

博士論文

一定熱流束加熱法によるセラミックスの
耐熱衝撃性評価に関する研究

1995年

Yasunobu Mizutani

水谷 安伸

名古屋工業大学博士論文
乙第89号(論文申請による)
1995年12月6日授与



一定熱流束加熱法によるセラミックスの
耐熱衝撃性評価に関する研究

1995 年

Yasunobu Mizutani

水谷 安伸

目 次

第 1 章 序論	1
1-1 研究の背景	1
1-2 セラミックスの熱衝撃試験に関する研究の現状と問題点	3
1-3 本研究の目的と概要	7
参考文献（第 1 章）	10
第 2 章 物性値の温度依存性を考慮した熱応力の解析	15
2-1 緒言	15
2-2 基礎式および数値計算法	18
2-2-1 温度分布の算出	18
2-2-2 最大熱応力の算出および相関式の作成	20
2-3 結果および考察	22
2-3-1 熱伝導率の温度依存性があるセラミックスの急熱急冷時の 最大熱応力	22
2-3-1-1 無次元最大熱応力 σ^*_{max} の相関式	22
2-3-1-2 熱伝導率の温度依存性が最大許容温度差におよぼす影響	26
2-3-1-3 熱伝導率の温度依存性が耐熱衝撃性におよぼす影響	26
2-3-1-4 材質設計における考え方	29
2-3-2 熱伝導率および熱拡散率の温度依存性を考慮した最大熱応力の 相関式	30
2-3-2-1 無次元最大熱応力 σ^*_{max} の相関式	30
2-3-2-2 最大熱応力の発生時刻 η_{max} の相関式	31
2-3-2-3 温度係数 A, B の影響について	31
1) 急冷条件について	31
2) 急熱条件について	36
2-3-2-4 最大許容温度差 $\Delta \theta_{max}$ について	38
2-3-3 急冷円板における最大熱応力の相関式	40
2-3-3-1 最大熱応力およびその発生時刻の相関式	40
2-3-3-2 従来 of 相関式との比較	41

2-3-3-3	急冷試験における試験片形状の影響	43
2-3-3-4	最大熱応力の相関式の急冷試験への適用	45
2-3-3-5	最大熱応力発生時刻の相関式の応用	46
2-4	第2章のまとめ	48
	参考文献（第2章）	49

第3章 一定熱流束加熱による熱衝撃試験における熱応力および温度分布

		51
3-1	緒言	51
3-2	数値計算法	52
3-2-1	解析対象	52
3-2-2	温度分布の算出	54
3-2-3	円板の熱応力分布の算出	57
3-2-4	拘束されるスラブの熱応力および反力の算出	58
3-3	結果および考察	59
3-3-1	一定熱流束加熱される円板の最大熱応力	59
3-3-1-1	熱応力分布	59
3-3-1-2	熱応力の相関式	60
3-3-1-3	熱応力の過渡的变化におよぼす物性値の温度依存性の影響	64
3-3-1-4	熱衝撃試験結果の保証について	65
3-3-1-5	相関式の活用法について	66
3-3-2	一定熱流束加熱される拘束スラブの温度分布と熱応力	70
3-3-2-1	温度分布におよぼす材料物性値の影響	70
3-3-2-2	温度分布の相関式と熱応力の算出	72
3-3-2-3	熱応力の過渡的变化におよぼす物性値の温度依存性の影響	74
3-3-2-4	熱応力と反力の関係について	77
3-4	第3章のまとめ	81
	参考文献（第3章）	81

第4章 円板急熱法によるセラミックスの耐熱衝撃抵抗性の評価

4-1	緒言	83
-----	----	----

4-2	実験方法	84
4-2-1	試験片の作成	84
4-2-2	測定	86
4-3	結果および考察	87
4-3-1	試験片半径方向の温度分布	87
4-3-2	試験片破壊時の熱応力の推定	90
4-3-3	円板中心における熱応力の履歴	93
4-3-4	熱衝撃抵抗係数 R_c の測定と実験条件の影響	96
4-3-4-1	供給電力の影響	96
4-3-4-2	試験片寸法の影響	97
4-3-5	物性値から推算した熱衝撃抵抗係数と実験値との比較	101
4-4	第4章のまとめ	105
	参考文献（第4章）	106
第5章 円板急熱法によるセラミックスの熱衝撃破壊損傷評価		107
5-1	緒言	107
5-2	実験方法	108
5-2-1	試験片の作成	108
5-2-2	測定	109
5-3	実験結果	109
5-3-1	試験片の破壊状況	109
5-3-2	損傷の評価	109
5-4	考察	111
5-4-1	破壊時の熱応力	111
5-4-2	弾性歪エネルギーの推定	113
5-4-3	材料の損傷抵抗について	116
5-4-4	水中急冷試験における破壊と円板急熱法における破壊の 違いについて	119
5-5	5章のまとめ	122
	参考文献（第5章）	123

第6章	一面を急熱される拘束スラブの反力測定によるセラミックスの 熱破壊強度の評価	124
6-1	緒言	124
6-2	実験方法	125
6-3	実験結果	127
6-4	考察	127
6-4-1	反力の実測値と数値計算結果の比較	127
6-4-2	試験片寸法（はり高さ l ）の影響	130
6-4-3	反力と破壊面の熱応力の関係	131
6-4-4	試験片破壊時の熱応力と熱衝撃抵抗係数	133
6-5	第6章のまとめ	136
	参考文献（第6章）	137

第7章	疲労予き裂を導入した拘束スラブの一面加熱によるセラミックスの 熱破壊靱性の測定	138
7-1	緒言	138
7-2	実験方法	139
7-3	実験結果	141
7-4	考察	142
7-4-1	熱応力分布	142
7-4-2	応力拡大係数	144
7-4-3	応力拡大係数と反力の関係	146
7-4-4	ムライトの熱破壊靱性	149
7-4-5	セラミックスの熱衝撃破壊における応力拡大係数	149
7-4-5-1	急熱・急冷条件の場合	150
7-4-5-2	徐熱・徐冷条件の場合	154
7-5	第7章のまとめ	155
	参考文献（第7章）	155

第8章	総括	157
-----	----	-----

Nomenclature	(使用記号)	161
Appendix- I	無限平板の急熱・急冷に関する熱伝導方程式および差分 方程式	164
Appendix- II	円板の一定熱流束加熱・冷却に関する熱伝導方程式および 差分方程式	171
Appendix- III	熱応力破壊における破壊の危険率	175
Appendix- IV	円周から一定熱流束で加熱もしくは冷却される円板の弾性 歪みエネルギー	177
Appendix- V	熱応力による最大初期クラックの応力拡大係数	180

研究論文目録

謝 辞

第 1 章 序論

1-1 研究の背景

ファインセラミックスは、耐熱性、高温強度、耐食性、高硬度などの優れた特性を持つため、バーナタイル、炉材等の耐火部材はいうに及ばず、自動車用ターボチャージャローター、ディーゼルエンジンの副燃焼室などの高温構造材料として用途が開拓され、近年では、次世代のガスタービンやセラミックエンジンなどの高温構造材料^{1), 2)}や、固体電解質型燃料電池等の高温機能材料³⁾など、さらに多方面の高温機器への応用が期待されている。

しかし、これらに使用されるファインセラミック部材は、急熱、急冷等の熱衝撃条件下にさらされることが通例である。一般にセラミックスは、金属材料よりも熱伝導率が低く、弾性率が高いため、その内部に温度勾配を生じやすく、大きな熱応力が発生する。また、セラミックスは本質的に脆性材料であるため、この熱応力で比較的容易に破壊することになる。したがって、高温材料として使用されるファインセラミック部材の信頼性を確保するためには、熱衝撃破壊に関する評価が不可欠である。

単純な機械的応力による破壊と、過渡的な熱応力に起因する熱衝撃破壊では、その破壊の様式や材料の優劣などにおいて大きな違いが見られることが少なくない。これは熱衝撃破壊ではその材料の基礎的物性値のみならず、材料の形状や寸法、熱衝撃を与える熱的条件などによって部材中に発生する熱応力の分布や時間的変化が異なるからである。また、材料の物性値の多くは温度依存性を持つため、その挙動はさらに複雑なものとなる。

したがって、材料の熱的物性値や機械的物性値だけから耐熱衝撃性の優劣を判定することは容易ではなく、実用条件における材料の耐熱衝撃性を比較するため、実用状況での熱衝撃シミュレーション試験が行われるケースが少なくない^{4), 5)}。これは換言すると実際の条件で使用してみ

なければ材料の優劣は判断できないといっているのと同意である。

この原因は材料開発メーカーが、ユーザーに対して設計データには役立たない不十分な熱衝撃試験データを提供しているという現状があるからである。筆者が目的とするのは、少なくとも工学的に材料設計や部材設計に応用できる熱衝撃試験データを得るため、現状の熱衝撃試験では何が欠けているかを指摘し、工学的設計に役立つ熱衝撃試験データを得る試験法を提供することにある。

古くからセラミックスの耐熱衝撃性については、その部材の種類や用途に応じて、破壊もしくはクラック生成等による強度低下が生ずるかどうかの「熱衝撃破壊抵抗」や、熱衝撃後のき裂進展に対する抵抗である「熱衝撃損傷抵抗」が議論され⁶⁾、材料開発メーカーでは、緻密質・高強度のファインセラミックスについては主として前者の評価が、また、耐火煉瓦等ではスポーリング試験として後者の評価が古くから行われてきた^{7) - 9)}。

これらの耐熱衝撃性はもちろん別の物理量で示されるべきものではあるが、少なくとも材料によって分類すべきものではなく、着目すべき破壊の現象（き裂の生成なのか進展なのか）や、材料が使用される伝熱条件の違いによって記述する必要があると考えられる。

したがって、同様の事情から、材料の熱的・機械的物性値を用いて熱衝撃に対する抵抗性を示す「熱衝撃抵抗係数」についても、種々の熱的条件に対応して異なる形で表現する必要がある。*Hasselman*¹⁰⁾は、熱衝撃破壊に対する抵抗係数として、たとえば、第一次熱衝撃抵抗係数 $R = (1 - \nu) \sigma_F / E \alpha$ (ν : ポアソン比, E : ヤング率, α : 熱膨張率) や第二次熱衝撃抵抗係数 $R' = (1 - \nu) \sigma_F \lambda / E \alpha$ (λ : 熱伝導率) などを示している。つまり、材料が供される伝熱条件の違いによって、いずれの抵抗係数が材料の耐熱衝撃性の優劣を示すかは異なる¹¹⁾。

これは熱衝撃試験法の限界を示唆している。なぜなら、試験法や試験条件の違いによって測定できる熱衝撃抵抗係数の意味合いは異なるためである。

ここで、前述の熱衝撃抵抗係数 R と R' を比較すれば $R' = R \cdot \lambda$ の

関係が成立するように，基準とすべき熱衝撃抵抗係数，たとえば第一次熱衝撃抵抗係数 R を正確に実測できる熱衝撃試験法を提供すれば，他の熱衝撃抵抗係数についても推定値を得ることは可能であるため，異なった伝熱条件における材料の優劣を判断する上でも有効な指標となると考えられる。

近年，VAMAS（*Versailles Project on Advanced Materials and Standards*：ベルサイユサミットで合意された科学技術国際協力プロジェクト）など，国際的にもセラミックスの標準化が精力的に進められ，国内においてもファインセラミックスの耐熱衝撃性試験法の JIS 制定作業が進められている^{12)・13)}．ここでは水中急冷による熱衝撃試験法をベースに検討が進められている。

1-2 セラミックスの熱衝撃試験に関する研究の現状と問題点

セラミックスの耐熱衝撃抵抗を定量的に評価するため，これまで数多くの熱衝撃試験法が提案されてきた．一般に最も広く普及している試験法は，所定の温度 θ_i に加熱した平板・角柱状もしくは円板・円柱状のセラミック試験片を温度 θ_f の水中に投下し，試験片にき裂が生ずる最大の急冷温度差 $\Delta \theta_{max}$ ($= \theta_i - \theta_f$) を調査する方法である．き裂発生の有無は，一般に急冷後の強度試験により判断されることが多い。

この水中急冷試験は大がかりな実験設備を必要とせず，実験が比較的容易である．また，過渡的に大きな熱応力が発生するため，多くのファインセラミックスに対応できるなどの長所がある．よって，この方法を用いてセラミックスの耐熱衝撃性を評価した研究例が数多い^{14) - 26)}．しかし同時に，水中急冷試験法におけるさまざまな問題点が指摘されている^{27) - 38)}．

第 1 には材料と水との熱伝達に関わる問題である．水中急冷では試験片と水の熱伝達係数 h がサブクール沸騰伝熱に関わるため，一定値ではなく，急冷温度や急冷過程（時間）において異なった値を示す^{27) - 29)}．このため，水中急冷試験の実験結果を理論的に解析するためには熱伝達

係数 h の精密な測定が不可欠である。しかし、この測定は非常に困難な上に、信頼できる文献データはまだ数少ない。高ら²⁹⁾、西川ら³⁰⁾は、水中急冷試験における熱伝達係数を実測し、伝熱形態の違いによって熱伝達係数の値は3つの領域に分けられ、水中投下後、その値が刻々と変化する様子を示している。また、Singh ら³¹⁾、Ozyener ら³²⁾は、この熱伝達係数の変化が熱衝撃試験の結果におよぼす影響について述べている。

ところが、現実には、熱伝達係数の実測値は、研究者間で大きな差が見られることが少なくない。これは熱伝達係数の値が急冷媒体の種類のみならず急冷媒体の温度³³⁾や試験片の形状、投下速度などの実験条件によって大きく影響を受けるためである。このことは試験法を統一し、規格化する場合には大きな障害となり、詳細な実験条件まで定めなくてはならないことを示している。

第2には実験結果として得られた最大急冷温度差 $\Delta \theta_{max}$ が試験片寸法や試験片形状などの実験条件のパラメータを含む特性値であるため、必ずしも材料物性値としての耐熱衝撃性を反映していない点が挙げられる。Becher³⁴⁾らや、Glandus³⁵⁾らは水中急冷試験において試験片寸法が最大急冷温度差に及ぼす影響について述べているが、いずれも実験的研究にとどまっており数式的に整理はできていない。当然、同質の材料でも試験片寸法が小さくなれば $\Delta \theta_{max}$ は大きくなるが、これらの関係は、先の熱伝達係数の不確定性にも関わるため、非常に複雑である。

しかし、多くの材料メーカーは、試験片の寸法・形状が示されていないにもかかわらず、この $\Delta \theta_{max}$ を材料の耐熱衝撃性としてカタログに載せている³⁶⁾。このような状況では $\Delta \theta_{max}$ の値は材料設計や部材の設計にはほとんど役立たないばかりでなく、 $\Delta \theta_{max}$ から材料の優劣を判定した場合には誤った判断をする可能性もある。1つの条件で測定した $\Delta \theta_{max}$ が大きいからといって、他の条件でも熱衝撃に強いとは限らないからである。

水中急冷試験では、その他にも、水中投下時のガスの取り込みの問題が指摘されている。佐久間ら³⁷⁾は高速度カメラにより水中急冷時の挙動を観察し、この問題を提起した。佐久間らはこれを避けるため、先端に

コーンを取り付けた試験片形状を提案している。また、水以外の代替急冷媒体としてシリコンオイル⁵⁾や熔融金属³⁸⁾を用いるなど実験上のテクニックや改良に関する論文も数多く報告されている。これらの問題点はいずれも水中急冷試験における理論解析の困難さを示している。

以上に述べた水中急冷試験における問題点を避けるため、これまでにさまざまな形状の試験片を急冷もしくは急熱する熱衝撃試験法が提案されてきた。

代表的なものとして、流動層³⁹⁾や圧縮空気^{40), 41)}による冷却法がある。これらの冷却媒体では伝熱コントロールが容易であるばかりでなく、伝熱解析も比較的進んでいる。例えば、流動層では粒子の材質や粒径によって熱伝達係数をコントロールすることができる。また、圧縮空気を用いた方法では、加熱した円板状試験片の中央部を局所的に空気で急冷する方法が *Faber* ら⁴¹⁾により提案されている。

しかしこの種の試験ではガス流が一次元流れとならないため、熱応力の解析が困難であり、液中冷却と同様に熱伝達係数の推定にも困難さが伴う。最も大きな問題点は液中冷却よりも熱伝達係数が 1 桁以上低いために、試験片寸法をかなり大きくしない限り、試験温度が高温になり、伝熱の様式が異なることである。*Faber* ら⁴¹⁾は SiC およびアルミナの実験結果を有限要素法を用いて応力解析した結果から、輻射伝熱の影響が無視できないと述べている。

加熱による熱衝撃試験法は、上記の水中急冷法における問題点の多くを回避できるとともに、伝熱条件が厳密にコントロールしやすく、熱応力の解析にも有利な方法である。しかし材料内部の温度分布の違いから、加熱時に発生する熱応力は冷却時の約 1/2 になるため、試験片を熱破壊させるのに必要な伝熱条件は急冷法よりも厳しいものとなる。したがって、幅広い材料に対応するためには試験片の加熱法に工夫が必要である。

古くは、積層したリング状試験片の中心をグラファイトヒーターで加熱する方法を *Baroody* ら⁴²⁾が提案している。この方法は極めて合理的なものであったが、ヒーターの加熱能力の限界から、実験に適用された材質は耐火物にとどまっている。

近年の研究では、円板状試験片の中心を急熱する熱衝撃試験法が注目されている。Schneider ら⁴³⁾は、直径 12 ～ 14mm、0.3 ～ 0.7mm 厚の円板状 Si_3N_4 試験片の中心をタングステンランプで局所加熱し、試験片を外周の予き裂から破壊させた。また、佐藤・淡路ら⁴⁴⁾は、カーボンディスクの中心をアーク放電加熱し、熱衝撃抵抗係数の測定が可能であることを示し、さらに予き裂材を用いて、熱衝撃破壊靱性の測定が可能であることを示している。また、淡路ら⁴⁵⁾は、この方法をファインセラミックスに適用するため、 Si_3N_4 試験片の中心を赤外線加熱し、水中急冷法から得られた結果との比較を行っている。また、Schubert ら⁴⁶⁾は、佐藤らの方法を改良し、カーボンディスクの中心近傍を電子ビームで加熱する方法を提案している。

これらの研究は加熱法にそれぞれ特徴が見られる。しかし、アーク放電加熱は導電性の材料にしか適用できない。また、ランプ加熱では加熱効率が低いなどの問題点が示されている⁴⁵⁾。

これらの熱衝撃試験法は、試験片を破壊するために必要な供給熱量の大きさから耐熱衝撃性の評価を行うことが特徴である。このことは水中急冷試験とは異なり、材料の第二次熱衝撃抵抗係数 $R' = (1 - \nu) \sigma_F \lambda / E \alpha$ を実測していることを意味している。しかも、最大の問題点は、これらの研究における熱応力解析では、いずれも材料の熱伝導率 λ の温度依存性が無視されている点にある。すなわち、実験から求められた R' は熱伝導率 λ の温度依存性を含むため、試験片温度などの実験条件によって異なった値を示す可能性がある。

高津ら^{47), 48)}は、リング状試験片の内周部をルテニウムペーストを利用した薄膜ヒータにより加熱する方法で、セラミックスの熱衝撃試験および熱疲労試験が可能であることを示した。この加熱方法は大がかりな実験設備が不要であり、比較的加熱効率が高い特長を持っている。高津らの研究においても、熱伝導率 λ の温度依存性は無視されているが、この方法から求めることができる熱衝撃抵抗係数は、第一次熱衝撃抵抗係数 $R = (1 - \nu) \sigma_F / E \alpha$ であり、 λ の項を含まないため、水中急冷法と同じ次元で互換性のある比較ができる。

また、筆者は⁴⁹⁾この方法が、ファインセラミックスへも適用可能であることをすでに確認している。よって、本報の熱衝撃試験における加熱方法はこの方法を採用した。

つぎに、熱衝撃試験法における試験片形状の問題がある。適用される形状としては、平板（スラブ^{50) - 54)}，角柱³⁴⁾，他³⁵⁾，円板^{41) - 46)}，円柱⁵⁵⁾，³⁷⁾，³⁸⁾の他，リング⁴⁷⁾，⁴⁹⁾，⁴²⁾，球⁵⁶⁾，⁵⁷⁾などが用いられており，試験片の加工や実験の難易度においてそれぞれ長短がある。

最も多く用いられているのは角柱状試験片であるが，*Emery* ら⁵⁸⁾が指摘しているように，角柱ではコーナー部の応力拡大係数が大きく，この部分の加工精度や初期き裂が実験結果に大きく影響する可能性がある。このため，角柱形状は試験片として必ずしも適切ではない。

熱衝撃試験における過渡的応力を数値計算により解析し，実験結果を補完することを考慮すると，スラブ（厚板）もしくは円板が有利である。また，解析の精度を確保し，実験結果に影響する余分なパラメータを除くためには，*Bahr* ら⁵⁰⁾，西川ら⁵³⁾が行ったように，一次元熱伝導となるように実験方法で工夫すべきと考えられる。

1 - 3 本研究の目的と概要

これまでに報告されている熱衝撃試験データの多くは，工学的設計には不十分であることを先にも述べた。セラミックスの耐熱衝撃性の優劣を判定する場合に，材料の物理的な物性値から予測された結果と熱衝撃実験から得られた結果，さらには実際の使用条件における結果がしばしば異なることの原因は，先に述べた熱衝撃試験法に関する問題点の他にも，いくつかの重要な要素が関わっている。

第 1 には，熱応力の解析において，多くの場合，材料の熱伝導率 λ ，熱拡散率 κ 等の温度依存性が無視されていることである。セラミックスの物理的物性値にはすべて温度依存性があり，ヤング率 E ，熱膨張率 α 等の物性値については，一部の特殊な材料を除いて熱衝撃試験の温度範囲では比較的溫度依存性が小さいため定数として取り扱って良い。

しかし、熱伝導率 λ や熱拡散率 κ に関しては、ほとんど温度依存性を持たない材料がある一方、常温から熱衝撃試験の温度範囲で2～3倍にも値が変化する材料がある^{59) - 61)}。これらの物性値を定数として扱えば、いかに高い精度の数値計算を実行しようとも、得られる結果は現実からかけ離れたものとなる。これまでに材料物性値の温度依存性を考慮した熱応力解析がいくつか試みられているが^{62) - 66)}、いずれも熱伝導率 λ の温度依存性のみ考慮したものであり、また、その多くは境界条件が熱伝達係数で示される場合に限られ、水中急冷熱衝撃試験には適用できるものの、急熱による熱衝撃試験に関する解析例は見あたらない。

第2には、熱衝撃破壊における材料の破壊強度の問題がある。曲げ試験や引っ張り試験に代表される機械的強度試験では、その応力負荷速度は比較的低速であり、試験片内部の応力分布は比較的単純である。それでも三点曲げ強度と引っ張り強度の値が大きく異なることは衆知の事実である。これに対して、熱衝撃試験で発生する熱応力のプロファイルは、多くの場合、非常に複雑な挙動を示し、その伝熱条件によって時間的にも位置的にも大きく異なったものとなる。

したがって、熱衝撃試験における材料の破壊強度にそのまま機械的強度を当てはめた場合には大きな見積り誤差を生ずることがある^{50), 67), 68)}。また、熱衝撃破壊に対応した設計データや、材料の力学的パラメータを得るためには、熱衝撃破壊における破壊応力ばかりでなく、破壊靱性値による評価が必要と考えられる。

第3には、これまでに示されているほとんどの熱衝撃研究において、試験片が熱衝撃環境下にさらされ、破壊が生ずる瞬間の測定データがほとんど得られていない点である。*Evans* ら⁵²⁾や*Rogers* ら⁶⁸⁾は、*AE*計測を用いて水中急冷試験における試験片の破壊時刻を実測しているが、ほとんどの研究報告では、水中急冷熱衝撃試験に代表されるように、加熱炉の温度と冷却水槽の温度など、試験片の伝熱に関する間接的なデータが測定されているのみである。

このことは測定誤差がどこから生ずるのかを推定する手段を持たないことを意味するばかりでなく、最悪の場合、誤った実験を行っていても

気づかないことになる。たとえば、Emery ら^{5,8)}は、セラミックスは熱伝達係数にセンシティブなため水中急冷による熱衝撃試験データは精度が低いと述べているし、また、前川ら^{6,9)}は、冷却水槽の温度ではなく沸騰水の温度を用いるべきであると述べている。これらの混乱はいずれも水中急冷熱衝撃試験では試験片の温度などの実測データが得られていない点に起因するものである。

熱衝撃時に試験片に発生する熱応力を推定するための実測データが得られれば、実験の正当性を検証することができるばかりでなく、セラミックスの熱衝撃破壊挙動についてより進んだ議論ができると考えられる。

本報では、以上の問題点を考慮した上で、セラミック部材等の工学的設計に役立つ熱衝撃試験法を提供するため、熱衝撃試験時に試験片からの実測データを得る方法を熟考した結果から、急熱による熱衝撃試験に着目し、二種類の一定熱流束加熱による熱衝撃試験法を提案するとともに、いくつかの実測例およびその利用法を示した。

また、これらの試験法を含むいくつかの熱衝撃条件について、材料物性値の温度依存性を考慮した熱応力解析を試み、これらの温度依存性がセラミックスの熱衝撃破壊挙動にどのように影響するかを考察した。

なお、本研究のねらいとする材料は、主としてファインセラミックスであり、線形破壊力学に基づく解析を行っている。したがって、耐火物やガラスなど、塑性や粘弾性を示す材料は適用範囲外となる。

本論文の各章の内容とその主な結果は以下のとおりである。

第 2 章では、物性値の温度依存性がセラミックスの熱衝撃破壊挙動に及ぼす影響を考察するため、水中急冷法に代表される熱衝撃条件下で急熱・急冷されるセラミックスについて、その熱伝導率および熱拡散率の温度依存性を考慮して熱応力の数値解析を行い、発生する最大熱応力の大きさやその発生時刻を相関式として数式的に整理した。

3 章では、本報で提案する急熱による熱衝撃試験法について、その熱衝撃破壊挙動を考察するため、2 章と同様に熱伝導率および熱拡散率の温度依存性を考慮して熱応力を数値解析した。ここでは、一定熱流束で

急熱される円板に発生する熱応力を解析し、その過渡的变化を相関式として整理するとともに、一定熱流束で急熱される拘束スラブに生ずる過渡的温度分布の挙動および発生する熱応力、反力を数値解析した。

4 章では、セラミック円板を一定熱流束で加熱する熱衝撃試験法を提案した。ここでは、円板の温度分布を測定することによりセラミックスの耐熱衝撃破壊抵抗の評価が可能であることを示すとともに、数種類のセラミックスについて実験した結果から、水中急冷法などの急冷法と互換性のあるデータが得られることを実証した。

5 章では、第 4 章で示した熱衝撃試験法を用い、破壊後の試験片を観察することにより、セラミックスの熱衝撃破壊損傷に対する抵抗性が評価できることを示した。ここでは試験片に蓄えられる弾性歪みエネルギーの数値計算結果から、セラミックスを急熱した場合の損傷について議論した。

6 章では、拘束したセラミックスラブを一定熱流束で加熱する熱衝撃試験法について述べた。ここでは、セラミックスラブの一面を加熱した際に発生する熱応力と拘束点に生ずる反力の関係を示すとともに、反力測定によってセラミックスの熱破壊強度を求める手法を示した。

第 7 章では、第 6 章で示した熱衝撃試験法を応用し、疲労予き裂を導入した試験片を用いることにより、熱衝撃破壊靱性の測定が可能であることを示した。ここでは、予き裂試験片のき裂先端における応力拡大係数を算出し、数種の材料における熱衝撃破壊靱性の実測例を示した。

第 8 章は総括であり、各章で得られた結果をまとめるとともに、本報で示した熱衝撃試験法が、セラミックスの熱衝撃破壊評価に有効な手法であると結論した。

参考文献（第 1 章）

- 1) 例えば, ファインセラミックス技術研究組合編, " ファインセラミックス次世代研究開発の軌跡と成果" (1993) p.3.
- 2) 例えば, 日本ガス協会編, 日本ガス協会誌, Vol.47, No.6 (1994) p.14.
- 3) 例えば, Nguyen.Q.Minh, *J.Am.Ceram.Soc.*, 76, 563-588 (1993).
- 4) 宮田寛, 飯島史朗, 大島亮一朗, 阿部俊夫, 久松暢, 浜松照秀, 日本機械学会論文集 (A 編) 54, 1700-1708 (1988).
- 5) M.Iwase, M.Yamamoto, M.Tanida and T.Mori, *Transactions ISIJ*, 22, 349-354 (1982).
- 6) セラミックス編集委員会講座小委員会, " セラミックスの機械的性質 ", (社) 日本セラミックス協会, (1979) p.69.
- 7) *ASTM C38-79* (1984), "Panel spalling testing refractory brick".
- 8) A.L.Treusch and R.C.Bradt., *Am.Ceram.Soc.Bull.*, 59, 748-749 (1980).
- 9) J.H.Ainsworth and R.H.Herron, *J.Am.Ceram.Soc.*, 53, 533-538 (1980).
- 10) D.P.H.Hasselman, *Am.Ceram.Soc.Bull*, 49, 1033-1037 (1970).
- 11) 西田俊彦, 安田榮一編著, " セラミックスの力学的特性評価 ".
- 12) 日本ファインセラミック協会, *Fine Ceramic Report*, Vol.13, No.3 (1995) p.72-75.
- 13) 日本ファインセラミック協会, " 平成元年度通産省工業技術院委託セラミックス系新素材の性能評価の標準化に関する調査研究報告書" (1990) p4.
- 14) S.Tomono, K.Tokumoto and A.Tanaka, *Nippon Tungsten Review*, 22, 13-27 (1989).
- 15) D.G.Launay, G.Brayet and F.Thevenot, *J.Mater.Sci.Letters*, 5, 940-942 (1986).
- 16) P.F.Becher, *J.Am.Ceram.Soc.*, 64, 37-39 (1981).
- 17) A.H.Heuer and L.H.Schoenlein, *J.Mater.Sci.*, 20, 3421-3427 (1985).
- 18) M.K.Aghajanian, N.H.Macmillan, C.R.Kennedy, S.J.Luszc and R.Roy, *J.Mater. Sci.*, 24, 658-670 (1989).
- 19) D.R.Biswas and S.B.Bhaduri, *Fract.Mech.Ceram.*, 6, 475-496 (1983).

- 20) G.A.Gogotsi, *Ceramugia International.*, 6, 31–35 (1980).
- 21) G.Ziegler and J.Heinrich, *Ceramugia International.*, 6, 25–30 (1980).
- 22) G.Ziegler, Riley,F.L.(ed.) "*Progress in Nitrogen Ceramics*", (1983) p.565–593.
- 23) G.Ziegler, "*Z.Werkstofftech*", (1985) p.1681–1688.
- 24) J.R.G.Evans, R.Stevens and S.R.Tan, *J.Mater.Sci.*, 19, 3692–3701 (1984).
- 25) M.Ishitsuka, T.Sato, T.Endo and M.Shimada, *J.Mater.Sci.Letters*, 24, 4057–4061 (1989).
- 26) Y.W.Mai, *Proceeding on International Conference on Fracture Mechanics Technology.* ,1, 405–419 (1977).
- 27) P.F.Becher, *J.Am.Ceram.Soc.Comm.*, 64, C17–18 (1981).
- 28) J.P.Singh and D.P.H.Hasselman., *J.Am.Ceram.Soc.Comm.*, 66, C194–195 (1983).
- 29) 高鐵, 西川直宏, 日比雅義, 高津學, *J.Ceram.Soc,Japan*, 101, 788–792 (1993).
- 30) 西川直宏, 高 鐵, 高津學, *J.Soc.Mater.Sci.,Japan*, 42, 507–511 (1993).
- 31) J.P.Singh, J.R.Thomas and D.P.H.Hasselman, *J.Am.Ceram.Soc.*, 63, 140–144 (1980).
- 32) T.Ozyener, K.Satyamurthy, C.E.Knight, J.P.Singth and J.P.H.Hasselman, *J.Am. Ceram.Soc.*, 66, 53–58 (1983).
- 33) J.P.Singh,Y.Tree and J.P.H.Hasselman, *J.Mater.Soc.*, 16, 2109–2118 (1981).
- 34) P.F.Bechr, D.Lewis, K.R.Carman and A.C.Gonzalez, *Am.Ceram.Soc.Bull.*, 59, 542–548 (1980).
- 35) J.C.Glandus and P.Boch, *Intl.J.Thermophysics*, 2, 89–101 (1981).
- 36) 工業材料 42 卷第 5 号別冊, " ファインセラミックデータブック" , 日刊工業新聞社, (1994) p.84–181.
- 37) 佐久間俊雄, 岩田宇一, 高久啓, 日本機械学会論文集 (A 編) 57, 2741–2746 (1991).
- 38) 佐久間俊雄, 岩田宇一, 高久啓, 日本機械学会論文集 (A 編) 57, 470–475 (1992).
- 39) K.Niihara, J.P.Singh, D.P.H.Hasselman, *J.Mater.Sci.*, 17, 2553–2559 (1982).

- 40) N.Kamiya and O.Kamigaito, *J.Mater.Sci.*, **24**, 2461–2466 (1989).
- 41) K.T.Faber, M.D.Huang, A.G.Evans, *J.Am.Ceram.Soc.*, **64**, 296–301 (1981).
- 42) E.M.Baroodly, W.H.Duckworth, E.M.Simons and H.Z.Schofield, **AECD–3486**,
United states atomic energy commission, (1951).
- 43) G.A.Schneider, G.Petzow, *J.Am.Ceram.Soc.*, **74**, 98–102 (1991).
- 44) S.Sato, H.Awaji, H.Akuzawa, *Carbon*, **16**, 103–109 (1978).
- 45) 淡路英夫, 小川光恵, 佐藤千之助, 日本機械学会論文集 (A編)
59, 2941–2946 (1993).
- 46) C.Schubert, H.A.Bahr, H.J.Weiss, *Carbon*, **24**, 21–28 (1986).
- 47) 高津學, 島川一, 黒田逸二, 材 料, **27**, 1197–1201 (1978).
- 48) 高津 學, 材 料, **30**, 607–610 (1981).
- 49) Y.Mizutani, "*Ceramics in Energy Applications*", The institute of energy, IOP
Publish (1990) p.59–68.
- 50) H.A.Bahr, G.Fischer, H.J.Weiss, *J.Mater.Sci.*, **21**, 2716–2720 (1986).
- 51) A.G.Evans, M.Linzer, H.Johnson, D.P.H.Hasselman and M.E.Kipp, *J.Mater.
Sci.*, **10**, 1608–1615 (1975).
- 52) W.P.Rogers, A.F.Emery, R.C.Bradt, and A.S.Kobayashi, *J.Am.Ceram.Soc.*, **70**,
406–412 (1987).
- 53) T.Nishikawa, T.Gao, M.Kosakai, T.Nishibe and M.Takatsu, *J.Soc.Mater.Sci.
Japan*, **41**, 561–566 (1992).
- 54) 高鐵, 西川直宏, 原田尚幸, 高津學, *J.Ceram.Soc.Japan*, **101**, 1021–1026
(1993).
- 55) 佐久間俊雄, 岩田宇一, 高久啓, 岡部永年, 日本機械学会論文集
(A編) **59**, 131–136 (1993).
- 56) D.P.H.Hasselman and W.B.Crandall, *J.Am.Ceram.Soc.*, **46**, 434–437 (1963).
- 57) D.P.H.Hasselman, *J.Am.Ceram.Soc.*, **46**, 535–540 (1963).
- 58) A.F.Emery and A.S.Kobayashi, *J.Am.Ceram.Soc.*, **63**, 410–415 (1980).
- 59) 中村哲朗, "セラミックスと熱", 技報堂出版(株) (1985), p31.
- 60) A.Goldsmith, T.E.Waterman, H.J.Hirschhorn, "*Handbook of thermophysical
properties of solid materials Vol. III*", The macmillan company New York (1961).

- 61) 日本熱物性学会編, " 熱物性ハンドブック ", 養賢堂, (1990) p.250.
- 62) 竹内洋一郎, 熱応力, 日新出版(株) (1971) p.274.
- 63) 小泉 堯, 谷協力, 日本機械学会論文集 (第 1 部) 31, 9-15 (1965).
- 64) D.P.H.Hasselman and G.E.Youngblood, *J.Am.Ceram.Soc.*, 61, 49-52 (1978).
- 65) K.Satyamurthy, J.P.Singh, D.P.H.Hasselman and M.P.Kamat, *J.Am.Ceram.Soc.*, 63, 363-367 (1980).
- 66) B.K.Ganguly, K.R.Mckinney and D.P.H.Hasselman, *J.Am.Ceram.Soc.*, 58, 455-456 (1975).
- 67) S.S.Manson and R.W.Smith, *J.Am.Ceram.Soc.*, 38, 18-27 (1955).
- 68) W.P.Rogers, A.F.Emery, R.C.Bradt, and A.S.Kobayashi, *J.Am.Ceram.Soc.*, 70, 406-412 (1987).
- 69) 前川一郎, 柴田博司, 小林朗, 和田努, *J.Soc.Mater.Sci.Japan*, 38, 658-662 (1989).

第 2 章 物性値の温度依存性を考慮した熱応力の解析

2-1 緒言

第 1 章で述べたように、これまでにセラミックスの耐熱衝撃性を評価するため、様々な方法が提案されている。その中でも一般的に広く用いられている方法は、加熱された試験片を水中に投入し、その後の曲げ強度が低下する最大許容温度差 $\Delta \theta_{max}$ を測定する水中急冷法である^{1), 2)}。

この水中急冷試験では、試験片の表面に引っ張り応力が発生し、クラックの発生あるいは試験片の破壊に至る。耐熱衝撃抵抗性の評価にあたっては、 $\Delta \theta_{max}$ が材料の耐熱衝撃性を直接示すものではないため、試験片に作用した最大熱応力の大きさを推定する必要がある。しかし、これを実測することは非常に困難であるため、数値計算等による熱応力の推定が有効な手段となる。

セラミックスを急冷もしくは急熱した場合に発生する最大熱応力 σ_{max} については、種々の試験片形状に対して、熱衝撃の激しさを示すパラメータであるビオ数 β との相関式が報告されている^{3)~6)}。例えば、両面から急冷される無限平板について、(2-1) 式や (2-2) 式が示されている⁴⁾。

$$1/\sigma_{max}^* = 1.5 + 3.25/\beta \quad (2-1)$$

$$1/\sigma_{max}^* = 1.5 + 3.25/\beta - 0.5e^{-16/\beta} \quad (2-2)$$

ここで、 σ_{max}^* は無次元最大熱応力で、 $\sigma_{max}^* = (1-\nu) \sigma_{max} / E \alpha$ である。 β はビオ数で、 $\beta = h l / \lambda$ である。 h は熱伝達係数で l は板厚の半分、 λ は熱伝導率である。これらの相関式は、それぞれの熱衝撃条件で発生する最大熱応力の大きさを概算する場合には大変有用であり、これを引用した報告も多い^{7)~10)}。

しかし、これらの相関式では、物性値の温度依存性が考慮されていないという問題点がある。たとえば、(2-1)、(2-2) 式中の β には熱伝導率 λ が含まれているが、これらの相関式では λ は温度に関わらず定数として扱われている。セラミックスの場合には、その熱伝導率に温度依存性が

ない材料はむしろわずかであり，実用的に考えるとこれらの式だけでは耐熱衝撃性の議論はできない。

実例として Fig.2-1(a),(b) にいくつかのセラミックスについて，温度変化に伴う熱伝導率および熱拡散率の値をレーザーフラッシュ法で測定した結果を示す。Fig.2-1 からわかるように，セラミックスはその熱伝導率あるいは熱拡散率の値の大きさのみならず，その温度依存性の相違が著しい。そしてこれらの温度依存性は熱衝撃試験の結果や熱衝撃破壊挙動に対して大きな影響を与えることになる。

そこでこの点に着目し，第 2 章では，種々の試験片形状における急熱・急冷時の熱応力を，熱的物性値の温度依存性を導入した数値計算により求め，これを相関式として数式的に整理することを目的とした。

まず初めに，無限平板の急熱急冷時の最大熱応力を数値解法により求め，熱伝導率の温度依存性を考慮した最大熱応力の相関式を作成した。この結果は，熱衝撃試験の際の熱衝撃抵抗パラメータの理解や，セラミックスの耐熱衝撃性改良の場合に非常に有効なデータとなることが実証できた。

つぎに，熱伝導率に加えて，比熱にも温度依存性がある場合について検討した結果，最大熱応力の大きさは比熱の温度依存性にも影響を受けることが分かった。そこでこの両者を考慮して熱応力を数値計算し，最大熱応力および最大熱応力の発生時刻についての相関式を作成した。

さらに，水中急冷による熱衝撃試験では，円板もしくは円柱状試験片が用いられる場合がある。そこで，円板状試験片を急冷するケースについても同様に数値計算し，最大熱応力および最大熱応力の発生時刻についての相関式を作成した。

これらの相関式を用いることで，種々の形状の試験片を水中急冷する熱衝撃試験について，適切な試験片寸法の設定が可能となり，実験結果との整合性により急冷条件を検定できる。また，円板およびスラブに生ずる最大熱応力の相関式を比較した結果から，急冷試験において試験片の寸法あるいは形状が熱衝撃抵抗係数に及ぼす影響について考察した。

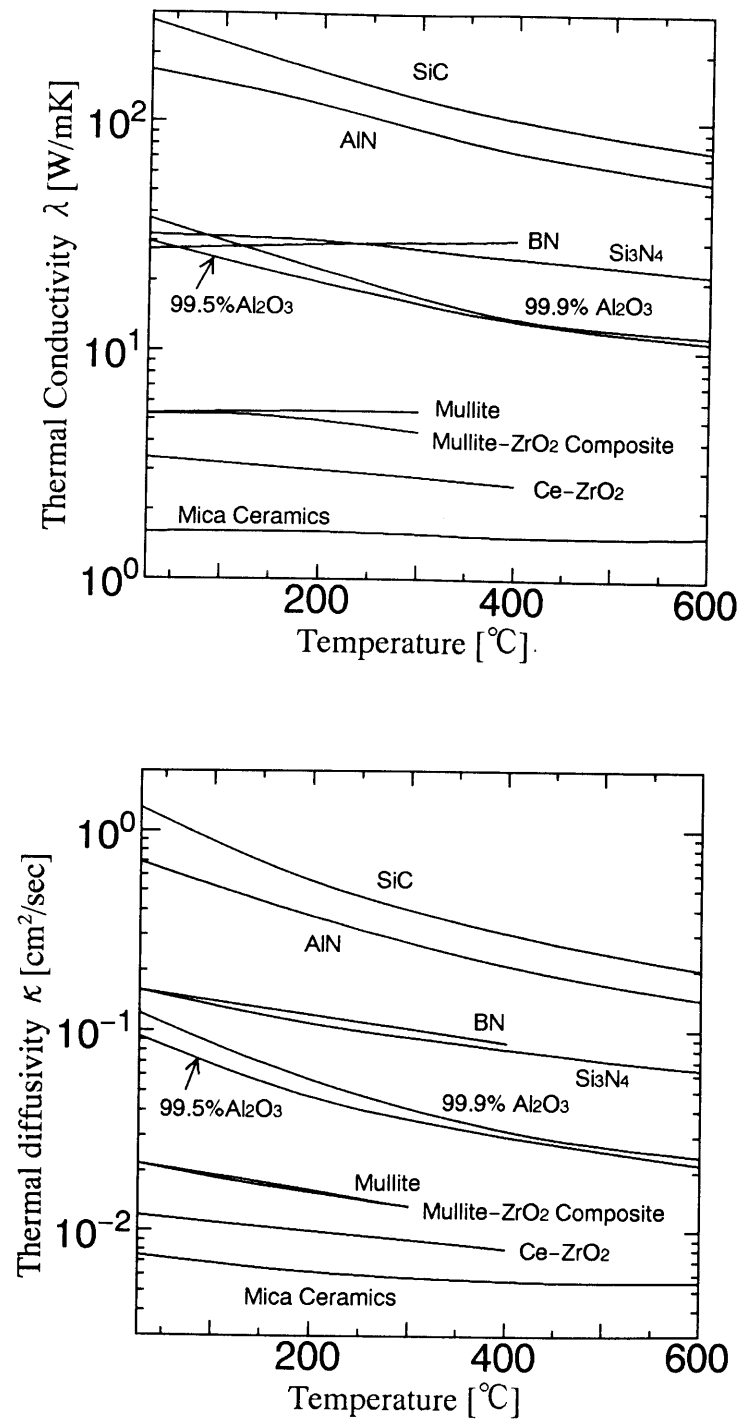


Fig.2-1 Temperature dependent thermal properties in several ceramics measured by the laser flash method. (a) Thermal conductivity, (b) thermal diffusivity.

2-2 基礎式および数値計算法

2-2-1 温度分布の算出

水中急冷による熱衝撃試験における熱応力の解析を容易にするため、*Bahr* ら¹⁾や、西川ら²⁾は一次元熱伝導問題に帰結する実験方法を用いた。

数値計算は、これらの水中急冷試験に適用できるように一次元熱伝導問題とした。まず、無限平板がその両面から均等に急熱あるいは急冷される場合、その熱伝導方程式、初期条件及び境界条件は次式で与えられる。

$$\text{熱伝導方程式} \quad \partial / \partial \xi [\kappa^* (\partial T / \partial \xi)] = \partial T / \partial \eta_i \quad (2-3)$$

$$\text{初期条件} \quad \eta_i = 0 \quad \text{で} \quad T = 0 \quad (2-4)$$

$$\text{境界条件} \quad \xi = 0 \quad \text{で} \quad \partial T / \partial \xi = 0 \quad (2-5)$$

$$\xi = 1 \quad \text{で} \quad \pm \partial T / \partial \xi = \beta_i (T - 1) / \lambda^* \quad (2-6)$$

つぎに、円板もしくは円柱が外周から急熱もしくは急冷される場合には、熱伝導方程式および初期条件、境界条件は次式で与えられる。

$$\text{熱伝導方程式} \quad \kappa^* [\partial^2 T / \partial \xi^2 + (1/\xi) \partial T / \partial \xi] = \partial T / \partial \eta_i \quad (2-7)$$

$$\text{初期条件} \quad \eta_i = 0 \quad \text{で} \quad T = 0 \quad (2-8)$$

$$\text{境界条件} \quad \xi = 0 \quad \text{で} \quad \partial T / \partial \xi = 0 \quad (2-9)$$

$$\xi = 1 \quad \text{で} \quad \pm \partial T / \partial \xi = \beta_i (T - 1) / \lambda^* \quad (2-10)$$

これらの熱伝導方程式を無次元熱伝導率 λ^* および無次元熱拡散率 κ^* の温度依存性を含めて計算するため、 λ^* および κ^* を次式のような単純な関数と仮定した。

$$\lambda^* = \lambda / \lambda_i = 1 + A T \quad (2-11)$$

$$\kappa^* = \kappa / \kappa_i = 1 + B T \quad (2-12)$$

ここで T は無次元温度 $T = (\theta - \theta_i) / (\theta_f - \theta_i)$ で θ は温度。 ξ は無次元長さ $\xi = x / l$ (平板の場合) もしくは $\xi = x / r$ (円板の場合) で、 l は平板の厚さの半分、 r_0 は円板の半径で、 x は平板もしくは円板の中心から厚さ方向もしくは半径方向の距離である。フーリエ数

η は, $\eta = \kappa t / l^2$ (平板) もしくは $\eta = \kappa t / r_o^2$ (円板), ビオ一数 β は, $\beta = hl / \lambda$ (平板) もしくは $\beta = h r_o / \lambda$ (円板) である. また, β_i は λ の初期値 λ_i におけるビオ一数を示す. κ は $\kappa = \lambda / \rho C_p$, h は熱伝達係数, C_p は比熱, ρ は密度, t は時間である. 添字の i, f はそれぞれ最初と最後を示す.

(2-11), (2-12) 式中の係数 A, B はそれぞれセラミックスの熱伝導率, 熱拡散率の温度依存性を示す温度係数であり, $A > -1, B > -1$ である. これらの温度係数は初期温度 θ_i を基準として次のように定義した. $A > 0$ は, 急熱の場合には温度上昇に伴い熱伝導率が増加する場合を, また, 急冷の場合には温度上昇に伴い熱伝導率が減少する場合を示す. $0 > A > -1$ ではその逆になる. したがって, 同じ材料で急熱と急冷を比較する場合には, Fig.2-2 に示すように, 例えば急冷で $A_Q = 1$ の材料は, 急熱では $A_H = -1/2$ となる. 添字 Q, H はそれぞれ急冷および急熱を示す. つまり, $A_H = -A_Q / (A_Q + 1)$ の関係が成立する. また, 熱拡散率の温度依存性を示す温度係数 B についても同様に定義した. なお, $\kappa = \lambda / \rho C_p$ の関係から, 比熱 C_p の温度依存性がない場合には $A = B$ となる.

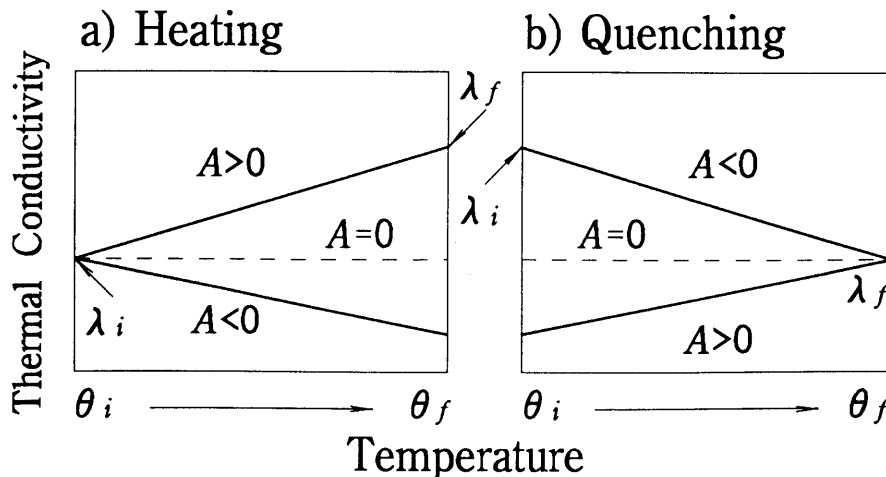


Fig.2-2 Definition of parameter A having the temperature dependence under heating or quenching conditions.

