3a\sim c)$$

座屈解析の結果得られる骨組の挙動は、前節に述べたような3種類の挙動に分類されるが、これらの挙動を脚完全固定の門型骨組のはり中央に集中荷重が作用したときのつり合い経路を例として示すと図2-6-1(a)~(c)のようになる。図2-6-1(a),(b)は座屈挙動を示しており、それぞれ分岐座屈と屈服座屈に対応し、また図2-6-1(c)は座屈挙動を示さず単調増加となる場合である。このような3種類の挙動が生ずる領域を図2-5-4に示す各構造について主要なパラメータk, ℓに関して示すと図2-6-2(a),(b)、図2-6-3(a),(b)のようになる。この図の中には、Bowingの効果を無視した結果を破線で図示している。

図2-6-2,2-6-3よりパラメータk, ℓの図示した範囲では、荷重条件によらず脚完全固定の門型骨組ではすべて図2-6-1(a)~(c)に示す3種類の挙動を示すが、脚ピンの場合には分岐座屈と屈服座屈のみを示す。いずれもパラメータℓが大きいほど、またkが小さいほど屈服座屈は生じやすいが、これがさらに極端になると脚固定の場合、屈服座屈が生じず単調増加状態となる。なお、以上の傾向は座屈前の曲げ変形が最も大きいはり上に集中荷重が作用する場合に顕著になる。

Bowingを無視した場合には、これを考慮した場合とかなり異なり、いずれも分岐座屈と屈服座屈現象のみを示し、単調増加は現れない。また分岐座屈現象と屈服座屈現象の境界もBowingを考慮した場合に比べ上の方に大きくずれており、パラメータℓの値が大きい場合、またkが小さい場合、Bowingを無視した解析法の精度に問題が生ずる可能性がある。

弾性座屈荷重は、実用的には設計における有効座屈長の評価に使用される。現行の有効座屈長は、Bowingの影響を無視した線形化はり・柱の式を用い、座屈前の曲げ変形を完全に無視する近似的な方法で算定されており、本節で扱った門型骨組ではすべて水平移動座屈荷重によって決まる。したがって、図2-6-2(a),(b)、図2-6-3(a),(b)において屈服座屈あるいは単調増加が生ずる領域では、従来の有効座屈長の精度は疑わしく、その適用限界には十分注意する必要がある。実際に、都市内高架橋では、用地等の制約から柱の高さにくらべてはりの長さが大きい門型橋脚もあり、このような場合には、その座屈特性に注意して設計する必要があるといえる。

2－7　まとめ

座屈前の曲げ変形の影響を考慮した平面骨組の座屈解析をはり・柱理論の枠内で統一のとれた形でしかも精度良く行う方法を提示した。

ここで提示する手法は、Chwallaに始まる従来の手法と異なり、軸歪の評価にBowingの影響を含めているため、座屈前の変形を考慮する場合も接線剛性マトリックスは対称となり弾性体における停留ポテンシャルエネルギーの原理を満足している。さらに、本手法はべき級数表現の閉じた解に基づく剛性方程式、接線剛性方程式を用いることから、三角関数、双曲線関数からなる安定関数を用いた場合に生ずる軸力の正負による表現の変化ならびに軸力が微小な場合の数値計算上の特異性が全く現れず常に安定した精度の良い計算が可能となる。このような統一のとれた、しかも精度の良い計算法を用い、門型骨組の座屈における初期曲げ変形の影響を詳細に検討した。この結果、初期曲げを受ける門型骨組の非線形挙動は、構造物の支配パラメータにより水平移動分岐座屈，屈服座屈，単調増加の3種類の挙動に分類されることが判明した。また、実際的な門型骨組においてこれらが生ずる場合を構造パラメータを用いて明らかにした。

一方、Chwalla, Mansur et al., LuらによるBowingを無視した手法では、水平移動分岐座屈，屈服座屈しか現れず、またこれが発生する構造パラメータ領域も、Bowingを考慮した場合とはかなり異なっている。座屈前の変形を微小変位理論で計算する手法や座屈前の変形を完全に無視する場合は、さらに近似が導入されているためいずれも非線形挙動は水平移動分岐座屈として座屈値が求められる。

門型骨組の座屈現象として最も一般的な水平移動座屈荷重値については、Bowingの影響を無視した従来の解析法によると、座屈前の曲げ変形を考慮するとこれを無視した場合に比べ座屈荷重は必ず低下し、この傾向は、柱の高さに比べスパン長が大きいほど顕著になる。しかしながら、Bowingを考慮した本解析手法によれば、このような傾向は必ずしも認められず、逆に柱高さに比べスパン長が大きくなると、座屈前の変形を無視した場合よりも座屈荷重が上昇することも有り得る。

以上のように、Bowingの影響を座屈解析に考慮するか否かにより、実用的な門型骨組においても、構造パラメータの範囲によってはその座屈特性が著しく異なる可能性がある。このようなとき、Bowingを考慮した場合のほうがより実状に即していることを考えるとBowingの影響を無視した従来の解析結果は座屈前の曲げ変形の考慮の有無によらず実際の座屈挙動を正確に表現していない可能性があり、その適用範囲には注意する必要があるといえる。

第３章　半剛結骨組の臨界挙動特性

３－１　まえがき

従来、骨組構造の設計では、はりと柱の結合部が完全に剛結構造またはピン構造とモデル化され設計されているが、実際の骨組の結合部は、半剛結(Semi-Rigid)と考えるのがより妥当である。しかしながら、結合部の構造が剛結モデルとして設計される場合は、必要以上に補剛されることが多く、ピン結合モデルの場合は、実際の構造が持っている剛性が設計上無視されるので、いずれも不経済な設計となる可能性が高い。したがって、近年、欧米を中心に、はりと柱の結合部を半剛結とし、その剛性を考慮し、より経済的でかつ合理的な設計を確立する動きがみられる[Jones,S.W. et al.(1983), Chen,W.F.,editor(1985), Chen,W.F.,editor(1987), Bjorhovde,R. et al.(1987), Anderson,D., et al.(1989)]。

骨組を部材単位で設計をする場合、材料非線形に起因する部材の非弾性特性は、部材照査式の中に取り込まれ、断面力ならびに有効座屈長の算定では、幾何学的非線形性のみ考慮されることが多い[AICE(1986)]。しかしながら、半剛結骨組では、はりと柱の結合部の非弾性特性が低荷重から現われるため、従来の部材単位の設計を行なう場合でも、安定性照査には幾何学的非線形性の他に少なくとも結合部の非弾性特性を考慮する必要がある。このような、安定照査法を確立するためには、まず、剛結構造、ピン構造に比べ複雑な挙動を示す半剛結骨組の非弾性臨界挙動の特性を検討しなければならない。また、半剛結骨組を部材単位で設計する場合、少なくとも、継手の特性を考慮した、断面力ならびに、有効座屈長算定のための非弾性有限変位解析の整備が必要である。

この章では、継手の非弾性特性をより厳密に考慮し、さらに半剛結骨組の臨界挙動をより正確に解析し、安定照査法を確立する上で重要な情報を得るために、後座屈領域を含めた矩形骨組の正確な安定特性について明らかにすることを目的とする。

骨組の結合部については、はりと柱の継手自体の挙動に関して近年、実験結果の集積が計られ、各地でデータバンク[Goverdhan,A.V.(1983), Kishi,N. and Chen,W.F.(1986)]の整備も進められており、これを利用したより実状に即した解析も可能な状態になりつつある。したがって、低荷重から現われる継手の非線形挙動については、これらデータバンク中の実験値を用いてできるだけ正確に扱う。一方、はり・柱部材については、問題を単純かつ明解にするため、幾何学的非線形性のみを考慮する。このはり・柱部材は、実用上極端に大きな変形状態まで解析する必要がないことから、比較的変位が小さい場合十分な精度を持つ第２章で誘導した非線形

のはり柱の式を適用する。

この章で行う具体的な検討内容を次に示す。

①設定した解析モデルの範囲内で、複合非線形性を厳密に取り込んだ、閉じた形の剛性方程式ならびに、接線剛性方程式を用いた離散化式を使用して、半剛結骨組の極限点のみならず、非弾性分岐挙動も正確に解析するための数値計算手法を提示する。

②二、三の半剛結骨組完全系ならびに不完全系を解析することにより、矩形骨組を中心に水平荷重による不完全性および幾何学的初期不整がその非弾性臨界挙動に及ぼす特性を考察する。また、①の解析手法の妥当性についても検証を行う。

③従来の近似的な結合部の構成則を用いた安定解析の精度を検討する意味から、線形弾性モデル [Romstad,K.M. and Subramanian,C.V.(1970), Yu,C.H. and Shanmugam,N.E.(1986), Simitses,G.J. and Vlahinos,A.S.(1985)] 、非線形弾性モデル [Ackroyd,M.H.(1979), Simitses,G.J. and Vlahinos,A.S.(1985)] によって得られる解析結果とより正確な非弾性モデルとの差異について考察する。

④半剛結骨組では、ピン結合や剛結骨組と異なり荷重条件によりその臨界挙動は複雑となり明確にされていないので、その特性をより詳細に検討する。

⑤繰り返し風荷重により結合部に生ずる荷重履歴が後の臨界挙動に及ぼす影響について検討する。

⑥半剛結部の結合部の特性は、既往の実験結果より異なる。したがって、半剛結骨組の結合部の特性が臨界挙動に及ぼす影響について検討する。

以上の結果をもとに、さらに半剛結骨組の安定照査の方向づけについても考察する。

なお、はりと柱の結合部の変形挙動については、従来と同様曲げモーメントによる相対回転角が支配的であると考え、解析ではこれのみを考慮している [Goto,Y., Suzuki,S. and Chen,W.F.(1989), 後藤、鈴木、松浦(1889)] 。

3－2　結合部のモデル化

半剛結骨組の解析には、はり・柱部材のほかに結合部の剛性方程式および接線剛性方程式が必要である。このうち、はり・柱部材については第2章で誘導した通りである。ここでは、結合部について述べる。結合部の剛性方程式および接線剛性方程式を誘導するには、結合部のモデル化を行う必要がある。結合部のモデル化については、単調増加荷重下の$M\text{-}\theta_r$関係のモデル化と単調増加荷重下の$M\text{-}\theta_r$関係をもとにその後の履歴挙動を推定するモデル化に分けて述べる。

（１）単調増加荷重下の結合部のモデル化

ここでは、はりと柱の結合部の変形挙動において、曲げモーメントによる相対回転が支配的であると考え、モーメントMに対して相対回転θ_rを生ずる回転バネとして構成則のモデル化を行う。従来の座屈解析で用いられたばねの構成則は、大半が非線形弾性モデルで、しかも、モーメントと相対回転角の関数形状（M-θ_r関係）をバイリニア［Romstad,K.M. and Subramanian,C.V.(1970), Yu,C.H. and Shanmugam,N.E.(1986)］,トリリニア［Poggi,C. and Zandonini,R.(1987)］,３次関数［Simitses,G.J. and Vlahinos,A.S.(1985)］等非常に簡単な関数で近似している。したがって従来のモデルでは除荷が生ずる座屈後の挙動や座屈前の荷重履歴の影響は解析できない。また除荷が生じない場合も、上記のような単純な関数近似では継手の挙動が精度よく再現されている保証もない。したがって、ここでは、実際の継手挙動をより反映した解析を行なうため、現状で可能な限り正確な構成則を用いる。近年、各種継手に関する単調増加荷重下のM-θ_r関係の実験データがデータベース化され比較的容易に利用できることを考慮して、まず、単調増加荷重下のM-θ_r関係については正確なデータベース中の関係を用いることとする。このデータベース［Kishi,N. and Chen,W.F.(1986)］では、実験値は、次の指数関数と、線形関数とを用いた修正Exponential モデル［Chen,W.F. and Lui,E.M.(1985)］により、精度よく表されている。

$$M=k_M(\theta_r)=\sum_{i=1}^{m}A_i\{1-\mathrm{Exp}\,(-\frac{\theta_r}{2ic})\}+\sum_{i=1}^{n}R_iH(\theta_r-T_i)(\theta_r-T_i) \qquad (3\text{-}2\text{-}1)$$

ここに、A_i,R_i,T_iは、各種継手に固有な定数で最小二乗法により定められる。$H(x)$は、$x\geqq 0$で$H(x)=1$,$x<0$で$H(x)=0$となる階段関数である。また、cは、スケーリングファクターで、数値計算が不安定にならないように定められている。θ_rは、回転ばね要素節点の回転角を用いて$\alpha_1-\alpha_2$で表される。この修正Exponentialモデルが実験値を忠実に表している例は、第３章第４節で示すことにする。

継手の構成則が式(3-2-1)のように$M=k_M(\theta_r)$で表される場合、継手の接線剛性方程式は次のようになる。

$$\Delta M_i=\Delta k_{Mij}\Delta\alpha_j \qquad (i,j=1,2) \qquad (3\text{-}2\text{-}2)$$

ここで、Δk_{Mij}は、たとえば式(3-2-1)の修正Exponential Modelの構成則で表される結合部が降伏曲線上で負荷される場合には、次のように表される。

$$\Delta k_{M11}=\Delta k_{M22}=-\Delta k_{M12}=-\Delta k_{M21}=\sum_{i=1}^{m}A_i\{\frac{1}{2ic}\mathrm{Exp}(-\frac{\theta_r}{2ic})\}+\sum_{i=1}^{n}R_iH(\theta_r-T_i) \qquad (3\text{-}2\text{-}3)$$

また、単調増加荷重下の$M-\theta_r$関係が式(3-2-1)で表される場合には、その初期剛性k^I_Mは、次のようになる。

$$k^I_M = \sum_{i=1}^{m} \frac{A_i}{2ic} \tag{3-2-4}$$

（２）履歴挙動を考慮したはりと柱の結合部の構成則

単調荷重下のはりと柱の結合部の挙動については、可能な限り実験値に基づく正確なものを用いるが、履歴挙動については、実験結果が非常に少ないため、実験値に基づくモデルを設定することは、現状では困難である。したがって、文献Goto,Y., Suzuki,S. and Chen,W.F.(1989), 後藤、鈴木、松浦(1989)では、履歴挙動を表すためには、二、三の実験値［Popov,E.P.(1987), Davison,J.B. et al.(1987)］を参考にして、単純なIndependent Hardening モデル［Chen,W.F. and Saleeb,A.F.(1982)］を用いた。このモデルは、１サイクル程度の負荷、除荷、逆方向載荷による挙動は矛盾なく表されるが、一般的な場合ということで多数サイクルの履歴挙動をともなうたとえば風荷重への適用には問題がある。したがって、この欠点を克服するために、本論文では最初の除荷が生じた以後の結合部の挙動は連続体に対するDafaliasとPopovによるBounding Surface モデル［Dafalias,Y.F. and Popov,E.P.(1976)］を準用する。このモデルでは、曲げモーメントと塑性相対回転角の関係における塑性接線剛性k^P_Mを次の関数で近似する。

$$k^P_M = k^b_M + h\,\delta / (\delta_{in} - \delta) \tag{3-2-5}$$

ここに、hは硬化形状パラメータ、k^b_Mは境界線(Bounding line)の勾配であり、おのおの単調増加荷重下の実験値より決定される。δは、当該塑性相対回転角における曲げモーメント-塑性相対回転角曲線と境界線間の曲げモーメントの差を表す。また、δ_{in}は各載荷プロセス開始時のδの値を示している。なお、上記諸量は図3-2-1に示されている。図3-2-1より、以下の関係が成立する。

$$\delta = \delta_{in} + k^b_M \theta^P_r - M \tag{3-2-6}$$

θ^P_rは結合部の相対回転角θ_rの塑性部分で、初期剛性k^I_Mを用いることで、次のように表される。

$$\theta^P_r = \theta_r - M / k^I_M \tag{3-2-7}$$

一方、塑性接線剛性k^P_Mはθ^P_rにより

$$k^P_M = \frac{\partial M}{\partial \theta^P_r} \tag{3-2-8}$$

と表されるので、式(3-2-8)は式(3-2-5)と式(3-2-6)を代入することで積分でき、モーメント-塑性相対回転角関係は次のようになる。

$$M = (k^b_M - h)\,\theta^P_r - \delta_{in}\,\ell n\,[1 + (k^b_M \theta^P_r - M) / \delta_{in}] \tag{3-2-9}$$

ここで、硬化形状パラメータhは単調増加荷重下の実験値と最も良く一致するように

決定される。

３－３　非弾性臨界挙動の数値解析

（１）　非線形離散化式の解法

半剛結骨組の全体系の解析は、はり柱部材の剛性方程式と継手の剛性方程式を用いて、通常の剛性法の手順で形成される全体系の剛性方程式を用いてなされる。解となるつり合い経路は、このように形成された非線形の離散化式を数値的に解くことによって得られる。しかしながら、弾性問題同様、完全系ではつり合い経路上に分岐点が存在するので、分岐点以外の非線形つり合い経路を求めるための計算の他に、分岐点および近傍を解析する計算が特に必要になる。

従来の半剛結骨組の解析では、主として不完全系が扱われており、分岐点解析を含まない、非線形つり合い経路を追跡する手法が報告されていなるに過ぎない。さらに、これらは、収束過程を含まない、荷重増分法 [Cook,N.E.(1983), Poggi,C. and Zandonini,R.(1987)] 、荷重増分法と割線剛性を用いる繰り返し代入法 [Romstad,K.M. and Subramanian, C.V.(1970), Simites,G.J. and Vlahinos,A.S.(1985), Ackroyd,M.H.(1979), Yu,C.H. and Shanmugam,N.E.(1986), Goto, Y. and Chen,W.F.(1987), Poggi,C. and Zandonini,R.(1987)] 、またはニュートン・ラプソン法 [Lui,E.M. and Chen,W.F.(1986)] とを組み合せた手法を用いているため、分岐点はいうまでもなく極限点においても接線剛性行列が特異となり、正確な臨界挙動は解析できていない。

ところで、半剛結骨組の継手の非弾性構成則が式(3-2-1)のようにひずみ増分型でなく全ひずみ型で与えられている。これに注目すると、非線形つり合い経路の計算は、継手の荷重履歴を考慮すれば、分岐点解析を除き実質的には、弾性問題とほぼ同様の扱いで精度良く解析できると考えられる。

ここでは、分岐点以外の非線形つり合い経路の解析には極限点を含む非線形つり合い経路の解析に有効な弧長増分法とニュートン・ラプソン法を併用した標準的な手法 [細野(1976), Riks,E.(1979)] を用いる。ただ、分岐点からの分岐つり合い経路の計算においては、標準的な弧長増分法では、収束計算ができない場合があり、このときには、スケーリングパラメータとして、各ステップごとに前収束増分量でスケーリングをし、安定な収束計算を行う。

非弾性構造物の分岐点の解析については、その点で除荷挙動を伴うことが多く、剛性変化が不連続に起るため、弾性体に比べ非常に複雑になる。分岐点の解析は、分岐点自体の特定と、その後の分岐経路の追跡から成り立っているが、弾塑性体の分岐ならびに、安定に関する一般理論は弾性体 [Tompson,J.M.T. and Hunt,G.W.(1

973)］に比べて少なく［中村(1982)］、Hillの唯一性に関する十分条件と安定性に関する条件［Hill,R.(1958)］があるのみである。ここでは、これらの条件と、第2章で誘導した剛性方程式と接線剛性方程式とを用いる範囲で可能な限り精密な解析を行う。まず、Hillの条件式を半剛結骨組を対象に、接線剛性方程式を用いて書き変える。次に、この条件式により分岐が生ずるときの半剛結骨組の挙動について考察する。さらに、これらの情報をもとに、分岐点を特定する数値計算方法と、その後の分岐経路を追跡する方法について説明する。

（２）解の唯一性の条件と半剛結骨組解析への適用

分岐点は、解の唯一性のくずれる点として、把握される。弾塑性体の解の唯一性に関する条件は、連続体に関してHillによって与えられているが、ここでは、離散化解析に便利なように、まず、接線剛性方程式を用いて書き表すことを考える。次に、半剛結骨組のモデルに特定して、この条件を書き改め、分岐挙動を考察する。

あるつり合い経路上の点から、全体系に関する増分型の剛性方程式が、基本経路ならびに分岐経路に関して次のように表されるとする。

$$\Delta F_i=\Delta K^f_{ij}\Delta u^f_j,\quad \Delta F_i=\Delta K^b_{ij}\Delta u^b_j \qquad (3\text{-}3\text{-}1a,b)$$

ここに、上添字f,bはそれぞれ基本経路ならびに分岐経路に関するものである。

分岐経路が存在すれば、式(3-3-1a,b)が同時に成立するので

$$\Delta K^b_{ij}\Delta u^b_j-\Delta K^f_{ij}\Delta u^f_j=0 \qquad (3\text{-}3\text{-}2)$$

さらに、両辺に$\Delta u^b_i-\Delta u^f_i$を乗じ変形すると次式が得られる。

$$\begin{aligned}\Delta \Pi=&(\Delta u^b_i-\Delta u^f_i)\Delta K^f_{ij}(\Delta u^b_j-\Delta u^f_j)\\&+(\Delta u^b_i-\Delta u^f_i)(\Delta K^b_{ij}-\Delta K^f_{ij})\Delta u^b_j=0\end{aligned} \qquad (3\text{-}3\text{-}3)$$

式(3-3-3)が分岐が生ずるときの条件式で、逆に解の唯一性が成立するための十分条件は安定性の条件も考慮して次式で与えられる。

$$\Delta \Pi>0 \qquad (3\text{-}3\text{-}4)$$

これが、Hillのつり合いの唯一性に関する条件を接線剛性方程式で表したものである。

さらに、半剛結骨組に関する本モデルに対して使いやすい形に$\Delta\Pi$を書き変える。本モデルに対しては、はり・柱部材は弾性で継手のみを非弾性としている。つまり、ΔK^f_{ij}とΔK^b_{ij}とで変化するのは、継手の接線剛性のみで式(3-3-3)の右辺第２項は、簡略化され、次のようになる。

$$\begin{aligned}\Delta \Pi=&(\Delta u^b_i-\Delta u^f_i)\Delta K^f_{ij}(\Delta u^b_j-\Delta u^f_j)\\&+\sum_{e=1}^{n}(\Delta k^b_{Me}-\Delta k^f_{Me})(\Delta \theta^b_{re}-\Delta \theta^f_{re})\Delta \theta^b_{re}\end{aligned} \qquad (3\text{-}3\text{-}5)$$

ここに、Δk_Mは第３章第２節の構成則で定義される継手の接線剛性で$\Delta\theta_r$は継手の相対回転角増分である。また、Δk_Mの上添字b,fは式(3-3-1)において定義したも

のと同様で、下添字eははりと柱の結合部の番号、n_c は結合部の総数である。右辺第2項のΣはeについて総和をとることを意味しており、この部分のみ総和規約は適用しない。

次に、式(3-3-3),(3-3-5)の範囲内で、分岐が発生するときの半剛結骨組の挙動に関して得られる情報について考察する。

(3) Hillの唯一性の条件に基づく分岐挙動の検討

非弾性構造で、分岐が生ずるための条件はHillの条件の対偶として与えられ、式(3-3-5)の$\Delta\Pi$が零となることである。この条件の範囲だけでも、分岐発生と、分岐時の結合部の挙動に関して、数値計算を実施する上での重要な情報が得られる。
ここでは、主要な場合ということで、矩形骨組のはり上に分布荷重が作用する場合と、柱上に集中荷重が作用する場合について、これらが単調増加するときの分岐挙動の解析を実施する上で必要な具体的な情報について以下に検討してみる。なお、実際的な計算例については、第3章第5節の初期不整と座屈挙動のところで示す。

a)はり上に鉛直荷重が作用する矩形骨組

Hillの条件から知られているように、分岐は$|\Delta K^f_{IJ}|=0$となる接線係数荷重以上で生ずる。ここではまず、接線係数荷重で分岐が生ずる条件を考察してみる。接線係数荷重以下ではΔK^f_{IJ}は、正値対称マトリックスであり、式(3-3-5)の第1項目は、この2次形式であるので、接線係数荷重において次の関係が成立する。

$$(\Delta u^b_I-\Delta u^f_I)\Delta K^f_{IJ}(\Delta u^b_J-\Delta u^f_J) \geq 0 \qquad (3\text{-}3\text{-}6)$$

次に、式(3-3-5)の第2項に着目する。はり上に鉛直分布荷重が作用する場合、基本つり合い経路上では、はりと柱の結合部ではすべて負荷状態にあるのは明らかで、Δk^f_{Me}は負荷剛性をとる。一方、分岐経路上においては、水平移動座屈の変形モードを考慮すると、負荷される結合部のほかに、除荷される結合部も考えられる。負荷される結合部では、$\Delta k^b_{Me}=\Delta k^f_{Me}$となり式(3-3-5)のΣ内の対応する項は零となる。逆に除荷される結合部では、$\Delta k^b_{Me}>\Delta k^f_{Me}$でかつ$\Delta\theta^b_{re}\leq 0$, $\Delta\theta^f_{re}\geq 0$であるので、式(3-3-5)の第2項について次式が成立する。

$$\sum_{e=1}^{n_c}(\Delta k^b_{Me}-\Delta k^f_{Me})(\Delta\theta^b_{re}-\Delta\theta^f_{re})\Delta\theta^b_{re}\geq 0 \qquad (3\text{-}3\text{-}7)$$

特に上式で、等号が成立するのは、除荷される結合部で、$\Delta\theta^b_{re}$が零のときである。分岐が生ずるためには、式(3-3-3)より$\Delta\Pi=0$でなければならず、式(3-3-5)からわかるように、これは、式(3-3-6),(3-3-7)で同時に等号が成立する場合に限られる。式(3-3-7)の等号が成立する場合は、先の説明からわかるように除荷される結合部で分岐の瞬間には$\Delta\theta^b_{re}=0$、すなわち、相対回転角増分が零でなければならない。一方、式(3-3-6)は、$(\Delta u^b_J-\Delta u^f_J)$が$\Delta K^f_{IJ}$の零固有値に対応する固有ベクトルと一致する場合に零となり、$\Delta\Pi=0$を満足する。以上をまとめると、接線係数荷重で

分岐が発生する場合には、分岐方向で除荷する結合部は分岐の瞬間、相対回転角増分が生じず、かつ($\Delta u^{b}{}_{J}-\Delta u^{f}{}_{J}$)は接線係数荷重における$\Delta K^{f}{}_{IJ}$の固有ベクトルとなる。

接線係数荷重以上では、式(3-3-6)の左辺は、負になり得るので式(3-3-7)の左辺が正となっても分岐するための必要条件$\Delta\Pi=0$を満足し得る。したがって、接線係数荷重以上で分岐する場合には、分岐方向で除荷する結合部は、分岐の瞬間においても除荷しうる。

b）柱上に鉛直集中荷重が作用する矩形骨組

柱上に単調増加集中荷重が作用する場合、結合部に分岐前に負荷されるか否かでさらに２つの場合に分けられる。分岐前に結合部が負荷されない場合は、各柱に作用する荷重比と、柱の断面積比が等しい場合である。このとき柱の変形が一様であるため、分岐前には、はりと柱の結合部に力は作用しない。

分岐前に結合部が負荷されるのは、２径間以上の骨組で柱の荷重比と断面積比とは等しくないが、構造ならびに、荷重が、軸対象となる場合である。

実際の構造では、１径間の構造に限って前者の場合となり、２径間以上では、一般に、後者の場合となる。ただ、柱の軸線の変形を無視すると、全て前者の場合となる。分岐前に結合部が負荷される場合の分岐挙動については、すでにａ）で述べたとおりであるので、ここでは、結合部が負荷されない場合について考察する。

分岐前に結合部が負荷されない場合には、基本経路,分岐経路方向とも結合部の剛性は初期剛性となり、$\Delta k^{b}{}_{Me}=\Delta k^{f}{}_{Me}$となるので式(3-3-5)の第２項は、常に零となる。第１項は、接線方向での固有ベクトルと($\Delta u^{b}{}_{J}-\Delta u^{f}{}_{J}$)が一致した場合、接線係数荷重で零となり得るので、接線係数荷重は分岐が生ずるための条件を満足している。すなわち、この場合は、除荷が生じないので、継手を弾性モデルとした場合とその挙動は一致し、接線係数荷重で弾性体と等しい対称分岐が生ずる。

分岐前に結合部が負荷される場合の分岐挙動は、基本的には、ａ）で述べた通りである。しかしながら、集中荷重が柱に作用する場合、分岐前の柱の変形は非常に小さく、この各柱間の相対変形によって生ずる結合部の変形はさらに小さい。したがって、除荷，負荷による結合部の剛性変化は微小で、これを考慮するとかえって計算が不安定となる場合がある。このような場合、分岐時、除荷が生じないと考え、分岐前に継手が負荷されない場合と同じ方法で分岐の解析を行う。

