

名古屋工業大学博士論文

甲第566号(課程修了による)

平成18年3月23日授与

受動歩行の原理およびその工学的応用

2006年1月

池 俣 吉 人

目次

第1章 序論	1
1.1 はじめに	1
1.2 受動歩行	2
1.3 従来研究と重要課題	3
1.4 受動歩行の工学的応用	5
1.5 本論文の目的と構成	6
第2章 平衡点の生成メカニズム	9
2.1 緒言	9
2.2 最も簡単な受動歩行モデル	9
2.2.1 運動方程式	9
2.2.2 脚切換え式	10
2.2.3 モデルの簡単化	11
2.3 平衡点	12
2.3.1 差分方程式	12
2.3.2 平衡点の力学的構造	14
2.4 結言	16
第3章 脚の切換え現象	19
3.1 緒言	19
3.2 脚切換えの実験的検証	19
3.2.1 モデルの仮定と特徴	19
3.2.2 実験機および計測方法	21

3.2.3	評価結果	23
3.3	厳密な脚切換えモデル	23
3.3.1	実際の衝突現象	23
3.3.2	角運動量の損失	24
3.3.3	修正脚切換えモデル	26
3.3.4	平衡点への影響	27
3.4	力学的拘束	27
3.5	結言	30
第4章	平衡点近傍のダイナミクス	31
4.1	緒言	31
4.2	受動歩行	31
4.2.1	コンパスタイプの歩行モデル	31
4.2.2	分岐現象	33
4.3	エネルギー解析	33
4.3.1	蓄積エネルギー関数と平衡点	33
4.3.2	平衡点近傍の供給率と状態遷移	36
4.3.3	歩行効率	39
4.4	固有値解析	39
4.4.1	固有値計算	39
4.4.2	固有値軌跡	40
4.5	結言	43
第5章	状態差分方程式の構造	45
5.1	緒言	45
5.2	線形近似した受動歩行	45
5.2.1	線形近似した運動方程式	45
5.2.2	脚の切換え式	46
5.2.3	線形化モデルの特性	46
5.3	平衡点	49
5.3.1	状態差分方程式	49
5.3.2	平衡点の連立方程式	49
5.4	安定メカニズムの構造	51
5.4.1	簡易モデル	51

5.4.2	受動歩行	53
5.5	結言	55
第6章	平衡点の安定メカニズム	57
6.1	緒言	57
6.2	平衡点の安定条件式	57
6.2.1	平衡点におけるヤコビ行列	57
6.2.2	安定条件式	61
6.3	安定性解析と力学的考察	63
6.4	結言	65
第7章	安定メカニズムを規範とした平衡点生成と局所安定化	67
7.1	緒言	67
7.2	膝ありタイプの歩行モデル	68
7.2.1	運動方程式および膝ロック式	68
7.2.2	脚切換え式	70
7.3	受動歩行クラスの平衡点の生成法	71
7.3.1	平衡点の力学的構造	71
7.3.2	平衡点の生成法	72
7.4	ダイナミクスに基づいた局所安定化法	75
7.4.1	平衡点の安定性	75
7.4.2	局所安定化法	77
7.5	歩行シミュレーション	80
7.6	結言	84
第8章	平衡点の大域的安定化	85
8.1	緒言	85
8.2	大域的な安定化法	85
8.2.1	任意の状態におけるヤコビ行列	85
8.2.2	大域的漸近安定性	87
8.2.3	大域的に安定となる条件	88
8.2.4	Rimless spoked wheel	89
8.3	シミュレーション	90
8.3.1	歩行条件	90
8.3.2	引き込み領域	90

8.4 歩行実験	92
8.4.1 受動歩行機	92
8.4.2 検証実験	95
8.4.3 長連続歩行	95
8.5 結言	96
第9章 結論	97
謝辞	99
参考文献	101

第1章

序論

1.1 はじめに

動物の移動運動には、歩行・走行・跳躍・這行（しゃこう）・登攀（とうはん）、遊泳、飛行といった様々な運動がある。動物は、自然界にある物理法則を巧みに利用することによって、これらの運動のもつ特性を最大限に発揮している [1]。このことから、動物の運動は、生物学的な視点だけでなく、物理学的な視点からも議論する必要がある。これらの運動を支配する物理的な諸原理を明らかにすることができれば、様々な工学的応用が期待できる [2]。

歩行は、荒地などを含め地上環境のほとんどにおいて移動できるという利点を持ち、歩行技術が確立できればその恩恵は大きい。また、ヒトの移住環境において優れた機動性・柔軟性を有する二足歩行が注目されている。このような背景のもと、近年、ヒューマノイドロボットをはじめ様々な歩行ロボットの研究および開発が活発化している。現代の歩行ロボットは、高精度なセンサ、高性能なアクチュエータおよび高度な制御からなる、最先端テクノロジーの結晶である [3]。その要になっているのが、ZMP（Zero Moment Point）である [4]。ZMP とは姿勢安定性（歩行時に限らない）に関する重要な指標であり、「歩かせる」のに最も強力なツールである。ZMP 規範の歩行制御方式では、ZMP を用いた軌道計画およびその制御（計測を含む）に集約される [5]～[9]。ZMP は歩行における脚の振り運動時の安定性を示す指標であるが、必ずしも歩行の安定性を示す指標ではない。また、ZMP 規範の歩行ロボットの移動効率が高いとは言い難い [10]。

一方、ZMP とは異なる指標を用いた様々な歩行制御が提案されている。代表的なものとして、重力場を巧みに利用した自然な歩行 [11] を実現させるために、角運動量を規範とした歩行制御が提案されている [12]。また、倒立振子の運動に対し、位置エネルギーが保存される軌道を規範とした歩行制御が提案されている [13][14]。これらの指標は力学的に合理的なものであるが、ZMP と同じく脚の振り運動のみに注目したものであり、歩行全体を表わしたものではない。

さて、動物は脊髄・脳幹に存在する CPG（Central Pattern Generator） [15] によって（リズム）

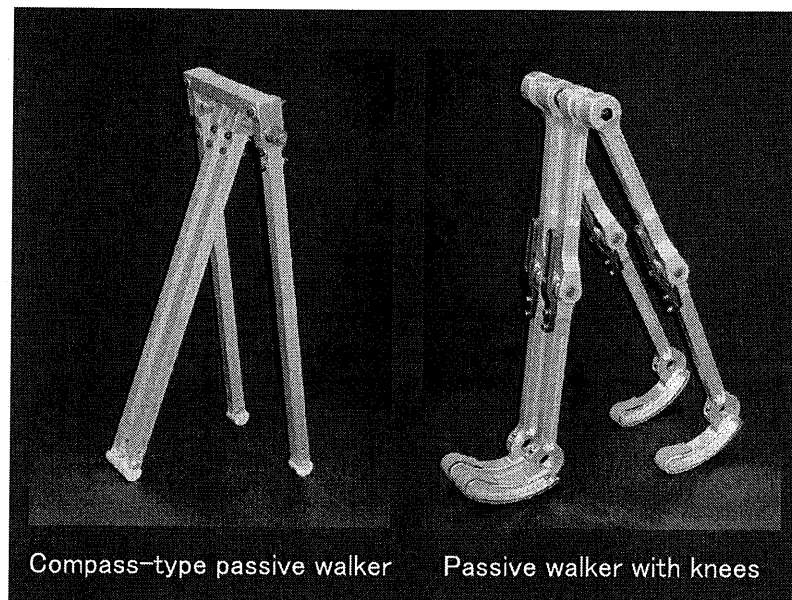


Fig. 1.1 Typical passive walkers

パターンを生成させ、歩行などのリズム運動を行う。このような動物の歩行に関する生物学や神経生理学分野での知見に基づいて、自律的・創発的な歩行を実現させようとする試みがある [16]～[18]。最近では、センサ情報に基づく伸縮反射や前庭脊髄反射などの反射機構を CPG に組み込むことによって、不整地での自律的な四足歩行が実現されている [19]。

以上述べたように、何らかの物理的な指標や生物などを規範とした様々な歩行制御方法が提案されている。しかし、今後の歩行ロボットのさらなる発展を考えた場合、歩行メカニズムの本質について十分に理解する必要がある [2]。

1.2 受動歩行

たとえば、鳥の飛行を最も簡単にするとグライダーの飛行となる。飛行メカニズムの本質を理解する上で、このグライダーが最も適した研究対象であり、その本質は「翼による揚力発生」と言える。McGeer は、歩行においても同じように適した研究対象がないかと考え、受動歩行機を見出した [20]。受動歩行機は Fig.1.1 に示すコンパスタイプおよび膝ありタイプの二種類があり、歩行機のもつダイナミクスと環境（ここではスロープ）との相互作用のみによって歩行が生成できる。ここで注目すべき点は、本質的に「歩ける」ことであり、この原理を解明することが重要な研究課題である [2]。

受動歩行は、安定したリミットサイクル（閉軌道）が存在するという重要な特徴をもつ [20]～

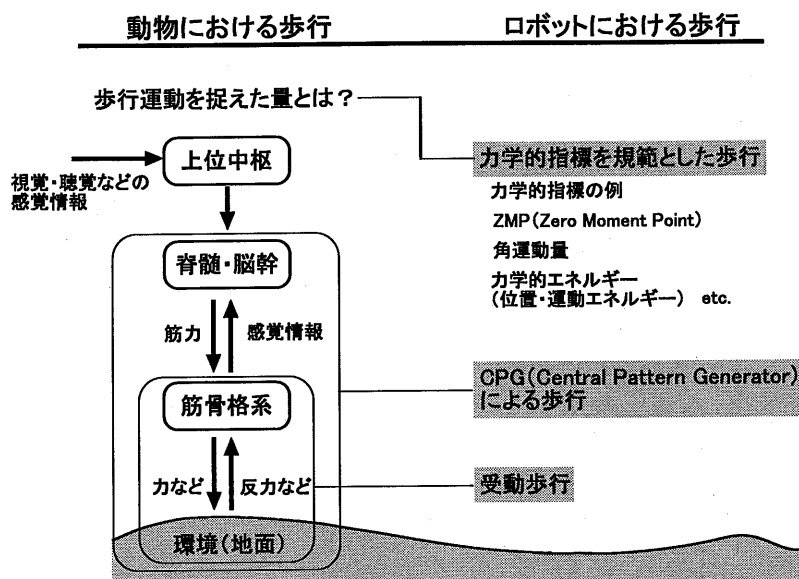


Fig. 1.2 Walking of animal and robot

[24]. 状態がこのリミットサイクル上を遷移する限り、歩行の安定性は保証される。さらに、リミットサイクルの安定性が起因となって、引き込み現象や分岐現象という興味深い現象が生じる [25]~[28].

動物およびロボットにおける歩行の関係を簡単にまとめると Fig.1.2 となる。図からわかるように、動物の歩行において、その基礎となるところは筋骨格系と環境との相互作用により生じる運動であり、その力学的相互作用だけで歩行を生成できることを受動歩行は証明している。また、受動歩行は自然が生み出した歩行の一形態と捉えることができ、動物はそのメカニズムの本質を巧く利用していると考えるのが自然である。

1.3 従来研究と重要課題

歩行は、支持脚および遊脚からなる脚の振り運動（連続ダイナミクス）および支持脚と遊脚が切替わる脚の切替え現象（離散事象）から成る。このことから、歩行は、Fig.1.3 に示すようなハイブリッドシステム [29][30] が生み出す現象と言える。このハイブリッドシステムから周期的な軌道が形成され、軌道が閉じた場合、リミットサイクルとなる。ここで、安定したリミットサイクルの生成は安定した歩行の生成を意味する。

McGeer は、まず離散的な状態遷移に注目することによって、ハイブリッドシステムの挙動を表わす状態の差分方程式を導いた。そして、この状態差分方程式から平衡点（リミットサイクルの

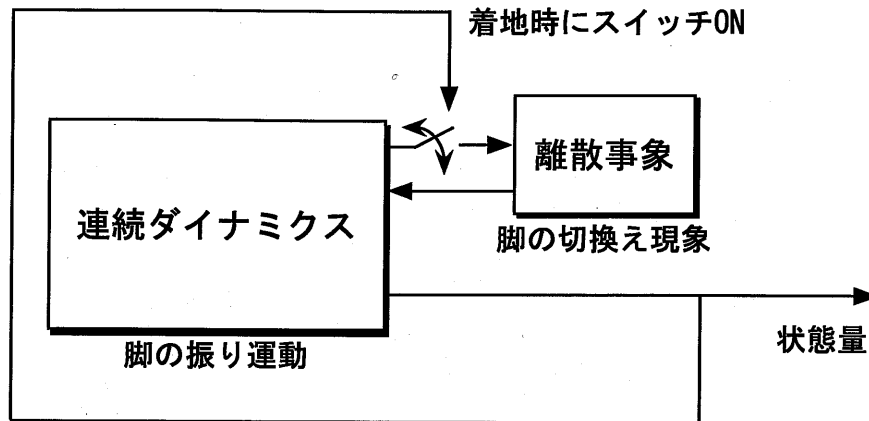


Fig. 1.3 Hybrid system

一断面の点) を数値的に導き, 受動歩行における平衡点が存在すること, しかもそれが二つ存在することを明らかにした [21]. さらに, 状態差分方程式を平衡点近傍で線形近似して得られるヤコビ行列から平衡点の安定性を示した [20][21].

受動歩行の研究, 特に安定性解析に関する基本的なフレームワークは, McGeer によってほぼ形作られた. その後, Goswami らはコンバスタイプの受動歩行機に関する平衡点の安定性解析を詳細に行い, 分岐現象を見出した [25][26]. また, 大須賀らは, 1 歩行周期から 2 歩行周期の分岐現象を実験的に確認した [31].

Coleman らは, Rimless spoked wheel における平衡点とその安定性の詳細な解析を行った [32]. さらに, 3 次元運動をする受動歩行の安定性を解析し [33], 受動的に 3 次元運動をする玩具を製作した [34][35]. Collins らは, 二脚二腕の受動歩行機による 3 次元歩行を実現させた [36]. 3 次元受動歩行の研究 [36]~[40] の中で, Collins らの研究が現在最も注目されている.

Garcia らは, 最も簡単な歩行モデル (Simplest walking model) でも, 安定した平衡点が存在することを示し [27], 平衡点およびその安定性を示すヤコビ行列の解析的な近似式を導いた. さらに, スロープ角度が十分に小さい場合における詳細な安定性解析も行った [41]. Simplest walking model は, 非常に簡単のために力学的な本質を理解する上で最適なモデルとなる. このため, 様々な研究において Simplest walking model が用いられている [42]~[46].

McGeer をはじめとして, Gaswami ら, Coleman らおよび Garcia らによる解析結果から, 受動歩行の平衡点の存在と, それが安定である事実は明らかになった. しかしながら,

- (1) 平衡点が生成されるメカニズム
- (2) 平衡点が安定となるメカニズム

の二つのメカニズム（原理）は明らかにはならなかった。したがって、これらは受動歩行の研究において最も重要な研究課題と言える。

1.4 受動歩行の工学的応用

近年、制御対象のダイナミクスの特性を巧みに利用して制御するというダイナミクスベースト制御 [47] という考えが広まっている。この制御が実現できれば、簡単な制御則で自然（効率的）かつロバストな制御ができると考えられている。歩行における究極のダイナミクスベーストとして、受動歩行が注目されており [48]、受動歩行のダイナミクスに注目したロボットの歩行制御の開発の動きが強まっている。

受動歩行の脚の振り運動を規範とした歩容生成

Goswami らは、受動歩行におけるリミットサイクルのエネルギーレベルを参照軌道と設定して、これに追従させる制御則を提案した [49]。浅野らは、仮想重力場 [50] やエネルギー拘束制御 [51] を提案した。そして、動的歩容生成における本質的な力学原理は力学的エネルギーの回復という結論に至り、運動方程式から歩容生成問題の定式化を行った [52]。森田ら [53] は、運動方程式のもつある種の対称性を利用することによって、少ない試行回数により歩容を生成させる方法を提案した。小野、高橋ら [54] は、受動歩行機に自励駆動制御を施すことによって歩容を生成させた。宮腰ら [55] および南方 [56] らは、脚の伸縮により擬似的なトルクを発生させ、平地での歩行を実現させた。Wisse ら [57] および田熊ら [58] は、歩行機に空気圧アクチュエータを取り付け、弁の開閉時間を調整するだけで歩行を実現させた。Linde [59] は、簡単な反射信号による筋収縮によって、歩容を生成できることを示した。梶原ら [60] は、受動歩行機に周期入力をタイミングよく加えることによって歩行を実現させた。

受動歩行の安定化

大須賀ら [61] は、受動歩行における軌道を目標軌道に設定して、能動制御から受動歩行への自動的推移の研究を行った。杉本ら [62][63] は、受動歩行の問題を未知の平衡点に状態を収束させる問題と捉え、カオス制御における遅延フィードバック [64] の考え方を導入した平衡点の安定化制御を提案している。Spong ら [65]~[67] は、力学的エネルギーに基づいた安定化制御を提案している。

平田ら [68][69] は、線形システムにおけるポアンカレマップを解析的に導出し、それを基に OGY 制御や遅延フィードバック制御を用いた安定化手法を提案している。杉本ら [70] は、平田らによって導出された解析的なポアンカレマップからフィードバック的な構造を見出し、制御的な観点から受動歩行の安定メカニズムを考察した。Suzuki ら [71] および山北ら [72] は、OGY 法 [73] に基づいた安定化制御則を用いて分岐後の不安定平衡点の安定化を図った。

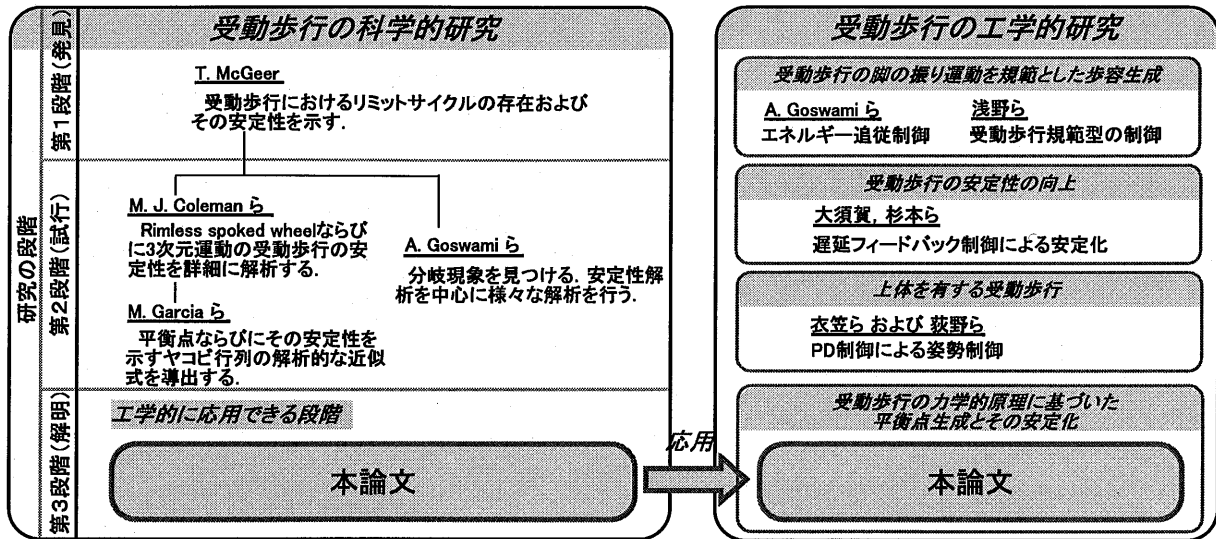


Fig. 1.4 Position of this study

上体を付加した受動歩行

衣笠ら [74][75] は, オーストラリアに生息する走鳥類の Emu と同等の胴体を有する受動歩行ロボットに対し, 平衡点の詳細な安定性解析を行った. 荻野ら [76][77] は, 上体を有する2脚の人型モデルに対し, 支持脚側の股関節に PD 制御を施すだけで受動歩行が成立することを示した. 川角ら [78] は, 受動歩行機に上体を取り付けて関節の自由度を増やし, 協同現象の誘発を促して引き込み領域の拡大を図った.

歩行制御の研究以外に, 受動歩行から足形状について考察した研究 [79][80] などもある. 前述のように, 受動歩行をベースとした様々な歩行制御が提案されている. これらの研究は, 受動歩行の脚の振り運動を規範としたものや受動歩行に既存の制御方式 (制御理論的・数学的手法) を付加したものとなっている. これらの研究の中で, 歩行ロボットの力学的理論体系を構築するためには, 受動歩行の安定メカニズムを理論的に示さなければならないことが指摘されている [47].

1.5 本論文の目的と構成

本研究は, 力学的解析から受動歩行における平衡点生成およびその安定メカニズムを明らかにすることを目的とする. さらに, 受動歩行の平衡点の安定メカニズムの構造に基づいた平衡点生成およびその安定化法に関する基本的なフレームワークを構築する. 本研究の目指す領域を図示すると Fig.1.4 となる. 本論文は, 以下の各章から構成される (Fig.1.5 参照).

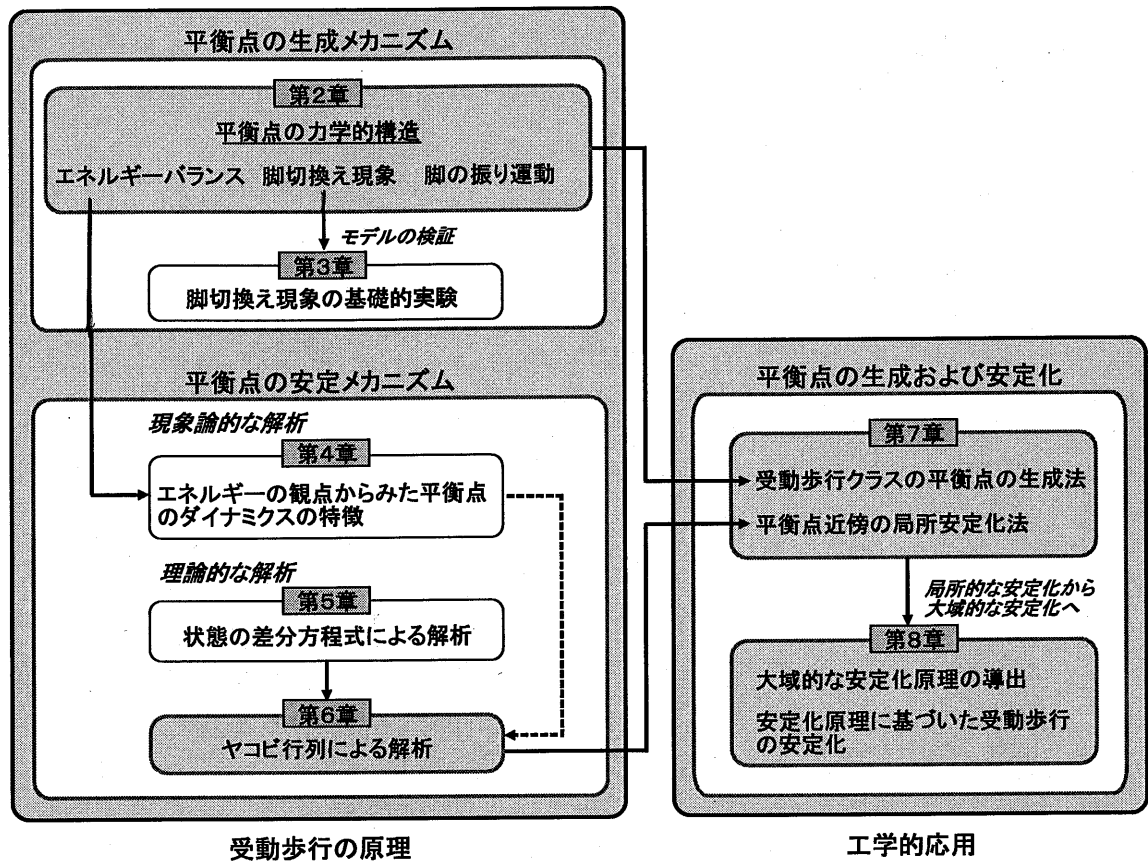


Fig. 1.5 Organization of this thesis

第2章から第6章では、受動歩行の原理について述べる。

第2章では、最も簡単な歩行モデルから解析を行い、受動歩行における平衡点の生成メカニズムについて明らかにする。

第3章では、受動歩行機を模擬した簡単な実験機を用いて、一般的な脚切換えモデルを定性的・定量的に評価した上で、実際の衝突現象の解析から、より厳密な脚切換えモデルを導出する。

第4章では、平衡点が安定から不安定に変わるダイナミクスに注目し、エネルギー的な観点から安定性が変わる分岐前後の平衡点近傍のダイナミクスを比較検討する。さらに、受動歩行を離散時間の非線形システムとして取り扱った上で数値的な固有値解析を行い、エネルギー解析の結果と比較する。

第5章では、まず、運動方程式を線形近似した場合でも、受動歩行のもつ特徴が損われないことを確認し、線形化モデルによる解析の妥当性を示す。次に、線形近似した運動方程式から、離散的な状態遷移を表わした差分方程式を導く。この状態差分方程式から、平衡点およびその安定

メカニズムの構造について議論する。

第6章では、平衡点近傍におけるヤコビ行列から受動歩行の平衡点の安定メカニズムを明らかにする。ここでは、着地時の状態を解析的に求めることはせず、変数として取り扱い、平衡点におけるヤコビ行列の固有値を解析的に導き、安定条件式を導出する。

第7章と第8章では、受動歩行の原理の工学的応用について述べる。

第7章では、まず、第2章で得られた知見から受動歩行クラスの平衡点の生成法を提案する。次に、第6章で得られた知見から受動歩行を規範とした平衡点の局所安定化法を提案する。さらに、有限整定を実現すべく、提案手法を適用し、その有効性を数値シミュレーションにより検証する。

第8章では、平衡点近傍におけるヤコビ行列を任意の状態におけるヤコビ行列に拡張し、このヤコビ行列の構造から大域的な安定化原理を導き、平衡点生成の原理も包含することを明らかにする。さらに、この安定化原理に基づいて、受動歩行機に簡単な改良を行い、トレッドミル上で長連続歩行を実現させたことを述べる。

最後に、第9章では各章で得られた結論を述べると共に、今後の課題・展望を述べる。

第2章

平衡点の生成メカニズム

2.1 緒言

歩行は、脚の振り運動（連続ダイナミクス）および脚の切換え現象（離散事象）から成る。したがって、歩行とは一種のハイブリッドシステムから生み出される現象であり、周期的な運動軌道を形成する。受動歩行も同じく周期的な軌道を生成し、さらに安定した閉軌道（リミットサイクル）が存在する [20].

多くの力学系において、あるエネルギー関数の最小点あるいは極小点が平衡状態（Equilibrium state）となることが多い。一方、受動歩行では、平衡点（Fixed point）において重力ポテンシャルからの供給エネルギーと損失エネルギーがバランスした状態になると言われているが [25][27][81], これは平衡点生成の必要条件にすぎず、平衡点は数値的に探索するしかなかった。

受動歩行の研究の多くは、平衡点の安定メカニズムに注目して議論されているが、平衡点は存在するものとして、その生成メカニズムについての議論はほとんどなされていない。しかし、実は生成メカニズムは安定メカニズムとは密接に関係し、さらに言うならば生成メカニズムは安定メカニズムの根幹をなすことが本研究によって明らかにされる。そこで本章では、まず平衡点が生成されるメカニズム（力学的構造）について議論する [46].

2.2 最も簡単な受動歩行モデル

2.2.1 運動方程式

コンバスタイプの2足歩行モデルを Fig.2.1 に示す。 l は脚の長さである。また、腰と足先のみに質量をもち、それぞれ M と m とで表わす。 γ はスロープ角度、 g は重力加速度を表わす。さらに、支持脚の足先が滑ったり跳ねたりせず、各関節の粘性摩擦はないものと仮定する。なお、運

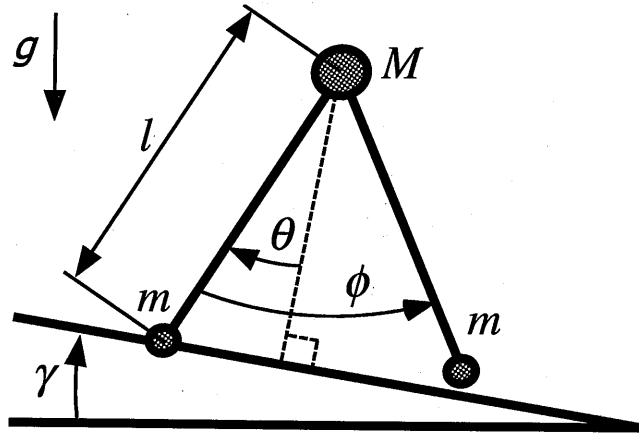


Fig. 2.1 Compass-like biped model

動を矢状面に限る。このとき、運動方程式を導出すると

$$M(\theta)\ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) = 0 \quad (2.1)$$

で与えられる。ただし、

$$M(\theta) = \begin{bmatrix} Ml^2 + 2ml^2(1 - \cos \phi) & -ml^2(1 - \cos \phi) \\ ml^2(1 - \cos \phi) & -ml^2 \end{bmatrix}$$

$$H(\theta, \dot{\theta}) = \begin{bmatrix} -ml^2(\dot{\phi}^2 - 2\dot{\phi}\dot{\theta}) \sin \phi \\ ml^2\dot{\theta}^2 \sin \phi \end{bmatrix}$$

$$G(\theta) = \begin{bmatrix} m\{\sin(\theta - \phi + \gamma) - \sin(\theta + \gamma)\} - M \sin(\theta + \gamma) \\ m \sin(\theta - \phi + \gamma) \end{bmatrix} gl$$

ここで、 $M(\theta)$ は慣性行列、 $H(\theta, \dot{\theta})$ はコリオリベクトル、 $G(\theta)$ は重力ベクトルである。また、 $\theta (= [\theta, \phi]^T)$ は脚の角度ベクトルを表わす。なお、解析を行い易くするために、Fig.2.1 に示す支持脚および遊脚の角度の向きを正とした。ここで、正の回転方向が異なる設定となっているので、式 (2.1) は一般的な運動方程式（慣性行列が正定対称）とは異なっているので注意されたい。

2.2.2 脚切換え式

遊脚着地の条件は、幾何学的な関係から次式で与えられる。

$$2\theta - \phi = 0 \quad (2.2)$$

遊脚が支持脚と交差する付近では、遊脚は着地して歩行が不成立となる。そこで、本研究では遊脚が支持脚と交差する付近では、遊脚は床面（スロープ）に接触しないと仮定する。また、本章

では遊脚と床面との衝突現象を完全非弾性衝突と仮定する。さらに、着地の瞬間に支持脚が床面から離れるとする。なお、これらの仮定の妥当性は3章で議論する。

着地前後において腰まわりの支持脚（着地後は遊脚）の角運動量ならびに遊脚接地点まわりの全角運動量が保存される [82]。これらの角運動量の保存則から、着地前後では次のような関係式が得られる。

$$Q^+(\alpha)\dot{\theta}^+ = Q^-(\alpha)\dot{\theta}^- \quad (2.3)$$

ただし、

$$Q^+(\alpha) = \begin{bmatrix} ml^2(1 - \cos \alpha) & -ml^2 \\ 2ml^2(1 - \cos \alpha) + Ml^2 & -ml^2(1 - \cos \alpha) \end{bmatrix}$$

$$Q^-(\alpha) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ Ml^2 \cos \alpha & 0 \end{bmatrix}$$

ここで、 $-$ は着地直前の状態、 $+$ は着地直後の状態を表わす。また、 α は着地時の股角度を示す。式 (2.3) から着地直後の角速度ベクトル $\dot{\theta}^+$ は、次のように導出される。

$$\dot{\theta}^+ = (Q^+(\alpha))^{-1}Q^-(\alpha)\dot{\theta}^- = H(\alpha)\dot{\theta}^- \quad (2.4)$$

ただし、

$$H(\alpha) = \begin{bmatrix} \frac{M \cos \alpha}{M + m \sin^2 \alpha} & 0 \\ \frac{M(1 - \cos \alpha) \cos \alpha}{M + m \sin^2 \alpha} & 0 \end{bmatrix}$$

なお、着地直後の角度は、 $\theta^+ = -\alpha/2$ 、 $\phi^+ = -\alpha$ となる。

2.2.3 モデルの簡単化

本研究では、解析を簡単化するために、腰の質量 M が足先の質量 m に比べて十分大きいもの ($M \gg m$) とした [27]。本項では、この仮定に基づいて運動方程式 (2.1) および脚切換え式 (2.4) を簡単化する。

式 (2.1) の両辺を Ml で割って行列展開すると次式が導かれる。

$$\left[1 + \frac{2m}{M}(1 - \cos \phi) \right] \ddot{\theta} - \frac{m}{M}(1 - \cos \phi)\ddot{\phi} - \frac{m}{M} \sin \phi (\dot{\phi}^2 - 2\dot{\phi}\dot{\theta})$$

$$+ \frac{m}{M} \frac{g}{l} [\sin(\theta - \phi + \gamma) - \sin(\theta + \gamma)] - \frac{g}{l} \sin(\theta + \gamma) = 0 \quad (2.5)$$

$$\frac{m}{M} \left[(1 - \cos \phi)\ddot{\theta} - \ddot{\phi} + \dot{\theta}^2 \sin \phi + \frac{g}{l} \sin(\theta - \phi + \gamma) \right] = 0 \quad (2.6)$$

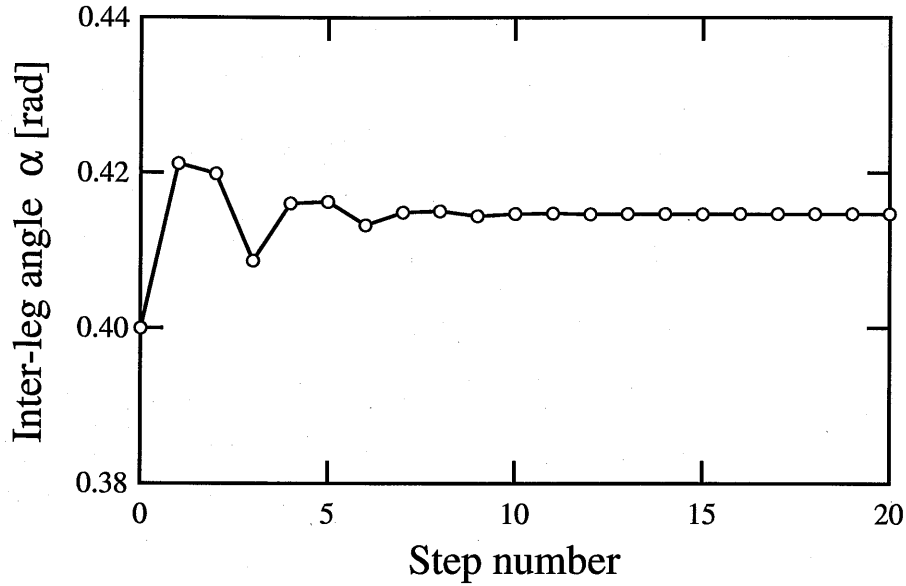


Fig. 2.2 Variation of inter-leg angle at heel-strike

ここで、 $M \gg m$ の仮定によって $m/M \approx 0$ ($m/M \neq 0$) と見なせるので、式 (2.5) および (2.6) から最終的に次のような運動方程式を得る。

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 - \cos \phi & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{\phi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\theta}^2 \sin \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{g}{l} \sin(\theta + \gamma) \\ \frac{g}{l} \sin(\theta - \phi + \gamma) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

式 (2.7) は、支持脚の運動は遊脚の影響を受けないという特徴をもち、また腰の質量 M および足先の質量 m に関与しない形となっている。同様に、脚切換え式 (2.4) は次のように簡単化できる。

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}^+ \\ \dot{\phi}^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 \\ (1 - \cos \alpha) \cos \alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}^- \\ \dot{\phi}^- \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

運動方程式 (2.7) および脚切換え式 (2.8) によって構成される歩行モデルは、Simplest walking model と呼ばれる。Fig.2.2 に歩行シミュレーション結果の一例を示す。図からわかるように、初期状態から定常状態に収束する引き込み現象が見られ、Simplest walking model においても安定なリットサイクルが存在することがわかる。

2.3 平衡点

2.3.1 差分方程式

本節では平衡点について議論する。平衡点はリットサイクルの一断面の点であるが、どの断面をとるか問題となる。しかし、受動歩行では解が不連続にジャンプする脚切換え（離散事象）で