比熱 C_p の温度依存性の影響を考慮するために無次元熱拡散率 κ^* を用いたのは、熱拡散率が熱伝導率および比熱によって表されること、熱伝導方程式中には熱拡散率のみが含まれていること、数値計算の過程を簡単にできることがその理由である。

つぎに、(2-3) ~ (2-10) 式を差分法によって近似計算するために *Goodman* にならって無次元温度の関数 $F = \int_0^T \kappa^* dT$ を導入して変数変換した。(2-3) ~ (2-6) 式を変数変換すると次式のようになる。

$$\text{熱伝導方程式} \quad \partial / \partial \xi [\kappa^* (\partial F / \partial \xi)] = \partial F / \partial \eta_i \quad (2-13)$$

$$\text{初期条件} \quad \eta_i = 0 \quad \text{で} \quad F = 0 \quad (2-14)$$

$$\text{境界条件} \quad \xi = 0 \quad \text{で} \quad \partial F / \partial \xi = 0 \quad (2-15)$$

$$\xi = 1 \quad \text{で} \quad \pm \partial F / \partial \xi = \beta_i F_i [\kappa^* / \lambda^*] \quad (2-16)$$

ここで、 $F_i = 1/B[-1 + \sqrt{1 + 2BF}] - 1$ である。

つぎに、これらの式を差分法で数値計算した。差分法のスキームは、熱伝導方程式の左辺を前進差分とし、右辺および境界条件を中心差分とした陽スキーム、もしくは、熱伝導方程式の左辺を $n+1/2$ の時間中心差分、右辺及び初期、境界条件を中心差分とした *Crank-Nicolson* スキームを用いた¹¹⁾。ここで、 n は時間に関する計算番号である。*Crank-Nicolson* スキームは、差分方程式およびプログラムが複雑になる反面、時間 2 次精度が得られ、計算が無条件に安定し、計算量も比較的少なくすむ利点がある。数値計算では、ビオー数 β_i 、温度係数 A 、 B を一定として時間経過にともなう試験片内の温度分布を計算した。

2-2-2 最大熱応力の算出および相関式の作成

熱応力の算出にあたっては、試験片内の温度分布をそれぞれの試験片形状における熱応力式に代入し、数値積分を用いて時間経過に伴う熱応力を算出した。

ここで、無限平板を両面から急熱・急冷した場合の熱応力式は次式で示される¹²⁾。

$$\sigma^* = \int_0^1 T d\xi - T \quad (2-17)$$

また、円板を外周から急熱・急冷した場合には、接線方向の熱応力のみが破壊に関与するので、熱応力式は次式で示される¹³⁾。

$$\sigma^* = \int_0^1 T \xi d\xi + \frac{1}{\xi^2} \int_0^\xi T \xi d\xi - T \quad (2-18)$$

ここで、 σ^* は無次元熱応力で $\sigma^* = \sigma / \alpha E \Delta \theta$ 。 σ は熱応力、 α は熱膨脹率、 E はヤング率、 $\Delta \theta$ は試験での温度差である。急熱時の引張熱応力は $\xi = 0$ で、急冷時の引張熱応力は $\xi = 1$ で最大になる。ここで、 σ^* は時間経過に伴い極大を示すので、この極大値を最大熱応力 σ^*_{max} とした。また、この最大熱応力となる時刻を最大熱応力発生時刻 η_{max} とした。

つぎに、急冷試験における破壊現象を定量的に議論するためには、 σ^*_{max} 、 η_{max} を数式化して整理する必要がある。両者の値は、ビオー数 β_i および熱伝導率 λ 、熱拡散率 κ の温度依存性を示す温度係数 A 、 B の影響を受けて大きく変化するため、これらのパラメータを相関式中に導入した。実際の急冷試験では、ビオー数 β_i および A 、 B は、試験片寸法、急冷液の熱伝達係数などの試験条件、試験片の材質によって大きく異なった値を示す。ここでは、実用的なセラミックスの熱定数および実験条件からパラメータの値を検討した結果^{14), 15)}、 $0 \leq A \leq 5$ 、 $0 \leq B \leq 5$ 、 $1 \leq \beta_i \leq 50$ の範囲において数値計算を実施した。なお β_i については、熱伝達係数 h 、試験片寸法 l 、 r_0 を変えるなどの実験条件で調節が可能である。上記の範囲において数値計算した結果を最小自乗近似することにより、最大熱応力の相関式 $\sigma^*_{max} = f(A, B, \beta_i)$ 、および最大熱応力発生時刻の相関式 $\eta_{max} = f(A, B, \beta_i)$ を作成した。

最大熱応力の相関式の関数形を推定するにあたっては、つぎのように考えた。Fig.2-3(a)に示すように、 $A = 0$ の場合には、無次元最大熱応力 σ^*_{max} とビオー数 β_i の逆数をとると、ビオー数 β_i が小さいときには

これらは直線関係となり、次式で示すことができる。

$$1/\sigma^*_{max} = a + b/\beta_i \quad (2-19)$$

他方、Fig.2-3(b) に示すように、 $\beta_i \rightarrow \infty$ では $1/\sigma^*_{max} \rightarrow 1$ であるので Fig.2-3(a) の斜線部分を適切な関数により補正すれば良いことになる。そこで、次式のように補正項を加え、係数 $a \sim d$ を求めた。

$$1/\sigma^*_{max} = a + b/\beta_i + (1-a)\exp(c/\beta_i + d) \quad (2-20)$$

ここで、 $a \sim d$ は A, B についての関数で示すことができる。

2-3 結果および考察

2-3-1 熱伝導率の温度依存性があるセラミックスの急熱急冷時の最大熱応力

2-3-1-1 無次元最大熱応力 σ^*_{max} の相関式

熱伝導率の温度依存性を考慮して、急熱もしくは急冷される無限平板の無次元最大熱応力 σ^*_{max} の相関式を算出した結果を Table 2-1(a) に示した。

ここでは、比熱 C_p の温度依存性は無視できると仮定した。すなわち熱伝導率および熱拡散率の温度係数 A, B の関係は $A = B$ となる。ここでは、相関式の精度を向上させるために、 $\beta_i < 0.5$ については Fig.2-3(b) を直線近似し、Fig.2-3(b) で直線から外れる $\beta_i \geq 0.5$ については (2-19) 式を用いて、それぞれの場合の係数を最小自乗法により算出した。熱伝導率に温度依存性がない $A = 0$ の場合には (2-20) 式中の係数 a, b の値は $a = 1.51, b = 3.29$ となり、従来の相関式である (2-1) 式と整合性が得られており、数値計算結果の正当性が確認できた。

なお、同様にして、最大熱応力 σ^*_{max} が発生する時刻 η_{max} の相関式を算出した結果を Table 2-1(b) に示した。この場合には従来の相関式は示されていないため、相関式の関数は数値計算結果の関数形状をもとに試行錯誤で決定した。

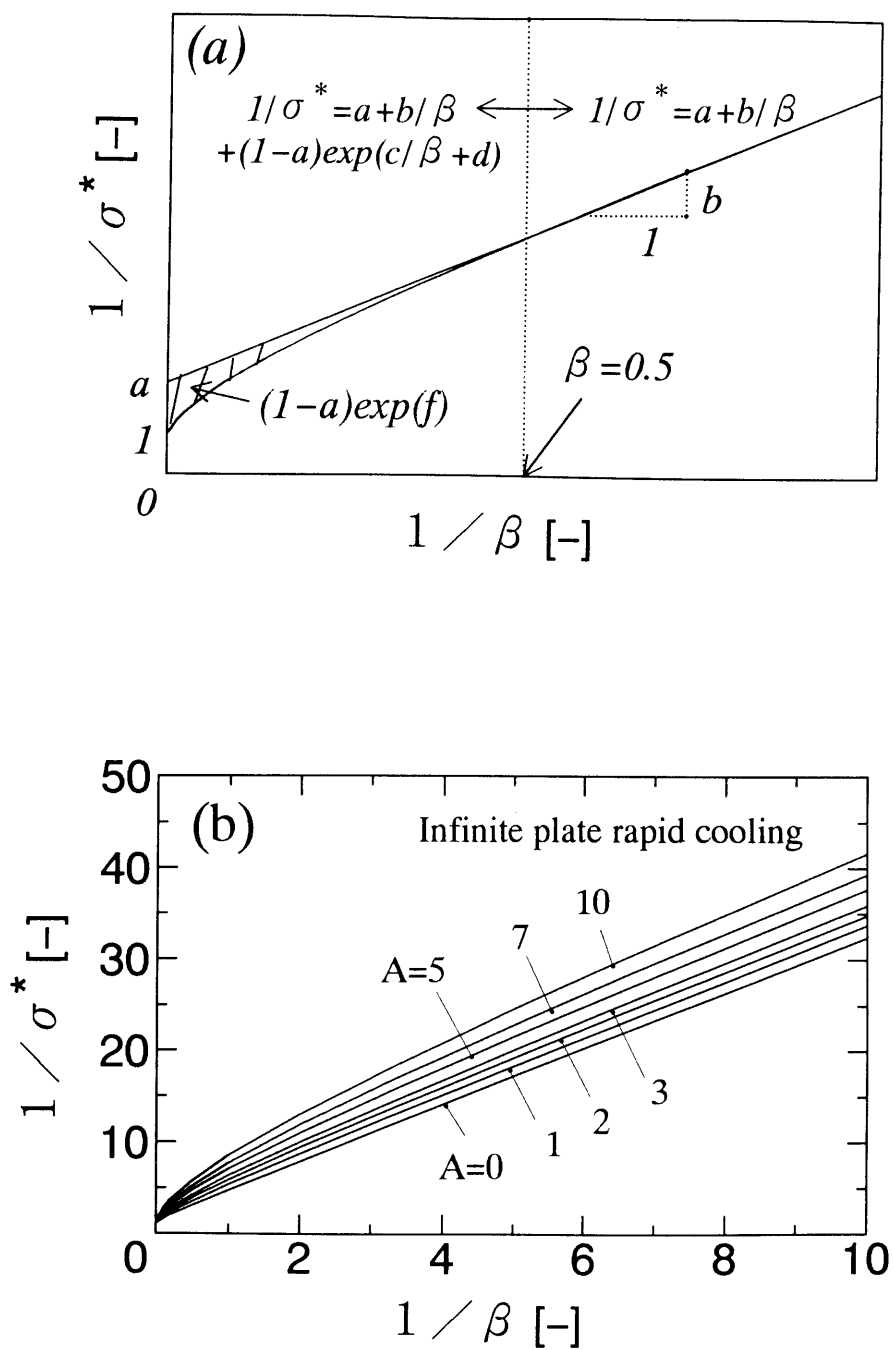


Fig.2-3 Schematic diagram of the correlative equation of the maximum thermal stress (a), and calculated data (b).

Table 2-1(a) Correlative equation of the maximum thermal stress in case of an infinite plate.

Correlative equation of the maximum thermal stress	
Quenching $\beta_i > 0.5$	$1/\sigma_{max}^* = a + b/\beta_i$ $+ (1-a) \cdot \exp(c/\beta_i + d)$ $a = 0.990 + 0.516(A+1)^{0.646}$ $b = 2.72 + 0.567(A+1)^{0.579}$ $c = -6.56 - 3.61(A+1)^{-1.15}$ $d = -0.098 - 0.203(A+1)^{-0.475}$
Quenching $\beta_i < 0.5$	$1/\sigma_{max}^* = a + b/\beta_i$ $a = 0.578 + 1.26(A+1)^{0.592}$ $b = 2.99 + 0.086(A+1)^{0.944}$
Heating $\beta_i > 0.5$	$1/\sigma_{max}^* = a + b/\beta_i$ $+ (1-a) \cdot \exp(c/\beta + d)$ $a = 3.55 + 0.149(A+1)^{0.930}$ $b = 4.93 + 1.16(A+1)^{0.492}$ $c = -7.46 + 5.92(A+1)^{-0.284}$ $d = -0.198 - 1.45(A+1)^{-0.791}$
Heating $\beta_i < 0.5$	$1/\sigma_{max}^* = a + b/\beta_i$ $a = 2.63 + 1.20(A+1)^{0.613}$ $b = 5.83 + 0.283(A+1)^{0.641}$

Table 2-1(b) Correlative equation of the time of the maximum thermal stress in case of an infinite plate.

Correlative equation of the time at the maximum thermal stress	
Quenching	$1/\eta_{max} = a / (\beta_i + b)$
$\beta_i > 0.5$	$a = 1.86 - 1.43 (A+1)^{0.065}$ $b = 1.55 - 0.315 (A+1)^{-0.390}$
Quenching	$\eta_{max} = a + b \cdot \log(\beta_i)$
$\beta_i < 0.5$	$a = -0.269 + 0.460 (A+1)^{-0.125}$ $b = 1.95 - 2.18 (A+1)^{-0.018}$
Heating	$1/\eta_{max} = a + b / (\beta_i + c)$
$\beta_i > 0.5$	$a = -1.12 + 1.24 (A+1)^{-0.028}$ $b = 0.404 - 0.126 (A+1)^{0.274}$ $c = 0.925 - 0.0838 (A+1)^{-1.36}$
Heating	$\eta_{max} = a + b \cdot \log(\beta_i)$
$\beta_i < 0.5$	$a = -1.57 + 1.83 (A+1)^{-0.037}$ $b = 3.21 - 0.544 (A+1)^{-0.053}$

2-3-1-2 熱伝導率の温度依存性が最大許容温度差におよぼす影響

一般にセラミックスの耐熱衝撃性試験では、均一加熱した試験片を水中に投下した時、熱破壊しない最大許容温度差 $\Delta \theta_{max}$ で評価されている。最大許容温度差 $\Delta \theta_{max}$ は、着目した点（急冷の場合には試験片表面、急熱の場合には試験片の中心を指す）の最大熱応力 σ_{max} が材料の引っ張り強度に達したとき破壊すると考え、第 1 次熱衝撃パラメータ R 、第 2 次熱衝撃パラメータ R' の定義式¹⁶⁾を使用して Table 2-1 で示した式を変形すると最大許容温度差 $\Delta \theta_{max}$ はそれぞれ次のように表すことができる。

$\beta_i \geq 0.5$ では、

$$\Delta \theta_{max} = R \cdot a + \frac{R' \cdot b}{h l} + R(1-a) \exp(c/\beta_i + d) \quad (2-21)$$

同様に、 $\beta_i < 0.5$ では、

$$\Delta \theta_{max} = R \cdot a + \frac{R' \cdot b}{h l} \quad (2-22)$$

ここで、 $a \sim d$ の値は Table 2-1 の右欄の各式で表される。上式中で、 hl は材料の使用条件にのみ係わる物理量である。したがって、最大許容温度差 $\Delta \theta_{max}$ は使用条件に対応した値で、一義的に特性値とは言い難い。

Fig.2-4 に、 $R=50 \sim 200K$ 、 $\lambda = 10Wm^{-1}K^{-1}$ における $A=0$ の場合と $A=3$ の場合の $\Delta \theta_{max}$ と hl の関係を示した。図からわかるように、 $hl = 100Wm^{-1}K^{-1}$ で示される条件では、 $R=100K$ の材料の $\Delta \theta_{max}$ は $A=0$ では $170K$ 、 $A=3$ では $215K$ となる。つまり、後者の場合の方が $\Delta \theta_{max}$ が大きい。このことは高温で熱伝導率が同じ 2 つの材料を比べたときに、昇温に伴って熱伝導率が小さくなる材料は熱伝導率の温度依存性がない材料より耐熱衝撃性に優れていることを意味している。

2-3-1-3 熱伝導率の温度依存性が耐熱衝撃性におよぼす影響

試験片の熱伝導率の温度依存性が最も大きく影響する条件について考える。Fig.2-5 に温度依存性を無視した場合 ($A=0$) の急冷時の無次元

最大熱応力 $\sigma^*_{\max(A=0)}$ とこれを考慮した場合の急冷時の無次元最大熱応力 σ^*_{\max} の比 $[\sigma^*_{\max} / \sigma^*_{\max(A=0)}]$ を示した. いずれの A の値に対してもこれらの比はビオー数 $\beta_i = 2.3 \pm 0.1$ の時に極小値を示し, この β_i 値で熱伝導率の温度依存性の影響が最も大きい. この β_i を従来の無次元最大熱応力の相関式, $1 / \sigma^*_{\max} = 1.5 + 3.25 / \beta_i$ に代入すると, 右辺の第一項と第二項がほぼ等しくなる値である. したがって, 熱伝導率の大きいセラミックス材料の熱衝撃試験を, 試験片寸法 $l = 2.3 \lambda / h$ 付近で行った場合には, $\Delta \theta_{\max}$ に対して, R または R' の値が大きく影響するのか, あるいは, 熱伝導率の温度依存性が大きく影響するかが不明瞭になる. たとえば, アルミナ ($\lambda = 10 \sim 20 \text{ Wm}^{-1} \text{ K}^{-1}$ 程度) で $A = 3$ の材料の時, ビオー数 $\beta_i = 2$ の条件で水中急冷した場合の σ^*_{\max} の計算値は, 熱伝導率の温度依存性を考慮しない場合の σ^*_{\max} の計算値の約 74% になる. この値は, 品質の異なる二種類のアルミナの R または R' の値の差から算出される σ^*_{\max} の差に比較するとかなり大きい.

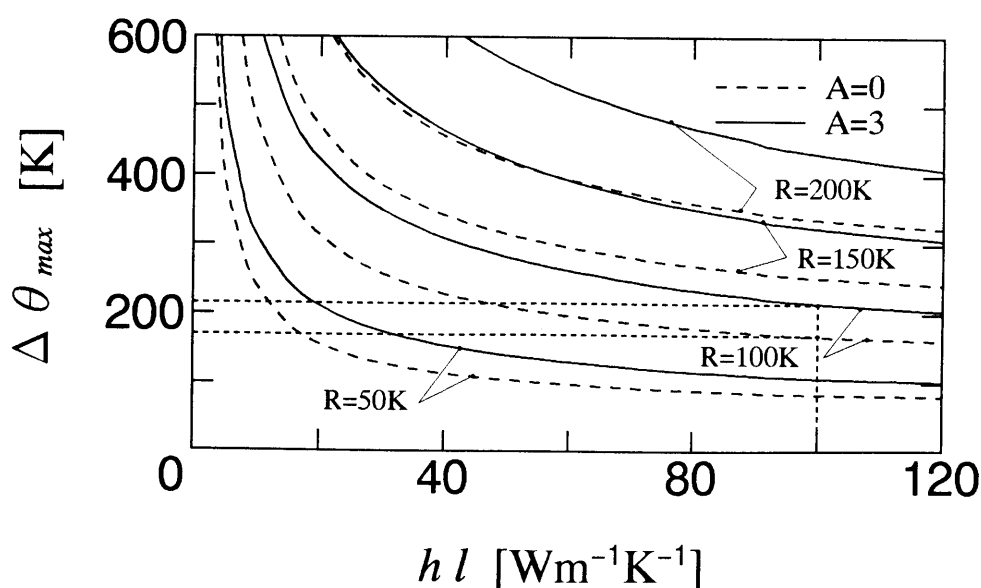


Fig.2-4 Critical Temperature difference as a function of the parameter hl .

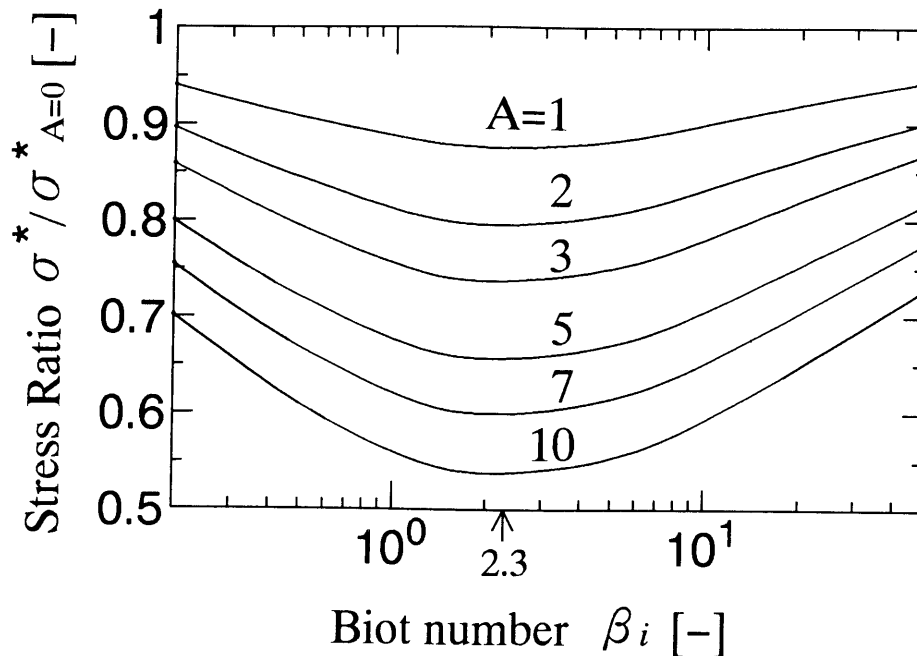


Fig.2-5 Relation between the ratio of the maximum thermal stress and Biot number.

また、 $\Delta \theta_{max}$ について考えると、熱伝導率に温度依存性がある場合には、 hl と $\Delta \theta_{max}$ の関係は Fig.2-6 のようになる。図中の曲線は A の値に伴って上下方向へシフトし、 $\Delta \theta_{max}$ に大きく影響する。なお、 $\Delta \theta_{max}$ の hl 依存性が小さい例としてムライトの曲線を示した。図からわかるように、ムライトとアルミナ（実線）と比較すると、ムライトの $\Delta \theta_{max}$ は hl の依存性が少ないので、ムライトの板厚を薄くしても $\Delta \theta_{max}$ はそれほど大きくならない。逆にアルミナの場合には hl が小さくなると $\Delta \theta_{max}$ は急激に大きくなる。また、これら材質間の優劣関係は A の値によっても変わってくることがこの図から判断できる。このことから、セラミックスの耐熱衝撃特性を正確に把握するためには、試験片寸法もしくは急冷媒体を変え、異なる 2 点以上の hl について $\Delta \theta_{max}$ を実測することが有効と思われる。つまり、 $\Delta \theta_{max}$ には R だけでなく R' も影響するため、2 つの材料の $\Delta \theta_{max}$ と hl の関係を Fig.2-6 を使って比較すると、実験条

件である hl が a 点の場合にはアルミナの $\Delta \theta_{max}$ がムライトより大きい
が、 hl が b 点の場合にはムライトの $\Delta \theta_{max}$ がアルミナより大きい。つ
まり、熱衝撃試験条件もしくは使用条件によっても二者の $\Delta \theta_{max}$ の大小
は異なることになる。他方、従来より熱衝撃試験結果から算出された熱
衝撃パラメータ R や R' が材料の物性値から算出された値と一致しないこ
とが指摘されている。これは熱伝導率の温度依存性が無視されているた
めであり、Fig.2-6 に示したような曲線群を作図し、 $\Delta \theta_{max}$ と hl のデー
タをプロットすれば正しく曲線群にのせることができると考えられる。

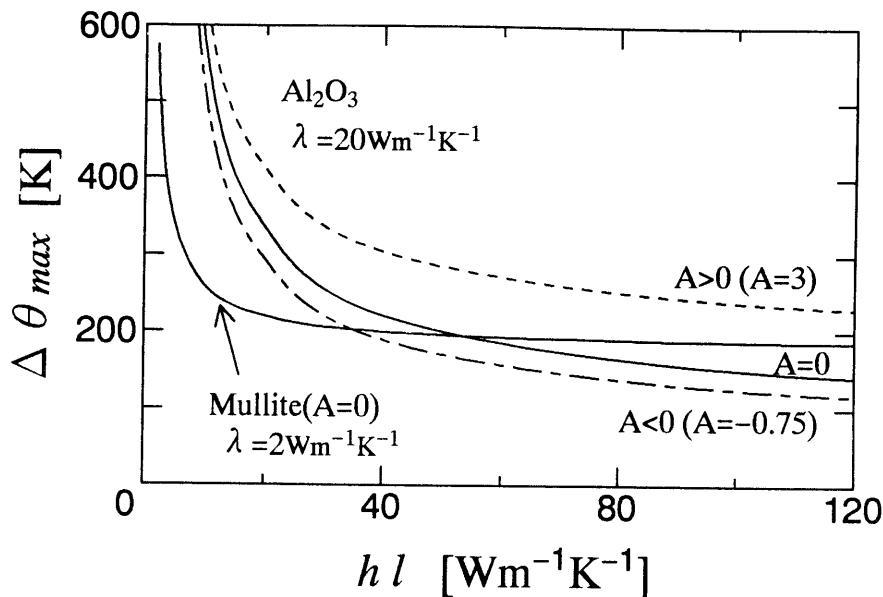


Fig.2-6 Critical temperature difference as a function of the parameter hl for ceramics having several temperature-dependent properties.

2-3-1-4 材質設計における考え方

最大許容温度差 $\Delta \theta_{max}$ への R , R' の寄与度は熱衝撃条件 hl によって異なるが、(2-19) 式からそれぞれ a, b の係数で分離されることがわかる。

A の大小についてみると、先の Table 2-1 の結果から、 $\beta_i < 0.5$ では、

a は熱伝導率の温度係数による変化が大きく、 b は小さい。したがって、急冷の場合を考えると、 A が大きい場合には、(2-19) 式の右辺第 1 項の R が最大許容温度差 $\Delta \theta_{max}$ に大きく影響することを示しており、熱伝導率の温度依存性が高い材料の耐熱衝撃性向上のためには R を大きくすることが有効である。逆に、急熱の場合には A の符号が異なることから a の値が小さくなるので、第 2 項の R' を大きくすることがより有効な手段となる。つまり後者では、熱伝導率 λ を上げることが耐熱衝撃性の向上につながる。また、 $\beta_i > 0.5$ の場合にも同様の関係が当てはまるが、第 3 項があるため、急冷時の $\Delta \theta_{max}$ への R' の寄与度はより小さくなる。

2-3-2 熱伝導率および熱拡散率の温度依存性を考慮した最大熱応力の相関式

熱伝導率以外にも温度依存性を示す物性値の 1 つには比熱 C_p がある。そこで、つぎに熱伝導率 λ と熱拡散率 κ ($= \lambda / \rho C_p$) の両方の温度依存性を考慮した場合について考える。比熱に温度依存性がある場合には、熱伝導率および熱拡散率の温度係数 A, B の関係は $A \neq B$ となる。なお、ほとんどのセラミックスでは、比熱 C_p は温度上昇とともにわずかに増加する傾向を示す。

2-3-2-1 無次元最大熱応力 σ^*_{max} の相関式

温度係数 A, B の様々な組み合わせについて、最大熱応力 σ^*_{max} を数値計算し、温度係数 A, B で整理した後、横軸に $1 / \beta_i$ 、縦軸に $1 / \sigma^*_{max}$ としてプロットした結果、従来の相関式と同様の (2-19) 式による直線近似では十分な精度が得られなかった。そこで 2-3-1 と同様に、急冷の場合には、(2-20) 式を用いた。また、急熱の場合には横軸に $1 / \beta_i$ 、縦軸に $1 / \sigma^*_{max}$ をプロットした曲線のプロファイルから近似関数を推定し、(2-23) 式を用いた。相関式中のパラメータ $a_s \sim g_s$ は最小自乗法により算出した。

$$1 / \sigma^*_{max} = e_s + f_s / \beta_i + g_s \cdot \exp(-2 / \beta_i) \quad (2-23)$$

ここで急冷の場合のパラメータ a_s, b_s は熱伝導率, 熱拡散率の温度係数 A, B の関数として表し, c_s, d_s については温度係数 A の関数として表すことができた. 急熱の場合のパラメータ $e_s \sim g_s$ は温度係数 A, B の関数として表すことができた. パラメータ中の添字 s は σ^*_{max} の相関式に関する定数である. σ^*_{max} の相関式の計算結果を Table 2-2 に示した. 従来のように温度依存性が無視された $A=0, B=0$ の場合には急冷の場合で $a_s=1.51, b_s=3.29$, 急熱の場合で $e_s=3.49, f_s=6.33$ となり, 従来の相関式と十分な整合性が得られた.

2-3-2-2 最大熱応力の発生時刻 η_{max} の相関式

熱衝撃試験において試験片が表面あるいは内部で発生する最大熱応力で破壊すると仮定すると, 破壊時刻も最大熱応力の発生時刻と一致することになる. 実験的研究としては Rogers ら¹⁷⁾ によって破壊時間の関数としての破壊確率分布を求めるような研究が進められている. η_{max} の相関式は急冷の場合には (2-24) 式, また, 急熱の場合には (2-25) 式を用いて最小自乗近似し, 相関式中のパラメータ $a_t \sim f_t$ を求めた.

$$\eta_{max} = a_t + b_t \cdot \beta_i^{c_t} \quad (2-24)$$

$$1/\eta_{max} = d_t + e_t \cdot \exp(f_t/\beta_i) \quad (2-25)$$

相関式の形状が急冷と急熱で異なるのは, 最大熱応力の発生時刻が大きく違うこと, および β_i の変化に対する η_{max} のプロフィールが異なるためである. $a_t \sim f_t$ は σ^*_{max} の相関式と同様に熱伝導率および熱拡散率の温度係数 A, B の関数として表すことができた. パラメータ中の添字 t は η_{max} の相関式に関する定数である. 得られた最大熱応力の発生時刻の相関式を Table 2-3 に示した.

2-3-2-3 温度係数 A, B の影響について

1) 急冷条件について

Table 2-2 Correlative equations and parameters of the maximum thermal stress.

Quenching of an infinite plate	
$1/\sigma_{max}^* = a_s + b_s/\beta_i + (1-a_s) \exp(c_s/\beta_i + d_s)$	
$a_s = X_1 + X_2 \exp(X_3 B)$	$X_1 = 0.73 + 0.68(A+1)^{0.57}$ $X_2 = -0.14 + 0.25(A+1)^{0.44}$ $X_3 = -0.38 - 0.95(A+1)^{-0.64}$
$b_s = Y_1 + Y_2 B + Y_3 B^2$	$Y_1 = 2.18 + 1.10(A+1)^{0.61}$ $Y_2 = -1.90 + 1.69(A+1)^{0.05}$ $Y_3 = -0.54 + 0.56(A+1)^{-0.02}$
$c_s = -6.16 - 2.21(A+1)^{-1.45}$	
$d_s = -0.18 - 0.14(A+1)^{-0.75}$	
Heating of an infinite plate	
$1/\sigma_{max}^* = e_s + f_s/\beta_i + g_s \exp(-2/\beta_i)$	
$e_s = X_1 + X_2 \exp(X_3 B)$	$X_1 = -2.20 + 3.56(A+1)^{0.38}$ $X_2 = -0.54 + 2.68(A+1)^{0.50}$ $X_3 = 0.04 - 0.93(A+1)^{-0.49}$
$f_s = -B + Y_1 + Y_2(B+1)^{-0.4}$	$Y_1 = 0.55 + 2.78(A+1)^{-0.34}$ $Y_2 = 9.62 - 6.64(A+1)^{-0.13}$
$g_s = Z_1 + Z_2 \exp(Z_3 B)$	$Z_1 = -4.21 + 5.26(A+1)^{-0.25}$ $Z_2 = -0.78 - 1.22(A+1)^{0.97}$ $Z_3 = -0.01 - 0.85(A+1)^{-0.85}$

Table 2-3 Correlative equations and parameters of Fourier's number at the maximum thermal stress.

Quenching of an infinite plate		
$\eta_{max}^* = a_t + b_t \cdot \beta_i^{c_t}$		
$a_t = X_1 A + X_2 (A+1)^{1.2}$	$X_1 = -0.003 + 0.02 (B+1)^{-0.78}$	
	$X_2 = 0.03 - 0.05 (B+1)^{-0.31}$	
$b_t = Y_1 + Y_2 A + Y_3 (A+1)^{0.5}$	$Y_1 = 0.82 - 0.45 (B+1)^{0.26}$	
	$Y_2 = 0.39 - 0.33 (B+1)^{0.07}$	
	$Y_3 = -0.54 + 0.39 (B+1)^{0.17}$	
$c_t = Z_1 + Z_2 \ln(A+1)$	$Z_1 = 0.34 - 0.84 (B+1)^{0.20}$	
	$Z_2 = 0.24 - 0.03 (B+1)^{-0.12}$	
Heating of an infinite plate		
$1/\eta_{max}^* = d_t + e_t \cdot \exp(f_t/\beta_i)$		
$d_t = X_1 - 0.65 \exp(X_2 A)$	$X_1 = 3.72 + 0.62 (B+1)^{0.98}$	
	$X_2 = -0.95 - 0.19 (B+1)^{1.24}$	
$e_t = Y_1 + Y_2 \exp(-0.8 A)$	$Y_1 = 0.91 + 2.40 (B+1)^{0.96}$	
	$Y_2 = 0.70 + 0.81 (B+1)^{0.62}$	
$f_t = Z_1 - 5(A+1)^{2.2}$	$Z_1 = 3.72 + 0.62 (B+1)^{0.98}$	
	$Z_2 = -0.95 - 0.19 (B+1)^{1.24}$	

急冷条件下において温度係数 A, B を変えて計算した試験片表面の熱応力の時間変化を Fig.2-7 に示す. 図中のそれぞれの曲線の σ^*_{max} の位置を●点で示した. 図中の曲線 I_q はアルミナなどのように熱伝導率と熱拡散率の両方に温度依存性を持つもので, 温度の低下に伴ってその値が大きくなるものを考慮した場合である. 曲線 II_q はムライトなどのように熱伝導率には温度依存性が無く, 温度の低下に伴って熱拡散率の値が大きくなる場合を示している. 曲線 III_q は従来のように温度依存性を無視した場合 ($A=B=0$) である. ここで, 添字 q は急冷を示す.

曲線 I_q の様に熱伝導率に温度依存性がある場合には, その σ^*_{max} は温度依存性が無い場合の σ^*_{max} に対して小さくなった. このことは熱伝導率が境界条件式中で表わされるように分母にあるために, 境界の温度勾配を小さくする方向に影響する. つまり, 試験片が短時間で急冷されるために内部の温度勾配が緩やかになるからである.

曲線 II_q の様に熱伝導率に温度依存性が無い場合には, 温度依存性が無い場合の σ^*_{max} に比べて大きくなった. これは, 試験片内の温度変化よりも境界での温度変化の方が速度的に速いため, 試験片内の温度勾配がきつくなり, 試験片の表面と中心での温度差が大きくなるからである.

Fig.2-8 は Fig.2-7 での曲線 I_q , II_q が最大熱応力となった時点とその前後での温度分布である. 図中の T_m はそれぞれの条件での最大熱応力時の平均温度であり, σ^*_{max} の大きさを模式的に示した. それぞれの場合の η_{max} は曲線 I_q が $\eta_{max} = 0.037$, 曲線 II_q が $\eta_{max} = 0.023$ である. 熱伝導率に温度依存性があるとき, つまり曲線 I_q の場合, 境界条件式から試験片表面の温度勾配が小さくなる. したがって, 試験片内の温度変化が早い時間で発生する. 熱伝導率に温度依存性がないとき, つまり曲線 II_q の場合, 試験片内での温度変化よりも試験片表面の温度変化の方が速く, 境界での温度勾配は大きくなる. 試験片内の平均温度 T_m は温度分布と比べると温度依存性の影響はあまり大きくない. つまり, T_m と試験片表面の温度差が熱応力として計算されるので, 熱伝導率に温度依存性が無い場合の方が σ^*_{max} が大きくなる.

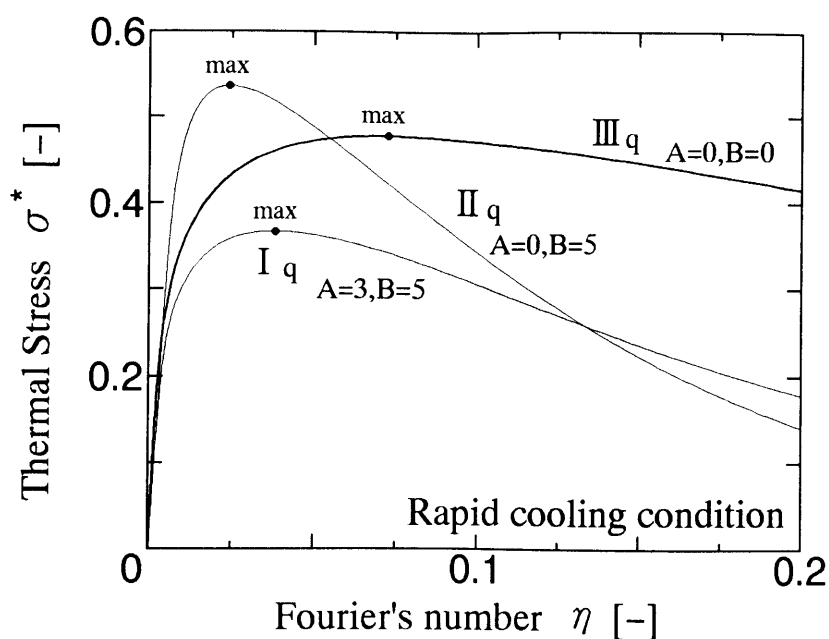


Fig.2-7 Changes in thermal stress on the specimen surface with Fourier's number under rapid cooling. (Specimen had the different temperature coefficients A and B , but the constant Biot number $\beta_i = 5$.)

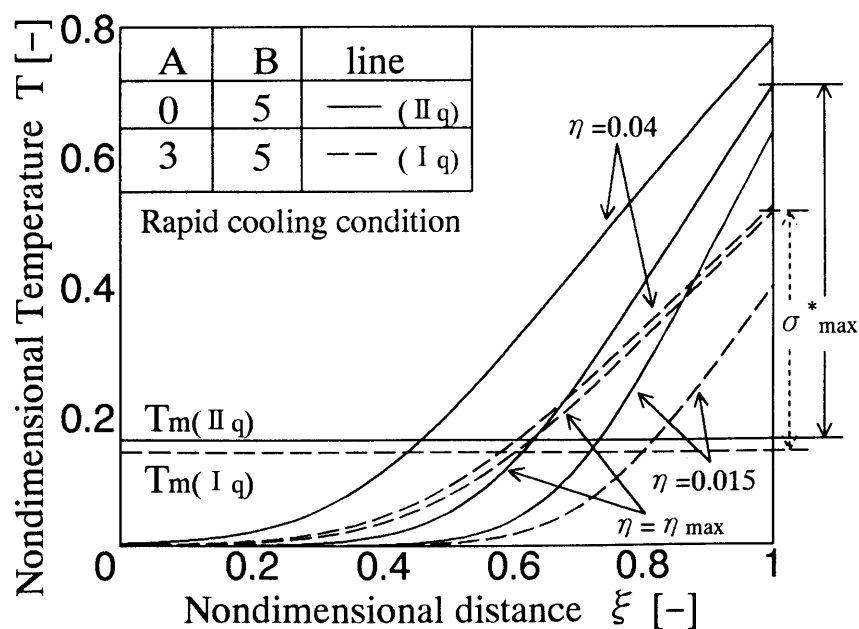


Fig.2-8 Temperature distribution in the specimen under rapid cooling near the maximum thermal stress. (Temperature coefficients agree with those in Fig.2-7.)

η_{max} は温度係数 A, B の符号によりその大きさが変化することが分かった。温度係数 A, B が正の場合、つまり、温度の低下とともに熱伝導率、熱拡散率が大きくなる場合には、 η_{max} は短時間の方向へシフトする。 σ^*_{max} を発生する温度差が早い時間で発生するからである。また、温度係数 A, B が負の場合、つまり、温度の低下にともなって熱伝導率、熱拡散率が小さくなる場合には、 η_{max} は長時間の方向へシフトする。これは、上記とは逆に表面の温度変化に対して内部の温度変化が非常に遅いためである。

2) 急熱条件について

Fig.2-9 に急熱条件下における試験片中心部の熱応力の時間変化を示す。急冷条件と同様に図中の曲線の最大熱応力の位置を点で表した。曲線 I_h は熱伝導率、熱拡散率の両方に温度依存性を持つセラミックスを急熱した場合を示す。曲線 II_h は熱拡散率のみに温度依存性が存在する場合を示す。これらの曲線の温度係数 A, B の組み合わせは Fig.2-7 と同じ温度係数の組み合わせのセラミックスを急熱した場合の値を用いた。また、曲線 III_h は熱伝導率、熱拡散率とも温度依存性が無いとした場合である。ここで、添字の h は急熱であることを示す。

図より曲線 I_h では σ^*_{max} が大きくなり、曲線 II_h では σ^*_{max} が小さくなった。しかし急熱条件では温度係数の大きさの絶対値が急冷条件の時よりも小さくなる。したがって、熱衝撃試験の結果を考えると急冷試験よりも急熱試験の方が物性値の温度依存性の影響が小さいと考えられる。

Fig.2-10 に Fig.2-9 の曲線 I_h 、 II_h で σ^*_{max} となった時刻とその前後での温度分布を示す。Fig.2-7 の急冷条件と比較すると、 σ^*_{max} は急熱条件の方が急冷条件の時のおおよそ $1/2$ 倍と小さくなる。これは、破壊の起点となる最大熱応力が急冷では試験片表面で、急熱では試験片の中心で発生するからである。また、試験片表面の方が温度の変化が大きく試験片内部の平均温度と比較しても大きくなるからである。 η_{max} を両条件について比較すると、急熱条件は急冷条件の倍以上の大きさとなった。その理由としては、急冷では試験片表面、急熱では試験片の中心で

破壊が発生することが挙げられる。最大熱応力は、熱応力式から、各位置での温度とその時の平均温度によって決まる。したがって、温度変化が早い表面で破壊する急冷条件では η_{max} が小さく、温度変化の遅い中心で破壊する急熱条件では η_{max} が大きくなる。

熱伝導率と熱拡散率の温度依存性は、同じ試験片を用いた場合には急冷と急熱では逆の影響を与える。例えば、熱伝導率に温度依存性があると急冷の場合には最大熱応力は小さくなるが、急熱の場合には最大熱応力が大きくなる。つまり、試験における温度変化が逆となるために熱伝導率、熱拡散率の温度に対する変化も逆になるからである。

したがって、急冷試験と急熱試験の結果は、試験片の物性値の温度依存性が分からなければ直接比較は出来ないことになる。

熱伝導率、熱拡散率は σ^*_{max} の発生に関してはどちらも大きな影響を与えるが、熱伝導率の温度依存性による最大熱応力の変化の大きさの方が熱拡散率による最大熱応力の変化の大きさよりも大きい。

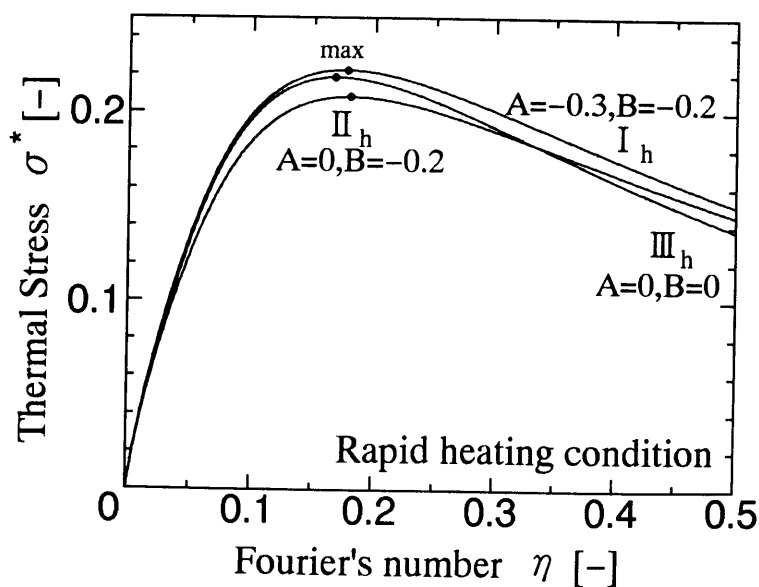


Fig.2-9 Changes in of thermal stress on the specimen surface with Fourier's number under rapid heating. (Specimen had the different temperature coefficients A and B , but the constant Biot number $\beta_i = 5$.)

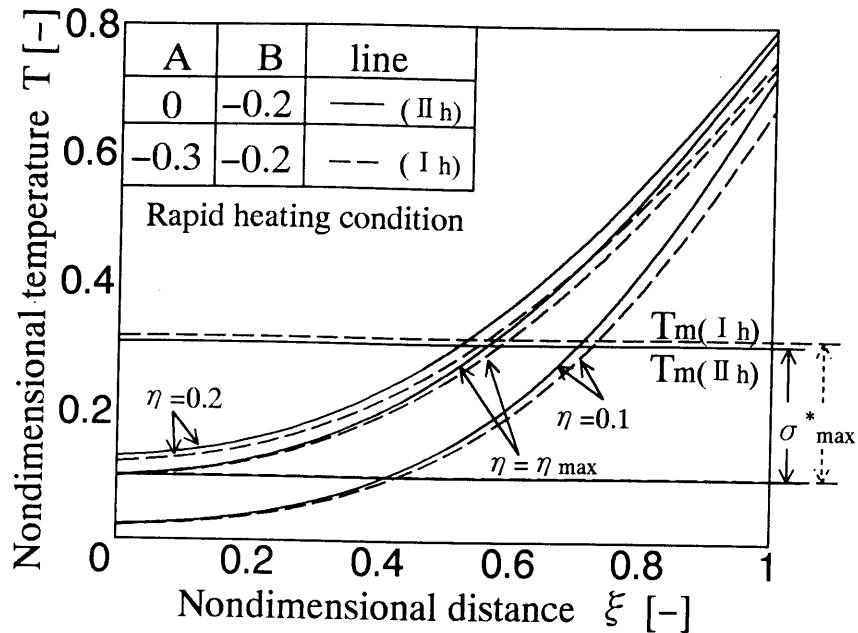


Fig.2-10 Temperature distribution in the specimen under rapid heating near the maximum thermal stress. (Temperature coefficients agree with those in Fig.2-9.)

2-3-2-4 最大許容温度差 $\Delta \theta_{\max}$ について

σ^*_{\max} の相関式を $\sigma^*_{\max} = \sigma_i / \alpha E \Delta \theta = R / \Delta \theta$ の関係からセラミックスの熱衝撃抵抗係数 R を用いて相関式を表すと最大許容温度差 $\Delta \theta_{\max}$ は急冷の場合には次式で表される,

$$\Delta \theta_{\max} = R [a_s + b_s / \beta_i + (1 - a_s) \exp(c_s / \beta_i + d_s)] \quad (2-26)$$

また, 急熱の場合には次式となる.

$$\Delta \theta_{\max} = R [e_s + f_s / \beta_i + g_s \cdot \exp(-2 / \beta_i)] \quad (2-27)$$

ここで、式中のパラメータ $a_s \sim g_s$ は Table 2-2 中に示した式で表わされる。

Fig.2-11 に熱伝導率，熱拡散率の両方が温度依存性を持つ場合の $\Delta \theta_{max}$ と β_i の関係を示した。各条件の温度係数は Fig.2-7 の曲線 I_a と Fig.2-9 の曲線 I_h であり，同じセラミックスを同じ熱伝達の条件下で急冷あるいは急熱試験した場合を想定して表した。図中の下限界線はそれ以下の $\Delta \theta_{max}$ では破壊しない最低限度を示している。

図では同じセラミックスでも急冷試験と急熱試験とでは $\Delta \theta_{max}$ が大きく異なることが示されている。破壊の起点となる位置での σ^*_{max} の大きさが違うために破壊に必用な $\Delta \theta_{max}$ が異なるからである。つまり，急冷試験では試験片表面の温度変化が著しいので熱応力が大きくなりやすく，急熱試験では試験片中心部の温度変化が小さく，熱応力が発生しにくいからである。

熱伝導率，熱拡散率の温度依存性を考慮すると $\Delta \theta_{max}$ は β_i に対して常に変化しており，試験条件がわずかでも異なる場合には全く違った $\Delta \theta_{max}$ が得られることになる。したがって，このような場合には試験片寸法，あるいは熱伝達係数を変えたりすることによって数点の β_i での試験が必要になる。 β_i を変えるには熱伝達係数や熱伝導率を変えることよりも試験片寸法を変えることの方が容易である。つまり，複数のセラミックスが同じ $\Delta \theta_{max}$ を持っていて，一点の測定結果のみでは，測定された時の試験片寸法が異なっていた場合 $\Delta \theta_{max}$ を直接比較することはできないことになる。同じセラミックスでも寸法を変えて試験を行うと複数の最大許容温度差が求められることにもなる。

急冷実験と急熱実験の間の $\Delta \theta_{max}$ の差は熱伝導率 λ ，熱拡散率 κ の値のみならずその温度係数 A ， B によっていろいろ変化する。したがって，急冷に弱いセラミックスや急熱に弱いセラミックスがあることになる。以上のことを考慮すると，水中急冷試験により，数種のセラミックスを比較する際には，その熱衝撃データに試験時の試験片寸法，熱伝達係数の少なくとも 3 つ以上の条件で比較する必要があることになる。

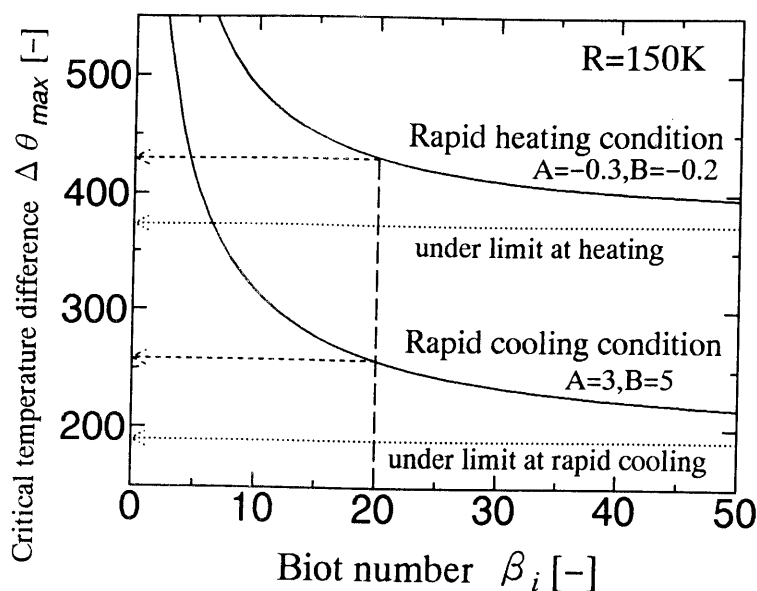


Fig.2-11 Changes in the critical temperature difference with Biot number and each fracture limit. Curves show the rapid heating and cooling of the same ceramics.

2-3-3 急冷円板における最大熱応力の相関式

水中急冷による熱衝撃試験において、平板状試験片を用いた場合には、平面部分に比べてコーナー部では温度分布および、先在クラックに着目した応力拡大係数が著しく異なる¹⁸⁾。このため、コーナー部が破壊源となった場合には耐熱衝撃性の評価に大きなばらつきが生じる。他方、円板状もしくは円柱状の試験片を用いれば、上記のコーナー部に発生するクラックの影響を避けることができる。そこで、円板状試験片を急冷するケースについて熱応力を数値計算し、最大熱応力および最大熱応力の発生時刻についての相関式を作成した。

2-3-3-1 最大熱応力およびその発生時刻の相関式

A , B , β_i をパラメータとして最大熱応力 σ^*_{max} , および、その発

生時刻 η_{max} の相関式を算出した結果を Table 2-4 に示す。

実際に試験片内に発生する最大熱応力および最大熱応力時間を算出する方法を以下に示す。まず、試験片の熱伝導率 λ および熱拡散率 κ の温度依存性を実測し、温度係数 A 、 B を決定する。次に実験条件に関わるビオ一数 β_i を急冷時の熱伝達係数 h 、試験片寸法 r_0 から算出する。求めた A 、 B および β_i を代入し、最大熱応力および最大熱応力時間の無次元値を得る。これを、次式により有次元化することで最大熱応力 σ_{max} および最大熱応力時間 t を得る。

$$\sigma_{max} = \sigma_{max}^* E \alpha \Delta \theta \quad , \quad t = \eta_{max} r_0^2 / \kappa_i \quad (2-28)$$

ここで、 $\Delta \theta$ は急冷温度差であり、 E はヤング率、 α は熱膨張率、 κ_i は $\theta = \theta_i$ における熱拡散率、 r_0 は円板の半径である。

2-3-3-2 従来の相関式との比較

急冷される円板の最大熱応力 σ_{max}^* については、すでに次式の相関式が報告されている¹⁹⁾。

$$1 / \sigma_{max}^* = 2.0 + 4.3 / \beta \quad (2-29)$$

(2-29) 式および、Table 2-4 の相関式に $A=0, B=0$ を代入した場合の、 $1 / \beta_i$ と $1 / \sigma_{max}^*$ の関係をプロットし、これを比較した結果を Fig.2-12 に示す。●印は数値計算によって得られた計算値である。従来の相関式ではビオ一数 β_i が大きくなると計算値との誤差が大きくなり、 β_i が 10 以上となる急冷試験に適用するには不十分である。水中急冷試験では、材質や試験片寸法によっては β_i が 20 ～ 50 に達することが少なくないからである。これに対して、Table 2-4 の相関式では補正項を加えたことにより、広い範囲で σ_{max}^* を精度良く算出できる。

Table 2-4 Correlative equations of the maximum thermal stress and the required Fourier's numbers in case of the quenched thin disks.

Correlative equation of the maximum thermal stress	
$1/\sigma_{max}^* = a_s + b_s/\beta_i + (1 - a_s)\exp(c_s/\beta_i + d_s)$	
$a_s = X_1 + X_2 + \exp(X_3 B)$	$X_1 = 0.39 + 1.16(A+1)^{0.48}$ $X_2 = -0.13 + 0.37(A+1)^{0.34}$ $X_3 = -0.12 - 0.77(A+1)^{-0.60}$
$b_s = Y_1 + Y_2 B + Y_3 B^2$	$Y_1 = 3.38 + 1.13(A+1)^{0.58}$ $Y_2 = -0.04 - 0.14(A+1)^{-0.38}$ $Y_3 = -0.002 - 0.01(A+1)^{-0.54}$
$c_s = S_1 + S_2 B + (B+1)^{S_3}$	$S_1 = -7.42 - 1.19(A+1)^{-1.19}$ $S_2 = -0.50 - 1.96(A+1)^{-1.45}$ $S_3 = 0.63 + 0.73(A+1)^{-0.81}$
$d_s = T_1 + T_2 B + (B+1)^{T_3}$	$T_1 = -1.22 - 0.07(A+1)^{-1.33}$ $T_2 = -0.01 + 0.02(A+1)^{-1.10}$ $T_3 = 0.04 - 0.09(A+1)^{-0.97}$
Correlative equation of time at the maximum thermal stress	
$\eta_{max} = a_t + b_t \cdot \beta_i^{c_t}$	
$a_t = X_1 + X_2 A$	$X_1 = 0.004 - 0.015(B+1)^{-0.598}$ $X_2 = -0.244 + 0.241(B+1)^{0.007}$
$b_t = Y_1 + Y_2 A + (A+1)^{Y_3}$	$Y_1 = -0.785 - 0.093(B+1)^{0.288}$ $Y_2 = -0.008 + 0.014(B+1)^{-0.264}$ $Y_3 = 0.148 - 0.174(B+1)^{-0.078}$
$c_t = Z_1 + Z_2 \cdot \ln(A+1)$	$Z_1 = -19.019 - 19.563(B+1)^{0.010}$ $Z_2 = 0.208 - 0.033(B+1)^{-2.717}$

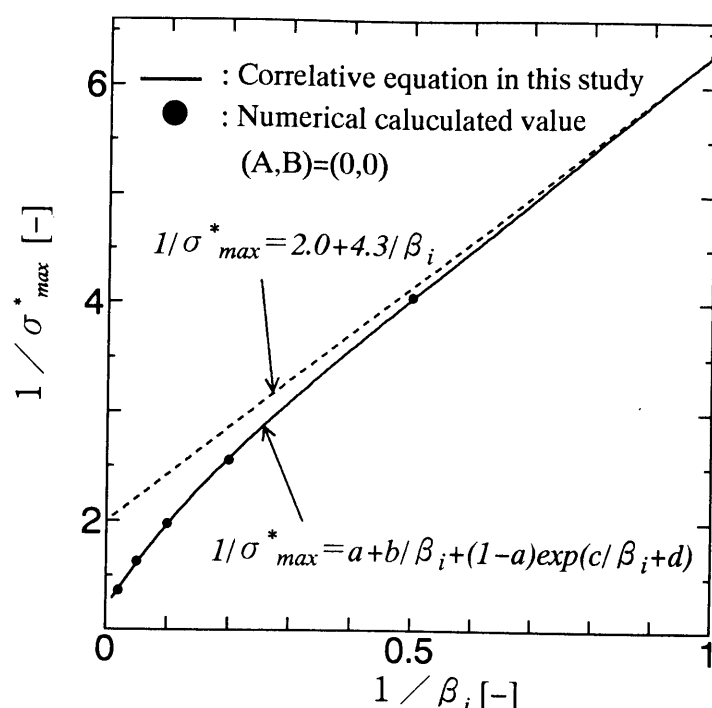


Fig.2-12 Fitting function of correlative equation in the maximum thermal stress and several calculated values.

2-3-3-3 急冷試験における試験片形状の影響

急冷による熱衝撃試験の試験片形状として、スラブ、円板、円柱など、様々な形状の試験片を用いた実験例が報告されている。特に、スラブと円板では同じ一次元熱伝導であっても熱応力式が異なるため、同じ急冷条件での熱応力の大きさやその経時変化を単純に比較することはできない。スラブおよび円板について、ビオー数による最大熱応力 σ^*_{max} および最大熱応力発生時刻 η_{max} の変化を Fig.2-13 (a), (b) に示す。ここで、スラブ状試験片の熱応力の計算には、Table 2-2 の相関式を用いた。熱定数の温度係数はそれぞれ $A=1.00$, $B=1.80$ とした。

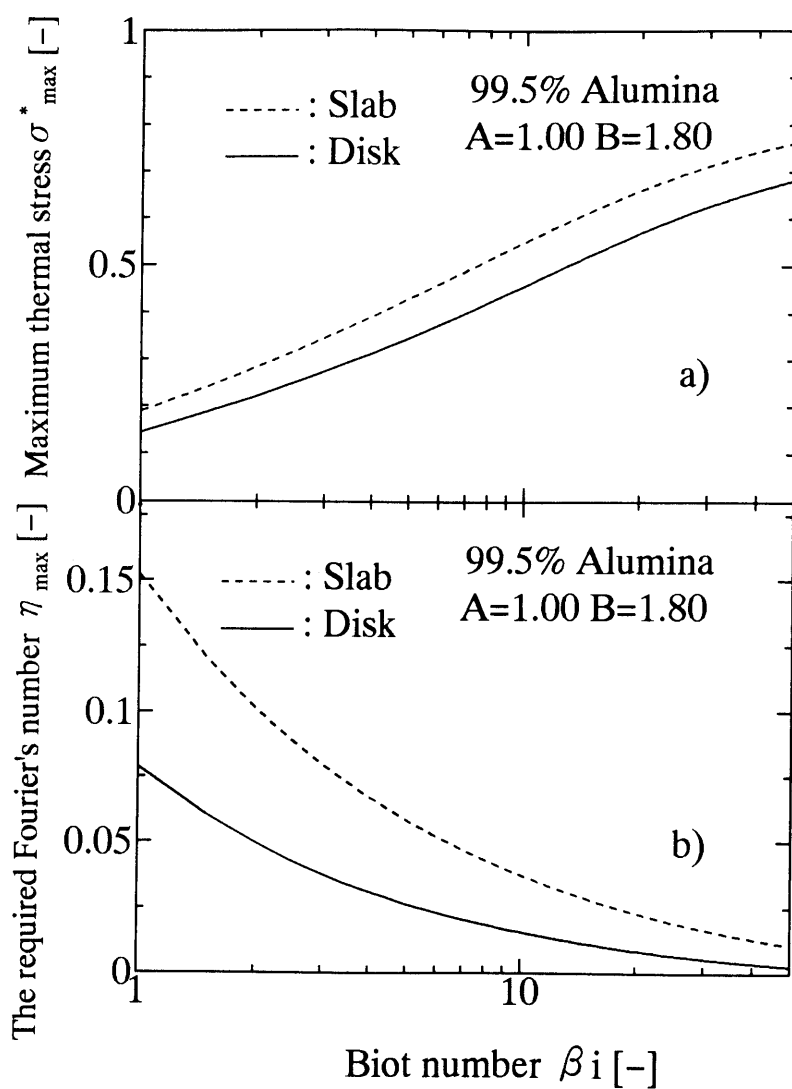


Fig.2-13 Changes in the maximum thermal stress (a), and the required Fourier's number (b), in disk or slab specimen of alumina.