（４）最小分岐荷重の特定と分岐経路の追跡

(3)の説明からわかるように、半剛結骨組の分岐点の解析では、まず分岐が生じ得る荷重の下限を規定する接線係数荷重を求めることが必要である。

(3)b)で述べた分岐前に結合部が負荷されない場合には、その挙動は結合部を弾性とした場合と同様で、接線係数荷重で対称分岐が生じ、その後の分岐経路の追跡も

弾性体に準ずる手法［Tompson,J.M. and Hunt,G.W.(1973)］を用いれば良い。しかしながら、分岐経路方向で除荷が生じる場合には、一般に接線係数荷重の特定のほかに、この荷重以上で、(3)a)で述べたような、分岐時の挙動を満足する点としての分岐点および分岐経路を特定することがさらに必要となる。多自由度系となる本構造では、接線係数荷重、ならびに分岐点はいずれも解析的に特定できず、以下、これらを数値的に算定する方法について述べる。

第２章で述べたように接線係数荷重は、$|\Delta K^{f}{}_{ij}|=0$となる特異点を求めることに帰着されるが、この点は極限点と異なり本質的に特異となるため、弧長増分法を用いても、接線係数荷重近傍では計算が不安定となり、接線剛性のみでは厳密に接線係数荷重を求めることはできない。これを厳密に計算する場合、一般には、剛性方程式の２次以上の高次の微係数を用いなければならない［Tompson,J.M.T. and Hunt,G.W.(1973)］。しかしながら、この手法では、多自由度系の場合非常に繁雑となり適当でない。ここでも、剛結骨組の場合と同様第２章第４節で述べたように基本形路上の変形の対称性に着目し、接線剛性のみを用いて、数値的な意味で正確に接線係数荷重を計算することができる。

先に述べたように接線係数荷重が求まっても、分岐経路方向で除荷が生ずる場合、それは分岐可能な下限の荷重を与えるだけで、この点が分岐荷重であるとは限らない。このような場合、最小分岐荷重を特定するためには、接線係数荷重以上で、(3)で述べた条件を満足する点を数値的に求める必要がある。

はじめに、接線係数荷重での分岐可能性を述べる。この荷重で分岐するためには、(3)a)で述べたように分岐方向で除荷が生ずる結合部が、分岐の瞬間、増分変形が生じないことが必要である。したがって、数値計算では、分岐時、除荷を生ずると考えられる結合部を適当に仮定し、この結合部で実際に変形増分が生じないことを確認する作業が要求される。具体的には、まず除荷を仮定した結合部に除荷剛性を用いた分岐経路方向の増分式(3-3-1)により、単位の荷重増分に対する変位増分を計算する。計算された増分変位から結合部の相対変位増分を算定し、これが、除荷と仮定した結合部では零となり、負荷と仮定した所では増分状態にあるか否かを調べる。もし仮定通りの挙動が確認されれば、接線係数荷重で分岐し、得られた増分変形が分岐変形モードとなる。仮定と異なった挙動が生じていれば、除荷を生ずる結合部を仮定し直し、同じ手順を繰り返す。考え得るすべての場合について、仮定と同じ挙動が生じなければ、接線係数荷重で分岐は生じないことになる。なお、相対変位増分が零であることを数値的に判断しなければならないが、これは注目する結合部において値が他の結合部に比べ十分小さいこと（相対比で10^{-6}）と、接線係数荷重の前後で、符号に変化があることによる。

ここで対象とする半剛結矩形骨組の場合、基本系路上では荷重の増加によって、はりと柱の結合部は通常負荷される。したがって、Hutchinson,J.W.(1973)が説明し

ているように、接線係数荷重で式(3-3-3)が満足される可能性、すなわち、最小分岐荷重となる可能性がある。事実、後の数値解析ではすべて接線係数で分岐している。しかしながら、上記のような場合も、接線係数荷重で分岐の可能性が肯定されているだけであり、先に示したような分岐確認のための手続きが必要である。

接線係数荷重で分岐が生じない場合には、荷重を微小増分し、接線係数荷重以上での分岐の可能性を検討する。手法としては、検討する荷重における分岐経路方向で、結合部が仮定したとおりの除荷および負荷挙動が生じておればそれが分岐点となる。もしいずれの仮定も計算される結合部の除荷,負荷挙動と一致しない場合には、この点で分岐は生じないので、さらに荷重を増分させて同じ手順を繰り返す。

分岐点が確定されれば、この点より、分岐経路の追跡を行なうこになる。結合部が、分岐前に負荷されず分岐方向で除荷が生じない場合には、弾性体に準じた手法で分岐経路が求まる。具体的には、本構造の場合、対称分岐となるので$\Delta K^{f}{}_{1J}$の固有ベクトル方向に変位ベクトル増分を与えることによって、分岐経路の追跡ができる。一方、結合部に除荷が生ずる場合には、最小分岐荷重を算定する過程で得られている分岐変形モード$\Delta u^{b}{}_{J}$を用いて、分岐経路方向への増分を開始することができる。

３－４　検討対象とする半剛結骨組

非弾性臨界挙動の特性を検討する半剛結骨組は、図3-4-1に示す基本的でかつ一般的な3種類の構造とする。3種類の半剛結骨組は(a)門型骨組、(b)2層1径間骨組、(c)1層2径間骨組で柱の下端はいずれも完全固定としている。これらの骨組の部材断面は、表3-4-1に示す荷重をもとにAISC(1978)/ASDのType2の構造として設計されている。設計荷重ならびに、骨組の高さ、径間は、Moncarz,P.D. and Gerstle,K.H.(1981)によって提示されている2層1径間骨組と同一である。

はりと柱の半剛結構造としては、その力学特性が既知でしかも設計されたはりと柱の寸法に適合する一般的なものとして、Hechtmann,R.A. and Johnston,B.G.(1947)によって実験された上下アングル継手の中から供試体No.23と同一のものを採用する。なお、この継手の単調増加曲げモーメント-相対回転角関係および修正Exponential モデルによる近似を図3-4-2に、修正Exponential モデルの各定数 [Chen,W.F. and Kishi,N.(1989)] を表3-4-2に示す。最初の除荷が生じた後用いるBounding Surface モデルに関する硬化形状パラメータｈ、初期剛性$k^{I}{}_{M}$、および境界線の方程式は図3-4-2の単調載荷条件下の結果を用いてそれぞれ次のように決定される。

$h = 21.34$ (kN-m)

$k^{I}{}_{M} = 147.2$ (kN-m)

$M = 1.829\theta^{P}{}_{r} + 102.7$ (kN-m) (3-4-1a～c)

この種の骨組で最も基本的でかつ重要な鉛直荷重として、本報告で考慮する載荷形式を図3-4-3に示す。ここでは、はり上に分布荷重が作用する場合には表3-4-1と同じ形式に、柱上に集中荷重が作用する場合には、表3-4-1に示すはり上の分布荷重を両側の柱に等配分することにより形式を決定している。

３－５　不整と座屈挙動

ここでは、基本的な３種類の半剛結矩形骨組について、各種荷重下の座屈挙動を計算し、水平荷重による不完全性および幾何学的初期不整が座屈挙動に与える影響について明らかにする。また、第３章第３節で述べた非弾性臨界挙動の数値解析の具体的な適用例について示し解析の妥当性についての検証も行う。

３種類の半剛結骨組は、図3-4-1に示す(a)門型骨組(b)２層１径間骨組(c)１層２径間骨組で、柱の下端はいずれも完全固定としている。はり柱の結合部の剛性の小さい半剛結骨組では、水平方向の剛性を高めるため、一般にこのような構造が用いられる。

はりと柱の結合部はすべて図3-4-2に示す上下アングルボルト継手（Top and Seat Angle Connection）で、そのM-θ_r関係は、単調増加荷重下の実験結果［Hechtmann,R.A. and Johnston,B.G.(1947)］を第３章第２節に基づきモデル化したものを用いる。

（１）　水平荷重による不完全性が座屈挙動に与える影響

荷重については、鉛直荷重と水平荷重との組合せを考え、直交多次元空間における鉛直荷重-変位曲線の弧長を単調増加させた場合の挙動を解析した。このとき、水平荷重は、固定とし、その大きさは零から数段階変化させ、完全系から不完全系への移行形態を調べた。さらに鉛直荷重も、第３章第３節（３）で述べたように、はり上に等分布する場合と柱上に集中して作用する場合を計算し、荷重が臨界挙動に及ぼす影響についても検討する。

数値解析の結果として、図3-5-1(a)～(f)に各骨組ごとに荷重と図中の▲印の節点の水平変位の関係を示している。さらに、図中には極限点となる荷重および完全系の結果も記入している。また比較のために、図3-5-1(d)～(f)では、対応する図3-5-1(a)～(c)の完全系の結果を破線で示している。

まず、はり上に鉛直分布荷重が作用する場合について検討する。この場合、図3-

5-1(a)～(c)からわかるように、荷重－変位関係の特性は構造によらず、ほぼ同様である。すなわち、完全系では、分岐後荷重が上昇し極限点が現われ、水平荷重が作用した不完全系にも、同様の極限点が現われている。極限点を越えると荷重は低下し、変位が、増加するにつれてほぼ分岐荷重に近づいていく。なお、極限点は、水平荷重が増加するにつれて低下し、消滅する傾向にある。分岐点については、第３章第３節（３），（４）に基づいて検討した結果、いずれも、接線係数荷重に一致することが判明した。分岐の瞬間、相対回転増分の生じない結合部は、図3-5-1の挿図の＊印の結合部であり、無印の結合部はすべて負荷される。

次に、鉛直荷重が集中して柱上に作用する場合について検討する。この場合も、図3-5-1(d)～(f)に示すように、荷重－変位関係は、構造にかかわらず、ほぼ同様である。しかしながら、その特性は、分布荷重が作用する場合と比較すると大きく異なっている。すなわち、完全系では、第３章第３節（３），（４）で述べたように接線係数荷重で分岐を生じ、分岐後急激に荷重が低下し、荷重変位曲線は、鉛直分布荷重が作用した場合のそれに漸近する。水平荷重が作用した不完全系の場合は、分岐荷重以下で極限点が生ずる。極限点を越えると荷重が低下し、この場合も鉛直分布荷重が作用した時の荷重変位曲線に漸近する。不完全系の場合、水平荷重が小さいほど、極限荷重は大きくなるが、極限荷重到達後の荷重低下はそれだけ大きくなる。分岐点については、第３章第３節（３），（４）で述べたように、図3-5-1(d),(e)では、弾性体と同様対称分岐を生じ、図3-5-1(f)でも、分岐前の結合部の負荷が小さいので見かけ上対称分岐を生ずる。

（２）　幾何学的初期不整が座屈挙動に与える影響

幾何学的初期不整としては、図の挿図に示すように柱の水平方向の倒れについて２種類を対象にする。荷重条件については、水平荷重による不整の場合と同様、はり上に等分布する場合と柱上に集中して作用する場合を計算し、荷重条件が臨界挙動に及ぼす影響についても検討する。

数値解析の結果として、図3-5-2(a)～(f)に各骨組ごとに荷重と図中の▲印の節点の水平変位の関係を示している。さらに、図中には極限点となる荷重および完全系の結果も記入している。数値解析結果よりわかるように幾何学的初期不整の場合の結果の図と水平荷重による不整の場合を比較した場合、対応する荷重形式および骨組の各々について同様な結果が得られている。

以上から、上述の２種類の不整に関して、これら不整が臨界挙動に与える影響について、共通して次のことがいえる。すなわち、半剛結骨組の臨界挙動は、剛結あるいはピン結合骨組に比べ、鉛直荷重の載荷形態に非常に大きく影響を受けることがわかる。これは、次のように説明される。集中荷重が作用する構造では、座屈前、

結合部の変形が小さく、剛性の低下は、ほとんどない。しかしながら、座屈後は、変形が進行し、全ての結合部の剛性低下が大きく、したがって全体構造物の剛性も著しく低下する。一方、分布荷重が作用する構造では座屈前にすでに結合部は大きく変形し、剛性もかなり低下している。さらに座屈後は、除荷される結合部もあり、これらについては剛性は増加する。結果として、座屈後全体構造の剛性は低下しない。

３－６　はりと柱の結合部の構成則と骨組の分岐挙動

従来、半剛結骨組の安定解析では、結合部の構成則として、簡易化のため近似的な線形弾性モデルや非線形弾性モデルが用いられていることが多い。ここでは、これらの精度をより実状に即した非弾性モデルと比較することにより検討する。精度を検討する半剛結骨組の臨界挙動としては、最も基本的でかつ重要な鉛直荷重下の不整のない完全系の分岐挙動とする。なお、この分岐挙動は水平移動座屈に相当する。また、鉛直荷重としては、図3-4-3に示す等分布荷重がはり上に作用する場合と集中荷重が柱上に作用する場合を考える。

結合部の構成則の基準となる非弾性モデルは第３章第２節に示したもので、定数の具体的な値としては第３章第４節に述べた供試体No.23に対応するものを用いるが、結合部の剛性の差による影響を調べるため、単調増加曲げモーメント下の割線剛性、接線剛性に関して、供試体No.23の値の1/2倍と2倍したものについても検討する。すなわち、供試体No.23の単調増加モーメント下の$M-\theta_r$関係を$M=f(\theta_r)$とした場合、$M=f(\theta_r)/2$、$M=2f(\theta_r)$をもとに設定された非弾性モデルについても検討する。これら、3種類の非弾性モデルに対応して、線形弾性モデルとしては通常用いられるように、非弾性モデルの初期勾配k^{I}_{M}を線形ばね定数として採用する。また、非線形弾性モデルでは上述した3種類の非弾性モデルの単調増加モーメント下の$M-\theta_r$関係を負荷・除荷にかかわらず構成則として用いる。つまり、単調増加モーメント下では、非弾性モデルと非線形弾性モデルとは一致する。なお、以下の議論においては、より実状に即した非弾性モデルを結合部に適用することによって得られる結果を正解と呼び他と区別する。

解析結果として、3種類の構成則によって計算された分岐挙動を鉛直荷重の総和と図3-4-3に示す各骨組上端部(▲)の水平変位の関係について、骨組の種類と荷重条件により分類し、図3-6-1(a)～(f)に示す。この図において、荷重は非弾性モデルによる接線係数荷重［後藤、鈴木、松浦(1989)］$P_{\Sigma t}$で、また水平変位uは骨組高さL_cでそれぞれ無次元化されている。

図3-6-1より、まず、最も単純な線形弾性モデルによる近似の妥当性について検討

する。

集中荷重下の骨組の分岐点については、分岐前に結合部に曲げモーメントが全く負荷しない門型骨組、2層１径間骨組では当然ながら非弾性モデルと一致する。負荷が若干生ずる1層2径間骨組でも、ほぼ分岐荷重は正確に計算される。一方、分岐前に、曲げモーメントの負荷が大きい分布荷重下の骨組では、負荷に伴う結合部の接線剛性の低下を考慮できず、分岐荷重はかなり高目に評価される。これからわかるように、線形弾性モデルを用いた場合、一定したばね定数を用いて分岐荷重を妥当な精度で計算するには、荷重条件、構造諸元によってばね定数を変化させる繁雑な手続きが必要である。

分岐後の挙動に関しては、線形弾性モデルでは対称分岐が生じ荷重条件によらず、分岐後の荷重は変化しない。上記傾向は巨視的に見れば、結合部に非弾性構成則を用いた分布荷重下の半剛結骨組の分岐挙動とほぼ一致する。しかしながら、詳細にみると非弾性モデルを用いた正解では分岐後荷重が上昇し、極限点に到達後荷重が減少してほぼ一定値に漸近するという、本質的に線形弾性モデルと異なった挙動を示す。一方、集中荷重が作用した場合には、非弾性モデルではいずれも分岐後荷重の減少が大きく、明らかに線形弾性モデルと異なった性状を示す。特にこの傾向は結合部の剛性が小さいほど顕著になる。

以上のように、線形弾性モデルでは、分岐荷重が等しくなるような結合部の等価剛性が設定できたとしても、任意の荷重に対して、分岐後の挙動を精度よく解析することはほとんど不可能であり、その適用には問題がある。

次に、非線形弾性モデルについて検討する。

このモデルでは負荷曲線は非弾性モデルと等しいため、結合部に除荷が生じない限り、非弾性モデルと等しい結果を与える。したがって、ここで検討した分岐前に除荷が生じないような荷重条件下では、分岐荷重に関して正しい結果を与え、分岐後の挙動についても、除荷の生じない集中荷重下の門型骨組、2層1径間骨組の挙動は正確に解析される。分岐後除荷の生ずる場合についても、分岐前の負荷が少ない集中荷重下の1層2径間骨組では非弾性モデルに基づく正解とほとんど一致する。一方、分岐前の結合部への負荷が大きい分布荷重下の骨組では、非線形弾性モデルによると正解と異なり線形弾性モデルと同様の対称分岐を生ずる。つまり、分岐直後の荷重上昇が現われず、分岐後の挙動において正解との差が生ずる。しかしながら、非線形弾性モデルの場合、変位の増加とともに正解に収束してくる。このような分岐後挙動における、両モデルの差は、結合部の剛性が高くなるほど大きくなるが、逆に、非線形弾性モデルの変位増加にともなう正解への収束は速くなる。上記のような、除荷を伴う分岐特性に関して、非線形弾性モデルによるものと非弾性モデルによるものとは本質的に差があるが、この差も量的に見れば小さく、前者によれば最大荷重も妥当な範囲で安全側に評価されている。

以上の検討結果から、断面力の算定の場合と同様 [Goto,Y. and Chen,W.F.(1987 b)] 、安定解析においても非線形弾性モデルによる近似は結合部の構成則の簡易化の一つの可能性を示しているといえる。

3－7　荷重条件と分岐挙動

半剛結骨組では、ピン結合や剛結骨組と異なり、荷重条件により、その分岐挙動が大きく影響を受けることを第３章第５節で一部明らかにした。すなわち、はり上に分布荷重が作用する場合には、分岐前の結合部の曲げモーメント負荷により、分岐荷重そのものは小さいが、分岐後、結合部に除荷が生じ、剛性が増加するため、荷重は上昇し極限点に至ってゆるやかに減少する。この場合、分岐後の荷重の変動は小さく、安定した挙動を示す。

一方、柱上に集中荷重が作用する場合は、分岐前、結合部の曲げモーメント負荷による剛性低下がなく分岐荷重自体は大きいが、分岐直後、結合部の負荷が急に進むため、荷重が極端に減少し、分布荷重のみがはり上に作用した時の接線係数荷重のレベルまで低下する。このように載荷条件による分岐直後の挙動の差は大きいが、変形が進展すると挙動はほとんど一致する。

実際の骨組では、集中荷重、あるいは分布荷重が単独に作用することは少なく、この両者が複合した形で作用する。したがって、ここではこの両者の複合の程度により分岐挙動がどのようになるかを検討する。対象とする半剛結骨組は、第３章第４節に示す3種類の構造で第３章第６節同様、直交多次元空間における鉛直荷重-節点変位曲線の弧長を単調増加させた場合の臨界挙動について解析する。図3-4-3に示す集中荷重と分布荷重の割合を変化させて得られた結果を、鉛直荷重の総和と骨組上端部の水平変位の関係について図3-7-1(a)～(c)に示す。なお、これらの図では、集中荷重が全荷重に占める割合をパラメータとして、これを用いて荷重の複合状況を示している。

図3-7-1から明らかなように、集中荷重と分布荷重の比の変化により、複合荷重下の荷重-変位曲線は集中荷重のみの場合を上限、分布荷重のみの場合を下限として、両者の間を連続的に変化する。このとき、集中荷重成分に分布荷重成分が入ることにより分岐荷重は低下傾向を示すが、分布荷重がある割合以上になると、ほとんど分布荷重のみの場合の分岐荷重に収束する。

分岐後の挙動に与える複合荷重の影響をより詳細に調べるために、最大荷重$P_{\Sigma max}$と接線係数荷重$P_{\Sigma t}$の比ならびに、骨組上端部の水平変位が分岐後$u/L_c=0.15$となる荷重$P_{\Sigma 0.15}$と接線係数荷重$P_{\Sigma t}$の比がそれぞれ集中荷重成分の全荷重に占める割合によってどのように変化するかを3種類の構造について示したものが図3-7-2,3-7

-3である。なお、半剛結骨組は分岐後、変形が増大すると荷重は、ほぼ一定値に収束するが、$P_{\Sigma 0.15}$はこの収束値に対応するものとして用いており、$P_{\Sigma t}$との比は分岐後の荷重低下の程度を表している。

図3-7-2に示す$P_{\Sigma max}$と$P_{\Sigma t}$の比は分岐後の荷重上昇の程度を示しているが、これは骨組の形式によって異なった傾向を示している。すなわち、門型、ならびに2層1径間骨組では、集中荷重の全荷重に占める割合が約0.7程度のとき分岐後、最も大きな荷重上昇の傾向を示すが、1層2径間骨組では分布荷重のみ作用するときの荷重上昇が最も大きく、集中荷重が全鉛直荷重に占める割合が増加するにつれて上昇割合は減少していく。

一方、全荷重に占める集中荷重の割合と$P_{\Sigma 0.15}/P_{\Sigma t}$の関係を示した図3-7-3より、分岐後の荷重低下の傾向はいずれの骨組についてもほぼ同様で全荷重に占める集中荷重成分の割合が増加すると荷重は低下する傾向を示す。特に、集中荷重の割合が約0.7以上になると、いずれも荷重の低下傾向は急激であり、その割合も大きい。

3－8　結合部の荷重履歴と臨界挙動

半剛結骨組のはりと柱の結合部は低荷重状態から非弾性特性を示す。したがって、繰り返し風荷重による荷重履歴を受けた骨組の挙動はこれを受けない骨組と比べ結合部の剛性変化ならびに残留応力，変形等の不整が生ずるため異なった座屈特性を示す可能性がある。

ここでは、図3-4-1に示す3種類の半剛結骨組の鉛直荷重下の臨界挙動に及ぼす風荷重による荷重履歴の影響を検討する。鉛直荷重としては図3-4-3に示す分布荷重がはり上に作用する場合と集中荷重が柱上に作用する場合を扱う。なお、臨界挙動という表現を用いたのは荷重履歴による骨組の不整のため、分岐挙動を示さず、極限点のみが現われる場合もあるからである。

荷重履歴としては、風荷重によるものを考慮するが、ここではこの荷重を与える前に、まず、鉛直荷重を表3-4-1に示す設計荷重レベルまで単調に増加させる。表3-4-1には、はり上に分布する場合のみを示しているが、柱上に集中荷重が作用する場合には分布荷重と総和が等しくなる図3-4-3の形式の集中荷重を与える。次に、風荷重を骨組の設計で考慮したように、一方の外側の柱とはりの結合部に水平集中荷重として作用させる。繰り返し風荷重による荷重履歴としては次のようなものを考える。すなわち、はじめに風荷重を表す水平集中荷重を最大荷重レベルまで単調増加させ、これを零まで単調減少させる。次に、反対側の柱に逆方向の水平集中荷重を同様の過程で増減させる。以上の過程を1サイクルとして、はりと柱の結合部のヒステリシスループが収束するまで繰り返す。この繰り返し載荷における水平集中荷

重の最大荷重レベルとして2種類のものを考える。1つは、表3-4-1に示す設計風荷重であり、いま1つは、この設計風荷重の2倍である。結合部のヒステリシスループは、荷重のレベルおよび第３章第４節に示した骨組の種類にかかわらず、その特性については基本的には同じである。したがって、ここでは対象とした骨組に、高い方のレベルの繰り返し風荷重が載荷したときの骨組左半分の結合部のヒステリシスループの収束状況を図3-8-1(a)～(j)に示す。図3-8-1より、ヒステリシスループの収束状況は、鉛直設計荷重がはり上に作用するか、柱上に作用するかによって、異なっており、はり上に分布荷重が作用した場合に比べ、柱上に集中荷重が作用した場合の方が収束は速い。

鉛直荷重下の座屈挙動は、ヒステリシスループの収束後水平集中荷重を除去し、鉛直設計荷重が作用した状態から直交多次元空間における荷重-変位曲線の弧長を単調増加させることによって解析する。

以上の解析で得られた鉛直荷重の総和と骨組上端部の水平変位の関係を第３章第４節に示した3種類の骨組と鉛直荷重の条件について分類して示したのが図3-8-2(a)～(f)である。

各図には、2種類のレベルの荷重履歴を受けた履歴系の座屈挙動の他に、比較する意味で荷重履歴を全く受けていない完全系の骨組の挙動についても示している。

図3-8-2(a)～(f)からわかるように、荷重履歴の影響は鉛直荷重の載荷条件により大きく異なっている。

集中荷重が柱上に作用する場合は、荷重履歴の影響が現われ、これによって生ずる不整のため、いずれの骨組の場合も分岐が生じず、極限点挙動が現われる。この極限点の荷重レベルは、完全系の分岐点より低下し、繰り返し荷重レベルが大きいほど、この低下は大きい。しかしながら、これらの完全系と履歴系の差も、座屈後、水平変位が増加するにつれて、急速に減少し、荷重-変位曲線はほとんど一致してくる。

分布荷重がはり上に作用する場合には、集中荷重が柱上に作用する場合とは対照的に、荷重履歴が座屈挙動に及ぼす影響はほとんど見受けられない。すなわち、1層2径間骨組の履歴系は集中荷重下の場合と同様、分岐点はなく極限点のみ生ずるが、座屈挙動における完全系との差はほとんどなく、最大荷重の低下も実質上ない。さらに、門型ならびに2層1径間骨組に至っては、荷重履歴による不整は、はり上の分布荷重の増加にともない、分岐荷重以下で消失する。したがって、これら履歴系の座屈挙動は完全系と一致し、分岐が生ずる［後藤、鈴木、松浦(1990$_b$), Goto,Y., Suzuki,S. Chen,W.F.(1990$_b$)］。

3－9　結合部の特性が臨界挙動に及ぼす影響

現実の半剛結骨組の結合部は、そのモーメントと回転角の構成則はさまざまである。また、実際の設計において結合部の特性と座屈挙動の関係を明らかにしておくことは重要である。したがってここでは、結合部の特性と座屈挙動の関係を明らかにするために結合部を第３章第２節で示したDafalias-Popovのモデルにより結合部の特性を示すパラメータを設定し、データバンクの実験値よりその範囲を決定する。次に、これらの結合部の特性を示すパラメータによるパラメータ解析により座屈挙動に与えるこれらのパラメータの特性について明らかにする。

（１）結合部の構成則を表すパラメータとその範囲

結合部のモーメントと回転角の構成則は非弾性であり、図3-9-1に示すように初期剛性k^{I}_{M}をもつ結合部のモーメントと回転角の曲線はしだいに限界曲げ耐力M_uに漸近すると考えるのが現実的である。この非弾性特性を示す最も簡単なモデル化の一つとしてDafalias-Popovのモデルを用いて、初期剛性k^{I}_{M}、限界曲げ耐力M_uおよびDafalias-Popovモデルの硬化形状パラメータｈの３つのパラメータにより接合部の特性を表すことにする。

ここでは、これらパラメータを用いて表されるDafalias-Popovのモデルによるモーメントと回転角の構成則と、文献Kishi,N. and Chen,W.F.(1986)のデータバンクにより示されている実験値をより忠実に再現した、修正Exponentialモデルにより表されるモーメントと回転角の構成則との誤差を最小にするようにパラメータを決定する。修正Exponentialモデルを用いたのは扱うデータの量が少なくてすみ、より容易にこれらのパラメータの範囲を決定できる利点があることによる。また、このモデルを利用しても、このモデルは実験値を忠実に再現しているので、パラメータの範囲を決定する目的からはその目的を十分達成できる考えられる。

上記の３つのパラメータのうち、初期剛性k^{I}_{M}は修正Exponentialモデルの係数を用いて式(3-2-4)により決定できる。この初期剛性k^{I}_{M}を決定したあと、限界曲げ耐力M_uおよびDafalias-Popovモデルの硬化形状パラメータｈは、図3-9-2に示すように点（θ_{rE}, M_E）をとおりθ_r軸に水平な直線に漸近する曲線のうち、$0 \leqq \theta_r \leqq \theta_{rE}$の区間で修正Exponentialモデルとの誤差が最小になる条件でM_uとｈを決定する。ここに、θ_{rE}は実験値の最終値の回転角であり、M_Eは修正Exponentialモデルにθ_{rE}を代入して得られるモーメントの値を意味する。また、ここで設定したパラメータの次元は、k^{I}_{M}とｈはモーメント／ラジアン、M_uはモーメントであることからM_uで無次元化して結果の整理をする。

上述の方法を用いて、非弾性特性を示す代表的な結合部の一つである上下アングルボルト継手について文献Kishi,N. and Chen,W.F.(1986)のデータバンクの実験値

を用いて検討したパラメータの範囲の結果は、次の通りである。

$$0.01 \leqq k^{I}_{M}/M_u \leqq 2,\quad 0.01 \leqq h/M_u \leqq 0.5 \tag{3-9-1}$$