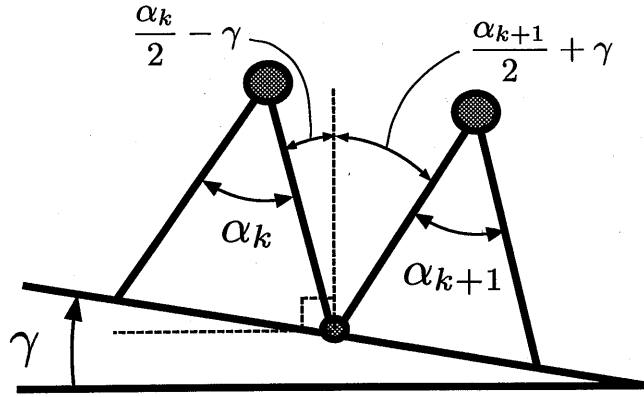


Fig. 2.3 States just after and before heel-strike

断面をとるのが自然であり，本研究では着地直後の離散的な状態に注目して，受動歩行を離散時間システムと取り扱って解析する．なお，ここでは離散的な状態が存在することを前提としている．軌道がリミットサイクルになると，着地直後の状態は平衡点として固定される (Fixed point) [83]．本項では，1歩行周期の平衡点¹を扱い，その差分方程式を導出する．

本研究では，1歩区間を着地直後から次の着地直後までとする．Fig.2.3に示すように， k 歩目における着地直後の状態から， $k+1$ 歩目の着地直前の状態へと脚の振り運動により遷移したとすると，エネルギー保存則から次式が導出される．ただし，遊脚は前方に着地するものと仮定し， $0 < \alpha_k < \pi/2$ ， $0 < \alpha_{k+1} < \pi/2$ とする．

$$\frac{1}{2}Ml^2\dot{\theta}_{k+1}^{-2} = \frac{1}{2}Ml^2\dot{\theta}_k^{+2} + Mgl \left\{ \cos\left(\frac{\alpha_k}{2} - \gamma\right) - \cos\left(\frac{\alpha_{k+1}}{2} + \gamma\right) \right\} \quad (2.9)$$

ここで，遊脚の角速度は関与しない．式 (2.9) から着地直前の支持脚の角速度 $\dot{\theta}_{k+1}^-$ は，

$$\dot{\theta}_{k+1}^- = \sqrt{\dot{\theta}_k^{+2} + \frac{2g}{l} \left\{ \cos\left(\frac{\alpha_k}{2} - \gamma\right) - \cos\left(\frac{\alpha_{k+1}}{2} + \gamma\right) \right\}} \quad (2.10)$$

となる．

次に， $k+1$ 歩目の着地直前の状態から直後の状態へと脚切換えによって遷移したとすると，式 (2.8) から次式が成り立つ．

$$\dot{\theta}_{k+1}^+ = \cos\alpha_{k+1}\dot{\theta}_{k+1}^- = e_{k+1}\dot{\theta}_{k+1}^- \quad (2.11)$$

本研究では， e_{k+1} ($0 < e_{k+1} < 1$) を損失係数と呼ぶことにする．式 (2.10) および (2.11) を整理することにより，次のような支持脚の角速度に関する差分方程式が得られる．

¹分岐後には，2歩行周期などの平衡点が現れる．

$$\dot{\theta}_{k+1}^+ = e_{k+1} \sqrt{\dot{\theta}_k^{+2} + \frac{2g}{l} \left\{ \cos \left(\frac{\alpha_k}{2} - \gamma \right) - \cos \left(\frac{\alpha_{k+1}}{2} + \gamma \right) \right\}} \quad (2.12)$$

遊脚の角速度 $\dot{\phi}_{k+1}^+$ は、脚切換え式 (2.8) から α_{k+1} および $\dot{\theta}_{k+1}^+$ の従属変数となるので、本研究では、 $\dot{\phi}_{k+1}^+$ についての差分方程式は考慮しない。

2.3.2 平衡点の力学的構造

本項では、平衡点が生成される力学的な構造（生成メカニズム）を明らかにする。まず、平衡点となる場合、 $\alpha_{k+1} = \alpha_k$ 、 $\dot{\theta}_{k+1}^+ = \dot{\theta}_k^+$ となる。このとき、差分方程式 (2.12) は次のように整理できる。

$$\dot{\theta}_k^+ = \sqrt{\frac{4e_k^2 g}{l(1-e_k^2)} \sin \frac{\alpha_k}{2} \sin \gamma} \quad (2.13)$$

任意の $\dot{\phi}_k^+$ に対して式 (2.13) が成り立つことを考慮すると、 α_k 、 $\dot{\theta}_k^+$ および $\dot{\phi}_k^+$ の関係は Fig.2.4 (a) の曲面 A のように図示される。ただし、スロープ角度 γ は 0.01[rad] とし、脚の長さ l は 0.7[m] とした。図からわかるように、平衡点は式 (2.13) で表わされる曲面 A 上に拘束される構造を有する。ここで、式 (2.13) は次式のように変形できる。

$$\frac{1}{2} M l^2 \dot{\theta}_k^{+2} \left(\frac{1}{e_k^2} - 1 \right) = 2 M g l \sin \frac{\alpha_k}{2} \sin \gamma \quad (2.14)$$

式 (2.14) の左辺と右辺は、それぞれ 1 歩区間における着地時の損失エネルギーと供給エネルギーを示している。つまり、曲面 A は、エネルギーバランス状態を表わしており、一つの力学的構造を成している。

次に、脚切換え式 (2.8) から次式が導かれる。

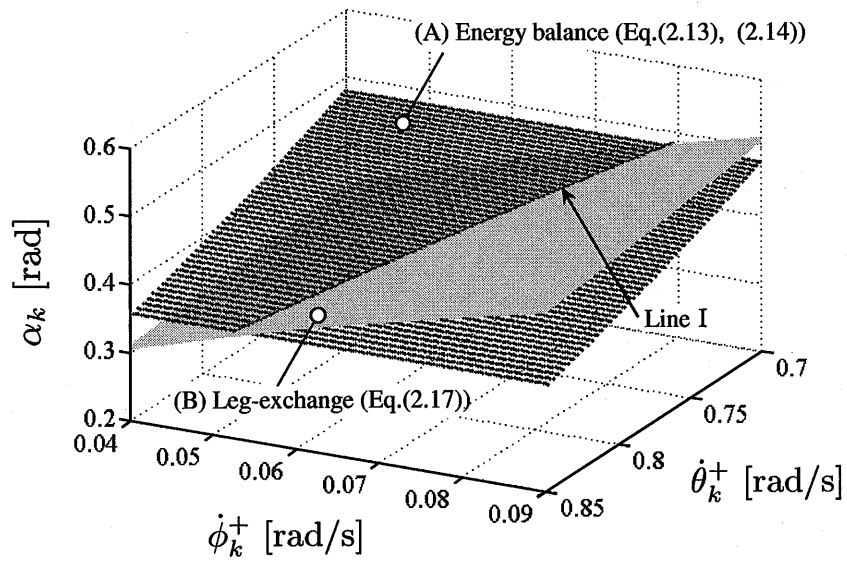
$$\dot{\theta}_k^+ = \cos \alpha_k \dot{\theta}_k^- \quad (2.15)$$

$$\dot{\phi}_k^+ = (1 - \cos \alpha_k) \cos \alpha_k \dot{\theta}_k^- \quad (2.16)$$

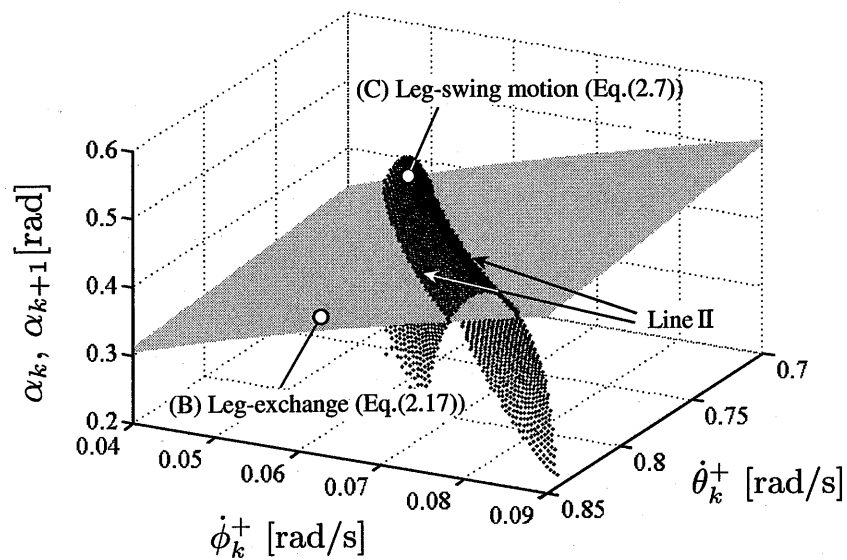
式 (2.15) と (2.16) から $\dot{\theta}_k^-$ を消去すると次式が得られる。

$$\dot{\phi}_k^+ = (1 - \cos \alpha_k) \dot{\theta}_k^+ \quad (2.17)$$

式 (2.17) から α_k 、 $\dot{\theta}_k^+$ および $\dot{\phi}_k^+$ の関係は Fig.2.4 (a) の曲面 B のように図示される。脚切換え現象によって、着地直後の状態が式 (2.17) で表わされる曲面 B 上に拘束される力学的構造になっている。なお、 γ および l には依存しない。さらに、曲面 B は曲面 A と交差して曲線 I を形成する。



(a) Energy balance and leg-exchange



(b) Leg-exchange and leg-swing motion

Fig. 2.4 Physical structure forming fixed points

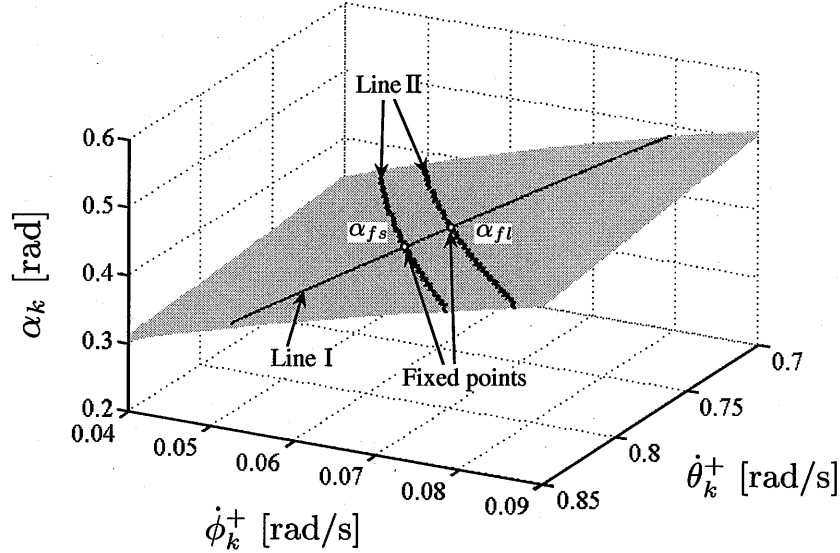


Fig. 2.5 Physical structure forming fixed points

さて、遊脚の角速度 $\dot{\phi}_k^+$ は、式 (2.13) および (2.17) から次のように表わされる。

$$\dot{\phi}_k^+ = (1 - \cos \alpha_k) \sqrt{\frac{4e_k^2 g}{l(1 - e_k^2)} \sin \frac{\alpha_k}{2} \sin \gamma} \quad (2.18)$$

式 (2.13) および (2.18) から、平衡点の状態は、 α_k , $\theta_k^+(\alpha_k)$ および $\dot{\phi}_k^+(\alpha_k)$ の形式で表わすことができる。そこで、曲面 B 上の状態 α_k , θ_k^+ および $\dot{\phi}_k^+$ を初期値として、式 (2.7) から α_{k+1} を数値的に導出した。ここで、股角度が $\alpha_{k+1} = \alpha_k$ となれば平衡点となる。 θ_k^+ , $\dot{\phi}_k^+$ および α_{k+1} の関係を図示すると、Fig.2.4 (b) に示すような上に凸な曲面 C となる。ただし、歩行が成立した場合のみを図示している。ここで、 $\alpha_{k+1} = \alpha_k$ を満たす状態は、曲面 B と曲面 C との交わる二つの曲線 II 上に存在する。

最終的に、Fig.2.5 に示すように曲線 I および曲線 II の二つの交点が平衡点となる。これらの平衡点は、Short period gait ($\alpha_{fs} = 0.40137[\text{rad}]$) および Long period gait ($\alpha_{fl} = 0.41469[\text{rad}]$) と呼ばれる歩容に対応している [21][27][84]。

2.4 結言

本章では、受動歩行の平衡点は (1) エネルギーバランス、(2) 脚の切換えおよび (3) 脚の振り運動が絡む力学的構造の中から生成されることを明らかにした。

(1) において、支配方程式（差分方程式）から平衡点を導出し、その拘束条件がエネルギーバランスとなる。(2) において、脚切換えは状態を単に離散的に遷移させるだけでなく、着地直後の状態（遷移後の状態）を一定の状態に拘束する。(3) において、脚の振り運動における連続的な状態遷移は、脚のもつダイナミクスによって一定に拘束される。

(1) および (2) が力学的な不変性をもつことを考えると、平衡点は脚の振り運動の特性に大きく依存すると言える。

第3章

脚の切換え現象

3.1 緒言

一般的に、着地時の床面との衝突はセンサの障害や機器の振動などを引き起こすため、望ましくない現象と捉えられ、種々の衝撃緩和手段がとられている [5]。しかし、この衝突現象は、2章で述べた平衡点を決定する一つの重要な要素である脚切換えには不可欠である。これまで、ある仮定の基で理想的に脚の切換え現象がモデル化されてきたが [20], [26], [27], [32], [46], [52], [57], その妥当性について十分な評価がなされてこなかった。そこで、本章では、受動歩行機を模擬した簡単な実験機を用いて、一般的な脚切換えモデルを定性的・定量的に評価した上で、実際の衝突現象の解析から、より厳密な脚切換えモデルを導出する [85]。

3.2 脚切換えの実験的検証

3.2.1 モデルの仮定と特徴

遊脚足先と床面との衝突によって、支持脚と遊脚の切換え現象が生じる。受動歩行の研究では、一般的に次のような仮定をおいて、脚切換えがモデル化される。

- (1) 遊脚と床面との衝突は完全非弾性衝突である。
- (2) 着地の瞬間、支持脚が床面から離れて、脚の切換えが行われる。

2.2.3 項で述べたように、Simplest walking model の脚切換え式は次のように表わされる。

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}^+ \\ \dot{\phi}^+ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \alpha & 0 \\ (1 - \cos \alpha) \cos \alpha & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}^- \\ \dot{\phi}^- \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

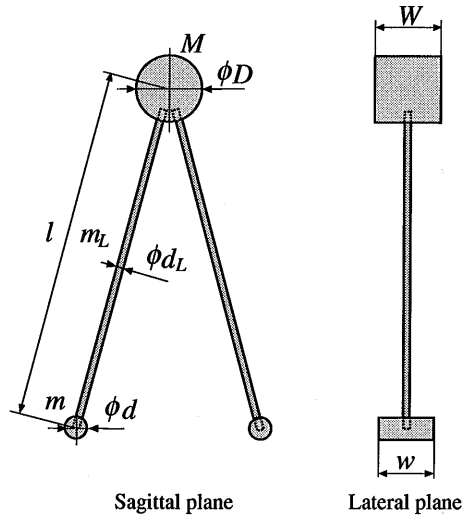


Fig. 3.1 Experimental machine

Table 3.1 Values of parameter of machine

Length [cm]		Mass [g]	
l	32.0	M	444
W	6.0	m	9
w	5.0	m_L	10
ϕD	6.0		
ϕd	2.0		
ϕd_L	0.6		

行列式 (3.1) から、切換え直後の支持脚の角速度は次のようになる。

$$\dot{\theta}^+ = \cos \alpha \dot{\theta}^- = e \dot{\theta}^- \quad (3.2)$$

なお、床面との衝突におけるエネルギー残存率は、次に示すように e^2 に一致する。

$$\frac{\frac{1}{2} M l^2 \dot{\theta}^{+2}}{\frac{1}{2} M l^2 \dot{\theta}^{-2}} = \frac{e^2 \dot{\theta}^{-2}}{\dot{\theta}^{-2}} = e^2 \quad (3.3)$$

式 (3.2) からわかるように、損失係数 e は、支持脚の角速度 $\dot{\theta}^-$ およびスロープ角度 γ には依存せず、着地時の股角度 α のみによって決まる。本節では、損失係数 e が股角度 α のみに依存することを実験的に確認し、さらに脚切換え式 (3.2) の妥当性を定量的に評価する。

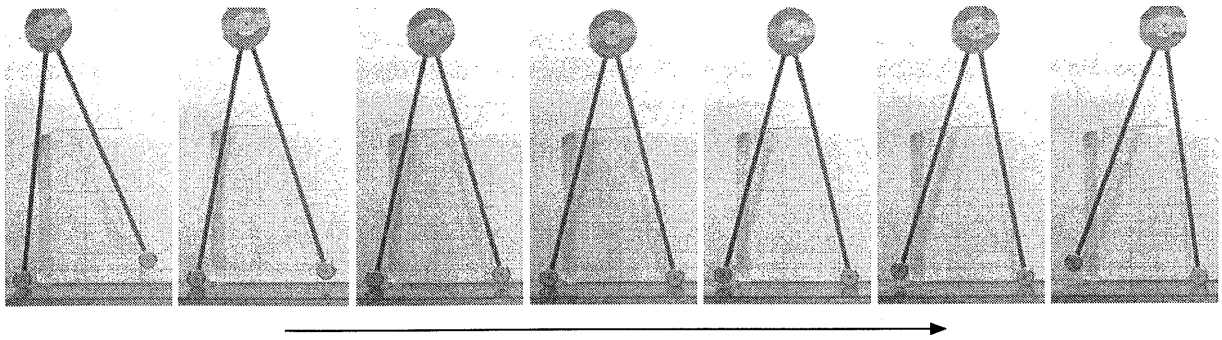


Fig. 3.2 A photographic playback

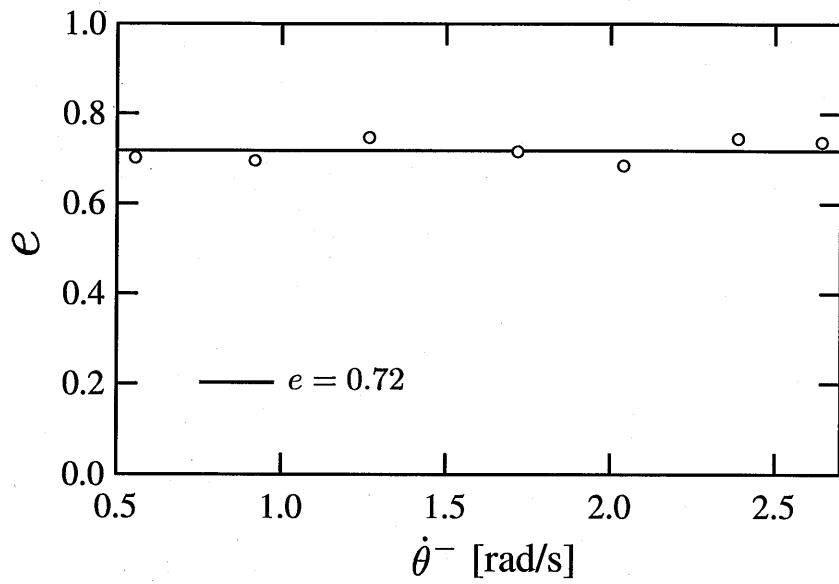
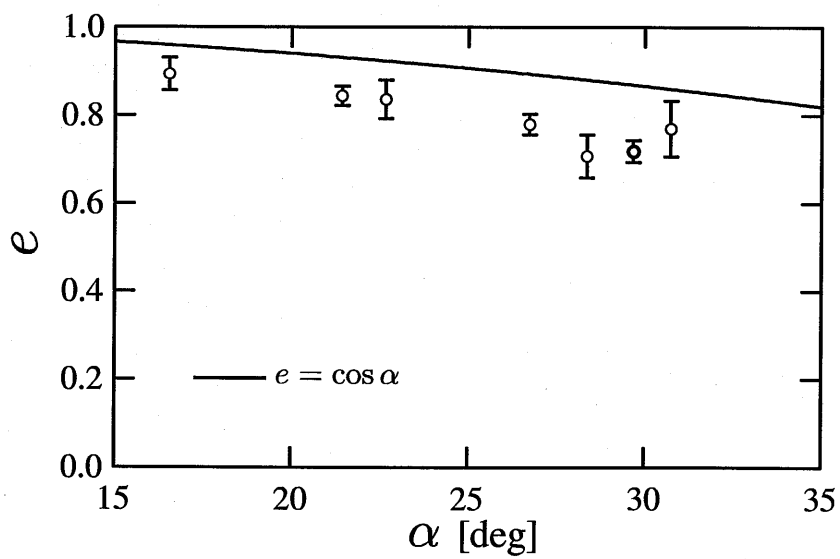
3.2.2 実験機および計測方法

損失係数は $e = \dot{\theta}^+ / \dot{\theta}^-$ であるから、着地前後の支持脚の角速度を求めることになる（遊脚の動きは関係ない）。そこで、検証に適した実験機として、Fig.3.1 に示すような脚を腰部分で固定した実験機を用いる。これは、コンパスタイプの受動歩行機を一定の股角度で床面に衝突させることになる。

実験機の諸元を Table 3.1 に示す。腰と足先はカツラ材を用い、脚は軽く剛性の高い炭素棒を用いた。なお、腰の質量を足先・脚の質量よりも十分に大きくするために、腰の中心部分に真鍮製の円柱を埋め込んだ。一方、床面は、厚さ 15[mm] のラワン合板を用いた。衝突時の合板のたわみおよび振動を防止するために、30×30[mm] の L 字アングルを裏打ちした。また、足先と床面の滑りを抑えるために、合板の表面に厚さ 1[mm] の合成ゴムを貼り付けた。

本実験では、遊脚足先を設定した高さから床面に衝突させた。なお、実験機が後方に倒れてしまう場合は、支持脚を垂直 (Fig.2.1 で $\theta = \gamma$) にした状態から腰に水平力を加えて初期速度を与えた。計測方法に関しては、両方の足先と腰の中心に直径 4[mm] のマーカーを付け、高速度カメラを用いて、これら三つのマーカーを同時に撮影した。撮影した脚切換えの様子を Fig.3.2 に示す。図からわかるように、遊脚足先が床面と衝突することによって支持脚と遊脚が切替わる。なお、フレームサイズは 512×512[pixels]、撮影速度は 1,000[frame/s] である。

得られた画像からマーカーの中心の位置座標を抽出し、各マーカーの位置座標から支持脚の角度 θ を算出した。着地前後の微小時間では、角度の時間変化はほぼ線形となるため、その傾きから角速度 $\dot{\theta}$ を算出した。

(a) Angular velocity of support leg $\dot{\theta}^-$ (b) Inter-leg angle α Fig. 3.3 Variation of loss coefficient e

3.2.3 評価結果

まず、股角度 α を 29.7[deg]、スロープ角度 γ を 0[deg] に設定し、着地直前の支持脚の角速度 $\dot{\theta}$ を変えた場合の実験を行った。Fig.3.3 (a) に実験結果を示す。横軸は角速度 $\dot{\theta}$ 、縦軸は損失係数 e である。図からわかるように、支持脚の角速度 $\dot{\theta}$ の値によらず、損失係数 e はほぼ一定 $e=0.72\pm 0.03$ となった。また、 γ を 3[deg] に変更し、同様な実験を行った結果、 $e=0.73\pm 0.03$ となった。以上のことから、損失係数 e は、支持脚の角速度 $\dot{\theta}$ およびスロープ角度 γ には依存しないと言える。

次に、 γ を 0[deg] に固定し、股角度 α を変えた場合の実験を行った。 α は脚構造および足先の滑りを考慮して、15 から 35[deg] の範囲に 7 通り設定した。Fig.3.3 (b) に実験結果を示す。横軸は股角度 α 、縦軸は損失係数 e である。各股角度に対して 7 回の実験を行い、その平均値および標準偏差を示した。なお、 e の解析値 (式 (3.2)) を図中に併記した。図からわかるように、損失係数は着地時の股角度に依存しており、股角度が増大すると減少する特徴をもつことが実験的に確かめられた。しかし、実験値と解析値の間には誤差が見られ、股角度が大きくなるにつれてその差が大きくなる傾向にある。

以上のことから、2章で示した脚切換えモデルは、定性的には合っているが、定量的には問題がある。

3.3 厳密な脚切換えモデル

3.3.1 実際の衝突現象

3.2.3 項で示した定量的なモデル化誤差は、モデル化に際して導入した二つの仮定によるものだと考え、実際の衝突現象をより詳細に観察することにした。具体的には、高速度カメラのフレームサイズを 512×128[pixels]、撮影速度を 8,000[frame/s] に設定して床面付近を撮影した。

Fig.3.4 は、股角度 α を 22.9[deg] とし、遊脚足先を 2[cm] の高さから床面に衝突させたときの連続写真である。図からわかるように、遊脚足先が床面に着地してから、支持脚が床面から完全に離れるまでに、約 4[msec] の時間がかかっている。したがって、3.2.1 項で述べた仮定のように脚の切換えは瞬間的には行われておらず、実際は次のように脚の切換えが行われていると考えることができる。

- (1) 遊脚足先と床面との衝突は弾性衝突 (完全非弾性衝突を含む) である。ただし、跳ね返りは微小である。
- (2) 脚の切換えには微小時間がかかり、その間、支持脚足先まわりに衝突の衝撃によるトルクが発生し、角運動量が損失する。

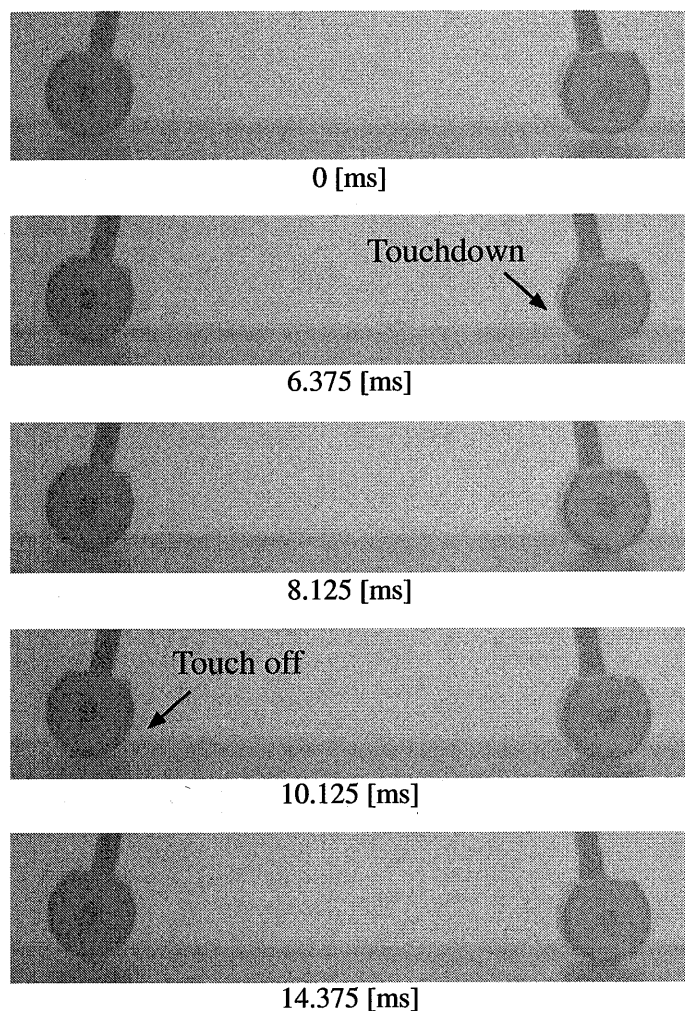


Fig. 3.4 Collision phenomenon (8,000[frame/s])

3.3.2 角運動量の損失

本項では、3.3.1項で述べた実際の現象に基づき、角運動量に関する式を導出する。まず、衝突（両脚が着地）している微小時間を Δt_d とする。Fig.3.5に示すように、衝突の衝撃によって遊脚足先に衝撃力 F_{dy} (y 方向成分) が発生する。このとき、支持脚足先まわりに発生するトルク T の総和は、次のように表わすことができる。

$$\begin{aligned}
 \int_0^{\Delta t_d} T dt &\approx \bar{T} \Delta t_d \\
 &= 2\bar{F}_{dy} \Delta t_d l \sin \frac{\alpha}{2}
 \end{aligned}
 \tag{3.4}$$

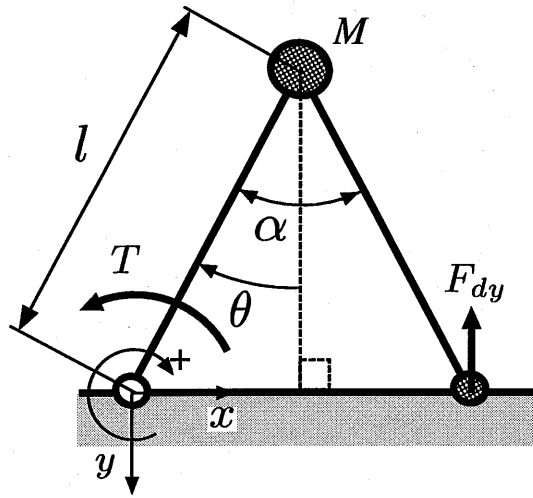


Fig. 3.5 Model of collision phenomenon

ここで、 \bar{T} および \bar{F}_{dy} はそれぞれ T および F_{dy} の平均値を表わす。また、衝突における運動量保存則と跳ね返り式から次式が導かれる。

$$\begin{aligned}\bar{F}_{dy}\Delta t_d &= M(v_{dy}^+ - v_{dy}^-) \\ &= -M(c+1)v_{dy}^- \\ &= -Ml(c+1)\dot{\theta}^- \sin \frac{\alpha}{2}\end{aligned}\quad (3.5)$$

ここで、 v_{dy}^- および v_{dy}^+ は、衝突直前および直後の速度の y 方向成分を表わす。また、 c は跳ね返り係数である。式 (3.4) および (3.5) から、衝突の衝撃によって発生するトルクの総和は、最終的に次のようになる。

$$\int_0^{\Delta t_d} T dt \approx -2Ml^2(c+1)\dot{\theta}^- \sin^2 \frac{\alpha}{2}\quad (3.6)$$

衝突前後の角運動量は、次のような関係が成り立つ。

$$Ml^2\dot{\theta}_d^+ = Ml^2\dot{\theta}^- + \int_0^{\Delta t_d} T dt\quad (3.7)$$

ここで、 $\dot{\theta}_d^+$ は衝突直後の支持脚の角速度である。脚切換えをモデル化する場合、式 (3.7) に示す衝突の衝撃による角運動量の損失を考慮しなければならない。式 (3.6) および (3.7) から、 $\dot{\theta}_d^+$ は次のように与えられる。

$$\dot{\theta}_d^+ = \dot{\theta}^- - 2(c+1)\dot{\theta}^- \sin^2 \frac{\alpha}{2}\quad (3.8)$$

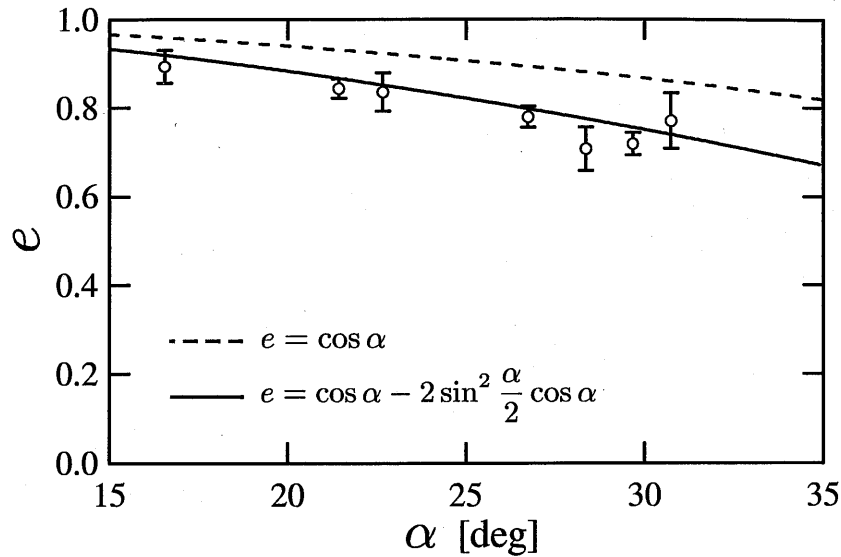


Fig. 3.6 Modified leg-exchange model

3.3.3 修正脚切換えモデル

本項では、3.3.2項の結果に基づき、より厳密な脚切換えモデルを導出する。衝突直後と脚切換え直後において、腰まわりの支持脚の角運動量ならびに遊脚足先まわりの全角運動量が保存されるものとする。これらの角運動量の保存則から、次式が得られる。

$$\dot{\theta}^+ = H(\alpha)\dot{\theta}_d^+ \quad (3.9)$$

ただし、 $\dot{\theta}_d^+ (= [\dot{\theta}_d^+, \dot{\phi}_d^+]^T)$ は、衝突直後の脚の角速度ベクトルを表わす。式 (3.9) から、脚切換え後の支持脚および遊脚の角速度 $\dot{\theta}^+$ および $\dot{\phi}^+$ は、次式のように導かれる。

$$\dot{\theta}^+ = \cos \alpha \dot{\theta}_d^+ \quad (3.10)$$

$$\begin{aligned} \dot{\phi}^+ &= \cos \alpha (1 - \cos \alpha) \dot{\theta}_d^+ \\ &= (1 - \cos \alpha) \dot{\theta}^+ \end{aligned} \quad (3.11)$$

式 (3.11) からわかるように、脚切換え後の遊脚の角速度 $\dot{\phi}^+$ は、角速度 $\dot{\theta}_d^+$ に関係しない。

式 (3.8) および (3.10) から、脚切換え直後の支持脚の角速度は次のようになる。

$$\dot{\theta}^+ = \left[\cos \alpha - 2(c+1) \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cos \alpha \right] \dot{\theta}^- \quad (3.12)$$

跳ね返り係数 c が十分に小さい ($c \approx 0$) ものとなすと、式 (3.12) は次のように書き換えられる。

$$\dot{\theta}^+ = \left(\cos \alpha - 2 \sin^2 \frac{\alpha}{2} \cos \alpha \right) \dot{\theta}^- = e \dot{\theta}^- \quad (3.13)$$

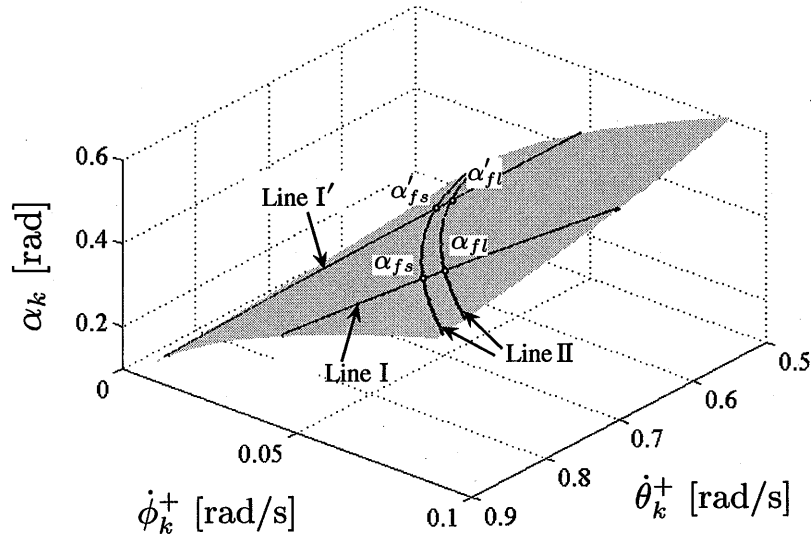


Fig. 3.7 Influence of leg-exchange model

なお、着地時の股角度 α が十分に小さい場合は、式 (3.13) の右辺第二項を無視することができ、式 (3.2) と一致する。

損失係数 e の実験値ならびに式 (3.13) による解析値 (実線) を Fig.3.6 に示す。図からわかるように、式 (3.13) は近似度が高く、修正脚切換えモデルは定量的にも妥当なモデルと言える。

3.3.4 平衡点への影響

本項では、一般的な脚切換えモデルおよび修正脚切換えモデルによる平衡点への影響を調べる。Fig.3.7に示すように、一般的な脚切換えモデルおよび修正脚切換えモデルにおける平衡点は、それぞれ曲線IとIIの二つの交点および曲線I'とIIの二つの交点となる。平衡点は、 $\alpha_{fs}=0.40137[\text{rad}]$ 、 $\alpha_{fl}=0.41469[\text{rad}]$ および $\alpha'_{fs}=0.31919[\text{rad}]$ 、 $\alpha'_{fl}=0.33057[\text{rad}]$ である。損失係数はエネルギーバランスのみに影響し、脚切換え面との交線がIからI'に変わる。結果的に、着地時の股角度が10[%]くらい狭くなる。

3.4 力学的拘束

Simplest walking model においては、脚切換え現象によって着地直後の状態が一定に拘束される。本節では、次章で用いる一般的なコンパスタイプの歩行モデルにおいてその特徴を確認する [84].