Fig.2-13 (a) から、円板では、いずれのビオー数においても、 σ^*_{max} はスラブよりも小さく、熱破壊に必要な同じ熱応力を得るためには試験片寸法を大きくするなど、ビオー数を 2 倍程度大きくする必要がある。換言すると、スラブの急冷試験と円板の急冷試験では、円板の直径がスラブの板厚の 2 倍であれば、ほぼ同じ最大許容温度差 $\Delta \theta_{max}$ を示すことになる。また、Fig.2-13 (b) における η_{max} の比較から、円板ではスラブより短時間に最大熱応力が発生し、ビオー数について 3 倍程度異なる実験条件でほぼ同時刻に破壊することになる。

例えばスラブで行われた材料 A と円板で行われた材料 B の急冷試験のデータがある場合、試験片形状や寸法の違いにより単純に $\Delta \theta_{max}$ の値から材料 A, B の耐熱衝撃性を比較することはできないが、このように相関式による解析を用いれば試験片形状や寸法の異なるデータであっても耐熱衝撃性の比較が可能となる。

2-3-3-4 最大熱応力の相関式の急冷試験への適用

円板状試験片を用いて急冷試験を実施する場合、急冷時の熱伝達係数 h の温度依存性、材料の最大許容温度差 $\Delta \theta_{max}$ に対する試験片寸法依存性など、セラミックスの耐熱衝撃性評価に関わる問題点について考慮する必要がある。適切な試験片寸法を設定し、試験結果を解析するには、それぞれの試験条件についてあらかじめ数値計算を実行する必要がある。

本報で示した最大熱応力の相関式を用いれば、複雑な数値計算を必要とせず、適切な実験条件を設定し、実験結果を解析することが可能である。たとえば、試験片寸法 r_0 について考えると、急冷媒体に水を用いて熱衝撃試験を行う場合には、急冷温度差 230 °C 以上で熱伝達係数 h が激変するため²⁰⁾、試験片にクラックが生ずる最大許容温度差 $\Delta \theta_{max}$ がこれ以下の温度となるように試験片寸法を設定することが望ましい。

また、熱伝達係数 h が急冷温度差 280 °C 以上では h が急冷温度差に対して減少する傾向を示すので、このような温度範囲では $\Delta \theta_{max}$ が不明確なものとなるので実験を行うべきでない。たとえば、翠川ら⁷⁾は、SiC を水中急冷した結果から $\Delta \theta_{max}$ が複数現れると述べている。

ここで、熱衝撃抵抗係数を $R = \sigma_F / E \alpha$ とすると、最大許容温度差 $\Delta \theta_{max}$ は $\Delta \theta_{max} = 1 / \sigma^*_{max} \times R$ で算出することができる。ここで σ_F は破壊強度である。たとえば熱衝撃抵抗係数 $R = 80^\circ\text{C}$ のアルミナを水中急冷する場合に、 $\Delta \theta_{max} < 230^\circ\text{C}$ とするためには $\sigma^*_{max} > 0.35$ となるので、表 1 の最大熱応力の相関式から逆算すると、ビオー数 β_i ($= h r_0 / \lambda_i$) > 5 が求められる。熱伝達係数を $h = 7 \times 10^3 \text{ W/m}^2 \cdot \text{K}$ 、熱伝導率 $\lambda_i = 10 \text{ W/m} \cdot \text{K}$ とすると、最小半径は $r_0 = 7 \text{ mm}$ となるので、これ以上の寸法の試験片を用いることが必要である。円板状試験片に限らず、円柱状試験片を用いて熱衝撃試験を行う場合にも同様である。この場合には $R = (1 - \nu) \sigma_F / E \alpha$ としてポアソン比 ν を含めて必要な試験片寸法を算出すればよい。

また、Table 2-4 の最大熱応力の相関式は急冷実験結果の解析にも利用できる。相関式から得られた σ^*_{max} と実験から得られた最大許容温度差 $\Delta \theta_{max}$ を用いれば、セラミックスの熱衝撃抵抗係数 R を算出できる。 R の値は材料固有の値であり、前式のように機械的特性値より求められる。この R 値を様々な急冷条件で求めた R と比較することにより急冷実験の正当性が評価できる。

2-3-3-5 最大熱応力発生時刻の相関式の応用

急冷による熱衝撃試験において、試験片が急冷媒体に投下されてから破壊するまでの時間は実験的に測定することが困難であり、わずかの報告例があるのみである。Rogers ら¹⁷⁾ は AE 計測により水中急冷試験における破壊時刻を実測したが、沸騰音との分離が必要であり、必ずしも破壊時刻が正確に実測できるとは限らない。この場合、相関式を用いて予め実験条件から破壊時刻を推定できれば、その判定が容易になる。

水中急冷試験における問題点の 1 つとして、水との熱伝達係数 h の温度依存性が報告されているが、西川らは試験片内の 2 点の温度の経時変化を実測し、熱伝達係数 h を求めた実験結果から、水中投下後、時間に依存して h が変化することを報告した²⁰⁾。これを模式的に Fig.2-14 に示す。

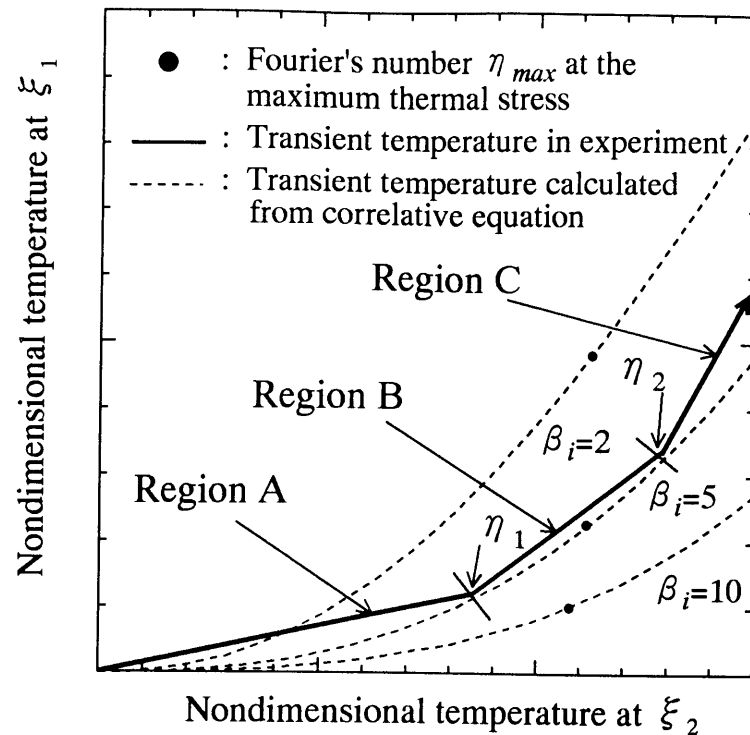


Fig.2-14 Schematic diagram of transient temperature under water quenching test and the Fourier's number at the maximum thermal stress.

横軸および縦軸はそれぞれ試験片内の位置が異なる 2 点の温度を示しており、試験片投下後時間経過に伴い、実線で示した変化が認められ、その経路は領域 A、領域 B、領域 C で示される。破線は熱伝達係数 h を一定とした場合の 2 点の温度変化の数値計算結果である。実験結果は領域 B でのみ数値計算結果と一致し、熱伝達係数 h は一定値となるので、この範囲で破壊が生じるように実験条件を設定する必要がある。

領域 A および領域 C で試験片が破壊した場合には熱伝達係数 h が特定できず、実験結果による材料の耐熱衝撃性等の比較はほとんど意味を持たない。Table 2-4 の最大熱応力発生時刻の相関式に実験条件を代入し、予め η_{max} を求め、 $\eta_1 < \eta_{max} < \eta_2$ であれば、破壊が領域 B で起こるかどうかを検定できる。例として、ジルコニア試験片を水中急冷した結

果では、 $t_1(\eta_1) = 1.5$ 秒、 $t_2(\eta_2) = 4.5$ 秒であった²⁰⁾。 $\beta_i = 5$ から、 η_{max} は図中の●印の時刻となったので、この実験は有効であったことがわかる。 η_1 、 η_2 の時刻は試験片の材質や急冷条件によって異なることが予想されるので、水中急冷試験で、急冷条件における熱伝達係数 h が実測できない場合には、試験片寸法を変えるなど、複数の急冷条件で実験し、その結果をよく吟味する必要がある。

2-4 第 2 章のまとめ

平板状（角柱，スラブ）もしくは円板状（円柱，円板）試験片を用いた水中急冷による熱衝撃試験への適用を目的として，セラミックスの熱的物性値の温度依存性を考慮して，急熱・急冷される無限平板および円板の熱応力を数値計算した．耐熱衝撃性の評価に重要な最大熱応力およびその発生時刻を算出した結果から，これらをビオー数 β_i および物性値の温度係数との相関式として数式的にまとめた．これにより，以下の結論が得られた．

- (1) セラミックスの熱伝導率の温度依存性は，水中急冷時に発生する熱応力や，最大許容温度差 $\Delta \theta_{max}$ へ多大な影響を及ぼすことが明かとなった．このため，これを無視した従来の相関式を用いて耐熱衝撃性評価を行った場合には発生する熱応力の大きさについて大きな見積もり誤差を生ずることがある．
- (2) 熱伝導率のみならず，熱拡散率の温度依存性を考慮した数値計算を行った結果，より実際に近い熱応力の計算をすることができた．この計算によって求められた最大熱応力 σ^*_{max} および最大熱応力に達する時刻 η_{max} の相関式は従来の相関式よりも高い精度で σ^*_{max} ， η_{max} を求めることが可能である．
- (3) 平板のみならず，円板に発生する過渡的熱応力を数値計算し，最大熱応力の相関式を作成した結果から，平板状試験片と円板（もしくは円柱）状試験片を水中急冷した場合の熱応力の大きさについて比較検討した．同一寸法の試験片では，円板状試験片では発生する熱応力は平

板のそれよりも小さくなる。

- (4) ビオー数 β_i および物性値の温度係数をパラメータとした最大熱応力の相関式は，セラミックスの熱衝撃試験時における試験条件の決定，たとえば試験片寸法の決定などに有効である。また，セラミックスの耐熱衝撃性の改良研究にも有用なデータを提供することができる。
- (5) 最大熱応力に達する時刻の相関式から，熱衝撃試験時の試験片の破壊時刻が推定できるようになった。また破壊時刻を推定することで，急冷試験時の熱伝達係数の把握や検定など，熱衝撃試験の結果が正しい過程を経ているかどうかの保証データとすることができる。
- (6) これらの相関式は熱衝撃試験のみならず，熱衝撃条件下にさらされるセラミックス部材の設計や選択に対して有効な数値データあるいは結果の予測を与えることができると考えられる。

参考文献（第 2 章）

- 1) H.A.Bahr, G.Fischer and H.J.Weiss, *J.Mater.Sci.*, 21, 2716–2720 (1986).
- 2) T.Nishikawa, T.Gao, M.Kosakai, T.Nishibe and M.Takatsu, *J.Soc.Mater.Sci. Japan*, 41, 561–566 (1992).
- 3) Y.W.Mai, Proceeding of "*International Conference of Fracture Mechanics Technology 1*" (1977) p.405–419.
- 4) S.S.Manson and R.W. Smith, *Trans.ASME*, 78, 533–538 (1956).
- 5) J.Nakayama and H.Abe, *J.Soc.Mater.Sci.Japan*, 32, 683–688 (1983).
- 6) J.P.Singh, J.R.Thomas and D.P.H.Hasselman, *J.Am.Ceram.Soc.*, 63, 140–144 (1980).
- 7) M.Midorikawa and T.Iseki, *J.Ceram.Soc.Japan*, 94, 141–145 (1986).
- 8) T.Okamoto, Y.Ikuma, M.Shimaoka, T.Shirotori, *J.Ceram.Soc.Japan*, 97, 812–817 (1989).
- 9) T.Sato, M.Ishituka and M.Shimada, *Material Design*, Vol.9 (1988) p.204.
- 10) G.Ziegler and J.Heinrich, *Ceramurgia International*, 6, 25–30 (1980).

- 11) 大野 豊, 磯田和男監修 : " 数値計算ハンドブック " , オーム社
(1990) p.337.
- 12) 例えば, 若松 盈, 高津 學, " 無機材料工学演習 " , 日刊工業新聞社
(1980) p.111.
- 13) 例えば, S.P.Timoshenko and J.N.Goodier, "*Theory of Elasticity*", McGraw
-Hill Book Company (1970) p.434.
- 14) A.Goldsmith, T.E.Waterman, H.J.Hirschhorn, "*Handbook of thermophysical
properties of solid materials Vol. III* , The macmillan company New York, (1961).
- 15) 日本熱物性学会編 , " 熱物性ハンドブック " , 養賢堂, (1990) p.250.
- 16) D.P.H.Hasselman, *Am.Ceram.Soc.,Ceram.Bull.*, 49, 1033-1037 (1970).
- 17) W.P.Rogers, A.F.Emery, R.C.Bradt and A.S.Kobayasi, *J. Am. Ceram. Soc.*, 70
406-412 (1987).
- 18) A.F.Emery and A.S.Kobayashi, *J.Am.Ceram.Soc.*, 63, 410-415 (1980).
- 19) 高津 學, 高温学会誌, 5 , 282-88 (1979).
- 20) 高 鐵, 西川直宏, 日比雅義, 高津 學, *J. Ceram. Soc. Japan* , 101,
788-792 (1993).

第 3 章 一定熱流束加熱による熱衝撃試験における熱応力 および温度分布について

3 - 1 緒言

物性値の温度依存性を考慮した熱応力の解析については、これまでもいくつかの報告例があるが^{1)~5)}、その多くは第 2 章と同様に、いずれも境界条件が熱伝達係数で示される水中急冷法などの急熱・急冷条件における解析であり、一定熱流束加熱など、加熱法による熱衝撃試験の条件下でこれら熱伝導率や熱拡散率の温度依存性の大小が熱応力におよぼす影響について定量化した報告は見あたらない。

高津ら⁶⁾は、リング状試験片の内周をルテニウム薄膜ヒーターにより一定熱流束で急速に加熱し、外周に発生する引っ張り応力で試験片を破壊させる方法で耐火物系セラミックスの熱衝撃試験を試みた。また、筆者⁷⁾は同様の方法でリング状試験片およびスラブ状試験片を用いてフェインセラミックスの熱衝撃試験が可能であることを示している。

これらの方法では、水中急冷法のように急冷媒体を用いないため、熱伝達係数の測定が不要であり、また、セラミック部材が実用にさらされるのに近い伝熱条件下での試験が可能である。また、試験片が破壊する時刻や試験片の温度が正確に測定できるなどの長所がある。しかしこれらの研究ではセラミックスの物性値の温度依存性を考慮した熱応力解析は行われていない。

そこで第 3 章では、第 4 章以降で筆者が提案する一定熱流束加熱による熱衝撃試験法に対応した熱応力および温度分布の理論解析を行うことを目的とした。

まず、一定熱流束で外周を加熱されるセラミック円板内の温度分布および熱応力の過渡的变化を数値計算により求めた。数値計算では、材料物性値として熱伝導率、熱拡散率およびそれらの温度依存性を考慮し、実験条件として試験片の寸法、供給熱流束をパラメータとして、熱応力の相関式を作成した。その結果、実験の際に、セラミック円板に発生す

る過渡的な熱応力のパターンが材料によってどのように異なるか、また、材料物性値の温度依存性が過渡的な熱応力に及ぼす影響について考察した。この相関式は、円板状試験片を一定熱流束で加熱する熱衝撃試験における実験条件の検討、および実験結果の考察を行う場合に極めて重要なデータを提供することができる。

つぎに、拘束したスラブ状試験片の一面を急速に加熱し、はりの曲げにより拘束点に発生する反力をロードセルで測定する熱衝撃試験法について検討した。この方法では、測定した反力から試験片が破壊したときの熱応力を推定することが重要なポイントとなるが、試験時に発生する反力と熱応力には、材料の熱的、機械的物性値やその温度依存性、また供給熱量や試験片寸法など、多くのパラメータが影響しており、これらの関係は十分明かになっていない。そこで、刻々と変化する試験片内の温度分布の過渡的な変化を熱伝導率、熱拡散率の温度依存性、供給熱流束をパラメータとして数値計算し、得られた数値計算結果を材料の熱的物性値の温度依存性、供給熱流束、フーリエ数との相関式として整理した。これにより、破壊時の反力と熱応力を容易に算出できるようにするとともに、上記の熱衝撃試験において材料物性値や試験片寸法が熱応力に与える影響について考察した。

3-2 数値計算法

3-2-1 解析対象

セラミック円板を一定熱流束加熱する熱衝撃試験法は、Fig.3-1に示すように円板状試験片の外周面を薄膜ヒーターにより一定電力で加熱し、試験片を破壊させるケースを想定した。

ここでは、試験片の上下面には同じくヒーターを焼きつけた同種の試験片を積層し、軸方向を断熱すると仮定し、軸対称の熱伝導問題に帰結した。すなわち数値計算結果は、薄い円板もしくは円柱に対応するものとした。

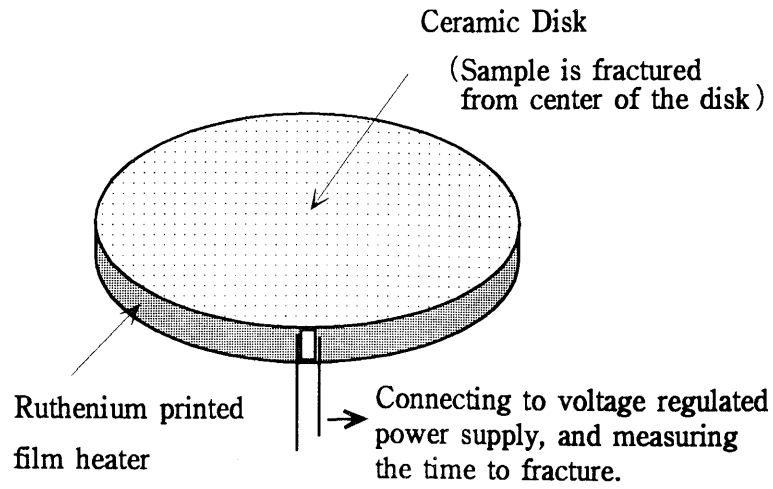


Fig.3-1 Schematic diagram of the thermal shock fracture test by means of a ceramic disk.

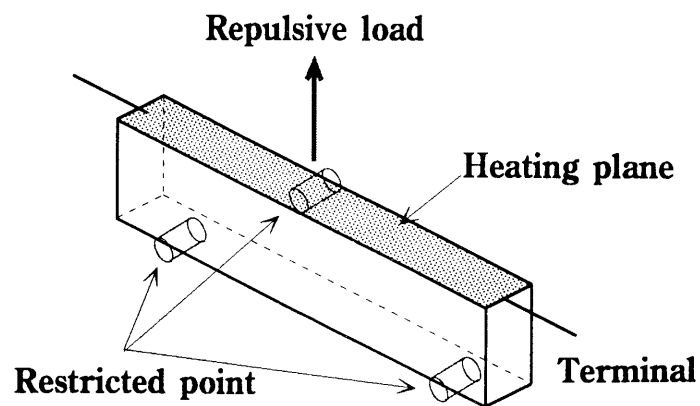


Fig.3-2 Schematic diagram of the rapid heating thermal fracture test by measuring repulsive load. The specimen is restricted by three points and is heated from the upper plane.

つぎに、一面加熱される拘束スラブは、Fig.3-2 に示すように 3 点で拘束されたスラブ状試験片の片面を薄膜ヒーターにより加熱し、はりの曲げにより生ずる熱応力で試験片を破断させる試験法を想定した⁷⁾。

このとき上部の拘束点に発生する荷重（反力）をロードセルで測定するものとする。スラブ状試験片の側面および下面は断熱され、上面のみから加熱されると仮定すると、同様に一次元熱伝導とみなすことができる。

3-2-2 温度分布の算出

外周から一定熱流束で加熱される円板の熱伝導方程式、初期条件、および境界条件は、熱伝導率 λ および熱拡散率 κ を温度の関数として定義し、第 2 章と同様に無次元化して変数変換すると、それぞれ (3-1) ~ (3-4) 式で示される。

$$\kappa^* \left[\frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial F}{\partial \xi} \right] = \frac{\partial F}{\partial \eta_i} \quad (3-1)$$

$$\eta_i = 0 \quad \text{で} \quad F = 0 \quad (3-2)$$

$$\xi = 0 \quad \text{で} \quad \partial F / \partial \xi = 0 \quad (3-3)$$

$$\xi = 1 \quad \text{で} \quad \partial F / \partial \xi = Q_i \frac{\kappa^*}{\lambda^*} \quad (3-4)$$

つぎに、一面を一定熱流束で加熱されるスラブの熱伝導方程式、初期条件、及び境界条件はそれぞれ (3-5) ~ (3-8) 式で示される。

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[\kappa^* \left(\frac{\partial F}{\partial \xi} \right) \right] = \frac{\partial F}{\partial \eta_i} \quad (3-5)$$

$$\eta_i = 0 \quad \text{で} \quad F = 0 \quad (3-6)$$

$$\xi = 0 \quad \text{で} \quad \frac{\partial F}{\partial \xi} = 0 \quad (3-7)$$

$$\xi = 1 \quad \text{で} \quad \frac{\partial F}{\partial \xi} = Q_i \frac{\kappa^*}{\lambda^*} \quad (3-8)$$

なお、 F は温度 T を変数変換するための関数であり、(3-9) 式で示される。

$$F = \int_0^T \kappa dT \quad (3-9)$$

ここで、 T は無次元温度であり、温度 θ について $T = (\theta - \theta_i) / (\theta_f - \theta_i)$ で示される。 ξ は無次元長さで $\xi = r / r_0$ (円板) もしくは $\xi = x / l$ (スラブ)、 x は試験片の下面から高さ方向の距離、 l は試験片の梁高さ、 r_0 は円板の半径、 r は円板の中心から外向きにとった距離である。 η_i は $\eta_i = \kappa_i \cdot t / l^2$ でフーリエ数、 Q_i は $Q_i = qr / \lambda_i (\theta_f - \theta_i)$; (円板) もしくは $Q_i = q l / \lambda_i (\theta_f - \theta_i)$; (スラブ) で無次元熱流束である。 κ は $\kappa = \lambda / \rho C_p$ で熱拡散率、 C_p は比熱、 ρ は密度、 t は時間、 q は単位面積あたりの印加電力である。添字の i , f はそれぞれ最初と最後を示す。なお、 θ_i , θ_f はそれぞれ室温および最高温度であるが、数値計算上では $\theta_f - \theta_i$ は任意の温度としてよい。

無次元熱伝導率 λ^* および無次元熱拡散率 κ^* は、温度の関数として定義する必要がある。最も簡単な近似は第 2 章と同様に一次関数で近似する方法であり、境界条件が熱伝達係数で表される場合については、いくつかの報告例がある^{2)~4)}。しかしながら第 2 章で示したように、セラミックスの熱伝導率および熱拡散率の温度依存性のプロファイルは多くの場合、曲線で示されるため、温度上昇が著しい一定熱流束加熱試験においては、一次近似では広い温度範囲で高い精度を得ることが困難である。そこで、 λ^* および κ^* を指数関数で近似し、(3-10) 式、(3-11) 式に示すように定義した。

$$\lambda^* = \frac{\lambda}{\lambda_i} = e^{AT} \quad (3-10)$$

$$\kappa^* = \frac{\kappa}{\kappa_i} = e^{BT} \quad (3-11)$$

(3-10) 式, (3-11) 式中の係数 A , B はそれぞれセラミックスの熱伝導率および, 熱拡散率の温度依存性の大小を示す係数であり, 以下, 温度係数と呼ぶ. ここで, 温度依存性を示す物性値として比熱 C_p を用いることも考えられるが, 熱拡散率 κ を用いたほうが数値計算過程をより簡略化できることに着目し, 熱拡散率 κ を温度の関数とした.

代表的ないくつかのセラミックスについて, 熱伝導率と熱拡散率をレーザーフラッシュ法で実測し, その温度係数 A, B を求めた結果を Table 3-1 に示す.

Table 3-1 Thermal properties and coefficients of temperature dependence in various ceramics.

Materials	Thermal conductivity at 25°C λ_i [W/m•K]	Thermal diffusivity at 25°C κ_i [cm ² /s]	Parameter in eq.(5) for λ^* at 25-400°C A [-]	Parameter in eq.(6) for κ^* at 25-400°C B [-]
Alumina [A] *1	29.8	0.094	-0.86	-1.38
Alumina [B]	33.2	0.105	-0.99	-1.6
Alumina [C]	32.4	0.103	-0.98	-1.6
Alumina [D]	31	0.1	-0.94	-1.46
Mullite [A]	5.3	0.022	-0.22	-0.78
Mullite [B]	5.1	0.021	-0.2	-0.69
Mullite [C]	5.9	0.028	-0.44	-0.97
Zirconia	3.1	0.012	-0.15	-0.49
Mica ceramic [A] *2	2.1	0.01	0	-0.4
Mica ceramic [B]	1.6	0.008	0	-0.35
Silicon nitride [A]	32	0.16	-0.38	-1.05
Silicon nitride [B]	31	0.14	-0.36	-0.83
Boron nitride	28	0.17	0	-0.94

(*1,*2: Calculated in this study)

表中の $[A] \sim [D]$ 等の記号は、ほぼ同組成でメーカーが異なる材料を示しており、焼結助剤や不純物に差があると思われるが、同質の材料間では温度係数 A, B の値に大きな差は見られなかった。異なる組成の材料を比較すると、熱伝導率、熱拡散率が小さい材料では温度係数は 0 に近く、これらの温度依存性は小さかった。逆にこれらの物性値が大きい材料では温度係数も大きい傾向があった。このような材料では熱伝導率や熱拡散率の温度依存性を考慮せず、室温での物性値のみを用いて数値計算した場合には実験結果からは大きく外れることになる。

つぎに、(3-1) ～ (3-8) 式を、熱伝導方程式の左辺を $n+1/2$ の時間中心差分、右辺および初期条件、境界条件を中心差分とする差分方程式に離散化し、陰スキームである *Crank-Nicolson* 法⁹⁾を用いて数値計算した。ここで、 n は時間に関する計算番号である。数値計算は無次元熱流束 Q_i 、温度係数 A 、 B は同一計算内で一定として時間経過にともなう温度分布 T の変化を計算した。

3-2-3 円板の熱応力分布の算出

求めた温度分布 T から、(3-12) ～ (3-14) 式で示す円板の熱応力式⁸⁾を用いて、各時刻における円板の半径方向の無次元熱応力分布 σ_r^* および接線方向の無次元熱応力分布 σ_θ^* を数値積分により求めた。

ここで、 $\sigma^* = \sigma / E \alpha (\theta_f - \theta_i)$ であり、 σ は熱応力、 α は熱膨脹率、 E はヤング率である。

$$\sigma_r^* = \int_0^1 T \xi d\xi - \frac{1}{\xi^2} \int_0^\xi T \xi d\xi \quad (3-12)$$

$$\sigma_\theta^* = \int_0^1 T \xi d\xi + \frac{1}{\xi^2} \int_0^\xi T \xi d\xi - T \quad (3-13)$$

ただし、周知のように $\xi = 0$ では (3-12)、(3-13) 式は用いることができないので、この極限をとると (3-14) 式となる。

$$\sigma_{r \xi=0}^* = \sigma_{\theta \xi=0}^* = \int_0^1 T \xi d\xi - \frac{1}{2}T \quad (3-14)$$

なお、本報ではヤング率 E および熱膨張率 α は定数として取り扱ったが、部分安定化ジルコニアや耐火物などのように、 E および α の温度依存性が無視できないほど大きい材料^{10), 11)} については、これらの温度係数をパラメータとして議論する必要があるので、個別に数値計算を実行した方が得策と考えられる。

3-2-4 拘束されるスラブの熱応力および反力の算出

はり高さ方向に温度分布 T を持つスラブの熱応力は、(3-15) 式で示される¹²⁾。試験片が曲げを拘束されている場合には第 3 項は 0 となり、引っ張り応力は $\xi=0$ で最大となるので、試験片は下面から破壊することになる。

$$\sigma^* = \int_0^1 T d\xi - T + (12\xi - 6) \int_0^1 (T\xi - 1/2) d\xi \quad (3-15)$$

ここで、物性値の温度依存性が無視できる場合には、はり高さ方向の温度分布について次式の解析解が得られる。

$$T(\xi, \eta) = Q \left[\eta + \frac{1}{2} \xi^2 - \frac{1}{6} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \exp(-\delta_n^2 \eta) \cos \delta_n \xi}{\delta_n^2} \right] \quad (3-16)$$

これを (3-15) 式に代入すると熱応力は次式で示される。

$$\sigma^* = Q \left[-\frac{1}{2} \xi^2 + \frac{1}{6} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \exp(-\delta_n^2 \eta) \cos \delta_n \xi}{\delta_n^2} \right] \quad (3-17)$$

$\xi = 0$ を代入すると、破壊面における熱応力は次式で示される。

$$\sigma_{\xi=0}^* = Q \left[\frac{1}{6} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n \exp(-\delta_n^2 \eta)}{\delta_n^2} \right] \quad (3-18)$$

物性値に温度依存性がある場合には、解析解を得ることが困難である

ため、数値計算で得られた温度分布を $T = a + b \xi^2 + c \xi^n$ の多項式で近似した。この場合、試験片のはり高さの熱膨張を考慮すると、拘束点に発生する反力 P_L および破壊面の熱応力 $\sigma_{\xi=0}$ はそれぞれ (3-19), (3-20) 式で示すことができる。

$$P_L = E\alpha \Delta \theta \frac{\delta l^2}{L} \left\{ \frac{b}{3} + 4c \left(\frac{1}{n+2} - \frac{1}{2(n+1)} \right) + 4 \left(\frac{l}{L} \right)^2 \left(a + \frac{b}{3} + \frac{c}{n+1} \right) \right\} \quad (3-19)$$

$$\sigma_{\xi=0} = E\alpha \Delta \theta \left\{ \left(\frac{b}{3} + \frac{c}{n+1} \right) + 6 \left(\frac{l}{L} \right)^2 \left(a + \frac{b}{3} + \frac{c}{n+1} \right) \right\} \quad (3-20)$$

ここで、 l は試験片の梁高さ、 L は下部拘束点のスパン間距離、 δ は試験片の幅、 $\Delta \theta = (\theta_f - \theta_i)$ である。任意の時刻における試験片のはり高さ方向の温度分布を前記の多項式で近似し、パラメータ a, b, c, n を決定した後、(3-19) 式および (3-20) 式に代入して拘束点に作用する反力と試験片に発生する熱応力を求めた。

3-3 結果および考察

3-3-1 一定熱流束加熱される円板の最大熱応力

3-3-1-1 熱応力分布

円板の半径方向の無次元熱応力分布 σ_r^* および接線方向の無次元熱応力分布 σ_θ^* の一例を Fig.3-3 (a),(b) に示す。Fig.3-3 の破線は材料の物性値に温度依存性がないとした場合の数値計算結果を、実線は熱伝導率および熱拡散率の温度依存性を実測してこれを算入した場合の数値計算結果を示している。Fig.3-3 では、温度係数 A, B は 99.5% アルミナの実測値を用いた。

熱応力は、フーリエ数、換言すると時間の経過とともに増加するが、物性値の温度依存性にかかわらず、いずれの時刻においても、円板の中心部 ($\xi = 0$) において引っ張り応力は最大となる。位置を示す無次元項

ξ が大きいところでは、無次元熱応力 σ_r^* , σ_θ^* はどちらも減少するが、円板の中心部近傍は比較的一様な引っ張り応力を示している。

物性値に温度依存性がないとした場合と、これを考慮した場合の計算結果を比較すると、 σ_r^* , σ_θ^* とともに、物性値 λ , κ に温度依存性がある場合には、それを考慮しない場合と比較すると、中心近傍の引っ張り応力域は広くなる傾向にあった。

すなわち、試験片は中心部近傍を起点として破壊することになり、破壊の有無に関しては、この最大熱応力のみを考えればよいので、 $\xi = 0$ の熱応力を相関式として数式化することにした。

3-3-1-2 熱応力の相関式

熱応力の数値計算にあたっては、温度係数である A, B および加熱条件を記述する Q_i , η_i がパラメータとなるので、相関式の精度を高めるためには、これらの熱衝撃試験に実用的な範囲を定める必要がある。Table 3-1 の測定結果を含め、いくつかのファインセラミックスの温度係数を調査し^{10), 11), 13) ~ 15)}、熱衝撃実験に適用可能な供給熱量の範囲から Q_i , η_i を推定した結果、計算に必要な A , B , Q_i , η_i の範囲は $-1.5 < A \leq 0$, $-2 < B < 0$, $Q_i < 1$, $\eta_i < 1$ とした。ここで、 A, B の範囲が負であることは、熱伝導率および熱拡散率が温度上昇とともに減少することを示している。これら温度係数の実測値は、温度依存性が極めて大きいアルミナ数種については $A = -0.8 \sim -1.0$, $B = -1.3 \sim -1.6$ (25 ~ 400 °C) となり、温度依存性が極めて小さいマイカセラミックスについては $A = -0.03$, $B = -0.4$ (25 ~ 400 °C) であったので、この範囲で計算すれば、特殊な材料を除いて多くのファインセラミックスをカバーできると考えた。したがって、この範囲で合計 72 通りの A , B , Q_i の組み合わせについて数値計算を実行した。

Fig.3-3 で示した 2 つの材料、すなわち、物性値に温度依存性がない材料、および、物性値の温度依存性が著しいアルミナについて、円板中心部 $\xi = 0$ の熱応力履歴を示すと Fig.3-4 のようになる。

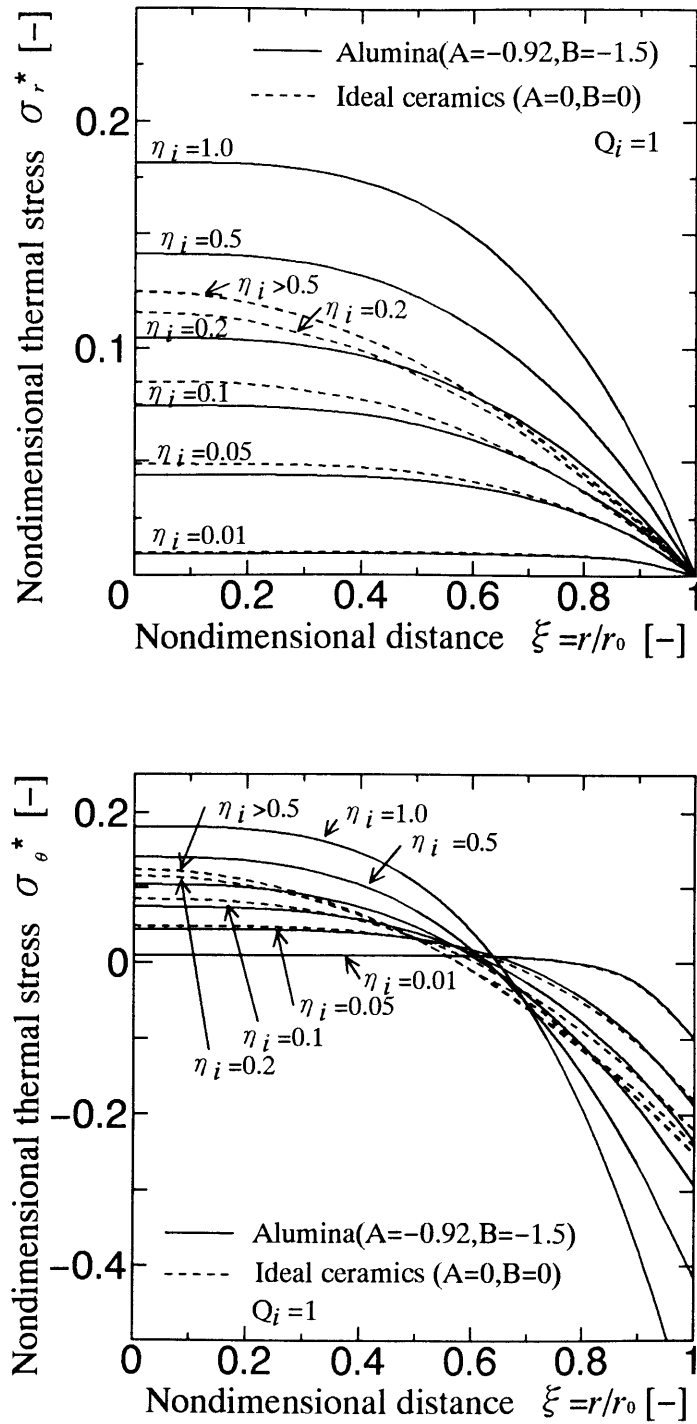


Fig.3-3 Results of numerical calculation about the distributions of non-dimensional thermal stress in radius direction at several Fourier's numbers.(a)Radial stress, (b)Tangential stress.

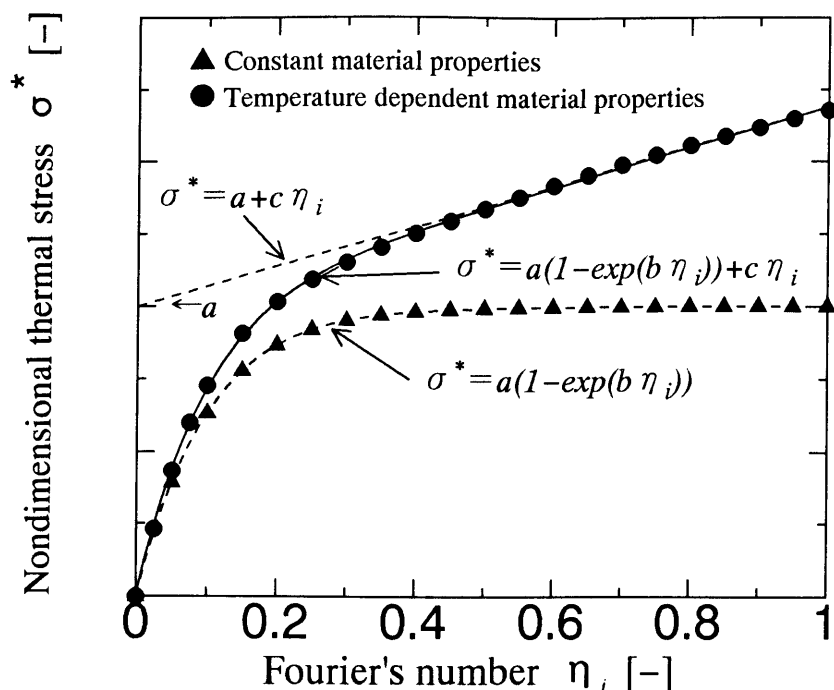


Fig.3-4 Fitted functions of correlative equation and the profile of thermal stress history.

熱伝導率の温度依存性が比較的大きいファインセラミックスのほとんどはアルミナに類似した挙動を示すと考えられる。Fig.3-4 から、物性値に温度依存性がない材料の熱応力履歴は $\sigma^* = a (1 - e^{b \eta_i})$ の形の関数で近似できることがわかる。熱伝導率に温度依存性がある場合にはフーリエ数の増加とともに熱応力が比較的単調に増加するので、補正項として $c \eta_i$ を加えることにより熱応力が正確に表せることがわかった。したがって、熱応力履歴の近似関数として (3-21) 式を用いて、最小自乗法により相関式中のパラメータ a, b, c を決定した。

$$\sigma^* = a (1 - e^{b \eta_i}) + c \eta_i \quad (3-21)$$

さらに、求めたパラメータ a, b, c は A, B, Q_i に係わる変数として記述できるので、これを次元解析と同様の手法で、Table 3-2 中の式を用

いて, a , b , c について定数項 C および A , B , Q_i に関するパラメータ u , v , w を求めた. このようにして求めた熱応力の相関式とパラメータを Table 3-2 に示す.

Table 3-2 を用いて熱応力を算出する場合には, 次のようにすればよい. まず, 材料の熱伝導率 λ および熱拡散率 κ の各温度における実測値を (3-10), (3-11) 式で最小自乗法により近似して温度係数 A , B を決定する. つぎに実験時に試験片に供給する電力量から薄膜ヒーターの単位面積あたりの供給熱量を求め, 無次元熱流束 Q_i を算出する. この A , B , Q_i を用いて Table 3-2 からパラメータ a , b , c を求めれば, (3-21) 式により任意のフーリエ数における無次元熱応力が求められるので, 物性値であるヤング率 E , 熱膨張率 α , および最初に定義した温度差 $\theta_f - \theta_i$ の値を代入すれば, 任意の時刻における熱応力を算出できる.

Table 3-2 Correlative equations and fitted parameters of thermal stress in constant flux heated disk.

	Fitted equations			
Thermal Stress as a function of Fourier's number	$\sigma^*(\theta, \eta_i) = a(1 - e^{b\eta_i}) + c\eta_i$			
Parameter a	$a = C Q_i^u (-A+1)^v (-B Q_i + 1)^w$			
Parameter b	$b = C Q_i^u (-A+1)^v (-B Q_i + 1)^w$			
Parameter c	$c = C Q_i^u (-A)^v (-B/A + 1)^w - 0.01 Q_i$			
	Constant in above equations			
	C	u	v	w
Parameter a	0.1387	1.0359	0.1051	-0.4516
Parameter b	9.9687	-0.0218	-0.1236	0.2153
Parameter c	0.2041	1.4868	0.6106	-0.6885

3-3-1-3 熱応力の過渡的变化におよぼす物性値の温度依存性の影響

前項で求めた相関式を利用して、典型的な 3 種類のセラミックスについて熱応力の過渡的变化を示すと Fig.3-5 のようになる。(a) は熱伝導率、熱拡散率に温度依存性がない単純な材料を、(b) は熱拡散率のみに温度依存性があるマイカセラミックスなどの材料を、(c) は熱伝導率および熱拡散率に温度依存性があるアルミナなどの材料を示している。

これらの過渡的熱応力の挙動は、第 2 章で示した水中急冷試験における過渡的熱応力の挙動とは著しく異なっている。すなわち、水中急冷試験における過渡的熱応力は急冷後は急激に上昇し、その後減少するのに対し、一定熱流束加熱の場合には一定時間経過後も熱応力の低下は見られない。

(a) ~ (c) の材料について熱応力の挙動は次のようになる。曲線 (a) で示される単純な材料では、フーリエ数 η_i の増加に伴い熱応力は増加するが、 $\eta_i > 0.3$ では熱応力は定常値を示す。これに熱拡散率の温度依存性 ($B < 0$) が加わると曲線 (b) のように $\eta_i > 0.3$ では曲線 (a) と同様に定常値となるが、熱応力の大きさは相対的に減少する。この熱応力の減少分は熱拡散率の温度依存性の大きさに対応して Fig.3-5 中の $a_0 \rightarrow a_1$ で表される。

このような材料では、 $\eta_i > 0.3$ で熱応力が定常となった後に破壊した場合には、サブクリティカルクラックグロースに係わることも考えられるので、その検討が必要である。逆に考えるとこの領域で実験を行えば、熱疲労に関する評価も可能である¹⁶⁾。

つぎに熱伝導率に温度依存性があり、 $A < 0$ の場合には曲線 (c) で示されるように $\eta_i > 0.3$ の定常値はなくなり、時間経過とともに熱応力は増加し続けることになる。この熱応力の増加分は熱伝導率の温度依存性の大きさに対応して Fig.3-5 中の $a_2 \rightarrow a_2 + c \eta_i$ で表される。

なお、 $A > 0$ となるファインセラミックスとしてムライト、BN などが確認されているが、これらの A の値はほぼ 0 であるため、ここでは割愛した。

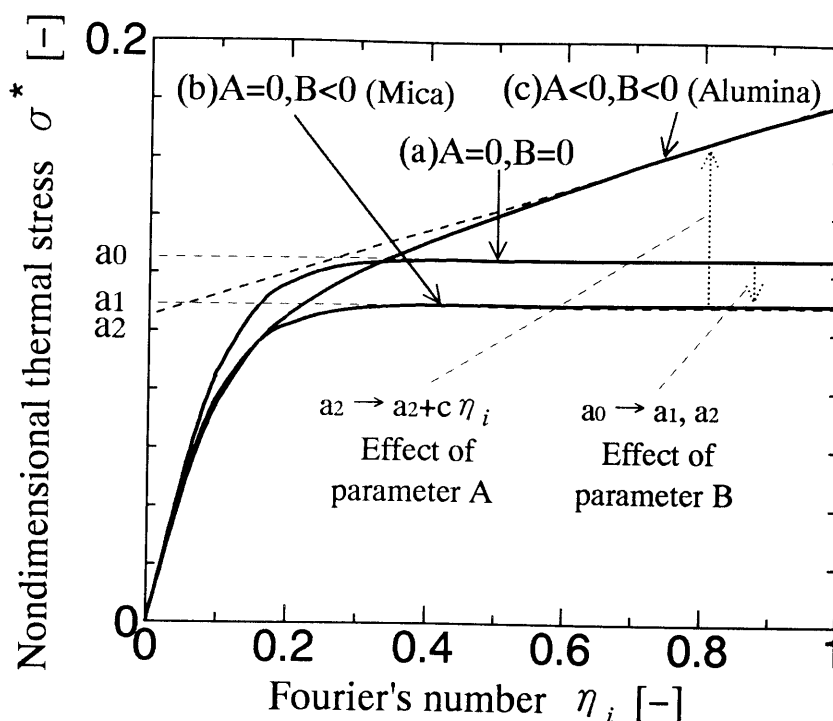


Fig.3-5 Thermal stress history in case of the typical three ceramics.
 (a)Material properties are constant. (b)Thermal diffusivity is changeable. (c)Thermal diffusivity and thermal conductivity are changeable.

これらのことから多くのファインセラミックスでは、曲線 (c) で示されるように、熱拡散率の温度依存性は熱応力を低下させる方向に働き、熱伝導率の温度依存性は逆に熱応力を増加させる方向に働く。その影響度はフーリエ数により異なっており、フーリエ数が 0.3 以下の小さい範囲では熱拡散率の温度依存性が大きく影響し、この値より大きい範囲では熱伝導率の温度依存性が大きく影響することがわかる。

3-3-1-4 熱衝撃試験結果の保証について

セラミックスの熱破壊時の破壊応力については、3点曲げ強度や引っ

張り強度など常温での破壊試験で算出した破壊応力とは必ずしも一致しない。これは一般に、その応力分布や有効体積、歪み速度などが実験方法によって大きく異なること¹⁷⁾、また、破壊の起点が異なること¹⁸⁾などのためである。また、一般によく用いられる水中急冷を用いた熱衝撃試験法では、熱伝導率や熱拡散率の温度依存性よりも材料と水との熱伝達係数の温度依存性が著しく大きく、実験方法によりその影響を著しく受けやすいため^{19)~21)}、材料が破壊した時に作用した熱応力の大きさを精度良く推定することは困難である。

円板状試験片を一定熱流束加熱する熱衝撃試験法では、試験片の温度分布や破壊するまでの時間が正確に測定できるなど、数多くの情報が得られる可能性があるので、材料に作用した熱応力の分布やその大きさ、また歪み速度など、どのような状況下で材料が破壊したかを容易に推定できると考えられる。本報の相関式を用いれば、熱伝導率や熱拡散率に温度依存性がある材料についても破壊時の最大熱応力が精度良く算出できるので、実験データと比較することにより、実験の有効性を評価し、データの信頼性が確保できる。また、熱衝撃試験における材料の破壊強度についてさらに正確な評価ができると考えられる。

3-3-1-5 相関式の活用法について

円板を一定熱流束で加熱する熱衝撃試験では、供給熱流束を適切に設定し、試験片を加熱開始後、数秒から数十秒で試験片を破壊させる必要がある。供給熱流束が小さすぎれば試験片は破壊せず、大き過ぎれば試験片は極めて短時間のうちに破壊してしまうため温度測定が困難となると考えられるからである。これらは試験する材料の材質（物性値）や試験片の大きさ等にも依存する。したがってあらかじめ Table 3-2 に示した熱応力の相関式を利用し、適正な試験条件を設定する必要がある。

一例として、アルミナおよびマイカセラミックスについて、単位面積あたりの供給熱流束を一定とした条件について、試験片の半径が異なる場合の熱応力 σ の時間変化を推定した結果を Fig.3-6(a),(b) に示す。Fig.3-6(a),(b) は、Table 3-2 の相関式にアルミナおよびマイカセラミック

スの温度係数 A, B を代入してフーリエ数 η_i に対する無次元熱応力 σ^* の変化を求め、これらの無次元数にそれぞれの材料の物性値を代入して有次元化して作図したものである。

また、Fig.3-6 の右軸には熱衝撃抵抗パラメータ $R (= \sigma / E \alpha)$ を示した。ここで材料の破壊応力における R の値は、熱衝撃破壊抵抗係数 $R_c = \sigma_F / E \alpha$ を示しており、Hasselman が示した第一次熱衝撃抵抗係数 $R_c = (1 - \nu) \sigma_F / E \alpha^{2/2}$ と同意であるが、円板であるためポアソン比は含まれない。

本試験法においては、熱破壊強度 σ_F は材料の引っ張り強度とほぼ等価であると考えられるので、 σ_F に引っ張り強度を適用すると、Fig.3-6(a) で示したアルミナの引っ張り強度は 280MPa ($R_c = 98^\circ\text{C}$) であるので、供給熱流束が $q = 10^6 \text{ W/m}^2$ の場合には、試験片は $20 \sim 40$ 秒後に破壊し、試験片半径が大きくなるほど破壊までの時間は短くなることがわかる。供給熱流束を $q = 2 \times 10^6 \text{ W/m}^2$ まで増やすと試験片半径の影響はほとんどなく、ほぼ一定の時間で破壊する。このような条件では破壊までの時間は 5 秒以下となるので、接合部の球径の小さい熱電対を用いるなど、応答性の早い測定系が必要と考えられる。

これに対して Fig.3-6(b) で示したマイカセラミックスの場合には、引っ張り強度は 80MPa ($R_c = 136^\circ\text{C}$) であるので、供給熱流束が $q = 10^6 \text{ W/m}^2$ の場合でも、試験片は 5 秒以下で破壊してしまう。供給熱流束を $q = 2 \times 10^6 \text{ W/m}^2$ まで低く設定すれば試験片は 20 秒前後で破壊するので実験が容易になる。また、破壊時間におよぼす試験片寸法の影響はアルミナと異なっており、試験片の半径が大きくなるほど破壊までの時間は長くなる傾向にあることがわかる。

試験片の寸法（直径、厚み）を先に定めて、任意の時刻で試験片を破壊させる実験条件を設定する場合には、供給熱流束 q をパラメータとして Fig.3-6 と同様に作図すればよい。図から設定したい時刻で破壊応力に達する供給熱流束 q の値を見積もれば、この q の値と試験片の外周の面積からヒーターへの供給電力が求められる。ただし、材料強度のばらつきから、試験片は設定した時刻の前後で破壊することになる。以上のよ

うに、上式の熱応力の相関式を利用すれば、実験前に試験片寸法や供給熱流束などの実験条件を比較的容易に設定することができる。なお、実際に実験をする場合には、試験片の寸法を変えて実験し、データがよく一致することを確認めれば、より信頼性が高い結果を得ることができる。

また、試験片が破壊するまでの時間については次のように考えることができる。破壊するまでの時間が同じ場合でも材料の熱拡散率 κ_i の大きさにより、フーリエ数 η_i の値は大きく異なる。たとえば破壊までの時間を 40 秒とすると、アルミナでは熱拡散率 κ_i が約 $0.1 \text{ cm}^2 / \text{s}$ であるので、破壊時のフーリエ数 η_i は 0.6 となる。Fig.3-4 から、 η_i が大きい場合には、(3-21) 式は $\sigma^* = a + c \eta_i$ に近似できるので、加熱開始後、破壊するまでの時間を (3-22) 式によって求めることができる。ここで $\sigma_F^* = \sigma_F / E \alpha (\theta_f - \theta_i)$ は無次元化した材料の熱破壊強度を示している。なお、前出のように本試験法においては、熱破壊強度 σ_F は材料の引っ張り強度とほぼ等価である。

(3-22) 式から、材料の熱破壊強度が大きいほど破壊までの時間は長くなること、また、熱伝導率の温度係数 A が大きい材料ではパラメータ c が増加するため破壊までの時間は顕著に短くなることがわかる。

$$\eta_i = \frac{1}{c} (\sigma_F^* - a) \quad (3-22)$$

つぎに、熱拡散率が小さい材料では、フーリエ数 η_i が小さい範囲で破壊することになる。たとえばマイカセラミックスでは熱拡散率 κ_i は約 $0.008 \text{ cm}^2 / \text{s}$ であるので、破壊までの時間が 40 秒のとき、フーリエ数 η_i は 0.05 となる。 η_i が小さい場合には、(3-21) 式は、 $\sigma^* = a (1 - e^{-b \eta_i})$ に近似できるので、加熱を開始してから破壊するまでの時間は (3-23) 式で示される。この領域では、熱拡散率の温度依存性により破壊までの時間は長くなる。

$$\eta_i = \frac{1}{b} \ln \left(1 - \frac{\sigma_F^*}{a} \right) \quad (3-23)$$

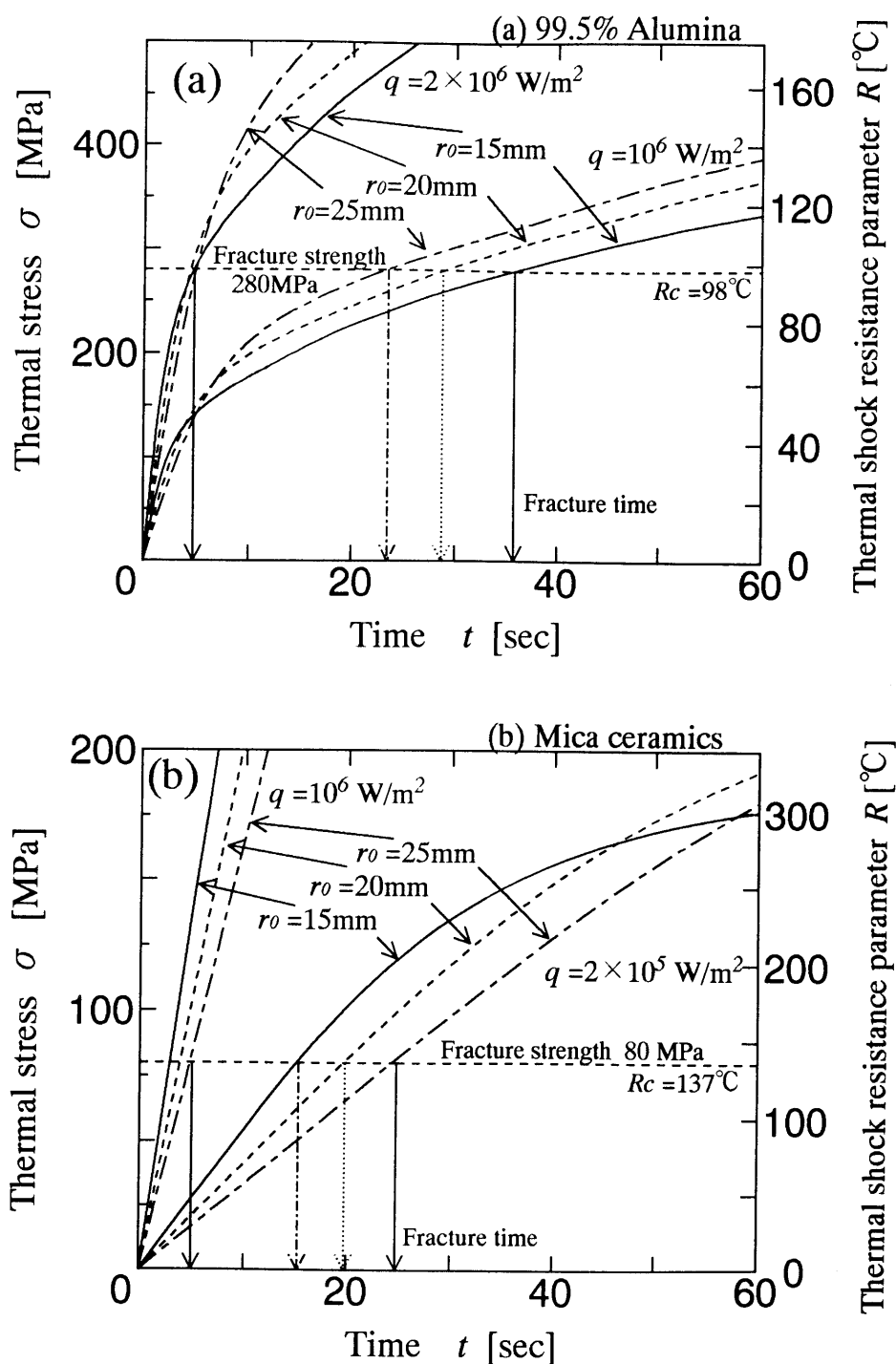


Fig.3-6 The effect of radius of the specimen and supplied calories on thermal stress. Time to fracture can be estimated from fracture strength of materials. (a)Alumina, (b)Mica ceramics.