（２）結合部のパラメータ解析

第３章第４節で示した門型骨組を用いて、同節の図3-4-3に示すようにはり上に鉛直分布荷重が作用する場合と柱上に鉛直集中荷重が作用する場合について、前節で検討したパラメータを次のように変化させた場合の座屈挙動について検討する。

$$0.01 \leqq k^{I}_{M}/M_u \leqq 2 \quad \rightarrow \quad k^{I}_{M}/M_u = 0.01,\ 0.15,\ 2 \tag{3-9-2,3}$$

$$0.01 \leqq h/M_u \leqq 0.5 \quad \rightarrow \quad h/M_u = 0.01,\ 0.07,\ 0.5 \tag{3-9-4,5}$$

$$M_u/M_p = 0.25,\ 0.5,\ 1 \tag{3-9-6}$$

ここで、k^{I}_{M}/M_u, h/M_uに関しては、矢印の左側に設定した範囲の上限と下限のほかに、中央値としてこの範囲を対数割した値を設定する。これは、Dafalias-Popovのモデルは式3-2-9よりわかるように対数で表現されることから、単なる算術平均よりも結合部の構成則の意味上の平均をより良く表すことによる。また、結合部の極限曲げ耐力M_uについては、はりの全塑性モーメントM_pに対する比を３種類設定して限界曲げ耐力の値による座屈特性についても検討をする。また、このパラメータ解析においても、結合部の履歴挙動はDafalias-Popovのモデルを用いる。

これらパラメータを変動させた場合の座屈挙動を示す図をはり上に鉛直分布荷重が作用する場合と柱上に鉛直集中荷重が作用する場合についてそれぞれ図3-9-3(a)～(i)および図3-9-3(j)～(r)に示す。また、これら座屈挙動にともなう結合部の挙動については、図3-9-4(a)～(r)に示す。図3-9-3の縦軸は式(2-5-1)で表される座屈係数である。

図3-9-3、図3-9-4からわかるように、鉛直荷重の載荷条件により各パラメータが座屈挙動に与える影響は大きく異なり、次のことが考察できる。

分布荷重がはり上に作用する場合、初期剛性k^{I}_{M}はあまり座屈荷重および座屈後の最大荷重には影響しない。Dafalias-Popovモデルの硬化形状パラメータhについては、hの値が小さくなると結合部のモーメントは相対回転角の増加にともないより緩やかに極限曲げ耐力M_uに漸近するようになるので、剛性の低下が少なくなり座屈荷重は大きくなる。しかしながら、$k^{I}_{M}/M_u=0.01$の場合の例に見られるように初期剛性が小さい場合にはhが大きくなると骨組の座屈挙動は結合部が初期剛性の場合により近くなる。また、極限曲げ耐力M_uが大きい場合でも座屈時に結合部の剛性が低下している場合は座屈荷重は結合部がピン結合の場合とほとんど同じになり、極限曲げ耐力M_uの大きさと座屈荷重の関係は必ずしも認められない。以上の結果より、座屈荷重は座屈したとの結合部の剛性の大きさによることがわかる。また、座屈後の最大荷重についても、除荷した結合部の剛性低下の少ないほどその最大荷重は大きくなる。

柱上に集中荷重が作用する場合は、初期剛性k^I_Mが大きくなるほど座屈荷重は大きくなる。また、Dafalias-Popovモデルの硬化形状パラメータｈは、この値が大きいほど座屈後の荷重低下は緩やかである。極限曲げ耐力M_uについては、この値が大きくなるにつれて結合部の強度が上がりその結果、初期剛性k^I_Mが大きくなるので座屈荷重の増加がみられる。

３－１０　安定性の照査について

部材単位の設計をする場合、骨組全体系の安定性の照査においては、部材の有効座屈長の評価が重要となる。ピン結合や剛結骨組における有効座屈長は、通常、不整のない完全系の弾性分岐荷重に基づき決定される。一方、半剛結骨組の場合は、はりと柱の結合部が低荷重から非弾性挙動を示す。したがって、半剛結骨組の有効座屈長を、ピン結合や剛結骨組と同じレベルで評価するためには、本論文で用いたような、はりや柱部材は線形弾性体とし、結合部の非弾性特性のみ考慮したモデルを用いるのが妥当と考えられる。

一般的に考えられている半剛結骨組の有効座屈長の評価方法としては、上記モデルにおいて、結合部には荷重履歴を受けない単調増加荷重下の構成則を用いて求められる完全系の分岐荷重に相当する接線係数荷重に基づくものである。しかしながら、図3-10-1(b),(c)に概念図を示すように半剛結骨組の座屈挙動は文献Goto,Y. Suzuki,S. and Chen.W.F.(1989), 後藤、鈴木、松浦(1989), Goto,Y. and Suzuki, S. and Chen,W.F.(1990_a)や本論文第３章第６節、第７節で、明らかにしたように、結合部の非弾性特性のため図3-10-1(a)に示すピン結合や剛結骨組の安定した挙動と大きく異なり、荷重条件に大きく影響を受ける。すなわち、鉛直荷重が主に分布荷重として、はり上に作用する場合には図3-10-1(b)に示すように、分岐後、変形の増加に伴う荷重の増減は少ない。また、本論文で検討した荷重履歴による不整とともに幾何学的初期不整による影響も小さくピン結合や剛結骨組と同様安定した挙動を示す。一方、鉛直荷重が主に集中荷重として、柱上に作用する場合には図3-10-1(c)のように、座屈後急激に荷重が低下するとともに、上記のいずれの不整にも敏感で、最大荷重も大きく低下する。以上の挙動からわかるように、鉛直荷重がはり上に分布荷重として作用する場合には、ピン結合や剛結骨組の座屈挙動と比較しても、接線係数荷重による有効座屈長の評価は妥当である。しかしながら、集中荷重が柱上に作用する場合には接線係数荷重は座屈後の荷重を過大評価するため、過小な有効座屈長となり、この場合接線係数荷重による評価は妥当ではない。

鉛直荷重が柱上に作用する場合、前述したように分岐後急激に荷重が減少したり、不整により最大荷重も大きく低下する。結局、下限として保証されるのは分布荷重

がはり上に作用する場合の接線係数荷重で、この荷重は図3-7-1からもわかるように、妥当な精度で座屈後の安定した荷重レベルを与えている。したがって、集中荷重下の有効座屈長を含め複合荷重下の有効座屈長はいずれも、分布荷重下の接線係数荷重をもとに評価するのが妥当であるといえる。

３－１１　まとめ

半剛結矩形骨組の安定性の照査法を考察することを目的として、後座屈領域を含めた安定特性を数値解析により詳細に検討した。解析法としては、結合部の非弾性特性をできる限り厳密に考慮し、かつ、半剛結骨組の非弾性臨界挙動を正確に解析しうる手法を用いた。得られた検討内容及び結果を以下にとりまとめて示す。

１）提示した解析法では、臨界挙動をより正確に解析するという観点から、まず、基本となる離散化式としては高精度のものを用いた。すなわち、結合部の構成則としては、実験値をもとに高次の関数近似をした実状に即したものを採用した。また、はり柱部材については、非線形はり・柱の式から、べき級数表示の厳密で数値的に安定な剛性方程式と接線剛性方程式を解析的に誘導した式を用いた。次に、非弾性臨界挙動の数値解析においても、剛性方程式と接線剛性方程式を用いる範囲でより正確に解析する方法を提示した。具体的には、特異点での変位量が必要な接線係数荷重の算定では、基本経路上の構造の対称変形に着目し、接線係数荷重での特異性を除去することで、数値計算の安定を計った。また分岐点の解析では、Hillの解の唯一性に関する条件の対偶として与えられる条件を、接線係数荷重以上で満足し、かつ矛盾のない分岐経路が得られる点として、分岐点を精度良く数値的に特定する手法を示した。

２）代表的な２，３の矩形骨組の完全系と不完全系についてその臨界挙動を解析した。不完全系については、水平荷重による不完全性および幾何学的初期不整を対象にした。ここで、後者が初期不整のみに対し、前者は初期不整と初期応力をともなうが、両者ともこれらの不整が臨界挙動に及ぼす影響は同様な結果となることが判明した。すなわち、載荷形態に非常に大きく影響を受けることが、明らかになった。集中荷重が柱上に作用する構造では、不整に対する最大荷重の低下は著しいが、分布荷重がはり上に作用する構造では集中荷重が柱上に作用する場合に比べて最大荷重の低下はあまりない。

３）座屈解析におけるはりと柱の結合部の構成則の簡易化に関して、線形弾性モデルや非線形弾性モデルの妥当性について検討した。線形弾性モデルに関しては、分岐荷重が正解と等しくなる等価線形剛性を設定できたとしても、各種荷重下の座屈後挙動を精度良く解析することはほとんど不可能である。一方、非線形弾性モデル

では、除荷が生じない場合には、座屈挙動に関して、正しい結果を与え、除荷が生ずる場合にも、正解との差は小さく、妥当な範囲で安全側の評価ができる。

４）半剛結矩形骨組の場合、その座屈後挙動は荷重条件により大きく影響を受ける。すなわち、鉛直荷重のうち、はり上に作用する分布荷重の割合が増加すると、分岐前のはりと柱の結合部の曲げモーメント負荷による結合部の剛性減少のため、荷重は低下する。しかしながら、分岐後除荷が生じ、剛性が増加するため、荷重は若干上昇する。一方、柱上への集中荷重の割合が増加すると、分岐前、はりと柱の結合部の負荷が少なく、分岐荷重自体は上昇するが、分岐直後結合部の負荷が急速に進むため荷重は大きく減少し、分布荷重のみがはり上に作用した時の接線係数荷重のレベルまで荷重は低下する。このように、柱上に集中荷重が作用した場合の分岐荷重の上昇は不安定なもので、変形の進展や不整等により大幅に減少する。結局下限として保証できる荷重レベルは、はり上に分布荷重が作用した場合の接線係数荷重となる。

５）風荷重による荷重履歴により、はりと柱の結合部の剛性変化と残留変形，残留応力が生じ、その後の座屈挙動は、荷重履歴を受けないものに比べ変化する場合がある。特に、集中荷重が柱上に作用する場合には、荷重履歴による不整が比較的大きく影響し、分岐が生じず、最大荷重も低下する。一方、分布荷重がはり上に作用する場合には、荷重履歴にもとづく不整は座屈前にほとんど消失し、完全系とほぼ同様の挙動を示し、分岐を生ずるものもある。

６）結合部のパラメータ解析においても、荷重形式により臨界挙動に及ぼす影響は非常に異なることが明らかになった。すなわち、はり上に分布荷重が作用する場合は、必ずしも臨界挙動に影響するパラメータを決めることはできず、座屈荷重はパラメータの組み合わせにより座屈するときの結合部の剛性によることがわった。柱上に集中荷重が作用する場合は、座屈荷重は初期剛性 k^{I}_{M} が支配的なパラメータであることが判明した。

７）通常のピン結合や剛結骨組の場合、弾性分岐荷重をもとに部材の有効座屈長が評価されており、半剛結骨組の場合も同様の発想に基づき接線係数荷重により有効座屈長を評価することが考えられる。分布荷重がはり上に作用する場合の半剛結骨組の座屈挙動はピン結合や剛結骨組とほぼ同様で接線係数荷重による評価法で問題は生じない。一方、集中荷重が柱上に作用する場合の接線係数荷重は必ずしも安定したものでなく、座屈後の変形の進展や、不整により荷重が大きく低下するため、この荷重をもとに有効座屈長を評価することは適当ではない。上記のような集中荷重下における、荷重変動も、分布荷重がはり上に作用する場合の接線係数荷重を下まわることはなく、この荷重は、座屈後の荷重レベルの下限を妥当な精度で与えている。したがって半剛結骨組の有効座屈長はすべてはり上に分布荷重が作用する場合の接線係数荷重をもとに評価するのが適当と考えられる。

第４章　結論

本論文では、剛結および半剛結平面骨組を対象にその臨界挙動について明らかにし、骨組の設計上重要な結論を得た。

以下、各章で得られた検討内容及び結果を次に示す。

第２章では、剛結骨組の臨界挙動特性について明らかにするために、Bowingの影響を考慮した非線形のはり・柱の剛性方程式と接線剛性方程式を完全に閉じた形で誘導した。これらの剛性方程式，接線剛性方程式は、軸力に関する完全な形のべき級数展開により陽に表現されていて、しかも軸力の正，負，零によらず同一表現を持ち、軸力の微小な場合の特異性も除去されている。また、接線剛性方程式については、軸歪の評価にBowingの影響を含めているため、座屈前の変形を考慮する場合も対称となり弾性体における保存力下での停留ポテンシャルエネルギーの原理を満足している。このような、高精度で完全に閉じた形の剛性方程式および接線剛性方程式は、著者の知る範囲では本論文で示したもの以外にはなく、はり・柱の非線形解析上の新しい式といえる。これらの式を用い、精度の検証の意味も含め門型骨組を例に、骨組の座屈における初期曲げ変形の影響を検討した結果を以下に示す。

①初期曲げを受ける門型骨組の非線形挙動は、構造物の支配パラメータにより水平移動分岐座屈，屈服座屈，単調増加の3種類の挙動に分類されることが判明した。これは、Chwalla，Mansur et al.，LuらによるBowingを無視した手法では、水平移動分岐座屈，屈服座屈しか得られておらず、またさらに近似を導入した座屈前の変形を微小変位理論で計算する林の手法や座屈前の変形を完全に無視する場合では、分岐座屈のみとなり、門型骨組の非線形挙動のより厳密な分類が得られた。

②門型骨組の水平移動座屈荷重値について、Bowingの影響を無視した従来の解析法では、座屈前の曲げ変形を考慮するとこれを無視した場合に比べ座屈荷重は必ず低下し、この傾向は、柱の高さに比べスパン長が大きいほど顕著になるが、Bowingを考慮した本解析手法によれば、このような傾向は必ずしも認められず、逆に柱高さに比べスパン長が大きくなると、座屈前の変形を無視した場合よりも座屈荷重が上昇する結果も得られた。

これらのことより、Bowingの影響を無視した従来の解析結果は座屈前の曲げ変形の考慮の有無によらず実際の座屈挙動を正確に表現していない可能性があることがわった。実際に、都市内高架橋では、用地等の制約から柱の高さに比べてはりの長さが大きい門型鋼脚もあり、このような場合には、その座屈特性に注意して設計する必要があるといえる。

第３章では、半剛結骨組の安定性の照査法を考察することを目的として、後座屈領域を含めた安定特性を数値解析により詳細に検討した。後座屈領域も含めた安定

特性の解析を行うには、半剛結骨組の非弾性臨界挙動を正確に解析する手法を開発する必要がある。この解析において、はり・柱部材については、第２章で誘導した非線形はり・柱の式から、べき級数表示の厳密で数値的に安定な剛性方程式と接線剛性方程式を解析的に誘導した式を用いた。結合部の構成則としては、実験値をもとに高次の関数近似をした実状に即したものを採用した。また、分岐点の解析には、分岐点の特定とその後の分岐経路を解析する手法が必要である。ここでは、分岐点の解析において、Hillの解の唯一性に関する条件の対偶として与えられる条件を、接線係数荷重以上で満足し、かつ矛盾のない分岐経路が得られる点として、分岐点を精度良く数値的に特定し、その後の分岐経路を解析する手法を示した。この解析法は、半剛結骨組の非弾性臨界挙動を解析する今までにない新しい方法といえる。この解析手法を用いて得られた検討内容および結果を以下に示す。

①代表的な矩形骨組について、その完全系と不完全系についてその臨界挙動を解析して、不整が臨界挙動に及ぼす影響について解析した。不整としては、水平荷重による不完全性および幾何学的初期不整を対象にした。得られた結果としては、両者とも臨界挙動に及ぼす影響は同様な結果となることが判明した。すなわち、載荷形態に非常に大きく影響を受け、集中荷重が柱上に作用する構造では、不整に対する最大荷重の低下は著しいが、分布荷重がはり上に作用する構造では集中荷重が柱上に作用する場合に比べて最大荷重はあまり低下しない。

②座屈解析におけるはりと柱の結合部の構成則の簡易化に関して、線形弾性モデルや非線形弾性モデルの妥当性について検討した。線形弾性モデルに関しては、分岐荷重を正確に計算するには等価線形剛性を設定する必要がある。また、分岐後の挙動は、一般的に正確には表し得ない。一方、非線形弾性モデルでは、除荷が生じない場合には座屈挙動に関して正しい結果を与える。また、除荷が生ずる場合にも、妥当な範囲で安全側の評価ができる。

③半剛結矩形骨組の場合、その分岐後の挙動は荷重条件により大きく影響を受けることは①で得られた。次に実際的な場合ということで、はり上に分布荷重と柱上に集中荷重が同時に種々の割合で作用する場合についてその臨界挙動について検討した。得られた結果としては、柱上への集中荷重の割合が増加すると、分岐荷重自体は上昇するようになるが、はり上に分布荷重が作用する場合にみられる分岐後の荷重増加は少なくなる傾向にあり、分岐直後荷重は大きく減少し、分布荷重のみがはり上に作用した時の接線係数荷重のレベルまで荷重は低下するようになる。このように、柱上に集中荷重が作用する割合が多くなると分岐荷重の上昇は不安定なものとなり、結局下限として保証できる荷重レベルは、はり上に分布荷重のみが作用した場合の接線係数荷重となる結論が得られた。

④一般に構造物は、施工後風荷重等による荷重履歴を受けるのでこの荷重履歴が臨界挙動に及ぼす影響について検討する必要がある。ここでは、風荷重による荷重履

歴が臨界挙動に及ぼす影響について検討した。得られた結果として、集中荷重が柱上に作用する場合には、分岐現象は起こらなくなり、最大荷重も低下する。一方、分布荷重がはり上に作用する場合には、荷重履歴にもとづく不整は座屈前にほとんど消失し、完全系とほぼ同様の挙動を示した。

⑤実際の半剛結骨組の結合部のモーメントと回転角の特性は種々である。結合部の設計においてはこの特性と臨界挙動の関係を明らかにする必要があるので、結合部のパラメータ解析によりこのことについて検討した。得られた結論としては、はり上に分布荷重が作用する場合は、必ずしも臨界挙動を支配するパラメータを決定することはできない。また、柱上に集中荷重が作用する場合は、座屈荷重は初期剛性k^{I}_{M}が支配的なパラメータであることが判明した。

以上が、第３章で得られた結果である。現在、ピン結合や剛結骨組の場合、弾性分岐荷重をもとに部材の有効座屈長が評価されるのが通常である。半剛結骨組の場合にも非弾性臨界挙動の解析により得られた接線係数荷重により有効座屈長を評価することが考えられる。この場合に、荷重条件と臨界挙動のところで荷重条件と座屈後の挙動の違いについて明らかにしたように、柱上に集中荷重が作用した場合の座屈荷重は不安定なもので変形の進展や不整等により大幅に減少し、はり上に分布荷重が作用した場合の接線係数荷重レベルまで低下する。同様な事実が、不完全系の骨組の臨界挙動、風荷重履歴を受けた骨組の臨界挙動、骨組の結合部のパラメータ解析による臨界挙動の検討のところでも得られている。従って、分布荷重がはり上に作用する場合の半剛結骨組の座屈挙動はピン結合や剛結骨組とほぼ同様で接線係数荷重による評価法で問題は生じない。一方、集中荷重が柱上に作用する場合の接線係数荷重は座屈後荷重が大きく低下するため必ずしも安定したものでなく、この荷重をもとに有効座屈長を評価することは適当ではない。上記のような集中荷重下における、荷重変動も、分布荷重がはり上に作用する場合の接線係数荷重レベルを下まわることはなく、この荷重は、座屈後の荷重レベルの下限を妥当な精度で与えている。したがって半剛結骨組の有効座屈長はすべてはり上に分布荷重が作用する場合の接線係数荷重をもとに評価するのが適当と考えられる。

表2-5-1 脚ピン固定門型骨組の座屈係数の比較

$\frac{Lb}{Lc}$	本解析	Lu	柱上に集中荷重が作用する場合
1	1.761	1.781	1.821
2	1.394	1.387	1.422
3	1.165	1.094	1.160

表2-5-2 脚ピン固定門型骨組の座屈係数

(a) はりｽﾊﾟﾝ中央集中荷重

	k	0.1	0.2	0.5	1	2	10
1/ℓ	①	0.497	0.842	1.422	1.821	2,104	2.387
0.5	林 本解析	0.465 0.511	0.801 0.872	1.372 1.429	1.763 1.778	2.045 2.032	2.360 2.345
1	林 本解析	0.488 0.495	0.827 0.834	1.388 1.377	1.769 1.739	2.047 2.009	2.360 2.343
2	林 本解析	0.494 0.495	0.834 0.830	1.392 1.369	1.771 1.731	2.047 2.004	2.360 2.342

(b) はり上等分布荷重

	k	0.1	0.2	0.5	1	2	10
1/ℓ	①	0.497	0.842	1.422	1.821	2,104	2.387
0.5	林 本解析	0.475 0.484	0.814 0.827	1.388 1.394	1.782 1.772	2.064 2.045	2.369 2.358
1	林 本解析	0.491 0.492	0.832 0.832	1.399 1.386	1.786 1.761	2.065 2.037	2.369 2.357
2	林 本解析	0.495 0.495	0.836 0.833	1.401 1.385	1.787 1.759	2.065 2.035	2.369 2.357

注）座屈形式はすべて水平移動分岐である

①：柱上に集中荷重が作用する場合

表2-5-3 脚完全固定門型骨組の座屈係数

(a) はりｽﾊﾟﾝ中央集中荷重

1/ℓ	k	0.1	0.2	0.5	1	2	10
	①	3.534	4.375	6.030	7.379	8.434	9.549
0.5	林 本解析	2.589 —	3.570 —	5.617 —	7.359 4.048*	8.591 7.147*	9.635 9.500
1	林 本解析	3.355 —	4.259 3.367*	6.089 6.273*	7.567 8.015	8.647 8.469	9.636 9.412
2	林 本解析	3.525 3.842	4.418 4.648	6.195 6.244	7.614 7.387	8.660 8.252	9.636 9.392

(b) はり上等分布荷重

1/ℓ	k	0.1	0.2	0.5	1	2	10
	①	3.534	4.375	6.030	7.379	8.434	9.549
0.5	林 本解析	2.933 —	3.866 —	5.783 3.357*	7.377 5.467*	8.540 9.418*	9.606 9.484
1	林 本解析	3.420 3.071*	4.303 4.764	6.073 6.295	7.505 7.487	8.576 8.369	9.607 9.450
2	林 本解析	3.529 3.600	4.404 4.467	6.140 6.118	7.535 7.356	8.584 8.296	9.607 9.441

注）座屈形式等は、－：単調増加，＊：屈服，無印：分岐である
　　①：柱上に集中荷重が作用した場合

表3-4-1　設計荷重

死　荷　重 （鉛直方向）	$g=0.335 N/cm^2$ または $0.245 kN/cm$（はり）
活　荷　重 （鉛直方向）	$P=0.239 N/cm^2$ または $0.175 kN/cm$ （2層骨組の1層目のはり）
風　荷　重 （水平方向）	$w=0.0975 kN/cm^2$ すなわち $W_1=25.6 kN$（1層骨組の外側の柱の上端，2層骨組の外側の柱の1層目のはりの位置） $W_2=12.8 kN$（2層骨組柱上端）

注）（　）は荷重作用位置を示す

表3-4-2　修正Exponential Modelの各定数

$$M=\sum_{i=1}^{6} A_i\left\{1-\mathrm{Exp}\left(-\frac{\theta_r}{2ic}\right)\right\}+R_1 H(\theta_r-T_1)(\theta_r-T_1)$$

$C= 0.17345750$
$A_1= 0.15077925\times10^3$;　$A_2=-0.74457301\times10^3$
$A_3= 0.13416943\times10^4$;　$A_4= 0.68622477\times10^2$
$A_5=-0.22747253\times10^4$;　$A_6= 0.15788006\times10^4$
$R_1= 0.18289890\times10$;　$T_1=9.78$

単位:A_i($i=1\sim6$),R_1はkN-m、C,T_1はradianである。

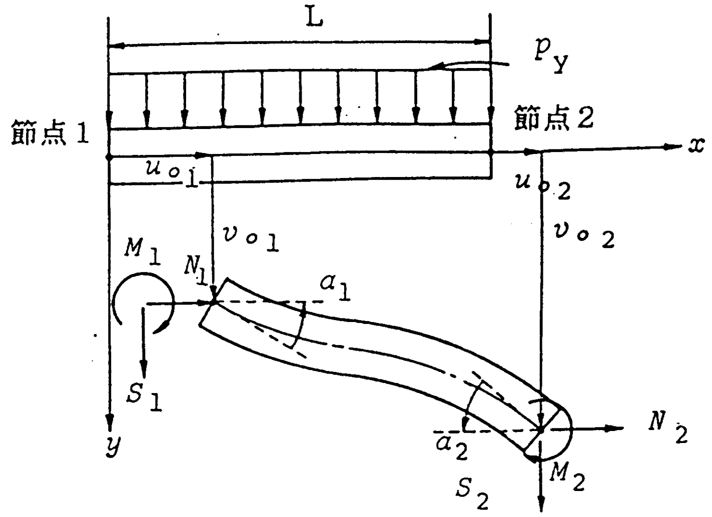
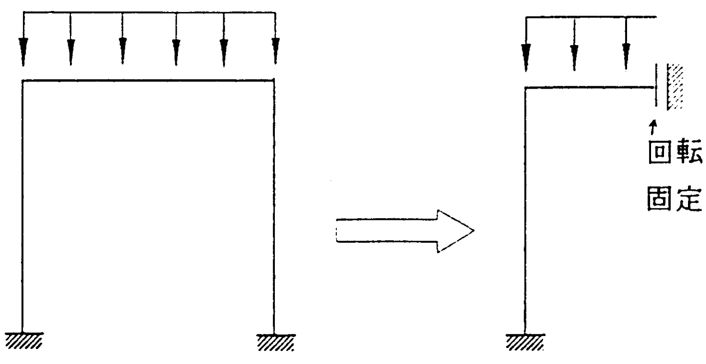


図2-2-1 はり・柱部材



(a) 全体構造　　　(b)1/2構造モデル

図2-4-1 基本つり合い経路計算のためのモデル

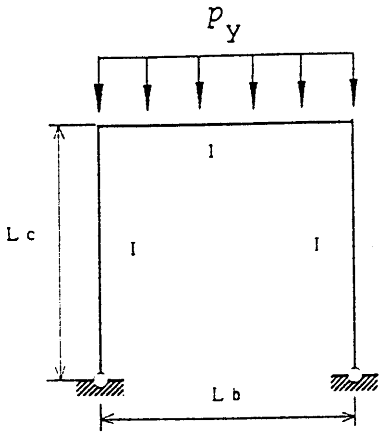
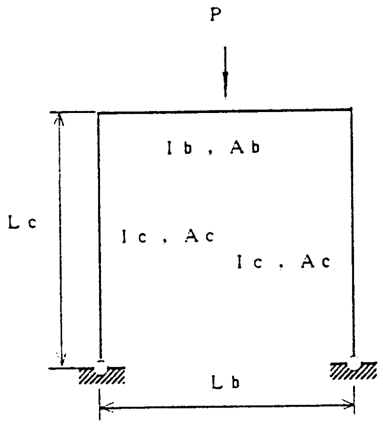
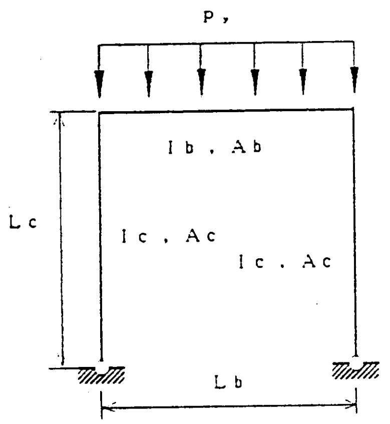


