

**掘削時の地盤の変形・土圧特性および
近接構造物への影響**

2007年2月

岩田 尚之

要旨

山留めは仮設構造物である。仮設構造物であるが故に、事故がない限り表舞台に出ることは無い。完工時にはその存在も消してしまうため、出来ればコストを掛けたくない分野でもある。したがって設計に対してもコストを掛けないのが理想である。

山留めの別の側面としてその使用頻度が挙げられる。簡易的なものまで含めると非常に適用範囲が広い。簡易的なものは技術的に敷居が低くあるべきで、基本的概念は大規模な掘削まで対応できなければならない。しかしながらその基本的概念は大胆な理想化、単純化された条件で導かれた計算式であり、過去の経験を同式に準じてまとめられた経験則が付加され、現在に至っている。

戦後急速に進んできた地下開発は山留めの歴史でもある。しかし、新規開発のフェーズから再開発のフェーズを迎えつつある。現行の設計に使われている土圧評価式は過去の経験が付加されたものであるが、その経験の多くは周辺に構造物が存在しない条件下にまとめられたものであり、周辺構造物を考慮するための方法が一部示されているものの十分とは言い難い状況である。しかし昨今の地下開発は複雑化の一途を歩んでおり、既設構造物や埋設物に対する配慮も十分且つ適切に行なわなければならない。

本研究では現行の設計手法で完全に分離して取扱われている山留め掘削による周辺構造物への影響をモデル実験と弾塑性有限要素解析の双方から取扱うことにより、現行設計で考慮すべき項目の構築をまとめたものである。

本研究は7章からなり、研究成果を章毎にまとめると以下の通りとなる。

第1章では序論として本研究の背景を述べている。

第2章では山留め設計の現状から本研究の方向性を述べている。

第3章では弾塑性有限要素解析の概要として、構成式とその構成式による地盤パラメータについて述べている。構成式は密度や拘束応力の変化が地盤強度特性に与える影響を考慮した弾塑性モデル (subloading t_{ij} model) を使用している。

第4章では近接構造物のない状態での掘削による地盤の変形・土圧特性を明らかにしている。設計の軸となる土圧が工程、即ちプロセスによって土圧分布が変化し、その要因はアーチ効果であることを示した。一般的な土圧評価で工程は考慮されていないため重要な問題と言える。一方、壁変位が生じれば主動土圧はその後大きく変化しないことから塑性論に準じた概念で問題ないことも示された。また、山留め壁の背面地山での地表面沈下は山留め壁の総変位量の影響を受けるのではなく、地表面付近の壁変位の影響を強く受ける事を示している。

第5章では4章での結果を軸に近接構造物への影響を明らかにしている。一般的な設計では山留めと構造物との離隔に応じて、構造物荷重を土圧に変換することで考慮しているが、離隔よりも構造物の有無で壁変位及び切梁軸力に大きな差が生じることを示した。また、現行の検討手法では掘削方向への傾斜しか考慮できないが、構造物が掘削に伴って掘削側に傾斜するが、アーチの影響により地山側への傾斜に転じることも示している。一方、周辺地盤への影響は山留めと構造物との峡間で生じるアーチ効果により構造物より地山側への影響が遮られていることも示している。

第6章では、近年その適用頻度が高くなってきた2段山留めについて、内壁と外壁の根入れの影響と外壁と内壁の離隔の影響を検討項目とした検討を行い、その力学的

メカニズムを明らかにしている。内壁は1段山留めと同様の状態であるが、外壁は受働土圧が存在しない状態であり、根入れ部は周辺地盤と一体になって変位することから根入れ長の影響が生じない。一方、離隔によって壁変位及び切梁軸力が変化し、その要因としてアーチ効果の影響であることを示し、その挙動を離隔に応じて変化するアーチの状態で説明している。