また、これらの中間の材料については相関式から熱応力の時間変化を Fig.3-5 と同様にプロットし、任意の σ_F^* におけるフーリエ数 η_i を求めれば破壊するまでの時間を推定することができる。

熱疲労を考慮すると、熱破壊強度は応力負荷速度の影響を受けることが予想されるので、応力負荷速度が算出できると有用である。(3-21) 式を微分すると (3-24) 式となるので、任意の時刻における応力負荷速度を算出することができる。熱伝導率に温度依存性がない場合には $c=0$ となるので、 η が増大すると $d\sigma^*/d\eta_i \rightarrow 0$ となり、静疲労と同じになる。また、熱伝導率に温度依存性がある場合には、 $c > 0$ であり、 η_i が増大すると $d\sigma^*/d\eta_i \rightarrow c$ となるので、試験片寸法や供給熱流束などの実験条件が同じ場合、室温での熱伝導率や熱拡散率が同じ材料でも、熱伝導率の温度依存性が大きい材料ほど応力負荷速度が大きくなることがわかる。

$$\frac{d\sigma^*}{d\eta_i} = -ab e^{b\eta_i+c} \quad (3-24)$$

以上示したように、Table 3-2 に示した熱応力の相関式を利用すれば、実験において材料が破壊するまでの時間や、破壊時の応力負荷速度などを推定することが可能となるので、試験片の寸法や供給熱流束の大きさなどについて、あらかじめ適切な実験条件を設定することができる。

3-3-2 一定熱流束加熱される拘束スラブの温度分布と熱応力

3-3-2-1 温度分布におよぼす材料物性値の影響

つぎに、一面加熱されるスラブについて考える。Table 3-1 中の代表的な 2 種類の材料であるマイカセラミックス (Micaceramics[A]) およびアルミナ (Alumina [A])、また物性値に温度依存性がない理想的な材料について試験片内部の温度分布を数値計算した結果を Fig.3-7 に示した。Fig.3-7 では試験片寸法および供給熱量 q を一定とした条件で、時間の経過とともに刻々と変化する温度分布を示している。

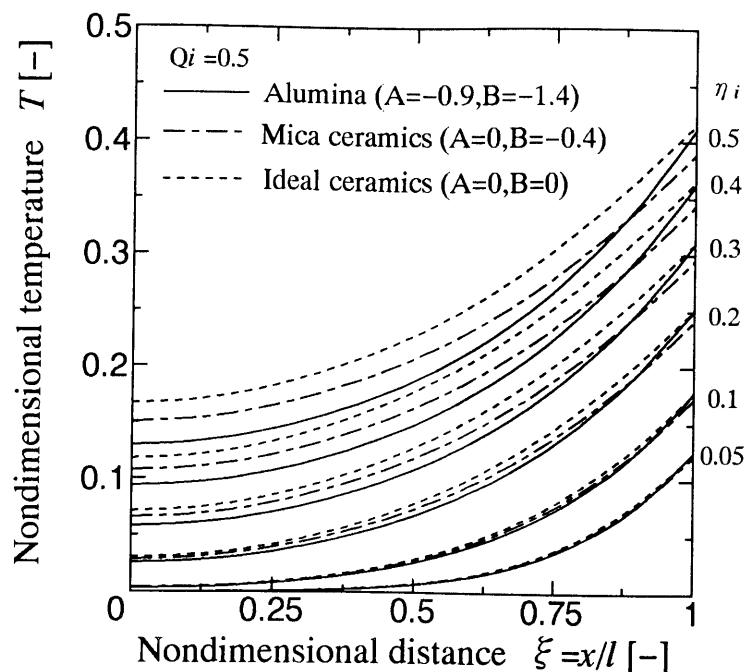


Fig.3-7 Changes of temperature distribution as a function of Fourier's number.

これら2つの材料の温度分布を比較する場合には破壊時のフーリエ数を考慮する必要がある。熱衝撃試験で破壊までの時間 t を60秒と設定すると、フーリエ数の定義 $\eta_i = \kappa_i t / l^2$ から、熱拡散率が小さいマイカセラミックスではフーリエ数は0.2以下で破壊が起こるのに対して、熱拡散率が高いアルミナではフーリエ数1以上で破壊が起こるからである。そこでこれらのフーリエ数における2つの材料の温度分布を比較すると次のように記述できる。

熱伝導率、熱拡散率が小さいマイカセラミックスについては $\eta_i < 0.2$ では $\xi = 1$ 近傍の温度のみが急上昇し、 $\xi = 0$ の温度はほとんど上昇していない。このため、加熱面と非加熱面の温度差は増加する傾向にあるが平均温度は低い。これに対して、熱伝導率、熱拡散率が大きくその温度依存性が著しいアルミナではフーリエ数が大きいため $\xi = 0$ の温度も上昇しており、平均温度は高い。加熱面と非加熱面の温度差は増大する

傾向にあったが、この原因はマイカセラミックスとは異なり、物性値の温度依存性によるものである。これらの温度分布の推移の違いは、結果的に試験片に作用する熱応力および発生する反力に反映される。

ここでは、温度分布の数値計算結果から熱応力および反力を算出するため、温度分布を多項式で近似した。ここで、 $A, B=0$ の理想的な材料では、 $\eta_i > 0.2$ の定常状態では、温度分布を 2 次式で近似できることがわかっているが、加熱直後の過渡的温度変化を記述し、材料物性値の温度依存性が大きい材料を考慮すると、2 次式に補正項を加えた多項式で近似する必要があると考えた。そこでこれらの温度分布を $T = a + b \xi^2 + c \xi^n$ の多項式で近似し、相関係数を求めたところ、いずれの η_i においても相関係数は 99% 以上となり、広い範囲で精度良く近似できた。

3-3-2-2 温度分布の相関式と熱応力の算出

温度分布を相関式として表現する場合には材料物性値である A, B 、および実験条件を記述する Q_i, η_i がパラメータとなるが、近似式の精度を高めるためには熱破壊試験において実用的な範囲を定める必要がある。

Table 3-1 の物性値を考慮し、実験に適用可能な供給熱量の範囲から Q_i を求めた結果、計算が必要な A, B, Q_i の範囲は $-1.5 < A \leq 0$, $-2 < B \leq 0$, $A < B$, $Q_i < 2$, $\eta_i < 5$ とした。この範囲で合計 140 通りの A, B, Q_i の組み合わせについて数値計算を行った。

つぎに、それぞれの計算データについて、パラメータ a, b, c, n をフーリエ数 η_i の関数として Table 3-3 中に示す (c-1) ~ (c-4) 式で最小 2 乗近似し、パラメータ $X_1 \sim X_{12}$ を求めた。ここで、 a は試験片破壊面の温度、 $b+c$ は加熱面と破壊面との温度差、 $a+b+c$ は加熱面の温度、 n は温度分布形状を決定するパラメータを示している。なお、(c-1) ~ (c-4) 式は、フーリエ数 η_i に対する a, b, c, n の変化のプロフィールをもとに試行錯誤で決定した関数である。これらのパラメータ $X_1 \sim X_{12}$ を温度係数 A, B および無次元熱流束 Q_i の関数として、次元解析により定数項 C および Q_i, A, B に関するパラメータ u, v, w を求めた。以上の方法で求めた温度分布の近似式とパラメータを Table 3-3 に示す。

Table 3-3 Correlative equations and parameters of temperature distribution. (where, $\eta = \eta_i$)

Fitted equation of temperature distribution				
$T_{\xi} = a + b \xi^2 + c \xi^n$				
Functions of the parameters a,b,c,n as Fourier's number				
$a = X_1 \eta + X_2(1 - e^{-8\eta}) + X_3(1 - e^{-\eta/2}) \quad (c-1)$				
$b = X_4(1 - e^{-20\eta}) + X_5(1 - e^{-10\eta}) + X_6(1 - e^{-\eta/10}) \quad (c-2)$				
$c = X_7(1 - e^{-20\eta}) + X_8(1 - e^{-10\eta}) + X_9(1 - e^{-\eta/10}) \quad (c-3)$				
$n = 0.14/\eta + X_{10}(1 - e^{-8\eta}) + X_{11}(1 - e^{-\eta/2}) + X_{12} \quad (c-4)$				
Equations of dimensional analysis				
$X_{1,2,4,5,7,8,9,10,11,12} = C Q_i^u (-A+1)^v (-BQ_i+1)^w$				
$X_3 = C Q_i^u (-A+1)^v \left(\frac{4}{-BQ_i+1} - \frac{1}{BQ_i+1} \right)^w$				
$X_6 = C Q_i^u (-A)^v (-BQ_i+1)^w$				
Parameters	C	u	v	w
X_1	0.9311	0.983	0.2169	-0.291
X_2	-0.229	1.0556	0.5358	-1.3708
X_3	0.2158	1.1745	0.4514	2.245
X_4	-0.8196	1.0608	0.3198	-0.9662
X_5	1.3164	1.0464	0.2418	-0.7791
X_6	24.401	0.9298	1.645	-3.2794
X_7	1.024	1.0557	0.306	-0.6594
X_8	-1.0517	1.0372	0.3138	-0.879
X_9	0.0589	1.6546	5.4945	-0.2633
X_{10}	3.2589	-0.0453	-0.0493	0.3287
X_{11}	1.6934	0.732	4.0903	-1.1755
X_{12}	0.0678	0.3834	1.0222	1.7311

実験において反力，および破壊面の熱応力を算出する場合には次のようにすればよい．まず実験に用いる材料の熱伝導率，熱拡散率を室温から実験で加熱する温度の範囲で数点測定する．つぎに，(3-10) 式，(3-11) 式の関数でこれを近似して最小自乗法により温度係数 A ， B を決定する．

つぎに，熱衝撃試験における薄膜ヒーターへの供給電力から単位面積あたりの供給熱量を求め，無次元熱流束 Q_i を算出する．

このようにして求めた A ， B ， Q_i および Table 3-3 中のパラメータ C ， u ， v ， w を用いると $X_1 \sim X_{12}$ が算出できる．求めた $X_1 \sim X_{12}$ の値を式 (c-1) \sim (c-4) 式に代入すれば任意のフーリエ数における a ， b ， c ， n が求められるので，これを試験片寸法 δ ， l ， L ，弾性率 E ，熱膨張率 α とともに (3-19) 式および (3-20) 式に代入すれば反力および熱応力を求めることができる．

このようにしてアルミナ試験片 ($l/L = 0.1$) の熱衝撃試験時の熱応力を推定した結果を Fig.3-8 に示す．図では熱流束を $Q_i = 0.1, 0.2, 0.3$ とした加熱条件について，加熱開始後の破壊面の熱応力の変化を示している．また，比較のため，破線で温度係数 $A=B=0$ の時の計算結果を示した．

図から，アルミナの破壊強度が $\sigma^* = 0.15$ の時， $Q_i = 0.3$ とすればフーリエ数 $\eta_i = 3.5$ の時刻で試験片が破壊すると推定できる．実験の結果でも，アルミナ試験片は $\eta_i = 2 \sim 4$ の範囲で破壊しており，以上の方法で熱応力を推定することにより，加熱開始後，破壊に至るまでの時間が推定できる．

また，同様にして，試験片寸法の決定，供給熱量の設定，ロードセルの選択など，熱衝撃試験における適切な実験条件をあらかじめ設定することができる．

3-3-2-3 熱応力の過渡的变化におよぼす物性値の温度依存性の影響

前項で求めた相関式を利用して熱応力の過渡的变化を計算した結果を Fig.3-9 に示す．Fig.3-9 では典型的な 3 種類の材料を示している．ここでは考察を容易にするため，便宜的に $l/L = 0$ とし，試験片寸法の影響を除いた．

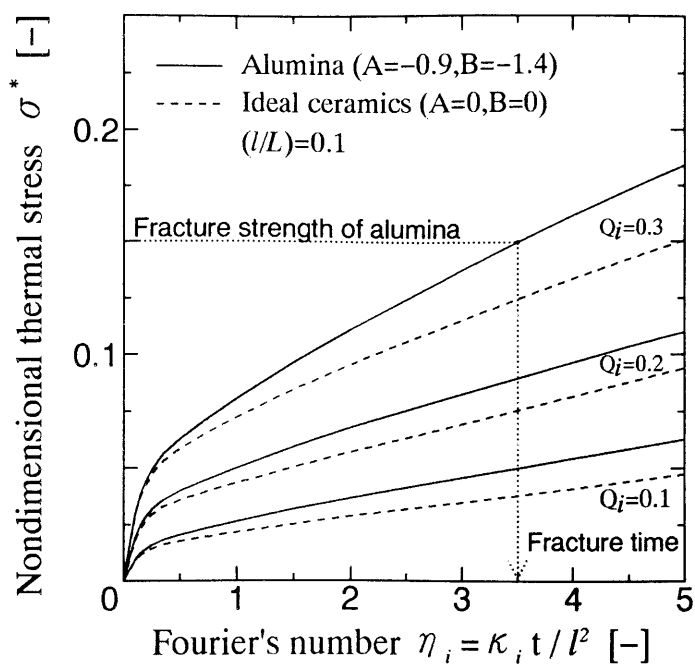


Fig.3-8 Nondimensional thermal stress as a function of Fourier's number.

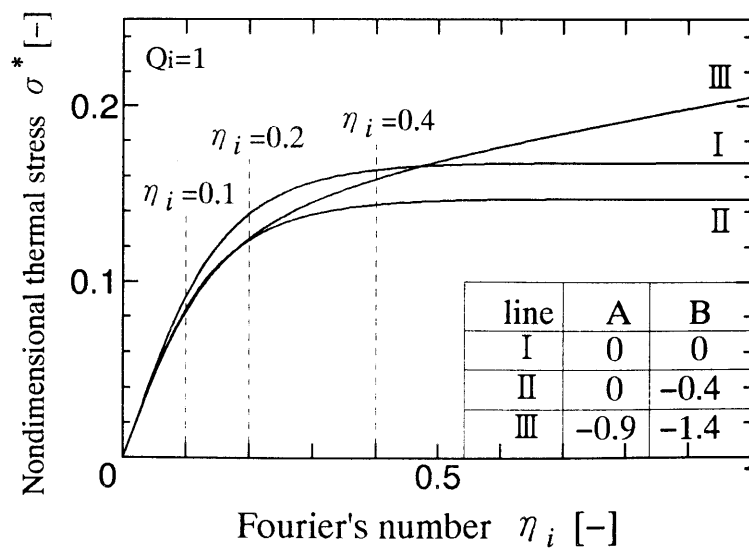


Fig.3-9 Variation of nondimensional thermal stress with Fourier's number.

図中の曲線 I は物性値に温度依存性がない理想的な材料 ($A=B=0$) を示している。曲線 II は熱伝導率には温度依存性が無く、熱拡散率のみに温度依存性がある場合で、温度の上昇に伴い熱拡散率の値が小さくなるマイカセラミックスなどがこれに該当する。

曲線 III は熱伝導率、熱拡散率の両方に温度依存性が存在し、温度上昇に伴って両方の値が小さくなる場合で、多くの高熱伝導性セラミックスはこれに該当する。Fig.3-9 の A, B の組合せは Fig.3-7 に対応している。図中には曲線プロフィールからその特徴的な時刻について $\eta_i = 0.1, 0.2, 0.4$ を取り上げ、直線で示した。

曲線 I, II を比較すると $\eta_i = 0.1$ までは熱応力が立ちあがり、 $\eta_i = 0.2 \sim 0.4$ では熱応力の変化がゆるやかになり、 $\eta_i \geq 0.4$ では曲線 I, II は収束値は異なるが熱応力がほぼ一定になる。この収束値が異なることは次のように説明できる。

曲線 I では Fig.3-7 に示したように、 $\xi = 1$ における境界条件で、 Q_i, λ^* はともに一定値であるので温度勾配は時間変化に対し常に一定で推移する。また内部の温度分布も試験片下面 $\xi = 0$ での温度が上昇してからは常に一定の間隔で上昇する。このことから $\xi = 0$ での温度が上昇するまでは熱応力が大きくなるが、その後は一定の温度分布状態で温度変化していくために収束値として $\sigma^* = 1/6$ が得られる。

曲線 II では $\xi = 1$ での温度勾配が曲線 I と同様に一定の割合で変化する。しかし、熱拡散率に温度依存性があり、熱伝導方程式中に含まれていることから試験片内での温度変化が比較的早く発生する。このため、 $\xi = 0$ での温度変化も速く、結果的に平均温度に対して $\xi = 0$ の温度が大きくなるので熱応力は小さくなる。

曲線 III については曲線の立ち上がりかたは曲線 II とほぼ同様であるが $\eta_i \geq 0.4$ では一定の割合で熱応力が上昇していくことを示している。これはつぎのように説明できる。

Fig.3-7 から $\xi = 1$ での温度勾配は時間とともに大きくなる。これは、境界条件式中に温度依存性がある熱伝導率が含まれるからである。 $\xi = 1$ では温度が上昇しつづけるので平均温度も上昇しつづける。これに対

して $\xi = 0$ での温度も上昇しつつあるがその温度変化は $\xi = 1$ でのそれと比べて速くはない。 $\xi = 0$ での温度変化が $\xi = 1$ での温度変化および平均温度に対して遅く、平均温度との差はしだいに大きくなるので熱応力は上昇し続ける結果となる。このことは、この種の熱衝撃試験では一定供給熱量で加熱した場合でも多くの材料では熱応力は定常値とならないことを示している。

つぎに温度係数 A , B の大きさについて考える。 Fig.3-10 (a),(b) にそれぞれ温度係数 A, B のみを変化させた場合の $\eta_i = 1$, $Q_i = 0.5$ における熱応力の変化を示した。ここでは熱衝撃試験における試験片寸法を考慮して、 $l/L = 0.1, 0.2, 0.3$ の計算結果を示した。

Fig.3-10(a) から、温度係数 A が小さくなるほど熱応力は増大し、逆に Fig.3-10(b) から、温度係数 B が小さくなるほど熱応力は減少した。これらの結果は試験片の梁高さ l によらず同じ傾向を示したが、 Fig.3-10(a) と Fig.3-10(b) を比較すると、温度係数 A についてはその値が小さくなるほど熱応力への影響が顕著になるが、逆に温度係数 B についてはその影響はしだいに減少する傾向にあった。

このことは、セラミックスの材料物性値のなかで、特に熱伝導率の温度依存性が材料の熱応力破壊挙動に大きく関与することを示しており、熱拡散率の温度依存性はこれを相殺する方向に働いている。また、これら温度係数 A , B の大きさが熱応力におよぼす影響は、試験片寸法等の実験条件によっても異なることが明かとなった。

以上の結果は、材料の熱伝導率、熱拡散率を測定して温度係数 A , B を算出する際に、熱伝導率 λ および温度係数 A の測定精度が熱応力の計算結果に大きく影響することを示している。

3-3-2-4 熱応力と反力の関係について

数値計算の結果から、反力と熱応力は時間経過に対して極めて類似したプロフィールを示し、これらは一定の関係にあるので、数値計算もしくは相関式を用いてこの比を算出すれば実験時の反力 P_L から直接に破壊面の熱応力 σ を求めることができる。

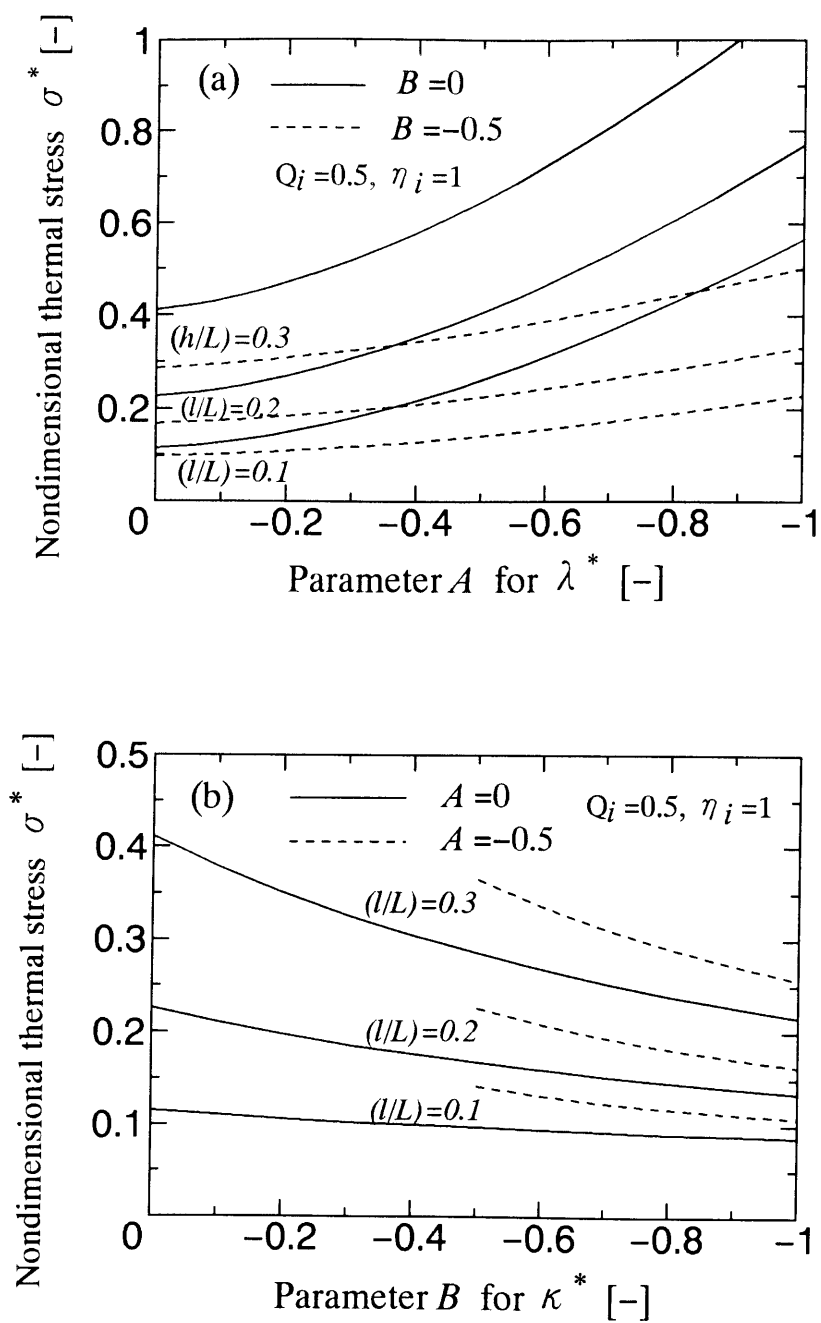


Fig.3-10 Effect of the coefficient of temperature dependence on non-dimensional thermal stress. (a)Effect of parameter A , (b)Effect of parameter B .

P_L / σ の比を無次元化し、 $\phi(T) = P_L / \sigma \times L / \delta l^2$ と定義すると、説明変数として $Q_i, A, B, (l/L), \eta_i$ を考慮する必要がある。相関式を用いてこれらパラメータと $\phi(T)$ との関係を求めると、 Q_i, A, B の影響は意外に小さいことがわかった。これは Q_i, A, B の大小が、反力 P_L と熱応力 σ の両方に同じ傾向をもって作用するため、これらの比である $\phi(T)$ においては相殺して影響が小さくなるためである。また、このことは実験時の反力 P_L から $\phi(T)$ を用いて熱応力 σ を求めれば、 Q_i, A, B の測定誤差は影響しにくいことを示している。

いくつかの計算結果から、 $\phi(T)$ に大きく影響するパラメータとしては、フーリエ数 η_i 、および試験片寸法 (l/L) の影響が特に大きいことがわかった。そこでアルミナを例に、試験片寸法 (l/L) をパラメータとして $\phi(T)$ を計算した結果を Fig.3-11 に示す。

Fig.3-11 から、フーリエ数が 0.2 以下では $\phi(T)$ の値は大きく、フーリエ数の増加とともに $\phi(T)$ は定常値に近づく傾向にあった。これは前に述べた温度分布の違いによるものと考えられる。

また、このときの定常値は試験片寸法 (l/L) の増加とともに低くなった。これは試験片の梁高さが熱膨張することにより、(3-19) 式の第 3 項、および (3-20) 式の第 2 項が大きくなるためであり、 (l/L) が増加すると、(3-19) 式の第 3 項および (3-20) 式の第 2 項の定数から、 $\phi(T)$ は $2/3$ に近づくと考えられる。

このときの試験片寸法の違いによる応力分布の違いを図示すると Fig.3-12 のようになる。Fig.3-12 から、 (l/L) が大きくなるとしだいに三点曲げと同じ応力分布に近づくことがわかる。 $\xi = 0$ における応力が同じ場合でも材料内部の応力分布によって破壊応力は異なることが予想されるため、熱衝撃試験において 2 つの材料を比較する際には異なった試験片寸法で実験することは望ましくない。

また、Fig.3-12 の結果は、この方法で熱応力を算出する場合には、 Q_i, A, B の測定誤差は大きく影響しないが、フーリエ数すなわち破壊した時刻と試験片寸法について精度良く測定する必要があることを示している。

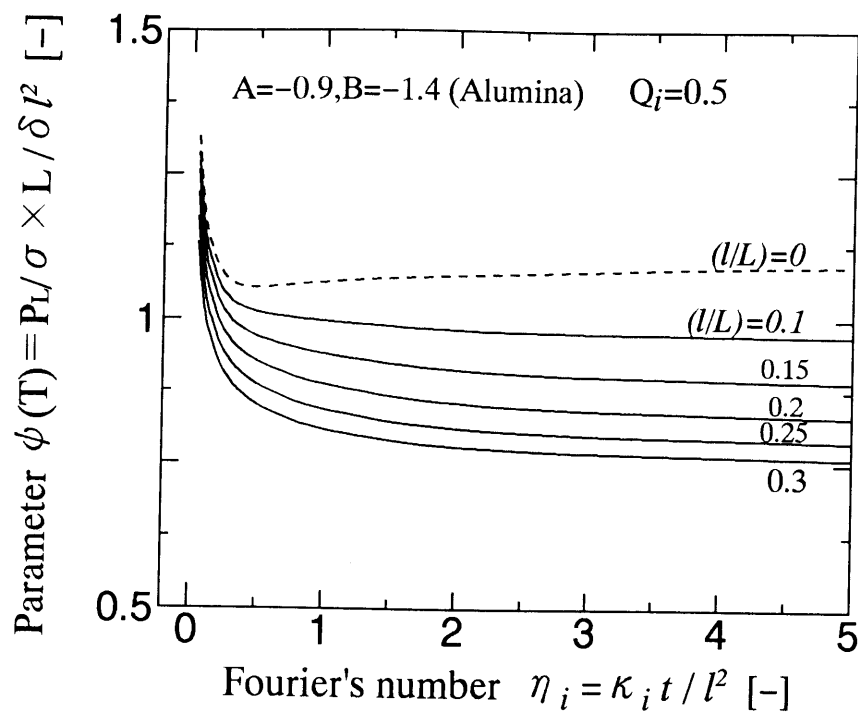


Fig.3-11 Relationship between specimen size and the P_L / σ ratio.

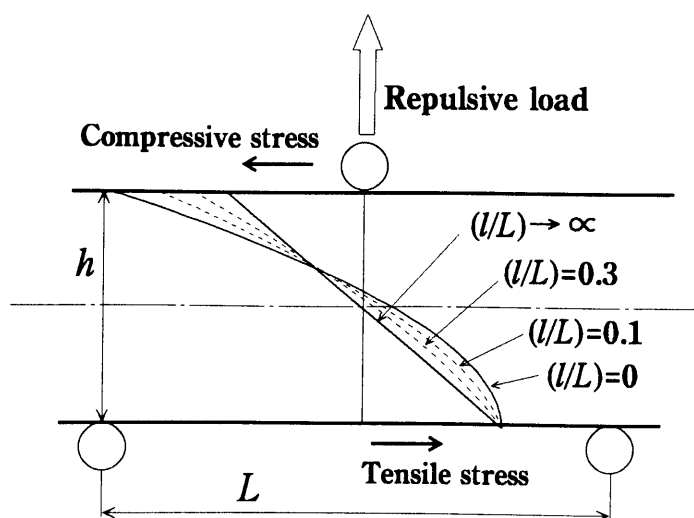


Fig.3-12 Schematic diagram of the stress distribution in case of different specimen size.

3-4 第 3 章のまとめ

一定熱流束で加熱される円板に発生する熱応力を熱伝導率および熱拡散率の温度依存性、供給熱流束、フーリエ数との相関式として整理した。また、拘束されたスラブの温度分布を同様に相関式として整理し、発生する熱応力と反力について議論した。

その結果、熱伝導率や熱拡散率の温度依存性が、熱応力に与える影響について定量化することができ、以下の結論が得られた。

- (1) 一定熱流束で加熱される円板や拘束されるスラブにおいて、熱拡散率のみに温度依存性がある材料では、一定時間経過後の熱応力は定常値を示すが、温度依存性がない材料よりも定常値は小さくなる。また、熱伝導率に温度依存性がある材料では、熱応力は定常値とならなくなる。
- (2) 一定熱流束で加熱する熱衝撃試験では、特に熱伝導率の温度依存性が材料の熱破壊挙動に大きく関与することがわかった。
- (3) これらの相関式を利用することで、任意の時間における熱応力が推定でき、測定した物性値の可否や熱衝撃試験時のデータの可否などが正確に検討でき、実験の有効性を評価できる。
- (4) これらの相関式から、材料が破壊するまでの時間や応力負荷速度などが容易に推定できる。また、試験片寸法や供給熱流束など、適切な実験条件をあらかじめ設定することが容易になった。
- (5) 拘束スラブを一定熱流束加熱する熱衝撃試験では、破壊時刻と試験片寸法を精度良く測定することが重要である。

参考文献（第 3 章）

- 1) 竹内洋一郎, " 熱応力", 日新出版(株) (1971) p.274.
- 2) 小泉 堯, 谷脇力, 日本機械学会論文集(第 1 部), 31, 9-15 (1965).
- 3) D.P.H.Hasselmann and G.E.Youngblood, *J.Am.Ceram.Soc.*, 61, 49-52 (1978).
- 4) K.Satyamurthy, J.P.Singh, D.P.H.Hasselmann and M.P.Kamat, *J.Am.Ceram.Soc.*,

- 63, 363–367 (1980).
- 5) B.K.Ganguly, K.R.Mckinney and D.P.H.Hasselman, *J.Am.Ceram.Soc.*, 58, 455–456 (1975).
- 6) 高津學, 島川一, 黒田逸二, 材 料, 27, 1197–1201 (1978)
- 7) Y.Mizutani, "*Ceramics in Energy Applications*", The institute of energy, IOP Publish (1990) p.59–68.
- 8) 例えば, 若松 盈, 高津 學, "無機材料工学演習", 日刊工業新聞社 (1980) p.145.
- 9) 大野 豊, 磯田和男 監修: "数値計算ハンドブック", オーム社 (1990) p.337.
- 10) 中村哲朗, "セラミックスと熱", 技報堂出版(株), (1985), p31.
- 11) A.Goldsmith, T.E.Waterman, H.J.Hirschhorn, "*Handbook of thermophysical properties of solid materials Vol. III*", The macmillan company NewYork, (1961).
- 12) S.P.Timoshenko and J.N.Goodier, "*Theory of Elasticity*" McGraw–Hill Book Company (1970) p.434.
- 13) W.D.Kingery, *J.Am.Ceram.Soc.*, 38, 3–15 (1955).
- 14) T.B.Jackson, *J.Am.Ceram.Soc.*, 73, 2511–2514 (1990).
- 15) 日本熱物性学会編, "熱物性ハンドブック", 養賢堂, (1990) p.250.
- 16) 高津 學, 材 料, 30, 607–610 (1981).
- 17) S.S.Manson and R.W.Smith, *J.Am.Ceram.Soc.*, 38, 18–27 (1955).
- 18) A.F.Emery and A.S.Kobayashi, *J.Am.Ceram.Soc.*, 63, 410–415 (1980).
- 19) P.F.Becher, *J.Am.Ceram.Soc.Comm.*, 64, C17–18 (1981).
- 20) J.P.Singh and D.P.H.Hasselman., *J.Am.Ceram.Soc.Comm.*, 66, C194–195 (1983).
- 21) P.F.Bechr, D.Lewis, K.R.Carman and A.C.Gonzalez, *Am.Ceram.Soc.Bull.*, 59, 542–548 (1980).
- 22) D.P.H.Hasselman, *Am.Ceram.Soc.Bull.*, 49, 1033–1037 (1970).

第4章 円板急熱法によるセラミックスの耐熱衝撃抵抗性の評価

4-1 緒言

第1章で述べたように、ファインセラミックスの熱衝撃試験法として一定温度に加熱した円柱や角柱試験片を水中に投下する水中急冷試験が広く用いられている。この種の試験では試験片と水との熱伝達係数 h が急冷温度によって大きく変化するため、定量的な測定のためには急冷条件下における熱伝達係数の値を詳細に把握する必要がある^{1), 2)}。また、たとえ同じ実験条件で急冷試験を行った場合でも、材料の熱伝導率 λ や試験片の厚さ $2l$ (もしくは半径 r_0) によって熱衝撃の激しさを示すビオ一数 ($\beta = hl / \lambda$) が大きく異なるため、同一のビオ一数で材料間の比較を行うことは試験片寸法の問題から実験上困難である。高ら^{3), 4)} は、水中急冷における熱伝達係数を測定したが³⁾、ビオ一数が異なる条件下での実験結果を定量的に解析するためには、1つの材料について3種類以上の試験片寸法で急冷実験を行う必要があると述べている⁴⁾。

さらに、第2章、第3章で示した結果から予想されるように、熱伝導率や熱拡散率が温度によって著しく変化する材料では、熱衝撃試験時の熱応力は非常に複雑な挙動を示すため、水中急冷試験の結果から材料の耐熱衝撃性を評価し、その優劣を判定する場合には解析が非常に複雑になる。

これらの問題点を解決するため、第4章では、水中急冷のように熱伝達係数の影響を受けず、また、材料の物性値に温度依存性がある場合でも正確に耐熱衝撃抵抗の評価ができる新しい熱衝撃試験法を提案する。すなわち、円板状セラミック試験片の外周を一定熱流束で急速に加熱して破壊させる方法である。ここで、試験片の加熱方法は、高津ら⁶⁾ が提案したルテニウムペースト薄膜ヒーターによる方法を用いた。ルテニウムペーストによる薄膜ヒーターは1000℃程度までほとんど電気抵抗が変化しないため、定電圧電源を用いれば、一定の電力、すなわち一定熱流

束で加熱することができ、また試験片を直接加熱するため加熱効率が高い長所がある⁶⁾。円板状の試験片を用いた理由は、試験片の非定常温度分布を測定するためである。なお、試験結果の解析には第 3 章で示した数値計算および熱応力の相関式を用いた。

実験では、円板状試験片に数本の熱電対を取り付けて温度分布を実測し、熱的物性値の温度依存性を考慮して数値計算した円板の非定常温度分布と比較した。その結果、温度分布測定によって試験片内部の熱応力が容易に把握できることを示し、一定熱流束で加熱される円板の熱応力は多くの場合定常値を持たないことが明らかとなった。

つぎに、数種類のセラミックスについて熱衝撃試験を実施し、材料の熱衝撃に対する破壊抵抗を示すパラメータである熱衝撃抵抗係数⁷⁾ $R_c = \sigma_F / E \alpha$ を実験的に求めた。この R_c の値を水中急冷法を含めた他の熱衝撃試験データと比較した結果、急熱による熱衝撃試験はセラミックスの耐熱衝撃抵抗の評価に有効であることがわかった。また、いくつかの実験条件で試験した結果から、試験片寸法の影響など、セラミックスの熱衝撃試験において注意すべき問題点について考察した。

4-2 実験方法

4-2-1 試験片の作成

試験片は試験温度域では塑性変形しない材料を前提とし、前半の温度分布測定の実験では比較的熱伝導率が高く、その温度依存性が著しいアルミナ (99.5% Al_2O_3)、および熱伝導率が一桁低く、その温度依存性がほとんどないマイカセラミックスを用いた。また、後半の熱衝撃抵抗係数を算出する実験には、4 種類のセラミックス（高純度アルミナ 2 種類、アルミナ磁器、マグネシア）を用いた。

実験に用いた焼結体の熱的、および機械的物性値を Table 4-1 に示した。試験片の寸法形状は半径 $r_0 = 20mm$ もしくは $25mm$ 、厚さ $h = 3mm \sim 5mm$ の円板とし、破壊の起点となる中心部表面は鏡面研磨した。試験片は Fig.4-1 に示すように外周部にルテニウムペースト（抵抗値 $0.87 \Omega /$

cm^2) を端子部間にスリットを空けて塗布し、 750°C で焼き付けて発熱体とした後、銀ペーストを用いて銀リード線を端子部に固定した。このときの発熱体の抵抗値は $100\ \Omega$ 前後であり、試験片毎にデジタルテストで抵抗値を実測した。測温位置は、Fig.4-1 に示すように円板表面の半径方向の 6 点とし、端子部の影響を避けるため、端子部と垂直方向の温度を計測した。熱電対は、過渡的な温度変化を測定するため、応答速度が早い 0.2mm ϕ の K タイプ熱電対を使用し、試験片との接触熱抵抗を減らすため、アルミナ系の無機接着剤で試験片表面に固定した。

Table 4-1 Thermal and mechanical properties of the materials tested.

(a) 99.5% alumina and mica ceramics

Material	Relative Density $\rho[\text{g}/\text{cm}^3]$	Three-Point Bending Strength $\sigma_{3B}[\text{MPa}]$	Youngth Modulus $E[\text{GPa}]$	Thermal Expansion Coefficient $\alpha[\times 10^{-6}]$	Measured Temperature	Thermal Conductivity $\lambda[\text{W}/\text{mK}]$	Thermal Diffusivity $\kappa[\text{cm}^2/\text{s}]$	Specific Heat $C_p[\text{J}/\text{gK}]$
99.5% Alumina	3.92	471	369	7.75	25°C	31	0.100	0.8
	—	—	—	—	200°C	20	0.048	1.0
	—	—	—	—	400°C	13	0.030	1.1
Mica Ceramics	2.5	107.8	63.7	9.2	25°C	1.60	0.00756	0.84
	—	—	—	—	200°C	1.61	0.00626	1.02
	—	—	—	—	400°C	1.54	0.00564	1.08
	—	—	—	—	600°C	1.56	0.00555	1.11

(b) Alumina, alumina porcelain and magnesia

Material	Bulk density $\rho[\text{g}/\text{cm}^3]$	Three-point bending strength $\sigma_{3B}[\text{MPa}]$	Young's modulus $E[\text{GPa}]$	Thermal expansion coefficient $\alpha[\times 10^{-6}\text{K}]$	Thermal conductivity $\lambda[\text{W}/\text{mK}]$	Thermal diffusivity $\kappa[\text{cm}^2/\text{s}]$	Specific heat $C_p[\text{J}/\text{gK}]$
Alumina(A)	3.94	413	369	8.0	29.8	0.0940	0.81
Alumina(B)	3.90	300	380	7.8	33.2	0.1050	0.80
Alumina porcelain	2.33	66	69	5.8	1.6	0.0088	0.81
Magnesia	3.52	365	300	14.3	57.1	0.176	0.92

4-2-2 測定

作成した試験片は、軸方向の放熱を無視できるようにするため、試験片と同様に発熱体を取付けた同質のダミー試験片を上下に各 1 枚、合計 3 枚の試験片を積層し、また、外部への放熱を抑えるためアルミナファイバー製の断熱材で作成した断熱容器に納めた後、Fig.4-2 に示すように直流電源装置に接続し、一定電圧で通電して加熱した。測定データは電流、電圧、および試験片各部の温度とし、AD コンバータを通して 0.5 秒間隔でパソコンに取り込んだ。破壊させた試験片については、通電から破壊するまでの時間を電流の遮断により判断し、アナライジングレコーダで 1/100 秒単位まで読み取った。なお、供給熱量はすべてが試験片の加熱に消費されるわけではないので、予備試験による温度測定結果から試験片毎の供給熱量に対する放熱量を求め、供給熱量から差し引いて実効供給熱量を求めた⁶⁾。

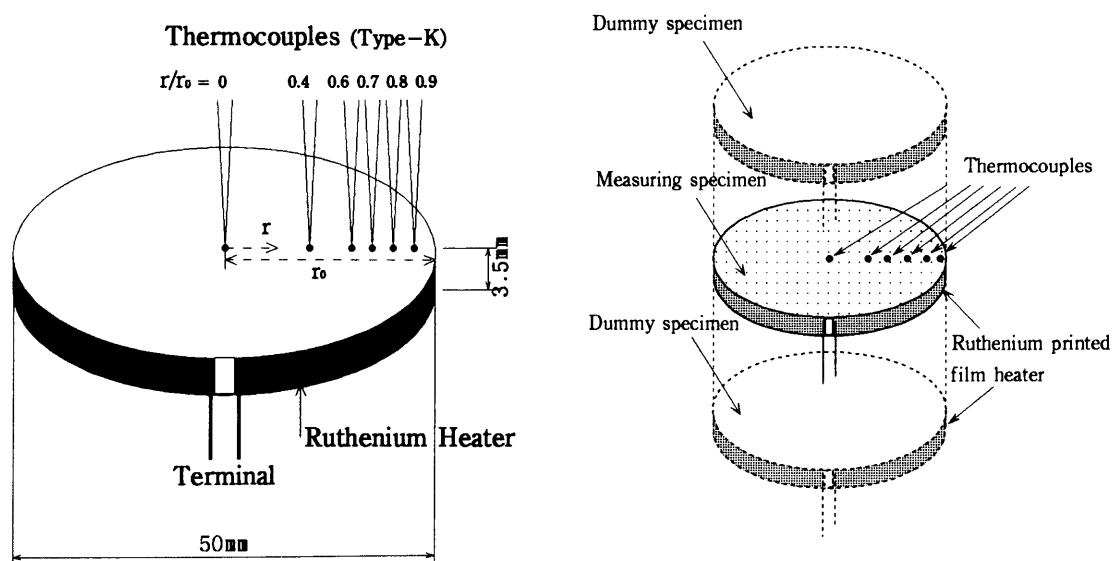


Fig.4-1 Schematic diagram of a specimen used in this study. (a) Figure and dimensions of the specimen, (b) Setting arrangement of the specimen.

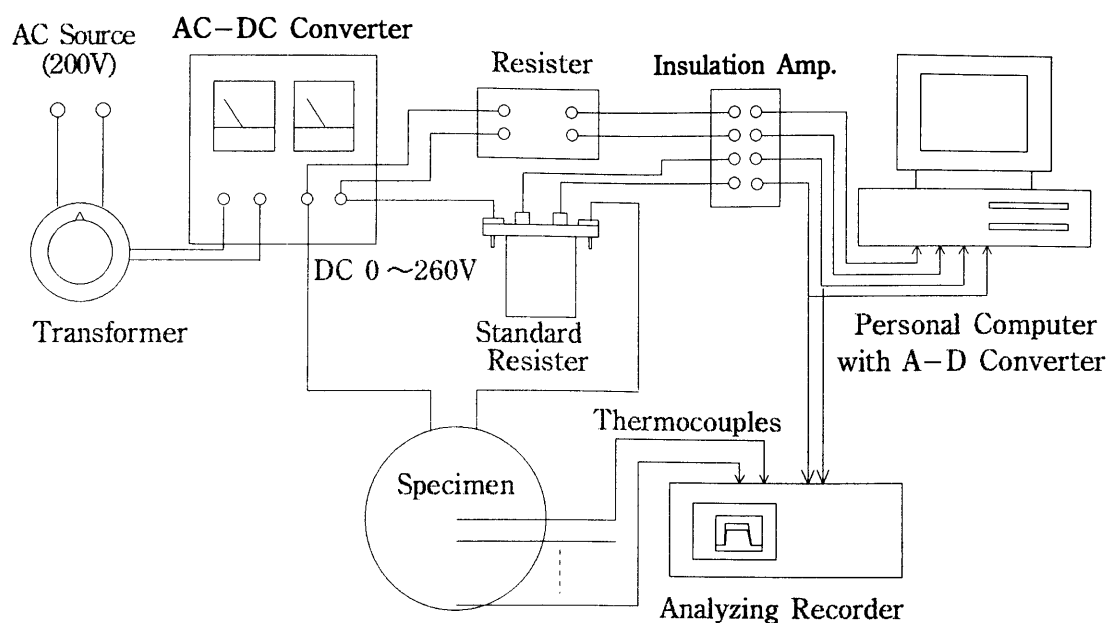


Fig.4-2 Measuring system and electrical circuit of the testing apparatus.

4 - 3 結果および考察

4-3-1 試験片半径方向の温度分布

99.5% アルミナおよびマイカセラミックス試験片の半径方向の温度分布の測定結果をそれぞれ Fig.4-3(a),(b) に示した。図中の○印は 10 秒毎の半径方向のデータを示している。アルミナの場合、熱伝導率が比較的大きいので円板外周における温度勾配は比較的小さく、温度分布は 2 次曲線に近く緩やかであった。アルミナは温度上昇に伴い熱伝導率 λ が急激に低下するため、円板外周部の温度勾配は時間経過に伴い上昇し、円板中心と外周の温度差はしだいに大きくなる傾向を示した。

これに対して、マイカセラミックスの熱伝導率はアルミナの 1/10 程度と小さいので、同一時間で比較した場合には、円板外周の温度勾配が大きく、外周部近傍の温度のみが急上昇した。また、熱伝導率 λ の温度依存性は極めて小さいので、時間経過後温度が上昇しても外周近傍におけ

る温度勾配は変わらなかった。マイカセラミックスの場合には中心部の温度が上昇し始めるまでには 150 秒以上の長い時間がかかるため、Fig.4-3(b)における温度分布の曲線形状は同一のパターンとならず、アルミナと同様に円板中心と外周の温度差はしだいに大きくなった。この傾向は時間経過によってしだいに緩和され、約 150 秒以上が経過すると温度分布の曲線形状は同一のパターンのままで全体の温度が上昇するようになる。

アルミナの温度分布測定結果は、明らかに材料物性値の温度依存性が影響していることを示している。そこで、材料の熱的物性値の温度依存性が温度分布にどのように影響しているかを検討するため、実験結果を数値計算結果と比較した。数値計算法については第 3 章の 3-2-2 で示したので、ここでは省略する。数値計算の結果を Fig.4-3(a),(b) 中に実線と破線で示した。実線は材料物性値の温度依存性を考慮した場合の数値計算結果を、また、破線は温度依存性を考慮しない場合の数値計算結果を示している。

アルミナの場合には、温度依存性を考慮しない場合の計算結果では、円板中心の温度が上昇し始めるとその後の温度分布の曲線形状は一定となり、時間が経過するにつれて実験結果とのずれが大きくなった。これに対して温度依存性を考慮した計算結果では、時間経過とともに円板外周近傍の温度勾配は大きくなり、円板中心と外周の温度差も大きくなる傾向を示した。これらの結果は実験結果と良く一致しており、熱的物性値の温度依存性を考慮しない数値計算結果は大きな誤差を含んでいることがわかる。しかしながら温度依存性を考慮した場合でも、時間が経過するにしたがって実験結果は計算結果よりも若干高い値となった。これは温度上昇に伴い、供給熱量に対する放熱割合が変化したこと、もしくは物性値測定におけるレーザーフラッシュ法の誤差が大きいことなどが原因として考えられる。実効供給熱量の算出は 300℃以下の温度域である円板中心部の温度測定データをもとに行ったので、この近傍では計算結果と実験結果は非常に良く一致している。高温域で実効供給熱量を算出すれば計算結果は高温域で良く一致する結果となる。

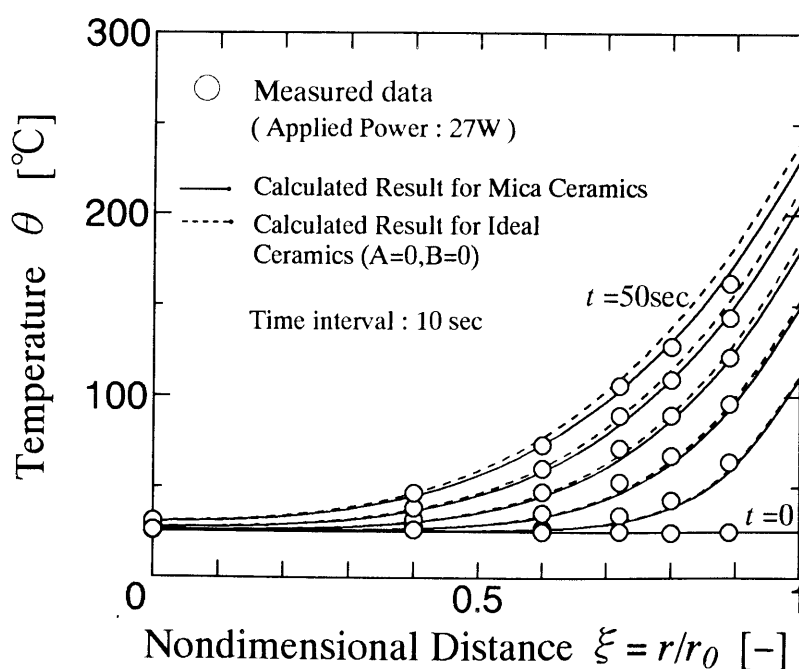
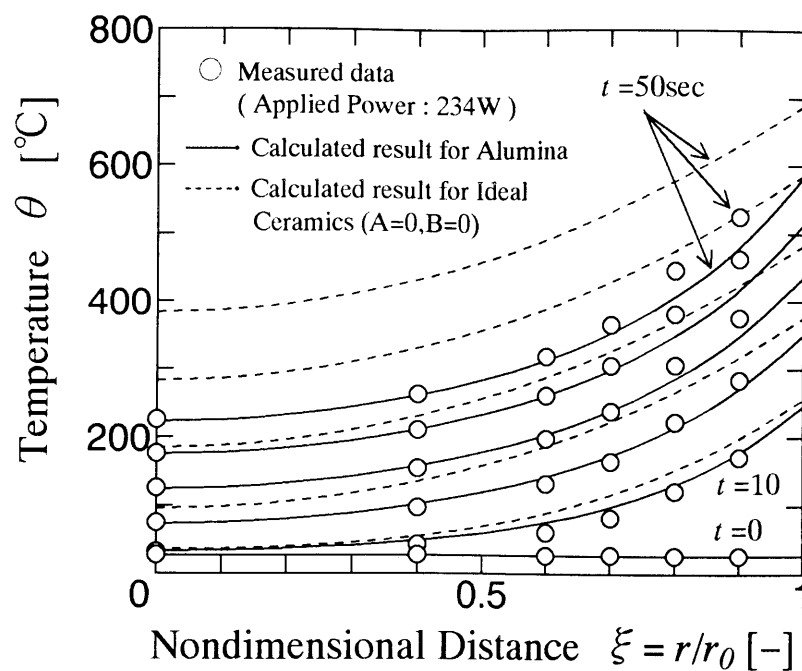


Fig.4-3 Temperature distributions of the disk in the radial direction.
(a) 99.5% alumina, (b) mica ceramics.