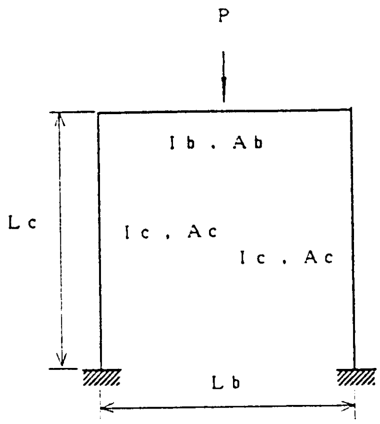
図2-5-1 Luの計算モデル

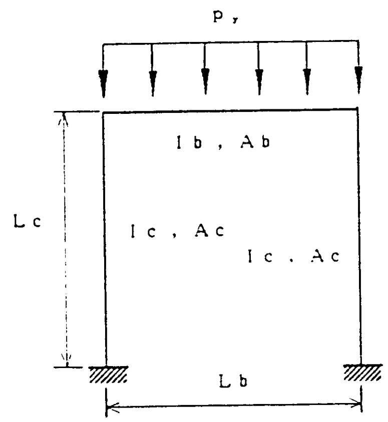




①はりｽﾊﾟﾝ中央集中荷重　　②はり上等分布荷重

(a)脚ピン固定門型骨組

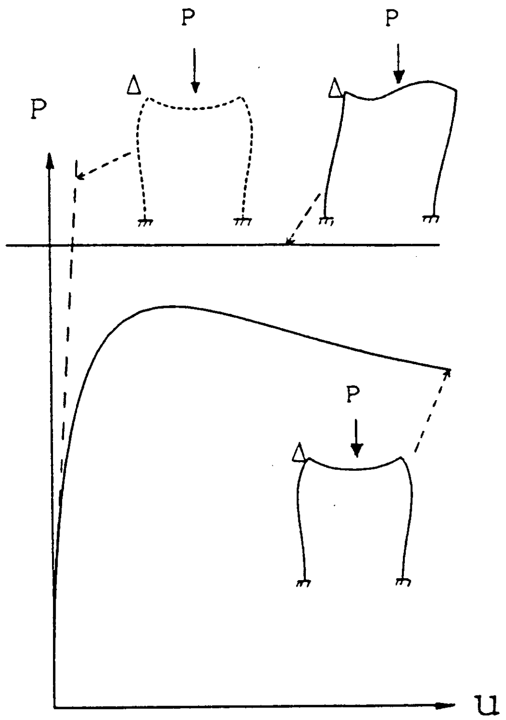




①はりｽﾊﾟﾝ中央集中荷重　　②はり上等分布荷重

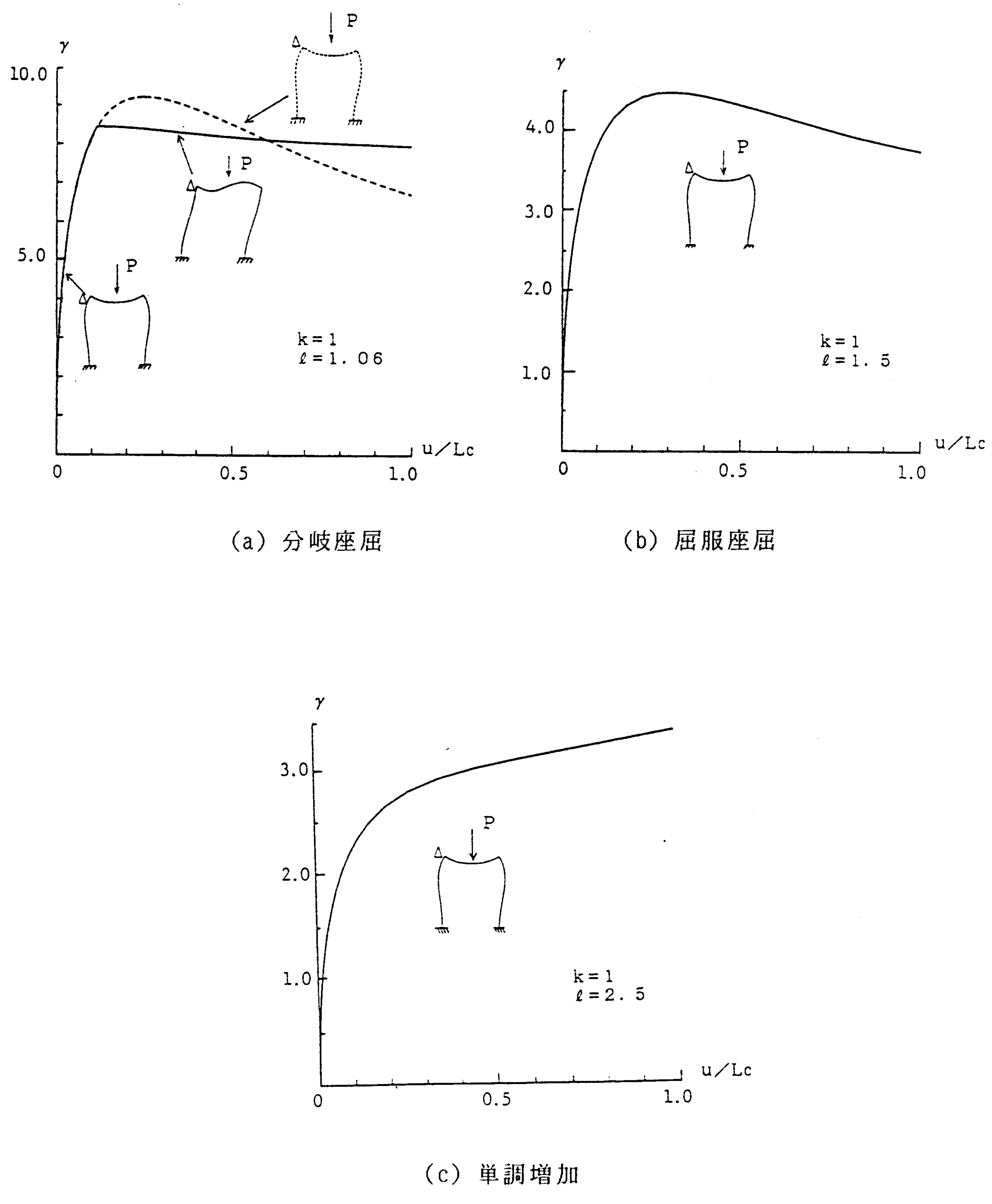
(b)脚完全固定門型骨組

図2-5-2 解析対象



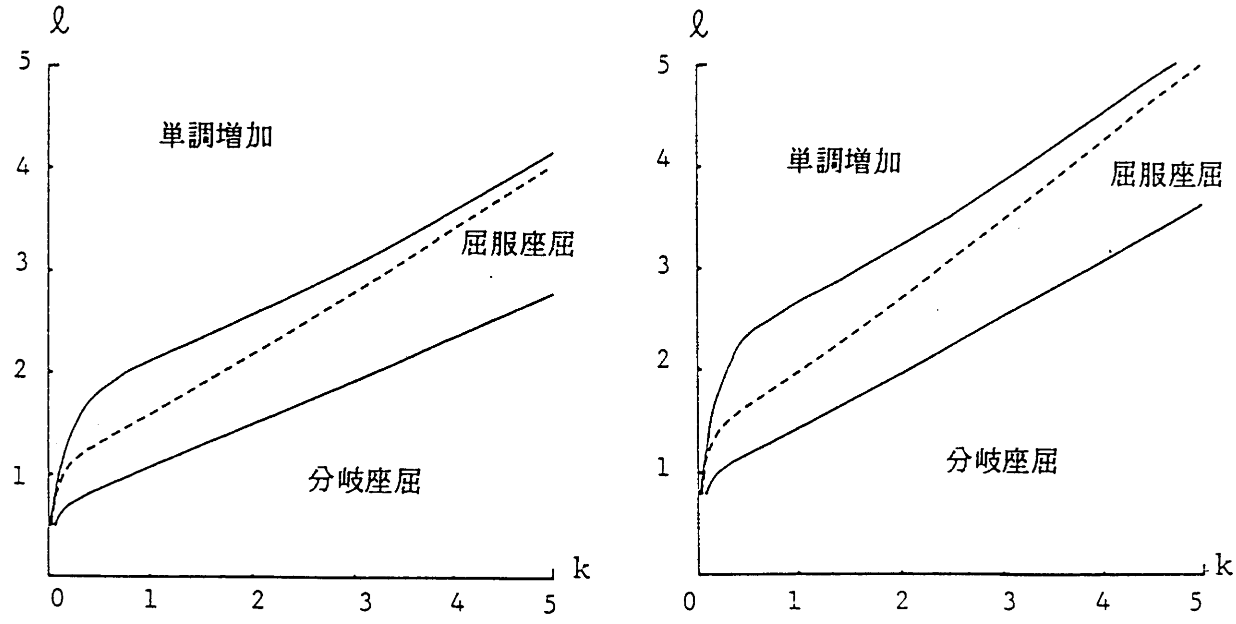
△： 水平変位uを示した節点

図2-5-3 つり合い経路の概念図



△: 水平変位uを示した節点

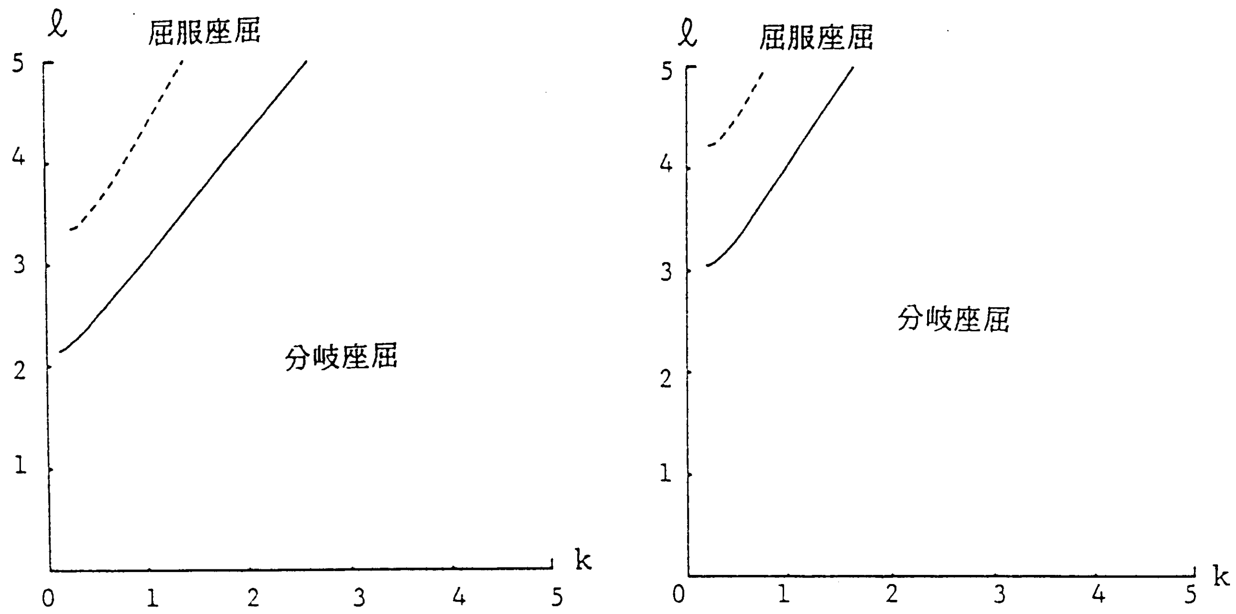
図2-6-1 脚完全剛結門型骨組の非線形つり合い経路



(a) はりｽﾊﾟﾝ中央集中荷重　　　(b) はり上等分布荷重

- - -:Bowingの影響を無視した場合の分岐座屈と屈服座屈の境界

図2-6-2 脚ピン固定門型骨組の座屈挙動



(a) はりｽﾊﾟﾝ中央集中荷重　　　(b) はり上等分布荷重

- - -:Bowingの影響を無視した場合の分岐座屈と屈服座屈の境界

図2-6-3 脚完全固定門型骨組の座屈挙動

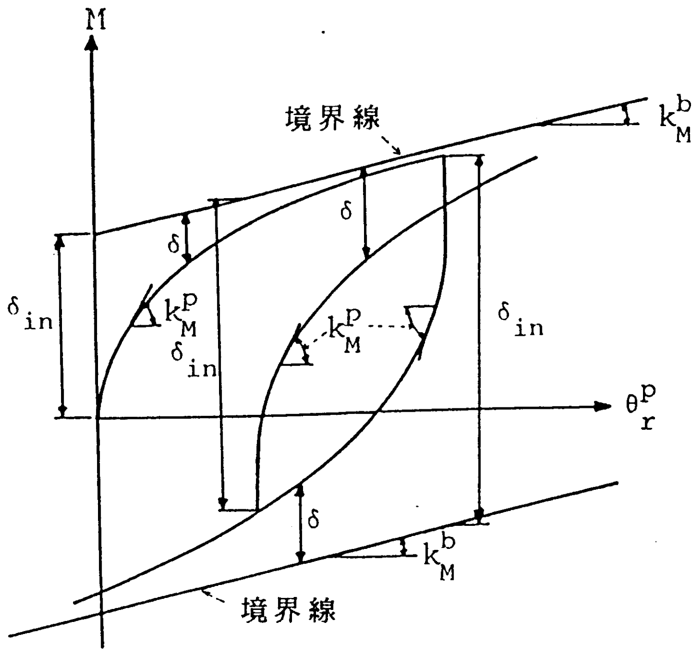
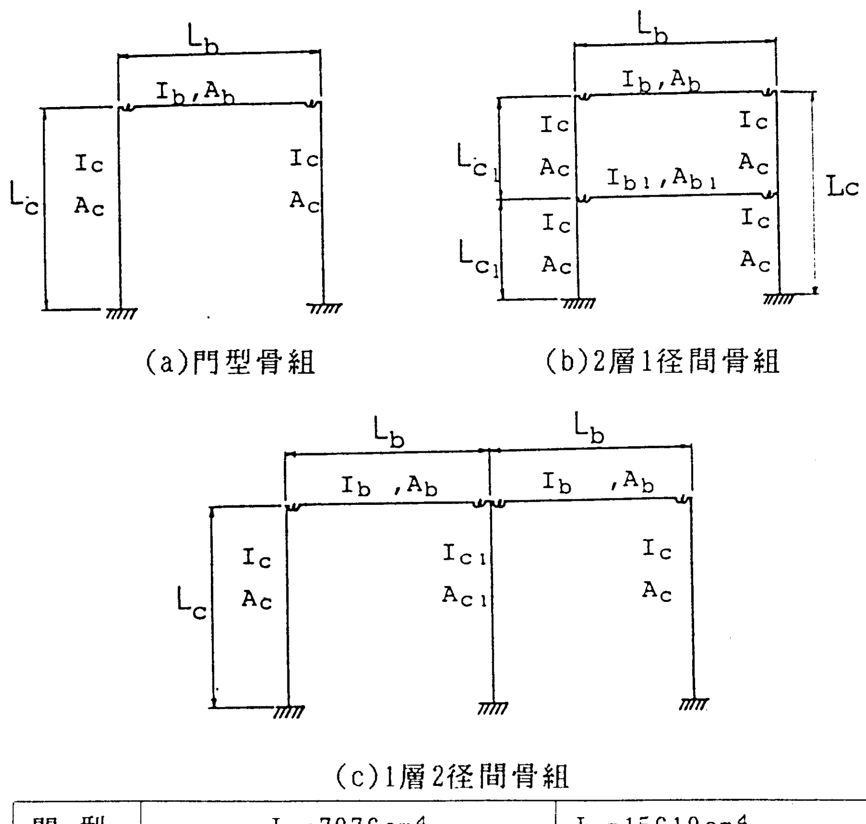


図3-2-1　結合部の履歴挙動



(a)門型骨組　(b)2層1径間骨組

(c)1層2径間骨組

門型骨組	I_c=7076cm^4 A_c=57.03cm^2	I_b=15610cm^4 A_b=58.84cm^2
2層1径間骨組	I_c=7076cm^4　I_{b1}=35080cm^4 A_c=62.25cm^2　A_{b1}=83.87cm^2	L_b=L_c=2L_{c1}=731.5cm
1層2径間骨組	I_c=3430cm^4　I_{c1}=9906cm^4 A_c=45.68cm^2　A_{c1}=56.71cm^2	E_b=E_c=1.998x10^{5}MPa

図3-4-1　計算モデル

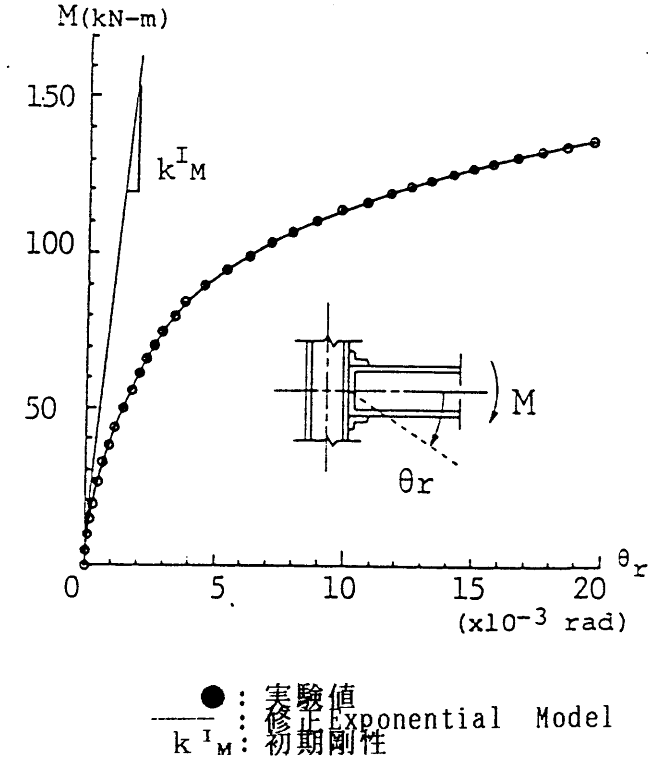
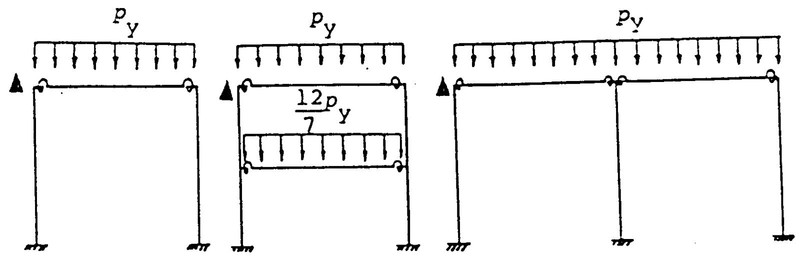
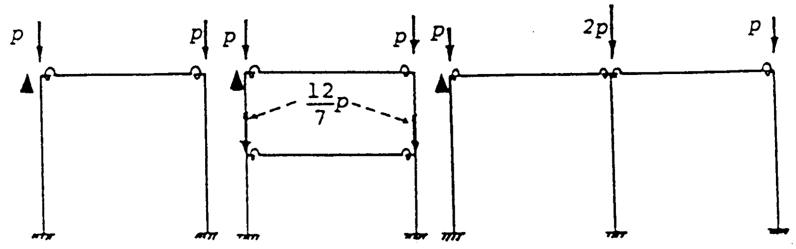


図3-4-2　結合部のM－θ_r曲線（上下アングル継手）



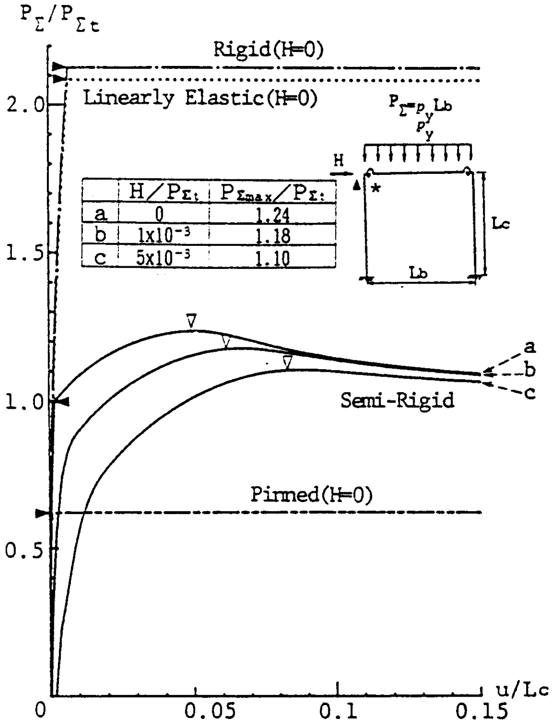
(a)はり上に鉛直分布荷重が作用する場合



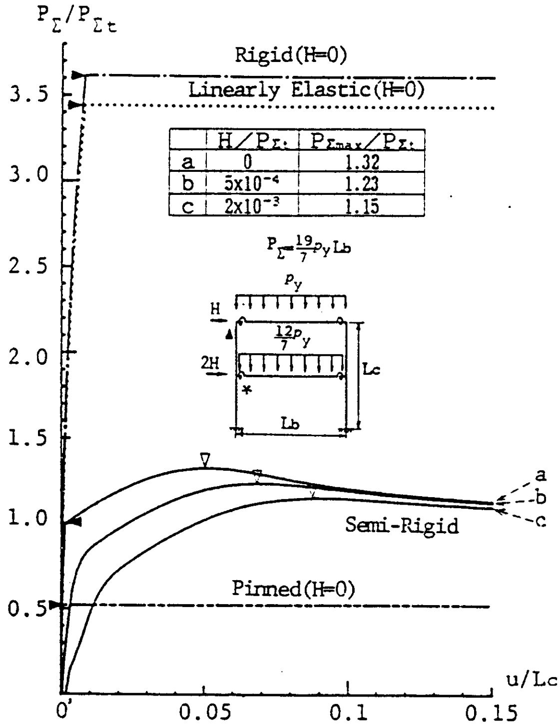
(b)柱上に鉛直集中荷重が作用する場合

▲：解析結果で水平変位を表示する節点

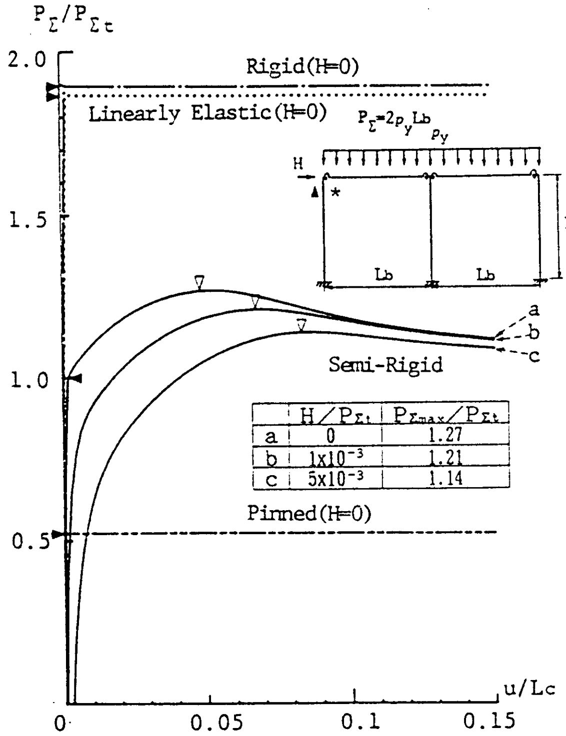
図3-4-3　矩形骨組の載荷形式



(a)門型骨組(分布荷重)



(b)2層1径間骨組(分布荷重)

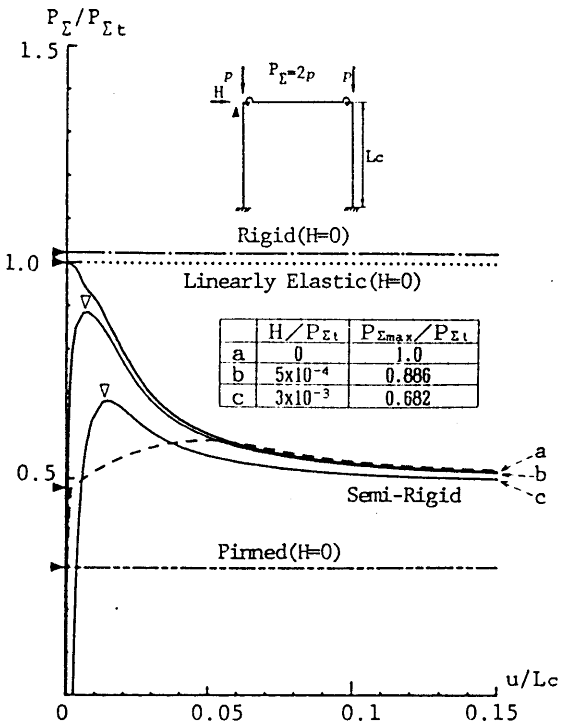


(c)1層2径間骨組(分布荷重)

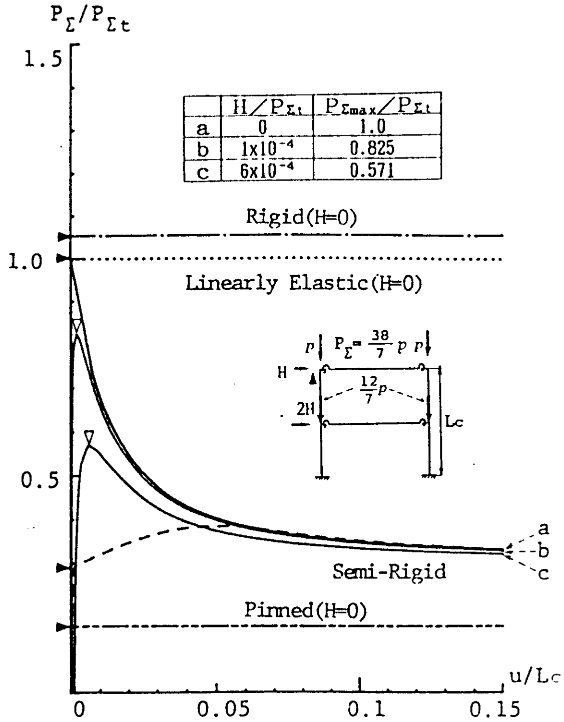
$P_{\Sigma t}$:接線係数荷重, u:挿図骨組の▲印節点水平変位, △:$P_{\Sigma max}$,

*:分岐時変形増分が零となる結合部 ▶:分岐点

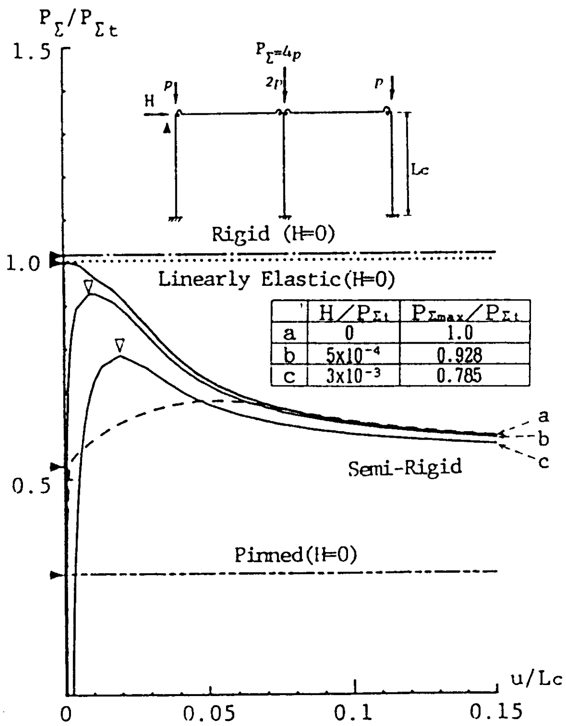
図3-5-1(a)～(c) 水平荷重による不完全性を有する矩形骨組の荷重-変位関係



(d)門型骨組(集中荷重)



(e)2層1径間骨組(集中荷重)

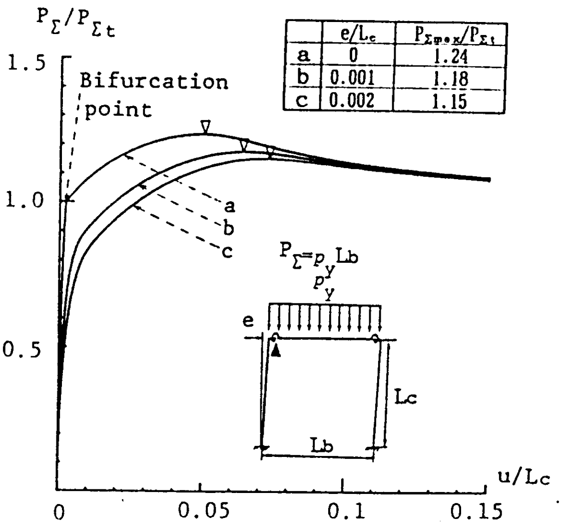


(f)1層2径間骨組(集中布荷重)

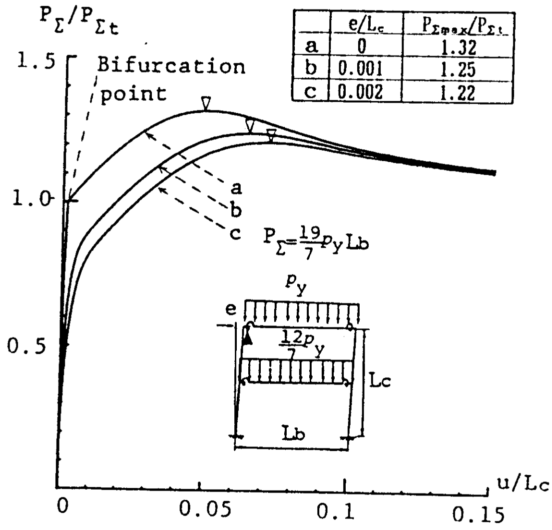
$P_{\Sigma t}$:接線係数荷重, u:挿図骨組の▲印節点水平変位,　△:$P_{\Sigma max}$,