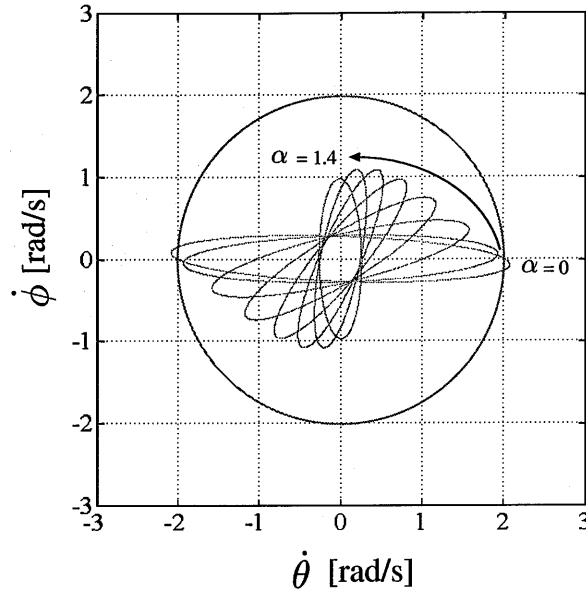


Fig. 3.8 The state after circle is transformed by matrix H

Fig.4.1 に示す歩行モデルの脚切換え式は、次式で与えられる。

$$Q^+(\alpha)\dot{\theta}^+ = Q^-(\alpha)\dot{\theta}^- \quad (3.14)$$

ただし、

$$Q^+(\alpha) = \begin{bmatrix} I + m(l-a)^2 - ml(l-a)\cos\alpha \\ 2I + 2m(l^2 - la + a^2 - l(l-a)\cos\alpha) \\ -I - m(l-a)^2 \\ -I - m(l-a)^2 + ml(l-a)\cos\alpha \end{bmatrix}$$

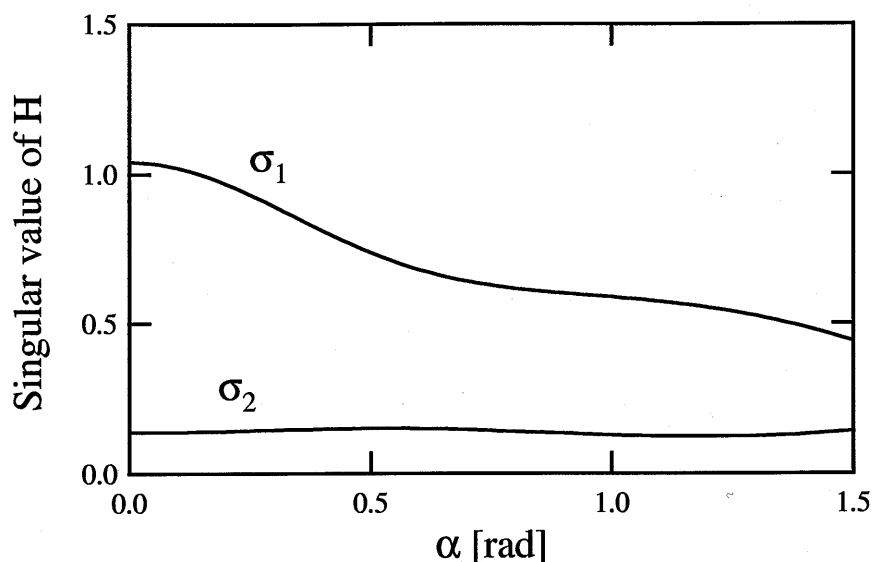
$$Q^-(\alpha) = \begin{bmatrix} I - ma(l-a) & 0 \\ 2I + 2m(-la + a^2 + la\cos\alpha) & -I + ma(l-a) \end{bmatrix}$$

式(3.14) から着地直後の角速度ベクトル $\dot{\theta}^+$ は、

$$\dot{\theta}^+ = Q^+(\alpha)^{-1}Q^-(\alpha)\dot{\theta}^- = H(\alpha)\dot{\theta}^- \quad (3.15)$$

となる。

まず、着地時の股角度 α によって、脚切換え後の状態がどのように変化するか調べた。Fig.3.8 に、脚切換え式 $H(\alpha)$ によって変換された後の状態を示す。ただし、脚切換え前における状態は、

Fig. 3.9 Singular values of matrix H

支持脚および遊脚の角速度の二乗の和の根が $2[\text{rad/s}]$ となる状態に設定した。なお、股角度 α を $0.2[\text{rad}]$ 刻みに変化させた。図からわかるように、 H によって円は細長い楕円に変換される。股角度 α が大きくなると、楕円の長軸の傾きが大きくなる。すなわち、股角度が大きくなると、着地直後の支持脚の角速度に対する相対的な遊脚の角速度は大きくなることを意味する。

さて、 H を特異値分解 [86] すると

$$H = USV^T \quad (3.16)$$

となる。ここで、 U および V は直交行列、 S は次のような対角行列となる。

$$S = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2) \quad (3.17)$$

ただし、 $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq 0$ とする。 σ は特異値と呼ばれる。たとえば、股角度 $\alpha=0.4161412[\text{rad}]$ ¹ のときの行列 U 、 S および V は次のようになる。

$$U = \begin{bmatrix} -0.9635 & -0.2673 \\ -0.2673 & 0.9635 \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$$S = \begin{bmatrix} 0.7838 & 0 \\ 0 & 0.1487 \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

¹スロープ角度 $\gamma=0.045[\text{rad}]$ における Long period gait の平衡点の股角度である。

$$V = \begin{bmatrix} -0.9661 & 0.2577 \\ -0.2577 & -0.966 \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

ここで、各行列の働きを幾何学的に考えると、 V は反転および回転、 S は拡大および縮小、 U は反転および回転を意味する。

Fig.3.9 に特異値 σ_1 , σ_2 と股角度 α の関係を示す。図からわかるように、 σ_1 は股角度 α に対して大きな影響を受ける。一方、 σ_2 は零に近い値を保っている。すなわち、これは行列 H の変換によって、状態が細長い領域へと変換されることを意味する。この結果は、Fig.3.8 の特徴と一致する。

特異値 σ_2 を零と仮定した場合、脚切換え後の支持脚および遊脚の角速度は直線上に位置することになり、直線の傾きは行列 U のみに依存することになる。このことは、脚切換え現象によって、着地直後の状態はほぼ一定の曲面上に拘束されることを意味する。

3.5 結言

本章では、平衡点生成に関与する脚切換え現象について議論した。

まず、受動歩行機を模擬した簡単な実験機を用いて、一般的な脚切換えモデルを定性的・定量的に評価した。その結果、定性的には合っているが、定量的には問題があることを示した。より詳細に分析した結果、実際は、跳ね返りは小さいものの弾性衝突であり、また微小時間、支持脚足先まわりに衝突の衝撃力によるトルクが発生し、角運動量が損失することが予想された。そこで、これらの力学的考察に基づいて定式化し直し、より厳密な脚切換えモデルを導出した。その結果、損失係数に関して高い近似度を示しており、修正モデルは定量的にも妥当なモデルと言える。損失係数はエネルギーバランスに影響し、その結果、平衡点はより着地時の股角度が小さい状態で固定されることがわかった。

脚切換え直後の状態 θ^+ , $\dot{\phi}^+$ および α は、式 (3.11) で表わされる状態に拘束される。この点の実験的検証は今後の課題である。なお、定性的には合っていることから、本章以外では、解析を単純化するために、一般的な脚切換えモデルを用いることとした。

第4章

平衡点近傍のダイナミクス

4.1 緒言

受動歩行における平衡点の安定メカニズムを理解する上で、平衡点近傍のダイナミクスの特徴を知ることは重要である。従来の安定性の検討では、安定な平衡点を中心にして解析が行われてきたが、新しい知見を得るためには、平衡点が安定から不安定に変わるダイナミクスに注目すべきだと考えた。また、平衡点生成においてエネルギーバランスが重要な要素であることを2章で示した。

そこで、本章では、エネルギー的な観点から安定性が変わる分岐前後の平衡点近傍のダイナミクスを比較検討し、平衡点の安定性・収束性のメカニズムの特徴を明らかにする [81][87]。さらに、受動歩行を離散時間の非線形システムとして取り扱い、数値的な固有値解析を行う。そして、エネルギー解析の結果とも一致することを確認する。

4.2 受動歩行

4.2.1 コンパスタイプの歩行モデル

本章で用いる一般的なコンパスタイプの2足歩行モデルをFig.4.1に示す。脚の長さ l は 0.70[m]、足先から重心までの長さ a は 0.35[m]、脚の質量 m は 5.0[kg]、重心まわりの慣性モーメント I は 0.20416[kgm²] とした。このとき、運動方程式を導出すると

$$M(\theta)\ddot{\theta} + H(\theta, \dot{\theta}) + G(\theta) = E\tau \quad (4.1)$$

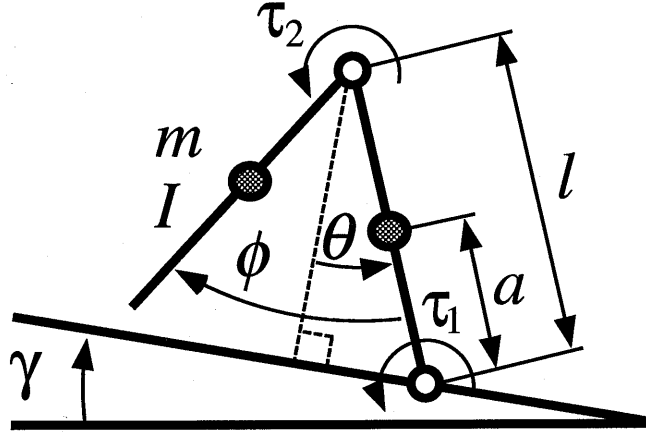


Fig. 4.1 General compass-like biped model

で与えられる。ただし、

$$\begin{aligned}
 \mathbf{M}(\boldsymbol{\theta}) &= \begin{bmatrix} I + m(l^2 + a^2) - ml(l-a)\cos\phi & ml(l-a)\cos\phi \\ I + m(l-a)^2 - ml(l-a)\cos\phi & -I - m(l-a)^2 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{H}(\boldsymbol{\theta}, \dot{\boldsymbol{\theta}}) &= \begin{bmatrix} -ml(l-a)(\dot{\theta} - \dot{\phi})^2 \sin\phi \\ ml(l-a)\dot{\theta}^2 \sin\phi \end{bmatrix} \\
 \mathbf{G}(\boldsymbol{\theta}) &= \begin{bmatrix} -m(l+a)\sin(\theta - \gamma) \\ m(l-a)\sin(\theta - \phi - \gamma) \end{bmatrix} g \\
 \mathbf{E} &= \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

ここで、 $\boldsymbol{\theta} (= [\theta, \phi]^T)$ は、各関節の角度ベクトルを表す。受動歩行の場合、入力トルクベクトル $\boldsymbol{\tau} (= [\tau_1, \tau_2]^T)$ は零となる。なお、支持脚および遊脚の角度の向きは、Fig.2.1 に示す角度の向きと逆になっていることに注意されたい。

脚切換え式は次式のように導かれる。

$$\mathbf{Q}^+(\alpha)\dot{\boldsymbol{\theta}}^+ = \mathbf{Q}^-(\alpha)\dot{\boldsymbol{\theta}}^- \quad (4.2)$$

ただし、

$$\mathbf{Q}^+(\alpha) = \begin{bmatrix} I + m(l-a)^2 - ml(l-a)\cos\alpha \\ 2I + 2m(l^2 - la + a^2 - l(l-a)\cos\alpha) \\ -I - m(l-a)^2 \\ -I - m(l-a)^2 + ml(l-a)\cos\alpha \end{bmatrix}$$

$$Q^-(\alpha) = \begin{bmatrix} I - ma(l-a) & 0 \\ 2I + 2m(-la + a^2 + la \cos \alpha) & -I + ma(l-a) \end{bmatrix}$$

式(4.2)から着地直後の角速度ベクトル $\dot{\theta}^+$ は,

$$\dot{\theta}^+ = Q^+(\alpha)^{-1} Q^-(\alpha) \dot{\theta}^- = H(\alpha) \dot{\theta}^- \quad (4.3)$$

となる。なお、遊脚着地条件は、 $2\theta - \phi = 0$ となっている。

4.2.2 分岐現象

受動歩行のもつ特徴として、ある状態からリミットサイクルの軌道に収束する一種の引き込み現象が見られる。さらに、この軌道はスロープ角度によって決まり、スロープ角度を大きくすると、軌道周期が1周期から2周期へと変わる分岐現象 (Bifurcation) が生じ、最終的にはカオス的な振舞いとなる。

Fig.4.2 にスロープ角度 γ に対する歩行周期 T および股角度 α を示す。なお、適当な初期値からスタートし、定常歩行時の値をプロットしている。図からわかるように、カオスに至る分岐現象が現れている。また、スロープ角度が小さくなると股角度は零に近づくのに対して、歩行周期は一定の値となる。

4.3 エネルギー解析

4.3.1 蓄積エネルギー関数と平衡点

受動歩行の平衡点では、脚切換え (床面との衝突現象) 時の損失エネルギーが、重力ポテンシャルから供給される運動エネルギーとバランスする状態となる。そこで、エネルギー的な観点から分岐前後の平衡点近傍の安定性・収束性を解析する。

k 歩目における着地直後の運動エネルギーを E_k^+ とする。また、着地直後では $\theta = \alpha/2$, $\phi = \alpha$ の関係が成り立つので、着地直後の状態量は $x_k^+ = [\alpha_k, \dot{\theta}_k^+, \dot{\phi}_k^+]^T$ となる。状態 x_k^+ から遊脚が着地するまでに重力ポテンシャルから供給される運動エネルギーを U_k , 脚切換え時の損失エネルギーを L_k とすると、 $k+1$ 歩目の着地直後の運動エネルギー E_{k+1}^+ は次式で表される。

$$\begin{aligned} E_{k+1}^+ &= E_k^+ + U_k - L_k \\ &= E_k^+ + \Delta E_{sk} \end{aligned} \quad (4.4)$$

ここで、 $\Delta E_{sk} (= U_k - L_k)$ は1歩区間において蓄積されるエネルギーである。本研究では、この ΔE_{sk} を蓄積エネルギーと呼ぶ。ある初期状態から安定なりミットサイクル (1歩行周期) に引き

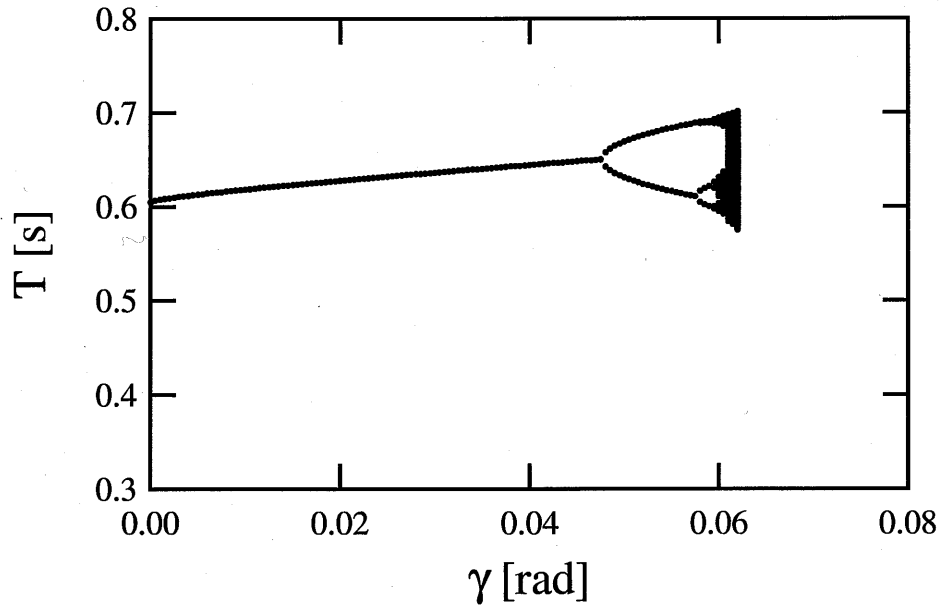
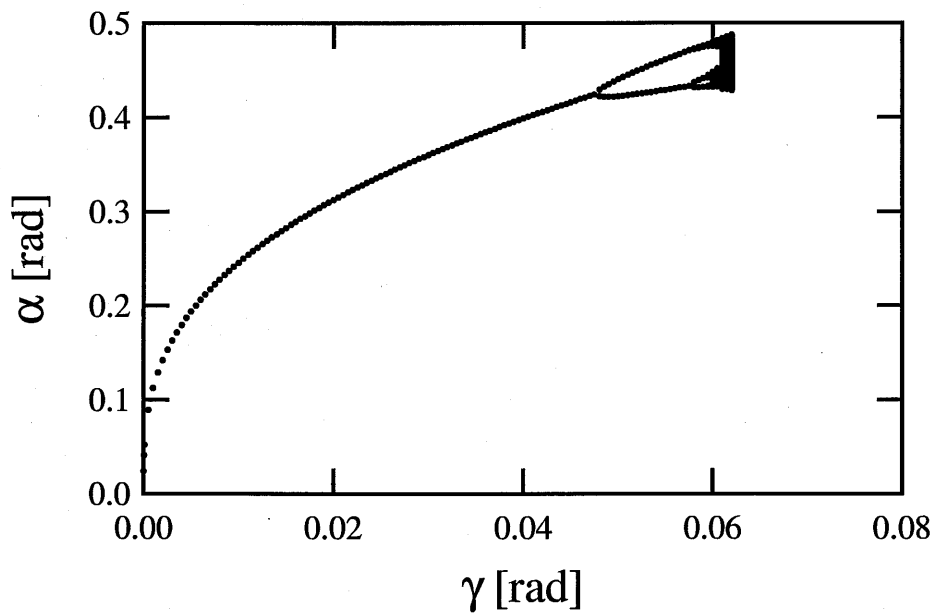
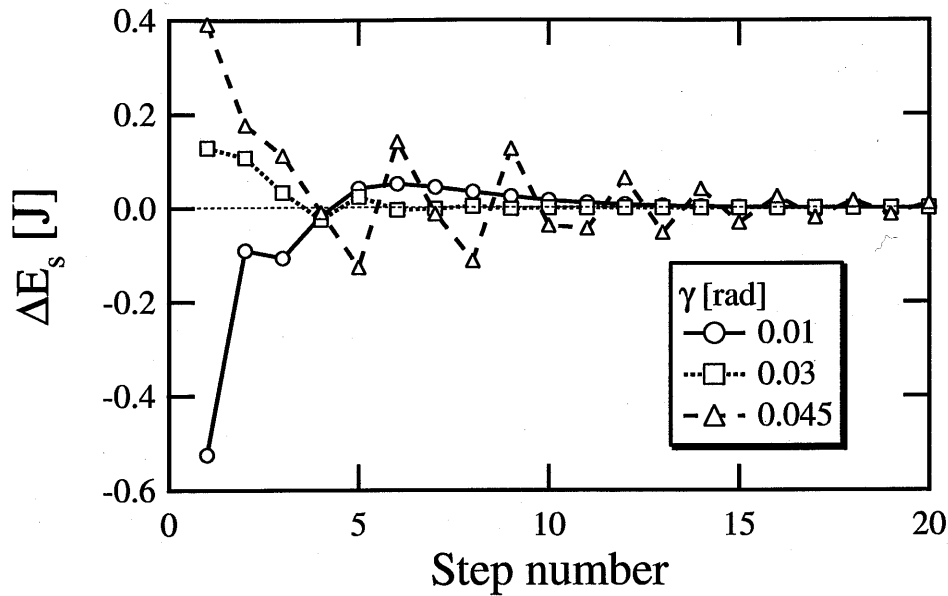
(a) Step period T (b) Inter-leg angle α

Fig. 4.2 Bifurcation

Fig. 4.3 Variation of storage energy ΔE_s .

込まれる場合, Fig.4.3 に示すように蓄積エネルギー ΔE_s は正負の値をとりながら零へと収束する。ただし, 初期状態は $\boldsymbol{x}^+ = [0.33, -1.2, -0.2]^T$ とした。

歩行機とスロープのパラメータが一定である場合, 受動歩行は初期状態のみに依存する。このため, 蓄積エネルギー ΔE_s は初期状態の股角度 α と各関節の角速度 $\dot{\theta}^+$, $\dot{\phi}^+$ を変数にもつ関数となる。歩行機は非線形なダイナミクスを有しており, また着地のタイミングすなわち脚切換え時刻は陽には与えられず, 運動方程式を数値積分することでしか求まらない。すなわち, 蓄積エネルギー関数を解析的に求めることは極めて困難と言える。

適当な初期状態 \boldsymbol{x}^+ から 1 歩区間の歩行を行わせ, そのときの供給エネルギー U と損失エネルギー L から蓄積エネルギー ΔE_s を求める。Fig.4.4 に蓄積エネルギー関数として ΔE_s の等高線図を実線で示す。スロープ角度 γ は, 分岐する少し前の角度 $0.045[\text{rad}]$ とし, 初期状態の股角度 α は, あらかじめ求めた定常歩行時の股角度 $0.4161412[\text{rad}]$ とした。横軸および縦軸は, それぞれ着地直後の角速度 $\dot{\theta}^+$, $\dot{\phi}^+$ を採った。等高線が描かれていない領域は, 適切な着地をせず一歩と見なせなかった場合である。図からわかるように, 蓄積エネルギーは, ほとんどが負の値 (損失エネルギーが供給エネルギーを上回る) となっているが, 正の値にもなる。すなわち, $\Delta E_s = 0$ の領域は点ではなく曲線上に存在することになる。

Fig.4.4 に併記した点線, 破線および一点鎖線は, それぞれ α , $\dot{\theta}^+$ および $\dot{\phi}^+$ に関して, 着地直

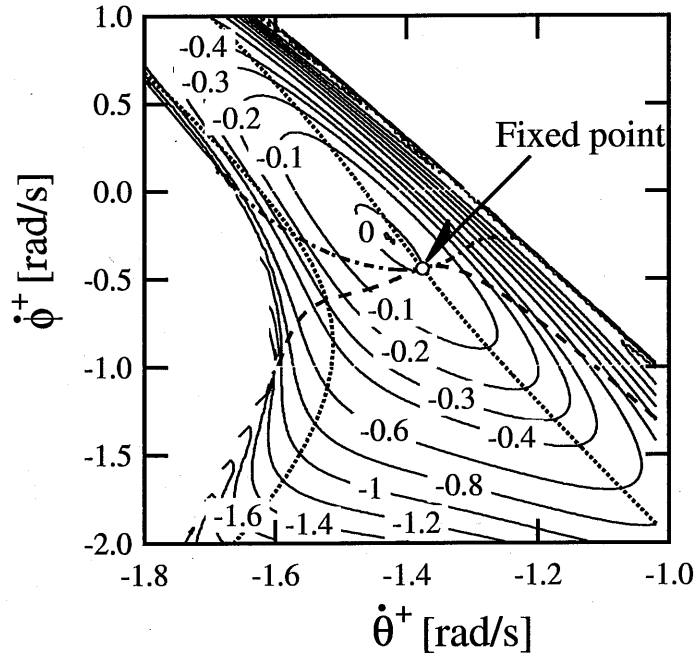


Fig. 4.4 Storage energy ΔE_s and fixed point

後と次の着地直後とで等しい場合を示している。図からわかるように、股角度 α に対応する点線は左右に2本存在する。これら3種類の線は、 $\Delta E_s = 0$ のライン上で一点に交差し、歩行の軌道がリミットサイクルとなる。この交点が平衡点となる。

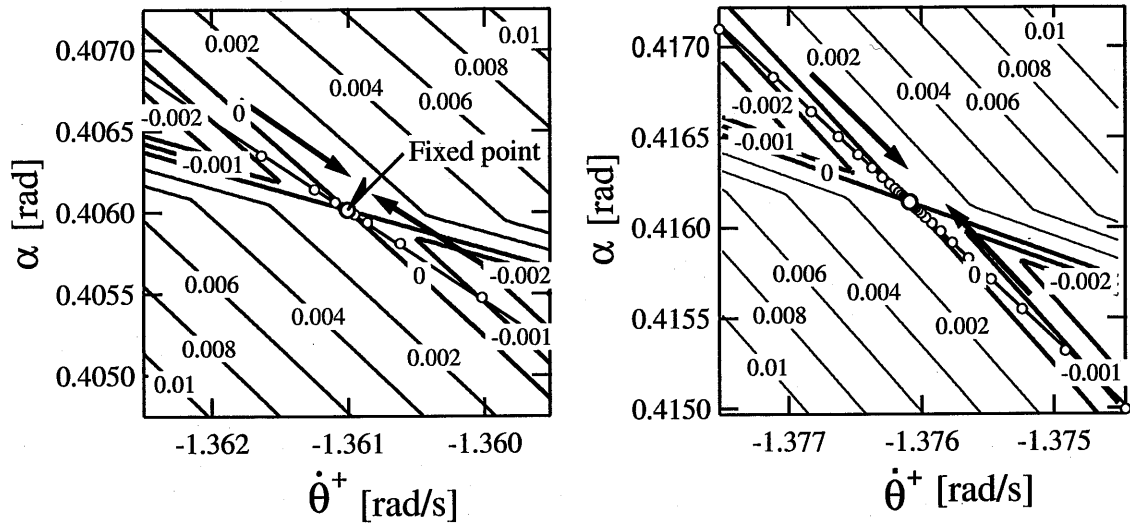
4.3.2 平衡点近傍の供給率と状態遷移

4.3.1 項で示した蓄積エネルギーの特徴から、その絶対値 $|\Delta E_s|$ の変化量に注目し、次に示す供給率 ΔE_r を定義する。

$$\Delta E_r = |\Delta E'_s| - |\Delta E_s| \quad (4.5)$$

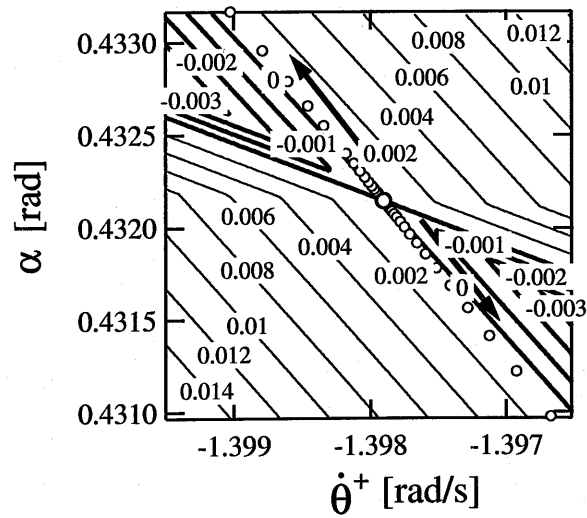
ここで、 $\Delta E'_s$ は、 ΔE_s の次の1歩区間後の蓄積エネルギーを示す。供給率 ΔE_r が負であれば、歩行が収束していることになり、定常歩行となった時、 ΔE_r は零となる。なお、蓄積エネルギー関数と同様に、供給率 ΔE_r は、 α 、 θ^+ および ϕ^+ を変数にもつ関数となる。

Fig.4.4 と同じ条件で、分岐前の1歩行周期の平衡点近傍における着地直後の状態 x^+ の遷移を調べると、直線的に平衡点へ収束することがわかった。そこで、 $\phi^+ = K_1 \theta^+ + K_2$ と直線近似した。初期状態を $x^+ = [\alpha, \theta^+, K_1 \theta^+ + K_2]^T$ とし、スロープ角度 $\gamma = 0.045$ [rad] の場合の平衡点近傍での供給率 ΔE_r の等高線を Fig.4.5(b) に示す。横軸および縦軸は、それぞれ θ^+ および α を採つ



(a) Before bifurcation ($\gamma=0.042$ [rad])

(b) Before bifurcation ($\gamma=0.045$ [rad])



(c) After bifurcation ($\gamma=0.050$ [rad])

Fig. 4.5 Supply rate ΔE_r around fixed point and transition of states

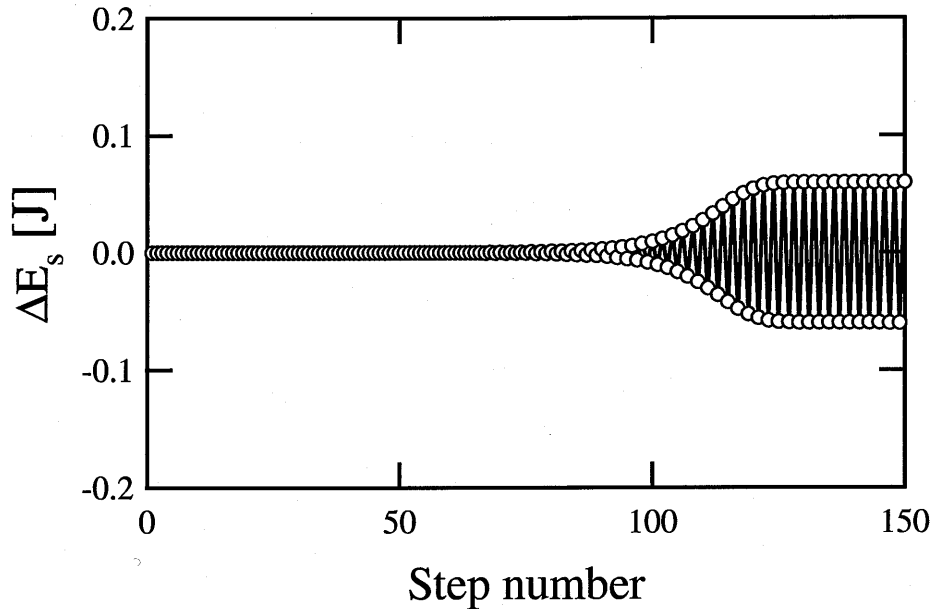


Fig. 4.6 Variation of storage energy ΔE_s after bifurcation

た. さらに, 各ステップの着地直後の状態を○印で併記した. なお, スロープ角度がより小さい $\gamma=0.042[\text{rad}]$ の場合を Fig.4.5(a) に示す.

これらの図からわかるように, ΔE_r の負の領域 (等高線を太く表記) は, 平衡点に接する形で二つ存在する. 各ステップの状態は, この二つの領域を交互に移り, 等高線の勾配に沿ってではなく, 矢印に示すように平衡点に向かい収束する. したがって, いずれの平衡点も安定平衡点である. さらに, スロープ角度が大きくなり分岐に近づくと, 等高線に対して浅い角度で遷移しており, 平衡点への収束性が悪くなる.

次に, 2歩行周期となるスロープ角度 $\gamma=0.050[\text{rad}]$ において, 1歩行周期となる平衡点を求めると, 股角度 α は $0.4321466[\text{rad}]$ となる. Fig.4.5(c) に平衡点近傍での供給率 ΔE_r を示す. 各ステップの状態は, 矢印で示すように ΔE_r の正の領域内を平衡点近傍から徐々に離れて行く. ちょうど安定平衡点の場合の逆である. ここで, Fig.4.6 に各ステップの蓄積エネルギーの変化を示す. 平衡点であれば一定状態を保持するが, 数値的な誤差によって平衡点から僅かながらずれているため, 状態は徐々に零の状態から離れて行き, 最終的に安定な2歩行周期に遷移している. したがって, 1歩行周期の平衡点是不安定平衡点であると言える.

Fig.4.5の三つの図を比較して考察する. まず, Fig.4.5(c)の不安定平衡点近傍では, 歩行が収束していることを意味する供給率の負の領域が消滅すると予想されたが, 実際は分岐前後において

供給率の特徴自体に大きな違いが見られない。これに対して、状態の遷移する勾配が変化し、供給率の負の領域から正の領域へと移行している。このことから、状態遷移の勾配と供給率の等高線とのなす角度が、平衡点の安定性・収束性を決定していると推察される。

4.3.3 歩行効率

動物が歩行速度に応じて、(ほぼ瞬時に)歩容を変える(一種の分岐現象)ことと対応づけて、受動歩行の分岐現象が歩行の効率と関係するのではと一般的に考えられている [31]。一方、歩行効率を評価する指標として、全関節の消費エネルギーを体重と移動距離で基準化した移動仕事率 [88] が提案されているが、受動歩行の場合、入力トルクが零のためにこのような指標は使えない。そこで、エネルギー効率として平均損失エネルギーを、移動効率として平均歩行速度を採用し、4.3.2項で述べた分岐後の不安定平衡点(1歩行周期)と安定平衡点(2歩行周期)での歩行効率を評価した。ここで、不安定平衡点の歩行では20歩分、安定平衡点の歩行では2歩分を平均した値とした。

Table 4.1 に計算結果を示す。2歩行周期となっても約0.1[%]の効率アップにしか過ぎず、この二つの指標からは分岐により歩行効率が高まったとは言い難い。

Table 4.1 Average energy loss and walking speed

Fixed point	Avg. energy loss [J]	Avg. walking speed [m/s]
Unstable	1.47014	0.46040
Stable	1.46796	0.46109

4.4 固有値解析

4.4.1 固有値計算

歩行を離散時間として取り扱い、固有値解析を行う。4.3.1項で述べたように、着地直後の状態量を $\mathbf{x}^+ = [\alpha, \dot{\theta}^+, \dot{\phi}^+]^T$ とすると、 k 歩目と $k+1$ 歩目の状態量の間には、次の関係式が成り立つ。

$$\mathbf{x}_{k+1}^+ = f(\mathbf{x}_k^+) \quad (4.6)$$

また、

$$\mathbf{x}_f^+ = f(\mathbf{x}_f^+) \quad (4.7)$$

となる x_f^+ が平衡点となる. $x_k^+ = x_f^+ + \Delta x_k^+$ を式 (4.6) に代入し, 2次以降の項は無視してテーラー展開すると次式を得る.

$$x_{k+1}^+ = f(x_f^+) + \left. \frac{\partial f}{\partial x^+} \right|_{x^+=x_f^+} \Delta x_k^+ \quad (4.8)$$

ただし, Δx_k^+ は摂動項である. 式 (4.7) と式 (4.8) から, 次のような線形差分方程式が得られる.

$$\Delta x_{k+1}^+ = \left. \frac{\partial f}{\partial x^+} \right|_{x^+=x_f^+} \Delta x_k^+ \equiv J_f \Delta x_k^+ \quad (4.9)$$

ここで, J_f は 3×3 のヤコビ行列である. J_f のすべての固有値の絶対値が 1 より小さい場合, 平衡点 x_f^+ は安定となる [83]. しかし, J_f を解析的に求めることは非常に困難である. そこで, 式 (4.8) を変形すると次式を得る.

$$J_f \Delta x_k^+ = f(x_f^+ + \Delta x_k^+) - x_f^+ \quad (4.10)$$

ここで, 三つの異なる Δx_k^+ を式 (4.10) に代入して, 得られた三つの式を整理すると次式が得られる.

$$J_f \xi = \mu \quad (4.11)$$

ここで, ξ および μ は 3×3 行列である. 式 (4.11) から J_f は, $\mu \xi^{-1}$ として求められる [25].

この種の計算の場合, 摂動項 Δx_k^+ の取り方が問題となる. そこで, 摂動項のオーダーと固有値の関係について調べてみると, 固有値がほとんど変化しないオーダーの範囲があることがわかった. そこで, Δx_k^+ をその範囲の中心値である 10^{-6} レベルに設定した.

4.4.2 固有値軌跡

まず, 1歩行周期となる平衡点に対して, 4.4.1項で述べた計算を行った. Fig.4.7 にスロープ角度 γ に対する固有値軌跡を示す. スロープ角度が大きくなると実軸上の固有値は原点に向かう. 残りの二つの固有値は楕円軌道に沿って実軸へと向かい, さらに実軸に沿って一方の固有値は原点に向かい, もう一方は原点から遠ざかる. 後者の固有値の絶対値が 1 を越え, 平衡点は漸近安定 (沈点) から不安定 (鞍点) となる [83]. この結果は, 4.3.2項で得られた結果と一致する.