他方、マイカセラミックスの場合には、熱的物性値の温度依存性が小さいため、これを考慮しない場合でも計算結果は実験結果と比較的良く一致した。なお、試験片の実効供給熱量は次のように考えて算出した⁶⁾。数値計算結果から、試験片の任意の点の温度上昇速度は、一定時間経過後には一定値で示されることがわかっている。このときの温度上昇速度は供給熱量に比例するので、数値計算結果に材料物性値および供給熱量の実測値を代入して求めた温度上昇速度と、実験で求めた温度上昇速度の比から補正係数を求めた。このときの供給熱量に対する放熱割合は試験片にもよるが、アルミナの場合で 10～20%、マイカセラミックスの場合で 20～30% であった。これらの値は先に述べたように温度上昇に伴い、若干変動することがあったが、破壊試験においてもリアルタイムで温度測定を行っているので、任意の時刻において補正係数を算出することができる。また、加熱終了時の温度分布から平均温度上昇を求め、比熱と試験片重量を乗じて実効供給熱量を求めた結果においても、これらの放熱割合は同様の範囲にあったので、試験片の温度測定結果から補正係数を求めることによって、正確な供給熱量が算出できたと考えられる。なお、佐藤ら⁸⁾は円板の中心部をアーク放電加熱する方法で黒鉛の熱衝撃試験を行っており、表面熱伝達におけるビオー数は 0.36 であり、放熱による熱応力の減少は 2.5% であったと報告している。本報の場合には扱う材料、加熱方法や加熱時間が異なることから放熱の割合は若干大きくなったと考えられる。実験誤差を減らす意味から、試験片からの放熱は極力少なくすることが望ましいので、断熱方法についてはさらに検討の余地がある。本実験法では円板外周からの放熱が大きいため、断熱容器の材質選定や形状設計によりさらに放熱を少なくできると考えられる。

4-3-2 試験片破壊時の熱応力の推定

一般に熱衝撃破壊試験において熱応力を実測することは困難であるが、破壊した時点の温度分布を用いれば間接的に熱破壊時の応力を推定することができると考えられる。測定した温度分布は比較的単純な関数の形

状を持っていたので、Fig.4-3(a),(b) の実測温度分布データを (4-1) 式で近似し、最小二乗法で定数 a 、 b 及び n を決定した。なお、(4-1) 式の近似は、数値計算の結果から、フーリエ数が 1 より小さい範囲で温度分布データと良く一致することを確認しており、本実験のデータを処理する上では十分な精度が得られる。

$$\theta = a + b \xi^n \quad (4-1)$$

ここで a は円板中心の温度、 b は円板中心と外周の温度差を示しており、 n は曲線の形状を決定するパラメータである。他方、半径方向に温度分布を持つ円板の中心部における熱応力は (4-2) 式で示される。

$$\sigma_{r \xi=0} = \sigma_{\theta \xi=0} = \int_0^1 T \xi d\xi - \frac{1}{2} T \quad (4-2)$$

(4-1) 式を (4-2) 式に代入すると、破壊起点となる円板の中心部の熱応力は非常に簡単になって、次式で示される。

$$\sigma_{r \xi=0} = \sigma_{\theta \xi=0} = E \alpha \left(\frac{b}{n+2} \right) \quad (4-3)$$

また、Hasselman が示した第 1 次熱衝撃抵抗係数 $R = (1 - \nu) \sigma_F / E \alpha^{7)}$ と同意の熱衝撃破壊抵抗係数を $R_c = \sigma_F / E \alpha$ と定義すると、試験片破壊時の温度分布を用いると、 R_c は次式で示される。なお、本実験では薄い円板を用いたため、パラメータ R_c にはポアソン比 ν は係わらない。

$$R_c = \frac{b}{n+2} \quad (4-4)$$

(4-3) 式から、円板中心部の熱応力は中心部の温度 a に関わらず中心と外周の温度差 b に比例し、温度分布曲線の形状がなだらかである (n が小さい) ほど大きくなることがわかる。(4-3) 式を考慮すると、試験片の温度測定点は、最低限 4 ～ 5 点あれば良いと考えられる。すなわち熱

応力推定値の精度を上げるためには、 b を決定するために中心とできるだけ外周に近い位置の 2 点の温度を測定し、 n を決定するために、温度勾配が急峻な $\xi = 0.5 \sim 1$ の範囲で 2 ～ 3 点の温度を測定すれば十分である。温度分布曲線は (4-1) 式からわかるように n 乗曲線で示されるので、測温位置の間隔は対数スケールとすれば合理的である。なお、マイカセラミックスのように熱伝導率が小さい材料については、 $\xi = 1$ 近傍の温度分布が急峻であり、 n が大きくなるので、できるだけ外周近傍の温度を測定したほうが精度が高くなる。ここで、パラメータ n の値は温度依存性を示す温度係数 A 、 B にも影響を受けるが、特にフーリエ数 η による影響が大きい。すなわち、熱伝導率が小さい材料では破壊時刻におけるフーリエ数 η が小さくなるため、 n は大きい、熱伝導率の大きい材料では n は 2 に近い値をとる。

つぎに (4-3) 式を用いて、99.5% アルミナについて破壊試験を行い、破壊時の熱応力を算出した結果を Table 4-2 に示す。

なお、アルミナの場合には、弾性率 E と熱膨張率 α の温度依存性は実験温度範囲では 10% 以下であり、無視できると考えられたので室温での値を用いた。円板が破壊した時の応力は平均値で 252MPa であり、三点曲げ強度値 (471MPa) とワイブル係数 ($m = 6.6$) から推定した引っ張り強度 (230MPa) にほぼ近い値を示した。円板中心部に作用する応力は多軸応力となるため、厳密には三点曲げ強度のワイブル係数は使用できない。したがって単純に三点曲げ強度と比較することはできないが、本試験法で破壊時の熱応力を実測値から容易に算出できることは、今後、セラミックスの熱衝撃破壊の条件を判定する上で重要な情報を与えてくれると考えられる。

本試験法における熱衝撃破壊強度は厳密には 2 軸の引っ張り強度に相当するが、熱衝撃環境にさらされるセラミックス部材の多くは同様の応力状態となっている。これらの熱衝撃破壊強度と機械的強度との関係については、今後実験を重ねた上で、引っ張り強度試験結果等との対応を評価していく必要がある。

Table 4-2 Experimental result of the thermal shock fracture test in 99.5% alumina disks and the estimated thermal stress at fracture.

Sample No.	Applied Power P [W]	Time to Fracture t [sec]	Fourier's Number η [-]	Parameters in equation (9) b [°C] n [-]		Thermal Shock Resistance Parameter R [°C] =b/(n+2)	Thermal Fracture Stress σ [MPa] = E α ·
1	183	45.1	0.72	409	2.61	88.7	254
2	263	35.5	0.57	465	2.65	100.0	286
3	322	57.0	0.91	330	2.11	80.3	230
4	373	32.0	0.51	444	2.59	96.7	280
5	410	31.3	0.50	381	3.01	76.1	218
6	415	47.0	0.75	424	2.71	90.0	257
7	429	30.6	0.49	348	2.45	78.1	223
8	430	36.6	0.59	435	2.63	94.0	269
9	435	41.8	0.67	388	2.67	83.0	237
10	442	38.8	0.62	432	2.55	95.1	272
Average	324	39.6	0.63	406	2.60	88.2	252

4-3-3 円板中心における熱応力の履歴

実験データから (4-3) 式を用いて加熱開始後 10 秒間隔の熱応力を推定した結果を Fig.4-4 に示した。99.5% アルミナ，マイカセラミックスのいずれも今回試験した範囲では供給熱量の大小に関わらず時間の経過と共に応力は単調に増加し，熱応力が一定値に収れんすることはなかった。これは水中急冷試験のように，熱応力が極大値を持ち，その後激減するのとは対称的であり，発生する熱応力は最大値を持たないため，破壊した時刻は極めて重要なデータである。佐藤ら^{8)・9)}は，円板中心部をアーク放電で加熱する熱衝撃試験法を提案しており，このとき発生する熱応力は一定時間経過後にはある一定の最大値に収れんするとして，最大飽和熱応力を生じる熱量を実験的に測定することにより黒鉛の熱衝撃抵抗

係数を測定した。しかし、この方法は黒鉛のように熱伝導率が高く、その温度依存性が極めて小さい材料にしか当てはまらない。アルミナのように温度上昇とともに熱伝導率が低下する材料では、熱応力は上昇し続ける結果となるからである。また、マイカセラミックスでは、熱伝導率の温度依存性が極めて小さいため、更に長い時間をかければ熱応力は定常となるはずであるが、このような条件では SCG（スロークラックグロース）の影響が懸念されるため、実験には適さない。

代表的ないくつかのセラミックスについて、熱伝導率 λ 、及び熱拡散率 κ の実測データから温度依存性を示す定数 A 、 B を算出すると、Table 4-3 のようになる。これを用いて円盤中心における無次元熱応力の履歴を数値計算した結果を Fig.4-5 に示す。材料物性値に温度依存性がない、理想的な材料ではフーリエ数 0.2 程度で熱応力はほぼ一定の値に収れんし、定常値となるが、多くのセラミックス材料は熱応力は上昇し続ける結果となり、また逆に BN やムライトなど、一部の材料では熱応力は極大値を持ち、その後徐々に減少することがわかる。マイカセラミックスについては熱伝導率の温度依存性が小さいが、破壊応力に達する時刻はフーリエ数で 0.1 以下であるため、曲線の立ち上がり部分で破壊することになる。Hasselman⁷⁾ は一定熱流束で加熱される場合の熱衝撃抵抗係数として第 2 次熱衝撃抵抗係数 $R' = \sigma_F \lambda / E \alpha$ を示しているが、これらの結果はこの種の試験で R' を測定する場合には、破壊させる時刻や温度などの実験条件でその値が大きく異なる可能性があることを示唆している。なぜならば試験片が破壊した時の温度によって λ の値は異なるからである。

これに対して本試験法では、第 1 次熱衝撃抵抗係数と同意の $R_c = \sigma_F / E \alpha$ を測定しているため、熱衝撃抵抗係数 R_c には λ の項は含まれず、実験条件によらず一定の熱衝撃抵抗係数が実測できると考えられる。本試験法は、試験片の温度測定が容易であり、破壊した時刻を正確に測定できるので、数値計算結果と併用することによって、セラミックスの熱衝撃破壊挙動を正確に評価することができる。

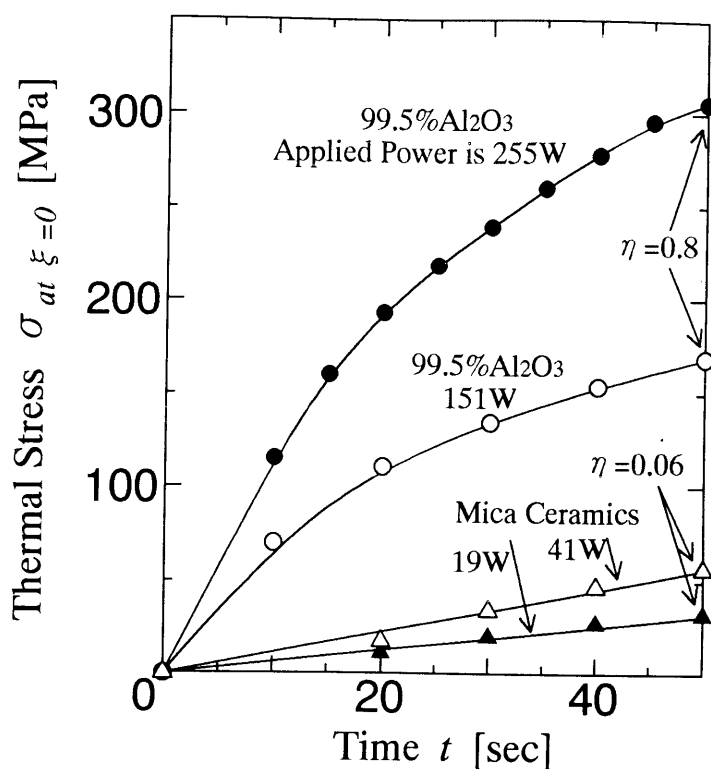


Fig.4-4 Estimated thermal stress at the center of disks calculated by temperature data.

Table 4-3 Temperature dependence of thermal conductivity and thermal diffusivity for several ceramics.

Materials	Thermal Conductivity (at 25°C) λ_i [W/mK]	Thermal Diffusivity (at 25°C) κ_i [cm ² /s]	Parameter A [-] (at 25-400°C) for λ^*	Parameter B [-] (at 25-400°C) for κ^*
99.5% Al ₂ O ₃	30	0.094	-0.823	-1.29
Mica Ceramics	1.6	0.00756	-0.0286	-0.318
Mullite	5.34	0.0219	0.0376	-0.665
Ce-ZrO ₂	3.4	0.012	-0.268	-0.381
Si ₃ N ₄	32	0.16	-0.196	-0.725
AlN	169.8	0.7	-0.799	1.263
SiC	279.4	1.318	-1.045	-1.661
BN	27.6	0.16	0.116	-0.607
Al ₂ O ₃ (Optical use)	37.7	0.122	-1.035	-1.481
Mullite-ZrO ₂	5.29	0.0219	-0.206	-0.684

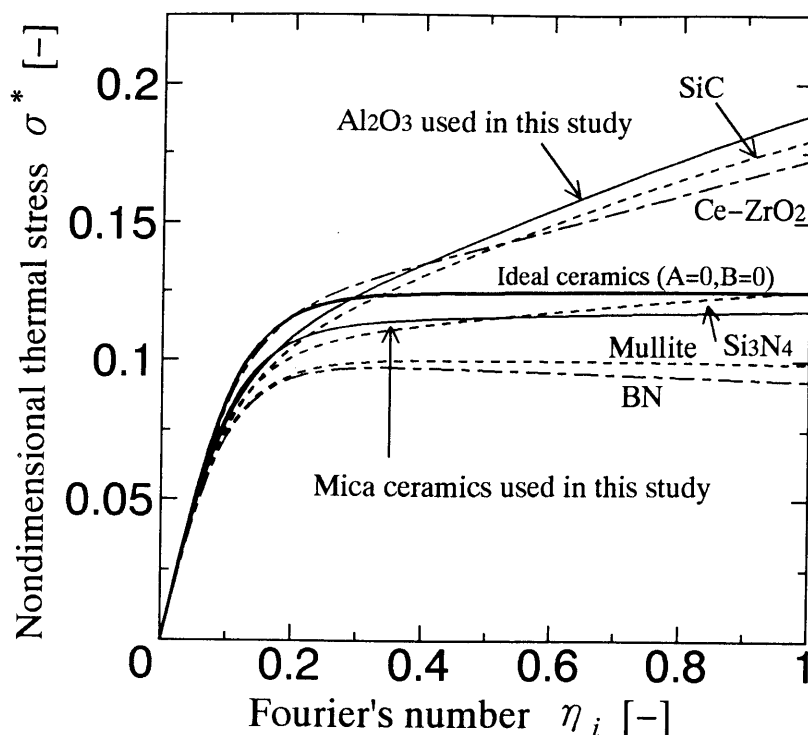


Fig.4-5 Nondimensional thermal stress as a function of Fourier's number for several ceramics.

4-3-4 熱衝撃抵抗係数 R_c の測定と実験条件の影響

4-3-4-1 供給電力の影響

上記の円板の外周を急熱する熱衝撃試験では、試験片を破壊させるために適切な試験片寸法およびヒータへの供給電力を設定する必要がある。ここでは、第3章で示した熱応力の相関式を用いて、あらかじめ各寸法、各材料の試験片ごとに試験片を破壊させるために必要な供給電力を求めた。なお、急熱による熱衝撃試験では、第2次熱衝撃抵抗係数 $R' = \sigma_F \lambda / E \alpha$ にほぼ比例して大きな供給電力が必要である。

熱衝撃抵抗係数 $R_c = \sigma_F / E \alpha$ の定義には、供給電力や試験片寸法に

係わる項は含まれないため、理論上は実験条件によらず一定値が得られるはずであるが、実際には、試験片寸法や供給電力などの実験条件は、熱衝撃抵抗係数 R_c の測定値に影響をおよぼす可能性がある。そこでこれを調査した。

試験片に半径 $r_0 = 25\text{mm}$ のアルミナ (A) を用い、ヒータの単位面積あたりの供給電力 q を $3 \times 10^5 \text{ W/m}^2$ から $8 \times 10^5 \text{ W/m}^2$ まで変えて実験し、熱衝撃抵抗係数 R_c を算出した結果を Fig.4-6 に示す。図から、実験の範囲では、 q の大きさによらず熱衝撃抵抗係数 R_c は一定値を示しており、熱衝撃抵抗係数 R_c におよぼす供給電力の影響は極めて小さいことがわかった。このことは同じ寸法の試験片を用いれば、供給電力によらず一定の熱衝撃抵抗係数 R_c が測定できることを示している。

4-3-4-2 試験片寸法の影響

つぎに、試験片寸法が異なる場合の熱衝撃抵抗係数 R_c の測定結果を Table 4-4 に示す、試験片の半径 r_0 や試験片の厚さ h が大きくなると、測定された熱衝撃抵抗係数 $R_c = \sigma_F / E \alpha$ は、いずれもわずかに低くなる傾向が見られた。このことから、実験値としての R_c は、材料固有の物性値ではなく、試験片寸法によって異なる見かけの耐熱衝撃性を示していることになる。

実験の範囲では伝熱条件には大きな差はなく、ヤング率 E および熱膨張率 α は一定値とみなせるので、試験片寸法の違いによる熱衝撃抵抗係数 R_c の差は、熱衝撃破壊強度 σ_F に係わるものと考えられる。

本報で使用した試験片、半径 $r_0 = 20\text{mm}$ および 25mm の高純度アルミナの R_c の測定結果をワイブル確率紙に作図した結果を Fig.4-7 に示した。機械的強度の場合にならって、データを直線で近似した時の勾配をワイブル係数と呼ぶことにすると、このワイブル係数は、半径 20mm の試験片について $m = 6$ 、半径 25mm の試験片について $m = 8$ であり、少数の試験片であるにも係わらず良い一致が見られた。なお、3点曲げ試験から求めたアルミナ (A) のワイブル係数は $m = 7$ であった。

Table 4-4 Result of thermal shock tests for specimens with different dimensions.

Materials	Dimensions of specimen $r_0 \times \delta$ [mm]	Number of specimens N[-]	Supplied power P [W]	Heat flux q [W/m ²]	Non-dim. Heat flux Q [-]
Alumina(A)	25×3.5	10	327	5.94E+05	1.24
Alumina(A)	20×3.5	10	315	7.16E+05	1.19
Alumina porcelain	20×3	9	92	2.43E+05	7.45
Alumina porcelain	20×4	10	120	2.40E+05	7.35
Alumina porcelain	20×5	7	156	2.48E+05	7.62

Materials	Fourier's number η [-]	Parameters in equation(4-1) b [K]	n [-]	T.shock resistance parameter Rc[K]	Thermal fracture Stress σ_F [MPa]
Alumina(A)	0.839	441	2.85	91	261
Alumina(A)	0.801	468	2.91	95	272
Alumina porcelain	0.077	548	3.44	101	40
Alumina porcelain	0.077	500	3.41	93	37
Alumina porcelain	0.064	504	3.70	89	36

この結果から、先の試験片寸法の増加による熱衝撃抵抗係数 R_c の低下は、試験片の寸法に係わる破壊の危険率に深い関係があると考えた。特に本実験では円板状試験片を使用したもので、曲げ試験の場合とは異なり、破壊強度の表面依存性はそれほど小さくなく、体積依存性による差が現れたと仮定すると、試験片の体積 V が異なる場合の破壊強度 σ_F は次式で示されている⁹⁾。

$$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_2} \right) = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\frac{1}{m}} \quad (4-5)$$

試験片の厚さが異なるアルミナ磁器の試験結果を Fig.4-8 に示した。

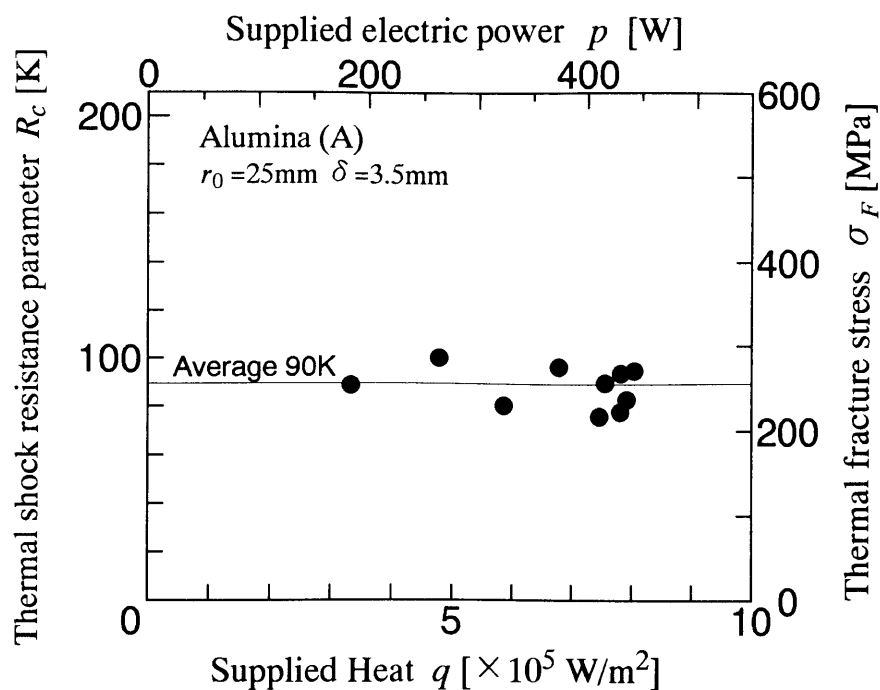


Fig.4-6 Effect of supplied power on thermal shock resistance parameter R_c .

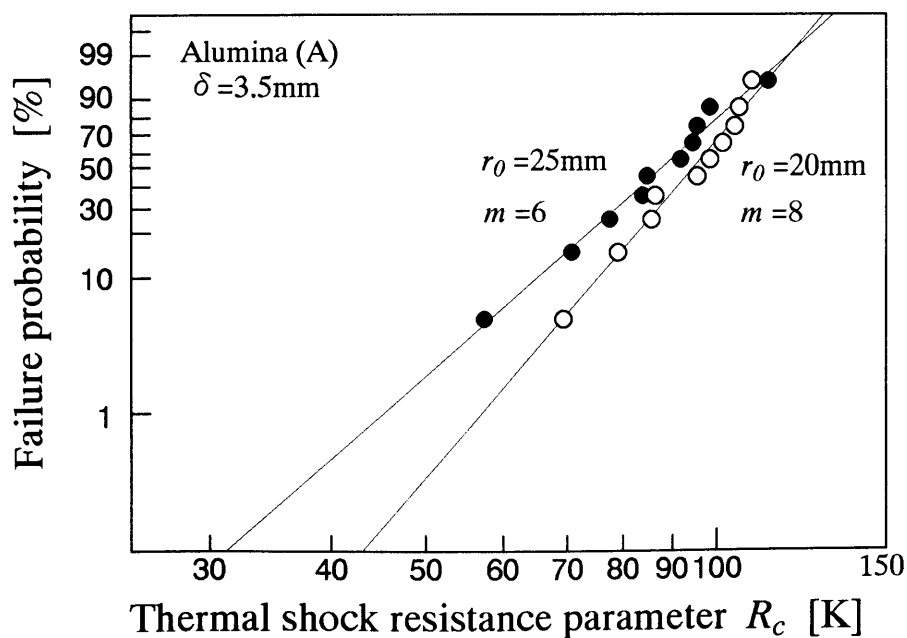


Fig.4-7 Weibull plots on thermal shock resistance parameter R_c .

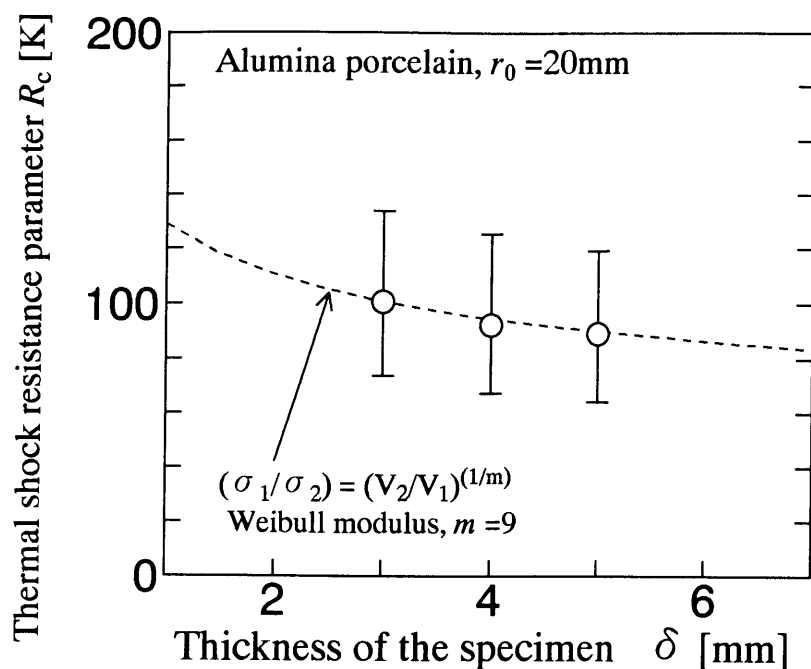


Fig.4-8 Thermal shock resistance parameter R_c for specimens with different thickness.

(4-5) 式をもとに、試験片厚さ 3mm の試験片を基準として試験片体積の増加による熱衝撃抵抗係数 R_c の低下を推定すると Fig.4-8 の破線で示される。実験結果と (4-5) 式による推定値はよく一致しており、同様に試験片半径が異なる Fig.4-7 の結果も、(4-5) 式で換算するとほぼ一致した。すなわち、本実験で用いた材料においては、試験片寸法が異なる場合の熱衝撃抵抗係数 R_c は (4-5) 式で補正できると考えられる。

換言すると、実験値としての R_c は、試験片寸法の影響を受ける特性値であるため、異なる試験片寸法における実験結果を比較する場合には、十分注意する必要がある。試験片寸法の違いによる熱破壊強度の差は、それほど大きいものではないが、一般に広く用いられている水中急冷試験や他の熱衝撃試験においても、ワイブル係数 m が低い材料において試

験片寸法が著しく大きく異なる場合には考慮する必要があると考えられる。このため、本試験法に限らず、熱衝撃実験の結果には試験片寸法を必ず併記する必要がある。

4-3-5 物性値から推算した熱衝撃抵抗係数と実験値との比較

急熱による熱衝撃試験では、熱衝撃抵抗係数 R_c を精度良く測定できることがわかったので、実験した 4 種類の材料について、熱衝撃試験から耐熱衝撃破壊パラメータ R_c および熱衝撃破壊強度 σ_F を求めた結果を Table 4-5 に示した。

Table 4-5 Thermal shock resistance parameter R_c and thermal shock fracture strength σ_F for several materials.

Materials	Dimensions of specimen $r_0 \times \delta$ [mm]	Supplied power q [W]	Fracture time t [sec]	Fourier's number η [—]	Parameters in equation b n [K] [—]	
Alumina(A)	20×3.5	223	48.4	1.137	468	2.91
Alumina(B)	20×5	307	28.0	0.657	209	2.37
Alumina porcelain	20×4	120	35.1	0.077	500	3.41
Magnesia	15×5	368	13.3	1.039	172	2.25

Materials	Thermal fracture Stress σ_F [MPa]	Thermal shock resistance parameter		
		Experiment value Rc [K]	← Normalized Rc(exp)[K]	Calculated value Rc(cal)[K]
Alumina(A)	261	95	(87)	76
Alumina(B)	105	48	(43)	51
Alumina porcelain	37	92	(88)	92
Magnesia	175	40	(34)	49

水中急冷試験を用いた多くの研究報告では、クラックが生じた最大の急冷温度差 $\Delta \theta_{max}$ が示されているが、結果として得られた $\Delta \theta_{max}$ は物性値ではなく、試験片の寸法や熱伝達係数によって異なる値となるため、セラミックスの耐熱衝撃抵抗を比較するためには適切ではない。西川ら、および高ら⁴⁾は、水中急冷試験における熱伝達係数を測定し、数種の寸法の試験片を用いてセラミックスの耐熱衝撃抵抗を R_c により評価した。

また、第 6 章で示すが、筆者は、3 点を拘束したスラブ状試験片の一面を加熱する方法を用いてセラミックスの熱破壊強度 σ_F を求めている。

これらの方法で求められた R_c の測定値はいずれも信頼性が高く、正確にセラミックスの耐熱衝撃性を評価していると考えられる。そこで、Fig.4-9 に、Table 4-5 の結果を含めて、これらの実験により求められた熱衝撃抵抗係数 $R_{c(exp)}$ と、材料物性値 σ_F 、 E 、 α から推算した $R_{c(cal)}$ を比較した結果を示す。

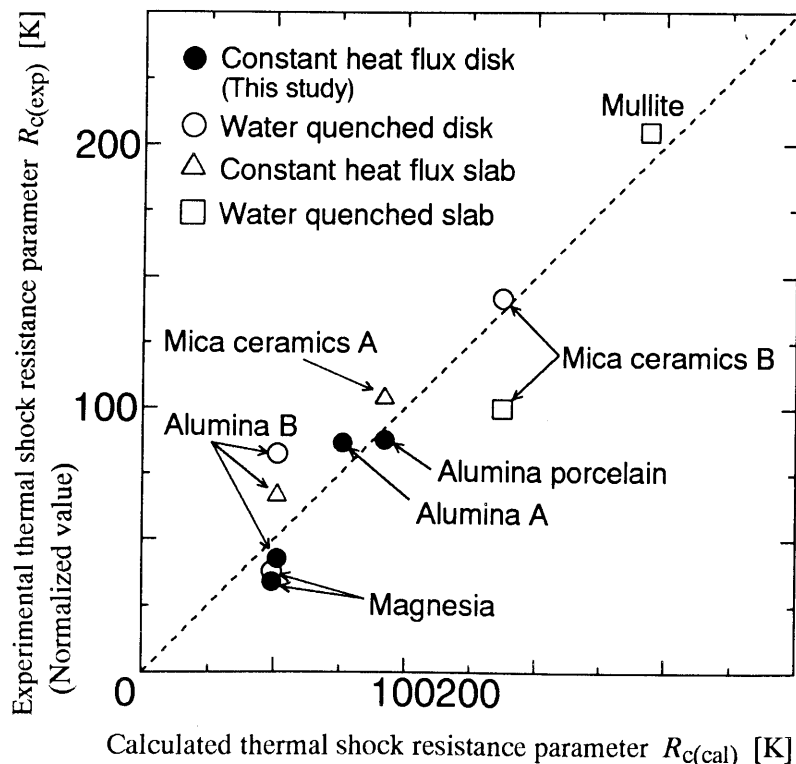


Fig.4-9 Comparison of experimental R_c with calculated R_c estimated from physical properties of materials.

ここで、材料物性値の σ_F は、3点曲げ強度 σ_{3PB} が体積依存性であると仮定し、ワイブル係数 m を用いて換算した引張り強度 $\sigma_T = \sigma_{3PB} (1 / (2m+1)^2)^{(1/m)}$ を用いた^{4), 11)}。引張り強度 σ_T を基準としたのは、材料物性値としての熱衝撃抵抗係数 $R_{c(c a l)}$ を規格化し、他の報告と同列に比較するためである。

実験結果については、それぞれの試験法における試験片形状や熱応力分布形状が異なるため、熱衝撃破壊強度 σ_F の値は、3点曲げ強度と引張り強度の中間の値を示すことになる。そこで実験結果の R_c を、基準値である熱衝撃抵抗係数 $R_{c(c a l)}$ と比較するため、以下のようにして引張り強度 σ_T を基準とした値に換算した。

まず、先の結果から、基準となる試験片寸法を定める必要がある。ここでは、物性値から推算した $R_{c(c a l)}$ との比較を目的としているので、3点曲げ強度 σ_{3PB} を測定した試験片寸法(3mm × 4mm × 30mm)を基準とし、(4-5)式を用いて換算した。

つぎに、熱衝撃破壊における応力分布は、引張り試験や曲げ試験の応力分布とは著しく異なっているので、この応力分布の違いについても補正する必要がある。破壊強度が体積依存性であるとき、試験片体積 V 、ワイブル係数 m の材料において、破壊の危険率 Rf は(4-6)式で示されている¹⁰⁾。ここで、円板試験片の温度分布が(4-1)式で与えられるとき、熱応力分布は(4-7)式となる。

$$Rf = \int_v \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m dV \quad (4-6)$$

$$\sigma = \left(\frac{b}{n+2} \right) (1 - \xi^n (n+1)) \quad (4-7)$$

(4-7)式を(4-6)式に代入すると円板の外周を加熱する熱衝撃試験における破壊の危険率 Rf_{Heat} は(4-8)式となる。

$$Rf_{Heat} = \left(\frac{b}{\sigma_0(n+2)} \right)^m V \int_0^{\xi_0} (1 - \xi^n (n+1))^m \xi d\xi \quad (4-8)$$

ここで、 $\xi_0 = \left(\frac{1}{n+1} \right)^{1/n}$ であり、熱応力が 0 となる位置を示す。

よって、実験結果の R_c を引張り強度を基準に換算した熱衝撃抵抗係数 $R_{c(e x p)}$ は (4-9) 式となる。なお、それぞれの実験結果における Rf_{Heat} の値は数値積分により求めた。

$$R_{c(e x p)} = R_c \cdot (Rf_{Heat})^{1/m} \quad (4-9)$$

以上のようにして補正した $R_{c(e x p)}$ の値を Table 4-5 中に () 内で示した。これらの補正により、補正後の熱衝撃抵抗係数 $R_{c(e x p)}$ は実験値 R_c よりも 10% 程度低くなった。以上に示した補正は、いくつかの仮定を含んではいるが、試験片寸法が比較的小さく、ワイブル係数が高い材料の場合には、補正の有無による値の変化はほとんどないので、補正を行わなかったとしても材料の優劣について誤った判断をもたらすことはない。

Fig.4-9 中の ● 印は、補正後の熱衝撃抵抗係数 $R_{c(e x p)}$ を示している。Fig.4-9 から、材料物性値から推算した $R_{c(c a l)}$ と $R_{c(e x p)}$ を比較すると、これらはほぼ一致している。また、他の試験方法による実験結果とも整合性があることから、本報の試験法でセラミックスの耐熱衝撃抵抗の大小が正確に評価できたと考えられる。すなわち、セラミックスの耐熱衝撃抵抗を熱衝撃抵抗係数 $R_{c(c a l)}$ および $R_{c(e x p)}$ を用いて評価すれば、急熱法と急冷法の違い、試験片形状、寸法の違いなど、試験法によらず互換性のある評価が可能であると考えられる。Fig.4-9 のデータを見ると、アルミナ (B)、マイカセラミックスなど、一部の材料では、急冷試験で得られた $R_{c(c a l)}$ と急熱法で得られた $R_{c(c a l)}$ の値が異なる場合が見られた。これは同一の材料であっても急熱と急冷ではその材料内部の熱応力分布が異なるために R_c は必ずしも同一でない可能性を示唆している。すなわち、急熱に強い材料や急冷に強い材料が存在することになる。

温度計測の実測値をもとに R_c を算出している点から、本報で示す円板急熱法は、水中急冷試験よりもデータの信頼性が高いと考えられる。水

中急冷試験では実験条件によって熱伝達係数が変動するため、正確に R_c を算出するためには数種の寸法の試験片で $\Delta \theta_{max}$ を求めることが望ましいが、本報で示した円板状試験片の外周を一定熱流束で加熱する熱衝撃試験法では、比較的少ない試験片でも正確に R_c が求められ、試験片寸法が異なる場合でも互換性のあるデータが得られるので、セラミックスの耐熱衝撃抵抗の評価に極めて有効な手法であるといえる。

4 - 4 第 4 章のまとめ

円板状試験片の外周を一定熱流束で加熱するセラミックスの熱衝撃試験法について実験および数値計算から検討した結果、以下の結論が得られた。

- (1) 試験片の温度分布を測定し、材料の熱的物性値の温度依存性を考慮した数値計算結果と比較したところ、よい一致がみられた。
- (2) 円盤の半径方向の温度分布の測定結果から、熱伝導率 λ や熱拡散率 κ に温度依存性がある材料の熱応力が容易に推定できることを示した。
- (3) 発生する熱応力の履歴を数種のセラミックスについて数値計算して予測した結果、一定熱流束加熱の条件においても、多くの材料では熱応力は定常値を持たないことが明らかとなった。

また、破壊時の温度分布を測定することにより、数種のセラミックスについて材料の熱衝撃破壊抵抗を示す第 1 次熱衝撃抵抗係数 R_c を算出した結果、以下の結論が得られた。

- (1) R_c を試験片寸法、応力分布の違いについて補正することにより、基準化した熱衝撃抵抗係数 $R_{c(e x p)}$ に換算することができた。
- (2) 測定結果を、水中急冷法を含めた他の熱衝撃試験データと比較した結果、セラミックスの熱衝撃抵抗を熱衝撃抵抗係数 R_c を用いて評価すれば、急冷法、急熱法によらず互換性があるデータが得られ、材料の優劣や急熱、急冷における耐熱衝撃性の差異の評価が可能となった。
- (3) 円板状試験片の外周を一定熱流束で加熱する熱衝撃試験法は、セラミックスの耐熱衝撃抵抗の評価に有効であることを示した。

参考文献（第 4 章）

- 1) J.P.Singh, Y.Tree and J.P.H.Hasselman, *J.Mater.Soc.*, **16**, 2109–2118 (1981).
- 2) T.Ozyener, K.Satyamurthy, C.E.Knight, J.P.Singth and J.P.H.Hasselman, *J.Am. Ceram.Soc.*, **66**, 53–58 (1983).
- 3) 高鐵, 西川直宏, 日比雅義, 高津學, *J.Ceram.Soc.Japan*, **101**, 788–792 (1993).
- 4) 高鐵, 西川直宏, 原田尚幸, 高津學, *J.Ceram.Soc.Japan*, **101**, 1021–1026 (1993).
- 5) 高津學, 島川一, 黒田逸二, 材 料, **27**, 1197–1201 (1978).
- 6) Y.Mizutani, "*Ceramics in Energy Applications*", The institute of energy, IOP Publish (1990) p.59–68.
- 7) D.P.H.Hasselman, *Am.Ceram.Soc.Bull.*, **49**, 1033–1037 (1970).
- 8) S.Sato, H.Awaji and H.Akuzawa, *Carbon*, **16**, 103–109 (1978).
- 9) 佐藤千之助, 石田良平, 車田亮, 千田稔, 茨城大学工学部研究集報, 第 34 卷, 115–120 (1986).
- 10) S.S.Manson and R.W.Smith, *J.Am.Ceram.Soc.*, **38**, 18–27 (1955).
- 11) T.Sato, M.Ishitsuka and M.Shimada, *Mat.&Design*, **9**, 204–212 (1988).

第 5 章 円板急熱法によるセラミックスの熱衝撃破壊損傷評価

5 - 1 緒言

セラミックスの耐熱衝撃性を議論する場合には，破壊の有無のみならず損傷の程度もまた重要である．一般に，水中急冷による熱衝撃試験において，損傷の評価は，急冷後の残留強度測定により行われているが，これは進展したき裂の長さを測定しているにすぎない．定量的な損傷評価のためには発生したき裂の数もまた重要なパラメータとなる．*Davidge* ら¹⁾，*Bahr* ら²⁾ は水中急冷により生成するき裂の挙動について急冷温度差との関係を実験的に示した．また，*Rogers* ら³⁾ は水中急冷により発生するき裂を統計的見地から議論している．しかし，この両者の研究では，クラックの進展に係わる弾性歪エネルギーについての議論が十分ではない．*Hasselman* ら^{4), 5)} は，球体をモデルとして弾性歪エネルギーと熱衝撃後の損傷の関係について解析し，セラミックスの熱衝撃損傷抵抗について議論した．これをもとに，いくつかの実験的研究が報告されているが^{6) ~ 8)}，そのほとんどは急冷試験によるものであり，急熱により破壊したセラミックスのクラック進展挙動を説明するには十分とはいえない．

第 4 章では，円板状試験片の外周部を急速に加熱し，中心部に引っ張り応力を生じさせる方法でセラミックスの熱衝撃試験を試み，熱衝撃破壊抵抗に関する評価を行った．この円板急熱法では，試験片の温度測定が容易であり，材料が破壊するまでの時間を正確に測定できることから，熱衝撃抵抗係数が実測でき，材料が破壊したときの熱応力が容易に推定できるなど，水中急冷試験では得られない多くの情報が得られた．

第 5 章では，数種のセラミックスについて上記の試験法により破壊させた試験片のき裂進展挙動を観察し，その損傷の程度を定量化するため，破壊時の弾性歪エネルギーを計算して損傷した試験片の破壊仕事と比較検討した．その結果，円板急熱法によってセラミックスの熱衝撃破壊抵抗のみならず，熱衝撃損傷抵抗の評価が可能であることが明らかとなっ

た。また、加熱により破壊したセラミックスの熱衝撃破壊損傷について考察した。

5-2 実験方法

5-2-1 試験片の作成

実験には、熱伝導率および機械的強度が大きく異なる材料として、アルミナ (99.5% Al_2O_3), およびマイカセラミックスを用いた。実験に用いた焼結体の熱的、機械的物性値を Table 5-1 に示す。試験片は厚さ $\delta = 3.5mm$, 半径 $r_0 = 20mm$ および $25mm$ の円板とし、破壊する面には鏡面研磨を施した。試験片は正確に寸法を測定した後、前章と同様に外周部にルテニウムペースト発熱体およびリード線を取付け、発熱体の抵抗値を測定した後、試験片半径方向の温度分布を測定するため、半径方向 6 点に $0.2mm$ ϕ の K タイプ熱電対を取りつけた。

Table 5-1 Mechanical and thermal properties of the materials tested .

Materials	Relative density $\rho [g/cm^3]$	Three-point bending strength $\sigma_{3PB} [MPa]$	Young's modulus $E [GPa]$	Fracture toughness $K_{IC} [MPa \cdot m^{0.5}]$	Work of fracture per area $\gamma_F [J/m^2]$
99.5% Alumina	3.92	471	369	3.3	15
Mica Ceramics	2.5	107.8	63.7	1.1	9

Materials	Thermal Expansion Coefficient $\alpha [\times 10^{-6}]$	Thermal Conductivity (25°C) $\lambda [W/mK]$	Thermal Diffusivity (25°C) $\kappa [cm^2/s]$	Specific Heat (25°C) $C_p [J/g \cdot K]$
99.5% Alumina	7.75	31	0.100	0.8
Mica Ceramics	9.2	1.60	0.00756	0.84

5-2-2 測定

作製した試験片は、前章と同様に同種の試験片を積層して断熱容器に納め、直流電源装置に接続して、一定電圧で通電して加熱した。6 点の温度測定データは AD コンバータを通して 1 秒間隔でパソコンに取り込んだ。通電から破壊するまでの時間は電流の遮断により判断した。破壊させた試験片は、き裂の進展挙動を調べるため、試験片毎に破片を元通りに集め、写真を撮った後、破片数およびき裂の枝分かれ数をカウントし、すべてのき裂の長さを測定して破壊面の面積を求めた。

5-3 実験結果

5-3-1 試験片の破壊状況

破壊した試験片の外観を Fig.5-1 に示す。試験片はいずれの材料も引張応力が最大となる円板中心部を破壊起点として、放射状にき裂が進展して破断した。破壊源は円板中心部の表面近傍を観察することにより容易に特定できた。一つの試験片について破壊源は必ず一つであった。試験片中央部から進展したき裂は、中心近傍から外周方向に進展する途中で分岐しており、結果的に試験片は数多くの破片となった。

破片数の少ないマイカセラミックスでは、き裂の分岐は中心近傍では認められなかったのに対して、破片数の多い 99.5% アルミナでは中心近傍で多くのき裂分岐がみられ、外周近傍でも一部き裂の分岐が見られた。

5-3-2 損傷の評価

損傷の程度を定量化するため、それぞれの材料、寸法の試験片における試験片 1 個あたりの破片数 N および、破面の両面の面積 $2A_s$ を Table 5-2 に示した。ここで、き裂の分岐がみられない場合には破片数は $N=2$ となるので、き裂が分岐した数を $N-2$ として示した。表はそれぞれ数個の試験片の平均値を示している。破壊後の破片数 N の平均値は、アルミナでは約 20 個、マイカセラミックスでは約 9 個となり、損傷の程度はアルミナの方が激しいことがわかる。破面の面積 $2A_s$ はき裂の進展により消費されたエネルギーの大きさを示している。そこで、これをエネ

ルギーの単位に換算するため，便宜的に材料物性値であるヤング率 E および臨界応力拡大係数 K_{Ic} から $\gamma_F = K_{Ic}^2 / 2E$ の関係⁹⁾ を用いて単位面積あたりの破壊仕事 γ_F を求め，破面の面積 $2As$ を乗じて試験片あたりの破壊仕事 $2As \gamma_F$ を算出した．これを Table 5-2 中に示した．エネルギーの大きさを比較すると，アルミナでは，マイカセラミックスの 3 倍から 4 倍のエネルギーが，き裂の進展により消費されたことがわかる．試験片半径の違いについて見ると，試験片半径 r_0 が大きくなった場合には，破片数 N はアルミナでは大きくなったが，マイカではほとんど差がみられなかった．また，破面の面積 $2As$ および破壊仕事 $2As \gamma_F$ は，試験片半径 r_0 の増加により，いずれの材料も大きくなる傾向が見られた．

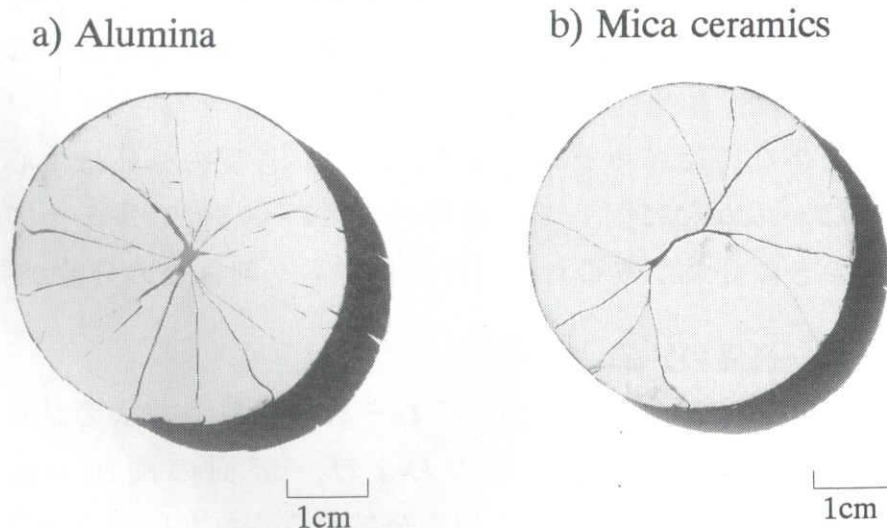


Fig.5-1 Photographs of fractured specimens. (a) Alumina, (b) Mica ceramics. Specimens were fractured from the center of the disks.

Table 5-2 Thermal shock damage for alumina and mica ceramics.

Materials (Radius , mm)	Number of Samples	Number of fragments per sample N [-]	Number of crack branch per sample N-2 [-]	Fracture surface area 2As [cm ²]	Work of fracture 2As γ_F [J]
Alumina (20mm)	15	19.0	17.0	19.4	0.029
Alumina (25mm)	14	21.5	19.5	27.3	0.040
Mica ceramics(20mm)	4	9.0	7.0	7.6	0.0052
Mica ceramics(25mm)	3	8.7	6.7	10.5	0.0072

5 - 4 考察

5 - 4 - 1 破壊時の熱応力

円板状試験片を外周から一定熱流束で加熱する熱衝撃試験法では、試験片の発熱体が破壊時に切断されるため、破壊した時刻を正確に測定することができる。また、加熱開始から破壊までの半径方向の温度分布が得られる。このとき、熱伝導率や熱拡散率に温度依存性がある材料でも、これらの影響が温度分布に正確に反映されるため、温度分布データを用いれば試験片が破壊するまでの熱応力の履歴や、破壊時刻での熱応力、すなわち材料の熱破壊強度が推定できる。

一定熱流束で加熱されるセラミック円板の中心に発生する最大熱応力の算出法については第3章で示したが、破壊した試験片の損傷の程度を評価するためには、試験片が破壊したときの熱応力だけでなく、破壊した時刻に蓄えられていた弾性歪エネルギーの大きさを推定する必要がある。そこでこれを次のようにして求めた。

まず、破壊した時刻の円板半径方向の温度分布データを(5-1)式で近似し、最小自乗法で定数 a 、 b 及び n を決定した。ここで、 a は円板中心の温度、 b は円板中心と外周の温度差であり、 n は温度分布曲線の形状を決定するパラメータを示す。

$$\theta = a + b \xi^n \quad (5-1)$$

(5-1) 式を (5-2) 式で示す円板の熱応力式¹⁰⁾に代入すると、円板中心から無次元距離 $\xi = r / r_0$ における円周方向の熱応力は (5-3) 式で示すことができる。したがって、この熱応力分布を用いることにより弾性歪エネルギーの大きさを推定することができる。Fig.5-1 からわかるように、破壊の起点は円板中心部であったので、(5-2) 式に $\xi = 0$ を代入し、試験片が破壊した時刻の温度分布における b 及び n を用いると、材料の熱破壊応力 σ_F は (5-4) 式で示される。

なお、熱衝撃破壊抵抗を示す第 1 次熱衝撃抵抗係数¹¹⁾ $R_c = \sigma_F / E \alpha$ は、第 4 章で示したように、 $R_c = b / (n+2)$ となる。

$$\sigma_\theta = \alpha E \left(-\theta + \frac{1}{r_0^2} \int_0^{r_0} \theta r \, dr + \frac{1}{r^2} \int_0^r \theta r \, dr \right) \quad (5-2)$$

$$\sigma_\theta = E \alpha \left[\frac{b}{n+2} \right] \{ 1 - \xi^n (n+1) \} \quad (5-3)$$

$$\sigma_F = E \alpha \left[\frac{b}{n+2} \right] \quad (5-4)$$

上式を用いて熱破壊応力 σ_F および第 1 次熱衝撃抵抗係数 R_c を算出した結果を Table 5-3 に示す。表はそれぞれ数個の試験片の平均値を示している。表から、アルミナは約 290MPa、マイカセラミックスでは約 55MPa の熱応力で破壊しており、また、第 1 次熱衝撃抵抗係数 R_c を算出するとアルミナの場合には約 100℃、マイカセラミックスの場合には約 60℃であった。それぞれの材料の熱破壊応力 σ_F は、Table 5-1 で示した 3 点曲げ強度よりも低い値となった。これは 3 点曲げ試験と熱衝撃試験では、その応力分布形状が著しく異なることや、試験片の寸法が大きく異なることなどが原因と考えられる。実験結果では、熱破壊応力 σ_F の値は、いずれの材料も試験片寸法による差は小さく、円板の中心部が上記の熱応力に達したときに破壊が起こったことがわかる。

Table 5-3 Thermal fracture stress and thermal shock resistance parameter of the samples tested .

Materials (Radius , mm)	Number of Samples	Parameters in equation (1) b [°C]	n [-]	Thermal fracture stress σ_F [MPa]	Thermal Shock Resistance Parameter Rc [°C]
Alumina (20mm)	15	449.4	2.59	289.8	98.2
Alumina (25mm)	14	454.0	2.65	289.5	98.1
Mica ceramics(20mm)	4	318.7	3.61	54.0	57.9
Mica ceramics(25mm)	3	389.3	4.33	57.4	61.5

5 - 4 - 2 弾性歪エネルギーの推定

つぎに、円板内部に (5-3) 式の熱応力分布が作用するとき、円板の引張り応力域に蓄えられているエネルギーを弾性歪エネルギー U と定義すると、弾性歪エネルギー U は (5-5) 式で示すことができる。

$$\begin{aligned}
 U &= \int_v \frac{\sigma^2}{2E} dV = \frac{\pi \delta}{E} \int_0^{\xi_0} \sigma r_0^2 \xi d\xi \\
 &= \frac{\pi r_0^2 \delta}{E} \cdot \sigma_{\xi=0} \cdot f(\xi_0, n)
 \end{aligned} \tag{5-5}$$

ここで、 $f(\xi_0, n)$ および ξ_0 はそれぞれ、

$$f(\xi_0, n) = \xi_0^2 \left[\frac{1}{2} - \frac{2(n+1)}{n+2} \xi_0^n + \frac{n+1}{2} \xi_0^{2n} \right] \tag{5-6}$$

$$\xi_0 = \left(\frac{1}{n+1} \right)^{1/n}$$

で表せる。(5-3) 式から、中心部の応力は $\sigma_{\xi=0} = E\alpha \cdot b/(n+2)$ である。他方、 ξ_0 は熱応力が 0 となる位置を示している。これらを (5-5) 式に代入すると、弾性歪エネルギー U は、(5-7) 式で示される。すなわち、弾性歪エネルギー U は、熱破壊応力 σ_F と同様に、材料物性値 E, α や試験

片寸法 r_0 , h を除くと, 円板中心と外周の温度差 b および温度分布の形状 n で決定できる.

$$U = E \alpha^2 \pi r_0^2 \delta \left(\frac{b}{n+2} \right)^2 \left(\frac{1}{n+1} \right)^{2/n} \left[\frac{1}{2} - \frac{2}{n+2} + \frac{1}{2(n+1)} \right] \quad (5-7)$$

破壊したすべての試験片について, 破壊時の温度分布を (5-1) 式で近似してパラメータ b , n を求め, (5-7) 式を用いて破壊時の弾性歪エネルギー U を算出した. この破壊時の弾性歪エネルギーを U_F と定義する. この U_F と, 破壊した試験片の破面の面積から求めた破壊仕事 $2As \gamma_F$ と対比させた結果を Fig.5-2 (a), (b) に示す. Fig.5-2 (a) はアルミナの試験結果を, Fig.5-2 (b) はマイカセラミックスの試験結果を示している. ばらつきは大きいものの, いずれの材料も, U_F の増加とともに $2As \gamma_F$ は増加する傾向を示し, これらはほぼ比例関係にあると考えられる. γ_F は材料固有の物性値と考えられるので, 同一の材料では弾性歪エネルギー U_F が熱衝撃破壊後の損傷の程度を示す $2As$ に反映されることがわかる.

ここで, Fig.5-2 の直線の傾き $2As \gamma_F / U_F$ は, 弾性歪エネルギーが破壊仕事に転換される割合を示す. 傾きが 1 ならば, すべての弾性歪エネルギー U_F が破壊仕事 $2As \gamma_F$ に用いられたことになる.

2つの材料を比較すると, アルミナでは $2As \gamma_F / U_F$ が 0.35 であり, 弾性歪エネルギー U_F の約 1/3 が破壊仕事 $2As \gamma_F$ に転換したことになる. これに対してマイカセラミックスでは, $2As \gamma_F / U_F$ が 0.28 であり, これはアルミナよりも若干低い値となっている.

この材料間の違いは, 平坦でない破面の面積 $2As$ を巨視的に測定していること, クラックの伝播速度の違いなどが考えられるが, 本実験では原因は特定できなかった. また, マイカセラミックスでは寸法依存性がある可能性も考えられるが, これらについては今後データを積み重ねた上で詳しく検討する必要がある. なお, U_F の残り約 70% のエネルギーは運動エネルギーや音のエネルギー等で消費されたと考えられる.