第7章では、本論文の結論をまとめた。

以上の通り、本研究はモデル実験および弾塑性有限要素解析から掘削による近接構造物に与える影響を明らかにし、合理的な山留め設計を行うための指針を構築したものである。

目次

第1章	序論	1
第2章	現状の設計と本研究の課題	3
2.1	設計モデルの整理	3
2.2	山留め掘削が周辺地盤に与える影響	4
2.3	本研究の課題	6
第3章	有限要素解析の概要	9
3.1	概説	9
3.2	弾塑性構成式 subloading t_{ij} model の概要	9
3.3	地盤材料パラメータ設定	30
第4章	山留め掘削時の地盤変形・土圧特性	35
4.1	概説	35
4.2	2次元モデル実験の概要	35
4.3	2次元有限要素解析の概要	38
4.4	3次元モデル試験の概要	39
4.5	3次元有限要素解析の概要	41
4.6	壁体の変形プロセスの影響	42
4.7	壁体の変形モードの影響	53
4.8	3次元効果	61
4.9	まとめ	64
第5章	山留め掘削が近接構造物に与える影響評価	65
5.1	概説	65
5.2	掘削過程を強制変位で再現した実験概要	65
5.3	掘削過程を強制変位で再現した解析概要	67
5.4	掘削を強制変位で再現した実験の結果	68
5.5	掘削を強制変位で再現した解析結果	71
5.6	切梁を用いた掘削実験概要	77
5.7	切梁を用いた掘削解析概要	79
5.8	切梁を用いた掘削実験及び解析結果	80
5.9	構造物荷重と山留めの離隔に対する検討	85
5.10	まとめ	89

第6章	2段山留めの特徴と通常の山留めとの比較	91
6.1	概説	91
6.2	2段山留めモデル実験の概要	91
6.3	実験に対応した解析の概要	93
6.4	2段山留め実験と解析の結果	94
6.5	2段山留めのメカニズム	108
6.6	通常 の 山留めと2段山留めの比較	115
6.7	まとめ	117

第7章	結論	119
------------	-----------	------------

参考文献	123
-------------	------------

謝辞

Appendix 1	有限要素法の定式化
Appendix 2	<i>beam</i> 要素による有限要素解析
Appendix 3	<i>Joint</i> 要素による有限要素解析
Appendix 4	応力～ひずみ関係の一般表示

第1章 序論

山留めは我が国の地下開発を進めるのに大きな役割を果たしてきた。その規模における範囲は広く、簡易なものは側溝工事から使用され大規模なものは超大型地下開発までとなっている。またその実績も古く、国内では山留めの由来も鉱山の坑道を構築する際に周りの地盤が崩れないように「山を止めた」ことから来ていると言われ、その語源から現在の山留め掘削工事においても山留めの変位が予想以上に進むと「山が来た」と表現されている。歴史が古いため力学的根拠が明確でないまま実績が先行した分野であるがその過去から学んだ「経験則」は実際の挙動をよく捉えている。構造物構築において品質調整もしくは品質制御出来ない地盤材料は力学的に非常に複雑な挙動を示す事と相俟ってその経験則を力学的に解明しきれていない。またその規模において適用範囲が広い事から経験の浅い設計者でも安全な設計を可能とする目的で設計に用いる計算式は単純、かつ安全側でなくてははいけなかった。数々の事故から学び、設計に用いられる計算式はより安全側へと移行した結果、合理的設計が出来ているとは言い難い状況となっている。その一例として依然、山留めの変位や作用土圧に関して明確な安全率は存在していない事が挙げられる。品質管理が可能な構造物の設計はかなりの精度で変位や強度の評価が可能となっているため、想定外の状況に対応する意味での安全率により設計の不完全さを補っている。山留め設計にも安全率は用いられているが、山留め設計手順の初めに当たる土圧の設定そのものが信頼性を欠く可能性があり、安全率の適用自体に疑問を感じる事がある。山留めは仮設構造物であることから安全性と経済性の最適化問題となるため、設計の基礎となる土圧の設定は適切であるべきであり、適切な土圧設定のもと設計の不完全さを補う目的で安全率を適用するのが理想である。

戦後急速に進んできた都市部での地下開発は新規開発のフェーズから再開のフェーズを迎えつつある。現行の設計に使われている土圧は周辺構造物が存在しない条件を基にまとめられており、周辺構造物を考慮するための方法が一部示されているものの十分とは言い難い状況である。しかしながら地下利用の進んだ今日の地下開発は複雑化の一途を歩んでおり、既設構造物や埋設物に対する配慮も十分且つ適切に行わなければならない。

地盤に関する設計はその検討項目によってその特性を変えている。変形問題では弾性体、土圧問題では剛塑性体としているように、各問題項目で独立した取り扱いでは一般的な設計者の地盤挙動に対する理解は深まらない。山留め掘削問題に限定しても自立山留めはChangの土圧式、切梁を有した山留めではRankine土圧もしくはそれに準じた土圧と異なるが、切梁軸力から逆推定される土圧分布はChangでもRankineでもない。土木では弾塑性山留め設計法、建築では梁・ばねモデルと呼ばれる設計方式では非線形バネで地盤強度を計算するが、周辺地盤への影響は前述の設計法による結果から壁変位を弾性有限要素解析に入力して検討する等、複雑さを極めていく。