次に, 固有値の絶対値の最大値 $\max |R_f|$ を Fig.4.8 に示す. $\max |R_f|$ が小さければ, 平衡点近傍における収束が速くなる. すなわち, 少ないステップ数で収束する. 図からわかるように, スロープ角度が大きくなり分岐に近づくと, $\max |R_f|$ の値が急激に大きくなり, 平衡点への収束性が悪くなる. これらの結果は, Fig.4.3 および Figs.4.5(a), (b) に見られた収束性と一致する. こ

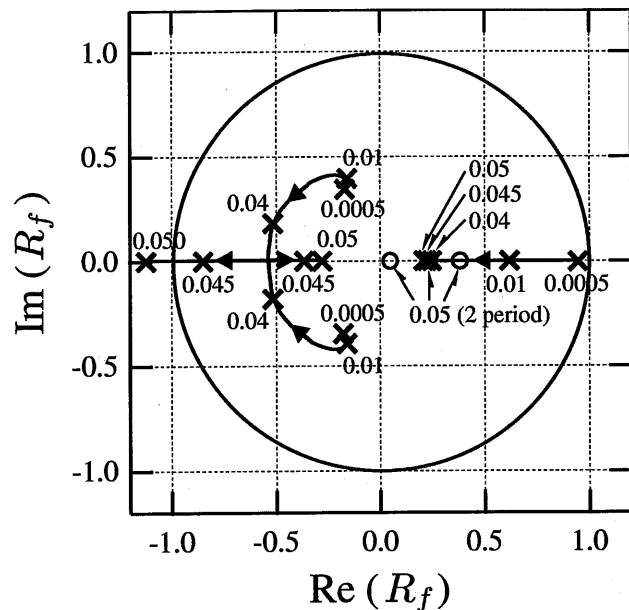


Fig. 4.7 Loci of eigenvalues of J_f

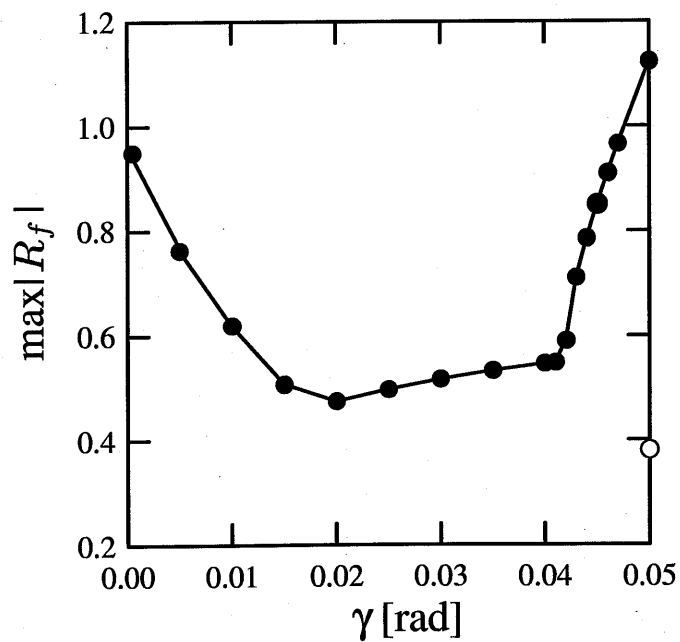


Fig. 4.8 $\max|R_f|$ for slope angle γ

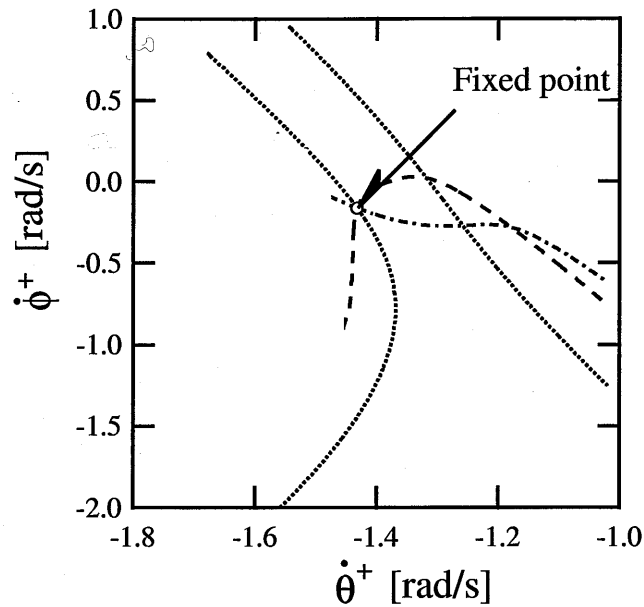


Fig. 4.9 Fixed point of short period gait

のことから, γ が 0.015 から 0.04 [rad] の間に最適なスロープ角度が存在すると考えられる. 実験的にも, 最適なスロープ角度が存在することが報告されている [36]. このように, 固有値解析から最適なスロープ角度の候補を決めることができるのは有用である.

分岐後, 2歩分のポアンカレ写像を見ることで安定平衡点 (2歩行周期) を得ることができる. そこで, 股角度が大きい平衡点の計算結果¹ を Fig.4.7 および Fig.4.8 に○印で併記した. これらの図からわかるように, 2歩行周期に分岐することで, 固有値が原点付近に移動する. このことから, 歩行効率よりも平衡点の安定性が要因となって, 1歩行周期から2歩行周期へと歩容が分岐するのではと考えられる.

参考のために, 分岐を起こさない平衡点における固有値解析を行う. Fig.4.4において, 初期状態の股角度 ($\alpha=0.3717178$ [rad]) を小さくすると, Fig.4.9 に示すように左側の点線上に平衡点が現れる [84]. この平衡点は, Short period gait と呼ばれる歩容に対応している. Fig.4.10 にスロープ角度 γ に対する固有値軌跡を示す. 図からわかるように, スロープ角度によらず一つの固有値の絶対値が1より大きくなっている. このことから, Short period gait の平衡点は常に不安定 (鞍点) となる. スロープ角度が大きくなるとこの固有値が実軸に沿って原点から遠ざかって, 平衡点の不安定性が大きくなる.

¹股角度が小さい平衡点もほぼ同じ値となった.

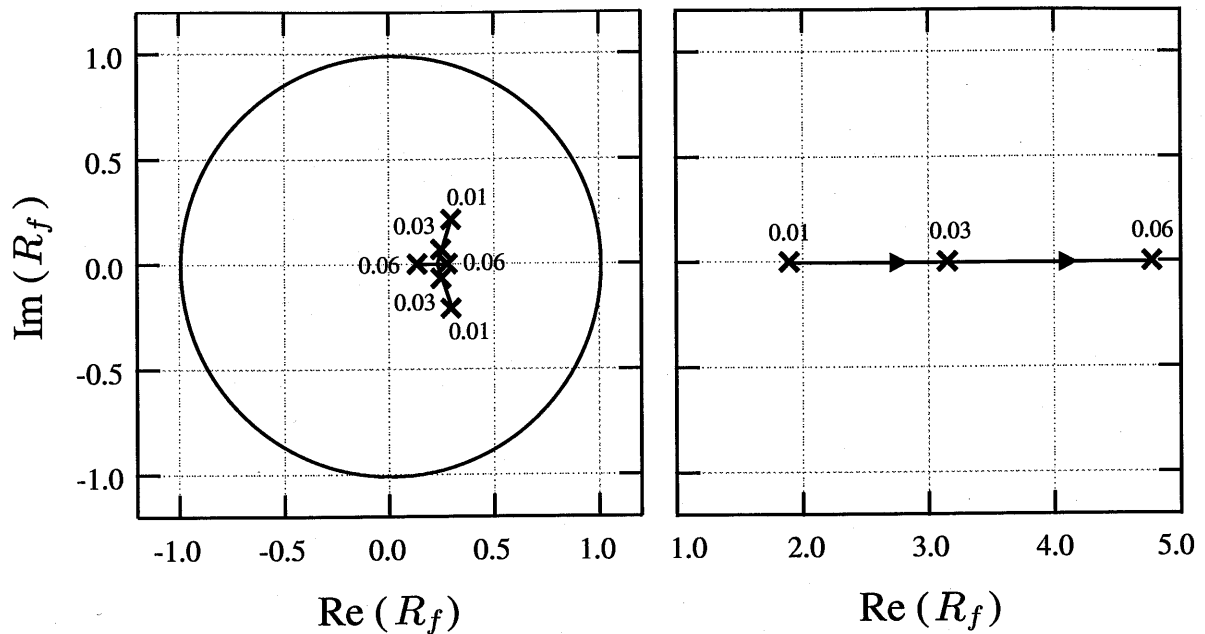


Fig. 4.10 Loci of eigenvalues of short period gait

4.5 結言

本章では、受動歩行のリミットサイクルが安定となるメカニズムの基礎研究段階として、平衡点が安定から不安定に変わるダイナミクスに注目し、エネルギー的な観点から安定性が変わる分岐前後の平衡点近傍のダイナミクスを比較検討した。さらに、受動歩行を離散時間の非線形システムとして取り扱った上で数値的な固有値解析を行い、エネルギー解析の結果と比較した。以下に得られた結果をまとめる。

歩行が収束していることを意味する供給率の負の領域は、平衡点に接する形で二つ存在する。分岐前では、各ステップの状態は、この二つの領域を交互に移り、直線的に安定平衡点に向かい収束する。また、その収束性は、状態の遷移する勾配と供給率の負の等高線とのなす角度に依存する。分岐後は、正の領域内を平衡点近傍から徐々に離れて行く。ちょうど安定平衡点の場合の逆である。この不安定平衡点近傍では、供給率の負の領域が消滅すると予想されたが、実際は分岐前後において供給率の特徴自体に大きな違いが見られなかった。特徴的なのは、状態の遷移する勾配が変化し、状態が供給率の負の領域から正の領域へと移行している点である。すなわち、状態遷移の勾配と供給率の等高線とのなす角度が、平衡点の安定性・収束性を決定している点である。以上のことから、平衡点の安定性・収束性は、状態遷移の勾配と供給率の負の領域を支配している力学的要因に大きな影響を受けていると言える。特に、状態遷移の勾配を決定している力学的メカニズムが重要な役割を果していると推察される。

また、固有値から1歩行周期の平衡点の安定性・収束性を解析し、その特徴がエネルギー解析の結果と一致することを確認した。さらに、分岐後、2歩行周期の平衡点の固有値は原点付近に移動し、安定性・収束性が向上している。このことから、歩行効率よりも平衡点の安定性が大きな要因となって、歩容が分岐すると考えられる。また、平衡点の収束性の観点からみると最適なスロープ角度が存在する。

第5章

状態差分方程式の構造

5.1 緒言

受動歩行の平衡点の安定性は、状態差分方程式を平衡点近傍で線形近似して得られるヤコビ行列から議論できる。ヤコビ行列から平衡点の安定性を解析する前に、本章では、状態差分方程式から受動歩行の安定メカニズムの構造の特徴を解析する [89]。2章では、脚の振り運動は完全に数値的に取り扱ったが、ここでは、解析的な状態差分方程式を導くために、運動方程式を線形近似する。

5.2 線形近似した受動歩行

5.2.1 線形近似した運動方程式

運動方程式は非線形性を有するため、着地時の状態は陽に与えられない。このため、一般に数値的に求められる。この点が受動歩行の解析を非常に困難とさせている。そこで、まず運動方程式を線形近似することにした。歩行モデルは、4.2.1項で述べたモデルを用いた。角度 θ_1 および θ_2 が十分小さく、そして2次以降の項を無視できるとすると、式(4.1)から次式が導き出される。

$$\dot{x} = Ax + b \quad (5.1)$$

ここで、

$$A = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 2} & I_{2 \times 2} \\ -M_L^{-1}G_{AL} & \mathbf{0}_{2 \times 2} \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} \mathbf{0}_{2 \times 1} \\ -M_L^{-1}G_{BL} \end{bmatrix}$$

I は単位行列である。ただし、

$$M_L = \begin{bmatrix} I + ma(l+a) & ml(l-a) \\ I - ma(l-a) & -I - m(l-a)^2 \end{bmatrix}$$

$$G_{AL} = \begin{bmatrix} -m(l+a)\cos\gamma & 0 \\ m(l-a)\cos\gamma & -m(l-a)\cos\gamma \end{bmatrix} g$$

$$G_{BL} = \begin{bmatrix} m(l+a)\sin\gamma \\ -m(l-a)\sin\gamma \end{bmatrix} g$$

ここで、 $x = [\theta, \phi, \dot{\theta}, \dot{\phi}]^T$ である。初期状態を x_0 として、式(5.1)を積分すると時間 t の状態 $x(t)$ は次式のように導かれる。

$$\begin{aligned} x(t) &= e^{At}x_0 + \int_0^t e^{A(t-\tau)}b d\tau \\ &= e^{At}x_0 + \int_0^t \left(I + A(t-\tau) + \frac{A^2(t-\tau)^2}{2!} + \frac{A^3(t-\tau)^3}{3!} + \frac{A^4(t-\tau)^4}{4!} \dots \right) b d\tau \\ &= e^{At}x_0 + \left[b\tau - \frac{1}{2}Ab(t-\tau)^2 - \frac{1}{3}\frac{A^2b(t-\tau)^3}{2!} - \frac{1}{4}\frac{A^3b(t-\tau)^4}{3!} \dots \right]_0^t \\ &= e^{At}x_0 + bt + \frac{Ab}{2!}t^2 + \frac{A^2b}{3!}t^3 + \frac{A^3b}{4!}t^4 \dots \\ &= e^{At}x_0 + bt + A^{-1} \left(I + At + \frac{A^2}{2!}t^2 + \frac{A^3}{3!}t^3 + \frac{A^4}{4!}t^4 \dots \right) b - A^{-1}b - bt \\ &= e^{At}x_0 + bt + A^{-1}e^{At}b - A^{-1}b - bt \\ &= e^{At}x_0 + A^{-1}(-I + e^{At})b \end{aligned} \quad (5.2)$$

5.2.2 脚の切換え式

式(4.3)から、着地直後の角速度ベクトル $\dot{\theta}^+$ は、 $\dot{\theta}^+ = (Q^+(\alpha))^{-1}Q^-(\alpha)\dot{\theta}^- = H(\alpha)\dot{\theta}^-$ となる。このとき、着地直後の状態 x^+ は

$$x^+ = K(\alpha)x^- \quad (5.3)$$

ただし、

$$K(\alpha) = \begin{bmatrix} -I_{2 \times 2} & \mathbf{0}_{2 \times 2} \\ \mathbf{0}_{2 \times 2} & H(\alpha) \end{bmatrix}$$

と与えられる。

5.2.3 線形化モデルの特性

これまでも運動方程式の線形化は行われている [20][25][74]。しかし、その多くは平衡点あるいはその近傍に限った議論に留まっている。線形化することによって受動歩行のもつ特徴、引き込み現象と分岐現象が再現できなくては問題となるので、本項ではまずこの点を調べる。

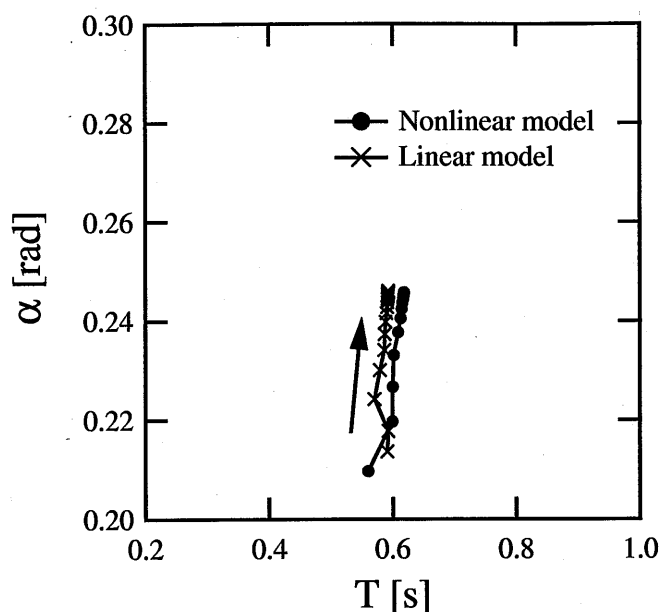


Fig. 5.1 Step period T and inter-leg angle α for every steps

Fig.5.1に各ステップごとの歩行周期 T と着地時の股角度 α を示す。なお、線形化しない場合の結果も併記した。スロープ角度 γ は $0.01[\text{rad}]$ とし、初期状態は $\mathbf{x}_0=[0.1, 0.2, -0.9, 0.1]^T$ に設定した。図からわかるように、線形化した受動歩行においても一定の状態に収束している。また、状態の遷移についてみると線形化しない場合とほぼ同じような挙動で平衡点へ向かう。平衡点が少し異なるのは線形化誤差によるものと考えられる。

次に、スロープ角度に対する歩行周期および股角度を Fig.5.2 に示す。適当な初期状態から歩行をはじめ、一定の状態に収束したときの値をプロットした。また、同様に線形化しない場合も併記した。図からわかるように、線形化を行った場合でも分岐現象を見てとれる。歩行周期 T は、スロープ角度が上がると線形化しない場合のものとの差が大きくなる (Fig.5.2(a) 参照)。一方、着地時の股角度 α は興味深いことにスロープ角度 γ が約 $0.044[\text{rad}]$ まではほぼ一致している (Fig.5.2(b) 参照)。

以上のことから、運動方程式を線形化しても受動歩行のもつ特徴が損われないことがわかる。

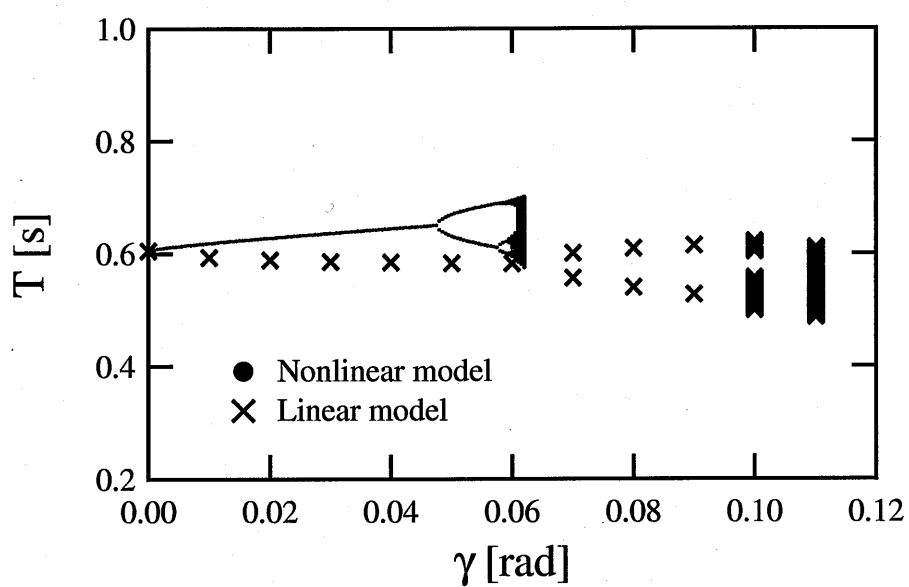
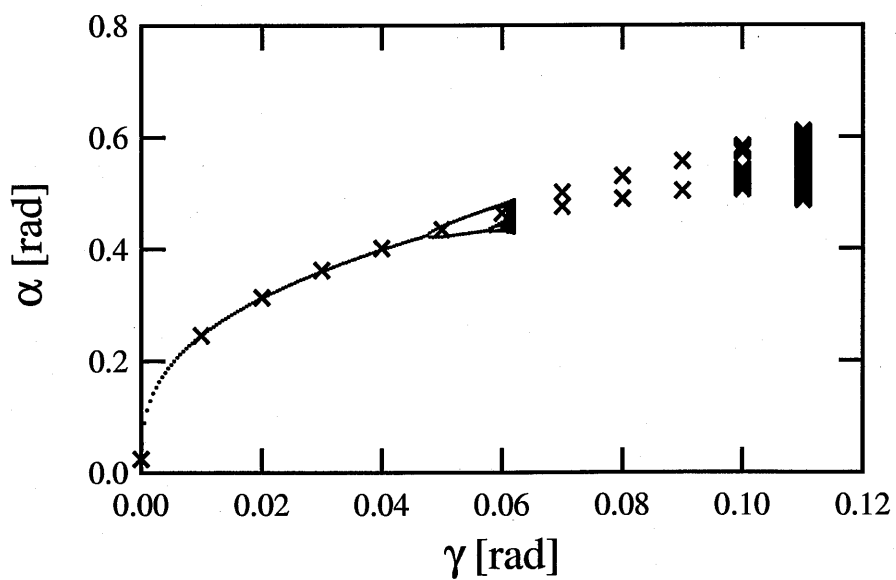
(a) Step period T (b) Inter-leg angle α

Fig. 5.2 Bifurcation

5.3 平衡点

5.3.1 状態差分方程式

着地直後では $\theta=\alpha/2$, $\phi=\alpha$ の関係が成り立つので, k 歩目における着地直後の状態は $\mathbf{x}_k^+=[\alpha_k/2, \alpha_k, \dot{\theta}_k, \dot{\phi}_k]^T$ となる. この状態から時間 T_k 後に着地直前の状態 \mathbf{x}_{k+1}^- に遷移したとする. このとき, 着地直前の状態 \mathbf{x}_{k+1}^- は式(5.2)から次式で与えられる.

$$\mathbf{x}_{k+1}^- = e^{\mathbf{A}T_k}\mathbf{x}_k^+ + \mathbf{A}^{-1}(-\mathbf{I} + e^{\mathbf{A}T_k})\mathbf{b} \quad (5.4)$$

次に, 着地直前の状態 \mathbf{x}_{k+1}^- が脚切換えによって次の着地直後の状態 \mathbf{x}_{k+1}^+ に遷移したとする. 着地時の股角度を α_{k+1} とおくと式(3.15)から次式を得る.

$$\mathbf{x}_{k+1}^+ = \mathbf{K}(\alpha_{k+1})\mathbf{x}_{k+1}^- \quad (5.5)$$

式(5.4)と(5.5)から \mathbf{x}_{k+1}^+ と \mathbf{x}_k^+ の間には

$$\mathbf{x}_{k+1}^+ = \mathbf{C}_k(\alpha_{k+1}, T_k)\mathbf{x}_k^+ + \mathbf{D}_k(\alpha_{k+1}, T_k)\mathbf{b} \quad (5.6)$$

ただし,

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_k(\alpha_{k+1}, T_k) &= \mathbf{K}(\alpha_{k+1})e^{\mathbf{A}T_k} \\ \mathbf{D}_k(\alpha_{k+1}, T_k) &= \mathbf{K}(\alpha_{k+1})\mathbf{A}^{-1}(-\mathbf{I} + e^{\mathbf{A}T_k}) \end{aligned}$$

の関係式が成り立つ. 式(5.6)は一階の非同次線形差分方程式[90]となっており, 状態の差分方程式である.

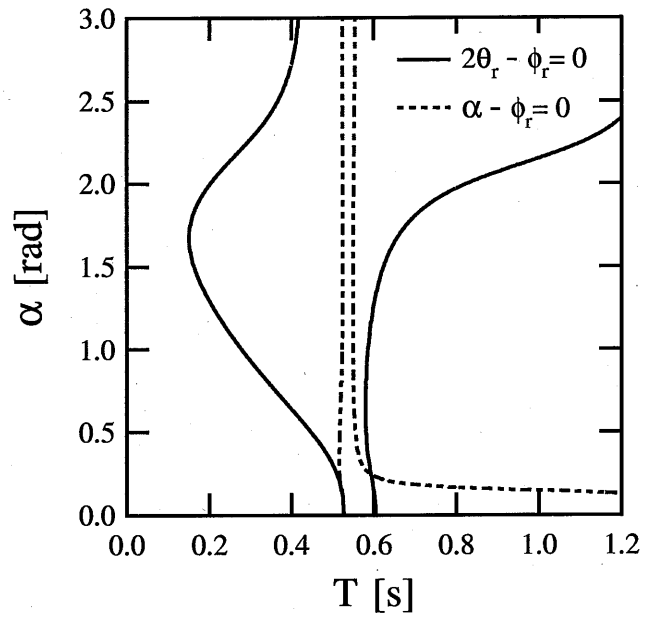
受動歩行は初期状態のみに依存するため, 厳密には歩行周期 T_k と股角度 α_{k+1} は \mathbf{x}_k を変数にもつ関数となる. しかしながら, これらの関数はかなり複雑な式となり, これらを用いて解析することは現実的ではない. そこで, 本研究では T_k と α_{k+1} を一種の変数とみなした.

5.3.2 平衡点の連立方程式

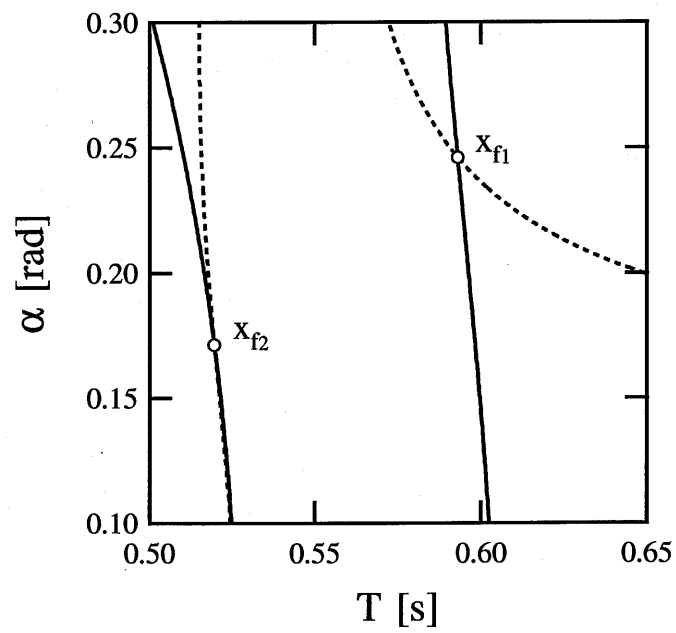
1歩行周期 T_f となる平衡点 $\mathbf{x}_f^+=[\alpha_f/2, \alpha_f, \dot{\theta}_f^+, \dot{\phi}_f^+]^T$ が存在したと仮定する. このとき, 式(5.6)では $\mathbf{x}_{k+1}^+ = \mathbf{x}_k^+ = \mathbf{x}_f^+$ となる. この式を整理すると以下の式を得る.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_f^+ &= (\mathbf{I} - \mathbf{C}_f)^{-1}\mathbf{D}_f\mathbf{b} \\ &= [\mathbf{I} - \mathbf{K}(\alpha_f)e^{\mathbf{A}T_f}]^{-1}\mathbf{K}(\alpha_f)\mathbf{A}^{-1}(-\mathbf{I} + e^{\mathbf{A}T_f})\mathbf{b} \end{aligned} \quad (5.7)$$

式(5.7)の未知数は α_f , T_f , $\dot{\theta}_f^+$, $\dot{\phi}_f^+$ の四つに対して, 式の数も四つとなっている. 式(5.7)の右辺は非線形となっているため, 一般にニュートン法などで数値的に解が探索される[20][74]. しか



(a) Overall



(b) Close-up around fixed points

Fig. 5.3 Fixed points

し、この方法ではすべての解(平衡点)を明確に示すことはできない。本研究では、この方法を用いずに平衡点を可視化する。

式(5.7)の右辺をみると歩行周期 T_f と股角度 α_f の二つだけの変数となっている。ここで、 T_f と α_f に具体的な値を代入すると右辺では値を得ることができる。この値を $[\theta_r, \phi_r, \dot{\theta}_r, \dot{\phi}_r]^T$ とする。そして、着地直後の状態かつ定常状態であるためには以下の条件式を満足しなければならない。

$$2\theta_r - \phi_r = 0 \quad (5.8)$$

$$\alpha - \phi_r = 0 \quad (5.9)$$

Fig.5.3に式(5.8)と(5.9)の等高線図を示す。スロープ角度 γ は、 $0.01[\text{rad}]$ とした。横軸および縦軸は、式(5.7)に代入する歩行周期 T 、股角度 α を示す。また、実線および点線は、それぞれ式(5.8)および(5.9)の等高線を表わす。図からわかるように、二つの等高線が交差する点つまり平衡点は二つ存在する。この結果は、2.3.2項で述べた結果と一致する。

5.4 安定メカニズムの構造

5.4.1 簡易モデル

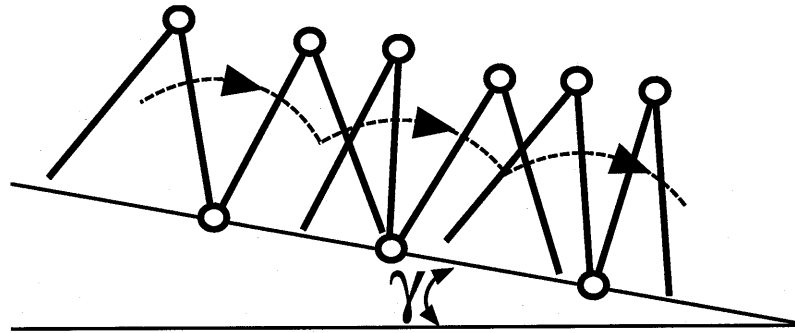
一般的に、状態差分方程式を平衡点近傍で線形近似してヤコビ行列を導出し、その行列の固有値から平衡点の安定性を解析する。本項では、ヤコビ行列から平衡点の安定性を解析する前に、状態差分方程式から受動歩行の安定メカニズムの構造を解析する。

複雑な受動歩行モデルを解析する前に、まず離散事象を含んだ簡易モデルについて検討する。この簡易モデルから得られる知見は、受動歩行の安定メカニズムの構造を解析する上で有用と考えられる。Fig.5.4(b)にその簡易モデルを示す。質量 m_b のボールが傾斜角 γ 上にある水平な床面と衝突して跳ね返り運動を繰り返す。ここで、跳ね返り係数を e 、 k 回目の衝突直後の x および y 方向成分の速度をそれぞれ v_{kx}^+ 、 v_{ky}^+ とおく。また、初期状態を衝突直後の状態 v_{0x}^+ 、 v_{0y}^+ とする。このとき、 k と $k+1$ の間には以下の関係式が成り立つ。

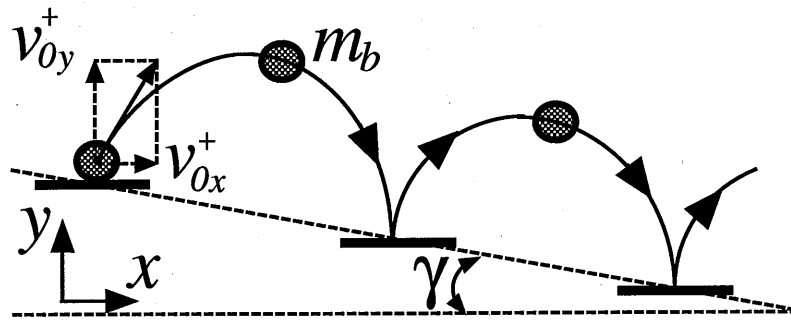
$$v_{(k+1)x}^+ = v_{kx}^+ = v_{0x}^+ \quad (5.10)$$

$$v_{(k+1)y}^+ = C_b v_{ky}^+ + b_b \quad (5.11)$$

ここで、 $C_b = e$ 、 $b_b = 2ev_{0x}^+ \tan \gamma$ となる。受動歩行の場合と同様に、式(5.11)は非同次線形差分方程式となる。ただし、係数 C_b および b_b は定数となっている。



(a) Passvie walking



(b) Rebounding ball on staircase pattern

Fig. 5.4 Simplification of passive walking

次に、差分方程式 (5.11) の一般解を求めると次式が得られる。

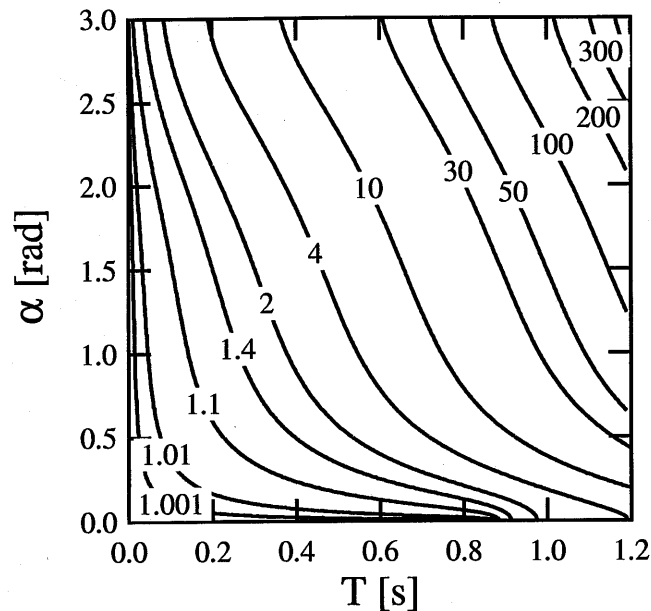
$$\begin{aligned} v_{ky}^+ &= C_b^k v_{0y}^+ + (1 + C_b + C_b^2 + C_b^3 + \dots + C_b^{k-1}) b_b \\ &= C_b^k v_{0y}^+ + \frac{1 - C_b^k}{1 - C_b} b_b \end{aligned} \quad (5.12)$$

ここで、 $C_b \neq 1$ ($e \neq 1$) とした。跳ね返り係数 e は $0 < e < 1$ であることから $\lim_{k \rightarrow \infty} C_b^k$ は零に収束する。よって、初期速度 v_{0y}^+ に依存することなく

$$\begin{aligned} \lim_{k \rightarrow \infty} v_{ky}^+ &= \frac{b_b}{1 - C_b} \\ &= \frac{2e v_{0x}^+ \tan \gamma}{1 - e} \end{aligned} \quad (5.13)$$

となる。式 (5.13) は平衡点の式¹ と等価となる。以上のことから、差分方程式 (5.11) の係数 C_b の絶対値が 1 より小さくなっているため、平衡点は常に安定となる。

¹式 (5.11) において、 $v_{(k+1)y}^+ = v_{ky}^+$ としたときの式

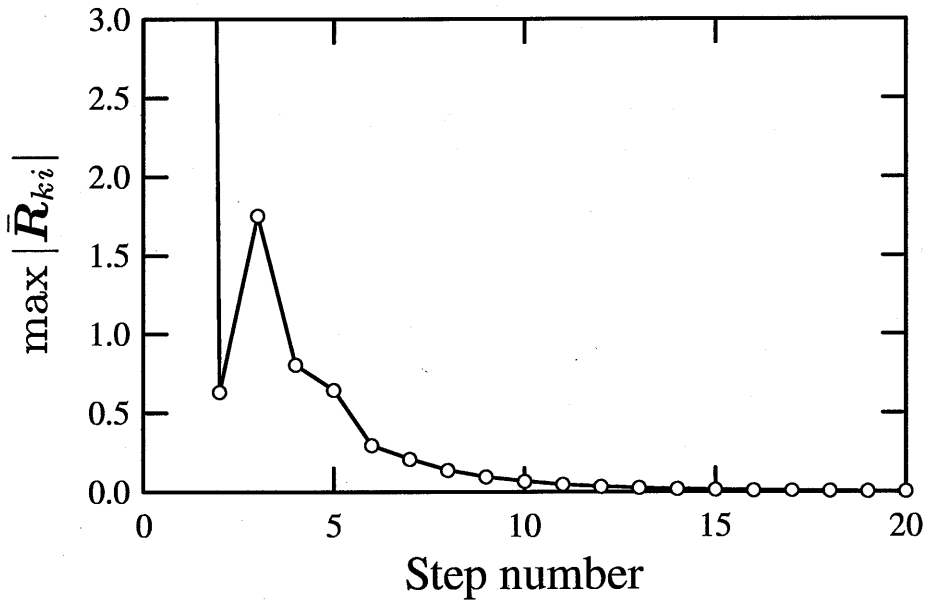
Fig. 5.5 $\max |R_{c_k i}|$ of coefficient C_k

5.4.2 受動歩行

5.4.1項で述べた簡易モデルでは、差分方程式(5.11)の中の係数 C_b が平衡点の安定性に重要な役割を果たしていた。そこで、受動歩行の状態差分方程式(5.6)の係数 C_k について調べた。Fig.5.5に行列 C_k の固有値の絶対値の最大値 $\max |R_{c_k i}|$ の等高線図を示す。スロープ角度 γ は、0.01[rad]とした。横軸および縦軸は、それぞれ係数 C_k の変数である歩行周期 T と着地時の股角度 α を示す。図からわかるように、 $T=0$ および $\alpha=0$ の軸を除いたすべての領域において $\max |R_{c_k i}|$ は1より大きくなっている。このことから、係数 C_k は常に発散する特性をもつ。さらに、歩行周期 T と着地時の股角度 α が大きくなるとこの発散性は強くなる。

平衡点が安定となるためには、状態差分方程式(5.6)の右辺の第二項 $D_k b$ が、第一項 $C_k x_k$ の発散を抑制するように働かなければならない。つまり、受動歩行は5.4.1項で述べた簡易モデルの安定メカニズムの構造とは異なる。差分方程式(5.6)の右辺の第一項を不安定システムとみると第二項はこれを安定化する制御入力とみなすことができる。また、スロープ角度 γ が零となる場合、差分方程式中の抑制項がなくなり、安定した歩行ができなくなる。ただし、スロープ角度 γ が零となるときの固有値の絶対値の最大値の等高線図はFig.5.5とほぼ同じとなる。

以上のことから、状態差分方程式(5.6)に発散する項とそれを抑制する項が存在することがわかったが、次にこれらの働きをみる場合に、どこに注目すればよいのか問題となる。そこで、本

Fig. 5.6 Variation of max $|\bar{R}_{ki}|$

研究では差分方程式 (5.6) を以下のように変形した.

$$\mathbf{x}_{k+1}^+ = \mathbf{C}_k \mathbf{x}_k^+ + [\mathbf{I} - (\mathbf{I} - \mathbf{C}_k)^{-1}] \mathbf{D}_k \mathbf{b} + (\mathbf{I} - \mathbf{C}_k)^{-1} \mathbf{D}_k \mathbf{b} \quad (5.14)$$

定常状態の場合に, 式 (5.14) の右辺の第一項と第二項の和が零となり, 第三項だけが残る. このときの第三項は平衡点の式 (5.7) の右辺と等価となる. ここで平衡点は未知のものとして取り扱い, 第三項中の行列が \mathbf{C}_k , \mathbf{D}_k となっていることに注意されたい.