弾性歪エネルギー U_F は破壊時に試験片に蓄えられている静的なエ

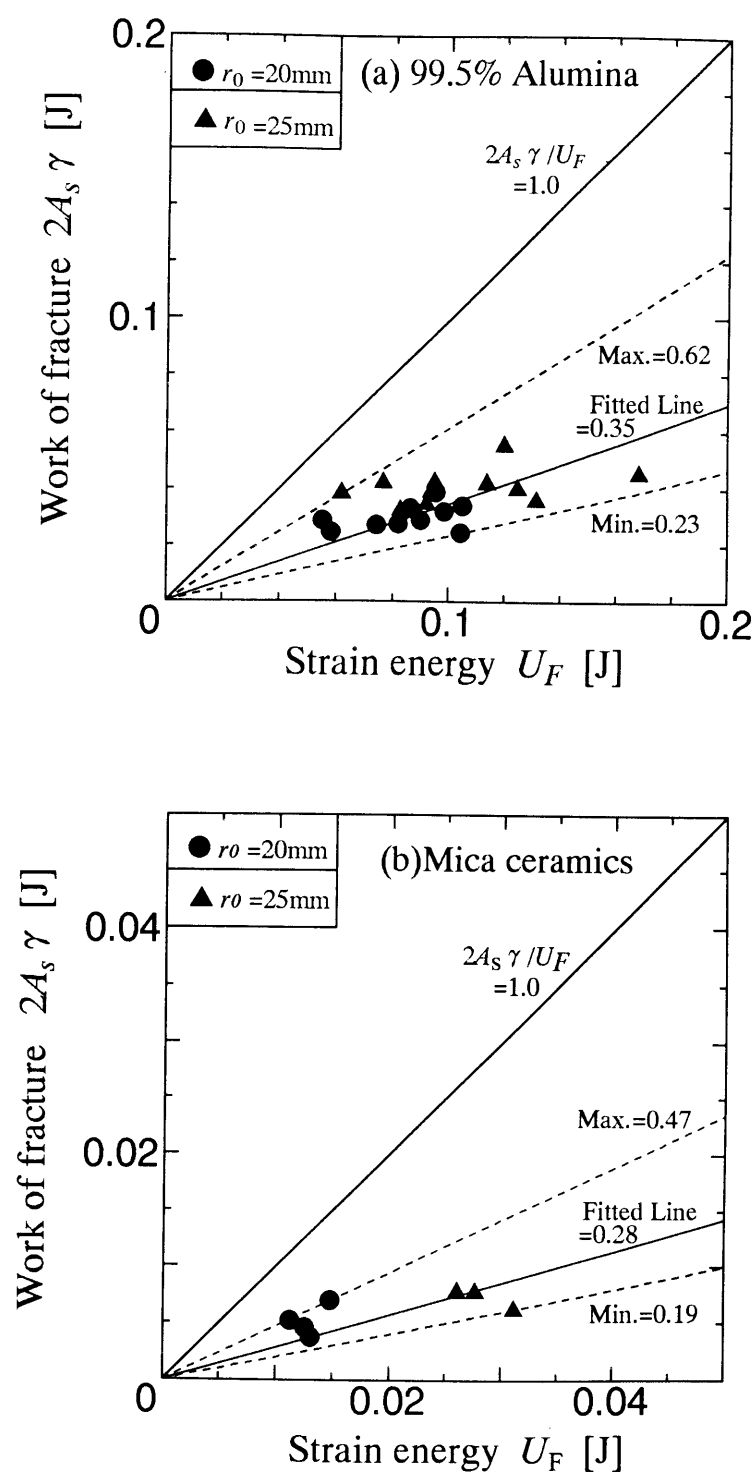


Fig.5-2 Relation between strain energy and work of fracture.
(a)Alumina, (b)Mica ceramics.

ルギーであり、破壊仕事 $2As \gamma_F$ はき裂進展に関わる動的なエネルギーを示しているため、これらは完全に等価ではないが、実験結果が示すように、弾性歪エネルギー U_F と破壊仕事 $2As \gamma_F$ は良い相関がみられており、本試験法によって、熱衝撃損傷を定量的に評価することが可能である。

5-4-3 材料の損傷抵抗について

使用したアルミナおよびマイカセラミックスについて、加熱後、時間経過に伴う熱応力 σ および弾性歪エネルギー U の過渡的变化を数値計算により求めると Fig.5-3 のようになる。Fig.5-3 は、Table 5-3 に示した熱破壊応力 σ_F (アルミナ; 290MPa, マイカセラミックス; 55MPa) で材料が破壊するとした場合の計算結果を示した。なお、破壊までの時間 t は、代表的な実験結果から、アルミナで 45 秒、マイカセラミックスで 30 秒と設定し、材料物性値の E , および α は Table 5-1 に示した値を用いた。それぞれの材料の弾性歪エネルギー U のプロフィールは異なっているが、破壊時の弾性歪エネルギー U_F の大きさを比較すると、アルミナではマイカセラミックスの約 4 倍のエネルギーが作用していたことになる。これは Table 5-2 の結果で、マイカセラミックスよりもアルミナの損傷の大きさ ($2As$ の値) が大きかったことに対応している。

材料の損傷の程度を、試験片体積 V あたりのき裂の表面積 $2As$ と定義し、先の結果から $2As \gamma_F \propto U_F$ の関係を用いると、損傷の程度 $2As/V$ は (5-8) 式で示すことができる。

$$\frac{2As}{V} \propto \frac{U_F}{V \gamma_F} = \frac{1}{\gamma_F} \frac{\sigma_F^2}{E} \cdot f(\xi_0, n) \quad (5-8)$$

損傷の程度が小さい材料ほど損傷抵抗は大きいといえるので、(5-8) 式右辺の逆数をとると、Hasselman^{5), 11)} が示した、材料の熱衝撃損傷抵抗係数 $R''' = E \gamma_F / \sigma_F^2 (1 - \nu)$ と同意であるが、本実験では薄い円板であるためポアソン比 ν が含まれないこと、また、温度分布形状に基づく関数 $f(\xi_0, n)$ が含まれている点が異なっている。

Table 5-1 の材料物性値 E , γ_F , および Table 5-2 の σ_F から損傷抵

抗係数 R''' を求めると、アルミナよりもマイカセラミックスの方が R''' は 3 倍程度大きい。しかし、Table 5-2 に示した材料の実際の損傷を示す $2As$ の値を比較すると、材料間の差はこれより小さい。

R''' の定義では、温度分布形状に基づく関数 $f(\xi_0, n)$ が考慮されていないので、材料の実際の損傷 $2As$ を評価するには不十分と考えられる。すなわち、破壊時の温度分布の形状は材料によって大きく異なるため、これらの材料が破壊したときの $f(\xi_0, n)$ の値には差があるからである。Hasselman は球体をモデルとして、定常温度分布のみを考慮しているため、 $f(\xi_0, n)$ を定数として扱っているが、非定常温度分布が重要な熱衝撃問題では $f(\xi_0, n)$ を考慮する必要がある。そこで、温度分布形状を示すパラメータ n と $f(\xi_0, n)$ の関係を図示すると、Fig.5-4 のようになる。Table 5-3 から、 n の平均値はアルミナで $n = 2.6$ 、マイカセラミックスで $n = 4$ であったので、 $f(\xi_0, n)$ はマイカセラミックスの方が大きくなる。(7) 式による評価では、マイカセラミックスのように、 $f(\xi_0, n)$ が大きい材料では $2As/V$ が大きくなる。このため、実験の結果で材料に生じた損傷 $2As$ は、損傷抵抗係数 R''' から予想されたよりも大きな差を生じたと考えられる。

以上の結果に基づいて、加熱の場合と冷却の場合における熱衝撃損傷の差について考察するとつぎのようになる。Fig.5-4 に円板の外周を冷却した場合の $f(\xi_0, n)$ の値を破線で示した。冷却時には、材料は外周 ($\xi = 1$) から破壊することになる。加熱の場合と冷却の場合の $f(\xi_0, n)$ を比較すると、2つの材料でその大小関係は異なっている。加熱の場合とは異なり、冷却時にはアルミナの方がマイカセラミックスよりも $f(\xi_0, n)$ の値が大きい。すなわち、アルミナでは冷却の場合には破壊後の損傷はより大きくなりやすい。

以上のように、加熱の場合と冷却の場合では、 $f(\xi_0, n)$ の値が異なるため、2つの材料を比較した場合に熱衝撃環境の違いによって熱衝撃損傷抵抗の優劣は逆転する可能性がある。本報で示すように、熱衝撃環境下における温度分布から $f(\xi_0, n)$ を求め、(5-8) 式を用いれば、熱衝撃損傷抵抗に優れた材質を正しく選定することができる。

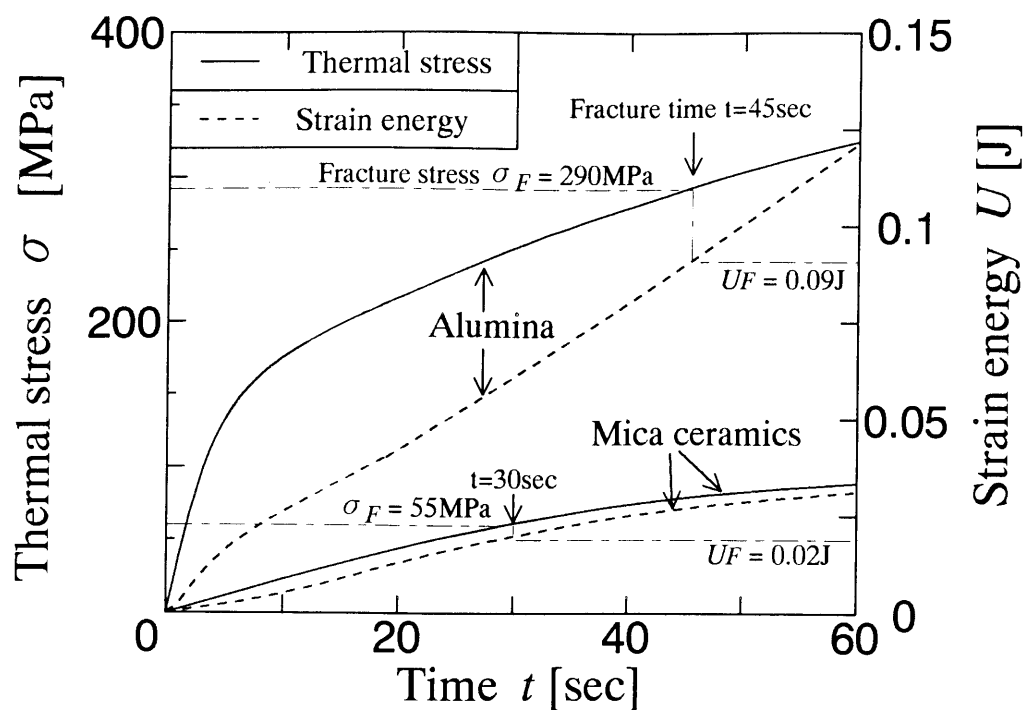


Fig.5-3 Thermal stress and strain energy as a function of time.

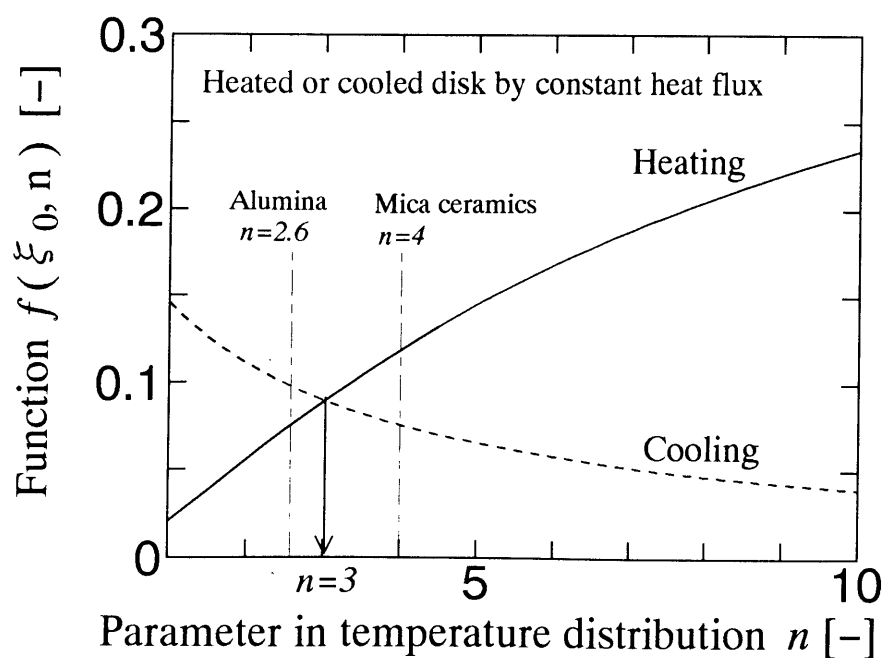


Fig.5-4 Relation between the parameter n and the function $f(\xi_0, n)$.

5-4-4 水中急冷試験における破壊と円板急熱法における破壊の違いについて

ここで示した円板急熱法による熱衝撃試験，および一般に広く用いられている水中急冷試験^{2), 12), 13)}について，無次元熱応力および，無次元弾性歪エネルギーの挙動を比較する．これらを数値計算し，その履歴を求めた結果を Fig.5-5 に示す．横軸はフーリエ数 $\eta = \kappa t / r_0^2$ であり，時間および試験片寸法を無次元化したパラメータである．材料はアルミナを仮定している．

Fig.5-5 (a) に示すように，円板状試験片の外周を一定熱流束加熱する円板急熱法の場合には，時間経過とともに熱応力，弾性歪エネルギーは増加し続ける．これは，アルミナの熱伝導率が温度上昇に伴い，大きく低下するためである．なお，熱伝導率に温度依存性がない材料では，熱応力，弾性歪エネルギーはともに一定時間経過後には定常値となるが，低下することはない．他方，水中急冷試験では熱応力，弾性歪エネルギーはともに極大値を持つが，最大熱応力の発生する時刻と，最大弾性歪エネルギーの発生する時刻にずれがあり，熱応力が最大値となった後にエネルギーが最大となる挙動を示す．

平板を両面から急冷する水中急冷試験で破壊が生ずる場合，材料は Fig.5-5 (b) 中に示す最大熱応力点に達するより以前で破壊することになる．材料の熱破壊強度が最大熱応力より大きい場合には破壊は起こらないからである．したがって，Fig.5-5 (b) からわかるように，破壊した時点における弾性歪エネルギーはそれほど大きくない．このため，急冷温度差 $\Delta \theta_{max}$ 付近で水中急冷した場合には，き裂は進展した後に停止し，材料が破断するまでには至らない．また，き裂の発生する数は数本以内である．これに対して急熱の場合には熱応力が材料の破壊強度に達した時刻ではすでに大きな弾性歪エネルギーが蓄えられているため，損傷は水中急冷試験よりも激しいものとなる．このことは破壊時の過渡的熱応力分布の違いからも説明できる．Fig.5-6 (a) に示したように，水中急冷試験の場合には材料のごく表面に大きな熱応力が作用するが，き裂

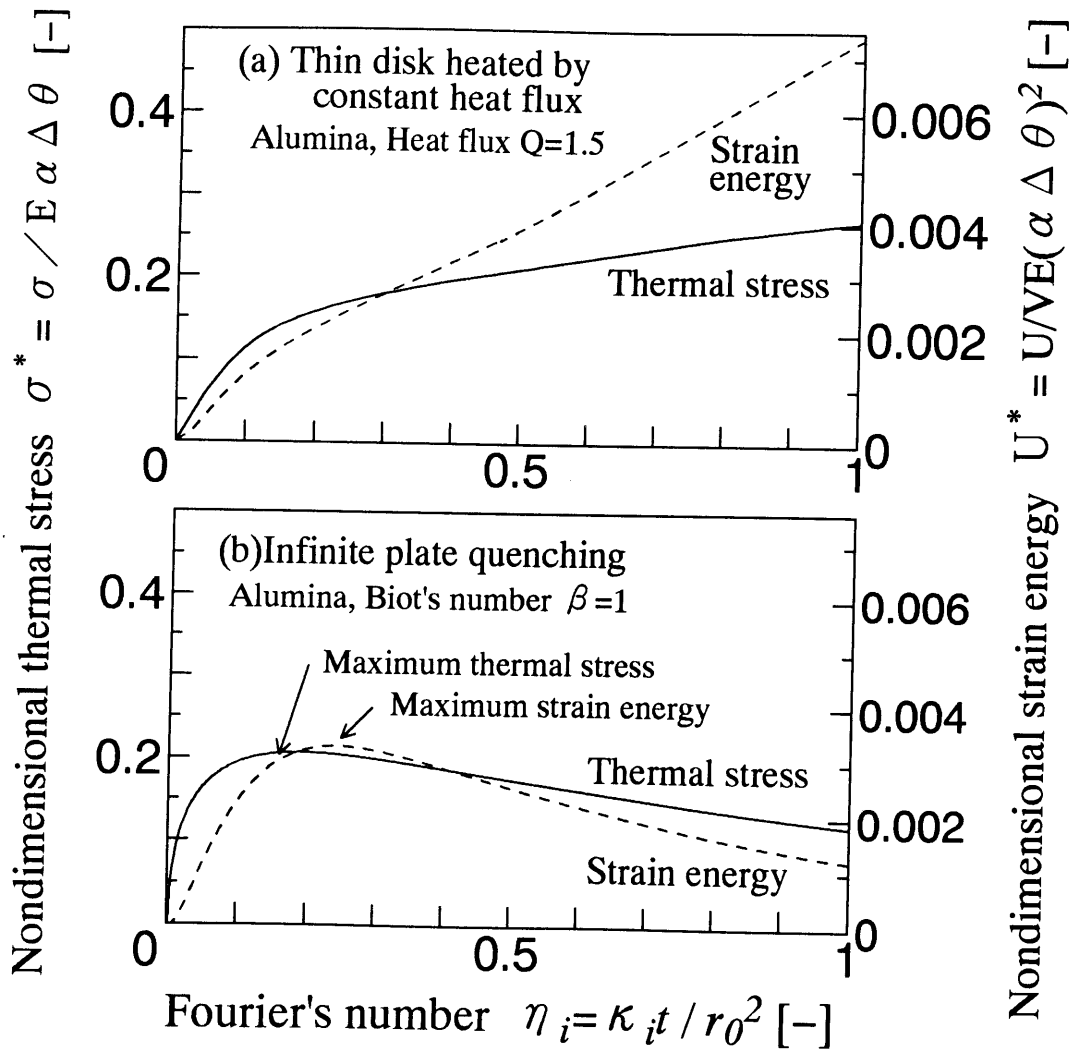


Fig.5-5 Thermal stress and strain energy as a function of Fourier's number. (a) Heated thin disk, (b) Quenched infinite plate.

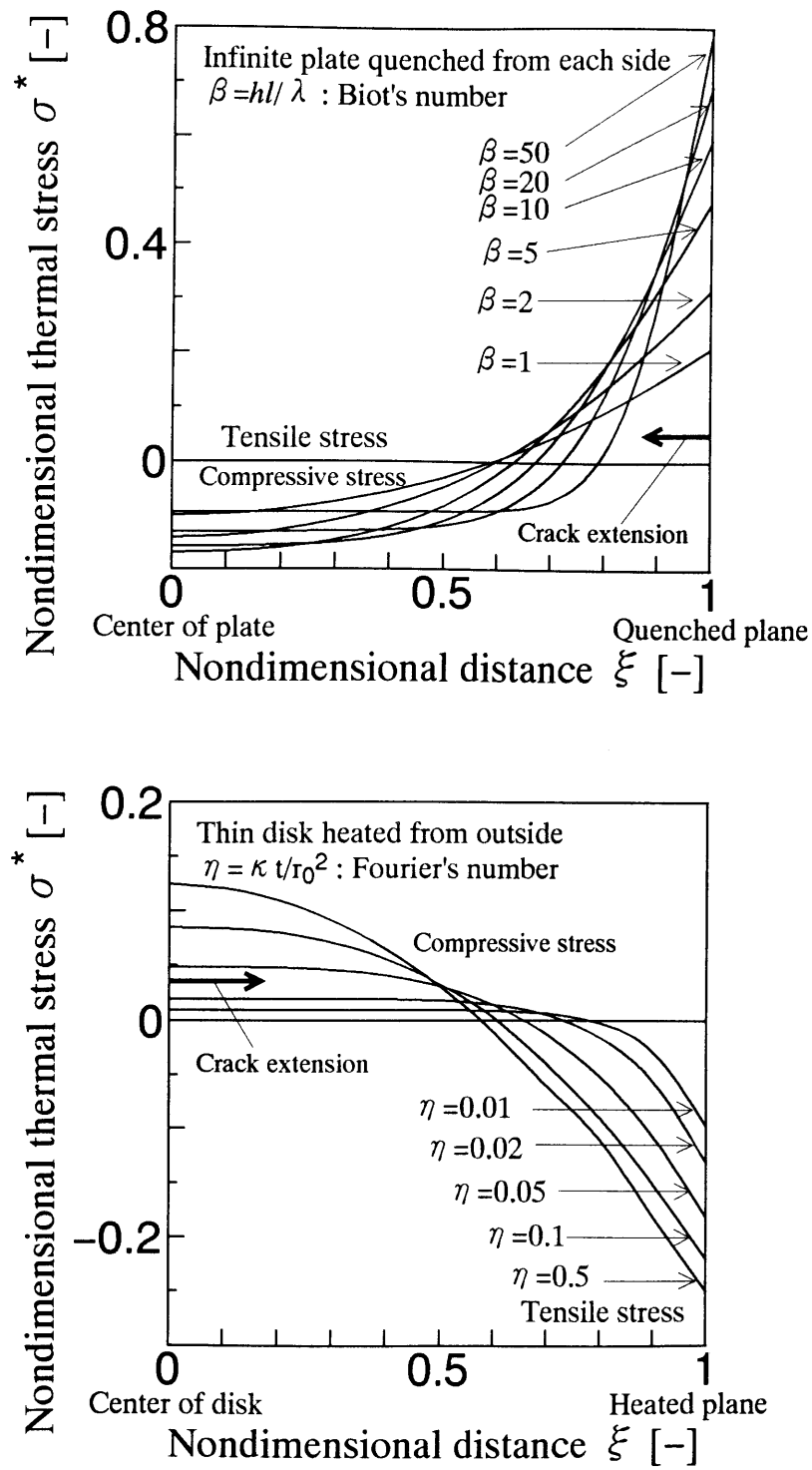


Fig.5-6 Thermal stress distributon of two types of thermal shock tests.
 (a)Water quench test (Infinite plate quenched from both side)
 (b)Disk heating test (Thin disk heated by constant heat flux)

の進展に伴い、急激に応力は緩和されるため圧縮応力域でき裂は停止する。これはビオ一数が大きい場合には特に顕著である。これに対して急熱では、Fig.5-6 (b) に示すように、き裂が進展しても応力はほとんど緩和されずに進むため、き裂は大きなエネルギーを持ったまま進展することになる。

き裂の分岐についても急熱と急冷ではその挙動は異なっている。本試験に用いたのと同種の材料を水中急冷により熱衝撃を加えた場合には、臨界急冷温度差付近ではき裂の分岐は見られない^{2), 12)}。急冷温度差が大きくなるとき裂の分岐が見られる場合があるが、き裂が曲折することが多く、一次元での定量的評価は困難である。本試験法ではクラックの伝播距離が長いので、き裂数や、き裂が分岐するまでの長さを測定することが容易であり、熱衝撃損傷抵抗を評価する上で有用な情報を得ることができると考えられる。

5 - 5 5 章のまとめ

円板状試験片の外周を一定熱流束で加熱する方法で熱衝撃試験を試み、破壊の損傷評価を行った結果から、以下の結論が得られた。

- (1) 加熱による破壊と急冷による破壊では、破壊応力が同じであっても材料に蓄えられる弾性歪エネルギーの大きさが違うため、破壊後の損傷の程度は同じにならない。このため、材料の熱衝撃損傷抵抗は急熱と急冷で優劣が異なる可能性がある。また、加熱による熱衝撃破壊では、エネルギーが大きいので、損傷はより激しいものとなりやすい。
- (2) 材料の損傷の程度を示す破壊仕事は、材料が破壊応力に達した時点で蓄えられている弾性歪エネルギーの大きさに比例するが、そのごく一部が消費されるのみであった。この割合は材料によって異なるが、約 30% 程度であった。
- (3) 一定熱流束で加熱される円板の温度分布測定から弾性歪エネルギーを算出する方法を示した。

以上示したように、円板の外周を一定熱流束で加熱する円板急熱法に

よる熱衝撃試験法は、破壊するまでの時間や破壊時の温度分布に関する情報が得られ、これを用いて破壊エネルギーに関する議論ができることから、第 4 章で示した熱衝撃破壊抵抗の評価のみならず、熱衝撃損傷抵抗の評価も可能であり、セラミックスの熱衝撃試験法として今後大変期待される。

参考文献（第 5 章）

- 1) R.W.Davidge and G.Tappin, *Trans.Brit.Ceram.Soc.*, **66**, 405-410 (1967).
- 2) H.A.Bahr, G.Fischer, H.J.Weiss, *J.Mater.Sci.*, **21**, 2716-2720 (1986).
- 3) W.P.Rogers, A.F.Emery, R.C.Bradt, and A.S.Kobayashi, *J.Am.Ceram.Soc.*, **70**, 406-412 (1987).
- 4) D.P.H.Hasselman and W.B.Crandall, *J.Am.Ceram.Soc.*, **46**, 434-437 (1963).
- 5) D.P.H.Hasselman, *J.Am.Ceram.Soc.*, **46**, 535-540 (1963).
- 6) J.Nakayama and M.Ishizuka, *Am.Ceram.Soc.Bull.*, **45**, 666-669 (1966).
- 7) T.K.Gupta, *J.Am.Ceram.Soc.*, **55**, 249-253 (1970).
- 8) J.H.Ainsworth and R.H.Herror, *Am.Ceram.Soc.Bull.*, **53**, 533-538 (1974).
- 9) 例えば、西田俊彦，安田榮一，"セラミックスの力学的特性評価"，日刊工業新聞社，(1986) p.100.
- 10) 例えば，金多潔訳，"弾性論"，(株)コロナ社 (1973) p.459.
- 11) D.P.H.Hasselman, *Am.Ceram.Soc.Bull.*, **49**, 1033-1037 (1970).
- 12) T.Nishikawa, T.Gao, M.Kosaki, T.Nishibe and M.Takatsu, *J.Soc.Mater.Sci. Japan*, **41**, 561-566 (1992).
- 13) 高 鐵，西川直宏，原田尚幸，高津 學，*J.Ceram.Soc.Japan*, **101**, 1021-1026 (1993).

第 6 章 一面を急熱される拘束スラブの反力測定による セラミックスの熱破壊強度の評価

6-1 緒 言

第 4 章、および第 5 章では円板の外周を一定熱流束で加熱する方法でセラミックスの熱衝撃破壊抵抗、熱衝撃損傷抵抗の評価が可能であることを示した。この一定熱流束加熱法は、一般に行われている水中急冷試験¹⁾とは異なり、急冷媒体を用いないため、熱伝達係数や応力腐食の影響を受けにくいなどの特長を持っている。また、円板状試験片を用いた場合には、試験片の半径方向の温度分布測定が測定できることから、材料の熱伝導率や熱拡散率に温度依存性があるような複雑なケースでも、材料の熱衝撃破壊抵抗係数 $R_c = \sigma_F / E \alpha$ や、発生する過渡的熱応力や熱破壊強度 σ_F が容易に推定できる。しかし、この円板急熱法では、材料の熱衝撃抵抗係数 R_c をヤング率 E や熱伝導率 α を含めて総括的に測定しているため、熱破壊強度 σ_F に関する評価をする場合には若干の注意が必要となる。すなわち、ごく一部の材料ではヤング率 E や熱伝導率 α にも温度依存性が存在する場合があります^{2), 3)}、円板急熱法における解析ではこれを分離することが困難なためである。

第 6 章では、この熱破壊強度 σ_F に関する精密な測定・評価を行うための熱衝撃試験法を提案することを目的とした。試験片には、加工が容易なスラブ（厚板）状試験片を用いた。一面を加熱されるスラブ状試験片は、その過渡的溫度分布から曲げモーメントを生じ、3 点で曲げを拘束すれば、拘束点には熱応力に対応した荷重（以下反力と呼ぶ）が発生する⁴⁾。この反力をロードセルで測定すれば熱衝撃試験時の熱応力を精度良く、しかもリアルタイムに実測することが可能と考えられる。また、この方法では、たとえば材料物性値に温度依存性がある場合においても、それが発生する反力に直接反映されるため、材料の熱衝撃挙動や熱破壊強度 σ_F が正確に評価できると考えられる。

そこで第 6 章では、一面加熱される拘束スラブの反力測定を行い、こ

の実験結果と、第 3 章で示した方法で熱伝導率と比熱の温度依存性を考慮した数値計算結果を比較した。その結果これらは良く一致し、反力測定によって熱衝撃破壊時の熱応力が精度良く測定できることがわかった。

6-2 実験方法

実験に用いた材料は試験温度範囲で化学的に安定で塑性変形しない材料とし、熱伝導率およびその温度依存性が比較的が大きい高純度アルミナ、および熱伝導率が一桁小さくその温度依存性がほとんどないマイカセラミックスを用いた。レーザーフラッシュ法で測定した材料の熱的物性値および機械的物性値を Table 6-1 に示す。

Table 6-1 Thermal and mechanical properties of the materials tested.

Materials	Temperature	Thermal conductivity	Thermal diffusivity	Specific heat	*Coefficient of temperature dependence in equation(3)	
	θ [°C]	λ [W/mK]	κ [m ² /s]	C_p [J/kgK]	A[-]	B[-]
99.5% Alumina	RT	33.2	0.105	0.8	-0.92	-1.5
	150	24.8	0.061	1.03		
	300	16.6	0.037	1.13		
Mica Ceramics	RT	2.09	0.0104	0.79	0	-0.43
	200	2.09	0.0078	1.05		
	400	2.09	0.0072	1.13		

* $\Delta \theta = 400^\circ\text{C}$

Materials	Density	Three-point bending strength	Young's modulus	Poisson's ratio	Thermal expansion coefficient
	ρ [g/cm ³]	σ_F [MPa]	E [GPa]	ν [-]	α [$\times 10^{-6}$]
99.5% Alumina	3.9	300	380	0.24	7.75
Mica Ceramics	2.55	124	88	0.25	10.6

試験片は Fig.6-1 に示すように所定寸法のスラブ状試験片とし、破壊面となる試験片下面は鏡面研磨した。この試験片の破壊面と対向する面にルテニウムペースト ($0.8 \Omega / \text{cm}^2$) をスクリーン印刷し、乾燥後 850 °C で 10 分間焼成して発熱体とした^{5), 6)}。また、両端の端子部には銀ペーストを用いて銀リード線を固定した。作成した試験片から横方向への

放熱を無視できるようにするため、試験片と同様に発熱体を焼き付けた同質のダミー試験片を両側面にはさんだ。つぎに、中央の試験片のみに荷重がかかるようにして、スパン 30mm の 3 点曲げ治具に固定し、試験片およびダミー試験片の全面を断熱材で覆った後、一定の直流電圧を印加して熱応力を発生させた。測定項目はロードセルに加わる反力、電圧、電流、試験片下面の温度、材料が破壊するまでの時間とし、AD コンバータを介してコンピュータに取り込んだ。試験片の破壊時刻はヒーターへの電流の遮断により検知した。なお、一部の試験片については、あらかじめ拘束点に荷重を加えた状態から実験を行い、機械的応力との複合応力により試験片を破壊させた。

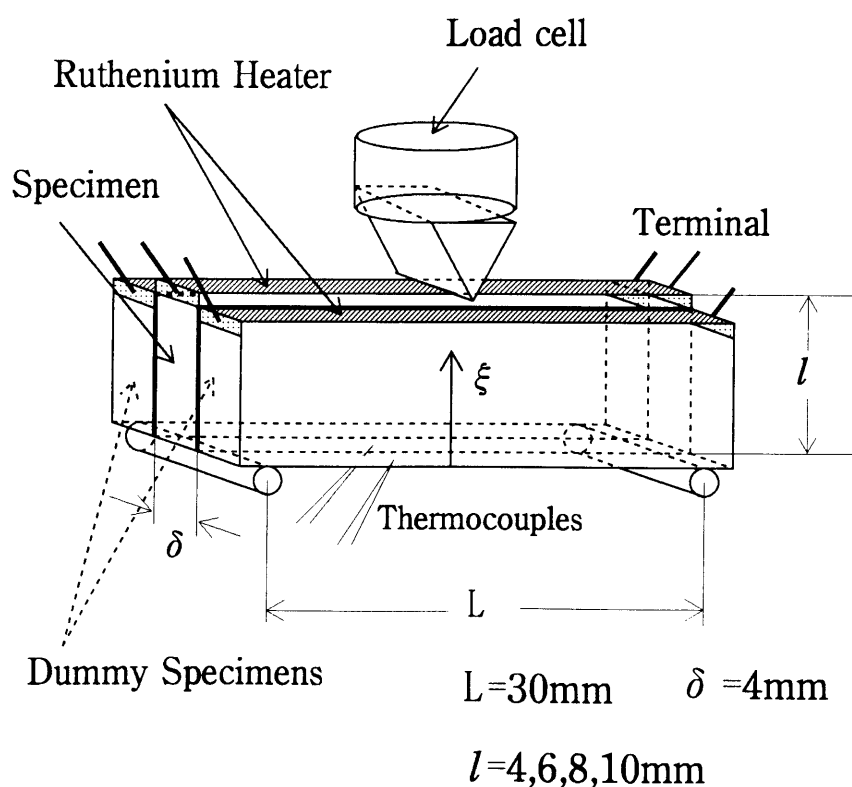


Fig.6-1 Setting arrangement and dimensions of a specimen for the thermal shock test. The slab specimen is restricted by three-points and is heated from oneside with constant heat flux.

6 - 3 実験結果

Fig.6-2(a),(b) に反力の過渡的变化の測定結果の一例を示す. Fig.6-2(a) は供給熱量 q のみが異なる場合のアルミナ試験片の実験結果を示している. 図中の○●印記号は実験結果を, 実線は後で述べる数値計算の結果を示している. ここで, 図中の Q_i は供給熱量 q を無次元化した無次元熱流束であり, q の大小を示している.

ロードセルにかかる反力は時間とともに増大し, その後試験片は破断した. 供給熱量 q が低い場合には反力の増加速度は低く, 破壊に至るまでの時間は長い. 両者の曲線形状は類似しており, 試験片が破壊したときの反力の値はいずれも $35 \sim 45\text{kgf}$ の範囲にあった.

Fig.6-2(b) は, はり高さ l が異なるマイカセラミックス試験片の実験結果を示している. はり高さの増加とともに, 発生する反力, および試験片が破壊するまでの時間は顕著に増大したが, それぞれの曲線形状は相似した形であった. また, 試験片が破壊したときの反力の値も, はり高さの増加とともに大きくなった.

試験片が異なる Fig.6-2(a) と Fig.6-2(b) を比較すると, 反力の過渡的变化の曲線形状は大きく異なっている. Fig.6-2(b) のマイカセラミックスでは, 反力は一定時間経過後には緩やかに上昇し, 定常値に近づいた. これに対して Fig.6-2(a) のアルミナでは, 反力は $1 \sim 2$ 秒以内の極めて短時間は急激に上昇するが, その後ほぼ直線的に増加する挙動を示した.

6 - 4 考 察

6 - 4 - 1 反力の実測値と数値計算結果の比較

実験で得られた破壊時間や破壊時の反力の大きさは, 材料の熱衝撃破壊抵抗に関する重要な情報を提供している. しかし試験片寸法や物性値の違いによりその値は大きく影響を受けるため, 直接材料の優劣を比較することはできない. 特に第 2 章, 第 3 章で述べたように, 物性値に温度依存性がある場合にはさらに複雑である. そこでこれらの実験結果を整理するため, 実験データをもとに, 第 3 章で示した方法で物性値の温度依存性を考慮した数値計算を行い, 反力の実測値と計算値を比較した.

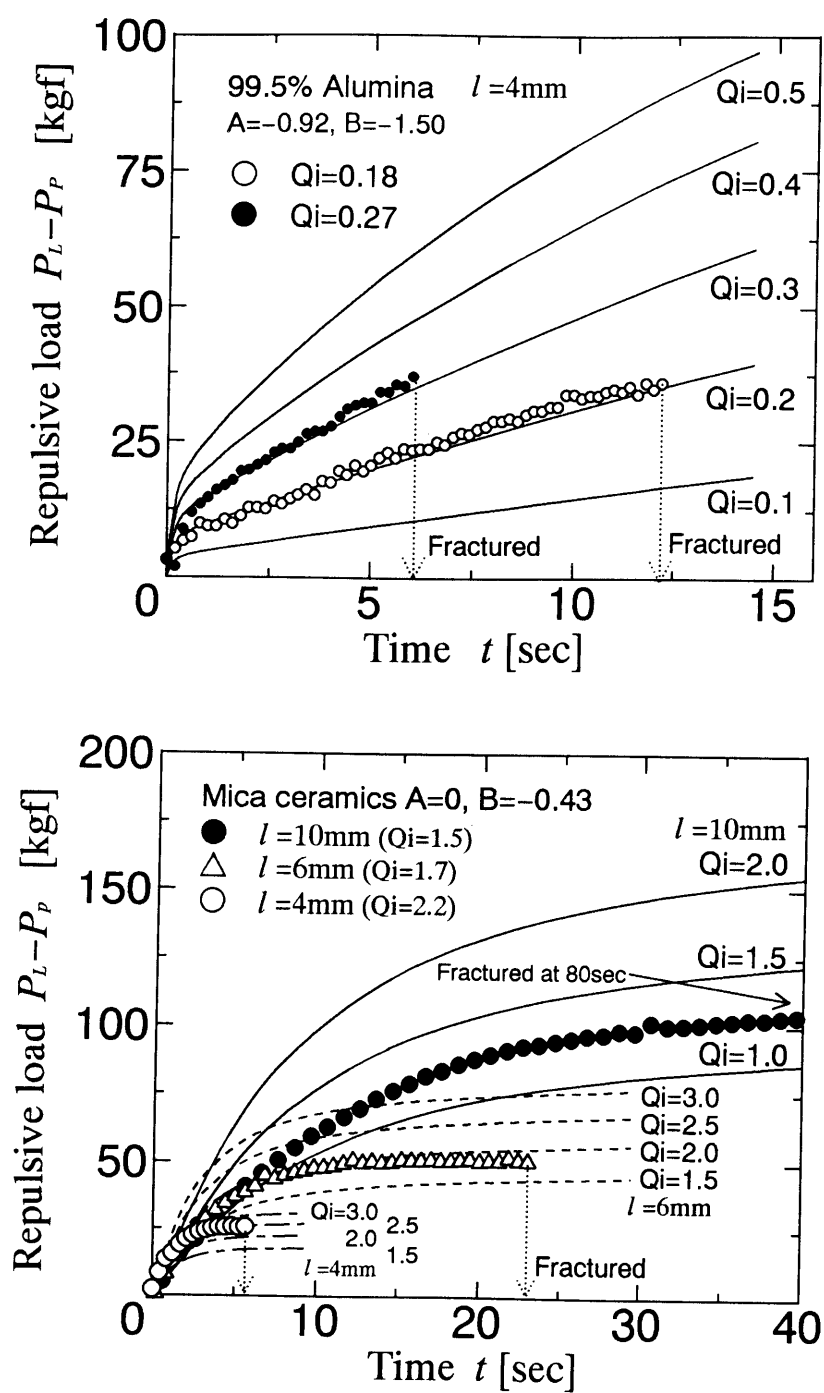


Fig.6-2 Change in repulsive load with time in experiment or calculation.
 (a)Alumina ceramics, (b)Mica ceramics

本実験で用いたアルミナとマイカセラミックスについて無次元熱流束 Q_i をパラメータとして発生する反力を計算した結果を Fig.6-2(a),(b) 中に実線と破線で示した。いずれのデータも実験結果と数値計算結果の曲線形状はよく一致しており、これは第 3 章における数値計算の妥当性を示している。しかし実験値における Q_i の大きさは数値計算結果とは完全には一致せず、10～20% 程度の測定誤差を含んでいると考えられる。また、一定時間経過後の直線部分の傾きは数値計算結果と実験結果でわずかに異なっていた。これは熱的物性値の測定誤差が原因と考えられる。レーザーフラッシュ法による熱的物性値の測定精度はそれほど高くないからである。温度係数 A , B をさらに低く見積もった場合には数値計算結果は実験結果とよく一致する結果となった。以上で述べた数値計算およびこれに基づく実験データ処理のフローチャートを Fig.6-3 に示す。

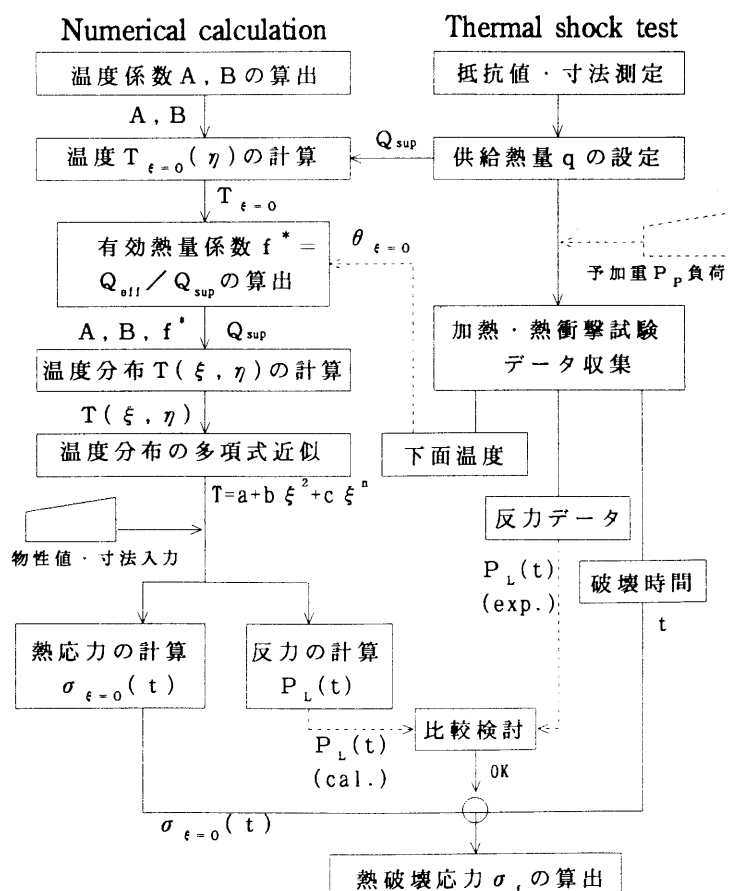


Fig.6-3 Flow chart of the thermal shock test and numerical calculation.

6-4-2 試験片寸法（はり高さ l ）の影響

試験片の板厚方向の温度分布を $T = a + b \xi^2 + c \xi^n$ の多項式で近似すると、反力 P_L および破壊面の熱応力 $\sigma_{\xi=0}$ は、第 3 章、3-2-4 で示したように、それぞれ (3-16), (3-17) 式で示すことができる。

$$P_L = E \alpha \Delta \theta \frac{4 \delta l^2}{L} \left\{ \frac{b}{12} + c \left(\frac{1}{n+2} - \frac{1}{2(n+1)} \right) + \left(\frac{l}{L} \right)^2 \left(a + \frac{b}{3} + \frac{c}{n+1} \right) \right\} \quad (3-16)$$

$$\sigma_{\xi=0} = E \alpha \Delta \theta \left\{ \left(\frac{b}{3} + \frac{c}{n+1} \right) + 6 \left(\frac{l}{L} \right)^2 \left(a + \frac{b}{3} + \frac{c}{n+1} \right) \right\} \quad (3-17)$$

ここで、温度分布が同一であれば a, b, c, n は同じ値となる。(3-17) 式を考慮すると、発生する反力は、(3-17) 式の第 3 項が小さい場合には、はり高さ l の二乗に比例して大きくなることになり、マイカセラミックスにおける実験結果とよく一致する。また、式 (3-18) から、試験片の下面に発生する熱応力は、はり高さによらないので、同じフーリエ数（同時刻ではない）のときの熱応力はいずれも同じであることを示している。

つぎに、 (l/L) がある程度大きくなると、(3-16), (3-17) 式中の $(l/L)^2$ の項が影響し、発生する反力、熱応力ともにしだいに増加することになるが、この場合には試験片の平均温度上昇が影響するのでその挙動は複雑である。すなわち、熱拡散率が低く、試験片が破壊するときのフーリエ数が小さいマイカセラミックスでは試験片全体の温度が上昇しにくいため影響は小さいが、熱拡散率が大きく、破壊するときのフーリエ数が大きいアルミナでは、試験片全体の温度上昇が著しいため、 $(l/L)^2$ の項が大きくなり、発生する反力は、はり高さ l の二乗に比例する以上に大きくなるからである。

Fig.6-4 に、はり高さと反力の関係をフーリエ数をパラメータとして図示した。実線はアルミナについての数値計算結果を、破線はマイカセラミックスについての数値計算結果を示しており、図中にそれぞれの実験結果も示した。図より、アルミナでは、はり高さが 8mm ($l/L=8/30$) を超えると $(l/L)^2$ の項が大きく影響することがわかる。はり高さをこれより大きくした場合には測定誤差を生じやすいと考えられる。

6-4-3 反力と破壊面の熱応力の関係

第 3 章で示したように、ロードセルに発生する反力は、破壊面（非加熱面）の熱応力に類似した挙動を示すので、数値計算結果を整理すれば、反力から破壊面の熱応力が推定できる。ここでは、予荷重 $P_P = 0$ 、 (l/L) は十分小さいものとして、 $P_L / \sigma_{\xi=0}$ の比を考える。ここで、温度分布 T によって決定される無次元項を $\phi(T)$ 、 $(\phi(T) = P_L / \sigma_{\xi=0} \times L / \delta l^2)$ と定義する。この $\phi(T)$ を算出すれば、反力の大きさから熱応力を容易に算出することができる。

試験片の板厚方向の温度分布、 $T = a + b\xi^2 + c\xi^n$ を、 $b = 0$ として簡略化すると、 $P_L / \sigma_{\xi=0}$ の比は次式で示される。

$$\frac{P_L}{\sigma_{\xi=0}} = \frac{E \alpha \Delta \theta \frac{4 \delta l^2}{L} c \left(\frac{1}{n+2} - \frac{1}{2(n+1)} \right)}{E \alpha \Delta \theta \left(\frac{c}{n+1} \right)} = \frac{\delta l^2}{L} 4 \left(\frac{n+1}{n+2} - \frac{1}{2} \right) \quad (6-1)$$

ただし、 $\phi(T) = 4 \left(\frac{n+1}{n+2} - \frac{1}{2} \right)$ である。

すなわち、反力 P_L 、熱応力 $\sigma_{\xi=0}$ とともに $\xi = 0$ の温度 a に係わらず、加熱面と非加熱面の温度差 c に比例して大きくなり、 $\phi(T)$ は温度分布の形状 n のみで決定されることがわかる。物性値に温度依存性がない場合には、加熱・冷却されるセラミック部材の定常的溫度分布は多くの場合、放物線に近似することができる^{7), 8)}。このとき $n = 2$ となるから、 $\phi(T) = 1$ である。

しかし非定常条件における $\phi(T)$ の値は、フーリエ数および材料の温度係数 A 、 B によって異なる。本報で用いた材料について、フーリエ数の増加に伴う $\phi(T)$ の値の変化を図示すると Fig.6-5 のようになる。 $\phi(T)$ の値はフーリエ数の増加とともに減少するが、フーリエ数が 0.1 を超えると $\phi(T) = 1$ 付近でほぼ定常値となることがわかる。フーリエ数 0.1 ~ 1 の範囲における $\phi(T)$ の値は、アルミナで 1.1、マイカセラミックスで 1.0 であった。多くの材料では $n = 2 \sim 3$ の範囲にあるので、 (l/L) が小さい試験片を用いた場合には $\phi(T) = 1 \sim 1.2$ としてよいと考えられる。

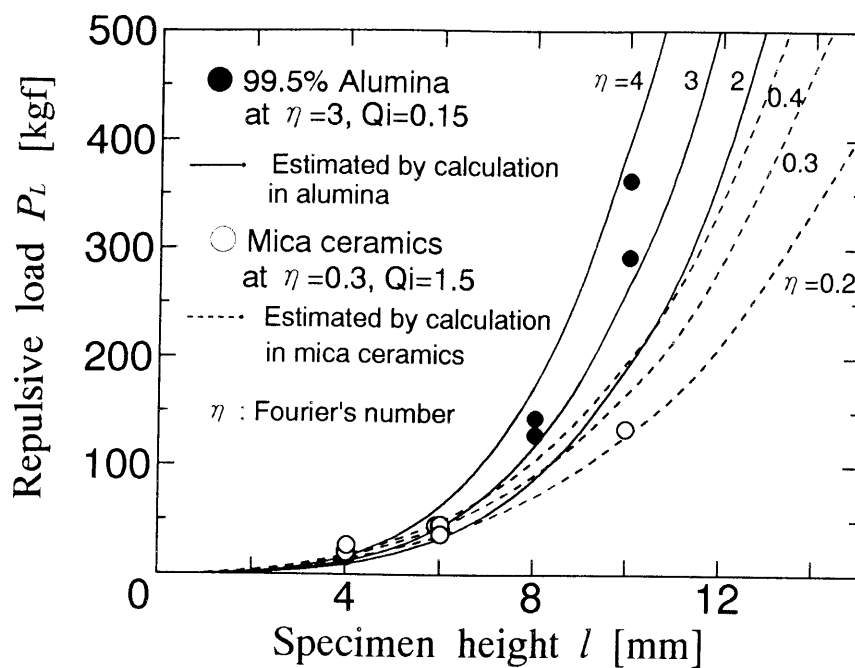


Fig.6-4 Effect of the specimen height on repulsive load.

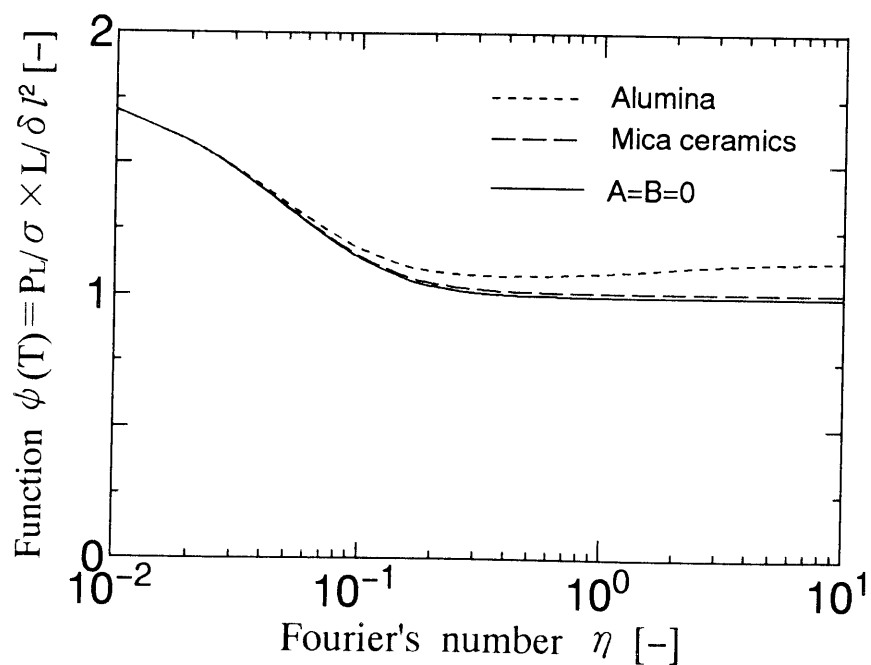


Fig.6-5 Relation between the function $\phi(T)$ and the Fourier's number η .

なお、3点曲げ強度試験においては、はり高さ方向の応力分布は直線的であるから $n = 1$ 、すなわち $\phi(T) = 2/3$ となる。つまり、本試験法において予荷重 P_p を与えない場合には、3点曲げ強度試験の 1.5 倍～2 倍の反力で試験片が破断することになる。また、予荷重 P_p については、3点曲げ強度試験と同様であるので、 $\phi(T) = 2/3$ となる。実験においては、試験片が破壊した時刻からフーリエ数を求め、Fig.6-5 から $\phi(T)$ の値を読みとればよい。このとき物性値の温度依存性が無視できる材料については $A = B = 0$ の曲線を用いても大きな誤差は生じない。また、温度依存性が大きい材料については、物性値から A, B を求めて Fig.6-5 と同様の曲線群を第 3 章で示した方法に従って数値計算すればよい。

以上のように、本試験法では物性値の温度依存性が大きいために、これまで定量的な評価が困難であったセラミック材料についても、材料に発生する熱応力を反力測定から求めることができ、材料の熱応力破壊挙動を評価する方法として大変有効である。

6-4-4 試験片破壊時の熱応力と熱衝撃抵抗係数

実験で試験片を破壊させたときの反力から、破壊時の応力を求めた結果を Fig.6-6 に示す。実験では予荷重 P_p を与えているデータもあり、純粋な熱応力ではなく、機械的応力を含んでいる。そこで横軸に反力 P_L に対する予荷重 P_p の割合 P_p/P_L を示した。ここで $P_p/P_L = 0$ は純粋な熱破壊応力、 $P_p/P_L = 1$ は 3 点曲げ強度を示している。

Fig.6-6 から本実験で用いた材料の熱破壊応力を最小自乗法により求めた結果を Table 6-2 に示した。熱破壊応力は、3点曲げ強度と比較すると、アルミナでは約 40%、マイカセラミックスでは約 10% 低い値となった。また、材料の引張り強度を 3 点曲げ強度の約 $1/2$ ⁹⁾ と仮定すると、これよりも高い値を示した。

この原因は、Fig.6-7 に示すように、はり高さ方向の応力分布が 3 点曲げ試験と本試験法で異なっているためと考えられる。破壊面の応力が同じ場合でも、本試験法では引張り応力となる領域が広く、破壊源となるき裂が含まれる有効体積が大きくなるため、破壊強度は低くなる。

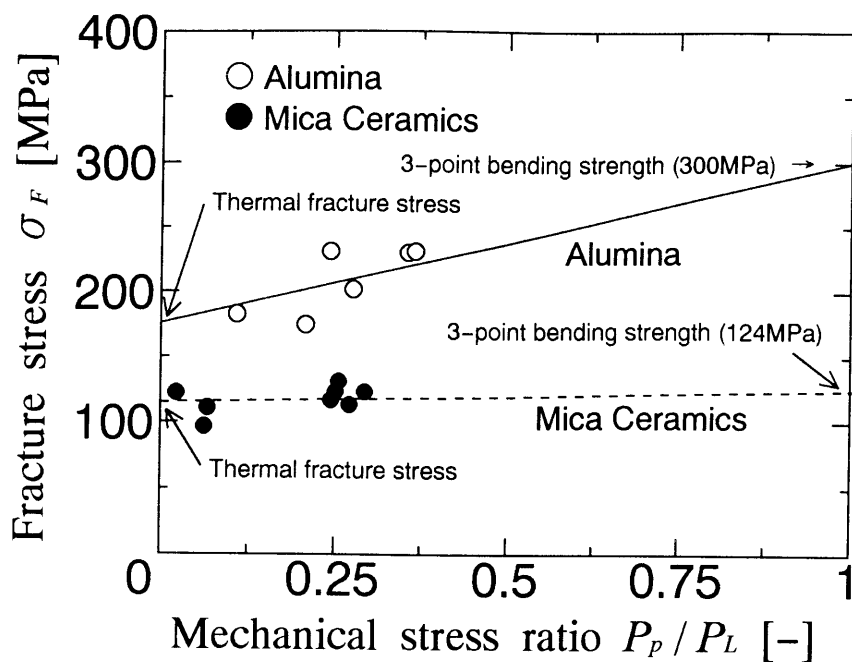


Fig.6-6 Relation between mechanical stress ratio and mechanical / thermal fracture stress for ceramics

Table 6-2 Measured thermal fracture stress and thermal shock resistance parameters of the ceramics tested.