---------- :図3-5-1(a)～(c)の完全系のつり合い経路　▶:分岐点

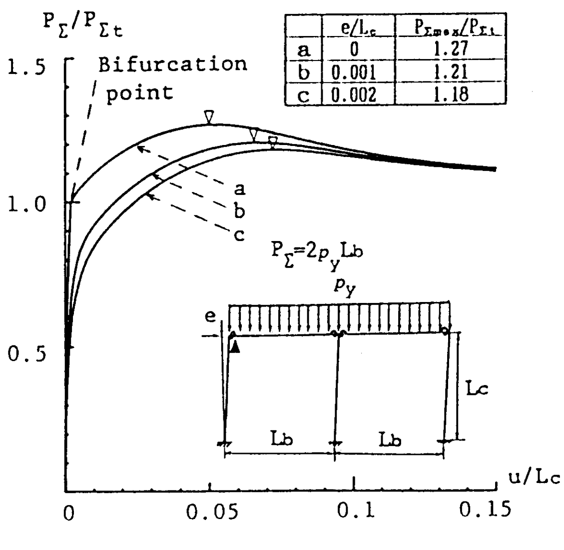
図3-5-1(d)～(f) 水平荷重による不完全性を有する矩形骨組の荷重-変位関係



(a)門型骨組(分布荷重)



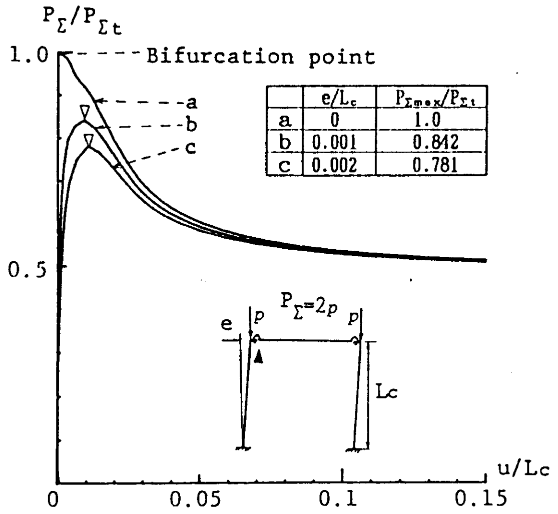
(b)2層1径間骨組(分布荷重)



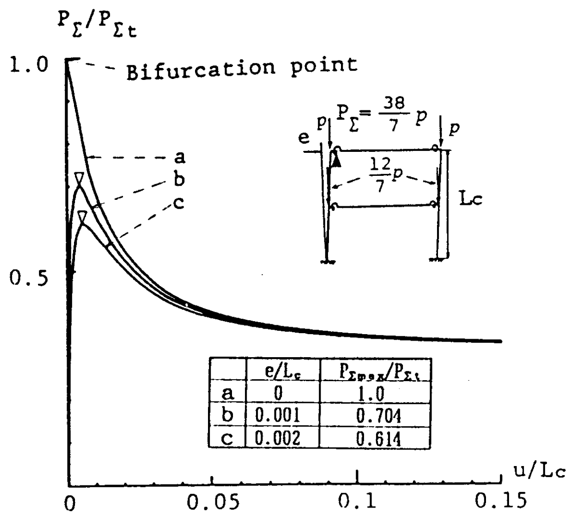
(c)1層2径間骨組(分布荷重)

$P_{\Sigma t}$:接線係数荷重，u:挿図骨組の▲印節点水平変位，　△:$P_{\Sigma max}$，

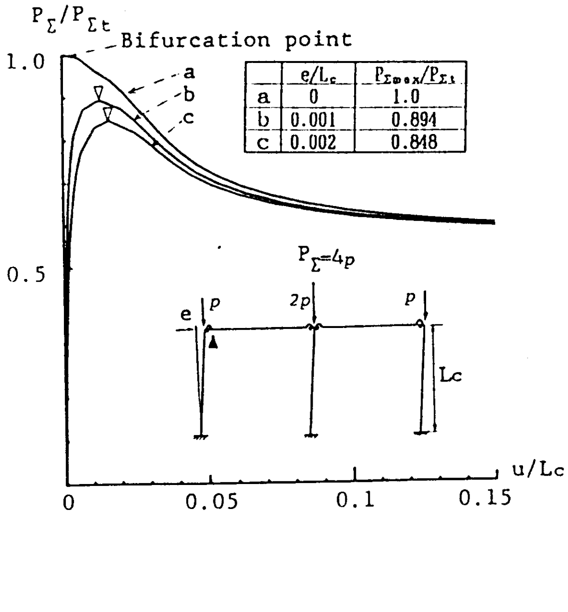
図3-5-2(a)～(c) 幾何学的初期不整を有する矩形骨組の荷重-変位関係



(d)門型骨組(集中荷重)



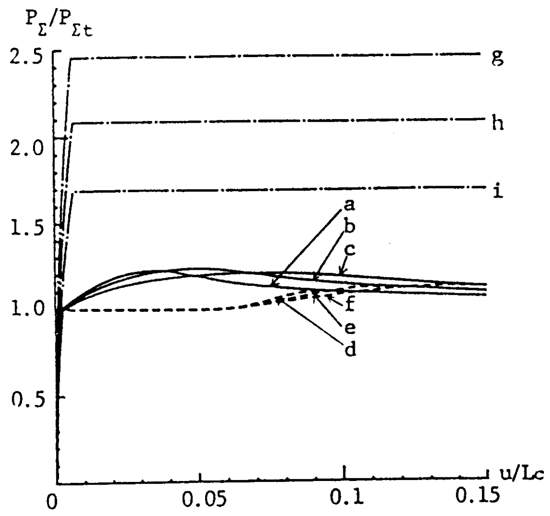
(e)2層1径間骨組(集中荷重)



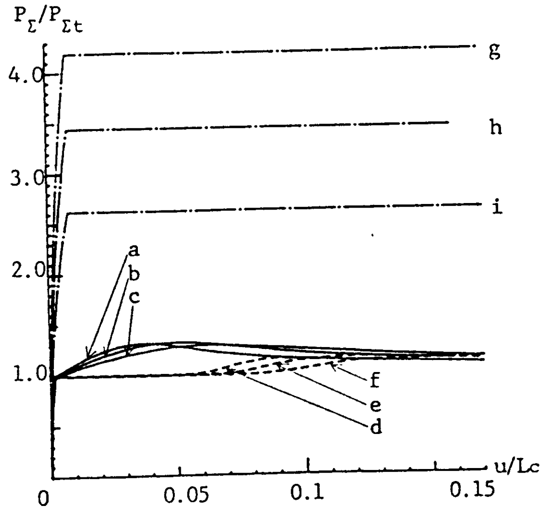
(f)1層2径間骨組(集中布荷重)

$P_{\Sigma t}$:接線係数荷重，u:挿図骨組の▲印節点水平変位，　△:$P_{\Sigma max}$，

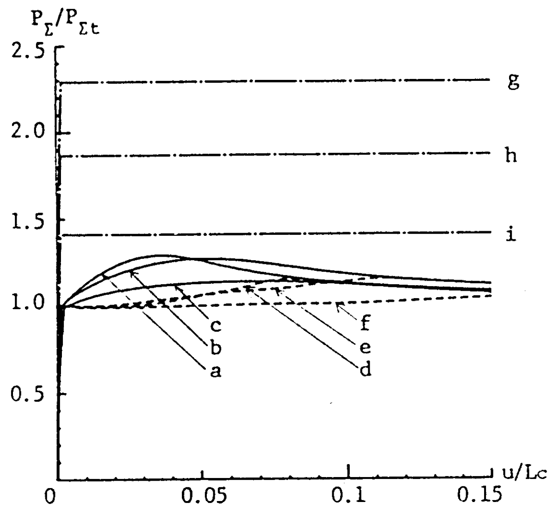
図3-5-1(d)～(f) 幾何学的初期不整を有する矩形骨組の荷重-変位関係



(a)門型骨組(分布荷重)



(b)2層1径間骨組(分布荷重)

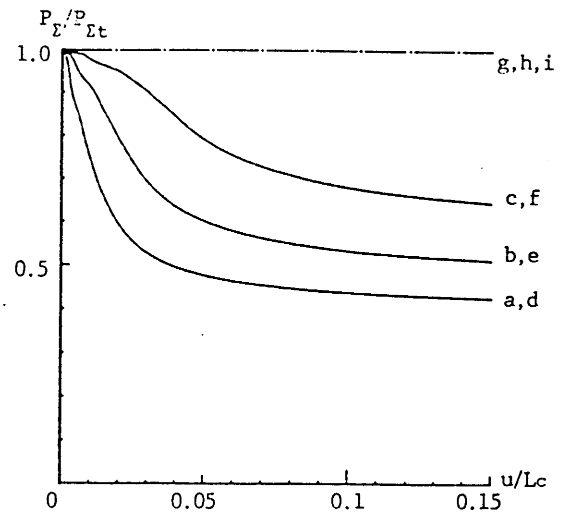


(c)1層2径間骨組(分布荷重)

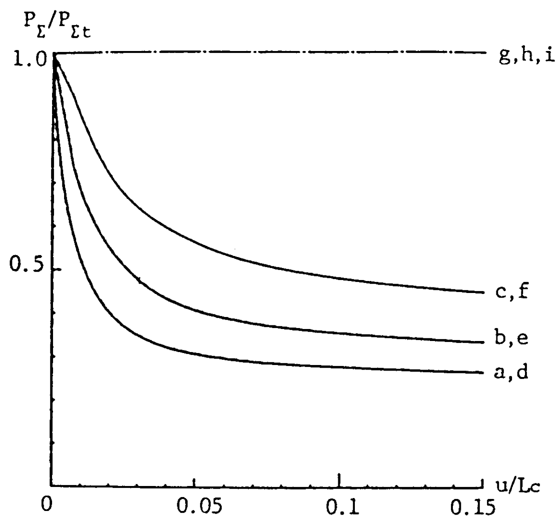
荷重-変位 曲線の記号	a	b	c	d	e	f	g	h	i
結合部の モデル	非弾性 モデル: ———			非線形弾性 モデル: -------			線形弾性 モデル: -·-·-·-·-		
構成式	$M=\alpha f(\theta_r)$*			$M=\alpha f(\theta_r)$			$M=\alpha k^I{}_M\theta_r$		
αの値	0.5	1.0	2.0	0.5	1.0	2.0	0.5	1.0	2.0

P_Σ:図3-4-3で各骨組に載荷させた総荷重, $P_{\Sigma t}$:非弾性モデルによる接線係数荷重, u:図3-4-3の▲印節点水平変位, L_c:図3-4-1に示す柱高, *:単調増加荷重下のみ $M=\alpha f(\theta_r)$を用い、履歴挙動はBounding Surface Modelを使用する。

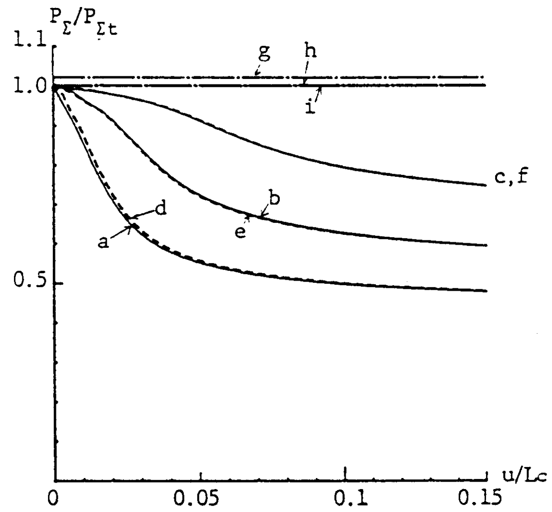
図3-6-1(a)～(c) 結合部のモデル化と分岐挙動



(d)門型骨組(集中荷重)



(e)2層1径間骨組(集中荷重)

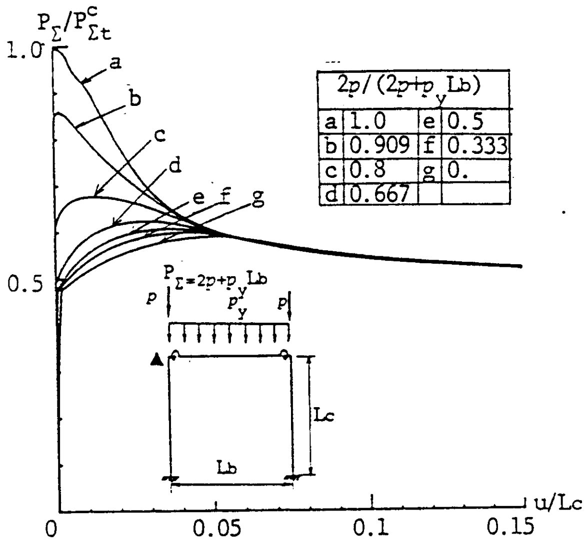


(f)1層2径間骨組(集中布荷重)

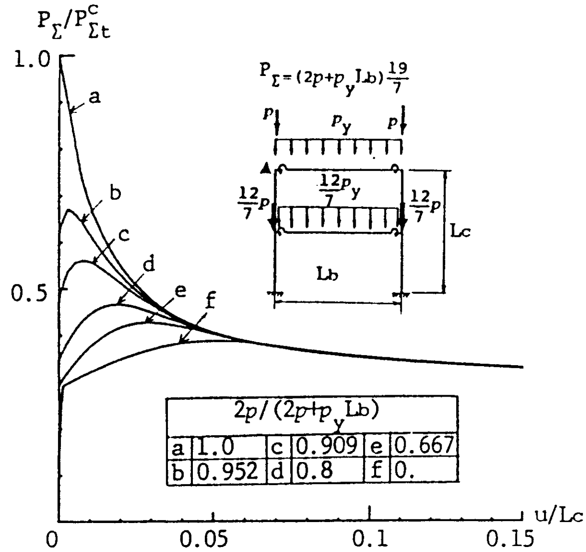
荷重-変位 曲線の記号	a	b	c	d	e	f	g	h	i
結合部の モデル	非弾性 モデル: ———			非線形弾性 モデル: -------			線形弾性 モデル: -·-·-·-·-		
構成式	$M=\alpha\ f(\theta_r)$*			$M=\alpha\ f(\theta_r)$			$M=\alpha\ k^{I}{}_{M}\theta_r$		
αの値	0.5	1.0	2.0	0.5	1.0	2.0	0.5	1.0	2.0

P_Σ:図3-4-3で各骨組に載荷させた総荷重, $P_{\Sigma t}$:非弾性モデルによる接線係数荷重, u:図3-4-3の▲印節点水平変位, L_c:図3-4-1に示す柱高, *:単調増加荷重下のみ $M=\alpha f(\theta_r)$を用い、履歴挙動はBounding Surface Modelを使用する。

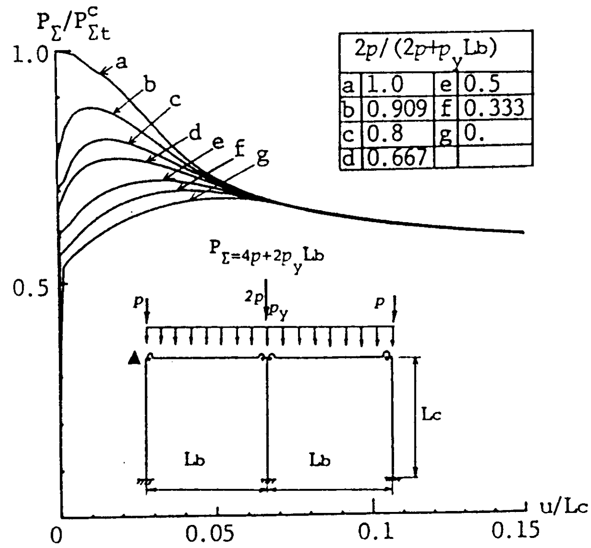
図3-6-1(d)～(f) 結合部のモデル化と分岐挙動



(a)門型骨組



(b)2層1径間骨組

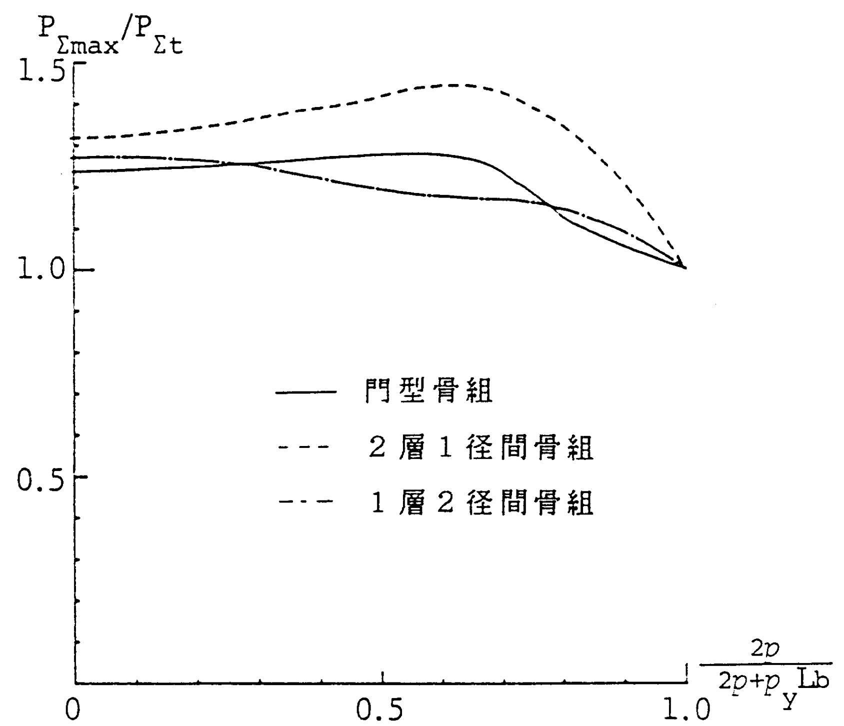


(c)1層2径間骨組

P_Σ:骨組に載荷した総荷重，$P^c_{\Sigma t}$:集中荷重のみが作用したときの接線係数荷重，

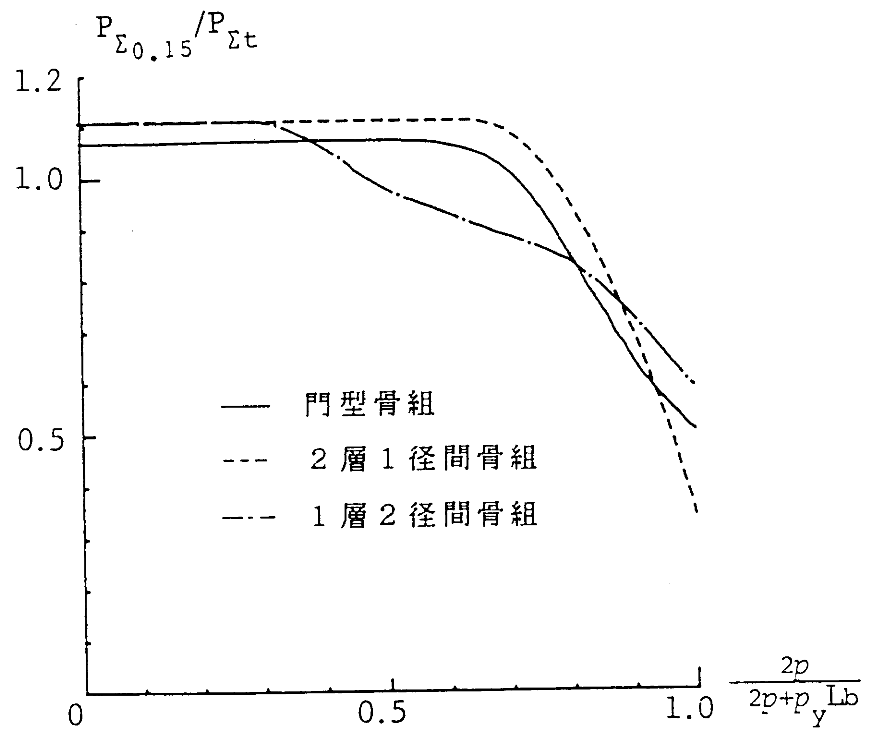
▲:水平変位を示した節点，L_c:各骨組の柱高

図3-7-1　複合荷重下の分岐挙動



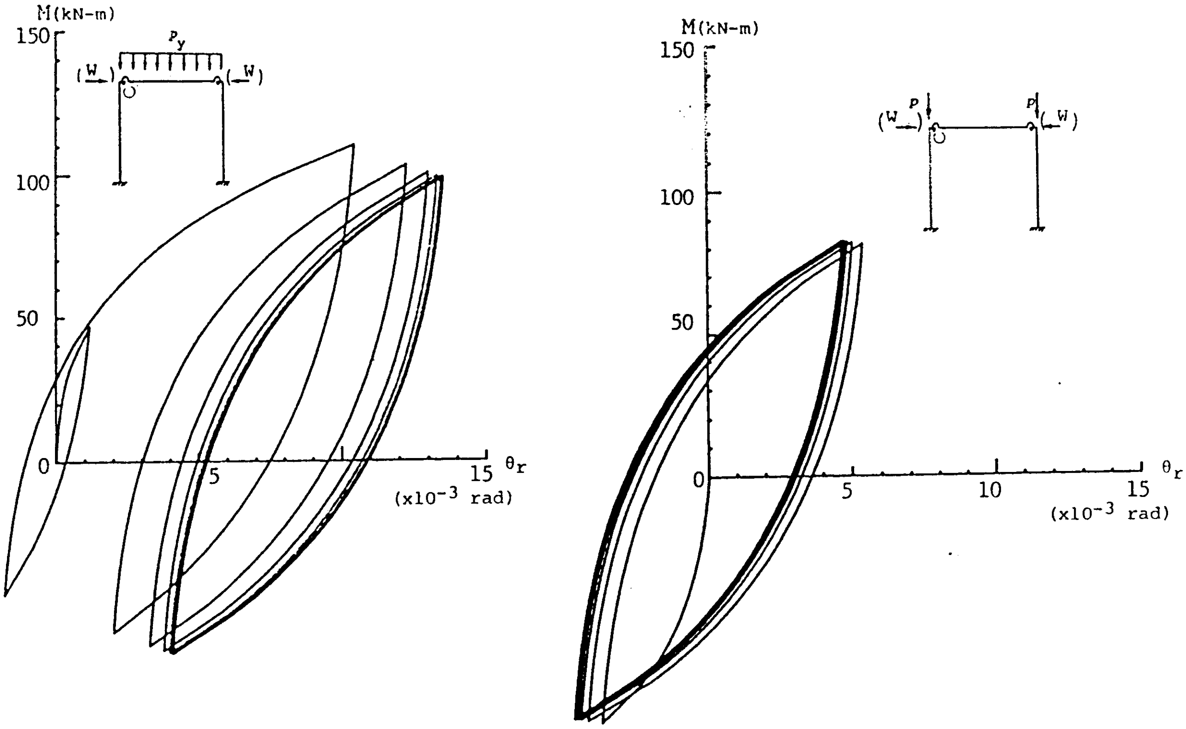
$P_{\Sigma max}$:骨組に載荷した最大総荷重, $P_{\Sigma t}$:接線係数荷重(分岐荷重)

図3-7-2　全荷重に占める集中荷重の割合と$P_{\Sigma max}/P_{\Sigma t}$の関係



$P_{\Sigma 0.15}$:u/L_c=0.15における載荷総荷重, $P_{\Sigma t}$:接線係数荷重(分岐荷重)

図3-7-3　全荷重に占める集中荷重の割合と$P_{\Sigma 0.15}/P_{\Sigma t}$の関係

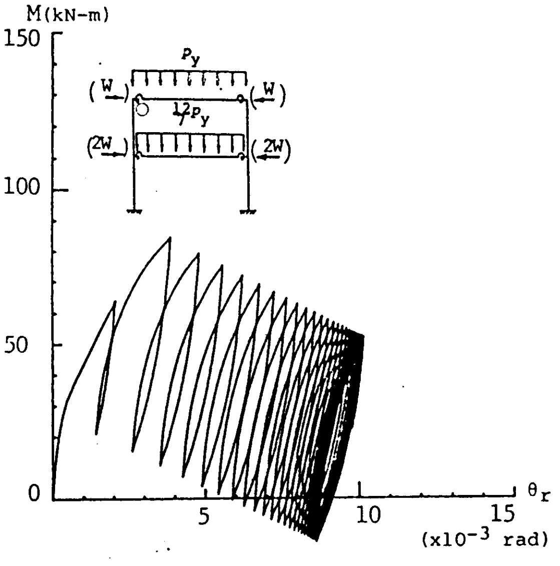


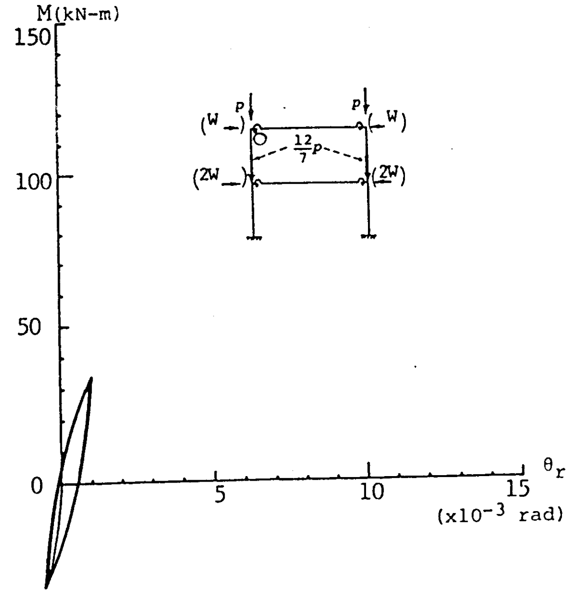
p_y=0.245kN/cm, w=51.2kM　　　　p=89.62kN, w=51.2kN

(a) 鉛直分布荷重下　　　　(b)鉛直集中荷重下

○:ヒステリシスループを図示した結合部

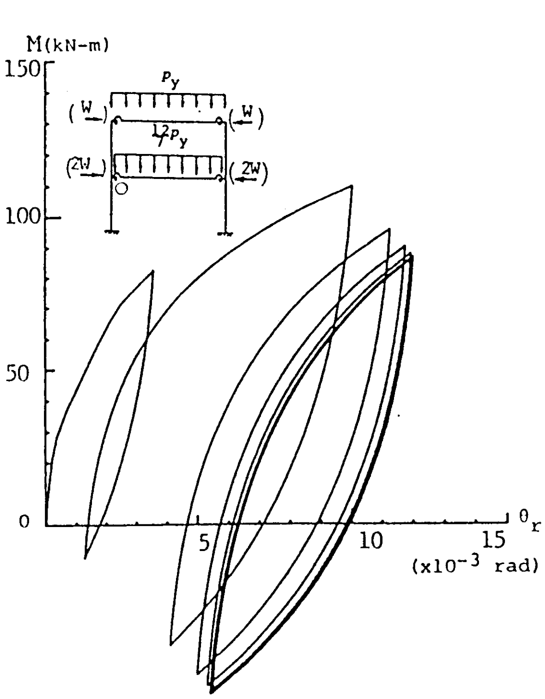
図3-8-1(a),(b)　結合部のヒステリシスループ

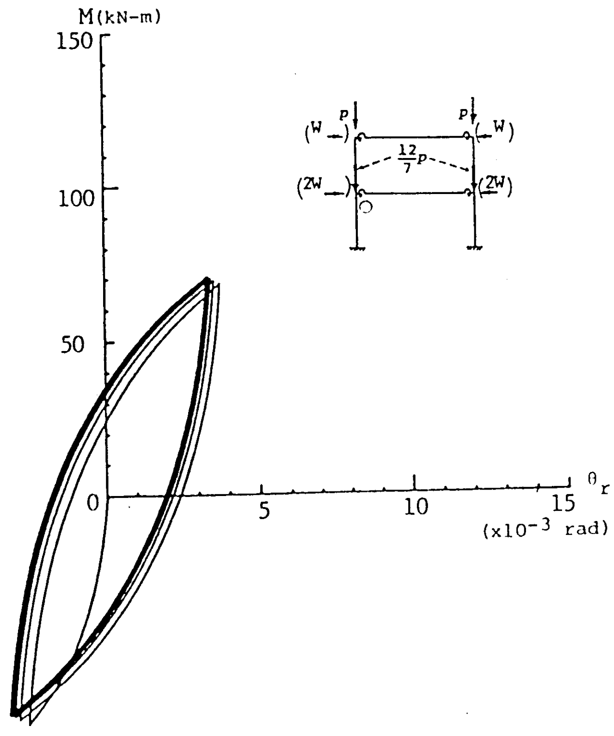




p_y=0.245kN/cm, w=51.2kM
(c) 鉛直分布荷重下(1)

p=89.62kN, w=51.2kN
(e)鉛直集中荷重下(1)