行列 \mathbf{C}_k の固有値および固有ベクトルをそれぞれ $\mathbf{R}_{c_{ki}}$, $\mathbf{v}_{c_{ki}}$ とおく. \mathbf{x}_k^+ は固有ベクトル $\mathbf{v}_{c_{ki}}$ の一次結合で与えられるとする. このとき, 式 (5.14) の第一項は次式のように与えられる.

$$\mathbf{C}_k \mathbf{x}_k^+ = \sum_{i=1}^4 K_{c_{ki}} \mathbf{R}_{c_{ki}} \mathbf{v}_{c_{ki}} \quad (5.15)$$

ここで, $K_{c_{ki}}$ は係数である. 次に, 式 (5.14) の第二項は次式のように変形できる.

$$[\mathbf{I} - (\mathbf{I} - \mathbf{C}_k)^{-1}] \mathbf{D}_k \mathbf{b} = \sum_{i=1}^4 K_{c_{ki}} \mathbf{R}_{d_{ki}} \mathbf{v}_{c_{ki}} \quad (5.16)$$

ただし, $\mathbf{R}_{d_{ki}}$ は式 (5.16) の連立方程式から求めることになる. 式 (5.15) と (5.16) から差分方程式

(5.14) は次式のように変形できる.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1}^+ &= \sum_{i=1}^4 K_{c_{ki}} (\mathbf{R}_{c_{ki}} + \mathbf{R}_{d_{ki}}) \mathbf{v}_{c_{ki}} + (\mathbf{I} - \mathbf{C}_k)^{-1} \mathbf{D}_k \mathbf{b} \\ &= \sum_{i=1}^4 K_{c_{ki}} \bar{\mathbf{R}}_{ki} \mathbf{v}_{c_{ki}} + (\mathbf{I} - \mathbf{C}_k)^{-1} \mathbf{D}_k \mathbf{b} \end{aligned} \quad (5.17)$$

ここで, $\bar{\mathbf{R}}_{ki} = \mathbf{R}_{c_{ki}} + \mathbf{R}_{d_{ki}}$ である. $\mathbf{R}_{c_{ki}}$ は発散する項に対して, $\mathbf{R}_{d_{ki}}$ はそれを抑制する項となっている. これらの式から発散性と抑制性を定量的に評価できる. 次に, Fig.5.6 からわかるように, 状態が平衡点に向かうとき $\max |\bar{\mathbf{R}}_{ki}|$ は零に近づき, 定常状態になると零となる. ただし, 条件は Fig.5.1 と同じとなっている. このことから, $\max |\bar{\mathbf{R}}_{ki}|$ から状態が平衡点からどれだけ離れているのかをある程度見積もることができると考えられる.

5.5 結言

本章では, 運動方程式を線形化して状態の差分方程式を導出し, この差分方程式から平衡点とその安定メカニズムの構造を解析した.

まず, 線形化した場合においても受動歩行のもつ特徴が現われることを確認し, 線形化モデルによる解析の妥当性を示した. 次に, 離散的な状態遷移を表わした状態差分方程式を導出した. 差分方程式の係数はステップごとの歩行周期と着地時の股角度によって決まる. この式から平衡点の連立方程式を導き, 平衡点を可視化した.

さらに, 離散事象を含む簡易モデルから得られた知見をもとに状態差分方程式の構造を解析した. 状態差分方程式の一つの項は常に発散する特性を有し, 歩行周期と股角度が大きくなるとこの発散性は大きくなる. しかし, 状態差分方程式の中には発散を抑制する項が存在し, この項の働きによって平衡点が安定となる. また, 発散性と抑制性を定量的に評価する指標を示し, この指標から平衡点との関係のある程度見積もることができる.

第6章

平衡点の安定メカニズム

6.1 緒言

平衡点の安定性は、1.3節で述べたようにヤコビ行列の固有値から決まる。つまり、平衡点が安定となるメカニズムを明らかにするには、ヤコビ行列の固有値から安定条件式を導出する必要がある。これまでの研究の多くは、ヤコビ行列を解析的に導くことはできても、ヤコビ行列から固有値を解析的に導くことができなかった。ただし、Simplest walking model と名付けられた受動歩行モデルを用いることによって、固有値の解析的な近似式を導いた研究 [27] がある。このクラスのモデルでは、状態変数が他のモデルに比べて一つ少なくなり解析がかなり簡単になるが、線形化した運動方程式から状態量を導く複雑な導出過程を経て得られた近似式からは、やはり力学的な構造を見出すには至らなかった。そこで、本章では、状態変数を陽に求めることは避けて、変数として取り扱い、平衡点におけるヤコビ行列の固有値を解析的に導き、安定条件式を導出する [46].

これまで、脚の切換え現象がエネルギーを消散させ、状態を縮小させる特性をもつことから、安定性において重要な役割を果しているのではとの考えが示された [26]。また、解析的に導かれたヤコビ行列の構成要素のもつ物理的な意味を考察し、平衡点が安定となるのは脚の切換えによる働きが大きいとの解釈が示された [70]。本章では、力学的解析から平衡点の安定メカニズムの構造を明らかにする。

6.2 平衡点の安定条件式

6.2.1 平衡点におけるヤコビ行列

本章では、2章で述べた Simplest walking model を用いて、平衡点の安定メカニズムの構造を解析する。まず、本項では、状態差分方程式を平衡点近傍で線形近似して得られるヤコビ行列の

固有値を導出する。2.3.2項で述べたように、 ϕ_k^+ は α_k および θ_k^+ の従属変数となることから、着地直後の状態は $\mathbf{x}_k^+ = [\alpha_k, \theta_k^+]^T$ と表わすことができる。ここで、 \mathbf{x}_k^+ と \mathbf{x}_{k+1}^+ の間には、次の関係式が成り立つ。

$$\mathbf{x}_{k+1}^+ = f(\mathbf{x}_k^+) \quad (6.1)$$

また、平衡点の状態を $\mathbf{x}_f (= [\alpha_f, \theta_f^+]^T)$ とおくと、平衡点では次の関係が成り立つ。

$$\mathbf{x}_f^+ = f(\mathbf{x}_f^+) \quad (6.2)$$

式 (6.1) を平衡点近傍で線形近似すると次式を得る。

$$\mathbf{x}_{k+1}^+ = f(\mathbf{x}_f^+) + \left. \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}^+} \right|_{\mathbf{x}^+ = \mathbf{x}_f^+} \Delta \mathbf{x}_k^+ \quad (6.3)$$

ただし、 $\Delta \mathbf{x}_k^+$ は摂動項である。式 (6.2) と (6.3) から、次のような線形差分方程式が導かれる。

$$\Delta \mathbf{x}_{k+1}^+ = \left. \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}^+} \right|_{\mathbf{x}^+ = \mathbf{x}_f^+} \Delta \mathbf{x}_k^+ \equiv \mathbf{J}_f \Delta \mathbf{x}_k^+ \quad (6.4)$$

ヤコビ行列 \mathbf{J}_f のすべての固有値の絶対値が1より小さい場合、平衡点は局所漸近安定となる。ここで、 \mathbf{J}_f は次のような行列となる。

$$\mathbf{J}_f = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_f & \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \theta_k^+} \right|_f \\ \left. \frac{\partial \theta_{k+1}^+}{\partial \alpha_k} \right|_f & \left. \frac{\partial \theta_{k+1}^+}{\partial \theta_k^+} \right|_f \end{bmatrix} \quad (6.5)$$

\mathbf{J}_f の要素である $(\partial \theta_{k+1}^+ / \partial \alpha_k)|_f$ と $(\partial \theta_{k+1}^+ / \partial \theta_k^+)|_f$ を、次に示す支持脚の角速度に関する差分方程式 (6.6) から導出する。

$$\dot{\theta}_{k+1}^+ = e_{k+1} \sqrt{\dot{\theta}_k^{+2} + \frac{2g}{l} \left\{ \cos \left(\frac{\alpha_k}{2} - \gamma \right) - \cos \left(\frac{\alpha_{k+1}}{2} + \gamma \right) \right\}} \quad (6.6)$$

まず、差分方程式 (6.6) を式変形すると次式が導かれる。

$$\dot{\theta}_{k+1}^+ = e_{k+1} \sqrt{\dot{\theta}_k^{+2} + \frac{2g}{l} \left\{ \left(\cos \frac{\alpha_k}{2} - \cos \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \cos \gamma + \left(\sin \frac{\alpha_k}{2} + \sin \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \sin \gamma \right\}} \quad (6.7)$$

差分方程式 (6.7) の両辺を α_k ならびに θ_k^+ で偏微分すると次式を得る。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{\theta}_{k+1}^+}{\partial \alpha_k} &= \frac{\partial e_{k+1}}{\partial \alpha_k} \sqrt{\dot{\theta}_k^{+2} + \frac{2g}{l} \left\{ \left(\cos \frac{\alpha_k}{2} - \cos \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \cos \gamma + \left(\sin \frac{\alpha_k}{2} + \sin \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \sin \gamma \right\}} \\ &+ e_{k+1} \frac{\partial}{\partial \alpha_k} \sqrt{\dot{\theta}_k^{+2} + \frac{2g}{l} \left\{ \left(\cos \frac{\alpha_k}{2} - \cos \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \cos \gamma + \left(\sin \frac{\alpha_k}{2} + \sin \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \sin \gamma \right\}} \end{aligned} \quad (6.8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{\theta}_{k+1}^+}{\partial \dot{\theta}_k^+} &= \frac{\partial e_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \sqrt{\dot{\theta}_k^{+2} + \frac{2g}{l} \left\{ \left(\cos \frac{\alpha_k}{2} - \cos \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \cos \gamma + \left(\sin \frac{\alpha_k}{2} + \sin \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \sin \gamma \right\}} \\ &+ e_{k+1} \frac{\partial}{\partial \dot{\theta}_k^+} \sqrt{\dot{\theta}_k^{+2} + \frac{2g}{l} \left\{ \left(\cos \frac{\alpha_k}{2} - \cos \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \cos \gamma + \left(\sin \frac{\alpha_k}{2} + \sin \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \sin \gamma \right\}} \end{aligned} \quad (6.9)$$

ここで、式 (6.8) および (6.9) の右辺の第一項にある偏微分について注目すると

$$\begin{aligned} \frac{\partial e_{k+1}}{\partial \alpha_k} &\approx \frac{e_{k+1}(\alpha_{k+1} + \Delta \alpha_{k+1}(\Delta \alpha_k)) - e_{k+1}(\alpha_{k+1})}{\Delta \alpha_k} \\ &= \frac{e_{k+1}(\alpha_{k+1} + \Delta \alpha_{k+1}(\Delta \alpha_k)) - e_{k+1}(\alpha_{k+1})}{\Delta \alpha_{k+1}(\Delta \alpha_k)} \frac{\Delta \alpha_{k+1}(\Delta \alpha_k)}{\Delta \alpha_k} \\ &\approx \frac{\partial e_{k+1}}{\partial \alpha_{k+1}} \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \end{aligned} \quad (6.10)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial e_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} &\approx \frac{e_{k+1}(\alpha_{k+1} + \Delta \alpha_{k+1}(\Delta \dot{\theta}_k^+)) - e_{k+1}(\alpha_{k+1})}{\Delta \dot{\theta}_k^+} \\ &= \frac{e_{k+1}(\alpha_{k+1} + \Delta \alpha_{k+1}(\Delta \dot{\theta}_k^+)) - e_{k+1}(\alpha_{k+1})}{\Delta \alpha_{k+1}(\Delta \dot{\theta}_k^+)} \frac{\Delta \alpha_{k+1}(\Delta \dot{\theta}_k^+)}{\Delta \dot{\theta}_k^+} \\ &\approx \frac{\partial e_{k+1}}{\partial \alpha_{k+1}} \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \end{aligned} \quad (6.11)$$

ただし、 $\Delta \alpha_{k+1}(\Delta \alpha_k)$ および $\Delta \alpha_{k+1}(\Delta \dot{\theta}_k^+)$ は、それぞれ $\Delta \alpha$ および $\Delta \dot{\theta}_k^+$ の変化に対する着地時の股角度 α_{k+1} の変化量を示す。式 (6.10) および (6.11) のような演算を式 (6.8) および (6.9) の右辺の第二項についても同様に行うと次式が得られる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \dot{\theta}_{k+1}^+}{\partial \alpha_k} &= \frac{\partial e_{k+1}}{\partial \alpha_{k+1}} \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \sqrt{\dot{\theta}_k^{+2} + \frac{2g}{l} \left\{ \left(\cos \frac{\alpha_k}{2} - \cos \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \cos \gamma + \left(\sin \frac{\alpha_k}{2} + \sin \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \sin \gamma \right\}} \\ &\quad + \frac{2g}{l} \left(\frac{\partial}{\partial \alpha_k} \cos \frac{\alpha_k}{2} - \frac{\partial}{\partial \alpha_{k+1}} \cos \frac{\alpha_{k+1}}{2} \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right) \cos \gamma \\ &+ e_{k+1} \frac{\partial}{\partial \alpha_k} \sqrt{\dot{\theta}_k^{+2} + \frac{2g}{l} \left\{ \left(\cos \frac{\alpha_k}{2} - \cos \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \cos \gamma + \left(\sin \frac{\alpha_k}{2} + \sin \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \sin \gamma \right\}} \\ &\quad + \frac{2g}{l} \left(\frac{\partial}{\partial \alpha_k} \sin \frac{\alpha_k}{2} + \frac{\partial}{\partial \alpha_{k+1}} \sin \frac{\alpha_{k+1}}{2} \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right) \sin \gamma \\ &+ e_{k+1} \frac{\partial}{\partial \alpha_k} \sqrt{\dot{\theta}_k^{+2} + \frac{2g}{l} \left\{ \left(\cos \frac{\alpha_k}{2} - \cos \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \cos \gamma + \left(\sin \frac{\alpha_k}{2} + \sin \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \sin \gamma \right\}} \end{aligned} \quad (6.12)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \dot{\theta}_{k+1}^+}{\partial \dot{\theta}_k^+} &= \frac{\partial e_{k+1}}{\partial \alpha_{k+1}} \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \sqrt{\dot{\theta}_k^{+2} + \frac{2g}{l} \left\{ \left(\cos \frac{\alpha_k}{2} - \cos \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \cos \gamma + \left(\sin \frac{\alpha_k}{2} + \sin \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \sin \gamma \right\}} \\
&\quad + \frac{\partial \dot{\theta}_k^{+2} + \frac{2g}{l} \frac{\partial}{\partial \alpha_{k+1}} \left(-\cos \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \cos \gamma}{\dot{\theta}_k^{+2} + \frac{2g}{l} \left\{ \left(\cos \frac{\alpha_k}{2} - \cos \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \cos \gamma + \left(\sin \frac{\alpha_k}{2} + \sin \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \sin \gamma \right\}} \\
&\quad + e_{k+1} \frac{2g \frac{\partial}{\partial \alpha_{k+1}} \left(\sin \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \sin \gamma}{2 \sqrt{\dot{\theta}_k^{+2} + \frac{2g}{l} \left\{ \left(\cos \frac{\alpha_k}{2} - \cos \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \cos \gamma + \left(\sin \frac{\alpha_k}{2} + \sin \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \sin \gamma \right\}}} \\
&\quad + e_{k+1} \frac{2g \frac{\partial}{\partial \alpha_{k+1}} \left(\sin \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \sin \gamma}{2 \sqrt{\dot{\theta}_k^{+2} + \frac{2g}{l} \left\{ \left(\cos \frac{\alpha_k}{2} - \cos \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \cos \gamma + \left(\sin \frac{\alpha_k}{2} + \sin \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \sin \gamma \right\}}}
\end{aligned} \tag{6.13}$$

平衡点では、 $\alpha_k = \alpha_{k+1} = \alpha_f$ および $\dot{\theta}_k^+ = \dot{\theta}_{k+1}^+ = \dot{\theta}_f^+$ となり、式 (6.12) および (6.13) から平衡点における $(\partial \dot{\theta}_{k+1}^+ / \partial \alpha_k)|_f$ および $(\partial \dot{\theta}_{k+1}^+ / \partial \dot{\theta}_k^+)|_f$ を導出すると次式が得られる。

$$\left. \frac{\partial \dot{\theta}_{k+1}^+}{\partial \alpha_k} \right|_f = a_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_f + b_f \tag{6.14}$$

$$\left. \frac{\partial \dot{\theta}_{k+1}^+}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f = a_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f + c_f \tag{6.15}$$

ここで、係数 a_f , b_f , c_f はそれぞれ以下のように与えられる。

$$a_f = \frac{1}{d_f} \frac{\partial e_f}{\partial \alpha_f} \left(\dot{\theta}_f^{+2} + \frac{4g}{l} \sin \frac{\alpha_f}{2} \sin \gamma \right) + e_f \frac{g}{2ld_f} \left(\sin \frac{\alpha_f}{2} \cos \gamma + \cos \frac{\alpha_f}{2} \sin \gamma \right) \tag{6.16}$$

$$b_f = e_f \frac{g}{2ld_f} \left(-\sin \frac{\alpha_f}{2} \cos \gamma + \cos \frac{\alpha_f}{2} \sin \gamma \right) \tag{6.17}$$

$$c_f = e_f \frac{\dot{\theta}_f^+}{d_f} \tag{6.18}$$

ただし、 d_f は以下のようになる。

$$d_f = \sqrt{\dot{\theta}_f^{+2} + \frac{4g}{l} \sin \frac{\alpha_f}{2} \sin \gamma} \tag{6.19}$$

また、 $e_f = \cos \alpha_f$ であり、平衡点における着地損失係数を表わす。式 (6.14) および (6.15) から、式 (6.5) のヤコビ行列 \mathbf{J}_f は、次式のように求まる。

$$\mathbf{J}_f = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_f & \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f \\ a_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_f + b_f & a_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f + c_f \end{bmatrix} \tag{6.20}$$

最終的に、平衡点におけるヤコビ行列の固有値を求めると次式のようなになる。

$$R_f = \frac{1}{2} \left(\left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_f + a_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f + c_f \right) \pm \sqrt{\frac{1}{4} \left(\left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_f + a_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f + c_f \right)^2 + b_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f - c_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_f} \quad (6.21)$$

6.2.2 安定条件式

本項では、平衡点が安定となるための条件式を導く。まず、式 (6.21) で表わされた固有値 R_f の判別式は次式のようなになる。

$$D_f = \frac{1}{4} \left(\left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_f + a_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f + c_f \right)^2 + b_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f - c_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_f \quad (6.22)$$

$D_f < 0$ の場合 平衡点が安定となるためには、次の条件式を満足しなければならない。

$$|R_f|^2 = -b_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f + c_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_f < 1 \quad (6.23)$$

$D_f \geq 0$ の場合 固有値の絶対値の最大値は、次式で与えられる。

$$\max |R_f| = \begin{cases} A_f + \sqrt{D_f} & \text{if } A_f \geq 0 \\ -A_f + \sqrt{D_f} & \text{if } A_f < 0 \end{cases} \quad (6.24)$$

ただし、

$$A_f = \frac{1}{2} \left(\left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_f + a_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f + c_f \right) \quad (6.25)$$

$\max |R_f| < 1$ となるとき、平衡点は安定となる。したがって、 $A_f \geq 0$ の場合の安定条件式は、式 (6.24) から

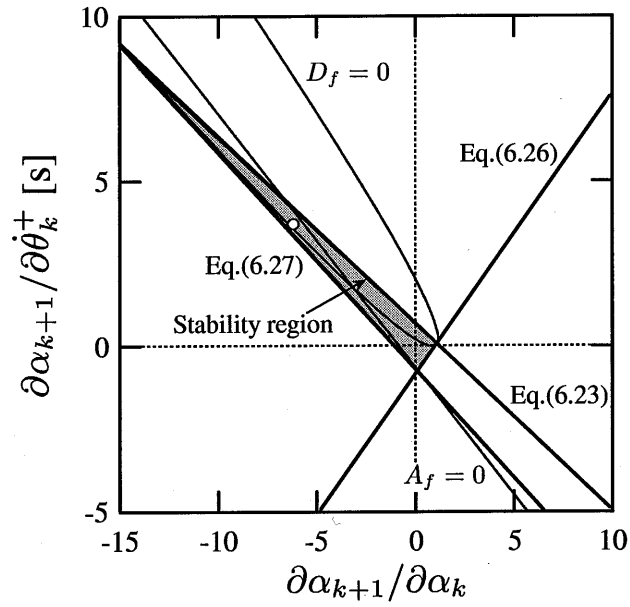
$$(a_f + b_f) \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f - (c_f - 1) \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_f + c_f < 1 \quad (6.26)$$

となる。また、 $A_f < 0$ の場合の安定条件式は、

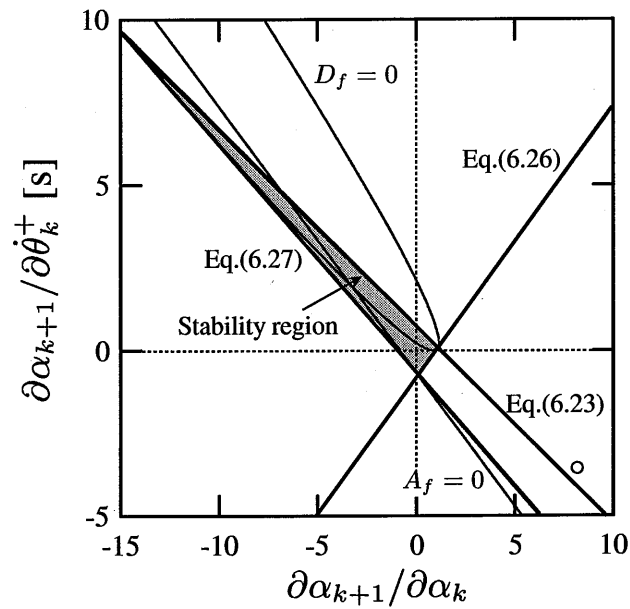
$$-(a_f - b_f) \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f - (c_f + 1) \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_f - c_f < 1 \quad (6.27)$$

となる。

以上のことから、式 (6.23)、(6.26) および (6.27) の三つの安定条件式を満足するとき、平衡点は安定となる。ここで、安定条件式中の係数 a_f 、 b_f および c_f は、平衡点の状態量を式 (6.16)、



(a) Long period gait



(b) Short period gait

Fig. 6.1 Relationship between stability region and fixed point

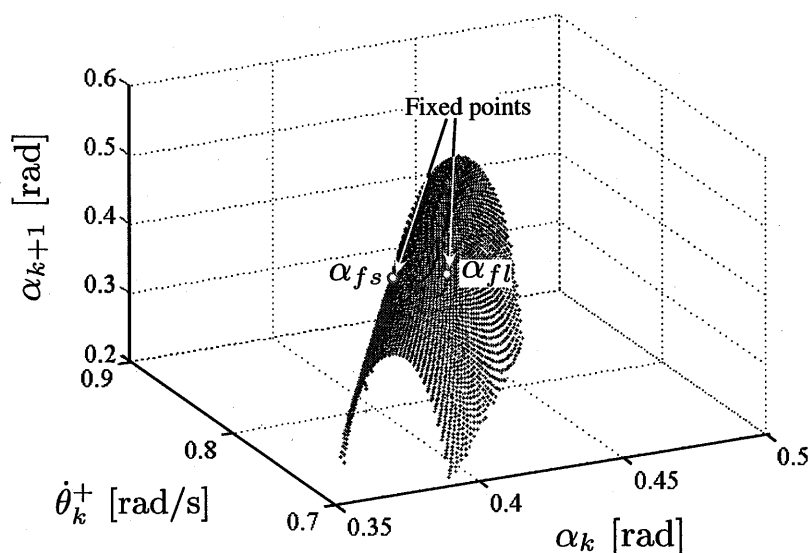


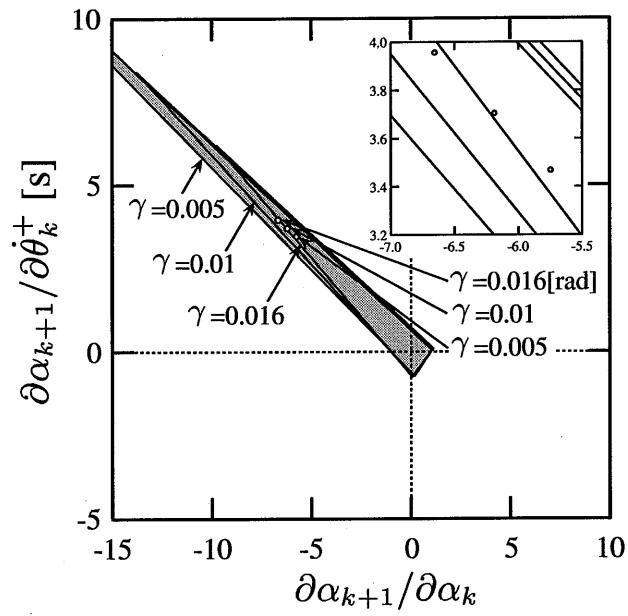
Fig. 6.2 Inter-leg angle constrained by leg-swing motion

(6.17) および (6.18) に代入することで定数となる。言い換えると、平衡点の情報が安定条件式の一部を成している。

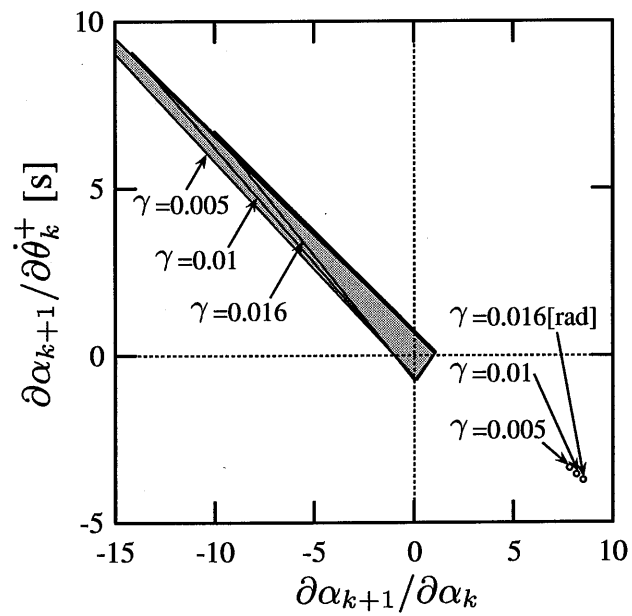
ここで、着地のタイミングが陽に求まらない上で、線形近似などによって着地時の状態を解析的に求めたとしても、複雑な式の導出および展開を伴い、かえって力学的な考察を困難とさせる。そこで、偏微分 $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\alpha_k)|_f$ および $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\theta_k^+)|_f$ は変数として扱うことにした。なお、偏微分 $(\partial\theta_{k+1}^+/\partial\alpha_k)|_f$ および $(\partial\theta_{k+1}^+/\partial\theta_k^+)|_f$ を変数とすることもできるが、着地直後の支持脚の角速度 θ^+ の情報は股角度 α よりも計測が難しいことから、本研究では、 $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\alpha_k)|_f$ および $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\theta_k^+)|_f$ を変数とした。さらに、これが8章で述べる大域的安定化において役立つことになる。

6.3 安定性解析と力学的考察

Figs.6.1 (a) および (b) に、スロープ角度 $\gamma=0.01[\text{rad}]$ における Long period gait および Short period gait の各平衡点が安定となるための領域を安定条件式 (6.23), (6.26) および (6.27) を基にハッチングで示した。ただし、横軸は $\partial\alpha_{k+1}/\partial\alpha_k$ 、縦軸は $\partial\alpha_{k+1}/\partial\theta_k^+$ である。安定条件式中の係数は、Long period gait の場合では $a_f=1.299[1/\text{s}]$, $b_f=-1.490[1/\text{s}]$ および $c_f=0.837$, また、Short period gait の場合では $a_f=1.241[1/\text{s}]$, $b_f=-1.428[1/\text{s}]$ および $c_f=0.847$ となる。さらに、数値(偏)微分法から求めた平衡点における $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\alpha_k)|_f$, $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\theta_k^+)|_f$ の値を○印で



(a) Long period gait



(b) Short period gait

Fig. 6.3 Variation of stability region and fixed point about slope angle

併記した。○印が安定領域内にあれば、平衡点は安定となる。ここで、Fig.6.1に示すハッチング領域は、平衡点の状態量のみによって決まることから、平衡点が潜在的にもつ安定領域と言える。また、 $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\alpha_k)|_f$ 、 $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\theta_k^+)|_f$ は、脚の振り運動に支配されることから、脚のダイナミクスには平衡点を安定化させる力学的特性が本質的に備わっている。

図からわかるように、二つの平衡点ともに安定領域が存在し、さらに両者の間には大きな違いが見られない。Long period gait の場合は、平衡点が安定領域内に含まれて安定となる (Fig.6.1 (a) 参照)。一方、Short period gait の場合は、安定領域から大きく外れて不安定となる (Fig.6.1 (b) 参照)。この違いは、次のような $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\alpha_k)|_f$ および $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\theta_k^+)|_f$ の正負の違いに依存している。

$$\left. \frac{\partial\alpha_{k+1}}{\partial\alpha_k} \right|_f < 0, \quad \left. \frac{\partial\alpha_{k+1}}{\partial\theta_k^+} \right|_f > 0 \quad (\text{Long period gait}) \quad (6.28)$$

$$\left. \frac{\partial\alpha_{k+1}}{\partial\alpha_k} \right|_f > 0, \quad \left. \frac{\partial\alpha_{k+1}}{\partial\theta_k^+} \right|_f < 0 \quad (\text{Short period gait}) \quad (6.29)$$

Fig.6.2は、 α_k 、 θ_k^+ および α_{k+1} の関係を数値的に求めて図示したものである。また、Long period gait および Short period gait の平衡点を○印で併記した。図からわかるように、3変数の関係は上に凸な曲面を成しており、 α_k および θ_k^+ の微小変化が着地時の股角度 α_{k+1} に及ぼす影響の変化が、式 (6.28) と (6.29) のような対称的な二つのパターンに拘束される。このような特性は、二重振り子としての脚の振り運動に起因し、スロープ角度が変化しても変わらない。

Fig.6.3は、スロープ角度 γ を変化させた場合の安定領域と平衡点の関係を図示したものである。Long period gait と Short period gait の安定領域はやはりほぼ同じで、ほとんどが第2象限に位置する。したがって、平衡点が安定となるためには、式 (6.28) に示すような形で着地時の股角度が決まる脚の振り運動が理にかなっていると言える。また、スロープ角度 γ が大きくなると、主に式 (6.27) の安定条件の影響により安定領域が徐々に欠けていく。 γ が $0.016[\text{rad}]$ では、Long period gait の平衡点でも安定領域から外れ不安定となり、結果的に分岐が起こる。

6.4 結言

受動歩行の解析が最も容易となる Simplest walking model を対象として、平衡点の安定性解析を行った結果、受動歩行の平衡点が安定となるメカニズムは、次のような力学的な構造で表現できることを示した。

- (1) 受動歩行の平衡点は、エネルギーバランス、脚の切換え現象および脚の振り運動により生成される。
- (2) 平衡点の安定条件式（安定領域）は、平衡点によって一意に決まる。
- (3) そして、平衡点の安定性は、脚の振り運動（着地時の股角度）が、安定条件式を満足し得るものかによって決まる。

(1) は2章で得られた結果でもあるが、平衡点の生成が安定性に密接に関係している。(2) において、平衡点の安定条件式は、差分方程式を平衡点近傍で線形近似して得られるヤコビ行列の固有値から解析的に導出した。なお、(1) で生成された平衡点の情報が安定条件式の一部を成している。(3) は望ましい脚の振りパターンが存在することを意味する。

第7章

安定メカニズムを規範とした平衡点生成と局所安定化

7.1 緒言

受動歩行の研究を科学から工学に進めるためには、まず平衡点の生成法が必要となる。受動歩行機は、下り坂 (Downhill) においては重力ポテンシャルからエネルギーが供給される。しかし、平地 (Level ground) および上り坂 (Uphill) では、平衡点を生成するために関節トルクによりエネルギー供給を図らなければならない。これまでに、歩容生成の観点から受動歩行の力学的エネルギーレベルを規範としたり、仮想重力場を用いた平地歩行が提案されている [49][52]。次に、平衡点の安定条件式が必要となる。安定条件式が導ければ、力学的な観点から安定性解析が可能となり、制御系設計といった工学的応用に展開できる。受動歩行では、安定な平衡点が存在するが、Short period gait における不安定平衡点の存在 [27] や、分岐後に 2 歩行周期の安定平衡点が現れるが、このとき 1 歩行周期の不安定平衡点が存在していることが報告されている [26]。ここで、平衡点近傍での局所的な安定化制御を考えた場合、不安定平衡点の安定化や安定平衡点の離散的な安定性を最大限に高めることが望まれる。

6章では、受動歩行の安定性解析を行い、平衡点の安定メカニズム (生成メカニズムを含む) の構造を明らかにし、平衡点におけるヤコビ行列の固有値を解析的に導き、その安定条件式を導出した。このとき、状態変数 (着地直後の状態) を陽に求めることは避けて変数として数値的に取り扱った。本章では、これらを発展させて工学的応用として、平地および上り坂を含むより一般的な床面での平衡点生成、ならびに平衡点の情報を陽に組み込んだ局所安定化法を提案する [91]。

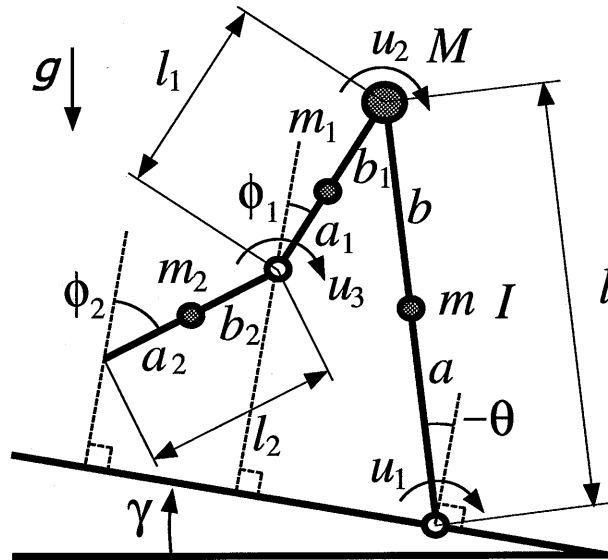


Fig. 7.1 Biped model with knees

7.2 膝ありタイプの歩行モデル

7.2.1 運動方程式および膝ロック式

本章では、Fig.7.1 に示す膝ありタイプの歩行モデルを取り扱う。ここで、支持脚と遊脚を力学的に等価とするために、 $m = m_1 + m_2$ 、 $a = \{m_1(l_2 + a_1) + m_2 a_2\} / (m_1 + m_2)$ 、 $I = m_2(l_2 - b_2 - a)^2 + m_1(l_2 + a_1 - a)^2$ とした。この3リンクモデルは、支持脚の膝は真直ぐに伸び、遊脚の膝を曲げての脚の振り運動状態を示している。その後、遊脚が真直ぐになった時点で、膝をロックする。これ以降、着地まではコンパスタイプの歩行モデルと等価な2リンクモデルとなる。

これまでと同様に解析を簡単化するために、腰の質量 M が脚の質量 m 、 m_1 および m_2 に比べて十分大きいものとする。このとき、脚の振り運動は、次のようなダイナミクスの特徴を有することになるが、脚の振り運動を含んだ受動歩行の現象を解析する上での簡単な歩行モデルとなる。

- (1) 支持脚の運動は、遊脚の運動の影響を受けない。
- (2) 遊脚の運動は、支持脚の運動の影響を受ける。

以下に、膝ロックを含む脚の振り運動をモデル化しておく。脚の振り運動の解は、膝のロック（離散事象）によって不連続にジャンプする。また、質量に関する仮定を考慮した最終的な運動方程式となっていることに注意されたい。

3リンクモデル (with Knees) の運動方程式

$$\mathbf{M}_K(\boldsymbol{\theta}_K)\ddot{\boldsymbol{\theta}}_K + \mathbf{H}_K(\boldsymbol{\theta}_K, \dot{\boldsymbol{\theta}}_K) + \mathbf{G}_K(\boldsymbol{\theta}_K, \gamma) = \mathbf{E}_K\boldsymbol{\tau}_K \quad (7.1)$$

ただし,

$$\mathbf{M}_K(\boldsymbol{\theta}_K) = \begin{bmatrix} l^2 & 0 & 0 \\ -(b_1l + pll_1)\cos(\theta - \phi_1) & b_1^2 + pl_1^2 & pb_2l_1\cos(\phi_1 - \phi_2) \\ b_2l\cos(\theta - \phi_2) & b_2l_1\cos(\phi_1 - \phi_2) & b_2^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_K(\boldsymbol{\theta}_K, \dot{\boldsymbol{\theta}}_K) = \begin{bmatrix} 0 \\ (b_1l + pll_1)\sin(\theta - \phi_1)\dot{\theta}^2 + pb_2l_1\sin(\phi_1 - \phi_2)\dot{\phi}_2^2 \\ b_2l\sin(\theta - \phi_2)\dot{\theta}^2 - b_2l_1\cos(\phi_1 - \phi_2)\dot{\phi}_1^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_K(\boldsymbol{\theta}_K, \gamma) = \begin{bmatrix} -l\sin(\theta + \gamma) \\ (b_1 + pl_1)\sin(\phi_1 + \gamma) \\ b_2\sin(\phi_2 + \gamma) \end{bmatrix} g$$

$$\mathbf{E}_K = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -p \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\tau}_K = \begin{bmatrix} u_1/M \\ u_2/m_1 \\ u_3/m_2 \end{bmatrix}$$

ここで, $\boldsymbol{\theta}_K (= [\theta, \phi_1, \phi_2]^T)$ は脚の角度ベクトルを表わし, また, $p = m_2/m_1$ である.