Material	Thermal fracture stress σ_F [MPa]	Thermal shock resistance parameter R_c [°C]
99.5% Alumina	176	60
	* 300	** 102
Mica Ceramic	115	123
	* 124	** 133

(* 3-point bending strength, **Estimated from properties)

一般に体積依存を考慮した破壊の危険率 Rf は (6-2) 式で示されている¹⁰⁾。ここで、 $\sigma_{\xi=0}$ は $\xi=0$ における応力、 σ_0 は材料固有の定数、 m はワイブル係数である。(6-2) 式を用いると、3 点曲げ試験における破壊の危険率 $(Rf)_{3b}$ と本試験における破壊の危険率 $(Rf)_{TS}$ はそれぞれ (6-3) 式、(6-4) 式で示すことができる。

$$Rf = \int_v \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m dV \quad (6-2)$$

$$(Rf)_{3b} = \frac{\delta l L}{4(m+1)^2} \left(\frac{\sigma_{\xi=0}}{\sigma_0} \right)^m \quad (6-3)$$

$$(Rf)_{TS} = \frac{\delta l L \cdot (2\xi_0)^{m/2}}{4(m+1)(m/2+1)} \left(\frac{\sigma_{\xi=0}}{\sigma_0} \right)^m \quad (6-4)$$

ここで、 ξ_0 は応力が 0 となる中立点で、応力分布が放物線で近似できる場合には、 $\xi_0 = 0.58$ となる。応力 $\sigma_{\xi=0}$ 、および材料寸法 δ 、 l 、 L が同じ場合において、(6-3) 式、(6-4) 式を比較すると、いかなる m の値においても $(Rf)_{TS}$ は $(Rf)_{3b}$ より大きくなるので、本試験法では 3 点曲げ試験よりも材料は破壊しやすい。この場合の破壊強度は、3 点曲げ強度と引張り強度の中間に位置するはずであり、本報の実験結果はこれを裏付けている。加熱時にセラミック部材が破壊するケースでは、板内の温度分布が放物線に近く、本試験と同様の応力分布となっていることが多いと考えられるので、本試験で求めた熱破壊応力は、セラミック材料の耐熱衝撃性を評価する上で有効な指標となる。

一般に耐熱衝撃性を示すパラメータとしては第 1 次熱衝撃抵抗係数 $R = \sigma_F / E \alpha$ が示されている¹¹⁾。本実験における熱破壊応力は σ_F に相当するので、弾性率 E と熱膨張率 α の温度依存性がない場合には、容易に第 1 次熱衝撃抵抗係数 R を求めることができる。これを Table 6-2 中に示した。多くの報告でみられるように、 R の値を物性値から求める場合には注意が必要である。破壊応力 σ_F の定義は明確でなく、本報で述

べたように 3 点曲げ強度，引張り強度のいずれを用いることも正しくないからである。また，熱的環境下における各物性値の温度依存性も大きく影響することが明らかであり，単純に室温の物性値から熱衝撃抵抗係数を見積もった場合には，材料の優劣で誤った判断をする可能性がある。

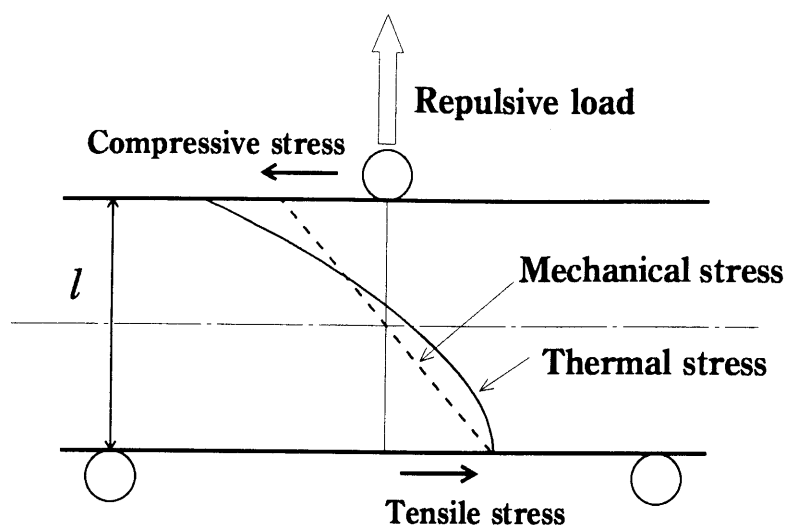


Fig.6-7 Schematic diagram of stress distribution in a specimen subjected to mechanical / thermal stress.

6 - 5 第 6 章のまとめ

拘束されたセラミックスラブの一面を加熱する熱衝撃試験法について，その温度分布，熱応力，拘束点に発生する反力を数値計算し，アルミナおよびマイカセラミックスの実験結果と比較したところ，以下の結論が得られた。

- (1) 熱応力，反力の時間的変化は，物性値の温度依存性の影響を強く受け，熱伝導率が温度上昇によって低下するアルミナでは熱応力，反力ともに定常値を持たず上昇したが，物性値の温度依存性が無視できるマイカセラミックスでは，熱応力，反力ともに一定時間経過後は定常値を示した。

- (2) 本試験法において得られた反力の値は，材料物性値の温度依存性を考慮した数値計算結果と良く一致した．
- (3) 本試験法において，反力から破壊面の熱応力を推定する方法を示した．また，本試験法では物性値に温度依存性がある場合でも反力から間接的に熱応力を測定でき，セラミックスの熱衝撃評価法として優れている．
- (4) 試験片が破壊した応力から求めた熱破壊応力は，3点曲げ強度，引張り強度のいずれとも一致せず，これらの中間の値を示した．

参考文献（第 6 章）

- 1) J.P.Singh, Y.Tree and J.P.H.Hasselman, *J.Mater.Soc.*, 16, 2109–2118 (1981).
- 2) A.Goldsmith, T.E.Waterman, H.J.Hirschhorn, "*Handbook of thermophysical properties of solid materials Vol. III*", The macmillan company NewYork, (1961).
- 3) 日本熱物性学会編, "熱物性ハンドブック", 養賢堂, (1990) p.250.
- 4) Y.Mizutani, "*Ceramics in Energy Applications*", The institute of energy, IOP Publish (1990) p.59–68.
- 5) 高津 學, 島川 一, 黒田逸二, 材 料, 27, 1197–1201 (1978).
- 6) 高津 學, 材 料, 30, 607–610 (1981).
- 7) 高津 學, 材 料, 30, 128–132 (1981).
- 8) R.W.Davidge, "*Mechanical behaviour of ceramics*", Cambridge University Press (1979) p.113.
- 9) セラミックス編集委員会講座小委員会編, "セラミックスの機械的性質", (社)日本セラミックス協会, (1979) p.23.
- 10) 例えば 若松 盈, 高津 學, "無機材料工学演習" 日刊工業新聞社, (1990) p.91.
- 11) D.P.H.Hasselman, *Am.Ceram.Soc.Bull.*, 49, 1033–1037 (1970).

第 7 章 疲労予き裂を導入した拘束スラブの一面加熱によるセラミックスの熱破壊靱性の測定

7-1 緒言

第 6 章では、3 点を拘束した予き裂のないスラブ状試験片の一面を加熱して破壊させ、中心部の拘束点に生ずる負荷荷重（以下これを反力と呼ぶ）を測定する方法で熱破壊応力を推定し、セラミックスの熱破壊強度について評価した。この方法では加熱後、試験片が破壊するまでの反力データから、過渡的熱応力の変化がリアルタイムに観察できるなど、セラミックスの熱衝撃試験法として優れた特長を持っている。また、発生する熱応力を数値計算結果と比較し、解析した結果、熱伝導率や熱拡散率の温度依存性が無視できないことが明らかとなった。

しかし、セラミックスの熱衝撃破壊における破壊の条件や、き裂の進展について議論する場合には、材料に作用する最大熱応力だけでなく、破壊起点となるき裂に作用する応力拡大係数を知る必要がある。特にセラミックスの熱疲労挙動を解析する場合には重要である^{1), 2)}。佐藤ら³⁾は、円周部にクラックを導入した円板状黒鉛試験片の中央をアーク加熱し、このときの応力拡大係数を算出した。また、Emery ら^{4), 5)}は、角柱状試験片の表面中心部およびコーナー部に半円状のき裂を導入した試験片に熱応力が作用した場合の応力拡大係数を *Green* 関数を用いて計算し、応力拡大係数の時間およびき裂長さ依存性を示した。また、野田ら⁶⁾は、急冷される円柱および平板について熱衝撃時の応力拡大係数を求め、ビオ数との関係について述べている。しかし、これらの解析は熱伝導率 λ や熱拡散率 κ の温度依存性が考慮されていないため実用的ではない。また、試験片形状が異なるため、第 6 章の実験にそのまま適用することはできない。

第 7 章では、セラミックスの熱衝撃破壊時における応力拡大係数を測定することを目的とし、その試験法を提案する。すなわち、第 6 章で示した試験法を予き裂を導入した試験片に応用し、熱伝導率および熱拡散

率の温度依存性を考慮して過渡的熱応力分布を数値計算し、き裂に作用する応力拡大係数を算出した。また、これを用いて予き裂を導入した 3 種類のムライトについて熱破壊試験を実施し、熱破壊時におけるモード I の応力拡大係数（以下これを熱破壊靱性 $K_{IC(T)}$ と示す）を算出した。その結果、同質の材料間におけるわずかな熱破壊靱性の違いが正確に評価できた。

7-2 実験方法

実験には微細構造の異なる市販のムライト焼結体 3 種類を用いた。それぞれの熱的・機械的物性値を Table 7-1 に示す。ムライト (A) およびムライト (B) は焼結体の結晶粒径がわずかに異なる材料であり、ムライト (C) は機械的特性向上のためジルコニアを 15wt% 添加した複合材料である。試験片は幅 $\delta = 3\text{mm}$ 、高さ $l = 10\text{mm}$ 、長さ $L_0 = 45\text{mm}$ のスラブ状に加工し、予き裂を次に示す手順で導入した⁷⁾。まず試験片の $\delta \times L_0$ 面（片面）の中央部に長さ方向と垂直な同一線上に、ヌープ圧子を用いて 49N, 15 秒の条件で 6 点の微小き裂を導入した。つぎにこの試験片の $l \times L_0$ 面（両面）を断熱材で覆い、電気炉中で 30 分間所定温度で保持した後、25℃の水中に投下して生ずる熱応力によって微小き裂を進展させた。つぎに、これを三点曲げ繰返し疲労試験機により、繰返し荷重を加え、き裂が進展し始めたことを確認して予き裂導入試験片とした⁷⁾。この方法は、著者らが考案した独特な方法であり、若干手順は複雑であるが、ポップイン法⁸⁾とは異なり、正味の疲労予き裂とみなすことができる。なお、導入した予き裂は ASTM-E399⁹⁾ および JIS-R1607 に適合していることを確認し、この条件を満足する試験片のみを実験に供した。

つぎに、予き裂導入面の対面の $3\text{mm} \times 45\text{mm}$ 面にルテニウムペースト ($0.8 \Omega / \text{cm}^2$) をスクリーン印刷し、乾燥後 850℃で 10 分間焼成して発熱体とした。また、両端の端子部には銀ペーストを用いて銀リード線を固定した。試験片をインクで染色し、き裂長さを測定した後、乾燥し、Fig. 7-1 に示すように、下部スパン $L = 30\text{mm}$ の三点曲げ治具に固定し、断熱材で覆った。つぎに、一定の直流電圧を印加して試験片に熱応力を発

生させ試験片を破壊した。ロードセルに加わる反力，電圧，電流，試験片の温度，材料が破壊するまでの時間を測定項目とし，AD コンバータを介してコンピュータに取り込んだ。

Table 7-1 Thermal and mechanical properties of the materials tested.

Materials	Density	Three-point bending strength	Weibull modulus	Young's modulus	Fracture toughness
	ρ [g/cm ³]	σ_{3B} [MPa]	m [-]	E [GPa]	K_{IC} [MPa·m ^{0.5}]
Mullite (A)	3.07	284	14	219	2.1
Mullite (B)	3.12	245	12	220	2.0
Mullite (C)	3.47	316	12	221	2.6

Materials	Thermal Expansion Coefficient	Thermal Conductivity (25°C)	Thermal Diffusivity (25°C)	Specific Heat (25°C)
	α [$\times 10^{-6}$ K]	λ [W/mK]	κ [cm ² /s]	C_p [J/g·K]
Mullite (A)	4.5	5.2	0.021	0.8
Mullite (B)	4.5	5.2	0.021	0.8
Mullite (C)	4.9	5.1	0.018	0.8

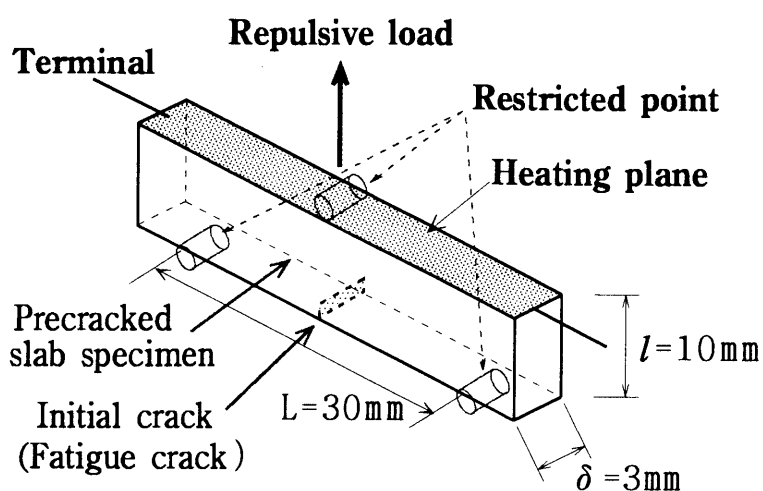


Fig.7-1 Setting arrangement of the precracked slab specimen.

7-3 実験結果

実験に用いた 3 種類のムライト焼結体について、それぞれ数個の予き裂導入試験片を作成し、これを前記の方法で熱破壊させた結果を Table 7-2 に示す。初期き裂長さ c_0 はいずれも試験片高さ $l = 10\text{mm}$ に対して $c_0 = 2.5\text{mm}$ 前後とした。破壊したときロードセルに作用する反力の平均値は、ムライト (A) で 350N 、ムライト (B) で 380N となり、これらはほぼ同じ値を示したが、ムライト (C) のみ 480N となり、(A),(B) よりも若干高い値を示した。試験片は供給熱量にもよるが加熱開始後 10 数秒前後で破壊した。

Table 7-2 Result of the thermal fracture test by using of precracked slab specimens.

Materials	Sample number	Effective supplied power p [W/cm^2]	Non-dimensional heat flux Q [-]	Initial crack length C_0 [mm]	Repulsive load at fracture P_L [N]	Time to fracture t [sec]	Fourier's number η [-]
Mullite(A)	A-1	23.6	1.14	2.816	435	5.15	0.108
	A-2	16.2	0.78	1.964	402	6.20	0.130
	A-3	16.0	0.78	2.564	366	11.55	0.239
	A-4	12.1	0.58	2.493	299	13.30	0.278
	A-5	17.8	0.84	3.034	263	7.80	0.168
	A-6	18.5	0.90	2.619	329	12.80	0.264
	Average	17.37	0.836	2.582	348.9	9.47	0.198
Mullite(B)	B-1	30.9	1.51	1.868	512	5.45	0.111
	B-2	49.1	2.43	2.725	418	2.80	0.056
	B-3	25.6	1.24	3.271	226	4.80	0.099
	B-4	28.1	1.36	2.818	368	6.65	0.137
	Average	33.43	1.637	2.671	381.0	4.93	0.101
Mullite(C)	C-1	24.7	1.19	2.483	552	9.00	0.187
	C-2	21.4	1.03	2.526	545	11.00	0.228
	C-3	21.3	1.03	2.725	495	10.75	0.223
	C-4	18.6	0.89	2.918	435	10.85	0.232
	C-5	18.0	0.87	2.729	432	12.50	0.260
	C-6	14.7	0.71	2.631	416	20.05	0.416
	C-7	19.9	0.96	2.860	411	13.15	0.274
	C-8	17.9	0.86	2.310	562	18.15	0.377
	Average	19.56	0.944	2.648	480.8	13.18	0.274

破壊までの時間は、ムライト (B) のみ他よりも短かくなったが、これは発熱体の抵抗値が低かったため、単位面積あたりの供給熱量が大きくなったことが原因である。

7 - 4 考察

7 - 4 - 1 熱応力分布

き裂に作用する応力拡大係数を求めるためには、試験片高さ方向の熱応力分布を求める必要がある。一面を加熱される拘束スラブの温度分布は第 3 章で相関式を示したので、これを用いて試験片高さ方向の温度分布を求めた。この温度分布の数値計算結果を用い、各実験ごとに試験片の高さ方向の温度分布の実測値と数値計算結果を照合することにより、実験が正確に行われているかどうかを確認した。Fig.7-2 にその一例を示す。

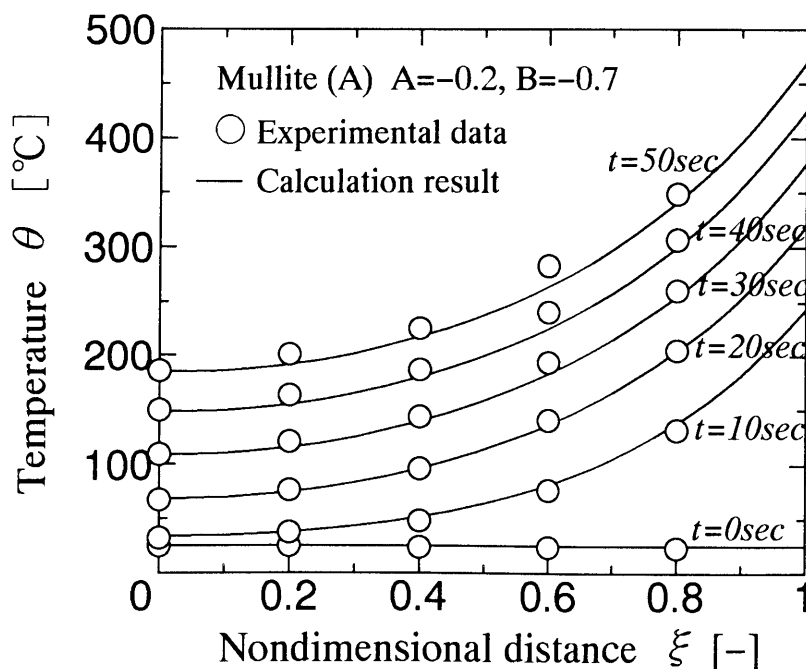


Fig.7-2 Temperature distribution of the slab in the direction of specimen height.

Fig.7-2 に示したように、実験結果と数値計算結果はよい一致が見られたので、この数値計算結果に基づいて、次項で述べる実験データの解析法について検討した。Fig.7-2 の温度分布形状は、ほぼ 2 次関数で近似できると考えられる。第 3 章および第 6 章では 2 次関数に n 次の補正項を加えて近似精度を向上させたが、ここでは、後の計算過程を容易にするため、3 次の補正項を用い、この温度分布を $T(\xi) = C_1 + C_2 \xi^2 + C_3 \xi^3$ で示す多項式で近似した。なお、フーリエ数が 0.05 以下の極めて短い時間を除けば 3 次の補正項でも十分な近似精度が得られる。この温度分布式を熱応力式¹⁰⁾に代入すると、無次元熱応力分布 $\sigma^*(\xi) = \sigma(x) / E \alpha \Delta \theta$ は (7-1) 式で示される。

$$\begin{aligned} \sigma^*(\xi) = & \left(\frac{C_2}{3} + \frac{C_3}{4} \right) - C_2 \xi^2 - C_3 \xi^3 \\ & + 6 \left(\frac{l}{L} \right)^2 \left(C_1 + \frac{C_2}{3} + \frac{C_3}{4} \right) (1 - 2\xi) \end{aligned} \quad (7-1)$$

(7-1) 式を用いて、実験に用いたムライト (A) について、加熱開始後、時間経過に伴う試験片高さ方向の熱応力分布を数値計算から求めた結果を Fig.7-3 に示した。試験片高さ l とスパン距離 L の比は実験と同様に $l/L = 1/3$ とした。図中のパラメータ η はフーリエ数で、時間の経過を示している。加熱開始直後 ($\eta = 0.025$) の予き裂側の応力分布は、 $\xi = 0 \sim 0.5$ の範囲ではほぼ一定の引張り応力を示すが、時間が経過すると、熱応力の絶対値は増加し、 ξ の一次関数で引張り応力が減少する熱応力分布に近づいた。なお、図中の破線は熱伝導率および熱拡散率の温度依存性を無視して数値計算した結果 ($A=0, B=0$) を示している。実線と破線では、熱応力分布の形状は大きく異ならないが、その値はフーリエ数 η の増加とともに大きな差を生じた。第 3 章では、物性値の温度依存性が比較的大きいアルミナについて数値計算した結果から、物性値の温度依存性を考慮する必要性があることを述べたが、アルミナに比べて物性値の温度依存性が比較的小さいと考えられるムライトにおいても、これらの温度依存性を無視して数値計算すると、熱応力の数値計算結果に大きな誤差を招くことがわかる。

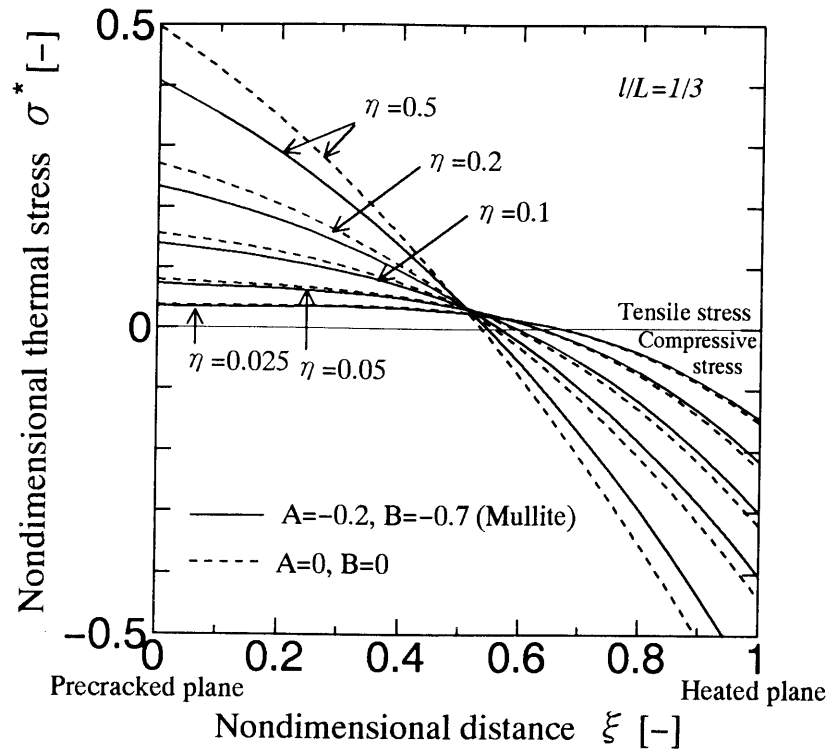


Fig.7-3 Thermal stress distributions of the specimen in the height direction.

7-4-2 応力拡大係数

応力拡大係数の解析法は Green 関数を用いる方法など、様々な方法が示されているが^{3), 4), 6), 11), 12), 13)}, 本報のように熱応力分布が多項式で近似できる場合には, これを用いることで簡便に応力拡大係数を算出することができる¹³⁾. 片開きき裂に分布荷重が作用する場合の応力拡大係数は, Erdogan によって近似的に (7-2) 式で与えられている¹²⁾.

$$K_I = \sqrt{\frac{2}{\pi c}} \int_0^c \sigma(x) \sqrt{\frac{x}{c-x}} dx \quad (7-2)$$

ここで, c はき裂の長さである. $x/l = \xi$, $c/l = e$, $K_I^* = K_I / E \alpha \Delta \theta$ ($(\pi c / 2)^{1/2}$) とおいて (7-2) 式を無次元化すると (7-3) 式となる.

$$K_I^* = \frac{2}{\pi e} \int_0^e \sigma^*(\xi) \sqrt{\frac{\xi}{e-\xi}} d\xi \quad (7-3)$$

つぎに, $\sigma^*(\xi) = D_1 + D_2 \xi + D_3 \xi^2 + D_4 \xi^3$ とおくと, (7-3) 式は (7-4) 式となる.

$$K_I^* = D_1 + \frac{3}{4} D_2 e + \frac{5}{8} D_3 e^2 + \frac{35}{64} D_4 e^3 \quad (7-4)$$

(7-4) 式に (7-1) 式を代入すると, 無次元応力拡大係数 K_I^* は (7-5) 式で示される.

$$\begin{aligned} K_I^* = & \left\{ \left(\frac{C_2}{3} + \frac{C_3}{4} \right) + 6 \left(\frac{l}{L} \right)^2 \left(C_1 + \frac{C_2}{3} + \frac{C_3}{4} \right) \right\} \\ & - 9 \left(\frac{l}{L} \right)^2 \left(C_1 + \frac{C_2}{3} + \frac{C_3}{4} \right) e \\ & - \frac{5}{8} C_2 e^2 \\ & - \frac{35}{64} C_3 e^3 \end{aligned} \quad (7-5)$$

したがって, 温度分布を $T(\xi) = C_1 + C_2 \xi^2 + C_3 \xi^3$ で多項式近似し, 求めたパラメータ $C_1 \sim C_3$ を (7-5) 式に代入すれば, 任意の時刻における無次元応力拡大係数 K_I^* を求めることができる. 実験に用いたムライト (A) を想定し, 無次元熱流束を $Q=1$ として, 初期き裂長さ c_0 と応力拡大係数 K_I の関係を数値計算した結果を Fig.7-4 に示す. パラメータ η は時間経過を示している.

時間の経過とともに応力拡大係数 K_I は増加し, 実験で試験片が破壊したフーリエ数 $\eta = 0.2$ 前後では, 初期き裂長さ c_0 の増加に伴い, 応力拡大係数 K_I は増加し, $c_0 = 2 \sim 3\text{mm}$ 前後で極大値を示した. この結果から, 初期き裂長さ c_0 をこの範囲に設定すれば試験片は安定破壊しやすいと考えられる. そこで実験では, 初期き裂長さを $c_0 = 2.5\text{mm}$ 前後に設

定した。また、図中の実線 ($l/L=1/3$) と破線 ($l/L=1/4$) は試験片寸法が異なる場合の計算結果を示している。これら l/L の値によっても応力拡大係数 K_I の値は異なっており、試験片高さ l を大きくすると試験片は短時間で破壊することになる。

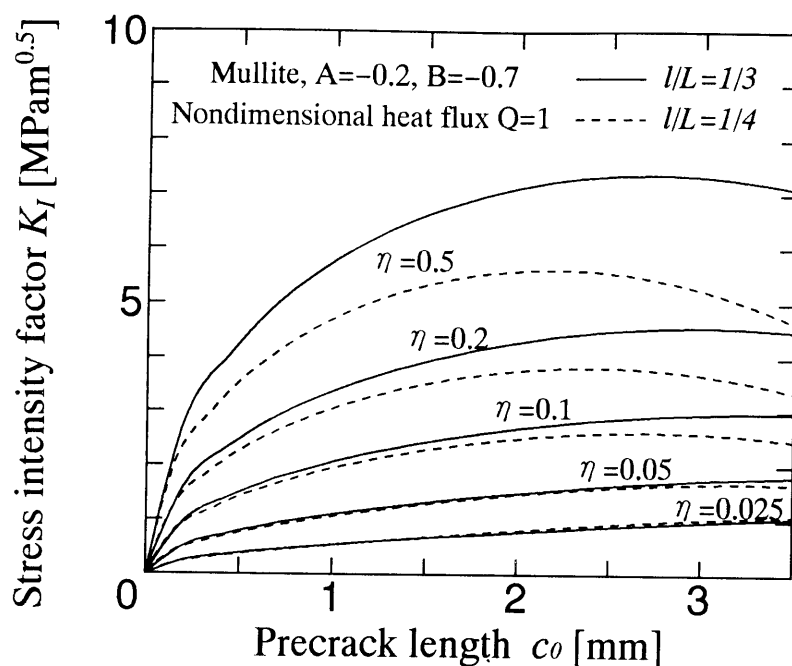


Fig.7-4 Stress intensity factor as a function of initial crack length.

7-4-3 応力拡大係数と反力の関係

試験片が3点で拘束される場合に、上部の拘束点に生ずる反力 P_L は、無次元反力を $P^* = 3 P_L L / 2 E \alpha \Delta \theta \delta l^2$ と定義すると、(7-6) 式で示される。すなわち、 l/L が一定の条件では、反力の大きさは各時刻の温度分布を示すパラメータ $C_1 \sim C_3$ で決定される。

$$P^* = \frac{C_2}{2} + \frac{9}{20} C_3 + 6 \left(\frac{l}{L} \right)^2 \left(C_1 + \frac{C_2}{3} + \frac{C_3}{4} \right) \quad (7-6)$$

実験条件から $l/L=1/3$, $c_0/l=0.25$ として, (7-6) 式および (7-5) 式を用いて, 時間経過に伴う無次元反力 P^* および無次元応力拡大係数 K_{IC}^* の変化を求めた結果を Fig.7-5 に示す. パラメータ Q は無次元供給熱流束を示している. いずれの Q の値についても, P^* および K_{IC}^* はほぼ同様の傾向で単調に増加することがわかった. 第 6 章では, 予き裂を導入しない試験片を用いて同様の熱破壊試験を実施し, 測定した反力から試験片の熱破壊応力が推定できることを示したが, Fig.7-5 から, P^* および K_{IC}^* は一定の関係を示しているので, これらの関係を求めれば実験で測定した反力から試験片の熱破壊靱性が推定できると考えられる. そこで, 新しくパラメータ $Y = P^*/K_{IC}^*$ を定義すると, 熱破壊靱性 $K_{IC(T)}$ は (7-7) 式で示される. すなわち, (7-5) 式および (7-6) 式を用いて実験条件におけるパラメータ Y の値を求めれば反力から熱破壊靱性 $K_{IC(T)}$ を求めることができる.

$$K_{IC(T)} = \frac{1}{Y} \frac{3P_L L}{2\delta l^2} \sqrt{\frac{\pi c_0}{2}} \quad (7-7)$$

パラメータ Y とフーリエ数 η の関係を数値計算した結果を Fig.7-6 に示す. パラメータ Q は無次元供給熱流束を示している. Y の値は, フーリエ数の増加とともに減少する傾向を示し, 試験片が破壊したフーリエ数 $\eta = 0.1 \sim 0.4$ 程度の範囲では, いずれの曲線も $Y = 1.1 \sim 1.2$ の範囲にあった. 破線は熱伝導率および熱拡散率の温度依存性を無視して数値計算した結果 ($A=0, B=0$) を示しており, この場合にはパラメータ Q の値によらず Y は一つの曲線で示された.

これに対して, 実線で示す熱伝導率および熱拡散率の温度依存性を考慮した数値計算結果では, パラメータ Q の値が大きくなると Y の値はいずれのフーリエ数でも増加する傾向があったが, その差はわずかなものであった. このことは, 反力から熱破壊靱性 $K_{IC(T)}$ を求める場合には, 無次元熱流束 Q の測定誤差は $K_{IC(T)}$ の計算結果に大きく影響しないことを示している. つまり, 反力の測定精度が支配的になると考えられる.

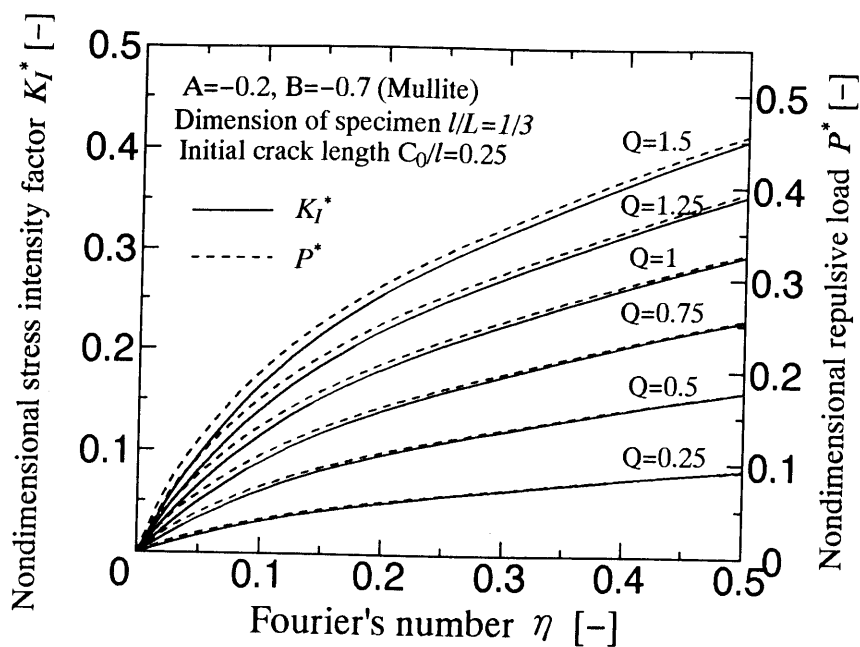


Fig.7-5 Nondimensional stress intensity factor and nondimensional repulsive load as a function of Fourier's number.

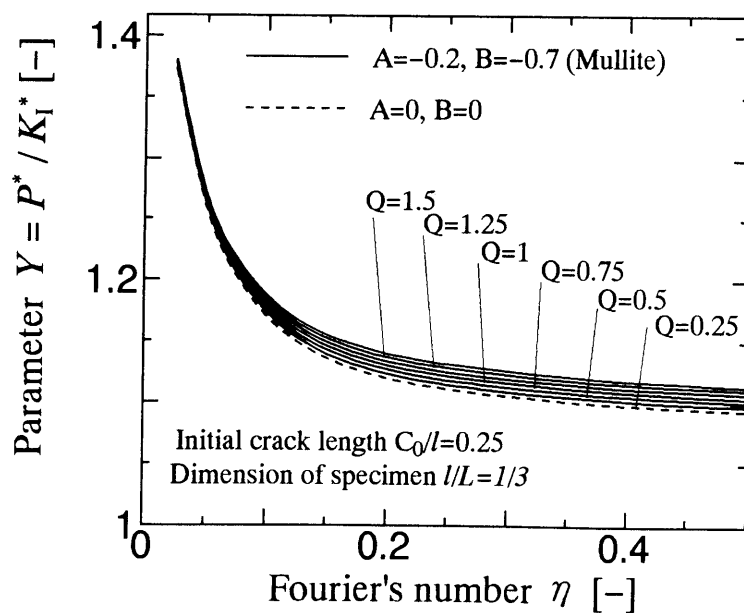


Fig.7-6 Relation between the parameter Y and Fourier's number under various heat flux conditions.

7-4-4 ムライトの熱破壊靱性

Table 7-2 の実験結果のそれぞれの試験片について、Fig.7-6 からパラメータ Y を求め、式 (13) からムライト (A) ~ ムライト (C) の熱破壊靱性 $K_{IC(T)}$ を算出した結果を Table 7-3 に示す。

Table 7-3 Estimated thermal fracture toughness in three kinds of mullite ceramics.

Materials	Number of Samples	Thermal fracture toughness $K_{IC(T)}$ [$\text{MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$]			
		Minimum	Maximum	S.D.	Average
Mullite (A)	6	2.39	3.69	0.43	2.86
Mullite (B)	4	1.99	3.40	0.54	2.90
Mullite (C)	8	3.58	4.57	0.39	4.10

各材料の $K_{IC(T)}$ の平均値は、ムライト (A) が $2.86 \text{MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$ 、ムライト (B) が $2.9 \text{MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$ で、これらはほぼ同じ値を示したが、ムライト (C) では $4.1 \text{MPa} \cdot \text{m}^{0.5}$ となり、ムライト (A),(B) よりも高い値となった。すなわち、ムライト (C) はムライト (A),(B) に比べて耐熱衝撃性に優れているといえる。これらの関係は常温で機械的に測定した破壊靱性 K_{IC} ともよく一致しており、本試験法により、ほぼ同質の材料間のわずかな耐熱衝撃性の違いが正確に評価できたと考えられる。なお、熱破壊靱性 $K_{IC(T)}$ と機械的な破壊靱性 K_{IC} を比較すると、 $K_{IC(T)}$ は K_{IC} よりも 30 ~ 50% 程度高い値を示した。この原因については現時点では明かでない。

7-4-5 セラミックスの熱衝撃破壊における応力拡大係数

応力拡大係数の算出は、セラミックスの熱疲労挙動を解析する場合に特に重要である。そこでつぎに、試験片の形状や熱伝導の境界条件が異なる場合について、前項と同様の手法により応力拡大係数を算出する。ここでは、水中急冷熱衝撃試験のように、境界条件が熱伝達係数で表すことができる急冷・急熱条件、および、徐熱・徐冷される場合について考える。

7-4-5-1 急熱・急冷条件の場合

急熱・急冷されるセラミックに発生する最大熱応力について、近似的に Table 7-4 に示す相関式が示されている¹⁴⁾。これらの相関式は最も一般的なものであり、多くの場合に適用することができる。なお、物性値の温度依存性が大きい材料や、ビオー数が大きい場合 ($\beta > 5$) には、これらの相関式を用いることはできないが、このような場合の相関式と厳密な数値計算の手法が本論文の第 2 章に示されているので、これらの相関式を用いればよい。

Table 7-4 Correlative equations between maximum thermal stress and Biot number when the material is abruptly heated or cooled.

	Case	$1/\sigma_{max}^* = a + b/\beta$	
		a	b
I	Infinite plate Cooling	1.5	3.25
II	Heating	3.33	6
III	Infinite circular cylinder	2	4.3
IV	(Cooling or heating)		
V	Sphere	2.5	5
VI	(Cooling or heating)		

つぎに、最大熱応力時の温度分布は多くの場合 2 次関数に近似できるので、3 次の補正項を加えて (7-8) 式で示されたとする。

$$T = C_1 \xi^2 + C_2 \xi^3 \quad (7-8)$$

ここで、 ξ は無次元距離で $\xi = x/l$ 、 T は無次元温度で $T = (\theta - \theta_i) / (\theta_f - \theta_i)$ である。 l は板厚の半分、 x は中心からの距離である。 θ は温度で、添字の i , f はそれぞれ最初と最後を示す。 C_1 は熱伝導方程式の境界条件から決定でき、 C_2 は Table 7-4 のそれぞれの相関式から

決定できる。

一例として、無限平板が両面から急熱される場合を考えると、熱伝導方程式の境界条件と、熱応力式、最大熱応力の相関式は、それぞれ次式で示される。

$$\xi = 1 \text{ で } \pm \frac{\partial T}{\partial \xi} = \beta (T-1) \quad (7-9)$$

$$\sigma_y^* = \int_0^1 T d\xi - T \quad (7-10)$$

$$1/\sigma_{max}^* = 3.33 + 6/\beta \quad (7-11)$$

ここで β はビオ一数で $\beta = hl/\lambda$ ， h は熱伝達率， λ は熱伝導率である。 σ_y^* は無次元熱応力で $\sigma_y^* = (1-\nu)\sigma_y/E\alpha\Delta\theta$ である。 ν はポアソン比， E は弾性率， α は熱膨張率で $\Delta\theta$ は温度差で $\Delta\theta = (\theta_f - \theta_i)$ である。 σ_{max}^* は σ_y^* の最大値を示す。

(7-8) 式を (7-9) 式に代入すると C_1 は次式で示される。

$$C_1 = [\beta - (\beta + 3) C_2] / (\beta + 2) \quad (7-12)$$

(7-8) 式を (7-10) 式に代入して $\xi = 0$ とすると最大熱応力が求められるので、これを (7-11) 式と等しいとすると、 C_2 は次式となる。

$$C_2 = 1.32 \beta^2 / (3.33 \beta + 6) (\beta + 6) \quad (7-13)$$

よって、熱応力分布は次式で示される。

$$\sigma_y^* = \left(\frac{C_1}{3} + \frac{C_2}{4} \right) - C_1 e^2 \xi^2 - C_2 e^3 \xi^3 \quad (7-14)$$

同様に、無限平板、無限円柱、球がそれぞれ急熱・急冷されるケースについて、最大熱応力時の温度分布パラメータ C_1 、 C_2 を算出した結果を Table 7-5 に示す。

Table 7-5 Temperature distributions and thermal stress distributions in the materials at the time when the transient stress become maximum

	Case	$T=C_1 \xi^2 + C_2 \xi^3$		
		C_1	C_2	σ_{max}^*
I	Infinite plate	Cooling	$\frac{1.32 \beta^2}{(3.33 \beta + 6)(6 + \beta)}$	$\frac{M}{3}(1-3\xi^2) + \frac{N}{4}(1-4\xi^3)$
II		Heating	$\frac{\beta - (\beta + 3)N}{\beta + 2}$	
III	Infinite circular cylinder	Cooling	$\frac{50 \beta^2}{(1.5 \beta + 3.25)(6 + \beta)}$	$\frac{M}{4}(1-3\xi^2) + \frac{N}{5}(1-4\xi^3)$
IV		Heating	$\frac{-1.5 \beta}{(\beta - 3)(2 \beta + 4.3)}$	
V	Sphere	Cooling	$\frac{-(10 \beta + 18.5) \beta}{(\beta + 7)(2 \beta + 4.3)}$	$\frac{2M}{5}(1-2\xi^2)$
VI		Heating	$\frac{\beta}{\beta + 2}$	

つぎに、無限体中に存在する長さ $2c$ のクラックに垂直応力が作用した場合の K_I は次式で示されている¹⁵⁾。

$$K_I = \frac{1}{\sqrt{\pi c}} \int_{-c}^{+c} \sigma_y(x) \sqrt{\frac{c+x_1}{c-x_1}} dx_1 \quad (7-15)$$

ここで、 $e=c/l$ 、 $l=x/c$ であり、 x_1 はクラックの進展方向にとった座標で、その原点はクラックの中心とする。いま、材料内の熱応力分布が次式で示されるとする。

$$\sigma_y = A_0 + A_1 \xi + A_2 \xi^2 + A_3 \xi^3 \quad (7-16)$$

ここで、 $A_0 \sim A_3$ は定数である。 σ_y を σ_y^* に書き直すと、次式となる。

$$\sigma_y^* = A_0' + A_1'e \xi + A_2'e^2 \xi^2 + A_3'e^3 \xi^3 \quad (7-17)$$

ここで、 $A_0' \sim A_3'$ は定数である。 (7-17) 式を (7-15) 式に代入すると、次式が得られる。

$$K_I^* = A_0' + A_1' + A_2'/2 + 3A_3'/8 \quad (7-18)$$

ここで、 K_I^* は無次元応力拡大係数で、 $K_I^* = (1-\nu) K_I / E \alpha \Delta \theta (\pi c)^{1/2}$ である。 よって、 (7-18) 式を (7-14) 式と対比すると、 K_I^* は次式により得られる。

$$K_I^* = \left[\left(\frac{C_1}{3} + \frac{C_2}{2} \right) - \frac{C_1}{2} e^2 - \frac{3C_2}{8} e^3 \right] \quad (7-19)$$

他の形状についても同様に K_I^* を算出することができる。 無限平板、無限円柱、球がそれぞれ急熱・急冷されるケースについて K_I^* を算出した結果を Table 7-6 に示す。

Table 7-6 Nondimensional stress intensity factors in case of the material subjected to abrupt heating or cooling.

	Case		K_I^*
I	Infinite plate	Cooling	$-C_1 \left(\frac{2}{3} + e + \frac{e^2}{2} \right) - C_2 \left(\frac{4}{3} + \frac{3}{2} e + e^2 + \frac{3}{8} e^3 \right)$
II		Heating	$C_1 \left(\frac{1}{3} - \frac{e^2}{2} \right) + C_2 \left(\frac{1}{4} - \frac{8}{3} e^3 \right)$
III	Infinite circular cylinder	Cooling	$C_1 \left[\frac{1}{4} - \frac{3(1-a)^2}{4} - \frac{3(1-a)}{2} e - \frac{3}{4} e^2 \right] + \frac{C_2}{5} [1 - 4(1-a)^3 - 12(1-a)^2(e+e^2) - 4e^3]$
IV		Heating	$C_1 \left(\frac{1}{3} - \frac{3}{8} e^2 \right) + C_2 \left(\frac{1}{4} - \frac{6}{20} e^3 \right)$
V	Sphere	Cooling	$\frac{C_1}{5} [2 - 2(1-a)^2 - 4(1-a)e - 2e^2]$
VI		Heating	$\frac{2C_1}{5} [1 - e^2]$

7-4-5-2 徐熱・徐冷条件の場合

つぎに、セラミックスが徐熱・徐冷される条件について考える。無限平板が一定速度で加熱される場合を例に上げると、熱伝導方程式および初期条件、境界条件は次式で示される。

$$\frac{\partial^2 T}{\partial \xi^2} = \frac{\partial T}{\partial \eta} \quad (7-20)$$

$$\eta = 0 \quad \text{で} \quad T = 0 \quad (7-21)$$

$$\xi = 0 \quad \text{で} \quad \frac{\partial T}{\partial \xi} = \beta_1 \left(T - \frac{\eta}{\eta_f} \right) \quad (7-22)$$

$$\xi = 1 \quad \text{で} \quad -\frac{\partial T}{\partial \xi} = \beta_2 \left(T - \frac{\eta}{\eta_f} \right) \quad (7-23)$$

ここで、 η はフーリエ数で β はビオ一数、添字の i , f は最初と最後を示す。このようなケースの定常解は次式で与えられる。

$$T = \frac{\eta}{\eta_f} + \frac{1}{\eta_f} \left\{ \frac{\xi^2}{2} - \left(\frac{2\beta_1 + \beta_1\beta_2}{2(\beta_1 + \beta_2 + \beta_1\beta_2)} \xi \right) + \left(\frac{(\beta_2 + 2)}{2(\beta_1 + \beta_2 + \beta_1\beta_2)} \right) \right\} \quad (7-24)$$

また、熱応力式は次式で示されている。

$$\sigma^* = -T + (4 - 6\xi) \int_0^1 T d\xi - (6 - 12\xi) \int_0^1 T \xi d\xi \quad (7-25)$$

よって、最大熱応力は次式となる。

$$\sigma_{\max}^* = \frac{1}{\eta_f} \left(-\frac{\xi^2}{2} + \frac{\xi}{2} - \frac{1}{12} \right) \quad (7-26)$$

(7-26) 式の最大熱応力を (7-15) 式に代入し、定数を求めれば、前項と同様に容易に応力拡大係数 K_I を算出することができる。

7-5 第 7 章のまとめ

一面加熱された拘束スラブの応力拡大係数を数値計算するためのデータ処理法について検討した。これに基づいて、予き裂を導入した試験片を 3 点で拘束し、一面を薄膜ヒーターで加熱する試験法を用いて熱破壊靱性の評価が可能であることを示した。

3 種類のムライト焼結体を用いて測定した反力データをもとに熱破壊靱性 $K_{IC(T)}$ を求めたところ、同質材料間の相違を正確に評価することができた。このことから、本試験法を用いることでセラミックスの熱破壊靱性を有効に評価できると考えられる。

また、種々の形状のセラミックスが熱衝撃を受ける場合の応力拡大係数を算出する手法を示した。

参考文献（第 7 章）

- 1) N.Kamiya and O.Kamigaito, *J.Mater.Sci.*, 14, 573-582 (1979).
- 2) N.Kamiya and O.Kamigaito, *J.Mater.Sci.*, 24, 2461-2466 (1989).
- 3) S.Sato, H.Awaji and H.Akuzawa, *Carbon*, 16, 103-109 (1978).
- 4) A.F.Emery, A.S.Kobayashi and T.R.Bieler, *ASTM STP 745*, p.257-272 (1981).
- 5) A.F.Emery and A.S.Kobayashi, *J.Am.Ceram.Soc.*, 63, 410-415 (1980).
- 6) N.Noda, Y.Matsunaga, T.Tsuji and H.Nyuko, *J. Thermal Stress*, 12, 369-383 (1989).
- 7) 水谷安伸, 高津 學, 玉井弘二, 平成元年度セラミックス協会東海支部講演要旨集, (1989) p.5.
- 8) T.Nose and T.Fujii, *J.Am.Ceram.Soc.*, 71, 328-33 (1988).
- 9) *ASTM, E399-83*, p.681-705 (1983).
- 10) S.P.Timoshenko and J.N.Goodier, "*Theory of Elasticity*", McGraw-Hill Book Company (1970) p.434.
- 11) J.Lamon, *J.Mater.Sci.*, 16, 2119-2129 (1981).
- 12) A.G.Evans, D.R.Biswas and R.M.Fulrath, *J.Am.Ceram. Soc.*, 62, 95 (1980).

- 13) 若松 盈, 高津 學, "無機材料工学演習", 日刊工業新聞社 (1980)
p.114.
- 14) 例えば, 瀬戸口英善, 日本機械学会誌, 65, (1962) p.94 .
- 15) 例えば, 石田誠, "き裂の弾性解析と応力拡大係数", 培風館
(1978) p.73 .