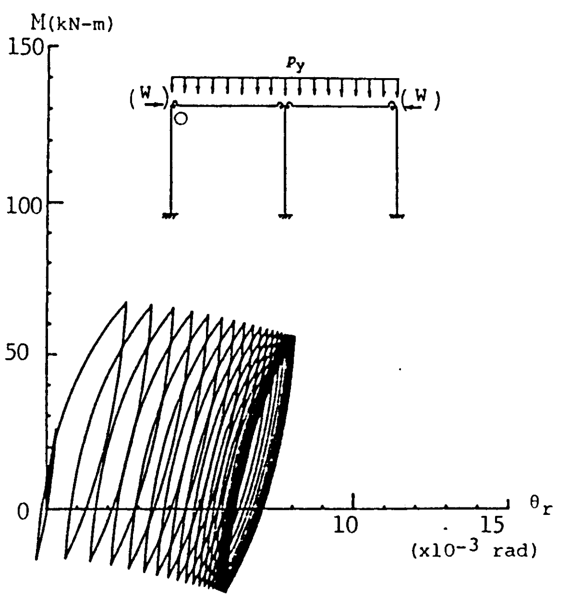


p_y=0.245kN/cm, w=51.2kM
(d) 鉛直分布荷重下(2)

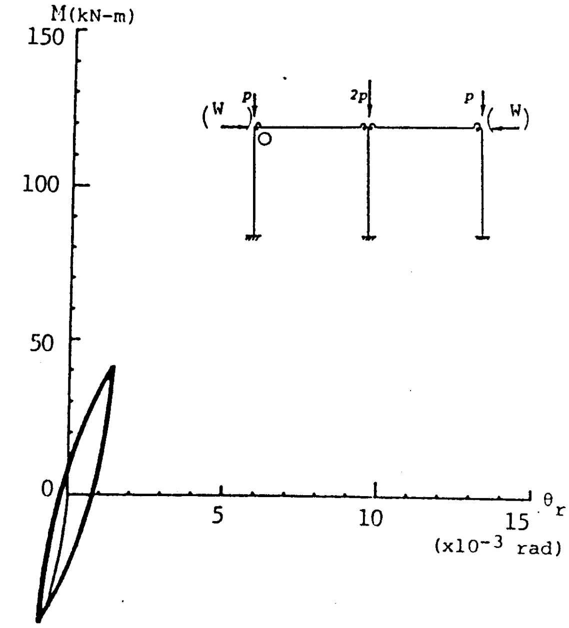
p=89.62kN, w=51.2kN
(f)鉛直集中荷重下(2)

○:ヒステリシスループを図示した結合部

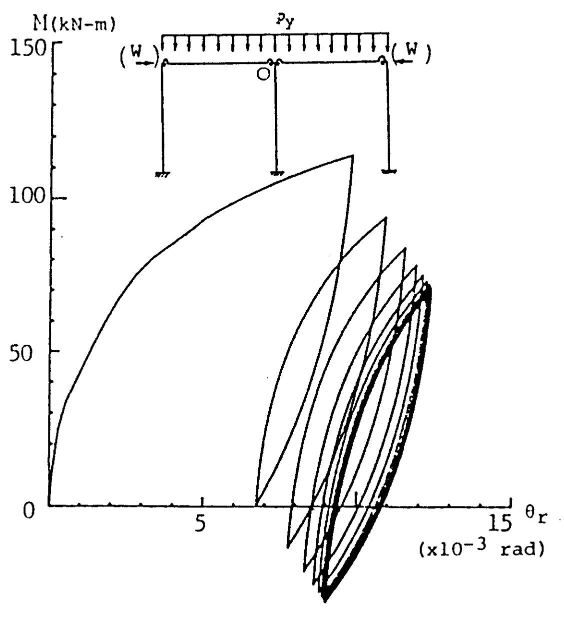
図3-8-1(c)～(f) 結合部のヒステリシスループ



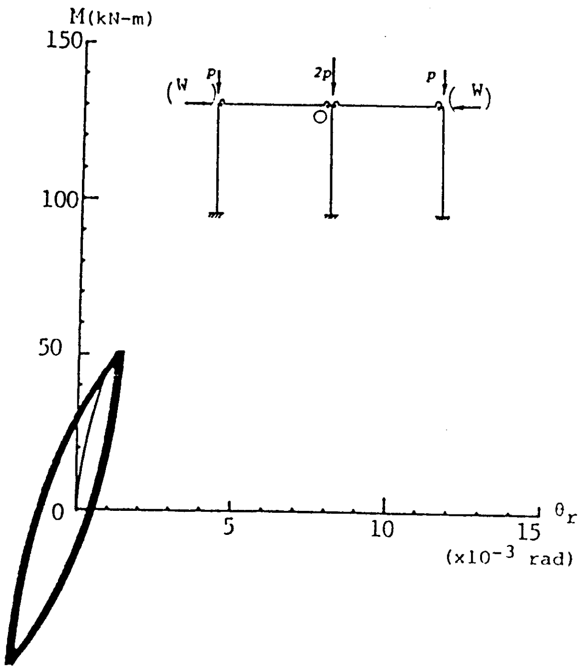
p_y=0.245kN/cm, w=51.2kM
(g) 鉛直分布荷重下(1)



p=89.62kN, w=51.2kN
(i)鉛直集中荷重下(1)



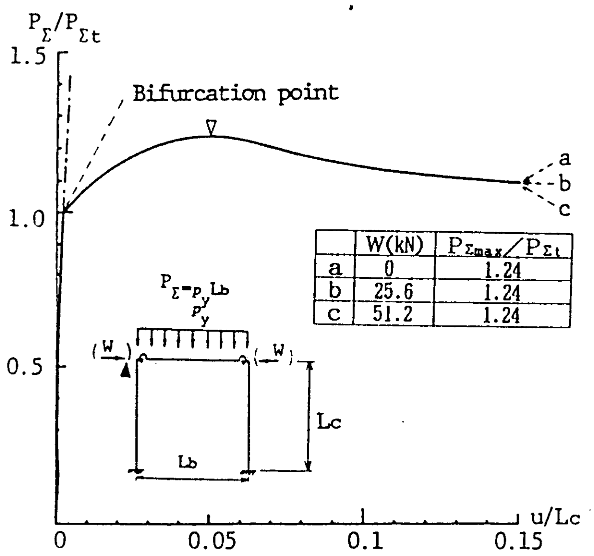
p_y=0.245kN/cm, w=51.2kM
(h) 鉛直分布荷重下(2)



p=89.62kN, w=51.2kN
(j)鉛直集中荷重下(2)

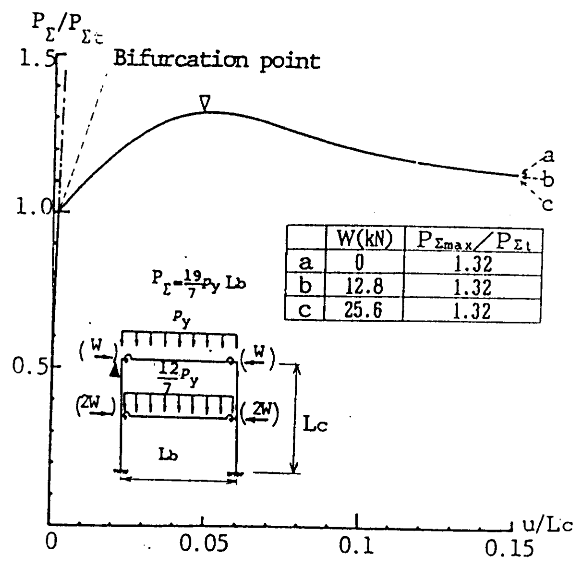
○:ヒステリシスループを図示した結合部

図3-8-1(g)~(j) 結合部のヒステリシスループ



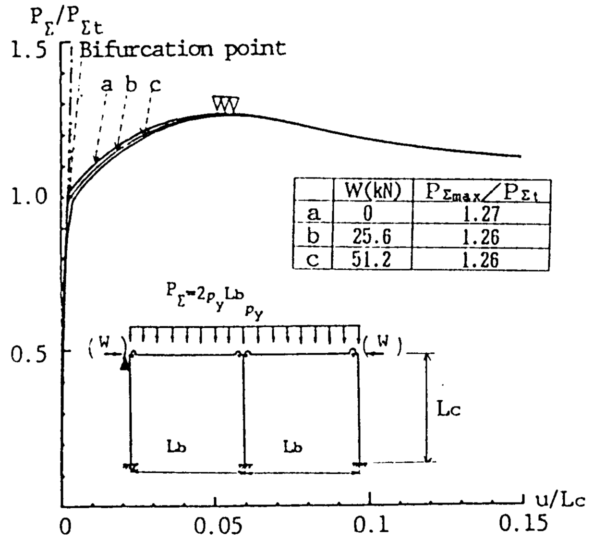
	W(kN)	$P_{\Sigma max}/P_{\Sigma t}$
a	0	1.24
b	25.6	1.24
c	51.2	1.24

(a)門型骨組(分布荷重)



	W(kN)	$P_{\Sigma max}/P_{\Sigma t}$
a	0	1.32
b	12.8	1.32
c	25.6	1.32

(b)2層1径間骨組(分布荷重)



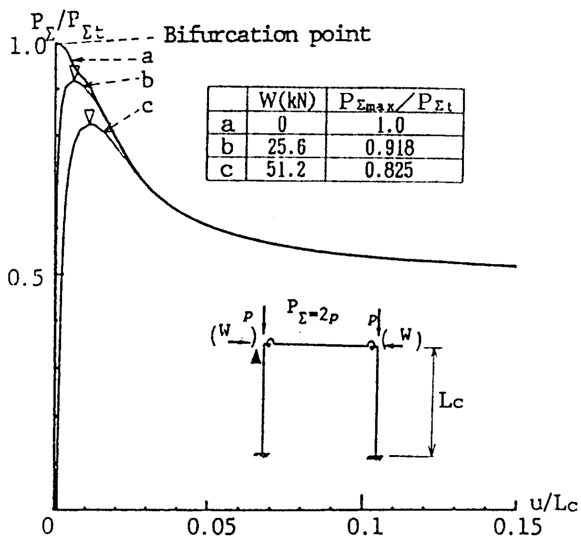
	W(kN)	$P_{\Sigma max}/P_{\Sigma t}$
a	0	1.27
b	25.6	1.26
c	51.2	1.26

(c)1層2径間骨組(分布荷重)

W:繰り返し荷重, ▽:$P_{\Sigma max}$, $P_{\Sigma t}$:接線係数荷重, ▲:水平変位を示した節点,

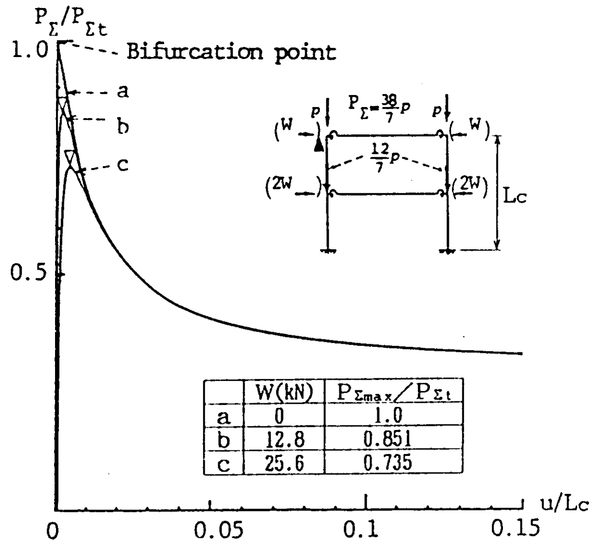
---------- :基本経路

図3-8-2(a)～(c) 風荷重による荷重履歴を受けた骨組の座屈挙動



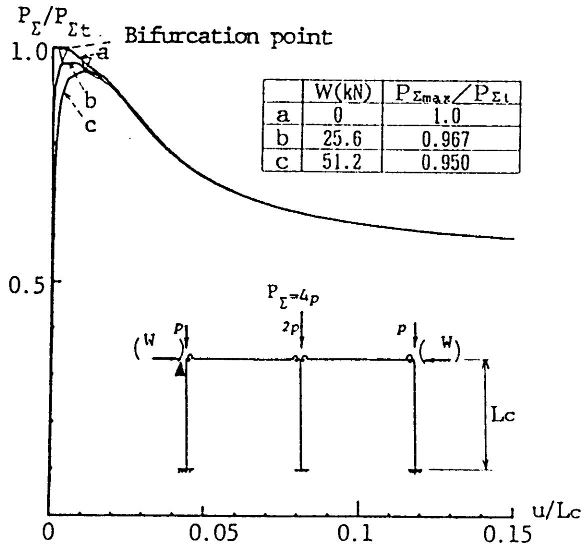
	W(kN)	$P_{\Sigma max}/P_{\Sigma t}$
a	0	1.0
b	25.6	0.918
c	51.2	0.825

(d)門型骨組(集中荷重)



	W(kN)	$P_{\Sigma max}/P_{\Sigma t}$
a	0	1.0
b	12.8	0.851
c	25.6	0.735

(e)2層1径間骨組(集中荷重)



	W(kN)	$P_{\Sigma max}/P_{\Sigma t}$
a	0	1.0
b	25.6	0.967
c	51.2	0.950

(f)1層2径間骨組(集中布荷重)

W:繰り返し荷重, ▽:$P_{\Sigma max}$, $P_{\Sigma t}$:接線係数荷重, ▲:水平変位を示した節点,

図3-8-2(d)~(f) 風荷重による荷重履歴を受けた骨組の座屈挙動

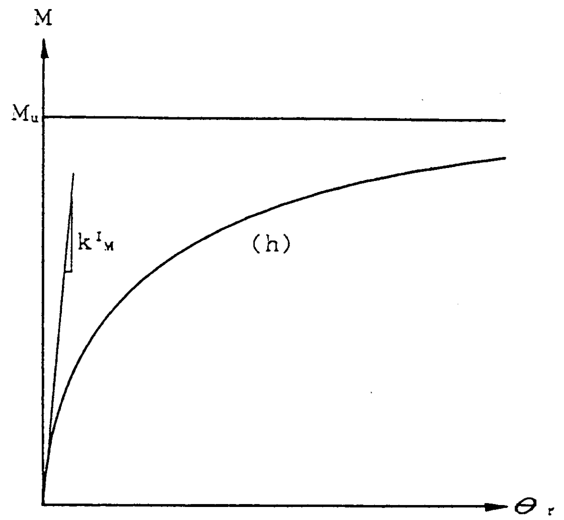


図3-9-1　結合部のパラメータ

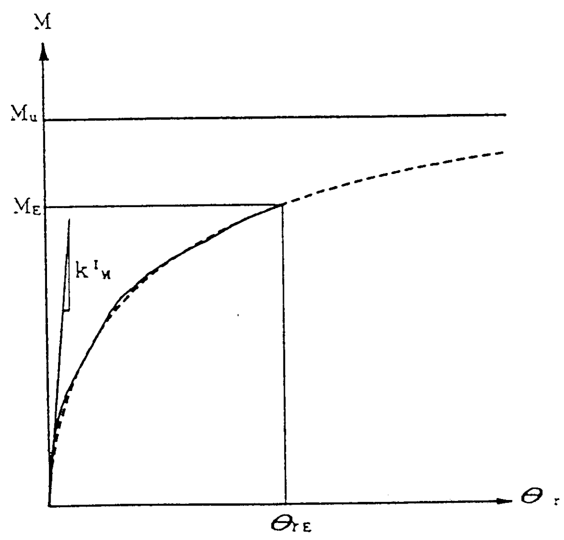
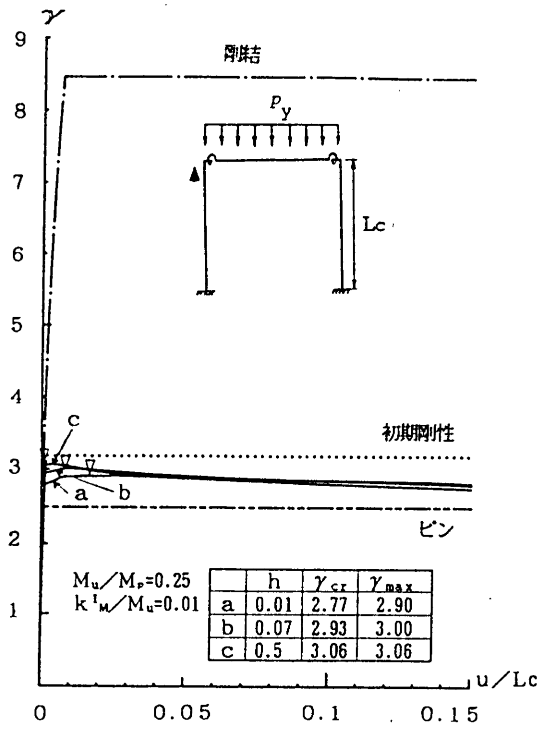
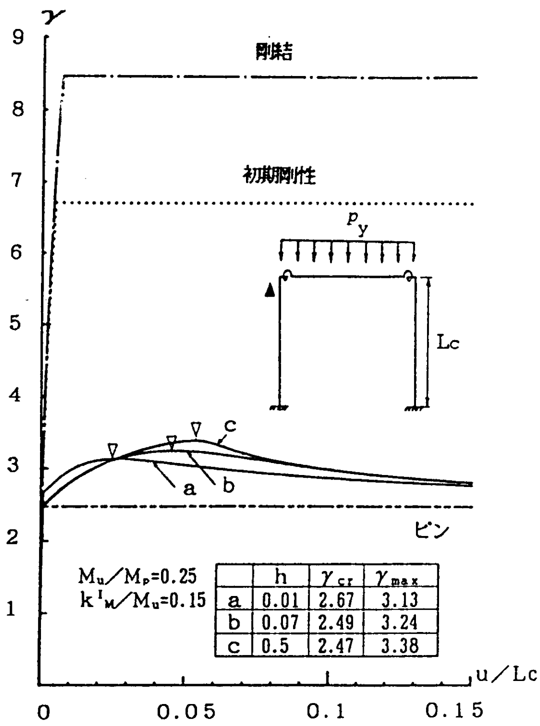


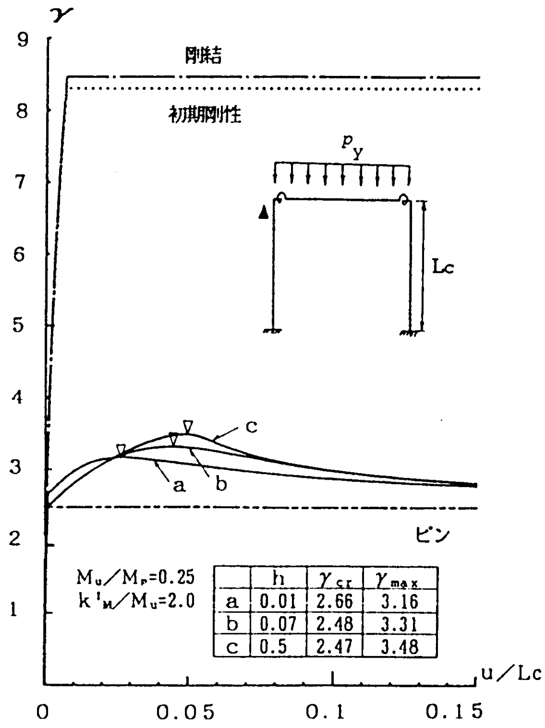
図3-9-2 結合部のパラメータの決定方法



(a)分布荷重(M_u/M_p=0.25,k^I_M/M_u=0.01)



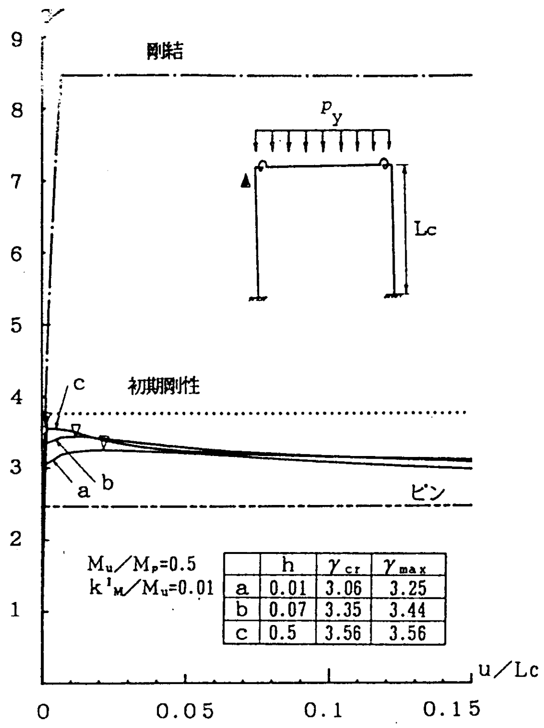
(b)分布荷重(M_u/M_p=0.25,k^I_M/M_u=0.15)



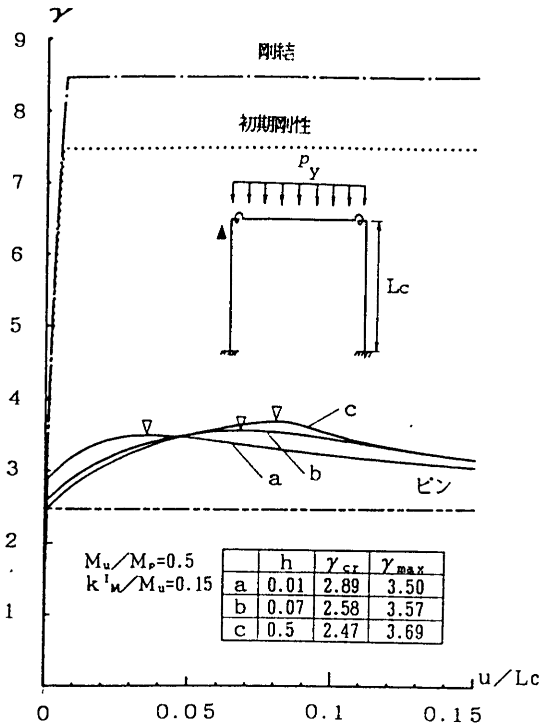
(c)分布荷重(M_u/M_p=0.25,k^I_M/M_u=2)

▽:γ_{max}, γ_t:接線座屈係数, ▲:水平変位を示した節点

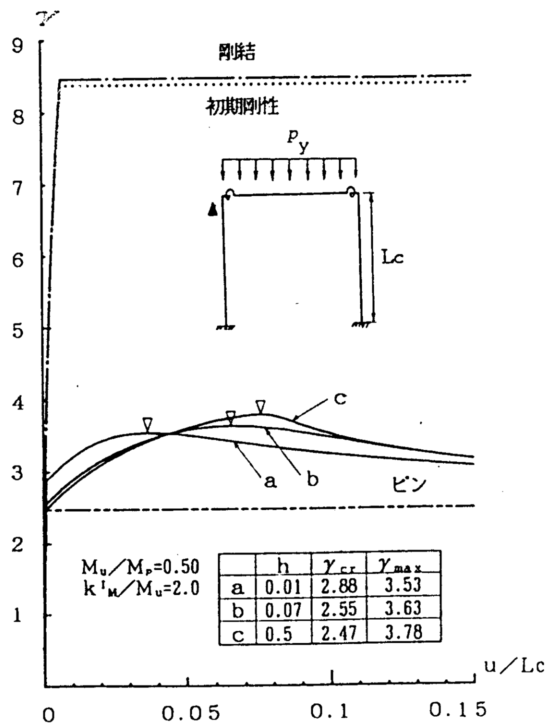
図3-9-3(a)～(c) 結合部のパラメータ解析よる骨組の座屈挙動



(d)分布荷重(M_u/M_P=0.5 ,$k^I{}_M/M_u$=0.01)



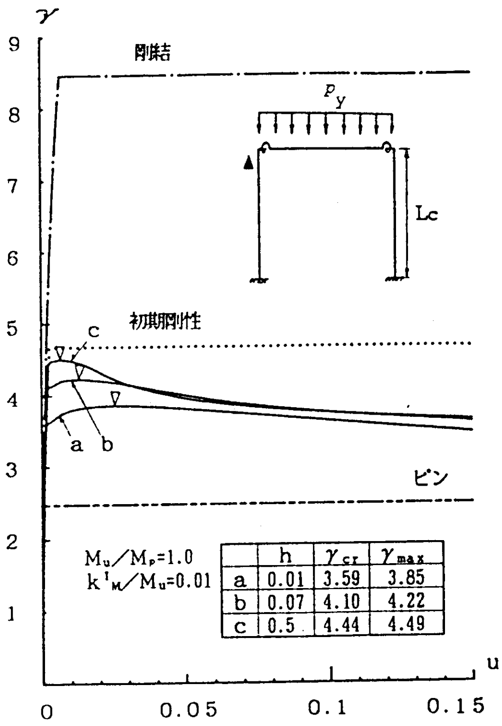
(e)分布荷重(M_u/M_P=0.5 ,$k^I{}_M/M_u$=0.15)



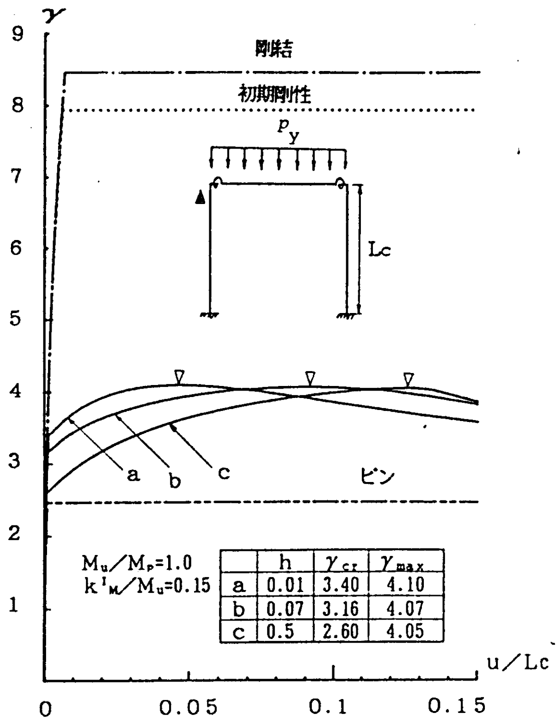
(f)分布荷重(M_u/M_P=0.5 ,$k^I{}_M/M_u$=2)

▽:γ_{max}, γ_t:接線座屈係数, ▲:水平変位を示した節点

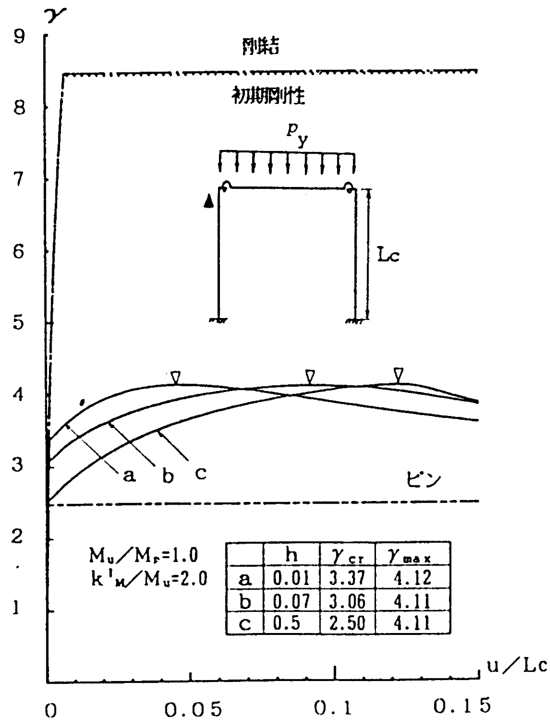
図3-9-3(d)～(f) 結合部のパラメータ解析よる骨組の座屈挙動



(g)分布荷重(M_u/M_p=1.0 ,$k^I{}_M/M_u$=0.01)



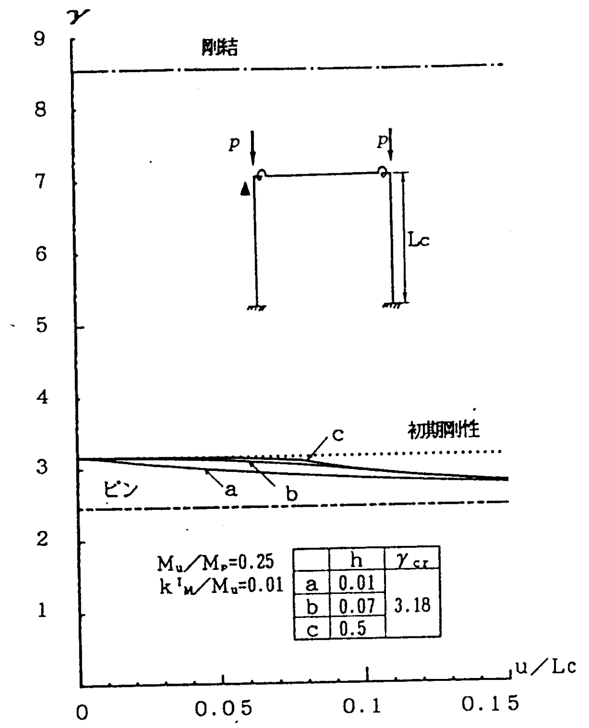
(h)分布荷重(M_u/M_p=1.0 ,$k^I{}_M/M_u$=0.15)