膝ロック

遊脚がまっすぐな状態 ($\phi_1 = \phi_2 = \phi$) になったとき, 瞬間的に膝を (機構的に) ロックする. ロック前後では支持脚接地点まわりの歩行モデル全体の角運動量ならびに腰まわりの遊脚の角運動量が保存される. これらの角運動量の保存則から, ロック直後の支持脚および遊脚の角速度 $\dot{\theta}^+$, $\dot{\phi}^+$ は, 次式のように導かれる.

$$\dot{\theta}^+ = \dot{\theta}^- \quad (7.2)$$

$$\dot{\phi}^+ = \frac{(b_1^2 + pl_1^2 + pl_1b_2)\dot{\phi}_1^- + (pb_2^2 + pb_2l_1)\dot{\phi}_2^-}{b_1^2 + p(l_1 + b_2)^2} \quad (7.3)$$

ここで, $-$ はロック直前の状態, $+$ はロック直後の状態を表わす.

2リンクモデル (Compass-type) の運動方程式

$$\mathbf{M}_C(\boldsymbol{\theta}_C)\ddot{\boldsymbol{\theta}}_C + \mathbf{H}_C(\boldsymbol{\theta}_C, \dot{\boldsymbol{\theta}}_C) + \mathbf{G}_C(\boldsymbol{\theta}_C, \gamma) = \mathbf{E}_C\boldsymbol{\tau}_C \quad (7.4)$$

ただし,

$$\mathbf{M}_C(\boldsymbol{\theta}_C) = \begin{bmatrix} l^2 & 0 \\ -(1+p)bl \cos(\theta - \phi) & \bar{I} + (1+p)b^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_C(\boldsymbol{\theta}_C, \dot{\boldsymbol{\theta}}_C) = \begin{bmatrix} 0 \\ (1+p)bl \sin(\theta - \phi) \dot{\theta}^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_C(\boldsymbol{\theta}_C, \gamma) = \begin{bmatrix} -l \sin(\theta + \gamma) \\ (1+p)b \sin(\phi + \gamma) \end{bmatrix} g$$

$$\mathbf{E}_C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\tau}_C = \begin{bmatrix} u_1/M \\ u_2/m_1 \end{bmatrix}$$

ここで, $\boldsymbol{\theta}_C (= [\theta, \phi]^T)$ は膝ロック後の脚の角度ベクトルを表わし, $\bar{I} = I/m_1$ である.

7.2.2 脚切換え式

脚の切換え現象に関しては, 定性的には問題ないことから, 衝突現象は完全非弾性衝突, さらに着地の瞬間に支持脚が床面から離れると仮定する. なお, 遊脚の膝がロックする前に着地した場合は取り扱わないこととする. このとき, 着地前後において腰まわりの支持脚 (脚切換え後は遊脚) の角運動量ならびに遊脚接地点まわりの全角運動量が保存される. これらの角運動量の保存則から, 着地前後では次のような関係式が得られる.

$$\mathbf{Q}^+(\alpha) \dot{\boldsymbol{\theta}}_C^+ = \mathbf{Q}^-(\alpha) \dot{\boldsymbol{\theta}}_C^- \quad (7.5)$$

ただし,

$$\mathbf{Q}^+(\alpha) = \begin{bmatrix} l^2 & 0 \\ -bl \cos \alpha & b^2 + \frac{\bar{I}}{1+p} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q}^-(\alpha) = \begin{bmatrix} l^2 \cos \alpha & 0 \\ -ab + \frac{\bar{I}}{1+p} & 0 \end{bmatrix}$$

式 (7.5) から着地直後の角速度ベクトルは, $\dot{\boldsymbol{\theta}}_C^+ = (\mathbf{Q}^+(\alpha))^{-1} \mathbf{Q}^-(\alpha) \dot{\boldsymbol{\theta}}_C^-$ となる. なお, 脚切換え後の遊脚膝はロックが解除されている.

7.3 受動歩行クラスの平衡点の生成法

7.3.1 平衡点の力学的構造

本項では、Fig.7.1 に示す膝ありタイプの歩行モデルにおける平衡点の力学的構造について述べる。ただし、1歩行周期の平衡点を取り扱う。また、 k 歩目における足首、腰および膝の入力トルクは、次に示すように一定とする。

$$\frac{u_1}{M} = \tau_{1k}, \quad \frac{u_2}{m_1} = \tau_{2k}, \quad \frac{u_3}{m_2} = \tau_{3k} \quad (7.6)$$

$M \gg m$ から、 m および u_2, u_3 を含む項は、それぞれ M および u_1 を含む項に対して無視できる。

k 歩目における着地直後の状態から、 $k+1$ 歩目の着地直前の状態へと脚の振り運動により遷移したとすると、エネルギー保存則から次式が導出される。ただし、遊脚は前方に着地するものと仮定し、 $0 < \alpha_k < \pi/2$, $0 < \alpha_{k+1} < \pi/2$ とする。

$$\frac{1}{2} M l^2 \dot{\theta}_{k+1}^{-2} = \frac{1}{2} M l^2 \dot{\theta}_k^{+2} + M g l \left\{ \cos \left(\frac{\alpha_k}{2} - \gamma \right) - \cos \left(\frac{\alpha_{k+1}}{2} + \gamma \right) \right\} + u_{1k} \left(\frac{\alpha_k}{2} + \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \quad (7.7)$$

式 (7.7) から着地直前の支持脚の角速度 $\dot{\theta}_{k+1}^-$ は、

$$\begin{aligned} \dot{\theta}_{k+1}^- &= \sqrt{\dot{\theta}_k^{+2} + \frac{2g}{l} \left\{ \cos \left(\frac{\alpha_k}{2} - \gamma \right) - \cos \left(\frac{\alpha_{k+1}}{2} + \gamma \right) \right\} + \frac{u_{1k}}{M l^2} (\alpha_k + \alpha_{k+1})} \\ &= \sqrt{\dot{\theta}_k^{+2} + \frac{2g}{l} \left\{ \cos \left(\frac{\alpha_k}{2} - \gamma \right) - \cos \left(\frac{\alpha_{k+1}}{2} + \gamma \right) \right\} + \frac{\tau_{1k}}{l^2} (\alpha_k + \alpha_{k+1})} \end{aligned} \quad (7.8)$$

となる。

次に、 $k+1$ 歩目の着地直前の状態から直後の状態へと脚切換えによって遷移したとすると、式 (7.5) から次式が成り立つ。

$$\dot{\theta}_{k+1}^+ = \cos \alpha_{k+1} \dot{\theta}_{k+1}^- = e_{k+1} \dot{\theta}_{k+1}^- \quad (7.9)$$

式 (7.8) および (7.9) を整理することにより、次のような支持脚の角速度に関する差分方程式が得られる。

$$\dot{\theta}_{k+1}^+ = e_{k+1} \sqrt{\dot{\theta}_k^{+2} + \frac{2g}{l} \left\{ \cos \left(\frac{\alpha_k}{2} - \gamma \right) - \cos \left(\frac{\alpha_{k+1}}{2} + \gamma \right) \right\} + \frac{\tau_{1k}}{l^2} (\alpha_k + \alpha_{k+1})} \quad (7.10)$$

平衡点では、 $\alpha_{k+1} = \alpha_k$, $\dot{\theta}_{k+1}^+ = \dot{\theta}_k^+$ が成り立つ。このとき、差分方程式 (7.10) から支持脚の角速度 $\dot{\theta}_k^+$ は、

$$\dot{\theta}_k^+ = \sqrt{\frac{2e_k^2}{l(1-e_k^2)} \left(2g \sin \frac{\alpha_k}{2} \sin \gamma + \frac{\tau_{1k} \alpha_k}{l} \right)} \quad (7.11)$$

となる。また、式 (7.11) は次式のように変形できる。

$$\frac{1}{2}Ml^2\dot{\theta}_k^{+2}\left(\frac{1}{e_k^2}-1\right)=2Mgl\sin\frac{\alpha_k}{2}\sin\gamma+M\tau_{1k}\alpha_k \quad (7.12)$$

式 (7.12) の左辺は、1 歩区間における損失エネルギーを表している。また、右辺第 1 項および第 2 項は、それぞれ重力ポテンシャルおよび支持脚足首トルクからの供給エネルギーを表している。つまり、式 (7.11) は、コンパスタイプと同様にエネルギーバランス状態といった力学的構造を成している。

次に、脚切換えの行列式 (7.5) を展開して、 $\dot{\theta}_k^-$ を消去して整理すると次式が導かれる。

$$\dot{\phi}_k^+=q(\alpha_k)\dot{\theta}_k^+ \quad (7.13)$$

ただし、

$$q(\alpha_k)=\frac{-ab+\frac{\bar{I}}{1+p}+bl\cos^2\alpha_k}{\left(b^2+\frac{\bar{I}}{1+p}\right)\cos\alpha_k}$$

式 (7.13) からわかるように、状態量は k 歩目における着地直後の状態によって決まる。言い換えると、脚切換え現象によって、着地直後の状態は式 (7.13) により拘束される力学的構造となっている。そして、着地直後の遊脚の角速度 $\dot{\phi}_k^+$ は、式 (7.11) および (7.13) から次のように導かれる。

$$\dot{\phi}_k^+=q(\alpha_k)\sqrt{\frac{2e_k^2}{l(1-e_k^2)}\left(2g\sin\frac{\alpha_k}{2}\sin\gamma+\frac{\tau_{1k}\alpha_k}{l}\right)} \quad (7.14)$$

式 (7.11) および (7.14) から、平衡点の状態は、 α_k 、 $\dot{\theta}_k^+(\alpha_k)$ および $\dot{\phi}_k^+(\alpha_k)$ の形式で表わすことができる。したがって、 $\alpha_{k+1}=\alpha_k$ となる股角度となるとき、平衡点となる。ここで、脚の振り運動によって $\alpha_{k+1}=\alpha_k$ の状態が決まる。

7.3.2 平衡点の生成法

平衡点を決めるエネルギーバランス式 (7.12)、脚切換え式 (7.13) および脚の振り運動に関する式 (7.1) ~ (7.4) を線形化すると、以下のようなになる。

$$\dot{\theta}_k^+=\sqrt{\frac{2e_k^2\alpha_k}{l(1-e_k^2)}\left(g\gamma+\frac{\tau_{1k}}{l}\right)} \quad (7.15)$$

$$\dot{\phi}_k^+ = \frac{-ab + \frac{\bar{I}}{1+p} + bl}{b^2 + \frac{\bar{I}}{1+p}} \dot{\theta}_k^+ \quad (7.16)$$

および

$$\mathbf{M}_{KL}(\boldsymbol{\theta}_K) \ddot{\boldsymbol{\theta}}_K + \mathbf{H}_{KL}(\boldsymbol{\theta}_K, \dot{\boldsymbol{\theta}}_K) + \mathbf{G}_{KL}(\boldsymbol{\theta}_K, \gamma) = \mathbf{E}_K \boldsymbol{\tau}_K \quad (7.17)$$

ただし,

$$\mathbf{M}_{KL}(\boldsymbol{\theta}_K) = \begin{bmatrix} l^2 & 0 & 0 \\ -(b_1 l + p l l_1) & b_1^2 + p l_1^2 & p b_2 l_1 \\ b_2 l & b_2 l_1 & b_2^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_{KL}(\boldsymbol{\theta}_K, \dot{\boldsymbol{\theta}}_K) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_{KL}(\boldsymbol{\theta}_K, \gamma) = \begin{bmatrix} -l(\theta + \gamma) \\ (b_1 + p l_1)(\phi_1 + \gamma) \\ b_2(\phi_2 + \gamma) \end{bmatrix} g$$

$$\mathbf{M}_{CL}(\boldsymbol{\theta}_C) \ddot{\boldsymbol{\theta}}_C + \mathbf{H}_{CL}(\boldsymbol{\theta}_C, \dot{\boldsymbol{\theta}}_C) + \mathbf{G}_{CL}(\boldsymbol{\theta}_C, \gamma) = \mathbf{E}_C \boldsymbol{\tau}_C \quad (7.18)$$

ただし,

$$\mathbf{M}_{CL}(\boldsymbol{\theta}_C) = \begin{bmatrix} l^2 & 0 \\ -(1+p)bl & \bar{I} + (1+p)b^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_{CL}(\boldsymbol{\theta}_C, \dot{\boldsymbol{\theta}}_C) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_{CL}(\boldsymbol{\theta}_C, \gamma) = \begin{bmatrix} -l(\theta + \gamma) \\ (1+p)b(\phi + \gamma) \end{bmatrix} g$$

また, 膝ロックの式は, 式 (7.2) および (7.3) と同じになる.

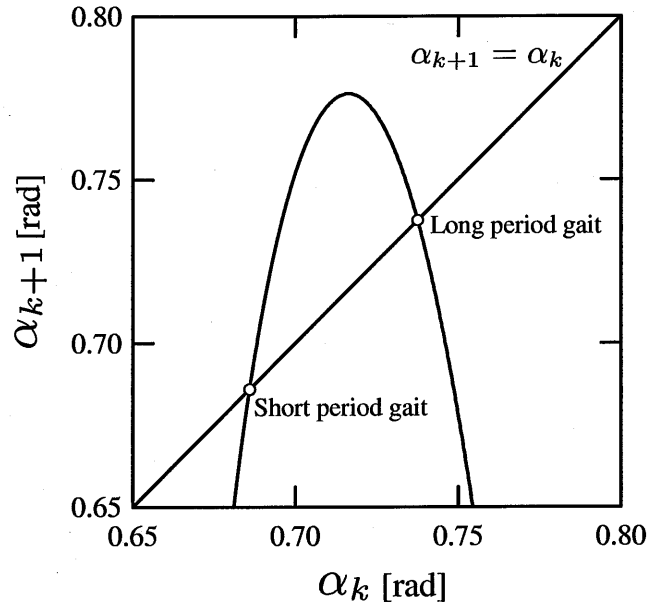


Fig. 7.2 Fixed points

入力トルクベクトル τ_K および τ_C をそれぞれ

$$\tau_K = \begin{bmatrix} l(\gamma' - \gamma) \\ -(b_1 + pl_1 + pb_2)(\gamma' - \gamma) \\ -b_2(\gamma' - \gamma) \end{bmatrix} g \quad (7.19)$$

$$\tau_C = \begin{bmatrix} l(\gamma' - \gamma) \\ -(1+p)b(\gamma' - \gamma) \end{bmatrix} g \quad (7.20)$$

に設定する¹。ただし、 γ' は定数である。このとき、平衡点を決める関係式は、下り坂 ($\gamma > 0$)、平地 ($\gamma = 0$) および上り坂 ($\gamma < 0$) 全てに対応し、スロープ角度 γ' における受動歩行の場合と同じ式となる。すなわち、式 (7.19) および (7.20) で表わされる一定トルクを入力すると、受動歩行と同じ供給エネルギーで同一の平衡点が生成される。このとき、供給エネルギー ($2Mgl \sin \frac{\alpha_k}{2} \sin \gamma + M\tau_{1k}\alpha_k$) は、平衡点を生成させる必要最低限となっており、エネルギー効率が低いと言える。本研究では、これを受動歩行クラスの平衡点と呼ぶことにする。

一例として、 $\gamma = 0$ [rad] の平地において受動歩行クラスの平衡点を生成してみる。モデルパラメータは、 $l=0.7$ [m]、 $l_1=l_2=0.35$ [m]、 $a=b=0.35$ [m]、 $a_1=b_1=a_2=b_2=0.175$ [m] および $p=0.4$ とした。まず、 γ' を 0.073 [rad] に設定する。式 (7.19) および (7.20) から $\tau_K = [0.50078, -0.275429, -0.125195]^T$ 、 $\tau_C = [0.50078, -0.275429]^T$ [Nm/kg] となる。

¹当該モデルでは、 τ_K および τ_C の対応する腰関節トルク τ_{2k} は等価となる。

式 (7.11) および (7.13) から平衡点の状態は α_k , $\dot{\theta}_k^+$ および $\dot{\phi}_k^+$ と表わされ, この状態を初期状態として式 (2.7) から α_{k+1} を数値的に導出した. ここで, 股角度が $\alpha_{k+1} = \alpha_k$ となれば平衡点となる. Fig.7.2 からわかるように, 受動歩行の場合と同じく二つの平衡点が生成され, Long period gait の平衡点の状態量は $\alpha_f=0.73750[\text{rad}]$, $\dot{\theta}_f^+=1.35140[\text{rad/s}]$, Short period gait の平衡点の状態量は $\alpha_f=0.68592[\text{rad}]$, $\dot{\theta}_f^+=1.44662[\text{rad/s}]$ となる.

受動歩行クラスの平衡点は特殊なクラスではないため, 浅野ら [52] が提案した仮想受動歩行を線形近似したものと等価である. また, 内田ら [92] も一定トルクによる平地歩行を提案しているが, トルク設定に関して明確な指針が示されていない. 歩容生成法 [52][65] では, エネルギーの回復あるいは補償に主眼が置かれ, 間接的に平衡点が生成されることに結果的になっている. 本手法は, 既定の一定トルクにより直接平衡点を生成するもの (平衡点生成法) であり, 7.4 節で提案する安定化法に平衡点の情報を組み込む点が特徴である. また, 歩容全体 (Gait) ではなく, リミットサイクルの一面の点である平衡点に主眼を置いていることから, 一定トルクによる駆動は力学的に問題なく, かつ簡便である.

7.4 ダイナミクスに基づいた局所安定化法

7.4.1 平衡点の安定性

本項では, 平衡点におけるヤコビ行列の固有値および平衡点の安定条件式を導く.

7.3.1 項で述べたように, $\dot{\phi}_k^+$ は α_k および $\dot{\theta}_k^+$ の従属変数となることから, 着地直後の状態は $\mathbf{x}_k^+ = [\alpha_k, \dot{\theta}_k^+]^T$ と表わすことができる. ここで, \mathbf{x}_k^+ と \mathbf{x}_{k+1}^+ の間には, 次の関係が成り立つ.

$$\mathbf{x}_{k+1}^+ = f(\mathbf{x}_k^+) \quad (7.21)$$

さらに, 式 (7.21) について平衡点の状態 \mathbf{x}_f^+ 近傍で線形近似して整理すると次式を得る.

$$\Delta \mathbf{x}_{k+1}^+ = \left. \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}^+} \right|_{\mathbf{x}^+ = \mathbf{x}_f^+} \Delta \mathbf{x}_k^+ \equiv \mathbf{J}_f \Delta \mathbf{x}_k^+ \quad (7.22)$$

ただし, $\Delta \mathbf{x}_k^+$ は摂動項である. また, 差分方程式 (7.10) から次式が得られる. なお, 具体的な式の導出法に関しては, 6.2.1 項を参照されたい.

$$\left. \frac{\partial \dot{\theta}_{k+1}^+}{\partial \alpha_k} \right|_f = a_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_f + b_f \quad (7.23)$$

$$\left. \frac{\partial \dot{\theta}_{k+1}^+}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f = a_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f + c_f \quad (7.24)$$

ここで、係数 a_f , b_f および c_f はそれぞれ以下のように与えられる。

$$a_f = \frac{1}{d_f} \frac{\partial e_f}{\partial \alpha_f} \left(\dot{\theta}_f^{+2} + \frac{4g}{l} \sin \frac{\alpha_f}{2} \sin \gamma + \frac{2\tau_{1f}\alpha_f}{l^2} \right) + e_f \frac{g}{2ld_f} \left(\sin \frac{\alpha_f}{2} \cos \gamma + \cos \frac{\alpha_f}{2} \sin \gamma \right) + e_f \frac{\tau_{1f}}{2l^2 d_f} \quad (7.25)$$

$$b_f = e_f \frac{g}{2ld_f} \left(-\sin \frac{\alpha_f}{2} \cos \gamma + \cos \frac{\alpha_f}{2} \sin \gamma \right) + e_f \frac{\tau_{1f}}{2l^2 d_f} \quad (7.26)$$

$$c_f = e_f \frac{\dot{\theta}_f^+}{d_f} \quad (7.27)$$

ただし、

$$d_f = \sqrt{\dot{\theta}_f^{+2} + \frac{4g}{l} \sin \frac{\alpha_f}{2} \sin \gamma + \frac{2\tau_{1f}\alpha_f}{l^2}} \quad (7.28)$$

また、 $e_f = \cos \alpha_f$ であり、損失係数を表わす。

式 (7.23) および (7.24) から、式 (7.22) の平衡点 x_f^+ におけるヤコビ行列 J_f は、次式のように表わされる。

$$J_f = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_f & \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f \\ a_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_f + b_f & a_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f + c_f \end{bmatrix} \quad (7.29)$$

平衡点におけるヤコビ行列 J_f のすべての固有値の絶対値が1より小さい場合、平衡点は局所漸近安定となる。式 (7.29) から J_f の固有値を求めると、次式のようなになる。

$$R_f = A_f \pm \sqrt{D_f} \quad (7.30)$$

ただし、

$$A_f = \frac{1}{2} \left(\left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_f + a_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f + c_f \right) \quad (7.31)$$

$$D_f = \frac{1}{4} \left(\left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_f + a_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f + c_f \right)^2 + b_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f - c_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_f \quad (7.32)$$

式 (7.30) から固有値が $|R_f| < 1$ となる安定条件式を導くと次のようになる。

$$-b_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f + c_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_f < 1 \quad (7.33)$$

$$(a_f + b_f) \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f - (c_f - 1) \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_f + c_f < 1 \quad (7.34)$$

$$-(a_f - b_f) \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f - (c_f + 1) \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_f - c_f < 1 \quad (7.35)$$

式 (7.33), (7.34) および (7.35) のすべてを満足するとき, 平衡点は漸近安定となる. 安定条件式中の $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\alpha_k)|_f$ および $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\theta_k^+)|_f$ は, それぞれ平衡点における着地直後の股角度 α_k および支持脚の角速度 θ_k^+ の微小変化が, 次の着地時の股角度 α_{k+1} に及ぼす影響の変化を示している. $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\alpha_k)|_f$ および $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\theta_k^+)|_f$ が安定条件式を満たすとき, 平衡点は安定となる.

7.3.2 項に示した平地における受動歩行クラスの平衡点の安定領域を安定条件式 (7.33), (7.34) および (7.35) から導き, Fig.7.3 にハッチングで示した. ただし, 横軸は $\partial\alpha_{k+1}/\partial\alpha_k$, 縦軸は $\partial\alpha_{k+1}/\partial\theta_k^+$ である. 安定条件式中の係数は, $a_f=0.002[1/s]$, $b_f=-0.8156[1/s]$ および $c_f=0.5478$ となる. 図からわかるように, Δ 印で示された平衡点は安定領域内にあり安定となる.

7.4.2 局所安定化法

受動歩行の安定化法において, これまで遅延フィードバック制御が提案されている [62]. 遅延フィードバック制御では, 平衡点が分からなくてもシステムを安定化できるメリットがある. 本項で提案する安定化法は, 平衡点の生成法および安定メカニズムを規範とし, 制御則に平衡点を陽に組み込む点の特徴である. ここで, 平衡点の情報を用いることから, より高い制御性能が期待できる.

平衡点の局所安定化問題は, 平衡点における着地時の股角度の変化 $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\alpha_k)|_f$ および $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\theta_k^+)|_f$ を安定領域内の適切な位置に配置する問題に帰着される. なお, 本研究では, 受動歩行クラスの平衡点およびその安定領域は固定して考える.

まず, $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\alpha_k)|_f$ および $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\theta_k^+)|_f$ は, 次式のように表わされる.

$$\left. \frac{\partial\alpha_{k+1}}{\partial\alpha_k} \right|_f \approx \frac{\alpha_{k+1} - \alpha_f}{\alpha_k - \alpha_f}, \quad \left. \frac{\partial\alpha_{k+1}}{\partial\theta_k^+} \right|_f \approx \frac{\alpha_{k+1} - \alpha_f}{\theta_k^+ - \theta_f^+} \quad (7.36)$$

式 (7.36) から $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\alpha_k)|_f$ および $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\theta_k^+)|_f$ を変えるには, $\alpha_k - \alpha_f$ および $\theta_k^+ - \theta_f^+$ に対する α_{k+1} の値を変えればよい. ここで, 腰トルク τ_{2k} を入力することによって着地する股角度 α_{k+1} を変えることができるので, 次式に示すような安定化制御則を提案する.

$$\tau_{2k} = K_\alpha(\alpha_k - \alpha_f) + K_\theta(\theta_k^+ - \theta_f^+) + \tau_{2f} \quad (7.37)$$

ここで, K_α および K_θ は係数であり, τ_{2f} は平衡点におけるトルク (定常トルク) である. K_α および K_θ の設定によって, それぞれ $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\alpha_k)|_f$ および $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\theta_k^+)|_f$ の配置を独立に調整することができる.

次に, 具体的な配置場所について考える. 平衡点近傍での局所的な安定化制御を考えた場合, 離散的な安定性を最大限に高めることが望まれる. Fig.7.4 に平地における受動歩行クラスの平衡点に対する固有値軌跡を示す [81]. スロープ角度に相当する γ' が大きくなると, 最終的に二つの固

有値のうち一方は実軸に沿って原点に向かい、もう一方は原点から遠ざかる。後者の固有値の絶対値が1を越え、平衡点は漸近安定から不安定となる。固有値の絶対値の最大値が小さければ、平衡点近傍における収束が速くなる。分岐に近づくと最大値が急激に大きくなり、平衡点への収束性が悪くなる。

本研究では、有限整定を行うように、固有値の絶対値の最大値が零となるように配置する。式(7.30)からわかるように、 $A_f = 0$ および $D_f = 0$ のとき $\max |R_f| = 0$ となる。したがって、 $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\alpha_k)|_f$, $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\dot{\theta}_k^+)|_f$ の配置は、式(7.31) および (7.32) から、次のように一意に決まる。

$$\left. \frac{\partial\alpha_{k+1}}{\partial\alpha_k} \right|_f = -\frac{b_f c_f}{b_f + a_f c_f} \quad (7.38)$$

$$\left. \frac{\partial\alpha_{k+1}}{\partial\dot{\theta}_k^+} \right|_f = -\frac{c_f^2}{b_f + a_f c_f} \quad (7.39)$$

以上のことから、安定化制御則の具体的な設計手順は、次のようにまとめられる。

- Step 1** スロープ角度に相当する γ' を決める。
- Step 2** トルクベクトル τ_K および τ_C を式(7.19) および (7.20) から計算する。
- Step 3** エネルギーバランス式(7.12), 脚切換え式(7.13) および脚の振り運動に関する式(7.1) ~ (7.4) から、平衡点の状態量 α_f および $\dot{\theta}_f^+$ を求める。
- Step 4** 係数 a_f , b_f および c_f を式(7.25), (7.26) および (7.27) から計算する。
- Step 5** $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\alpha_k)|_f$ および $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\dot{\theta}_k^+)|_f$ を式(7.38) および (7.39) から計算する。
- Step 6** 安定化制御則(7.37)の係数 K_α および K_θ を Step 5 で求めた数値となるように設定する。

式(7.37)の制御則は、Suzukiら[71]によってカオス制御のOGY法に基づいて導かれた制御則と同じような構造となっている。しかし、本制御則は、受動歩行の安定性解析を発展させて、平衡点の安定メカニズムの力学的構造から必然的に導かれたものである。また、有限整定を行わせるパラメータ設定になっており、高い安定性が実現できる。

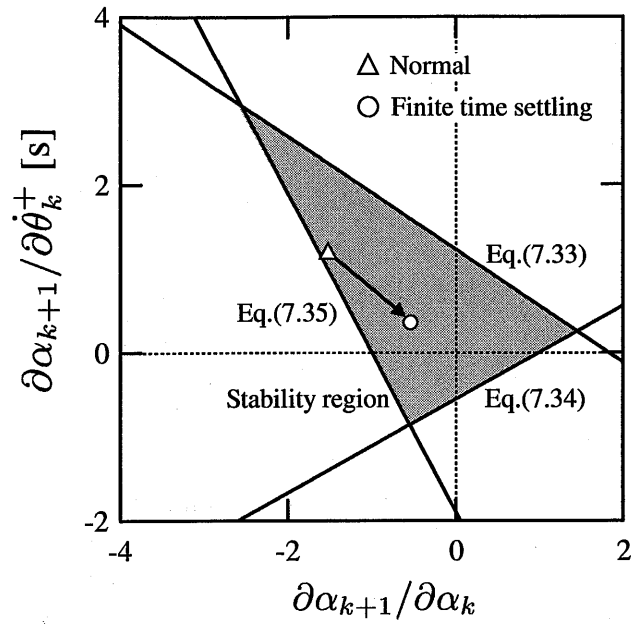


Fig. 7.3 Relationship between stability region and fixed point

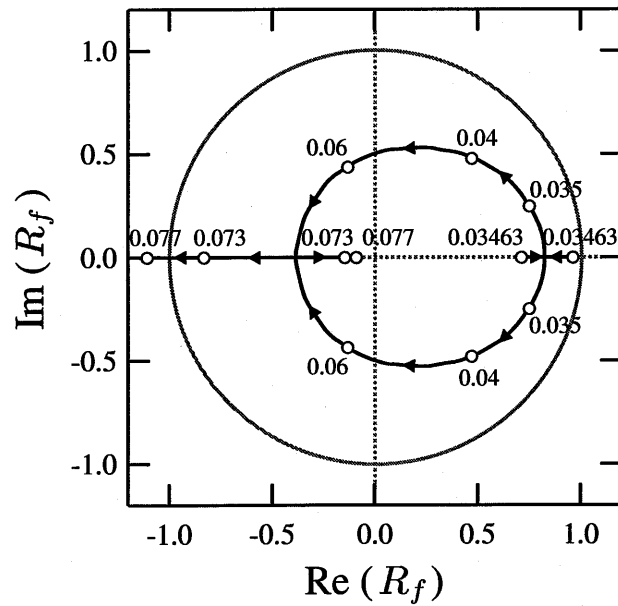


Fig. 7.4 Loci of eigenvalues of J_f

7.5 歩行シミュレーション

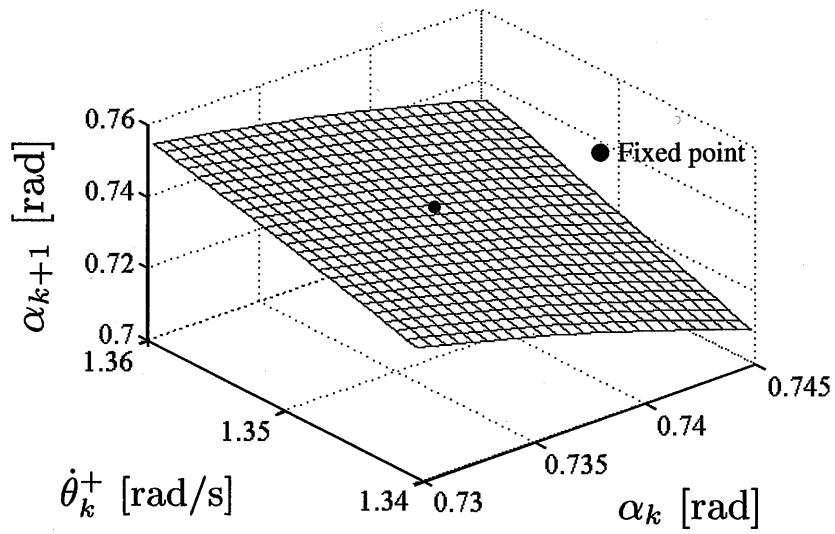
本節では、提案する局所安定化法を数値シミュレーションにより検証する。7.3.2項で生成した受動歩行クラスの平衡点 (Long period gait) では、 $\max |R_f|$ が 0.83 となっている。そこで、 $\max |R_f|=0$ となるように、式 (7.38) および (7.39) から $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\alpha_k)|_f = -0.54861$ 、 $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\dot{\theta}_k^+)|_f = 0.36845$ [s] の位置に再配置する (Fig.7.3 の○印)。このとき、係数 K_α および K_θ は、それぞれ独立に調整することが可能であり、数値的に容易に求めることができ、 $K_\alpha = -1.7582$ および $K_\theta = 1.4508$ となった。

Fig.7.5 は、平衡点近傍における α_k 、 $\dot{\theta}_k^+$ および α_{k+1} の関係を数値的に求めて図示したものである。Fig.7.5 (a) および (b) は、それぞれ局所安定化制御を行わなかった場合と行った場合を示している。Fig.7.5 (a) のような特性 (Normal) は、脚の振り運動に起因し、この脚のダイナミクスに平衡点を安定化させる力学的特性が備わっている。これに対して、Fig.7.5 (b) は、安定化制御則 (7.37) に従って、そのダイナミクスを適切に改造 (Modified) した形となっている [93]。

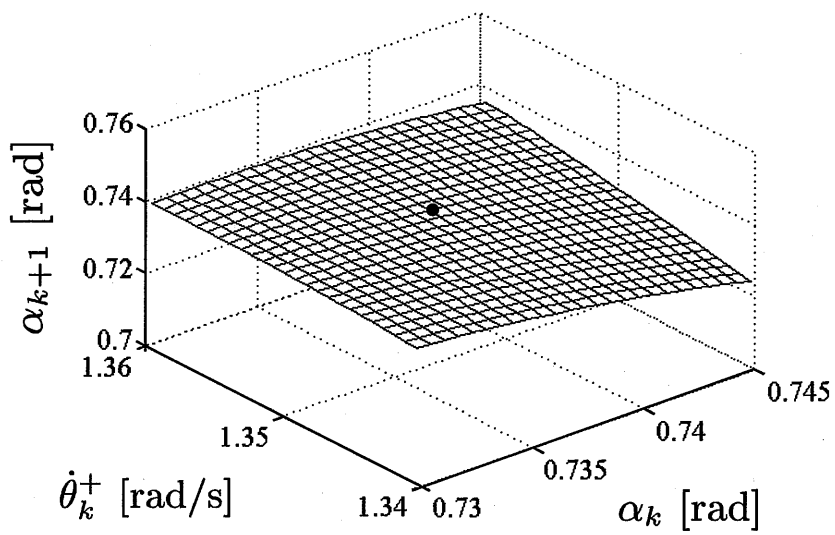
歩行シミュレーションの結果を Fig.7.6 に示す。ただし、初期状態を $\alpha_0 = 0.73$ [rad]、 $\dot{\theta}_0^+ = 1.35$ [rad/s] に設定した。Fig.7.6 (a) は着地時の股角度 α_k のステップ毎の変化を示しており、Fig.7.6 (b) は着地直後の支持脚の角速度 $\dot{\theta}_k^+$ の変化を示しており、さらに Fig.7.6 (c) は腰トルク τ_{2k} の変化を示している。各図において、○印が安定化制御を行った場合 (Finite time settling)、△印が行わなかった場合 (Normal) の結果を示している。Fig.7.6 (a) および (b) からわかるように、局所安定化制御を行わないと収束性がかなり悪い。一方、局所安定化制御により有限整定を行うと、3ステップでほぼ定常状態に収束する。また、Fig.7.6 (c) からわかるように、安定化制御を行うと式 (7.37) による腰トルク τ_{2k} が入力され、最終的には定常トルク τ_{2f} となる。