第 8 章 総括

セラミックスは、その原子間結合の強さから優れた耐熱性を示すが、その反面、本質的に脆性材料であるため、急熱・急冷される使用環境ではその過渡的温度分布から大きな熱応力を生じ、容易に破壊してしまう。セラミックスが熱衝撃がかかる条件下で実用化されにくい理由は、金属材料に比較してコスト高であることもさることながら、この熱衝撃破壊しやすい性質が一つの大きな障害となっている。

これに対して現状では耐熱衝撃性の評価手法は確立されておらず、セラミックスの耐熱衝撃性に関するデータベースも存在しない。このため、メーカー側では耐熱衝撃性に優れた材料を開発するための設計指針を持たず、試行錯誤的に材料開発が行われている。また、ユーザー側でも、熱衝撃破壊に対する信頼性を確保することが困難であり、信頼性評価、寿命評価等の工学的設計はほとんどなされていない。

耐熱衝撃性の評価手法が確立できれば、これらの問題点を解決し、より広範な用途でセラミックスが実用化されると考えられる。このためにも、熱衝撃破壊に関する評価試験法の確立は工学上非常に重要な課題である。

本研究では主として今後の応用が期待されるファインセラミックスを対象として、その耐熱衝撃性を定量的に評価するため、従来行われていた水中急冷による熱衝撃試験に替わる方法として、円板およびスラブを一定熱流束で急速加熱する熱衝撃試験法を提案し、熱衝撃破壊抵抗の評価、熱衝撃破壊損傷の評価、熱衝撃破壊強度の評価、熱衝撃破壊靱性の評価を試みた。論文中では、これらの 4 種類の評価法について、効果的なデータの処理法を示すとともに、数種類のセラミックスを用いて、これらの評価手法の実用性を示した。

また、背景となる伝熱・熱応力解析においては、物性値の温度依存性を考慮した数値計算を行い、温度分布や熱応力、最大熱応力や最大熱応力の発生時刻などを数式的に整理した。

これらの研究成果は、熱衝撃環境にさらされるセラミックス部材の設計に役立つデータを提供することができる。

これまでの研究では、熱衝撃試験法の違いや使用環境の違いによってセラミック材料の耐熱衝撃性の優劣が逆転するという二律背反性の問題点が明らかにされていなかった。この問題に対して、本論文で示した熱衝撃試験法や解析手法を用いれば、異なった熱衝撃試験法による 2 つのデータを比較検討したり、セラミック部材が使用される環境での耐熱衝撃性の優劣を正確に予測できると考えられる。

本研究で得られた結果は次のように要約される。

第 1 章の「序論」では、本研究の必要性を述べたあと、熱衝撃試験に関する最近の研究動向と問題点をまとめ、本論文の目的と構成について述べた。

第 2 章の「物性値の温度依存性を考慮した熱応力の解析について」では、水中急冷法に代表される熱衝撃条件下で急熱・急冷されるセラミックスについて、その熱伝導率および熱拡散率の温度依存性を考慮して平板および円板に生ずる熱応力を数値解析し、発生する最大熱応力の大きさやその発生時刻を相関式として数式的に整理した。この結果、物性値の温度依存性がセラミックスの熱衝撃試験や熱衝撃破壊挙動に及ぼす影響について明かにすることができた。

ここで得られた相関式は、耐熱衝撃性に優れた材料を開発する場合の設計指針として役立つばかりでなく、水中急冷試験における適切な実験条件の設定や、実験結果の検定などの実用的な場面で活用することができる。

第 3 章の「一定熱流束加熱熱衝撃試験における熱応力および温度分布について」では、第 4 章以降で提案した一定熱流束加熱による熱衝撃試験法について、熱伝導率および熱拡散率の温度依存性を考慮した数値解

析によりこれらの熱衝撃破壊挙動を予測し，考察した．

まず，一定熱流束で急熱される円板に発生する熱応力を解析し，その過渡的变化を相関式として整理した結果から，急熱試験では特に熱伝導率の温度依存性が材料の熱破壊挙動に大きく関与することが明らかになった．また熱応力の相関式を用いた実験条件の設定法を示した．

つぎに，一定熱流束で急熱される拘束スラブに生ずる過渡的温度分布の挙動および発生する熱応力，反力を数値解析した．この結果，熱伝導率や熱拡散率の温度依存性が熱応力や反力に及ぼす影響を定量化するとともに，実験において発生する熱応力と反力の関係を示した．

第 4 章の「円板急熱法によるセラミックスの耐熱衝撃抵抗性の評価」では，円板状試験片を一定熱流束で外周から加熱する方法でセラミックスの耐熱衝撃破壊抵抗の評価を試みた．ここでは円板の温度分布を実測することにより，第 3 章の数値計算結果を裏付けるとともに，熱伝導率や熱拡散率の温度依存性がある材料でも，発生する熱応力が正しく推定できること，また，*Hasselman* が示した第一次熱衝撃抵抗係数と同意の熱衝撃破壊抵抗係数 $R_c = \sigma_F / E \alpha$ が精密に測定できることを示した．さらに，数種類のセラミックスについて実験した結果から，熱衝撃破壊抵抗係数 R_c を用いて評価すれば，水中急冷による熱衝撃試験法などの急冷法と互換性のある比較が可能であることを実証した．これによりセラミックスの急熱・急冷における耐熱衝撃性の差異が評価できるようになった．

第 5 章の「円板急熱法によるセラミックスの熱衝撃破壊損傷評価」では，第 4 章と同じ円板状試験片を一定熱流束で外周から加熱する熱衝撃試験法を用い，破壊後の試験片の破壊面の面積を実測することにより，セラミックスの熱衝撃破壊損傷に対する抵抗性が評価できることを示した．実験の結果，試験片に蓄えられる弾性歪みエネルギー U_F に比例して破壊損傷は大きくなり， U_F の約 30% が破壊仕事に消費されることが判明した．また，数値計算結果から，セラミックスを急熱した場合と急

冷した場合の損傷の差異についても言及した。

第 6 章の「一面を急熱される拘束スラブの反力測定によるセラミックスの熱破壊強度の評価」では、3 点で拘束したセラミックススラブの一面を一定熱流束で加熱する方法を用いて、セラミックスの熱衝撃試験を試みた。ここでは、第 3 章における数値計算結果との比較から、拘束したセラミックススラブを一面加熱した際に、発生する熱応力と拘束点に生ずる反力の関係を示すとともに、アルミナおよびマイカセラミックスを用いた実験結果から、反力測定によってセラミックスの熱破壊強度が測定できることを実証した。また、この熱破壊強度は、機械的強度とは異なる値を示すなどの重要な知見を得た。

第 7 章の「疲労予き裂を導入した拘束スラブの一面加熱によるセラミックスの熱破壊靱性の測定」では、第 6 章と同じく拘束したセラミックススラブの一面を一定熱流束で加熱する方法を応用し、疲労予き裂を導入した試験片を用いることにより、熱衝撃破壊靱性の測定が可能であることを示した。ここでは、予き裂試験片のき裂先端における応力拡大係数を算出し、反力データからのデータ処理法を示した。また、3 数種のムライトを用いて熱衝撃破壊靱性を実測した結果から、同質材料間のわずかな相違を正確に評価できることが実証できた。

さらに、種々の形状のセラミックスが熱衝撃を受ける場合の応力拡大係数を算出する手法を示した。

第 8 章の「総括」では、第 2 章から第 7 章までの結果および結論をまとめた。

なお、本研究における解析は線形破壊力学に基づくものであり、塑性や粘性を示す材料や高温における熱衝撃破壊挙動の解析には十分なものとはいえない。今後の研究課題とするとともに、多くの研究者によりセラミックスの熱衝撃研究が進展することを期待したい。

Nomenclature

- A : Coefficient of temperature dependence in thermal conductivity λ , [-]
 A_s : Fracture surface area, [m²]
 B : Coefficient of temperature dependence in thermal diffusivity κ , [-]
 a, b and n : Fitting parameter in temperature distribution, (a : Temperature at $\xi = 0$,
 b : Temperature at $\xi = 1$, n : Figure of temperature distribution)
 $\theta = a + b \xi^n$: a, b [K], n [-], $T = a + b \xi^n$: a, b, n [-]
 $a \sim d$: Fitting parameter in correlative equations, $1/\beta = a + b/\beta + (1-a)\exp(c/\beta + d)$
 C_P : Specific heat, [J • Kg⁻¹ • K⁻¹]
 c : Crack length, [m]
 c_0 : Initial crack length, [m]
 E : Young's modulus, [Pa]
 e : Nondimensional crack length, $e = c/l$, [-]
 F : Conversion function of nondimensional temperature T , [-]
 $f(\xi_0, n)$: Function of stress distribution (about the elastic strain energy), [-]
 h : Heat transfer coefficient, [Wm⁻² K⁻¹]
 K_{IC} : Fracture toughness, [Pa • m^{0.5}]
 $K_{IC(T)}$: Fracture toughness in thermal fracture, [Pa • m^{0.5}]
 K_I : Stress intensity factor (Mode I displacement), [Pa • m^{0.5}]
 K_I^* : Nondimensional stress intensity factor, [-]
 L : Lower span length of three-point bending jig, [m]
 l : Half thickness of the infinite plate, or height of the slab specimen, [m]
 m : Weibull modulus, [-]
 N : Number of fragment per specimen, [-]
 P_L : Repulsive load, [N]
 P_P : Preliminary load, [N]
 P^* : Nondimensional repulsive load, [-]
 Q : Nondimensional heat flux, $Q = q_{ro}/\lambda (\theta_f - \theta_i)$, [-]

- q : Supplied carolies per unit area, $[W \cdot m^{-2}]$
- R : First kind of thermal shock resistance parameter, $R=(1-\nu) \sigma_F / E \alpha$, [K]
- R_c : Thermal shock fracture resistance parameter, $R_c= \sigma_F / E \alpha$, [K]
- R' : Second kind of thermal shock resistance parameter, $R'= \sigma_F \lambda / E \alpha$, $[W \cdot m^{-1}]$
- R'''' : Thermal shock damage resistance parameter, $R''''= \gamma_F E / \sigma_F$, [m]
- Rf : Risk of rapture, [-]
- r : Distance from the center of disk, [m]
- r_o : Radius of the disk specimen, [m]
- U : Elastic strain energy, [J]
- U_F : Elastic strain energy at fracture, [J]
- U^* : Nondimensional elastic strain energy, [-]
- T : Nondimensional temperature, $T=(\theta - \theta_i) / (\theta_f - \theta_i)$, [-]
- t : Time, [h]
- V : Volume of the specimen, $[m^3]$
- Y : Geometric parameter of stress intensity factor, $Y= P^* / K_I^*$, [-]
- x : Distance from the center of the plate, [m]
- α : Thermal expansion coefficient, $[K^{-1}]$
- β : Biot number, $\beta = hl / \lambda$ or hr_o / λ , [-]
- β : Biot number normalized at initial temperature, $(\lambda = \lambda_i)$, [-]
- γ_F : Work of fracture per unit area, $[J \cdot m^{-2}]$
- δ : Thickness of the specimen, [m]
- η : Fourier's number, $\eta = \kappa t / r_o^2$ or $\kappa t / l^2$, [-]
- η_i : Fourier's number normalized at initial temperature, (at $\kappa = \kappa_i$), [-]
- η_{max} : Fourier's number at the thermal stress equal maximum, [-]
- θ : Temperature, [K]
- $\Delta \theta$: Temperature difference, $\theta_f - \theta_i$, [K]
- $\Delta \theta_{max}$: Maximum temperature difference (at the fracture occurred), [K]
- κ : Thermal diffusivity, $[m^2 \cdot h^{-1}]$
- λ : Thermal conductivity, $[W \cdot m^{-1} K^{-1}]$
- λ^* : Temperature dependence function of thermal conductivity, $\lambda^* = e^{A T}$, [-]

- κ^* : Temperature dependence function of thermal diffusivity, $\kappa^* = e^{B T}$, [-]
- ξ : Nondimensional distance, $\xi = r/r_0$ or x/l , [-]
- ξ_0 : Nondimensional distance at the stress equal zero, [-]
- ρ : Density, [Kg \cdot m⁻³]
- σ^* : Nondimensional thermal stress, $\sigma^* = \sigma / E \alpha \Delta \theta$, [-]
- σ^*_{max} : Nondimensional maximum thermal stress, [-]
- σ : Thermal stress, [Pa]
- σ_F : Fracture strength, [Pa]
- σ_T : Tensile strength, [Pa]
- σ_{3PB} : Three-point bending strength, [Pa]
- $\phi(T)$: Nondimensional parameter of temperature distribution, $\phi(T) = P_L / \sigma \times L / \delta l^2$
(means ratio of the repulsive load and the thermal stress), [-]

subscript

- i, f : Initial or final condition
- r, θ : Radial or tangential direction
- h or *heat* : Heating condition
- q or *quench* : Quenching condition
- F : At the fracture occurred

APPENDIX- I 無限平板の急熱・急冷に関する熱伝導方程式 および差分方程式

無限平板をその両面から均等に急熱・急冷する場合において，材料の熱伝導率 λ （あるいは，熱拡散率 κ ）に温度依存性がある場合の熱伝導方程式および差分方程式の導出過程を示す．

まず，無限平板に関する熱伝導方程式，初期条件，境界条件は次式で示される．

$$\text{熱伝導方程式} \quad \frac{\partial}{\partial x} \left[\kappa \frac{\partial \theta}{\partial x} \right] = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (\text{A1-1})$$

$$\text{初期条件} \quad t = 0 \quad \text{で} \quad \theta = \theta_i \quad (\text{A1-2})$$

$$\text{境界条件} \quad x = 0 \quad \text{で} \quad \frac{\partial \theta}{\partial x} = 0 \quad (\text{A1-3})$$

$$x = l \quad \text{で} \quad \pm \frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{h}{\lambda} (\theta - \theta_f) \quad (\text{A1-4})$$

ここで λ ， κ が温度の関数であるとして，次式を満たすと仮定する．

$$\lambda = \lambda_i \cdot \lambda(\theta) \quad (\text{A1-5})$$

$$\kappa = \kappa_i \cdot \kappa(\theta) \quad (\text{A1-6})$$

ここで， κ_i ， λ_i は初期温度での値であり，定数である．

(A1-6) 式を (A1-1) 式に代入すると次式となる．

$$\frac{\partial}{\partial x} \left[\kappa_i \cdot \kappa(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial x} \right] = \frac{\partial \theta}{\partial t} \quad (\text{A1-1})'$$

(A1-1)'，(A1-2)，(A1-3)，(A1-4) 式を無次元化するため，以下の無次元変数を用いる．

$$\eta = \frac{\kappa t}{l^2}, \quad \xi = \frac{x}{l}, \quad T = \frac{\theta - \theta_i}{\theta_f - \theta_i}, \quad \beta = \frac{hl}{\lambda} \quad (\text{A1-7})$$

ここで、 η はフーリエ数、 l は板厚の半分、 ξ は無次元距離、 x は板の中心からの距離（方向は長さ l と同じ）である。 T は無次元温度、 θ は温度で添え字の i 、 f はそれぞれ最初と最後を示す。 β はビオ一数、 h は熱伝達係数である。 これらを用いてそれぞれ $\partial \theta \rightarrow \partial T$ 、 $\partial x \rightarrow \partial \xi$ 、 $\partial t \rightarrow \partial \eta$ へ変換する。 (A1-7) 式から次式が得られる。

$$\partial \theta = (\theta_f - \theta_i) \partial T, \quad \partial x = l \partial \xi, \quad \partial t = \frac{l^2}{\kappa} \partial \eta = \frac{l^2}{\kappa_i \cdot \kappa^*} \partial \eta \quad (\text{A1-8})$$

また、(A1-5) 式、(A1-6) 式中の $\lambda(\theta)$ 、 $\kappa(\theta)$ が試験をする温度範囲内で直線近似できると考えると、次式が成立する。

$$\lambda(\theta) = 1 + A \frac{\theta - \theta_i}{\theta_f - \theta_i}$$

$$\kappa(\theta) = 1 + B \frac{\theta - \theta_i}{\theta_f - \theta_i}$$

無次元温度を用いて書き換えると、次式となる。

$$\lambda^* = 1 + AT \quad (\text{A1-9})$$

$$\kappa^* = 1 + BT \quad (\text{A1-10})$$

したがって、(A1-5) 式、(A1-6) 式は次式となる。

$$\lambda = \lambda_i (1 + AT) \quad (\text{A1-11})$$

$$\kappa = \kappa_i (1 + BT) \quad (\text{A1-12})$$

熱伝導方程式は (A1-1)' 式、(A1-8)、(A1-12) 式より次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{1}{l} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\kappa_i \cdot \kappa^* \cdot \left(\frac{\theta_f - \theta_i}{l} \right) \frac{\partial T}{\partial \xi} \right] &= \frac{\kappa_i \cdot \kappa^* (\theta_f - \theta_i)}{l^2} \frac{\partial T}{\partial \eta} \\ \therefore \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\kappa^* \frac{\partial T}{\partial \xi} \right] &= \kappa^* \frac{\partial T}{\partial \eta} \end{aligned} \quad (\text{A1-1})''$$

ここで, $\eta = \frac{\kappa t}{l^2} = \frac{\kappa_i \cdot \kappa^* t}{l^2}$ より $\eta_i = \frac{\kappa_i t}{l^2}$ とすると η は次式で表される.

$$\eta = \kappa^* \eta_i \quad (\text{A1-13})$$

また, $\partial \eta = \kappa^* \partial \eta_i$ より (A1-1) " 式は次式となる.

$$\therefore \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\kappa^* \frac{\partial T}{\partial \xi} \right] = \frac{\partial T}{\partial \eta_i} \quad (\text{A1-14})$$

初期条件 (A1-2) 式は次式となる.

$$\eta_i = 0 \quad \text{で} \quad T = 0 \quad (\text{A1-15})$$

境界条件 (A1-3) 式は, $\frac{\partial \theta}{\partial x} = \frac{(\theta_f - \theta_i)}{l} \frac{\partial T}{\partial \xi} = 0$ より, 次式となる.

$$\xi = 0 \quad \text{で} \quad \frac{\partial T}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{A1-16})$$

境界条件 (A1-4) 式は, つぎのようになる.

$$\begin{aligned} \pm \frac{\partial \theta}{\partial x} &= \frac{h}{\lambda} (\theta - \theta_f) \\ \pm \frac{(\theta_f - \theta_i)}{l} \frac{\partial T}{\partial \xi} &= \frac{h}{\lambda} [\theta - \theta_i - (\theta_f - \theta_i)] \\ \pm \frac{\partial T}{\partial \xi} &= \frac{hl}{\lambda} \left[\frac{\theta - \theta_i}{\theta_f - \theta_i} - \frac{\theta_f - \theta_i}{\theta_f - \theta_i} \right] \\ \pm \frac{\partial T}{\partial \xi} &= \beta (T - 1) \end{aligned} \quad (\text{A1-17})$$

ここで, $\beta = \frac{hl}{\lambda}$, $\lambda = \lambda_i \times \lambda^*$ より, $\beta = \frac{hl}{\lambda_i} \frac{1}{\lambda^*} = \frac{\beta_i}{\lambda^*}$, ただし, $\beta_i = \frac{hl}{\lambda_i}$ であ

る. 結局, 境界条件は次式で示される.

$$\pm \frac{\partial T}{\partial \xi} = \frac{\beta_i (T-1)}{\lambda^*} \quad (\text{A1-18})$$

$$\therefore \xi=1 \text{ で } \pm \frac{\partial T}{\partial \xi} = \frac{\beta_i (T-1)}{\lambda^*}$$

したがって、無次元化された熱伝導方程式は (A1-19) 式～ (A1-22) 式となる。

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[\kappa^* \frac{\partial T}{\partial \xi} \right] = \frac{\partial T}{\partial \eta_i} \quad (\text{A1-19})$$

$$\eta_i = 0 \text{ で } T=0 \quad (\text{A1-20})$$

$$\xi = 0 \text{ で } \frac{\partial T}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{A1-21})$$

$$\xi = 1 \text{ で } \pm \frac{\partial T}{\partial \xi} = \frac{\beta_i (T-1)}{\lambda^*} \quad (\text{A1-22})$$

(A1-19) 式～ (A1-22) 式を差分法を用いて計算するために次式を用いて変数変換する。

$$F = \int_0^T \kappa^* dT \quad (\text{A1-23})$$

$\partial F = \kappa^* \partial T$ より, (A1-19) 式は, (A1-24) 式となる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\frac{\partial F}{\partial \xi} \right] &= \frac{1}{\kappa^*} \frac{\partial F}{\partial \eta_i} \\ \therefore \frac{\partial}{\partial \xi} \left[\kappa^* \frac{\partial F}{\partial \xi} \right] &= \frac{\partial F}{\partial \eta_i} \end{aligned} \quad (\text{A1-24})$$

ここで $F = \int_0^T \kappa^* dT$, $F = \int_0^T (1+BT) dT$ から, $T \rightarrow F$ の変換は次式による。

$$F = T + \frac{1}{2} BT^2 \quad (\text{A1-25})$$

また, $F \rightarrow T$ の変換は, $T = \frac{1}{B} [1 + \sqrt{-1 \pm 2BF}]$, $T > 0$ なので次式による.

$$T = \frac{1}{B} [1 + \sqrt{-1 + 2BF}] \quad (\text{A1-26})$$

よって, 初期条件 (A1-20) 式は, (A1-25) 式より, 次式となる.

$$\eta_i = 0 \quad \text{で} \quad F = 0 \quad (\text{A1-27})$$

境界条件 (A1-21) 式は $\frac{1}{\kappa^*} \frac{\partial F}{\partial \xi} = 0$ より, 次式となる.

$$\xi = 0 \quad \text{で} \quad \frac{\partial F}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{A1-28})$$

境界条件 (A1-22) 式は, $\pm \frac{1}{\kappa^*} \frac{\partial F}{\partial \xi} = \frac{\beta_i (T-1)}{\lambda^*}$, $\pm \frac{\partial F}{\partial \xi} = \beta_i (T-1) \frac{\kappa^*}{\lambda^*}$ および,

$F_r = T-1 = \frac{1}{B} [1 + \sqrt{-1 + 2BF}] - 1$ とすると, 次式となる.

$$\xi = 1 \quad \text{で} \quad \pm \frac{\partial F}{\partial \xi} = \beta_i F_r \frac{\kappa^*}{\lambda^*} \quad (\text{A1-29})$$

したがって, 変数変換した熱伝導方程式および初期条件, 境界条件は次のようになる.

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[\kappa^* \frac{\partial F}{\partial \xi} \right] = \frac{\partial F}{\partial \eta_i} \quad (\text{A1-30})$$

$$\eta_i = 0 \quad \text{で} \quad F = 0 \quad (\text{A1-31})$$

$$\xi = 0 \quad \text{で} \quad \frac{\partial F}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{A1-32})$$

$$\xi = 1 \quad \text{で} \quad \pm \frac{\partial F}{\partial \xi} = \beta_i F_r \frac{\kappa^*}{\lambda^*} \quad (\text{A1-33})$$

ただし, $F_r = \frac{1}{B} [1 + \sqrt{-1 + 2BF}] - 1$ である.

(A1-30) 式～ (A1-33) 式を陽解法で数値計算するための差分方程式は，熱伝導方程式の左辺を前進差分とし，右辺および境界条件を中心差分とすると，次式で示される．

$$F_{m,n+1} = \kappa^*(T_{m,n}) \frac{\Delta \eta_i}{\Delta \xi^2} (F_{m+1,n} - 2F_{m,n} + F_{m-1,n}) + F_{m,n} \quad (\text{A1-34})$$

$$\eta = 0 \text{ で, } F_{m,n} = 0 \quad (\text{A1-35})$$

$$\xi = 0 \text{ で, } F_{m,n} = F_{m-1,n} \text{ より,}$$

$$F_{m,n+1} = 2\kappa^*(T_{m,n}) \frac{\Delta \eta_i}{\Delta \xi^2} (F_{m+1,n} - F_{m-1,n}) + F_{m,n} \quad (\text{A1-36})$$

$$\xi = 1 \text{ で, } F_{m+1,n} = F_{m-1,n} - 2\Delta \xi \beta_i Ff_{m,n} \frac{\kappa^*}{\lambda^*} \text{ より,}$$

$$F_{m,n+1} = 2\kappa^*(T_{m,n}) \frac{\Delta \eta_i}{\Delta \xi^2} (F_{m-1,n} - F_{m,n} + NFf_{m,n}) + F_{m,n} \quad (\text{A1-37})$$

ここで， $N = \beta_i \Delta \xi$ で，添字 m, n はそれぞれ ξ, η の分割の m 番目， n 番目である．なお，上式を用いる陽スキームでは， $\kappa^* \Delta \eta / \Delta \xi \leq 1/2$ が安定条件となる．

つぎに，(A1-30) 式～ (A1-33) 式を Crank-Nicolson 法で計算するための差分方程式を以下に示す．

本法では $\frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2}$ を第 n 時刻と第 $n+1$ 時刻の 2 階差分の平均とする．

以下 m は ξ の分割番号， n は η の分割番号である．

$$(\text{A1-30}) \text{ 式は } \frac{\kappa^*}{2\Delta \xi^2} [(F_{m+1,n+1} - 2F_{m,n+1} + F_{m-1,n+1}) + (F_{m+1,n} - 2F_{m,n} + F_{m-1,n})] = \frac{1}{\Delta \eta_i} [F_{m,n+1} - F_{m,n}]$$

であり， $\frac{\Delta \eta_i}{\Delta \xi^2} = S$ として左辺を第 $n+1$ 項，右辺を第 n 項として整理すると，次式となる．

$$-\frac{S}{2} \kappa^* F_{m+1,n+1} + (S\kappa^* + 1) F_{m,n+1} - \frac{S}{2} \kappa^* F_{m-1,n+1} = \frac{S}{2} \kappa^* F_{m+1,n} - (S\kappa^* - 1) F_{m,n} + \frac{S}{2} \kappa^* F_{m-1,n} \quad (\text{A1-38})$$

(A1-32) 式は, $\xi=0$ なので $m=0$ とした中心差分をとると,

$$\frac{1}{2\Delta\xi}[F_{m+1,n}-F_{m-1,n}]=0 \text{ より } F_{1,n}=F_{-1,n}, F_{1,n+1}=F_{-1,n+1} \text{ となり, これを (A1-38) 式に}$$

代入して整理すると, 次式となる.

$$(S\kappa^*+1)F_{0,n+1}-S\kappa^*F_{1,n+1}=-(S\kappa^*-1)F_{0,n}+S\kappa^*F_{1,n} \quad (\text{A1-39})$$

(A1-33) 式は, $\xi=1$ なので $m=m$ とした中心差分をとると,

$$-\frac{1}{2\Delta\xi}(F_{m+1,n}-F_{m-1,n})=\beta_i F_{f,m,n} \frac{\kappa^*}{\lambda^*} \text{ より, 次式となる.}$$

$$F_{m+1,n}=F_{m-1,n}-\Delta\xi\beta_i F_{f,m,n} \frac{\kappa^*}{\lambda^*}, F_{m+1,n+1}=F_{m-1,n+1}-\Delta\xi\beta_i F_{f,m,n} \frac{\kappa^*}{\lambda^*} \text{ これを (A1-38) 式に}$$

代入して整理すると, 次式となる.

$$-S\kappa^*F_{m-1,n+1}+(S\kappa^*+1)F_{m,n+1}=S\kappa^*F_{m-1,n}-(S\kappa^*-1)F_{m,n}-2S\Delta\xi\beta_i F_{f,m,n} \frac{\kappa^{*2}}{\lambda^*} \quad (\text{A1-40})$$

また, 初期条件 (A1-31) 式は, $n=0$ で $F=0$ となる.

したがって, 熱伝導方程式, 及び各境界条件の差分方程式は次式で示される.

$$-\frac{S}{2}\kappa^*F_{m+1,n+1}+(S\kappa^*+1)F_{m,n+1}-\frac{S}{2}\kappa^*F_{m-1,n+1}=\frac{S}{2}\kappa^*F_{m+1,n}-(S\kappa^*-1)F_{m,n}+\frac{S}{2}\kappa^*F_{m-1,n} \quad (\text{A1-41})$$

$$m=0 \text{ で } (S\kappa^*+1)F_{0,n+1}-S\kappa^*F_{1,n+1}=-(S\kappa^*-1)F_{0,n}+S\kappa^*F_{1,n} \quad (\text{A1-42})$$

$m=m$ で

$$-S\kappa^*F_{m-1,n+1}+(S\kappa^*+1)F_{m,n+1}=S\kappa^*F_{m-1,n}-(S\kappa^*-1)F_{m,n}-2S\Delta\xi\beta_i F_{f,m,n} \frac{\kappa^{*2}}{\lambda^*} \quad (\text{A1-43})$$

APPENDIX- II 円板の一定熱流束加熱・冷却に関する熱伝導 方程式および差分方程式

円板がその円周から一定熱流束で加熱または冷却される場合，熱伝導方程式および初期条件，境界条件は次式で与えられる．

$$\frac{\partial}{\partial \xi} \left[\kappa^* \frac{\partial T}{\partial \xi} \right] + \frac{\kappa^*}{\xi} \frac{\partial T}{\partial \xi} = \frac{\partial T}{\partial \eta_i} \quad (\text{A2-1})$$

$$\eta = 0 \quad \text{で} \quad T = 0 \quad (\text{A2-2})$$

$$\xi = 0 \quad \text{で} \quad \frac{\partial T}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{A2-3})$$

$$\xi = 1 \quad \text{で} \quad \frac{\partial T}{\partial \xi} = \frac{Q_i}{\lambda^*} \quad (\text{A2-4})$$

ここで， $T = (\theta - \theta_i) / (\theta_f - \theta_i)$ ， $\xi = x / r_0$ ， $\eta_i = \kappa_i t / r_0^2$ ，である． θ は温度で添字の i, f は最初および最後を示す． ξ は無次元長さで， r_0 は円板の半径， x は円板の中心から外向きにとった距離である． η はフーリエ数， κ は熱拡散率で $\kappa^* = \kappa / \kappa_i$ ， $\kappa = \lambda / C_p \rho$ ， λ は熱伝導率で $\lambda^* = \lambda / \lambda_i$ である． Q は無次元熱流束で， $Q = q r_0 / \lambda (\theta_f - \theta_i)$ ， q は単位面積あたりの発熱量である．また， λ は板の熱伝導率， C_p ， ρ はそれぞれ比熱および比重で， t は時間である．上式の熱拡散率 κ 及び無次元熱流束 Q に含まれる熱伝導率 λ を温度の関数として，近似的に熱衝撃試験が行われる温度域で次式が成立すると考える．

$$\lambda = \lambda_i e^{A T} \quad (\text{A2-5})$$

$$\kappa = \kappa_i e^{B T} \quad (\text{A2-6})$$

ただし， λ ， κ の添字 i は初期温度であり， A ， B はセラミックスの熱伝導率および熱拡散率の温度依存性を示す温度係数である．

つぎに，(A2-7)式を用いて(A2-1)～(A2-4)式を変数変換すると，(A2-8)

～(A2-11)となる.

$$F = \int_0^T \kappa^* dT \quad (\text{A2-7})$$

$$\kappa^* \left[\frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{\partial F}{\partial \xi} \right] = \frac{\partial F}{\partial \eta_i} \quad (\text{A2-8})$$

$$\eta_i = 0 \quad \text{で} \quad F = 0 \quad (\text{A2-9})$$

$$\xi = 0 \quad \text{で} \quad \frac{\partial F}{\partial \xi} = 0 \quad (\text{A2-10})$$

$$\xi = 1 \quad \text{で} \quad \frac{\partial F}{\partial \xi} = Q_i \frac{\kappa^*}{\lambda^*} \quad (\text{A2-11})$$

ここで, $\eta_i = \kappa_i t / r_0^2$, $Q_i = q r_0 / \lambda_i (\theta_f - \theta_i)$ である.

(A2-8)式の右辺を前進差分とし, 左辺および初期条件・境界条件を中心差分とする差分方程式は次式で示される.

$$\begin{aligned} F_{m,n+1} = & \kappa^*(T_{m,n}) \frac{\Delta \eta_i}{\Delta \xi^2} (F_{m+1,n} - 2F_{m,n} + F_{m-1,n}) \\ & + \kappa^*(T_{m,n}) \frac{\Delta \eta_i}{2\xi \Delta \xi} (F_{m+1,n} + F_{m-1,n}) + F_{m,n} \end{aligned} \quad (\text{A2-12})$$

$$\eta = 0 \text{で, } F_{m,n} = 0 \quad (\text{A2-13})$$

$\xi = 0$ では, $F_{m,n} = F_{m-1,n}$ である.

ここで, $\xi = 0$ では(A2-8)式の左辺第2項が成立しないので, Maclaulin展開を用いると $\frac{1}{\xi} \frac{\partial F}{\partial \xi} = \frac{\partial^2 F}{\partial \xi^2}$ となる. よって, 差分方程式は次式となる.

$$F_{m,n+1} = 4\kappa^*(T_{m,n}) \frac{\Delta \eta_i}{\Delta \xi^2} (F_{m+1,n} - F_{m-1,n}) + F_{m,n} \quad (m=0) \quad (\text{A2-14})$$

$\xi=1$ では, $F_{m+1,n} - F_{m-1,n} = 2 \Delta \xi Q_i \frac{\kappa^*}{\lambda^*}$ より,

$$\begin{aligned} F_{m,n+1} &= 2 \kappa^*(T_{m,n}) \frac{\Delta \eta_i}{\Delta \xi^2} (F_{m-1,n} - F_{m,n} - N) \\ &\quad + 2 \kappa^*(T_{m,n}) \frac{\Delta \eta_i}{\xi \Delta \xi} N + F_{m,n} \end{aligned} \quad (\text{A2-15})$$

ここで, $N = Q_i \Delta \xi \kappa^* / \lambda^*$ で, 添字 m, n はそれぞれ ξ, η の分割の m 番目, n 番目である.

なお, (A2-8)~(A2-11)式を満足する差分方程式は, 他にもいくつか存在する. たとえば, (A2-8)式の右辺と左辺第2項を前進差分, 左辺第1項と初期条件・境界条件を中心差分とした場合の差分方程式は次式で示される.

$$\begin{aligned} F_{m,n+1} &= \kappa^*(T_{m,n}) \frac{\Delta \eta_i}{\Delta \xi^2} (F_{m+1,n} - 2F_{m,n} + F_{m-1,n}) \\ &\quad + \kappa^*(T_{m,n}) \frac{\Delta \eta_i}{\xi \Delta \xi} (F_{m+1,n} + F_{m,n}) + F_{m,n} \end{aligned} \quad (\text{A2-16})$$

$$\eta=0 \text{で, } F_{m,n}=0 \quad (\text{A2-17})$$

$$\xi=0 \text{で, } F_{m,n+1} = 4 \kappa^*(T_{m,n}) \frac{\Delta \eta_i}{\Delta \xi^2} (F_{m+1,n} - F_{m,n}) + F_{m,n} \quad (m=0) \quad (\text{A2-18})$$

$$\begin{aligned} \xi=1 \text{で, } F_{m,n+1} &= 2 \kappa^*(T_{m,n}) \frac{\Delta \eta_i}{\Delta \xi^2} (F_{m-1,n} - F_{m,n} - N) \\ &\quad + \kappa^*(T_{m,n}) \frac{\Delta \eta_i}{\xi \Delta \xi} (F_{m-1,n} - F_{m,n} - 2N) + F_{m,n} \end{aligned} \quad (\text{A2-19})$$

以上の差分方程式は最も簡単な陽解法で数値計算することができる. しかし, 陽解法では $\kappa^* \Delta \eta / \Delta \xi \leq 1/2$ が安定条件となるため, これ以

外の範囲では計算できない短所がある。陰解法，たとえばClank-Nicolson法を用いれば無条件に安定となり，時間2次精度が得られるため，比較的加熱時間の長い条件でも精度を得ることができる。

(A2-8)～(A2-11)式について，Clank-Nicolson法を用いて数値計算するための差分方程式は次式となる。

$$\begin{aligned}
 & -\kappa^*(T_{m,n})\left(\frac{N_1}{2}+N_2\right)F_{m+1,n+1} + \{\kappa^*(T_{m,n})N_1+1\}F_{m,n+1} - \kappa^*(T_{m,n})\left(\frac{N_1}{2}-N_2\right)F_{m-1,n+1} \\
 & = \kappa^*(T_{m,n})\left(\frac{N_1}{2}+N_2\right)F_{m+1,n} - \{\kappa^*(T_{m,n})N_1-1\}F_{m,n} + \kappa^*(T_{m,n})\left(\frac{N_1}{2}-N_2\right)F_{m-1,n}
 \end{aligned} \tag{A2-20}$$

$\xi=0$ では， $F_{m+1,n}=F_{m-1,n}$ ， $F_{m+1,n+1}=F_{m-1,n+1}$ より，

$$\begin{aligned}
 & -2\kappa^*(T_{m,n})N_1 F_{m+1,n+1} + \{2\kappa^*(T_{m,n})N_1+1\}F_{m,n+1} \\
 & = 2\kappa^*(T_{m,n})N_1 F_{m+1,n} - \{2\kappa^*(T_{m,n})N_1-1\}F_{m,n} \quad (m=0)
 \end{aligned} \tag{A2-21}$$

$\xi=1$ では， $F_{m+1,n}-F_{m-1,n}=2\Delta\xi Q_i \frac{\kappa^*}{\lambda^*}$ ， $F_{m+1,n+1}-F_{m-1,n+1}=2\Delta\xi Q_i \frac{\kappa^*}{\lambda^*}$ より，

$$\begin{aligned}
 & -\kappa^*(T_{m,n})N_1 F_{m+1,n+1} + \{\kappa^*(T_{m,n})N_1+1\}F_{m,n+1} \\
 & = \kappa^*(T_{m,n})N_1 F_{m+1,n} - \{\kappa^*(T_{m,n})N_1-1\}F_{m,n} - 4\kappa^*(T_{m,n})\left(\frac{N_1}{2}-N_2\right)N
 \end{aligned} \tag{A2-22}$$

ただし， $N=Q_i \Delta\xi \kappa^* / \lambda^*$ である。

また， $N_1=\frac{\Delta\eta_i}{\Delta\xi^2}$ ， $N_2=\frac{\Delta\eta_i}{4\xi\Delta\xi}$ である。

APPENDIX-III 熱応力破壊における破壊の危険率

(1) 平板の場合

破壊が体積依存である場合、破壊の危険率は次式で示される。

$$Rf = \int_v \left(\frac{\sigma}{\sigma_0} \right)^m dV \quad (A3-1)$$

板厚方向の過渡的温度分布が次式で近似できるとする。

$$T = a + b \xi^n \quad (A3-2)$$

(A3-2) 式を熱応力式に代入すると、板内の熱応力分布は次式となる。

$$\sigma = b \left[\frac{1}{n+1} - \xi^n \right] \quad (A3-3)$$

また、熱応力が 0 となる位置 ξ_0 は次式となる。

$$\xi_0 = \left[\frac{1}{n+1} \right]^{1/n} \quad (A3-4)$$

(A3-3) 式を (A3-1) 式に代入すると、両面から急冷される平板における破壊の危険率は次式で示される。

$$R_{Quench} = \left[\frac{b}{\sigma_0} \right]^m V \int_{\xi_0}^1 \left[\frac{1}{n+1} - \xi^n \right]^m d\xi \quad (A3-5)$$

また、両面から加熱される平板の場合には次式となる。

$$R_{Heat} = \left[\frac{b}{\sigma_0} \right]^m V \int_0^{\xi_0} \left[\frac{1}{n+1} - \xi^n \right]^m d\xi \quad (A3-6)$$

(2) 円板の場合

平板の場合と同様に、板厚方向の過渡的温度分布が (A3-2) 式で近似できるとすると、円板の半径方向の熱応力分布は次式で示される。

$$\sigma = \left(\frac{b}{n+2} \right) (1 - \xi^n(n+1)) \quad (\text{A3-7})$$

また，熱応力が 0 となる位置 ξ_0 は次式となる．

$$\xi_0 = \left(\frac{1}{n+1} \right)^{1/n} \quad (\text{A3-8})$$

(A3-7) 式を (A3-1) 式に代入すると，円周から急冷される円板もしくは円柱における破壊の危険率は次式で示される．

$$R_{\text{Quench}} = \left(\frac{b}{\sigma_0(n+2)} \right)^m V \int_{\xi_0}^1 (1 - \xi^n(n+1))^m \xi d\xi \quad (\text{A3-9})$$

同様に，円周から急熱される円板の場合には次式となる．

$$R_{\text{Heat}} = \left(\frac{b}{\sigma_0(n+2)} \right)^m V \int_0^{\xi_0} (1 - \xi^n(n+1))^m \xi d\xi \quad (\text{A3-10})$$

(3) 機械的強度試験の場合（参考）

参考のため，機械的強度試験における破壊の危険率を次に示す．

1). 単純曲げの場合には，

$$R_b = \left(\frac{\sigma_b}{\sigma_0} \right)^m V \frac{1}{2(m+1)}$$

2). 3 点曲げの場合には，

$$R_{3\text{Pb}} = \left(\frac{\sigma_{3\text{Pb}}}{\sigma_0} \right)^m V \frac{1}{2(m+1)^2}$$

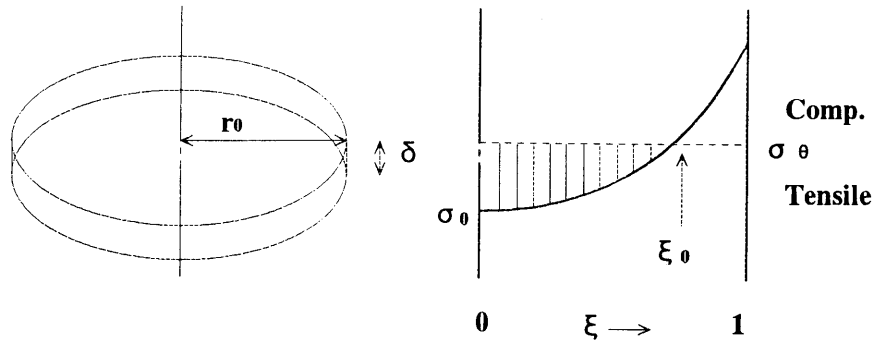
3). 4 点曲げ試験の場合には，

$$R_{4\text{Pb}} = \left(\frac{\sigma_{4\text{Pb}}}{\sigma_0} \right)^m V \frac{(m+2)}{4(m+1)^2}$$

APPENDIX- IV 円周から一定熱流束で加熱もしくは冷却される 円板の弾性歪みエネルギー

円周から一定熱流束で加熱もしくは冷却される円板が破壊したとき、引張り応力域に蓄えられている弾性歪みエネルギーを求める。

まず、弾性歪みエネルギーの定義から、次式の関係が得られる。



$$\begin{aligned}
 U &= \int_v \frac{\sigma^2}{2E} dV, \quad dV = dA \cdot dx = r \cdot dr \cdot 2\pi \delta \\
 &= 2\pi \delta \int_0^{r_{\sigma=0}} \frac{\sigma^2}{2E} r dr = \frac{2\pi \delta}{2E} \int_0^{\xi_0} \sigma r_0^2 \xi d\xi \quad (A4-1)
 \end{aligned}$$

無次元熱応力 σ^* を $\sigma^* = \sigma / E \alpha \Delta \theta$ と定義すると、(A4-1) 式は (A4-2) 式となる。

$$U = \alpha^2 \Delta \theta^2 E \cdot \pi r_0^2 \delta \int_0^{\xi_0} \sigma^{*2} \xi d\xi \quad (A4-2)$$

つぎに、円板の半径方向の温度分布が次式で近似できるとする。

$$T = a + b \xi^n \quad (A4-3)$$

ここで、半径方向の熱応力を σ^*_r 、接線方向の熱応力を σ^*_θ とすると、それぞれについて、熱応力式は次式で示されている。

$$\begin{aligned}\sigma_r^* &= \frac{1}{\xi^2} \left\{ \xi^2 \int_0^1 T \xi d\xi - \int_0^\xi T \xi d\xi \right\} \\ \sigma_\theta^* &= \frac{1}{\xi^2} \left\{ \xi^2 \int_0^1 T \xi d\xi + \int_0^\xi T \xi d\xi \right\} - T\end{aligned}\quad (\text{A4-4})$$

(A4-3) 式を (A4-4) 式に代入すると、円板半径方向の熱応力分布は (A4-5) 式、また、最大熱応力は (A4-6) 式で示される。

$$\sigma_r^* = \left(\frac{b}{n+2} \right) (1 - \xi^n) \quad (\text{A4-5})$$

$$\sigma_\theta^* = \left(\frac{b}{n+2} \right) (1 - (n+1)\xi^n)$$

$$\sigma_{\xi=0}^* = \left(\frac{b}{n+2} \right) \quad \text{in case of Heating} \quad (\text{A4-6})$$

$$\sigma_{\xi=1}^* = \left(\frac{b}{n+2} \right) (-n) \quad \text{in case of Cooling}$$

なお、 $\sigma_{\xi=0}^*$ と $\sigma_{\xi=1}^*$ の間には次の関係が成立する。

$$\frac{\sigma_{\xi=1}^*}{\sigma_{\xi=0}^*} = -n \quad (\text{A4-7})$$

つぎに、熱応力が 0 となる位置を ξ_0 とすると、 $\sigma^* = 0$ から次式が得られる。

$$\text{半径方向の熱応力について, } \xi_0 = \left(\frac{1}{n+1} \right)^{(1/n)}$$

$$\text{接線方向の熱応力について, } \xi_0 = 1$$

これらを (A4-8) 式に代入すると、円周から一定熱流束で加熱される円

板に蓄えられる弾性歪みエネルギーはそれぞれ次式で示される。なお、本文中では、破壊に関与する接線方向の熱応力を用いた。

半径方向の熱応力について、

$$\begin{aligned}
 U(\sigma_r^*) &= \alpha^2 \Delta \theta^2 E \pi r_0^2 \delta \cdot \left(\frac{b}{n+2} \right)^2 \xi_0^2 \left\{ \frac{1}{2} - \frac{2}{n+2} \xi_0^n + \frac{1}{2(n+1)} \xi_0^{2n} \right\} \\
 \text{where, } \xi_0 &= 1 \\
 &= \alpha^2 \Delta \theta^2 E \pi r_0^2 \delta \cdot \left(\frac{b}{n+2} \right)^2 \left\{ \frac{1}{2} - \frac{2}{n+2} + \frac{1}{2(n+1)} \right\}
 \end{aligned}
 \tag{A4-9}$$

接線方向の熱応力について、

$$\begin{aligned}
 U(\sigma_\theta^*) &= \alpha^2 \Delta \theta^2 E \pi r_0^2 \delta \cdot \left(\frac{b}{n+2} \right)^2 \xi_0^2 \left\{ \frac{1}{2} - \frac{2(n+1)}{n+2} \xi_0^n + \frac{(n+1)}{2} \xi_0^{2n} \right\} \\
 \text{where, } \xi_0 &= (1/(n+1))^{1/n} \\
 &= \alpha^2 \Delta \theta^2 E \pi r_0^2 \delta \cdot \left(\frac{b}{n+2} \right)^2 \left(\frac{1}{n+1} \right)^{2/n} \left\{ \frac{1}{2} - \frac{2}{n+2} + \frac{1}{2(n+1)} \right\}
 \end{aligned}
 \tag{A4-10}$$

また、円周から一定熱流束で冷却される円板では、接線方向の熱応力のみが関与し、破壊は外周から起こるので、弾性歪みエネルギーは次式となる。

$$\begin{aligned}
 U(\sigma_\theta^*)' &= \alpha^2 \Delta \theta^2 E \pi r_0^2 \delta \int_{\xi_0}^1 \sigma_\theta^{*2} \xi d\xi \\
 &= \alpha^2 \Delta \theta^2 E \pi r_0^2 \delta \cdot \left(\frac{b}{n+2} \right)^2 \left[\frac{1}{2} - \frac{2(n+1)}{n+2} + \frac{n+1}{2} - \left(\frac{1}{n+1} \right)^{2/n} \left\{ \frac{1}{2} - \frac{2}{n+2} + \frac{1}{2(n+1)} \right\} \right]
 \end{aligned}
 \tag{A4-11}$$

APPENDIX-V 熱応力による最大初期クラックの応力拡大係数

無限固体表面にある片開きクラックに分布荷重 $\sigma(x)$ が加わった時の応力拡大係数は、Erdogan により (A5-1) 式が示されている。ここで、座標の原点はクラック先端（材料表面）であり、 c はクラック長さである。

$$K_I = \sqrt{\frac{2}{\pi c}} \int_0^c \sigma(x) \sqrt{\frac{x}{c-x}} dx \quad (\text{A5-1})$$

これを無次元化するため、次のパラメータを導入する。

$$\text{無次元応力拡大係数 } K_I^* = \frac{(1-\nu)K_I}{E\alpha(\theta_f - \theta_i)\sqrt{2\pi c}}$$

$$\text{無次元熱応力 } \sigma^*(\xi) = \frac{(1-\nu)\sigma(x)}{E\alpha(\theta_f - \theta_i)}$$

$$\text{無次元距離 } \xi = \frac{x}{l}, \quad \text{無次元クラック長さ } e = \frac{c}{l}$$

ここで、 l は板厚の半分、もしくはスラブのはり高さである。

(A5-1) 式を無次元化すると (A5-2) 式となる。

$$K_I^* = \frac{2}{\pi e} \int_0^e \sigma^*(\xi) \sqrt{\frac{\xi}{e-\xi}} d\xi \quad (\text{A5-2})$$

つぎに、熱応力分布が (A5-3) 式に示す多項式で示されたとすると、(A5-2) 式は (A5-4) 式となる。

$$\sigma^*(\xi) = D_1 + D_2\xi + D_3\xi^2 + D_4\xi^3 \quad (\text{A5-3})$$

$$K_I^* = \frac{2}{\pi e} \left[D_1 \int_0^e f(\xi) d\xi + D_2 \int_0^e \xi f(\xi) d\xi + D_3 \int_0^e \xi^2 f(\xi) d\xi + D_4 \int_0^e \xi^3 f(\xi) d\xi \right]$$

$$\text{ここで、} f(\xi) = \sqrt{\frac{\xi}{e-\xi}} \text{ である。} \quad (\text{A5-4})$$

いま, $I[m, v] = \int x^m (ax+b)^v dx$ ならば, 次の関係が成立する. (数学公式集 I, 岩波出版, p101)

$$I[m, v] = \frac{x^m (ax+b)^{v+1}}{(m+v+1)a} - \frac{mb}{(m+v+1)a} I[m-1, v] = \frac{x^{m+1} (ax+b)^{v+1}}{(m+1)b} - \frac{(m+v+2)a}{(m+1)b} I[m+1, v]$$

$$\int \sqrt{\frac{x}{a-x}} dx = \sqrt{-x(x-a)} - a \cdot \arcsin \sqrt{\frac{x-a}{-a}} = I\left[\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right]$$

これを用いると, (A5-4) 式の各項の積分は, 次のようになる.

$$\int_0^a \sqrt{\frac{x}{a-x}} dx = \left[\sqrt{-x(x-a)} - a \cdot \arcsin \sqrt{\frac{x-a}{-a}} \right]_0^a = \left[I\left[\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right] \right]_0^a = \frac{\pi}{2} a$$

$$\int_0^a x \sqrt{\frac{x}{a-x}} dx = \int_0^a x^{3/2} (a-x)^{-1/2} dx = \left[I\left[\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right] \right]_0^a = \frac{3}{8} \pi a^2$$

$$\int_0^a x^2 \sqrt{\frac{x}{a-x}} dx = \int_0^a x^{5/2} (a-x)^{-1/2} dx = \left[I\left[\frac{5}{2}, -\frac{1}{2}\right] \right]_0^a = \frac{5}{16} \pi a^3$$

$$\int_0^a x^3 \sqrt{\frac{x}{a-x}} dx = \int_0^a x^{7/2} (a-x)^{-1/2} dx = \left[I\left[\frac{7}{2}, -\frac{1}{2}\right] \right]_0^a = \frac{35}{128} \pi a^4$$

よって, (A5-4) 式は (A5-5) 式となる.

$$\begin{aligned} K_I &= \frac{2}{\pi e} \left[D_1 \frac{\pi}{2} e + D_2 \frac{3}{8} \pi e^2 + D_3 \frac{5}{16} \pi e^3 + D_4 \frac{35}{128} \pi e^4 \right] \\ &= D_1 + \frac{3}{4} D_2 e + \frac{5}{8} D_3 e^2 + \frac{35}{64} D_4 e^3 \end{aligned} \quad (A5-5)$$

つぎに, 無限平板の熱応力分布は, 物性値に温度依存性がない場合には解析解が得られる. たとえば, 無限平板が両面から急冷される場合には (A5-7) 式で示される.

$$\sigma'(\xi) = 2\beta \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \frac{\exp(-\delta_n^2 \eta)}{(\beta^2 + \beta + \delta_n^2)} \left(\frac{\beta}{\delta_n^2} - \frac{\cos \delta_n \xi}{\cos \delta_n} \right) \right\} \quad (\text{A5-6})$$

しかし、これを (A5-2) 式に代入して解くことは困難であるため、近似式を用いる。最大熱応力時の平板内の温度分布は多くの場合、2 次関数に近似できるため、3 次の補正項を加えて次式により近似できるとする。

$$T = C_1 + C_2 \xi^2 + C_3 \xi^3 \quad (\text{A5-7})$$

ここで、 T は無次元温度で $T = \frac{\theta - \theta_i}{\theta_f - \theta_i}$ である。

(A5-7) 式を熱応力式に代入すると、熱応力分布は次式で示される。

$$\sigma'(\xi) = \int_0^1 T d\xi - T = \left(\frac{C_2}{3} + \frac{C_3}{4} \right) - C_2 \xi^2 - C_3 \xi^3 \quad (\text{A5-8})$$

(A5-3) 式と (A5-8) 式を比較すると、片面を加熱される平板の無次元応力拡大係数は (A5-9) 式で示される。

$$K_1^* = \left(\frac{C_2}{3} + \frac{C_3}{4} \right) - \frac{5}{8} C_2 e^2 - \frac{35}{64} C_3 e^3 \quad (\text{A5-9})$$

つぎに、両面を急冷される無限平板では、原点が板の中心にあるので、これを板の表面に座標変換すると (A5-8) 式は (A5-10) 式となる。

$$\sigma'(\xi - 1) = \frac{2}{3} C_2 + \frac{3}{4} C_3 - (2C_2 + 3C_3) \xi + (C_2 + 3C_3) \xi^2 - C_3 \xi^3 \quad (\text{A5-10})$$

よって、この場合の無次元応力拡大係数は (A5-11) 式で示される。

$$K_1^* = \frac{2}{3} C_2 + \frac{3}{4} C_3 + \frac{3(2C_2 + 3C_3)}{4} e - \frac{5(C_2 + 3C_3)}{8} e^2 - \frac{35C_3}{64} e^3 \quad (\text{A5-11})$$

なお，拘束されたスラブの場合には，はり高さ l の熱膨張による熱応力が加わるため，熱応力分布は次式となる．ここで， L はスパン距離である．

$$\sigma^*(\xi) = \left(\frac{C_2}{3} + \frac{C_3}{4} \right) - C_2 \xi^2 - C_3 \xi^3 + 6 \left(\frac{l}{L} \right)^2 \left(C_1 + \frac{C_2}{3} + \frac{C_3}{4} \right) (1 - 2\xi) \quad (\text{A5-12})$$

よって，この場合の無次元応力拡大係数は次式で示される．

$$\begin{aligned} K_1^* = & \left\{ \left(\frac{C_2}{3} + \frac{C_3}{4} \right) + 6 \left(\frac{l}{L} \right)^2 \left(C_1 + \frac{C_2}{3} + \frac{C_3}{4} \right) \right\} \\ & - 9 \left(\frac{l}{L} \right)^2 \left(C_1 + \frac{C_2}{3} + \frac{C_3}{4} \right) e \\ & - \frac{5}{8} C_2 e^2 \\ & - \frac{35}{64} C_3 e^3 \end{aligned} \quad (\text{A5-13})$$

研究論文目録

1. 主論文

(本論文における所在)

- (1) 熱伝導率の温度依存性があるセラミックスの急熱急冷時の最大熱応力
高津 學, 西川直宏, 水谷安伸,
化学工学論文集, 19 [4] 633-638 (1993) (第 2 章)
- (2) 一定熱流束で加熱されるセラミック円板の非定常温度分布及び熱応力
履歴
水谷安伸, 西川直宏, 高津 學
Journal of the Ceramic Society of Japan, 102 [9] 868-874 (1994) (第 4 章)
- (3) 拘束されたセラミックスラブの一面加熱による反力と熱応力
水谷安伸, 西川直宏, 高津 學
材 料, 44 [498] 362-367 (1995) (第 6 章)
- (4) 一定熱流束で加熱されるセラミック円板における破壊の損傷評価
水谷安伸, 西川直宏, 福井隆光, 高津 學
Journal of the Ceramic Society of Japan, 103 [5] 494-499 (1995) (第 5 章)
- (5) Thermal shock fracture of ceramic disk under rapid heating
Y.Mizutani, T.Nishikawa, T.Fukui and M.Takatsu
Journal of the Ceramic Society of Japan, Ceramic letter, 103 [5] 525-528
(1995) (第 4 章)
- (6) 一定熱流束で加熱されるセラミック円板における熱応力の相関式
- 熱応力におよぼす物性値の温度依存性の影響 -
水谷安伸, 西川直宏, 高津 學
Journal of the Ceramic Society of Japan, 103 [6] 603-609 (第 3 章)

- (7) 反力測定を利用した急速加熱熱破壊試験法における温度分布の相関式
と熱応力の算出
水谷安伸，西川直宏，水井敏博，高津 學
材 料， 44 [501] 733-738 (1995) (第 3 章)
- (8) 拘束したスラブの一面加熱によるセラミックスの熱破壊靱性の測定
西川直宏，水谷安伸，玉井弘二，高津 學
材 料， 44 [505] (1995) (印刷中) (第 7 章)
- (9) 急冷されるセラミック円板の熱応力解析
西川直宏，水谷安伸，本多沢雄，高津 學
Journal of the Ceramic Society of Japan, 103 [9] (印刷中) (第 2 章)
- (10) Effect of temperature dependence of thermal properties on thermal shock test of
ceramics
T.Nishikawa, Y.Mizutani, T.Mizui and M.Takatsu
Journal of Materials Science , 30 (1995) (印刷中) (第 2 章)

2. 参考論文

- (1) Thermal shock evaluation of high temperature structural ceramics
Y.Mizutani
"Ceramics in Energy Applications", The institute of energy, IOP Publish,
(1990) p.59-68. (第 3 章)
- (2) Thermal fracture of ceramics heated and cooled under several thermal conditions
M.Takatsu and Y.Mizutani
Proc. on *"World Congress III of Chemical Engineering"*, Vol. I , p.277-282
(1986) (第 7 章)

謝 辞

本論文を完成することができたのは、研究当初から今日に至るまで長きにわたってお世話になった数々の人々のおかげです。

本研究は、名古屋工業大学 材料工学科 高津 學教授のご指導のもとに行われたものです。高津教授は、筆者在学以来の師であり、研究計画から理論の構築、結果の検討、論文作成に至るまで終始一貫して懇切なるご教示やご教鞭を賜りました。記してここに深甚なる感謝の意を表します。また、本研究を遂行するにあたり、名古屋工業大学 材料工学科 西川直宏講師には、数々の有益なご教示とご懇篤なご助言を賜りました。ここに深く感謝申し上げます。

また、北海道大学 高橋順一助教授、東京農業工業大学 神谷秀博助教授には、研究当初から親身なるご助言を賜りました。ここに深く感謝申し上げます。

本研究を遂行するにあたり、東邦ガス株式会社・荒川副社長、同・奥田常務取締役総合技術研究所長、同・秦取締役技術企画部長、同・古山港明工場長、東邦コークス販売株式会社・伊藤取締役、東邦ガス株式会社・小川東京事務所長、同・中川総括、雨宮ニューヨーク事務所長、同・中村総括をはじめ、総合技術研究所の諸先輩および同僚の皆様には、終始あたたかいご理解とご支援をいただきました。特に、荒川副社長、奥田常務、秦取締役、中村総括には本研究の遂行にあたって格別なるご支援と御督励をいただきました。ここに謹んで感謝の意を表します。

また、実験および数値計算に際してご協力、ご援助をいただきました水井敏博氏、福井隆光氏、本田沢雄氏、玉井弘二氏をはじめとする名古屋工業大学 材料工学科 高津研究室の大学院、学部の卒業生ならびに在校生の皆様には深く感謝の意を表します。

また、本著を完成するにあたり、名古屋工業大学 高橋清久教授、浅野 滋教授、山口明良教授から貴重なご意見、ご教示をいただきました。ここに厚くお礼を申し上げます。

最後になりましたが、いつも帰りが遅い筆者に文句も言わず、常に励まし、必要なときに支えてくれた、妻の水谷伸子に心から感謝します。

1995 年 水谷安伸