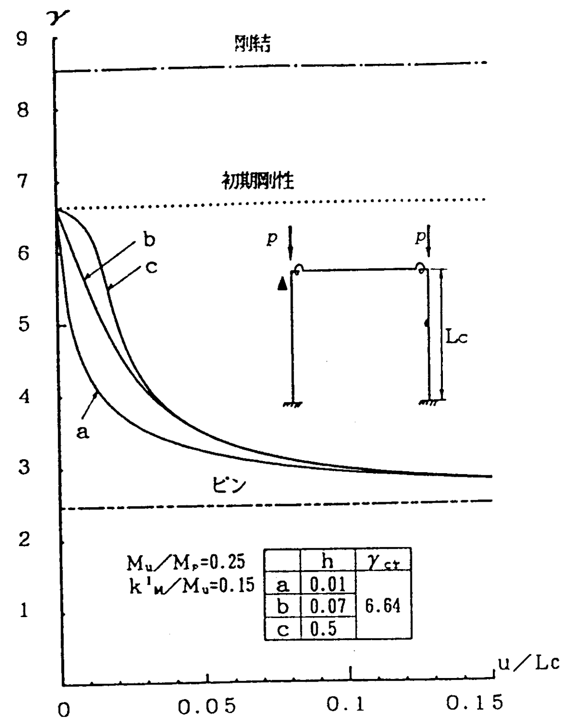
(i)分布荷重(M_u/M_p=1.0 ,$k^I{}_M/M_u$=2)

▽:γ_{max}, γ_t:接線座屈係数, ▲:水平変位を示した節点

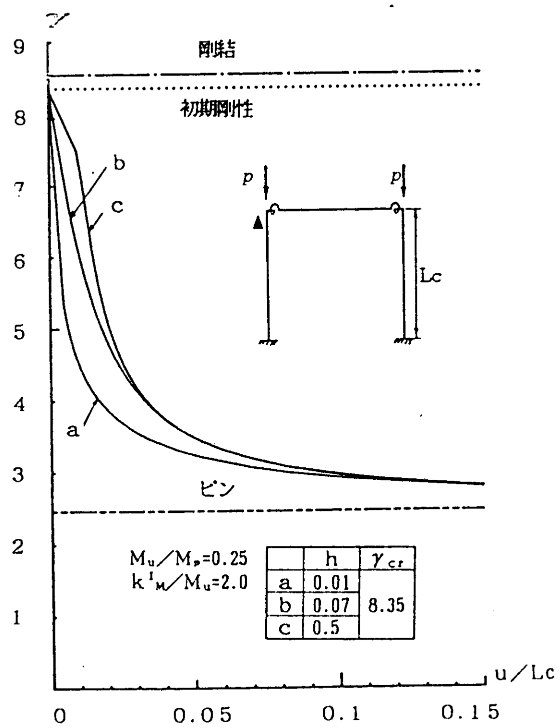
図3-9-3(g)~(i) 結合部のパラメータ解析よる骨組の座屈挙動



(j)集中荷重(M_u/M_p=0.25,$k^I{}_M/M_u$=0.01)



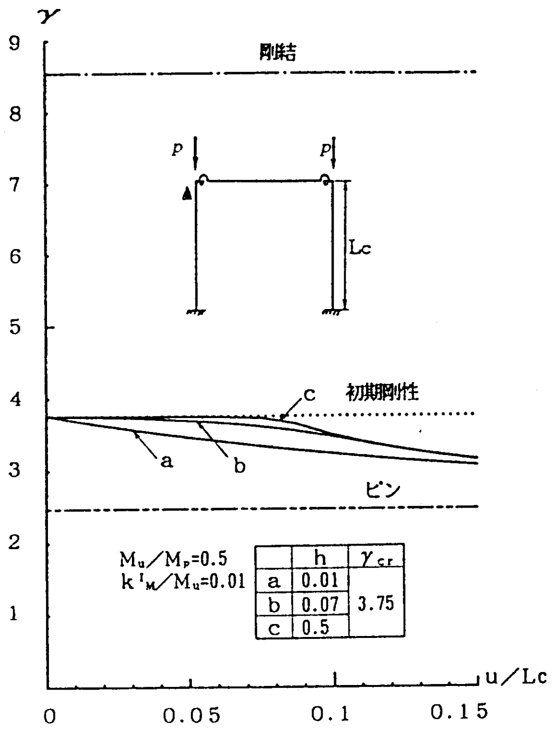
(k)集中荷重(M_u/M_p=0.25,$k^I{}_M/M_u$=0.15)



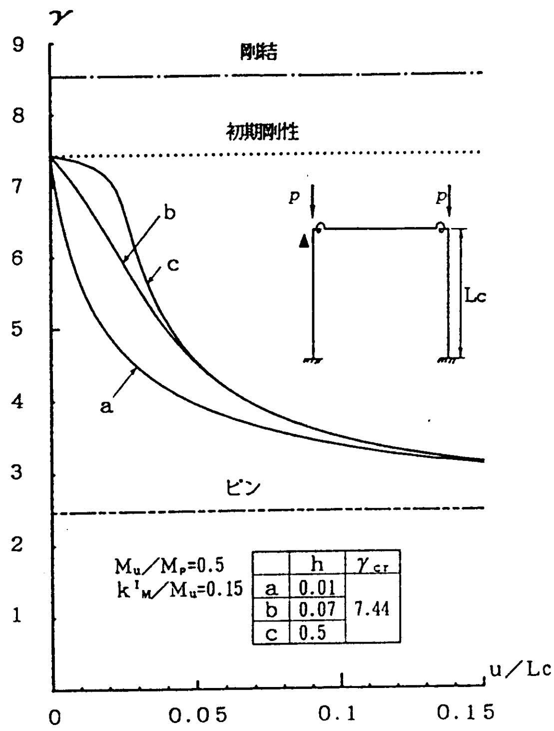
(l)集中荷重(M_u/M_p=0.25,$k^I{}_M/M_u$=2)

▽:γ_{max}, γ_t:接線座屈係数, ▲:水平変位を示した節点

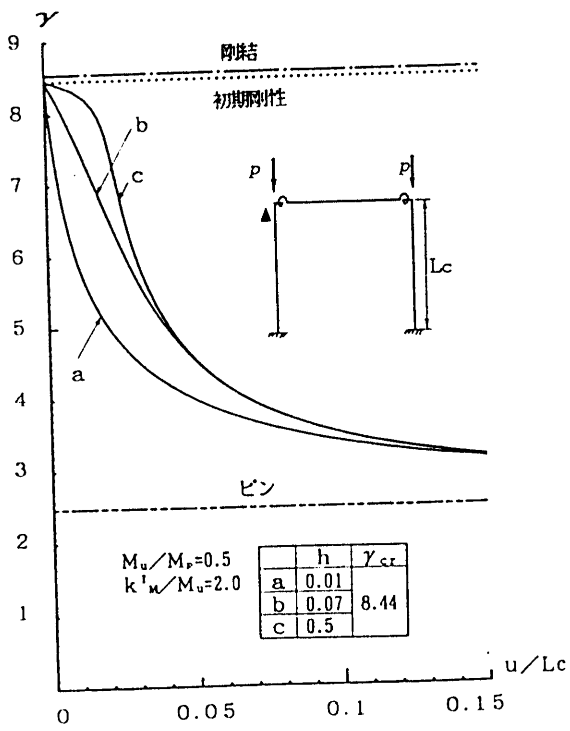
図3-9-3(j)～(l) 結合部のパラメータ解析よる骨組の座屈挙動



(m)集中荷重(M_u/M_P=0.5 ,k^I_M/M_u=0.01)



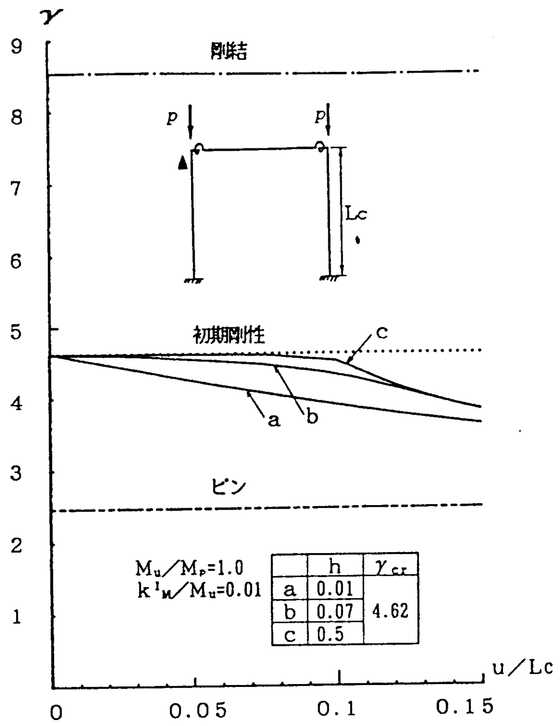
(n)集中荷重(M_u/M_P=0.5 ,k^I_M/M_u=0.15)



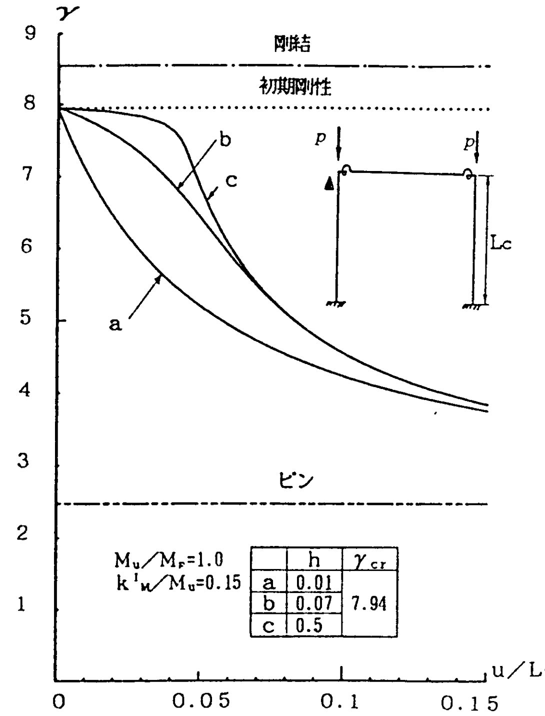
(o)集中荷重(M_u/M_P=0.5 ,k^I_M/M_u=2)

▽:γ_{max}, γ_t:接線座屈係数, ▲:水平変位を示した節点

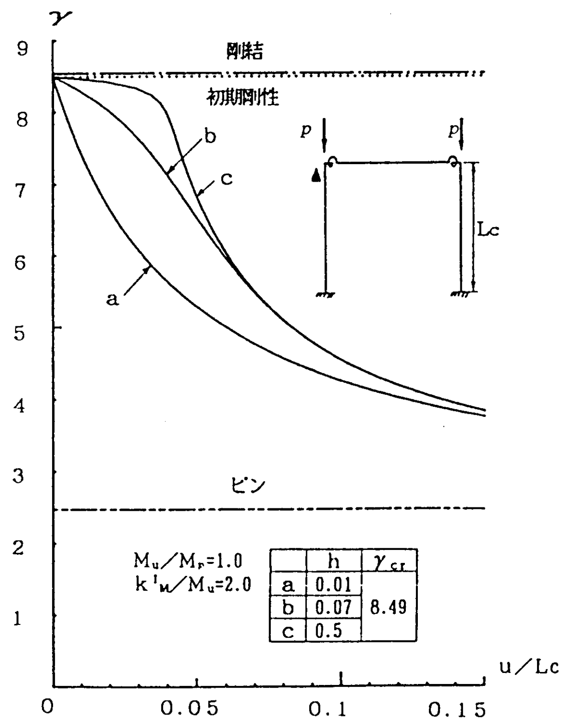
図3-9-3(m)～(o) 結合部のパラメータ解析よる骨組の座屈挙動



(p)集中荷重(M_u/M_P=1.0 ,$k^I{}_M/M_u$=0.01)



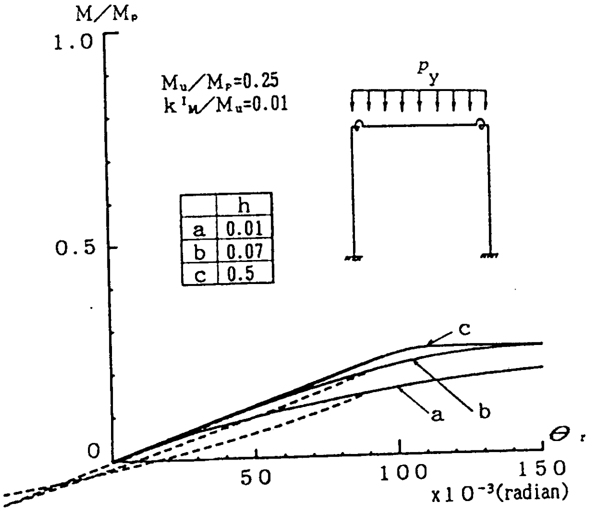
(q)集中荷重(M_u/M_P=1.0 ,$k^I{}_M/M_u$=0.15)



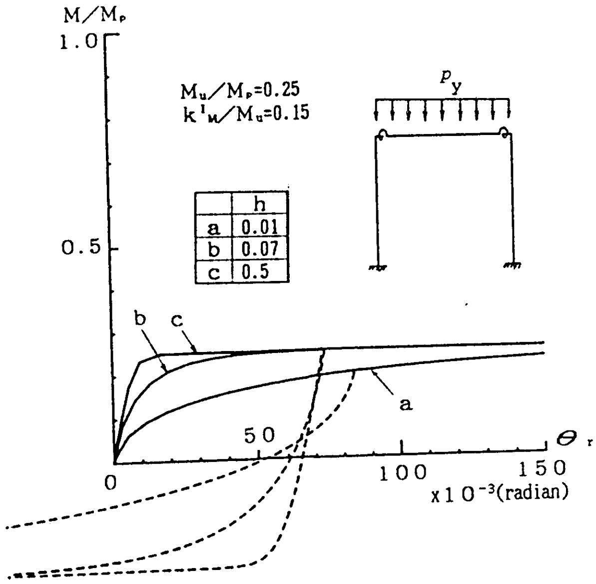
(r)集中荷重(M_u/M_P=1.0 ,$k^I{}_M/M_u$=2)

▽:γ_{max}, γ_t:接線座屈係数, ▲:水平変位を示した節点

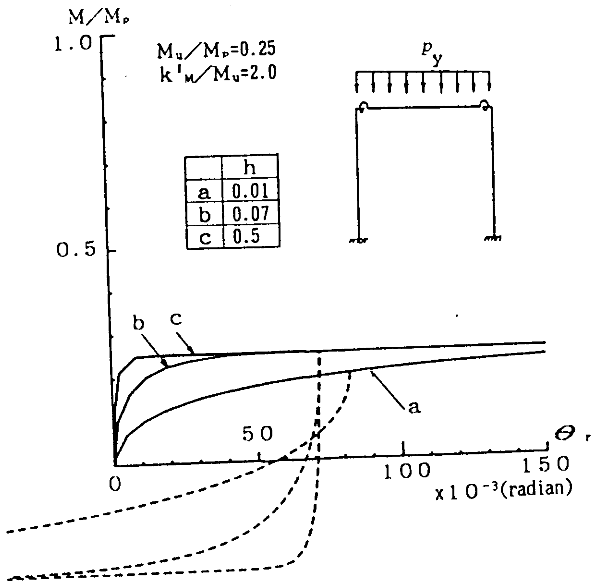
図3-9-3(p)～(r) 結合部のパラメータ解析よる骨組の座屈挙動



(a)分布荷重(M_u/M_P=0.25,$k^I{}_M/M_u$=0.01)



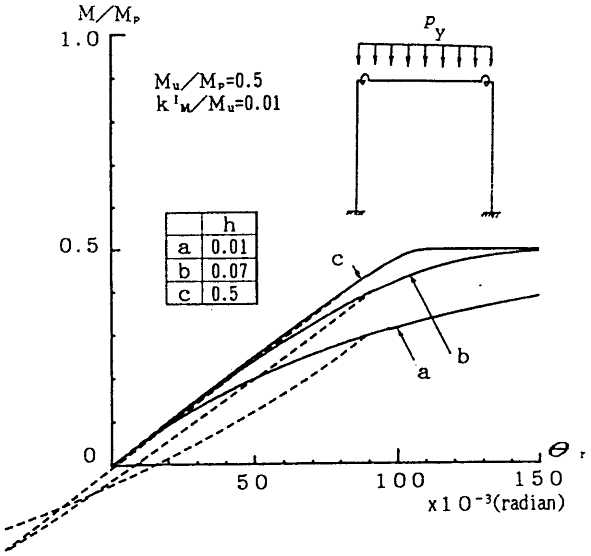
(b)分布荷重(M_u/M_P=0.25,$k^I{}_M/M_u$=0.15)



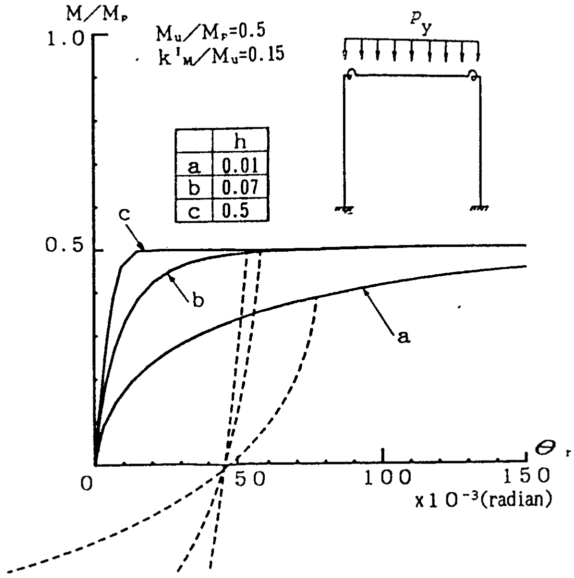
(c)分布荷重(M_u/M_P=0.25,$k^I{}_M/M_u$=2)

———— :負荷する結合部の$M-\theta_r$関係　-------- :除荷する結合部の$M-\theta_r$関係

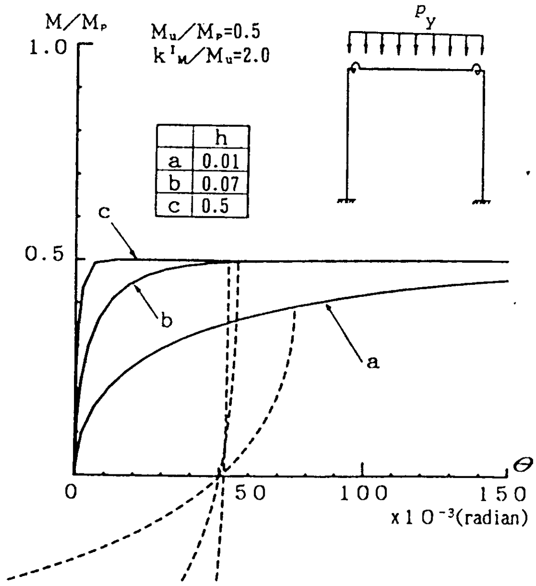
図3-9-4(a)～(c) 結合部のパラメータ解析よる結合部の$M-\theta_r$関係



(d)分布荷重(M_u/M_P=0.5 ,$k^I{}_M/M_u$=0.01)



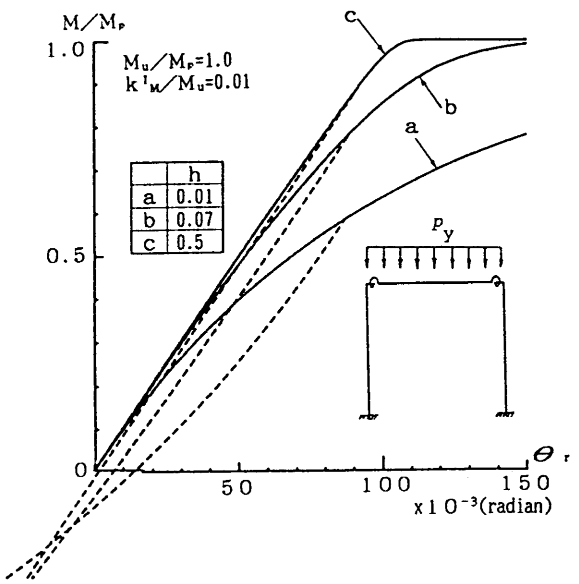
(e)分布荷重(M_u/M_P=0.5 ,$k^I{}_M/M_u$=0.15)



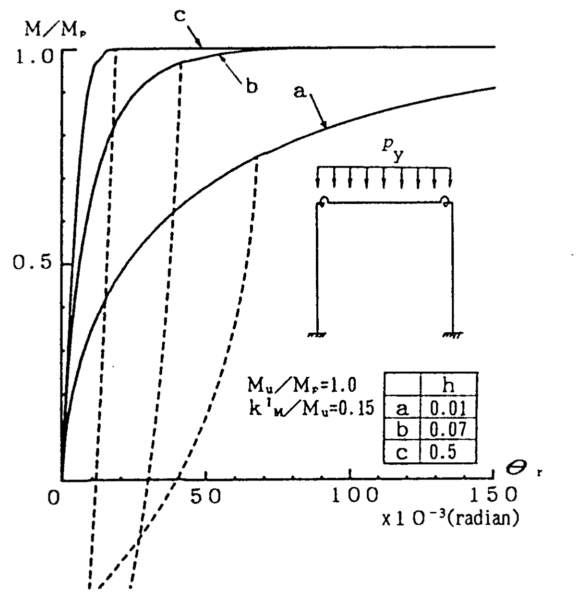
(f)分布荷重(M_u/M_P=0.5 ,$k^I{}_M/M_u$=2)

――― :負荷する結合部のM-θ_r関係　-------- :除荷する結合部のM-θ_r関係

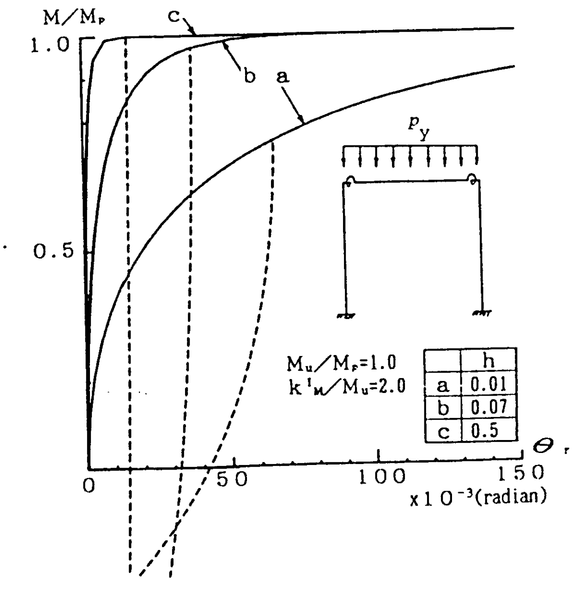
図3-9-4(d)～(f) 結合部のパラメータ解析よる結合部のM-θ_r関係



(g)分布荷重(M_u/M_p=1.0 ,$k^I{}_M/M_u$=0.01)



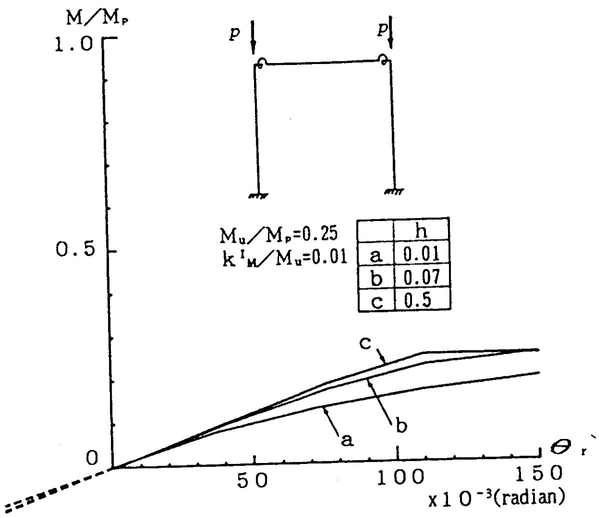
(h)分布荷重(M_u/M_p=1.0 ,$k^I{}_M/M_u$=0.15)



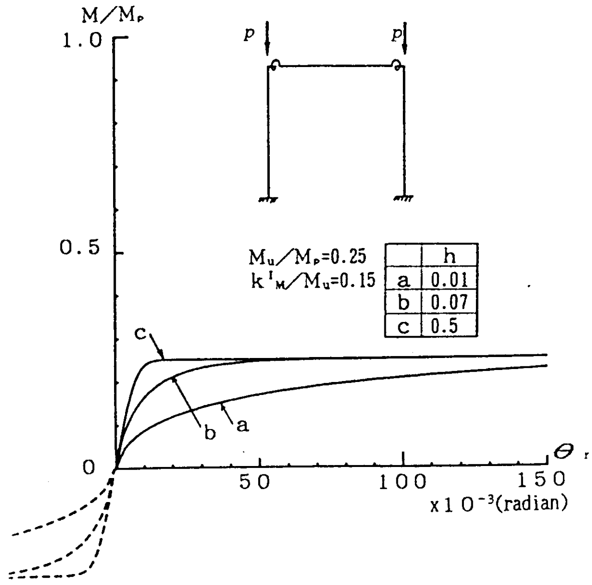
(i)分布荷重(M_u/M_p=1.0 ,$k^I{}_M/M_u$=2)

―――― :負荷する結合部のM-θ_r関係　-------- :除荷する結合部のM-θ_r関係

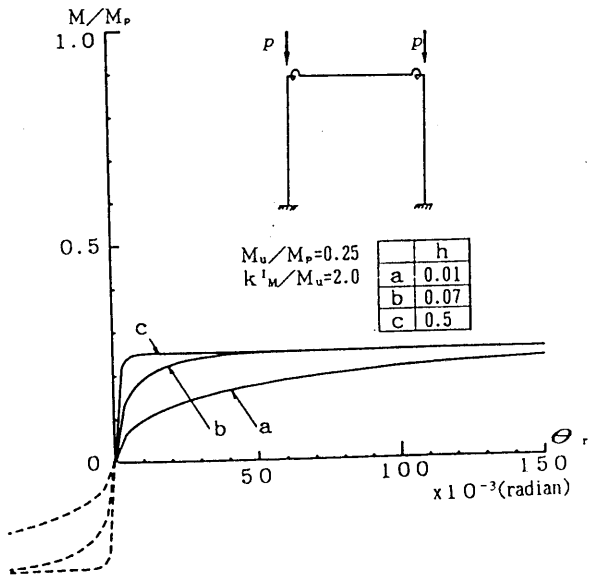
図3-9-4(g)～(i) 結合部のパラメータ解析よる結合部のM-θ_r関係



(j)集中荷重(M_u/M_p=0.25,$k^I{}_M/M_u$=0.01)



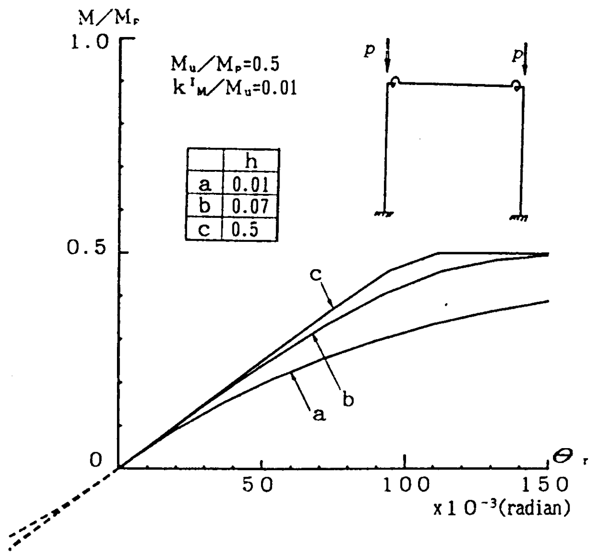
(k)集中荷重(M_u/M_p=0.25,$k^I{}_M/M_u$=0.15)



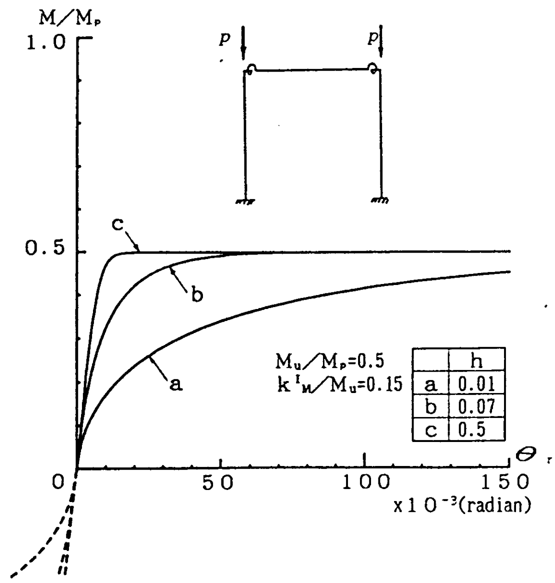
(l)集中荷重(M_u/M_p=0.25,$k^I{}_M/M_u$=2)