次に、Fig.7.2 に示す Short period gait の不安定平衡点 ($\max |R_f| = 4.51$) に対し安定化制御を行う。 $\max |R_f|=0$ となる $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\alpha_k)|_f$ および $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\dot{\theta}_k^+)|_f$ を式 (7.38) および (7.39) から求めると $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\alpha_k)|_f = -0.59969$ および $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\dot{\theta}_k^+)|_f = 0.47073$ となり、係数 K_α および K_θ を数値的に求めると $K_\alpha = 4.5832$ および $K_\theta = -1.5818$ となる。歩行シミュレーションの結果を Fig.7.7 に示す。ただし、初期状態を $\alpha_0 = 0.68$ [rad]、 $\dot{\theta}_0^+ = 1.4$ [rad/s] に設定した。図からわかるように、局所安定化制御を行わないと、平衡点は不安定であるために Long period gait の平衡点に収束してしまう。一方、安定化制御を行うと平衡点は安定化され、さらに3ステップで平衡点にほぼ収束する。

以上のことから、本研究で提案した平衡点の生成法と局所安定化法の有効性が実証された。分岐後の不安定平衡点においても本提案手法で安定化することが可能である。なお、本提案手法で平衡点の安定性 (収束性) を格段に向上させることができるが、これが必ずしも引き込み領域を



(a) Normal dynamics



(b) Modified dynamics

Fig. 7.5 Inter-leg angle constrained by leg-swing motion

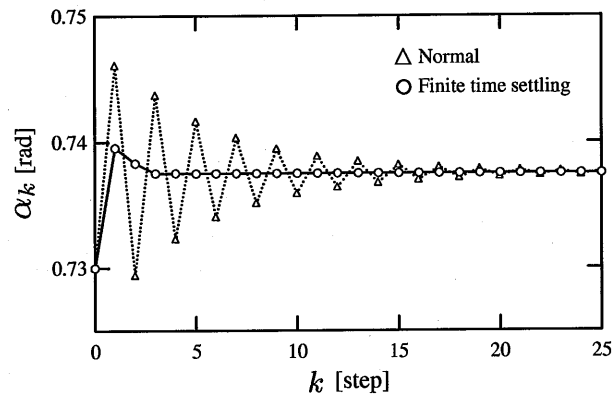
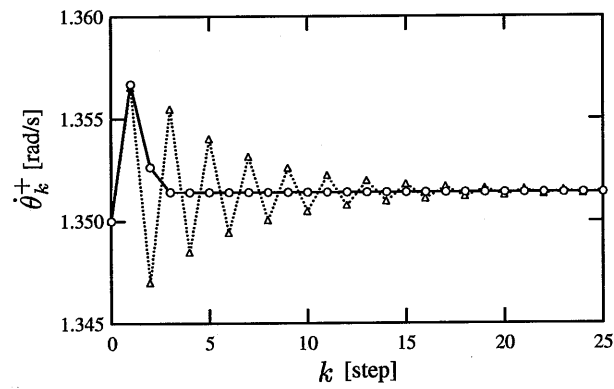
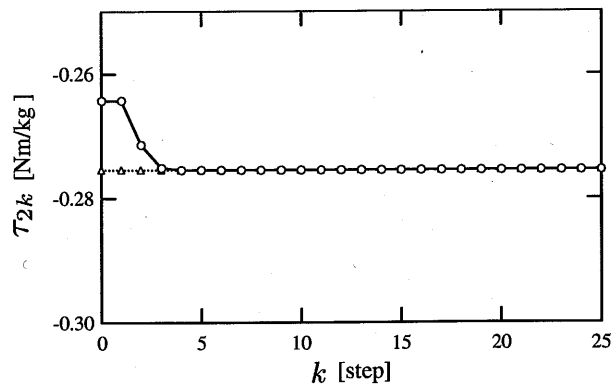
(a) Inter-leg angle α_k at heel-strike(b) Angular velocity $\dot{\theta}_k^+$ of stance leg just after leg-exchange(c) Torque τ_{2k} of hip joint

Fig. 7.6 Simulation results of finite time settling (level ground, long period gait)

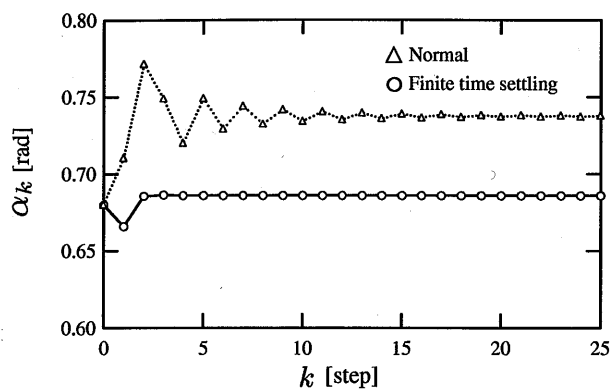
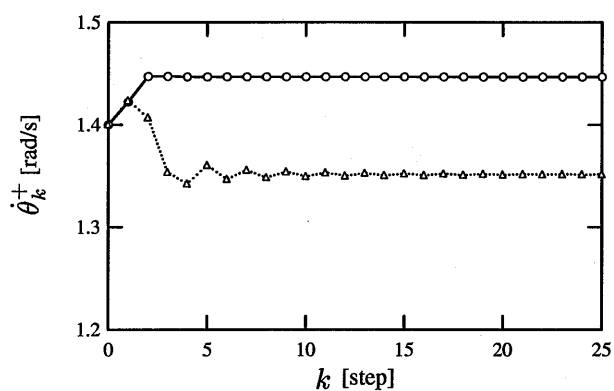
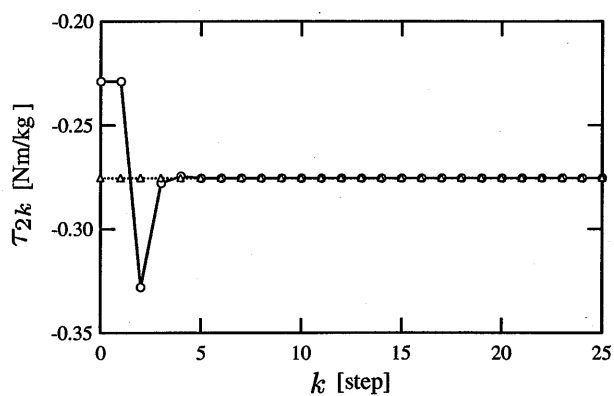
(a) Inter-leg angle α_k at heel-strike(b) Angular velocity $\dot{\theta}_k^+$ of stance leg just after leg-exchange(c) Torque τ_{2k} of hip joint

Fig. 7.7 Simulation results of finite time settling (level ground, short period gait)

拡大することに繋がらないことに注意されたい。

7.6 結言

本章では、まず平衡点の生成メカニズムから、平地あるいは上り坂において、1歩区間ごとに一定トルクを入力するだけで受動歩行クラスの平衡点が生成できることを理論的に示し、その具体的な生成法を与えた。

平衡点の安定性は、脚の振り運動（着地時の股角度）が、安定条件式を満足し得るものかによって決まる。そこで、本研究では、平衡点の局所安定化問題を平衡点における着地時の股角度の変化 $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\alpha_k)|_f$, $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\dot{\theta}_k^+)|_f$ を安定領域内の適切な位置に配置する問題に帰着した。そして、非常に見通しの良い簡単な制御則でこれらの偏微分を独立かつ容易に配置できることを見出した。さらに、平衡点の離散的な安定性が最も高くなるように、固有値の絶対値の最大値が零、すなわち極を原点に配置するようにした。このとき、対応する偏微分の配置は関係式から一意に決定できることを示し、有限整定を行う安定化制御則を導出した。本安定化手法は、平衡点の安定メカニズムの力学的構造から必然的に導かれたものであり、受動歩行の局所安定化に対して最も適した手法の一つであると言える。

最終的に、平地における歩行シミュレーションにおいて、3ステップでほぼ定常状態に収束することを確認し、その有効性を実証した。このことから、安定平衡点の離散的な安定性を最大限に高め、不安定平衡点の安定化に成功したと言える。

第8章

平衡点の大域的安定化

8.1 緒言

本来の受動歩行は、歩行機のダイナミクスに依存するため、ロバスト性は高くない。さらに、実際の歩行実験では、着地時の衝突による衝撃や不確定な要因が相まって、安定した連続歩行が困難とされている。特に、膝ありタイプの受動歩行機は、実験の困難さが格段に増す。

受動歩行の安定化は、工学的応用を考えた場合には重要な研究課題であり、これまで様々な安定化制御の手法が提案されている [68]~[71]。これら安定化制御のほとんどは、制御理論的な発想に基づいたものであり、平衡点近傍の局所的な状態を対象としている。7章では、脚の振り運動に関わるダイナミクスを適切に改造することによって、離散的な安定性を最大にできることを示したが、これも平衡点近傍の局所的な状態を対象としている（局所安定化問題）。また、局所的な安定性の向上は、必ずしも大域的な安定性の向上に繋がらないことが報告されている [42]。

受動歩行を単なるロバスト性の低い物理現象にとどまらず、平衡点を大域的に安定化させることによって工学的応用への展開を図る必要がある。その際、受動歩行のもつ特徴を最大限に活かすためには、受動歩行の原理に基づいた安定化法でなければならない。本章では、本研究で明らかにした平衡点の安定メカニズムから安定化原理を導き、その原理に基づいて受動歩行の安定性を大幅に向上させる [94]。

8.2 大域的な安定化法

8.2.1 任意の状態におけるヤコビ行列

本章でも 7.2 節で述べた膝ありタイプの歩行モデルを用いる。まず、本項では、任意の状態におけるヤコビ行列を導出する。

着地直後の状態 x_k^+ と x_{k+1}^+ の間には、次の関係が成り立つ。

$$x_{k+1}^+ = f(x_k^+) \quad (8.1)$$

さらに、式 (8.1) について任意の状態 x_k^+ 近傍で線形近似して整理すると次式を得る。

$$\Delta x_{k+1}^+ = \left. \frac{\partial f}{\partial x^+} \right|_{x^+=x_k^+} \Delta x_k^+ \equiv J_k \Delta x_k^+ \quad (8.2)$$

ただし、 Δx_k^+ は摂動項である。ここで、 J_k は次のような行列となる。

$$J_k = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_k & \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_k \\ \left. \frac{\partial \dot{\theta}_{k+1}^+}{\partial \alpha_k} \right|_k & \left. \frac{\partial \dot{\theta}_{k+1}^+}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_k \end{bmatrix} \quad (8.3)$$

さて、エネルギー保存則および脚切換え式 (7.5) から、次に示すような $\dot{\theta}_{k+1}^+$ についての差分方程式が得られる。

$$\dot{\theta}_{k+1}^+ = e_{k+1}^2 \sqrt{\dot{\theta}_k^{+2} + \frac{2g}{l} \left\{ \cos \left(\frac{\alpha_k}{2} - \gamma \right) - \cos \left(\frac{\alpha_{k+1}}{2} + \gamma \right) \right\} + \frac{\tau_{1k}}{l^2} (\alpha_k + \alpha_{k+1})} \quad (8.4)$$

なお、股角度は $0 < \alpha < \pi/2$ とする。ヤコビ行列 J_k の要素である $(\partial \dot{\theta}_{k+1}^+ / \partial \alpha_k)|_k$ と $(\partial \dot{\theta}_{k+1}^+ / \partial \dot{\theta}_k^+)|_k$ は、差分方程式 (8.4) から次式のようになる。なお、具体的な式の導出法に関しては、6.2.1 項を参照されたい。

$$\left. \frac{\partial \dot{\theta}_{k+1}^+}{\partial \alpha_k} \right|_k = a_k \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_k + b_k \quad (8.5)$$

$$\left. \frac{\partial \dot{\theta}_{k+1}^+}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_k = a_k \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_k + c_k \quad (8.6)$$

ここで、係数 a_k , b_k , c_k はそれぞれ以下のように与えられる。

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{1}{d_k} \frac{\partial e_{k+1}}{\partial \alpha_{k+1}} \left\{ \dot{\theta}_k^{+2} + \frac{2g}{l} \left(\cos \frac{\alpha_k}{2} - \cos \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \cos \gamma \right. \\ &\quad \left. + \frac{2g}{l} \left(\sin \frac{\alpha_k}{2} + \sin \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \sin \gamma + \tau_{1k} (\alpha_k + \alpha_{k+1}) \right\} \\ &\quad + e_{k+1} \frac{g}{2ld_k} \left(\sin \frac{\alpha_{k+1}}{2} \cos \gamma + \cos \frac{\alpha_{k+1}}{2} \sin \gamma \right) + e_{k+1} \frac{\tau_{1k}}{2d_k} \end{aligned} \quad (8.7)$$

$$b_k = e_{k+1} \frac{g}{2ld_k} \left(-\sin \frac{\alpha_k}{2} \cos \gamma + \cos \frac{\alpha_k}{2} \sin \gamma \right) + e_{k+1} \frac{\tau_{1k}}{2d_k} \quad (8.8)$$

$$c_k = e_{k+1} \frac{\dot{\theta}_k^+}{d_k} \quad (8.9)$$

ただし, d_k^2 は次式のようになる.

$$d_k^2 = \dot{\theta}_k^{+2} + \frac{2g}{l} \left\{ \left(\cos \frac{\alpha_k}{2} - \cos \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \cos \gamma + \left(\sin \frac{\alpha_k}{2} + \sin \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right) \sin \gamma \right\} + \tau_{1k}(\alpha_k + \alpha_{k+1}) \quad (8.10)$$

式 (8.5) および (8.6) から, 式 (8.2) の任意の状態 \mathbf{x}_k^+ におけるヤコビ行列 \mathbf{J}_k は, 次式のように表わされる.

$$\mathbf{J}_k = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_k & \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_k \\ a_k \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_k + b_k & a_k \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_k + c_k \end{bmatrix} \quad (8.11)$$

8.2.2 大域的漸近安定性

本項では, 一般的な離散時間システムの大域的漸近安定性を示す. ここで, 議論を行い易くするために平衡点は \mathbf{x}_0 で表わすことにした. まず, k ステップ目における状態を, 次のように平衡点の状態 \mathbf{x}_0 と n 個の微小変化量 $\Delta \mathbf{x}_{i,k}$ の和で表現する. ただし, $\mathbf{x}_{0,k} = \mathbf{x}_0$ とする.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{n,k} &= \mathbf{x}_{n-1,k} + \Delta \mathbf{x}_{n-1,k} \\ &= \mathbf{x}_0 + \sum_{i=0}^{n-1} \Delta \mathbf{x}_{i,k} \end{aligned} \quad (8.12)$$

式 (8.12) の n および初期の微小変化量 $\Delta \mathbf{x}_{i,0}$ によって, 任意の初期状態を表わすことができる. 次に, 状態 $\mathbf{x}_{n,k}$ の非線形写像である差分方程式は, 次のように表わすことができる.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{n,k+1} &= f(\mathbf{x}_{n,k}) \\ &= f(\mathbf{x}_{n-1,k} + \Delta \mathbf{x}_{n-1,k}) \end{aligned} \quad (8.13)$$

式 (8.13) をテーラー展開し, 二次以降の項を無視すると次式を得る.

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{n,k+1} &= f(\mathbf{x}_{n-1,k}) + \left. \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}_{n-1,k}} \Delta \mathbf{x}_{n-1,k} \\ &\equiv f(\mathbf{x}_{n-1,k}) + \mathbf{J}_{n-1,k} \Delta \mathbf{x}_{n-1,k} \end{aligned} \quad (8.14)$$

ただし, $\mathbf{J}_{n-1,k}$ は状態 $\mathbf{x}_{n-1,k}$ におけるヤコビ行列である. 式 (8.13) および (8.14) の演算を繰り返すと, 次式が得られる.

$$\mathbf{x}_{n,k+1} = f(\mathbf{x}_0) + \sum_{i=0}^{n-1} \mathbf{J}_{i,k} \Delta \mathbf{x}_{i,k} \quad (8.15)$$

ここで、式 (8.15) において $\mathbf{x}_0 = f(\mathbf{x}_0)$ および $\Delta \mathbf{x}_{i,k+1} = \mathbf{J}_{i,k} \Delta \mathbf{x}_{i,k}$ の関係式を用いると、状態 $\mathbf{x}_{n,k}$ は平衡点 \mathbf{x}_0 および初期の微小変化量 $\Delta \mathbf{x}_{i,0}$ によって、最終的に次のように表わされる。

$$\mathbf{x}_{n,k} = \mathbf{x}_0 + \sum_{i=0}^{n-1} \left[\left(\prod_{j=0}^k \mathbf{J}_{i,j} \right) \Delta \mathbf{x}_{i,0} \right] \quad (8.16)$$

式 (8.16) のヤコビ行列 $\mathbf{J}_{i,j}$ のすべての固有値の絶対値が 1 未満であれば、 $\lim_{k \rightarrow \infty} \mathbf{x}_{n,k} = \mathbf{x}_0$ となる。

以上のことから、任意の状態におけるヤコビ行列のすべての固有値の絶対値が 1 未満となるとき、平衡点は大域的漸近安定となる。

8.2.3 大域的に安定となる条件

本項では、任意の状態におけるヤコビ行列から平衡点が大域的に安定となる条件を導く。前項から平衡点を大域的漸近安定にするには、任意の状態 \mathbf{x}_k^+ におけるヤコビ行列 \mathbf{J}_k のすべての固有値の絶対値を 1 より小さくすればよい。ヤコビ行列 (8.11) 中にある係数 c_k に注目すると、 c_k は次のように表わされる。

$$c_k = e_{k+1} \sqrt{\frac{\frac{1}{2} M l^2 \dot{\theta}_k^{+2}}{\frac{1}{2} M l^2 \dot{\theta}_k^{+2} + U_k}} \quad (8.17)$$

ただし、

$$U_k = Mgl \left\{ \cos \left(\frac{\alpha_k}{2} - \gamma \right) - \cos \left(\frac{\alpha_{k+1}}{2} + \gamma \right) \right\} + u_{1k} \left(\frac{\alpha_k}{2} + \frac{\alpha_{k+1}}{2} \right)$$

ここで、供給エネルギー U_k ならびにエネルギー損失 e_{k+1} ($= \cos \alpha_{k+1}$) によって、必ず $|c_k| < 1$ となる。このことから、平衡点を大域的に安定化するには、ヤコビ行列の固有値を c_k とすればよい。ここで、次のようになるとき、

$$\frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} = 0 \quad \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} = 0 \quad (8.18)$$

ヤコビ行列 (8.11) の固有値は c_k , 0 となる。式 (8.18) は、着地時の股角度が変化しないことを意味し、この条件さえ満たせば平衡点は大域的漸近安定となる。

Fig.8.1 に、着地時の股角度が変化しない (常に一定) $\alpha_{k+1} = \alpha_k = 0.73[\text{rad}]$ とした場合の平衡点の力学的構造を示す。ただし、スロープ角度 $\gamma = 0.073[\text{rad}]$ とした。Fig.2.4 (b) との比較からもわかるように、脚の振り運動に関する拘束面は平面となる。最終的に、二つの曲面と一つの平面は必ず交差し、平衡点は必ず生成され、かつ大域的漸近安定となる。なお、一定に固定する股角度は、受動歩行 (クラス) の平衡点のものでなくてもよく、固定する股角度を変えることができる。

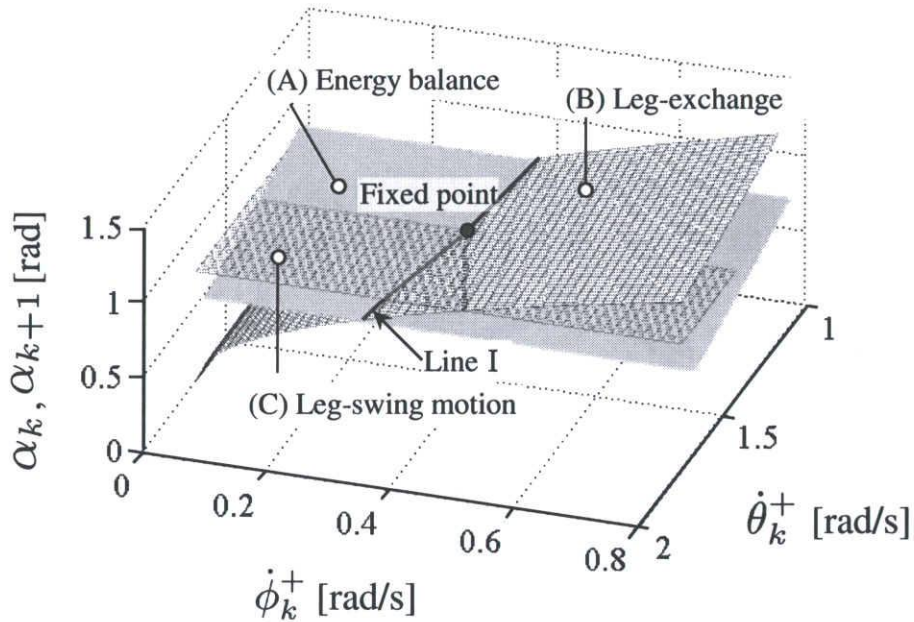


Fig. 8.1 Physical structure forming fixed points

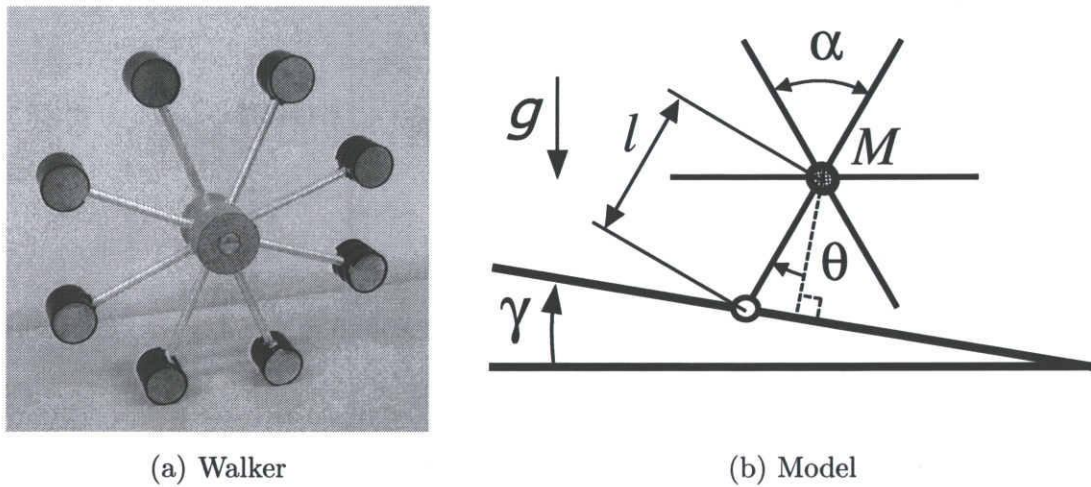


Fig. 8.2 Rimless spoked wheel

8.2.4 Rimless spoked wheel

受動歩行の研究でしばしば登場する Rimless spoked wheel[20][32] を Fig.8.2 に示す。Rimless spoked wheel は、式 (8.18) の条件を満たす具体例である。Wissen ら [57] は、Rimless spoked wheel を模倣することによって、平地での安定した歩行を実現させたが、その安定化原理は明らかにしていない。

任意の状態における差分方程式の勾配 R_{rk} (ヤコビ行列の固有値に相当) は次式のようになる.

$$R_{rk} = \frac{d\dot{\theta}_{k+1}^+}{d\dot{\theta}_k^+} = e \sqrt{\frac{\frac{1}{2}Ml^2\dot{\theta}_k^{+2}}{\frac{1}{2}Ml^2\dot{\theta}_k^{+2} + 2Mgl \sin \frac{\alpha}{2} \sin \gamma}} \quad (8.19)$$

式 (8.19) において, 一定の供給エネルギー $2Mgl \sin \frac{\alpha}{2} \sin \gamma$ ならびにエネルギー損失 $e (= \cos \alpha)$ によって $|R_{rk}| < 1$ が成り立ち, 平衡点は大域的漸近安定となる.

8.3 シミュレーション

8.3.1 歩行条件

まず, エネルギー的な観点から, 前方に倒れるためには, 次の関係式を満たさなければならない.

$$\frac{1}{2}Ml^2\dot{\theta}_k^{+2} > Mgl \left\{ 1 - \cos \left(\frac{\alpha_k}{2} - \gamma \right) \right\} \quad (8.20)$$

式 (8.20) から, 前方に倒れるための支持脚の最低角速度 $\dot{\theta}_{k \min}^+$ は次のようになる.

$$\dot{\theta}_{k \min}^+ = \sqrt{\frac{2g}{l} \left\{ 1 - \cos \left(\frac{\alpha_k}{2} - \gamma \right) \right\}} \quad (8.21)$$

ここで, $\dot{\theta}_{k \min}^+ > \dot{\theta}_k^+$ は前方に倒れるための必要条件となる.

次に, 遠心力によって支持脚の足先が床面から離れない (走行に遷移しない) ためには, 次の関係式を満たさなければならない [1].

$$mg \cos \frac{\alpha}{2} > ml^2\dot{\theta}_k^{+2} \quad (8.22)$$

式 (8.22) から, 支持脚の足先が床面から離れないための最高角速度 $\dot{\theta}_{k \max}^+$ は次のようになる.

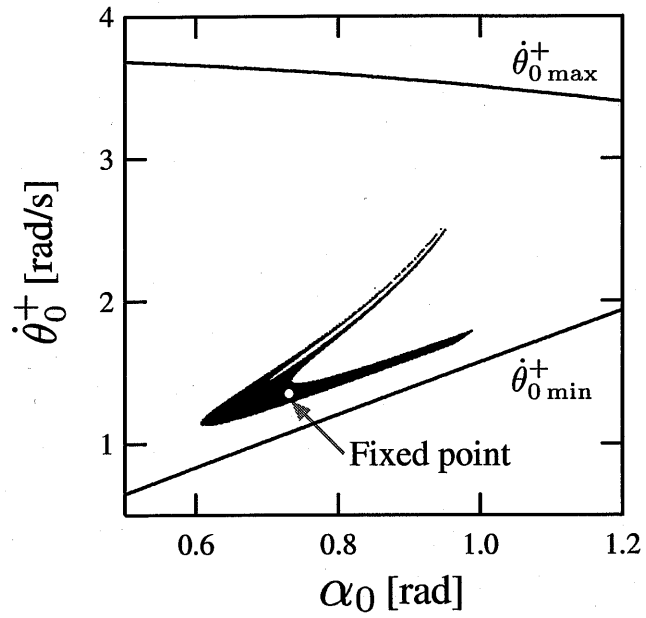
$$\dot{\theta}_{k \max}^+ = \sqrt{\frac{g}{l} \cos \frac{\alpha}{2}} \quad (8.23)$$

以上をまとめると, 平衡点の生成ならびに安定化の前提として, 着地直後の支持脚の角速度は $\dot{\theta}_{k \min}^+ < \dot{\theta}_k^+ < \dot{\theta}_{k \max}^+$ とならなければならない. 引き込み領域は少なくともこの条件を満たすことになる¹.

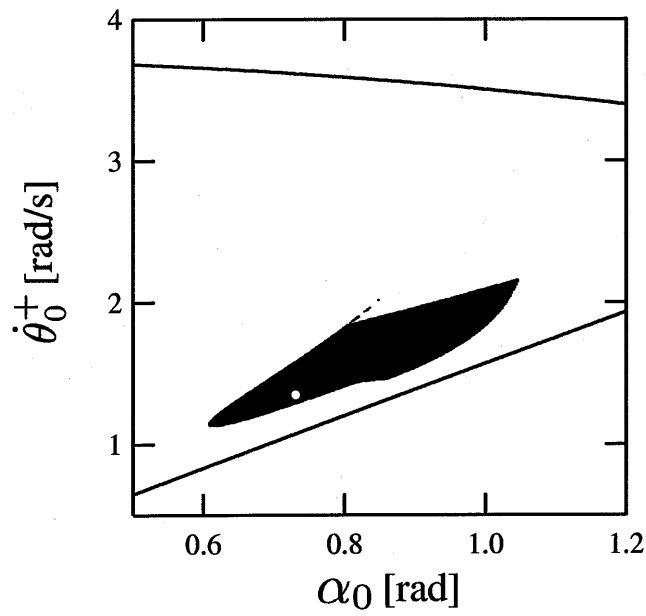
8.3.2 引き込み領域

本項では, 平衡点の安定メカニズムから導かれた安定化手法によって, 実際に受動歩行の安定性が向上できることをシミュレーションで検証する. 具体的には, $\theta - \phi = \alpha_f$ となった時に股角

¹これ以外に, 遊脚の振り抜き問題 (Foot scuffing 問題) がある.



(a) Passive walking



(b) Restriction inter-leg angle

Fig. 8.3 Stability region

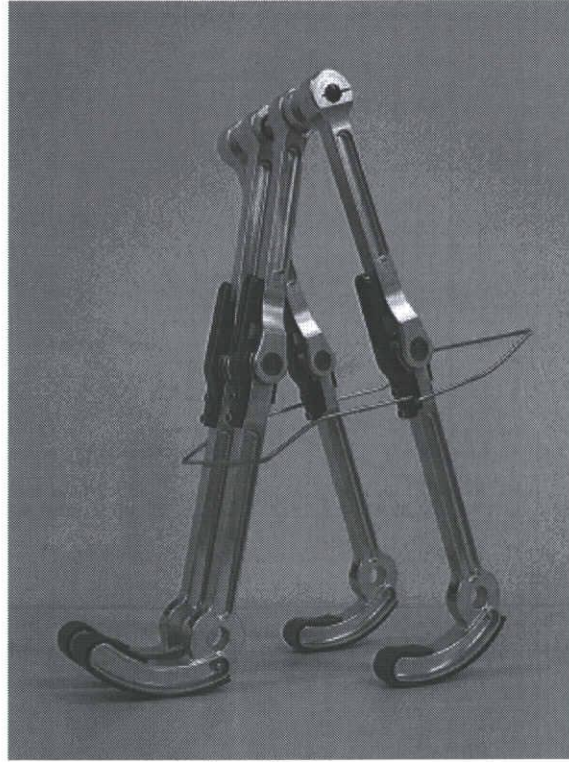


Fig. 8.4 Passive walker with stopper

度を固定し，平衡点の引き込み領域を調べる．なお，遊脚の膝がロックされる前のものは取り扱わなかった．Fig.8.3 は，着地直後の状態を初期状態として引き込み領域を数値的に求めて図示したものである．Fig.8.3 (a) は，スロープ角度 $\gamma=0.073[\text{rad}]$ における受動歩行の引き込み領域を示しており，Fig.8.3 (b) は，安定化手法を適用した場合の引き込み領域を示している．ただし，モデルパラメータは， $l=0.7[\text{m}]$ ， $l_1=l_2=0.35[\text{m}]$ ， $a=b=0.35[\text{m}]$ ， $a_1=b_1=a_2=b_2=0.175[\text{m}]$ および $p=0.4$ とした．横軸は支持脚の初期角速度 $\dot{\theta}_0^+$ ，縦軸は初期股角度 α_0 である．なお，遊脚の初期角速度 $\dot{\phi}_0^+$ は式 (7.13) から得られる．図からわかるように，着地時の股角度を一定に固定することによって，引き込み領域の面積が約 3 倍に拡大している．

8.4 歩行実験

8.4.1 受動歩行機

本節では，受動歩行の安定性が向上できることを歩行実験で検証する．Fig.8.4 に本研究で新たに独自開発した膝ありタイプの受動歩行機を示す．本歩行機の特徴は以下のような．

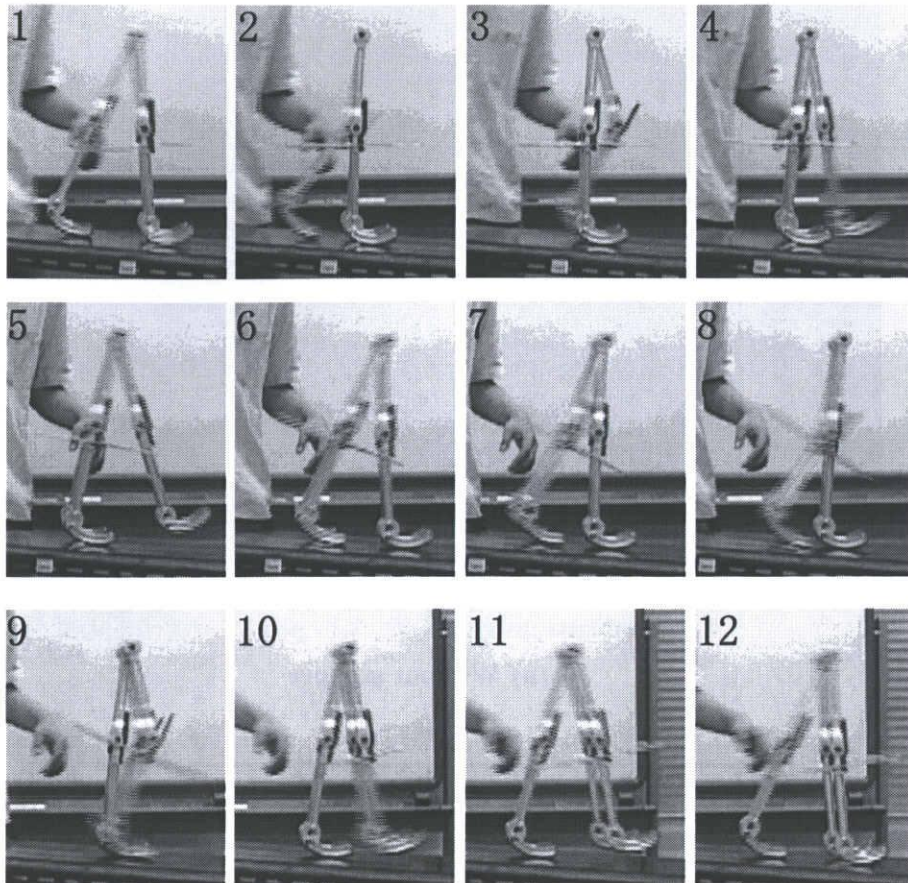
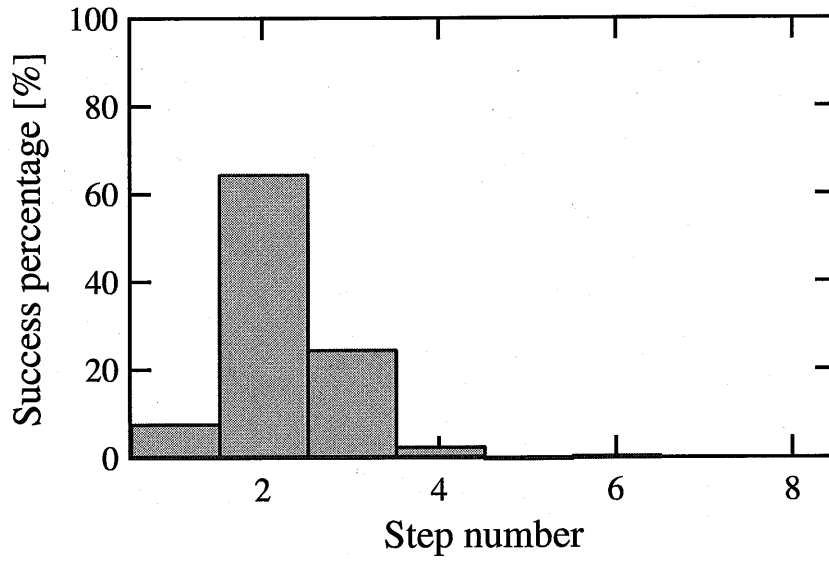