山留めや基礎構造は普遍的な構造物である事実を踏まえると、設計において力学的に統一した概念で説明でき、その概念を基に検討できなければならない。

本研究では現行の設計手法で完全に分離して取扱われている山留め挙動と周辺構造物の影響をモデル実験と弾塑性有限要素解析の双方から統一して取扱い、現行の設計では考慮されていない相互作用を明確にすることを目的とした。

初めに設計の軸となる土圧特性を確認するため、実際の山留めに存在するが考慮していない工程、即ちプロセスによる土圧特性は重要な問題と言える。また前提となっている山留め壁の変位に対する土圧特性に対して検討を行い、次に近接構造物と山留めの離隔を変化させて、そのときの相互作用について検討している。通常的设计では近接構造物は土圧に変換することで考慮しているが、近接構造物と山留めの挙動は独立した状態で検討されている。近年、その適用頻度が高くなってきた2段山留めについて、内壁と外壁のそれぞれの根入れ長と外壁と内壁の離隔を変化させ、相互作用と影響を検討項目とした検討を行っている。

なお、ここでは現行設計手法をベースにした検討方法ではなく、実験及び解析結果から設計の軸となる土圧の特性および周辺地盤の変形特性とさらには既存構造物との相互作用のメカニズムの解明までを目的としている。

第2章 現状の設計と本研究の課題

2.1 設計モデルの整理

山留めの設計手法はその計算を担う物の能力とともに変化してきた。パーソナルコンピュータが普及する以前は設計のための計算を設計者自身が行っていたため、設計手法は手計算で対応できるものでなくてはならなかった。力学的釣合いのみを考慮した単純梁モデルがそれである。Figure 2-1はその概要を示したものである。単純梁モデルは切梁を有する山留めに対して山留めを切梁支点間で支持される単純梁に分割して取扱う方法である。パーソナルコンピュータが普及した現在でも計算が簡便で実績も多いことから最も多く用いられているのが現状である。

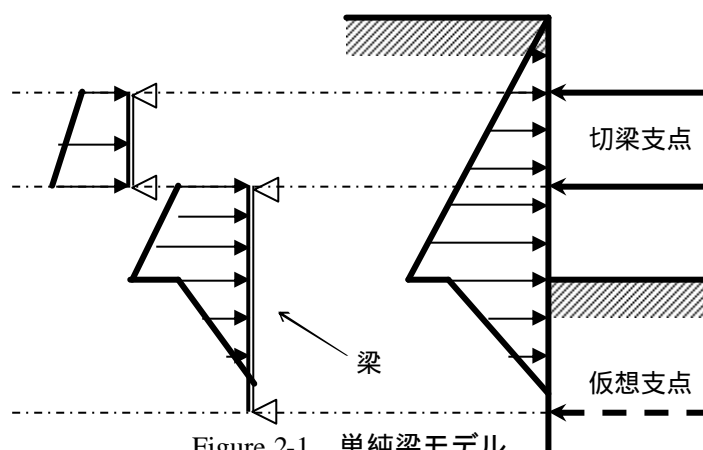


Figure 2-1 単純梁モデル

パーソナルコンピュータ普及以後は実質的な手計算が不可能な弾塑性山留め設計法が用いられるようになった。Figure 2-2は弾塑性法²⁾³⁾⁴⁾⁵⁾⁶⁾⁷⁾を示している。単純梁モデルと比較して、適用範囲が広く、理論的にも問題が少ないと考えられることから大規模掘削の設計ではよく用いられている。また山留め壁の変位を算定できる点も優位点と言える。この弾塑性法はその名称が故に誤解を招いている事が多いと考える。そのためか日本建築学会では2002年の山留め設計施工指針同解説改定¹⁾の際にその名称を「梁・ばねモデル」と変更している。誤解を招くと表記した理由に塑性域の算定理由が挙げられる。掘削底面部の上下で山留め壁の変位を連続させるために掘削底面下に設定した地盤バネを塑性領域としてバネを取り除いて壁の連続性を確保している。設計の軸となる土圧論は剛完全塑性がベースであり、すべて塑性変形域の計算をしている。受動土圧側にバネを適用すると掘削底面位置での山留め壁の変位が満足できないため、掘削底面直下を塑性領域としている。言い換えれば掘削底面以外は非線形バネとしているため、地盤構成式の弾塑性モデルと弾塑性の意味が異なっている。このため混同させているとしている。