――― :負荷する結合部のM-θ_r関係 -------- :除荷する結合部のM-θ_r関係

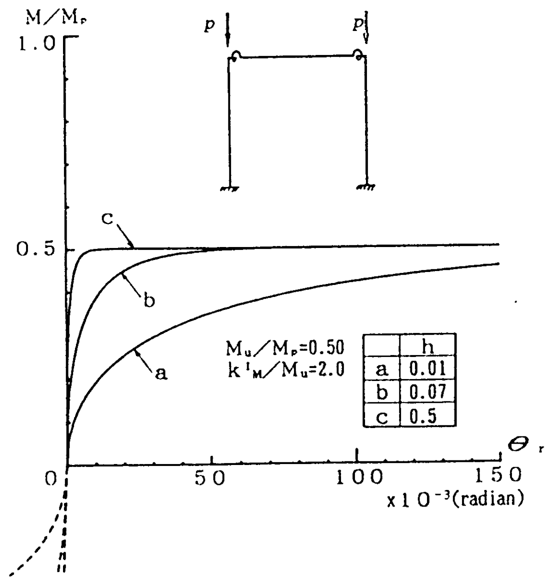
図3-9-4(j)～(l) 結合部のパラメータ解析よる結合部のM-θ_r関係



(m)集中荷重(M_u/M_p=0.5 ,$k^I{}_M/M_u$=0.01)



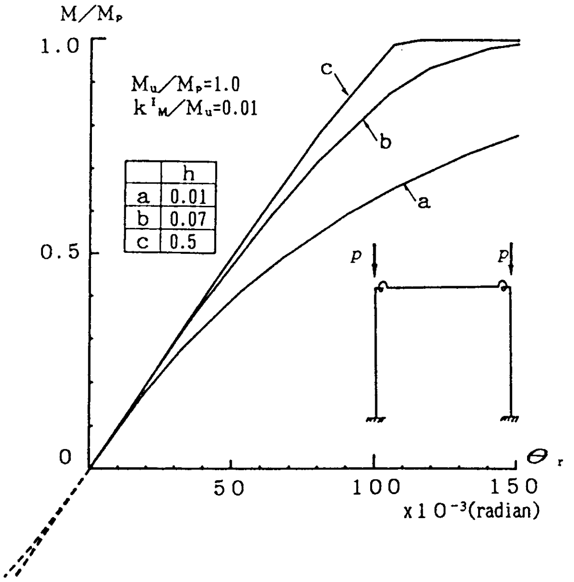
(n)集中荷重(M_u/M_p=0.5 ,$k^I{}_M/M_u$=0.15)



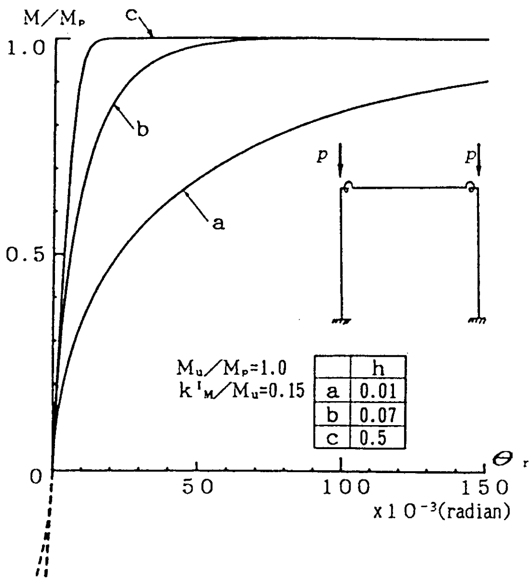
(o)集中荷重(M_u/M_p=0.5 ,$k^I{}_M/M_u$=2)

——— :負荷する結合部のM-θ_r関係　-------- :除荷する結合部のM-θ_r関係

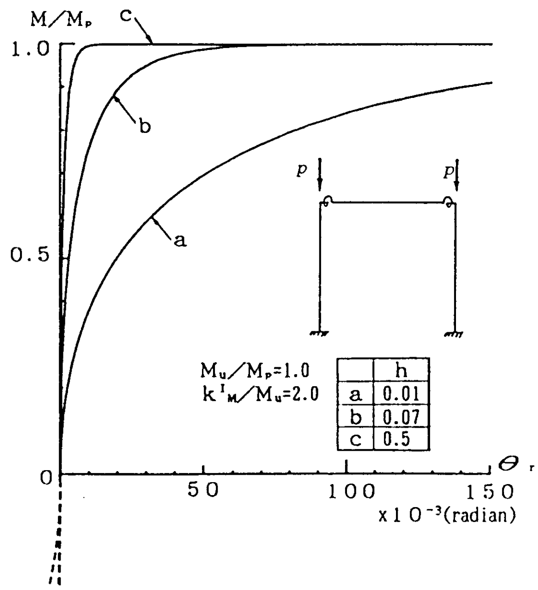
図3-9-4(m)～(o) 結合部のパラメータ解析よる結合部のM-θ_r関係



(p)集中荷重(M_u/M_P=1.0 ,$k^I{}_M/M_u$=0.01)



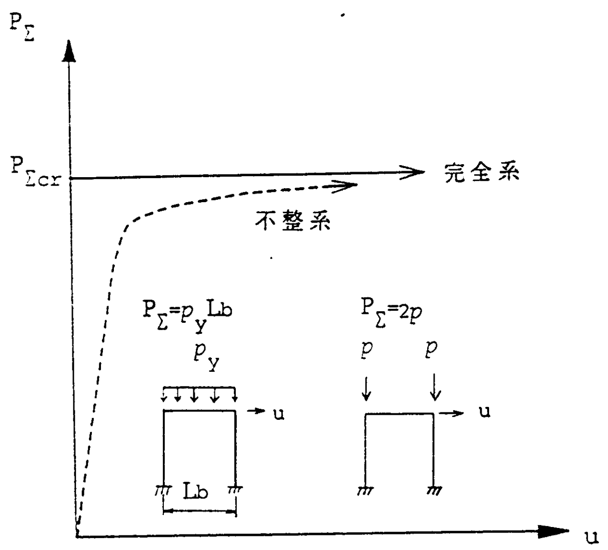
(q)集中荷重(M_u/M_P=1.0 ,$k^I{}_M/M_u$=0.15)



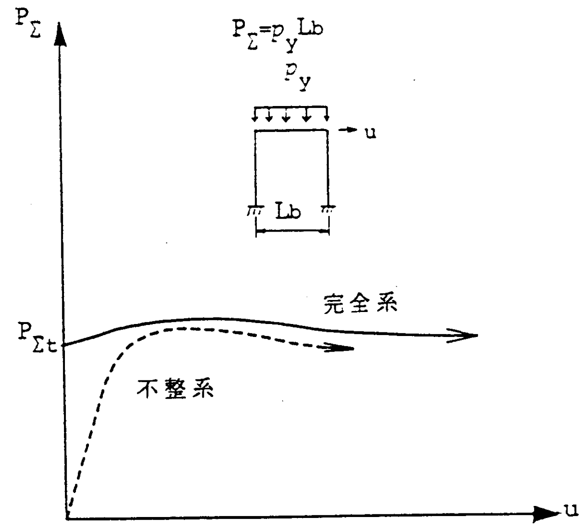
(r)集中荷重(M_u/M_P=1.0 ,$k^I{}_M/M_u$=2)

——— :負荷する結合部の$M-\theta_r$関係　-------- :除荷する結合部の$M-\theta_r$関係

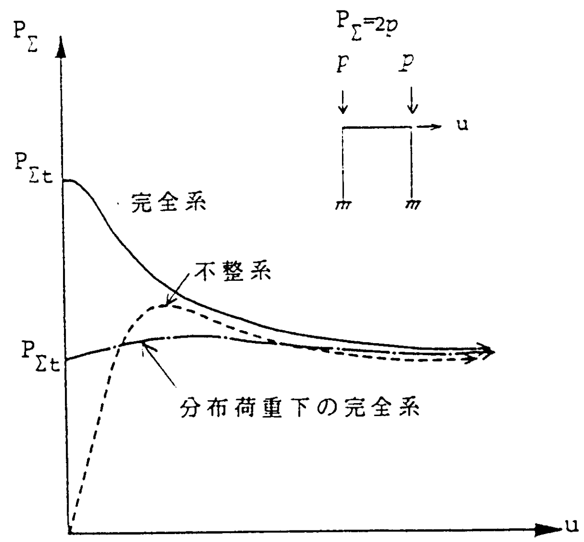
図3-9-4(p)～(r) 結合部のパラメータ解析よる結合部の$M-\theta_r$関係



(a)ピン結合または剛結骨組



(b)半剛結骨組(はり上に分布荷重が作用)



(c)半剛結骨組(柱上に集中荷重が作用)

図3-10-1　骨組の座屈挙動の概念図

補遺－1

(a)

$$[\bar{K}_{ij}] = \begin{vmatrix} AL^2/I & 0 & 0 & -AL^2/I & 0 & 0 \\ & 12\phi_1 & 6\phi_2 & 0 & -12\phi_1 & 6\phi_2 \\ & & 4\phi_3 & 0 & -6\phi_2 & 2\phi_4 \\ & & & AL^2/I & 0 & 0 \\ & \mathrm{sym.} & & & 12\phi_1 & -6\phi_2 \\ & & & & & 4\phi_3 \end{vmatrix}$$

ϕ_a(a=1,4)は軸力に関するべき級数で表されており、その具体的表示と収束性は文献Goto,Y. and Chen,W.F,(1987a)に示す通りである。この文献より引用したϕ_a(a=1,4)の具体的表示を次に示す。

$$\phi_1 = \frac{1}{12\phi}\left\{1 + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)!}(-\tilde{N}_1)^n\right\}$$

$$\phi_2 = \frac{1}{6\phi}\left\{\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+2)!}(-\tilde{N}_1)^n\right\}$$

$$\phi_3 = \frac{1}{4\phi}\left\{\frac{1}{3} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2(n+1)}{(2n+3)!}(-\tilde{N}_1)^n\right\}$$

$$\phi_4 = \frac{1}{2\phi}\left\{\frac{1}{6} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+3)!}(-\tilde{N}_1)^n\right\}$$

ここに、

$$\phi = \frac{1}{12} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2(n+1)}{(2n+4)!}(-\tilde{N}_1)^n$$

(b)

$$\begin{aligned}\bar{K}_{1jk} = -\bar{K}_{4jk} = {} & f_1 A_j A_k + f_2 \bar{K}_{2j}\bar{K}_{2k} + f_3 \bar{K}_{3j}\bar{K}_{3k} \\ & + f_4 (A_j \bar{K}_{2k} + A_k \bar{K}_{2j})/2 \\ & + f_5 (A_j \bar{K}_{3k} + A_k \bar{K}_{3j})/2 \\ & + f_6 (\bar{K}_{2j}\bar{K}_{3k} + \bar{K}_{3j}\bar{K}_{2k})/2\end{aligned}$$

$$\bar{K}_{2jk} = \bar{K}_{3jk} = \bar{K}_{5jk} = \bar{K}_{6jk} = 0$$

ここに、${}^t\{A_i\}$=(0 0 1 0 0 0)　また、f_b(b=1,10)は軸力に関するべき級数で表されており、その具体的表示と収束性は文献Goto,Y. and Chen,W.F,(1987a)に示す通りである。この文献より引用したf_b(b=1,10)の具体的表示を次に示す。

$$f_1 = 1 + \frac{1}{8}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^{n+1}}{(2n+1)!}(-\tilde{N}_1)^n$$

$$f_2 = \frac{1}{20} + 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^{n+1}}{(2n+5)!}(-\tilde{N}_1)^n \quad -2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+5)!}(-\tilde{N}_1)^n$$

$$f_3 = \frac{1}{3} + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^{n+1}}{(2n+3)!}(-\tilde{N}_1)^n$$

$$f_4 = \frac{1}{3} - 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+3)!}(-\tilde{N}_1)^n \quad + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^{n+1}}{(2n+3)!}(-\tilde{N}_1)^n$$

$$f_5 = -1 - \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^{n+1}}{(2n+2)!}(-\tilde{N}_1)^n$$

$$f_6 = -\frac{1}{4} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2}{(2n+4)!}(-\tilde{N}_1)^n \quad -2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^{n+1}}{(2n+4)!}(-\tilde{N}_1)^n$$

$$f_7 = \frac{1}{252} - 4\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+3}{(2n+7)!}(-\tilde{N}_1)^n \quad + 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^{n+2}}{(2n+7)!}(-\tilde{N}_1)^n$$

$$f_8 = \frac{1}{12} + 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+4)!}(-\tilde{N}_1)^n \quad -\tilde{N}_1\left\{\frac{1}{6} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-\tilde{N}_1)^n}{(2n+3)!}\right\}^2$$

$$f_9 = \left\{\frac{1}{6} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-\tilde{N}_1)^n}{(2n+3)!}\right\}^2$$

$$f_{10} = -\frac{1}{15} + 4\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+2}{(2n+5)!}(-\tilde{N}_1)^n - \sum_{n=1}^{\infty}\frac{4^{n+2}}{(2n+5)!}(-\tilde{N}_1)^n$$

(c)

$$\bar{L}_{1J} = -\bar{L}_{4J} = -f_2\bar{K}_{2J} - f_3\bar{K}_{3J}/\{2(2\phi_3+\phi_4)\}$$
$$-f_4A_J/2 - f_5A_J/\{4(2\phi_3+\phi_4)\} - f_6\bar{K}_{3k}/2$$
$$-f_6\bar{K}_{2J}/\{4(2\phi_3+\phi_4)\} + f_8A_J + f_9\bar{K}_{2J} + f_{10}\bar{K}_{3J}$$

$$\bar{L}_{2J} = \bar{L}_{3J} = \bar{L}_{5J} = \bar{L}_{6J} = 0$$

(d)

$$\bar{L}_1 = \bar{L}_4 = 0, \quad \bar{L}_2 = \bar{L}_5 = -1/2, \quad \bar{L}_3 = -\bar{L}_6 = -1/\{4(2\phi_3+\phi_4)\}$$

(e)

$$\bar{C}_1 = -\bar{C}_4 = f_2/4 + f_3/\{48(2\phi_3+\phi_4)\} + f_6/\{8(2\phi_3+\phi_4)\}$$
$$+f_7 - f_9/2 - f_{10}/\{4(2\phi_3+\phi_4)\}$$

$$\bar{C}_2 = \bar{C}_3 = \bar{C}_5 = \bar{C}_6 = 0$$

補遺－2

$$\frac{d\phi_1}{d\tilde{N}_1} = \frac{1}{12\psi}\left\{-\frac{1}{6} - \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)}{(2n+3)!}(-\tilde{N}_1)^n\right\} + \frac{1}{12}\left\{1 + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-\tilde{N}_1)^n}{(2n+1)!}\right\}\frac{\delta}{\psi^2}$$

$$\frac{d\phi_2}{d\tilde{N}_1} = \frac{1}{6\psi}\left\{-\frac{1}{24} - \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)}{(2n+4)!}(-\tilde{N}_1)^n\right\} + \frac{1}{6}\left\{\frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-\tilde{N}_1)^n}{(2n+2)!}\right\}\frac{\delta}{\psi^2}$$

$$\frac{d\phi_3}{d\tilde{N}_1} = \frac{1}{4\psi}\left\{-\frac{1}{30} - \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2(n+2)(n+1)}{(2n+5)!}(-\tilde{N}_1)^n\right\} + \frac{1}{4}\left\{\frac{1}{3} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2(n+1)(-\tilde{N}_1)^n}{(2n+3)!}\right\}\frac{\delta}{\psi^2}$$

$$\frac{d\phi_4}{d\tilde{N}_1} = \frac{1}{2\psi}\left\{-\frac{1}{120} - \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)}{(2n+5)!}(-\tilde{N}_1)^n\right\} + \frac{1}{2}\left\{\frac{1}{6} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-\tilde{N}_1)^n}{(2n+3)!}\right\}\frac{\delta}{\psi^2}$$

ここに、

$$\delta = \frac{1}{180} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2(n+2)(n+1)}{(2n+6)!}(-\tilde{N}_1)^n$$

$$\psi = \frac{1}{12} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{2(n+1)}{(2n+4)!}(-\tilde{N}_1)^n$$

また、

$$\frac{df_1}{d\tilde{N}_1} = -\frac{1}{3} - 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)4^n}{(2n+3)!}(-\tilde{N}_1)^n$$

$$\frac{df_2}{d\tilde{N}_1} = -\frac{1}{168} - 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)(4^{n+2}-1)}{(2n+7)!}(-\tilde{N}_1)^n$$

$$\frac{df_3}{d\tilde{N}_1} = -\frac{1}{15} - 8\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)4^n}{(2n+5)!}(-\tilde{N}_1)^n$$

$$\frac{df_4}{d\tilde{N}_1} = -\frac{7}{60} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)(2-4^{n+2})}{(2n+5)!}(-\tilde{N}_1)^n$$

$$\frac{df_5}{d\tilde{N}_1} = \frac{1}{3} + \frac{1}{2}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)4^{n+2}}{(2n+4)!}(-\tilde{N}_1)^n$$

$$\frac{df_6}{d\tilde{N}_1} = \frac{1}{24} - 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)(1-4^{n+2})}{(2n+6)!}(-\tilde{N}_1)^n$$

$$\frac{df_7}{d\tilde{N}_1} = -\frac{1}{3240}$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{-2(n+1)4^{n+3}+4(n+1)(n+4)}{(2n+9)!}(-\tilde{N}_1)^n$$

$$\frac{df_8}{d\tilde{N}_1} = -\frac{1}{360} - 2\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)}{(2n+6)!}(-\tilde{N}_1)^n$$

$$-\left\{\frac{1}{6}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-\tilde{N}_1)^n}{(2n+3)!}\right\}\left\{\frac{1}{6}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(2n+1)}{(2n+3)!}(-\tilde{N}_1)^n\right\}$$

$$\frac{df_9}{d\tilde{N}_1} = -\left\{\frac{1}{6}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-\tilde{N}_1)^n}{(2n+3)!}\right\}\left\{\frac{1}{60}+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{2(n+1)}{(2n+5)!}(-\tilde{N}_1)^n\right\}$$

$$\frac{df_{10}}{d\tilde{N}_1} = \frac{13}{1260} - 4\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+3)(n+1)}{(2n+7)!}(-\tilde{N}_1)^n$$

$$+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(n+1)4^{n+3}}{(2n+7)!}(-\tilde{N}_1)^n$$

参考文献

AISC(1978), Specification for the Design, Fabrication of Structural Steel for Buildings,Chicago, IL

AISC(1986), Load and Resistance Facter Design Specification for Structural Steel Building,Chicago, IL

Ackroyd, M.H.(1979), Nonlinear Inelastic Stability of Flexibly-Connected Plane Steel Frames, Ph.D. Thesis, University of Colorado, Boulder, Colorado,

Anderson, D., Bijlaard, F., Nethercot, D.A. and Zandonini, R.(1989), Analysis and Design of Steel Frames with Semi-Rigid Connections, IABSE Surveys S39/87, pp.61-68

Bjorhorde, R., Brozzelti, J. and And Colson, A.(1987), Connections in Steel Structures, Proc. Workshop on Connections and the Behavior, Strength and Design of Steel Structures, Cachan, France, May

Bleich, F.(1952), Buckling Strength of Metal Structures, McGraw-Hill, New York

Brinsteil, C. and Iffland, J.S.B.(1980), Factors Influencing Frame Stability, J. struct. Div., ASCE, 106(2), pp.491-504

Chen, W.F. and Kishi, N.(1989), Semi-Rigid Steel Beam-to-Column Connections: Data Base and Modeling,Journal of Structural Engineering, ASCE, 115(1), pp.105-119

Chen, W.F. and Lui, E.M.(1985), Column with End Restraint and Bending in Load and Resistance Factor design, AISC Engineering Journal, Third Quater, pp.105-132

Chen, W.F. and Saleeb, A.F.(1982), Uniaxial Behavior and Modeling in Plasticity, Structural Engineering Report No.CE-STR-82-35, School of Civil Engineering, Purdue Univ., West Lafayette

Chen, W.F., editor(1985), Connection Flexibility and Steel Frames, Proc. Sessionon Connection Flexibility and Steel Frames, ASCE, Annual Convention, Detroit

Chen, W.F., editor(1987), Joint Flexibility in Steel Frames, Journal of Constructional Steel Research, Vol.8

Chwalla, E.(1938), Die Stabilitaet Lotrecht Belasteter rechteckrahmen, Der Bauingenier, 19, pp.69-75

Conner, J.J., Logcher, R.D., and Chan, S.C.(1968), Nonlinear analysis of elastic framed structures, J. Struct. Div., ASCE, 94(6), pp.1525-1547

Cook, N.E.(1983), Strengh of Flexibly-Connected Steel Frames and Load Histories, Ph.D. Thesis, University of Colorado , Boulder, Colorado

Dafalias, Y.F. and Popov, E.P.(1976), Plastic Internal Variables Formalism of Cyclic Plasticity, J. Appl. Mech. Vol.43, pp.645-651

Davsion, J.B., Kirby, P.A. and Nethercot,D.A.(1987), Rotationl Characteristic of Steel Beam-to-Column Connections, Journal of Constructional Steel Research, Vol.8, pp.17-54

Goto, Y. and Chen, W.F.(1987_a), Second Order Elastic Analysis for Frame Design, Journal of Structural Div., ASCE, Vol.113, No.ST7, pp.1501-1519

Goto, Y. and Chen, W.F.(1987_b), On the Computer-Based Design Analysis for the Flexibly Jointed Frames, Journal of Constructional Steel Research, Vol.8, pp.203-231

Goto, Y., Suzuki, S. and Chen, W.F.(1989), Bifurcation and Limit-Load Instability of Flexibly Jointed Frames, Proc. of the International Colloquium on Bolted and Special Structural Joints, 3, Moscow, pp.80-89

後藤芳顯、鈴木五月、松浦聖(1989), はりと柱の結合部の非弾性特性を考慮した半剛結平面骨組の臨界挙動の解析、土木学会論文集、第410／I-12、pp.287-296

後藤芳顯、鈴木五月、松浦聖(1990a), はり・柱理論に基づく初期曲げモーメントを受ける弾性矩形骨組の座屈解析に関する一考察、構造工学論文集、Vol.36A,(掲載予定)

後藤芳顯、鈴木五月、松浦聖(1990b), はりと柱の結合部に非弾性特性を有する半剛結矩形骨組の安定性に関する一考察、土木学会論文集, 第416／I-13,(掲載予定)

Goto, Y., Suzuki, S. and Chen, W.F.(1990a), ON the Critical Behavior of Semi-Rigid Orthogonal Frames,to appear in the Proc. of International Conference on Structural Engineering and Computations, Beijing, China,(掲載予定)

Goto, Y., Suzuki, S., Chen, W.F.(1990b), Analysis of Critical Behavior of Semi-Rigid Frames with or without Load History in Connections, International Journal of Solids and Structures(投稿中)

Goverdhan, A.V.(1983), A Collection of Experimental Moment-Rotation Curves and Evaluation of Prediction Equations for Semi-Rigid Connections, M.S. Thesis, Vanderbilt Univ., Nashville, Tennessee

林　正(1986), 曲げ荷重を受けるラーメンの座屈解析、構造工学論文集、Vol.32A pp.443-454

Hechtmann, R.A. and Johnston, B.G.(1947), Riveted Semi-rigid Beam-to-Column Building Connections, Progress Report No.1, AISC Publication(Appendix B)

Hill, R.(1958), A General Theory of Uniqueness and Stability in Elastic-Plastic Solids, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol.6, pp.236-249

細野　透(1976), 弧長法による弾性座屈問題の解析（その１、その２）　日本建築学会論文報告集　No.242,243

Hutchnson, J.W.(1973) Post-Bifurcation Behavior in the Plastic Range, Journal of the Mechanics and Physics of Solids, Vol.21, pp.163-190

Jones, S.W., Kirby, P.A. and Nethercot, D.A.(1983), The Analysis of Frames with Semi-Rigid Connections A-State-of-the-Art Report, Journal of Constructional Steel Research, Vol.3, No.2, pp.2-13

Kishi, N. and Chen, W.F.(1986), Data Base of Steel Beam-to-Column Connections, Structural Engineering Report No. CE-STR-86-26, School of Civil Engineering, Purdue Univ., West Lafayette Indiana

Korn, A(1981), Effect of Bowing on Rectangular Plane Frames, J. Struct. Div, ASCE, 107(3), pp.569-574

Lu, Le-Wu(1963), Stability of Frames under Primary Bending Moments, J. Struct. Div., ASCE, 89(3), pp.35-62

Lui, E.M. and Chen, W.F.(1986), Analysis and Behavior of Flexibly-Jointed Frames, Engineering Structures, Vol.8, pp.107-118

Mallet, R.H., and Marcal, P.V.(1968), Finite Element Analysis of Nonlinear Structures, J. Struct. Div., ASCE, 94(9), pp.2081-2130

Mansur, E.F., Chang, I.C., and Donnell, L.H.(1961), Stability of Frames in the Presence of Primary Bending Moments, J. Engrg. Mec. Div., ASCE, 87(4), pp.19-34

Mazzolani, F.M.(1987), Influence of Semi-Rigid Connections on the Overall Stability of Steel Frames, Connection in Steel Structures, Proc. Workshop on Connenctions and the Behavior, Strength and Design of Steel Structures, Cachan, France, May, pp.272-275

Moncarz, P.D. and Gerstle, K.H.(1981), Steel Frameswith Nonlinear Connections, J. Struct. Div. ASCE,107(8), pp.1427-1441

中村恒善(1982), II骨組の非線形挙動の解析、骨組構造の解析、新建築学大系、Vol.36、彰国社

Poggi, C. and Zandonini, R.(1987), A Finite Element for the Analysis of Semi-Rigid Frames, Connections in steel structures, Proc. Workshop on Connections and the Behavior, Strength and Design of Steel Structures, Cachan, France, May, 1987, pp.238-247

Popov, E.P.(1987), Panel Zone Flexibility in Seismic Moment Joint, Journal of Constructional Steel Research, Vol.8, pp.91-118

Riks, E.(1979), An Incremental Approach to the Solution of Snapping and Buckling Problems, Int. J. Solids Structures, 15, pp.529-551

Romstad, K.M. and Subramanian, C.V.(1970), Analysis of Frames with Partial Connection Rigidity, Journal of Structual Div., ASCE, Vol.96, No.ST11, pp.2283-2300

Simitses, G.J. and Vlahinos, A.S.(1985), Elastic Stability of Rigidly and Semi-Rigidly Connected Unbraced Frames, Steel Framed Structures, R.Narayanan(ed.), London, Elsevier Applied Science Publ. pp.115-152

Tompson, J.M.T. and Hunt, G.W.(1973), A General Theory of Elastic Stability, London, John Wiley&Sons

Yu, C.H. and Shanmugam, N.E.(1986), Stability of Frames with Semirigid Joints, Computers and Structures, Vol.23, No.5, pp.639-648

既発表論文

１．後藤芳顯、鈴木五月、松浦聖：はりと柱の結合部の非弾性特性を考慮した半剛結平面骨組の臨界挙動の解析、土木学会論文集、第４１０／Ｉ－１２、１９８９、pp.287-296

２．後藤芳顯、鈴木五月、松浦聖 ： はりと柱の結合部に非弾性特性を有する半剛結矩形骨組の安定性に関する一考察、土木学会論文集，第４１６／Ｉ－１３，１９９０,4（掲載予定）

３．Goto,Y., Suzuki,S. and Chen,W.F.:On the Critical Behavior of Semi-Rigid Orthogonal Frames, International Conference on Structural Engineering and Computations, Beijing, China, 1990（掲載予定）

４．後藤芳顯、鈴木五月、松浦聖：はり・柱理論に基づく初期曲げモーメントを受ける弾性矩形骨組の座屈解析に関する一考察、構造工学論文集、Vol.36A, 1990（掲載予定）

５．Goto, Y., Suzuki, S., Chen, W.F.: Analysis of Critical Behavior of Semi-Rigid Frames with or without Load History in Connections, International Journal of Solids and Structures(投稿中)

謝辞

本研究にあたり終始幅広い立場からご指導していただきました名古屋工業大学社会開発工学科松浦聖副学長・教授、後藤芳顯助教授、小畑誠助手に、改めて心から感謝の意を表します。

また、本学で研究活動を行うにあたり、いろいろな面でご援助、ご配慮いただきました愛知県土木部、名古屋高速道路公社の皆様方に厚く感謝の意を表します。

１９９０年１月

鈴木五月