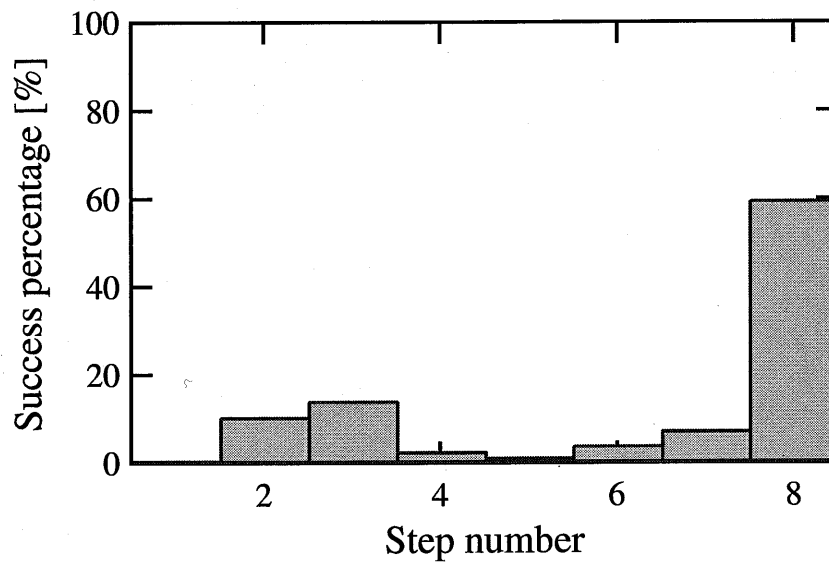
Fig. 8.5 A photographic playback

- (1) 膝部をポイントとしH断面脚での意匠統一
- (2) 中空腰軸で外脚（大腿部）同期とねじり剛性の確保
- (3) 面結合による容易に換装可能な足部
- (4) 最小限の部品構成で剛性・精度向上

歩行機の脚長は、実験スペースの確保と実験が容易となるように、人間の約1/2の長さとした。全高は0.42[m]、全幅は0.15[m]、全質量は1.5[kg]である。8.2.3項で述べた安定化手法に基づき、着地時の股角度が常に一定となるように、簡単かつ効果的という理由から受動歩行機にストッパーを取り付けた。なお、ストッパーの質量(0.03[kg])は、歩行機の質量に対して十分小さい。Fig.8.5にストッパーを付けた歩行機における歩行の様子を連続写真により示す。図からわかるように、ストッパーの働きによって着地時の股角度がほぼ一定となっている(Fig.8.5中の6および12参照)。



(a) Without stopper



(b) With stopper

Fig. 8.6 Experimental result

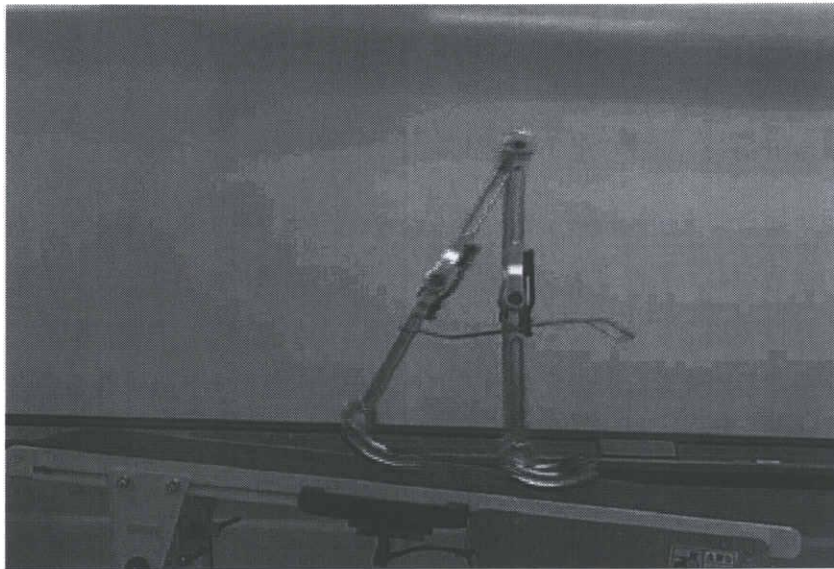


Fig. 8.7 Walking on treadmill

8.4.2 検証実験

スロープ角度 γ は 5[deg] に設定した。スロープの全長は 1.8[m] となり、本実験の環境では最大 8 歩の連続歩行が可能となる。なお、着地時の股角度が一定となるときの歩幅は 20[cm] となる。本研究では、適切な初期状態を試行錯誤的に探索し、その初期状態は実験者ができる限り毎回同じになるように設定した（ばらつきを含む）。なお、歩行実験は約 450 回行った。

Fig.8.6 (a) および (b) に、ノーマルな歩行機² およびストッパーを付けた歩行機の実験結果を示す。横軸は歩数、縦軸はその歩数の割合を示す。図からわかるように、ノーマルな歩行機では 4 歩以上の連続歩行が困難となる (Fig.8.6 (a) 参照)。一方、ストッパーを付けた歩行機では最大歩数 8 歩での連続歩行が約 60[%] の成功率で達成した (Fig.8.6 (b) 参照)。それ以外の歩数では、遊脚の振り抜き動作等がうまくいかず、遊脚が前方に着地できなかった。

8.4.3 長連続歩行

前項では、成功率の観点から安定化手法の有効性を示したが、本項ではどれくらい長く歩けるのか試みた³。そこで、Fig.8.7 に示すように、トレッドミル上にて歩行実験を行うことにした。ベルトの幅および長さは、それぞれ 0.4[m] および 0.8[m] となる。なお、ベルト速度が常に一定であるとすると、トレッドミル上の歩行は、基本的にスロープでの歩行と同じになる。

²外脚（脛部）を同期させるために、歩行時に内脚と接触しないような形で、連結フレームを取り付けた。

³歩行機のサイズによらないという点で、距離ではなく歩数に注目している。

連続歩行記録として、4,010歩の歩行（約35分の歩行時間）⁴を達成した。McGeer およびそれ以降の受動歩行の研究で、これだけの歩数を実現した例は報告されていない。

8.5 結言

本章では、平衡点が大域的漸近安定となる数学的条件を導いた。そして、任意の状態におけるヤコビ行列の構造から、平衡点の安定化原理を理論的に導いた。この安定化原理は、単に平衡点を安定化するだけでなく、平衡点を生成させることができる。具体的には、着地時の股角度を常に一定とする非常に簡単なものとなっており、また一定とする股角度を変更することによって、平衡点をある程度任意に生成させることができる。

まず、歩行シミュレーションにより、受動歩行の引き込み領域を大幅に拡大できることを示した。さらに、着地時の股角度を一定とする機能を歩行機に付与するだけで歩行の成功率を大幅に高め、連続歩行記録として4,010歩の歩行（約35分の歩行時間）を達成した。以上のことから、受動歩行のロバスト性が格段に向上され、より実用的な歩行機の開発に寄与するところ大だと考える。

⁴歩数はビデオ映像からカウントした。ただし、テープは2本（1本目：3,439歩、2本目：571歩）に分かれてしまったため、実際に歩いた歩数はこれ以上となる。

第9章

結論

本研究では、受動歩行の原理として、平衡点の生成メカニズムおよび安定メカニズムの解明を行い、工学的応用として、安定メカニズムを規範とした平衡点生成と局所安定化、さらに大域的安定化を行った。以下に本論文の研究成果をまとめて示す。

第2章では、まず、着地直後の状態遷移を表わした差分方程式を導出した。この差分方程式から、平衡点ではエネルギーバランス状態となることを理論的に示した。次に、脚の切換え現象によって、平衡点を含むすべての着地直後の状態は一定の状態に拘束され、連続的な状態遷移は、脚のもつダイナミクスによって一定に拘束されることを示した。最終的に、受動歩行における平衡点は、エネルギーバランス、脚の切換え現象および脚の振り運動の三つの力学的構造が絡む中で生成されることを明らかにした。

第3章では、受動歩行機を模擬した簡単な実験機を用いて、一般的な脚切換えモデルを定性的・定量的に評価した。その結果、定性的には合っているが、定量的には問題があることを示した。力学的考察に基づいて脚切換え現象を定式化し、より厳密な脚切換えモデルを導出した。損失係数に関して高い近似度を持ち、修正モデルは定量的にも妥当なモデルと言える。損失係数はエネルギーバランスに影響し、その結果、平衡点はより着地時の股角度が小さい状態で固定されることがわかった。

第4章では、エネルギー的な観点から安定性が変わる分岐前後の平衡点近傍のダイナミクスを比較検討し、平衡点の安定性・収束性のメカニズムの特徴を明らかにした。歩行が収束していることを意味する供給率の負の領域は、平衡点に接する形で二つ存在する。分岐前では、各ステップの状態は、この二つの領域を交互に移り、直線的に安定平衡点に向かい収束する。また、その収束性は、状態の遷移する勾配と供給率の負の等高線とのなす角度に依存する。分岐後は、正の領域内を平衡点近傍から徐々に離れて行く。ちょうど安定平衡点の場合の逆となる。平衡点の安定性・収束性は、状態遷移の勾配を決定している力学的メカニズムが重要な役割を果たしているこ

とを示した。

第5章では、状態の差分方程式を導くために運動方程式を線形化した。まず、線形化した場合においても、引き込み現象および分岐現象が生じることを確認し、線形化モデルによる解析の妥当性を示した。状態差分方程式から平衡点の連立方程式を導き、平衡点を可視化した。差分方程式には二つの項があり、一つの項は常に発散する特性をもち、もう一つの項は発散を抑制する特性をもつことを明らかにした。

第6章では、状態変数（着地直後の状態）を陽に求めることは避けて変数として取り扱い、平衡点におけるヤコビ行列の固有値を解析的に導いた。その結果、受動歩行の安定メカニズムが、(1) 受動歩行の平衡点は、エネルギーバランス、脚の切換え現象および脚の振り運動により生成される、(2) 平衡点の安定条件式（安定領域）は、平衡点によって一意に決まる、(3) 平衡点の安定性は、脚の振り運動（着地時の股角度）が、安定条件式を満足し得るものかによって決まる、という力学的な構造で表現できることを明らかにした。さらに、脚のダイナミクスには平衡点を安定化させる力学的特性が本質的に備わっていることを明らかにした。

第7章では、まず、平衡点の力学的構造に基づいた平衡点の生成法を提案した。この平衡点の生成法は、1歩区間ごとに一定トルクを入力するだけの簡単なものとなっており、平地あるいは上り坂において受動歩行クラスの平衡点を生成させることができる。次に、脚の振り運動のダイナミクスに基づいた平衡点の局所安定化法を提案した。この安定化法によって、着地時の股角度の変化を安定領域内の適切な位置に配置することができ、さらに平衡点の離散的な安定性を最も高くすることができる。

第8章では、任意の状態におけるヤコビ行列の構造から、平衡点の安定化原理を理論的に導き、平衡点生成の原理をも包含することを明らかにした。この安定化原理は、単に平衡点を安定化するだけでなく、平衡点を生成させることができる。この原理に基づいて、受動歩行機に簡単な改良を施した。この結果、歩行の安定性の大幅な改善を成し得た。さらに、連続歩行記録として、4,010歩の定常歩行（約35分の歩行時間）を達成した。

以上、本論文では、受動歩行の力学的原理とその工学的応用について述べた。今後は、脚のダイナミクスのもつ力学的メカニズムについて検討し、歩行現象の力学的な理論的体系化を目指したいと考えている。

謝辞

本研究の遂行にあたり、終始丁寧な御指導とご鞭撻を賜りました名古屋工業大学大学院 工学研究科 情報工学専攻 藤本英雄教授に心から深く感謝致します。

本論文をまとめるにあたりまして、有益なご助言を頂きました名古屋工業大学大学院 工学研究科 情報工学専攻 鶴飼裕之教授、神戸大学大学院 自然科学研究科 機械工学専攻 大須賀公一教授に心から深く感謝致します。

本研究を進めていく上で、有益かつ貴重な御助言とともに終始、懇切なる御指導、ご鞭撻と温かな御督励を頂いた名古屋工業大学大学院 工学研究科 機能工学専攻 佐野明人教授に心より深く感謝致します。

名古屋工業大学 坂口正道助教授、陳連怡助教授、望山洋助教授、武居直行助教授、成田浩久助手、菊植亮助手、八木橋信研究員、水野文雄研究員、東洋大学 山川聡子助教授（前名古屋工業大学助手）の方々には研究に対するご討論、ご提言を頂きました。加藤光利技官には物品購入でお世話になりました。

歩行機的设计・製作にあたり、御協力頂きました（株）今仙技術研究所 技術部 鈴木光久氏に深く感謝致します。

共に研究活動に励み、多大な御協力を頂きました竹内宣勝氏、久世雅人氏に感謝致します。さらに、藤本研究室ならびに佐野研究室の学生諸氏に感謝致します。特に、朱留存氏、Alauddin Ahmed 氏、陶昱氏、M. Firdausi Manti 氏、故ハナフィア氏、Vladimirov Blagovest 氏、山田篤史氏、宮崎健太氏、田中芳親氏、吉勇氏、モハフィクルカデル氏におきましては、様々な形で討論して頂き、ご意見を頂きました。

最後に、私の研究生生活にご理解とご支援を頂いた父功、母さき代、妹衣織に心から深く感謝の意を表します。

参考文献

- [1] R. マクニール アレクサンダ: 生物と運動バイオメカニックスの探求. 日経サイエンス社, 1992.
- [2] 佐野明人, 池俣吉人, 藤本英雄: “歩行現象: 平衡点の安定メカニズム”, システム/制御/情報, vol.49, no.10, pp.399-404, 2005.
- [3] 梶田秀司, 横井一仁, 比留川博久, 原田研介: ヒューマノイドロボット. オーム社, 2005.
- [4] M. Vukobratovic and J. Stepanenko: “On the Stability of Anthropomorphic Systems,” *Mathematical Biosciences*, vol.15, pp.1-37, 1972.
- [5] 山口仁一, 高西淳夫, 加藤一郎: “衝撃緩衝材料を用いた足底機構による2足歩行の安定化と路面位置情報の取得”, 日本ロボット学会誌, vol.14, no.1, pp.67-74, 1996.
- [6] 米田完, 広瀬茂男: “歩行機械の転倒安定性”, 日本ロボット学会誌, vol.14, no.4, pp.517-522, 1996.
- [7] 水戸部和久, 矢島克知, 那須康雄: “ゼロモーメント点の操作による歩行ロボットの制御”, 日本ロボット学会誌, vol.18, no.3, pp.51-57, 2000.
- [8] H. Inoue, S. Tachi, Y. Nakamura, K. Hirai, N. Ohyu, S. Hirai, K. Tanie, K. Yokoi and H. Hirukawa: “Overview of Humanoid Robotics Project of METI,” *Proc. the 32nd Int. Symp. on Robotics*, pp.1478-1482, 2001.
- [9] 梶田秀司: “ゼロモーメントポイント (ZMP) と歩行制御”, 日本ロボット学会誌, vol.20, no.3, pp.229-232, 2002.
- [10] S. H. Collins, A. Ruina, R. Tedrake and M. Wisse: “Efficient Bipedal Robots Based on Passive Dynamic Walkers,” *Science*, vol.307, pp.1082-1085, 2005.

- [11] J. Furusho and A. Sano: "Sensor-Based Control of a Nine-Link Biped," *The Int. J. of Robotics Research*, vol.9, no.2, pp.83-98, 1990.
- [12] 佐野明人, 古荘純次: "角運動量制御による2足歩行ロボットの3次元動歩行", 計測自動制御学会論文集, vol.26, no.4, pp.459-466, 1990.
- [13] 梶田秀司, 小林彬: "位置エネルギー保存形軌道を規範とする動的2足歩行の制御", 計測自動制御学会論文集, vol.23, no.3, pp.281-287, 1987.
- [14] 梶田秀司, 谷和男: "凹凸路面における動的2足歩行の制御について", 計測自動制御学会論文集, vol.27, no.2, pp.177-184, 1991.
- [15] U. Bassler: "On the Definition of Central Pattern Generator and its Sensory Control," *Biolog. Cybernetics*, vol.54, pp.65-69, 1986.
- [16] G. Taga, Y. Yamaguchi and H. Shimizu: "Self-organized Control of Bipedal Locomotion by Neural Oscillator," *Biolog. Cybernetics*, vol.65, pp.147-159, 1991.
- [17] G. Taga: "A Model of the Neuro-Musculo-Skeletal System for Human Locomotion II - Real-Time Adaptability under Various Constraints-", *Biolog. Cybernetics*, vol.73, pp.113-121, 1995.
- [18] 宮腰清一, 多賀徹太郎, 國吉康夫, 長久保晶彦: "神経振動子を用いた三次元2足足踏みシミュレーション-ヒューマノイドの実世界内行動を目指して-", *日本ロボット学会誌*, vol.18, no.1, pp.87-93, 2000.
- [19] 福岡泰宏, 木村浩: "四足ロボットの生物規範型不整地適応動歩行-体性感覚・前庭感覚による調整-", *日本ロボット学会誌*, vol.19, no.4, pp.510-517, 2001.
- [20] T. McGeer: "Passive Dynamic Walking," *The Int. J. of Robotics Research*, vol.9, no.2, pp.62-82, 1990.
- [21] T. McGeer: "Passive Walking with Knees," *Proc. of the 1990 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp.1640-1645, 1990.
- [22] T. McGeer: "Passive Dynamic Biped Catalogue," *Proc. of the 2nd Int. Sym. of Experimental Robotics*, Springer-Verlag, 1991.

- [23] T. McGeer: "Principles of Walking and Running," *Advances in Comparative and Environmental Physiology*, Springer-Verlag, 1991.
- [24] T. McGeer: "Dynamics and Control of Bipedal Locomotion," *J. of Theoretical Biology*, vol.163, pp.277-314, 1993.
- [25] A. Goswami, B. Thuilot and B. Espiau: "Compass-Like Biped Robot Part I: Stability and Bifurcation of Passive Gaits," *Technical Report 2996 INRIA*, 1996.
- [26] A. Goswami, B. Thuilot and B. Espiau: "A Study of the Passive Gait of a Compass-Like Biped Robot : Symmetry and Chaos," *The Int. J. of Robotics Research*, vol.17, no.12, pp.1282-1301, 1998.
- [27] M. Garcia, A. Chatterjee, A. Ruina and M. Coleman: "The Simplest Walking Model : Stability, Complexity, and Scaling," *ASME J. of Biomechanical Engineering*, vol.120, pp.281-288, 1998.
- [28] M. Garcia, A. Chatterjee and A. Ruina: "Efficiency, Speed, and Scaling of Two-Dimensional Passive-Dynamic Walking," *Dynamics and Stability of Systems*, vol.15, no.2, pp.75-99, 2000.
- [29] A. van der Shaft and H. Schumacher: "An Introduction to Hybrid Dynamical Systems," *LNCIS 220*, 1996.
- [30] 井村順一: "ハイブリッドシステムの制御理論構築を目指して - 如何に捉えるか? -", *システム/制御/情報*, vol.43, no.12, pp.651-659, 1999.
- [31] 大須賀公一, 桐原謙一: "受動的歩行機械 QuartetII の歩行解析と歩行実験", *日本ロボット学会誌*, vol.18, no.5, pp.737-742, 2000.
- [32] M. J. Coleman, A. Chatterjee and A. Ruina: "Motions of A Rimless Spoked Wheel: A Simple 3D System with Impacts," *Dynamics and Stability of Systems*, vol.12, no.3, pp.139-160, 1997.
- [33] M. J. Coleman: "A Stability Study of Three Dimensional Passive Dynamic Model of Human Gait," *Ph. D. Thesis*, Cornell University, 1998.
- [34] M. J. Coleman and A. Ruina: "An Uncontrolled Toy That Can Walk But Cannot Stand Still," *Physical Review Letters*, vol.80, issue 16, pp.3658-3661, 1998.

- [35] K. Mombauer, M. J. Coleman, M. Garcia and A. Ruina: "Prediction of Stable Walking for a Toy That Cannot Stand Still," *Physical Review E*, vol.64, issue 2, 2001.
- [36] S. H. Collins, M. Wisse and A. Ruina: "A Three-Dimensional Passive-Dynamic Walking Robot with Two Legs and Knees," *The Int. J. of Robotics Research*, vol.20, no.7, pp.607–615, 2001.
- [37] Arthur D. Kuo: "Stabilization of Lateral Motion in Passive Dynamic Walking," *The Int. J. of Robotics Research*, vol.18, no.9, pp.917–930, 1999.
- [38] M. Wisse, A. L. Schwab and R. Q. van der Linde: "A 3D Passive Dynamic Biped with Yaw and Roll Compensation," *Robotica*, vol.19, pp.275–284, 2001.
- [39] R. Tedrake, T. W. Z. Ming-fai Fong and H. S. Seung: "Actuating a Simple 3D Passive Dynamic Walker," *Proc. of the 2004 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, pp.4656–4661, 2004.
- [40] R. Tedrake, T. W. Zhang and H. S. Seung: "Stochastic Policy Gradient Reinforcement Learning on a Simple 3D Biped," *Proc. of the 2004 IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, CD-ROM, 2004.
- [41] A. Chatterjee and M. Garcia: "Small Slope Implies Low Speed in Passive Dynamic Walking," *Dynamics and Stability of Systems*, vol.15, no.2, pp.139–157, 2000.
- [42] A. L. Schwab and M. Wisse: "Basin of Attraction of the Simplest Walking Model," *Proc. ASME Int. Conf. on Noise and Vibration*, CD-ROM, 2001.
- [43] C. E. Bauby and A. D. Kuo: "A Simple Model Predicts the Step Length-Speed Relationship in Human Walking," *J. of Biomechanical Engineering*, vol.123, pp.264–269, 2001.
- [44] A. D. Kuo: "Energetics of Actively Powered Locomotion Using the Simplest Walking Model," *J. of Biomechanical Engineering*, vol.124, pp.113–120, 2002.
- [45] S. Aoi and K. Tsuchiya, "Stability Analysis of a Simple Walking Model driven by a Rhythmic Signal," *Proc. of the 2004 IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp.1365–1370, 2004.

- [46] 池俣吉人, 佐野明人, 藤本英雄: “受動歩行における平衡点の安定メカニズムの構造”, 日本ロボット学会誌, vol.23, no.7, pp.839–846, 2005.
- [47] 大須賀公一: “モデルベース制御からダイナミクスベース制御へ—ロボットにおける「表モデル」と「裏モデル」—”, システム/制御/情報, vol.43, no.2, pp.94–100, 1999.
- [48] 大須賀公一: “受動的歩行を規範とした歩行ロボットと制御”, 日本ロボット学会誌, vol.20, no.3, pp.233–236, 2002.
- [49] A. Goswami, B. Espiau and A. Keramane: “Limit Cycles in a Passive Compass Gait Biped and Passivity-Mimicking Control Laws,” J. of Autonomous Robots, vol.4, no.3, pp.273–286, 1997.
- [50] M. Yamakita, F. Asano and K. Furuta: “Passive Velocity Field Control of Biped Walking Robot,” Proc. of the 2000 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.3057–3062, 2000.
- [51] F. Asano, M. Yamakita, N. Kamamichi and Zhi-Wei Luo: “A Novel Gait Generation for Biped Walking Robots Based on Mechanical Energy Constraint,” IEEE Trans. on Robotics and Automation, vol.20, no.3, pp.565–573, 2004.
- [52] 浅野文彦, 羅志偉, 山北昌毅: “受動歩行を規範とした2足ロボットの歩容生成と制御”, 日本ロボット学会誌, vol.22, no.1, pp.130–139, 2004.
- [53] 森田晋, 大塚敏之: “コンパス型歩行モデルの力学的対称性に基づく歩容生成”, 計測自動制御学会論文集, vol.40, no.5, pp.509–517, 2004.
- [54] 小野京右, 高橋隆太郎, 今津篤史, 嶋田徹: “2足歩行機構の自励駆動”, 日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会 '99 講演論文集, 2P1-41-093, 1999.
- [55] 宮腰清一, 山本友幸, 多賀徹太郎, 國吉康夫: “脚伸縮機構による二足歩行シミュレーション”, 第18回日本ロボット学会学術講演会講演論文集, pp.1107–1108, 2000.
- [56] 南方英明, 多田隈進: “擬似受動二足歩行に関する実験的研究—伸縮方式の動作解析と制御パターンに関する検証—”, 第18回日本ロボット学会学術講演会講演論文集, pp.713–714, 2000.

- [57] M. Wisse, A. L. Schwab, R. Q. van der Linde and F. C. T. vd. Helm: "How to Keep From Falling Forward: Swing Leg Action for Passive Dynamic Walkers," *IEEE Trans. on Robotics*, vol.21, no.3, pp.393-401, 2005.
- [58] 田熊隆史, 細田耕, 浅田稔: "空気圧アクチュエータを用いた二足歩行ロボットの歩行安定化制御", 第22回日本ロボット学会学術講演会予稿集, 1K37, 2004.
- [59] R. Q. van der Linde: "Passive Bipedal Walking with Phasic Muscle Contraction," *Biological Cybernetics*, vol.81, no.3, pp.227-237, 1999.
- [60] 梶原秀一, 橋本幸男, 土谷武士: "トルクユニットを持つ受動的歩行ロボット RWalker-I の歩行解析と歩行実験", 日本ロボット学会創立20周年記念学術講演会予稿集, 2I14, 2002.
- [61] K. Osuka and Y. Saruta: "Development and Control of New Legged Robot Quartet III- From Active Walking to Passive Walking-", *Proc. of the 2000 IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp.991-995, 2000.
- [62] 大須賀公一, 杉本靖博, 杉江俊治: "遅延フィードバック制御に基づく準受動的歩行の安定化制御", *日本ロボット学会誌*, vol.22, no.2, pp.193-198, 2004.
- [63] 杉本靖博, 大須賀公一, 杉江俊治: "連続型遅延フィードバック制御に基づく脚ロボットの準受動的歩行安定化制御", *日本ロボット学会誌*, vol.23, no.4, pp.435-442, 2005.
- [64] K. Pyragas: "Continuous Control of Chaos by Selfcontrolling Feedback" *Phys. Lett. A*, vol.170, pp.421-428, 1992.
- [65] M. W. Spong: "Passivity Based Control of the Compass Gait Biped," *Proc. of IFAC World Congress*, 1999.
- [66] M. W. Spong and G. Bhatia: "Further Result on Control of the Compass Gait Biped," *Proc. of the 2003 IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp.1933-1938, 2003.
- [67] M. W. Spong and F. Bullo: "Controlled Symmetries and Passive Walking," *IEEE Trans on Automatic Control*, vol.50, no.7, pp.1025-1031, 2005.
- [68] 平田健太郎, 小亀英己: "状態にジャンプを有する線形システムの周期運動-Compass Walking のモデリング, 安定解析, フィードバック制御", *システム制御情報学会論文誌*, vol.17, no.12, pp.553-560, 2004.

- [69] 平田健太郎, 小亀英己: “状態にジャンプを有する線形システムの遅延フィードバック制御”, システム制御情報学会論文誌, vol.18, no.3, pp.118-125, 2005.
- [70] 杉本靖博, 大須賀公一: “受動的動歩行の安定性に関する一考察-ポアンカレマップの構造解釈からのアプローチ-”, システム制御情報学会論文誌, vol.18, no.7, pp.255-260, 2005.
- [71] S. Suzuki and K. Furuta: “Enhancement of Stabilization for Passive Walking by Chaos Control Approach,” Proc. of IFAC World Congress, pp.133-138, 2002.
- [72] 山北浩介, 石村康生, 氏家英樹, 和田充雄: “受動歩行に見られるカオスの挙動とその制御”, 第8回ロボティクス・シンポジウム予稿集, pp.37-42, 2003.
- [73] 潮俊光: カオス制御. 朝倉書店, 1998.
- [74] T. Kinugasa, Y. Hashimoto and H. Fushimi: “Passive Walking of Biped Emu with Attitude Control of Body,” Proc. of the 2003 IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, pp.346-351, 2003.
- [75] 衣笠哲也, 大須賀公一, 細川智生: “胴体の姿勢制御を伴う2足歩行ロボット Emu の受動的歩行-安定性解析と歩行実験-”, 日本ロボット学会誌, vol.22, no.2, pp.200-206, 2004.
- [76] M. Haruna, M. Ogino, K. Hosoda and M. Asada: “Yet Another Humanoid Walking - Passive Dynamic Walking with Torso under Simple Control -,” Proc. of the 2001 IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, pp.259-264, 2001.
- [77] 荻野正樹, 細田耕, 浅田稔: “バリスティック歩行によるロボットの二足歩行の実現”, 第23回バイオメカニズム学術講演会講演予稿集, pp.93-96, 2002.
- [78] 川角健太, 石黒章夫, 川勝年洋: “協同現象を活用した二脚受動歩行機の引き込み領域拡大”, 第21回日本ロボット学会学術講演会予稿集, 3I18, 2003.
- [79] 小山崇之, 杉内肇, 藪田哲郎: “受動歩行における Foot Scuffing 現象と足裏形状との関係に関する一考察”, 日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会 '04 講演論文集, 1P1-L1-55, 2004.
- [80] 田崎勇一, 井村順一: “平面受動2足歩行における足形状の省エネルギー効果の考察”, 日本ロボット学会誌, vol.23, no.1, pp.131-138, 2005.

- [81] A. Sano, Y. Ikemata and H. Fujimoto: "Analysis of Dynamics of Passive Walking from Storage Energy and Supply Rate," Proc. of the 2003 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.2478-2483, 2003.
- [82] Y. Hurmuzlu and T. Chang: "Rigid Body Collisions of a Special Class of Planar Kinematic Chains," IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics, vol.22, no.5, pp.964-971, 1992.
- [83] 香田徹: 離散力学系のカオス. コロナ社, 1998.
- [84] Y. Ikemata, A. Sano and H. Fujimoto: "Analysis of Limit Cycle in Passive Walking," Proc. of the 2003 IEEE/RSJ Int. Conf. on Intelligent Robots and Systems, pp.601-606, 2003.
- [85] 池俣吉人, 佐野明人, 久世雅人, 藤本英雄: "受動歩行の脚切換え現象に関する実験的研究", 日本機械学会論文集 (C編), 投稿中.
- [86] 吉川恒夫: ロボット制御基礎論. コロナ社, 1998.
- [87] Y. Ikemata, A. Sano and H. Fujimoto: "Analysis of Passive Walking from Energy Function and Eigenvalues," Proc. of 2nd Int. Sym. on Adaptive Motion of Animals and Machines, WeP-I-4, 2003.
- [88] 山崎信寿, 長谷和徳: "自由歩行における歩調・歩幅の生体力学的決定基準", バイオメカニズム 11, pp.179-190, 東京大学出版会, 1992.
- [89] 池俣吉人, 佐野明人, 藤本英雄: "受動歩行における平衡点とその安定メカニズムの解析", 第9回ロボティクス・シンポジウム予稿集, pp.198-203, 2004.
- [90] 杉山昌平: 差分・微分方程式. 共立出版, 1971.
- [91] 池俣吉人, 佐野明人, 藤本英雄: "受動歩行の安定メカニズムを規範とした平衡点生成と局所安定化", 日本ロボット学会誌, 投稿中.
- [92] 内田和隆, 古田勝久: "一定トルク歩行に関する研究", 日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会 '00 講演論文集, 2P2-84-121, 2000.
- [93] 大須賀公一: "メカニカルシステムに対する制御系設計理論", 計測と制御, vol.40, no.6, pp.403-410, 2001.

-
- [94] Y. Ikemata, A. Sano and H. Fujimoto: "A Principle of Gait Generation and its Stabilization from Mechanism of Fixed Point," Proc. of the 2006 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, submitted.

研究業績

学術雑誌等に発表した論文

- (1) 池俣吉人, 佐野明人, 藤本英雄: “受動歩行における平衡点の安定メカニズムの構造”, 日本ロボット学会誌, vol.23, no.7, pp.839-846, 2005.
- (2) 池俣吉人, 佐野明人, 藤本英雄: “受動歩行の安定メカニズムを規範とした平衡点生成と局所安定化”, 日本ロボット学会誌 (投稿中).
- (3) 池俣吉人, 佐野明人, 久世雅人, 藤本英雄: “受動歩行の脚切換え現象に関する実験的研究”, 日本機械学会論文集 (C編) (投稿中).
- (4) 池俣吉人, 佐野明人, 藤本英雄: “受動歩行の安定メカニズムを規範とした大域的安定化”, 日本ロボット学会誌 (準備中).

学術雑誌における解説論文

- (1) 佐野明人, 池俣吉人, 藤本英雄: “歩行現象: 平衡点の安定メカニズム”, システム/制御/情報, vol.49, no.10, pp.399-404, 2005.

国際会議における発表

- (1) Yoshito Ikemata, Akihito Sano and Hideo Fujimoto, “ Analysis of Dynamics of Passive Walking from Energy Function and Eigenvalues,” 2nd International Symposium on Adaptive Motion of Animals and Machines, Kyoto, 2003/3.
- (2) Akihito Sano, Yoshito Ikemata and Hideo Fujimoto, “ Analysis of Dynamics of Passive Walking from Storage Energy and Supply Rate,” the 2003 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Taipei, 2003/9.
- (3) Yoshito Ikemata, Akihito Sano and Hideo Fujimoto, “ Analysis of Limit Cycle in Passive Walking,” 2003 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Las Vegas, 2003/10.
- (4) Y. Ikemata, A. Sano and H. Fujimoto: “A Principle of Gait Generation and its Stabilization from Mechanism of Fixed Point,” the 2006 IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, submitted.

国内会議における発表

- (1) 藤本英雄, 佐野明人, 池俣吉人, “ 上肢を含んだ受動二歩行の運動解析”, 第19回日本ロボット学会学術講演会, 東京, 2001/9.

- (2) 藤本英雄, 池俣吉人, 佐野明人, “上体を含んだ受動二足歩行の運動解析”, ロボティクス・メカトロニクス講演会’02, 松江, 2002/6.
- (3) 池俣吉人, 佐野明人, 藤本英雄, “蓄積エネルギーと供給率からみた受動歩行のダイナミクス”, 日本ロボット学会創立20周年記念学術講演会, 大阪, 2002/10.
- (4) 池俣吉人, 佐野明人, 藤本英雄, “受動歩行のダイナミクスに関する固有値解析”, 計測自動制御学会 システムインテグレーション部門 講演会, 神戸, 2002/12.
- (5) 池俣吉人, 佐野明人, 藤本英雄, “エネルギー関数と固有値による受動歩行の解析”, 第8回ロボティクス・シンポジア, 浜松, 2003/3.
- (6) 池俣吉人, 佐野明人, 藤本英雄, “受動歩行におけるリミットサイクルの挙動解析”, ロボティクス・メカトロニクス講演会’03, 函館, 2003/5.
- (7) Yoshito Ikemata, Akihito Sano and Hideo Fujimoto, “Analysis of Stable Limit Cycle in Passive Walking”, SICE Annual Conference 2003, Fukui, 2003/8.
- (8) 池俣吉人, 佐野明人, 藤本英雄, “受動歩行の転倒パターンについての一考察”, 日本機械学会東海支部・三重地区講演会, 津, 2003/9.
- (9) 池俣吉人, 佐野明人, 藤本英雄, “受動歩行における平衡点とその安定メカニズムの解析”, 第9回ロボティクス・シンポジア, 那覇, 2004/3.
- (10) 池俣吉人, 佐野明人, 藤本英雄, “差分方程式による受動歩行の平衡点とその安定構造の解析”, ロボティクス・メカトロニクス講演会’04, 名古屋, 2004/6.
- (11) 池俣吉人, 佐野明人, 藤本英雄, “受動歩行の安定メカニズムの構造に基づいた歩行 –平衡点生成と局所安定化法–”, ロボティクス・メカトロニクス講演会’05, 神戸, 2005/6.
- (12) 池俣吉人, 佐野明人, 藤本英雄, “受動歩行の安定メカニズムの構造に基づいた歩行 –大域的安定化法と実験的検証–”, ロボティクス・メカトロニクス講演会’05, 神戸, 2005/6.
- (13) 池俣吉人, 久世雅人, 佐野明人, 藤本英雄, “受動歩行における脚切換え現象の実験的基礎研究”, ロボティクス・メカトロニクス講演会’05, 神戸, 2005/6.
- (14) 池俣吉人, 佐野明人, 藤本英雄, “平衡点の安定メカニズムに基づいた歩行安定化 –受動歩行の長連続歩行の実現–”, 第23回日本ロボット学会学術講演会, 横浜, 2005/9.
- (15) 池俣吉人, 佐野明人, 藤本英雄, “歩ける原理”, 計測自動制御学会 システムインテグレーション部門 講演会, 熊本, 2005/12.