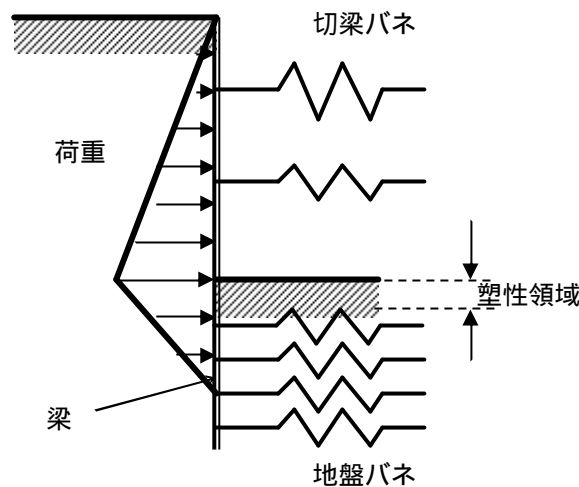


Figure 2-2 弾塑性法

単純ばり、弾塑性法が山留めと地盤との境界における力の釣合いから山留めの応力や変形を算定するのに対して、有限要素法 (Finite Elements Method) は地盤と山留めの連続性を満足させている。三次元モデルで応力・変形のみならず、周辺地盤への影響を同一モデルで検討可能である優位性を持ち合わせている反面、荷重の考え方や地盤反力係数といった現行の設計定数を直接適用することが難しいことや、一般的な設計者にとって有限要素解析のモデル作成が煩雑であることから山留め設計において有限要素解析のみで検討された事例は殆ど見られない。有限要素解析を有効な設計手法とするには実測値と解析値の比較による適用範囲の確認やその解析に用いた定数に対する十分な検証が行なわなければならない。そのため有限要素法が使用されているのは現行の設計方法では満足に検討できない周辺地盤への影響を確認するためにほぼ限定されている。

2.2 山留め掘削による周辺地盤の影響

山留め掘削による周辺地盤への懸念事項として次の事項が挙げられる

- 山留め壁の変位に伴う周辺地盤の沈下。
- 掘削に伴う掘削底面 (リバウンド) や周辺地盤の浮き上がり
- 地下水低下に伴う周辺地盤の沈下
- 山留め壁や基礎杭施工時に伴う周辺地盤の変位
- 既存建物撤去に伴う山留めや基礎杭の引抜きに伴う周辺地盤の沈下
- 生石灰杭、深層混合処理工法施工時の周辺地盤変位
- 山留め壁の施工不良による地下水及び土砂の流出

上記、は周辺に既設構造物が存在する場合、十分に検討されなくてはならない。山留め壁の変位に伴う沈下は、地表面沈下のみならず近接構造物や地中埋設管に対する影響に関して、簡易的な理論解や有限要素法による予測手法が提示されているのに対し、掘削に伴うリバウンドは、予測手法の詳細が示されていないのが現状である。既設構造物への影響検討に関しては、基本的に有限要素解析が用いられている。ただ

し、山留め壁の変形による周辺構造物への影響の評価では、梁・ばねモデルで計算した変形を強制変形で弾性有限要素解析に与える場合が一般的で、実際の掘削過程を考慮した逐次形有限要素解析はあまり用いられていない。検討結果は対象構造物に応じて定められている許容値と比較されるのが一般的である。Table 2-1 に許容値を定めている事業体例を示す。

Table 2-1 許容値を定めている事業体例⁸⁾

対象物	企業体・グループ名	指針類名称
鉄道	日本鉄道技術協会	深い掘削土留工設計法(1993.06)
	ジェイール東日本コンサルツ	無徐行(徐行速度向上)のための構造物の設計・施工の手引き(1997)
	(財)鉄道総合技術研究所	鉄道構造物等設計標準・同解説 開削トンネル 付属資料:掘削土留めの設計(2001)
	(財)鉄道総合技術研究所	既設トンネル近接施工対策マニュアル(1995.01)
	(財)鉄道総合技術研究所	近接施工の設計施工指針(1987.06)
	東日本旅客鉄道(株)	近接工事設計施工に関する参考資料(標準改訂案)(1997.03)
	東日本旅客鉄道(株)	近接工事設計施工標準(1999.09)
	東海旅客鉄道(株)	近接施工の設計施工指針(2001.08)
	東京メトロ(旧帝都高速度交通営団)	営業線と交差する他企業工事における設計・施工管理要領(案)(1991.11)
	東京都交通局	地下鉄構造物に対する近接工事取扱い(暫定)指針(1974)
	東京臨海高速鉄道(株)	近接工事取扱い指針(1999.06)
	横浜市交通局	横浜市高速鉄道構造物近接工事施工の手引き(1992.01)
	大阪市交通局	近接協議取扱要領(案)(2000.04)
神戸市交通局	神戸市高速鉄道近接工事取扱基準(1990)	
道路	日本道路協会	道路土工 擁壁・カルバート仮設構造物工指針(1987.05)
	日本道路協会	道路土工 共同溝設計指針(1989.03)
	日本道路公団	JH設計要領第二集 第5編4-2-7基礎の近接施工(1990)
	首都高速道路公団	首都高速道路に近接する構造物の施工指導要領書(案)(1982.04)
	(財)首都高速道路厚生会	首都高速道路に交差・近接する構造物の計画・設計・施工協議図書作成要領書(1993.08)
	阪神高速道路公団	近接工事に関する設計施工指導要領書(1985.01)
	名古屋高速道路公社	名古屋高速道路に近接する構造物の施工指導要領書(案)(1986)
インフラ	日本下水道事業団	設計基準(案)土木設計編(1992.04)
	N T T	近接施工・設計施工運用マニュアル(案)社内用(1980.12)
	東京電力(株)	地中送電線土木工事における構造物近接部設計・施工指針(1985.11)
	東京都下水道局	東京都下水道局管渠施設健全度判定基準
その他	(社)日本トンネル技術協会	地中構造物の建設に伴う近接施工指針(1999.02)
	(社)日本港湾協会	港湾の施設の技術上の基準・同解説(1999.04)
	建設省	近接基礎設計施工要領(案)(1983.06)

<有限要素法による強制変位法（応答変位法）>

山留め壁周辺を有限要素にてモデル化し、弾塑性山留め設計法等によって得られた山留め変位を該当する節点に強制変位として入力し、周辺地盤挙動を予測する。**Figure 2-3**はそのモデル化の手法をまとめたものである。地盤の構成式を使用した弾塑性解析も可能であるが解析できるソフトが普及していないため、通常は弾性で解かれることが多く、弾性計算で検討を行なう場合には考慮すべきモデル化の範囲について留意しなくてはならない。また、弾塑性山留め設計法等による変位を使用する場合には2次元条件下での検討しか対応できない。

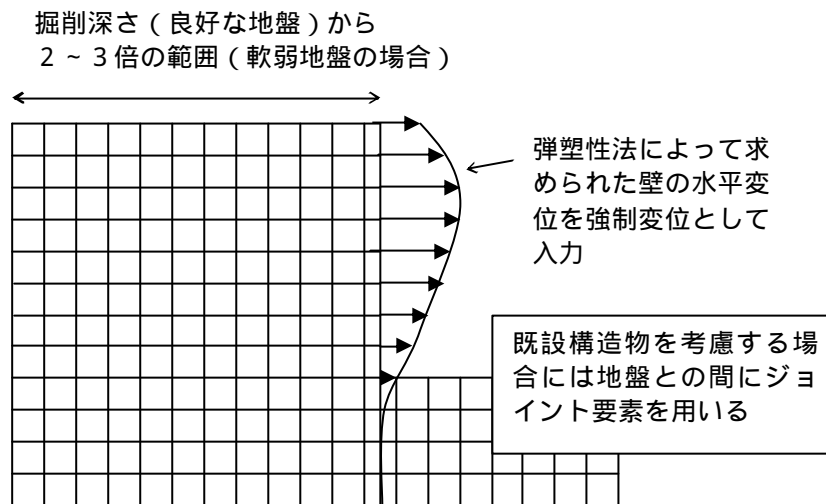


Figure 2-3 周辺地盤挙動予測方法（強制変位法）

2.3 本研究の課題

山留めの設計における重要課題として山留めの安定は然ることながら、周辺構造物に対する影響がある。この課題に対して一般的な設計では先に土圧を想定し、その土圧による山留め壁の変位を算出する。この結果を利用して周辺構造物への影響を照査している。この手法は簡便であるが、次のような懸念事項も含んでいる。

- 土圧の見積もりを誤ると全ての結果に影響を与える。
- 検討モデルは基本的に構造的割り切りを含んでいるため、検討を重ねる度に再現性が低くなる。
- 土圧と周辺構造物への影響は相互問題である。
- 相互的な関係を適切に見出せないため、対策方針を見誤る可能性がある。

また、一般的な設計で有限要素法が適用されていない状況を考えると、山留め変位を算出する検討モデルは弾塑性山留め設計法（梁・ばねモデル）のみとなる。この検討モデルは **Figure 2-4**に見られる問題がある。これは掘削底面を塑性域とするため定常的に見られる傾向であり、地盤条件にもよるが現場の計測結果で得られるような掘削底面より上部で変形する様子を再現できない。これは掘削段階が増えるに従って誤差が累積される事を意味し、このため山留めの変位そのものが適切に見積れない。

基本的に周辺構造物への影響が懸念される山留め掘削は大深度の多段階掘削となるため無視できない問題となる。

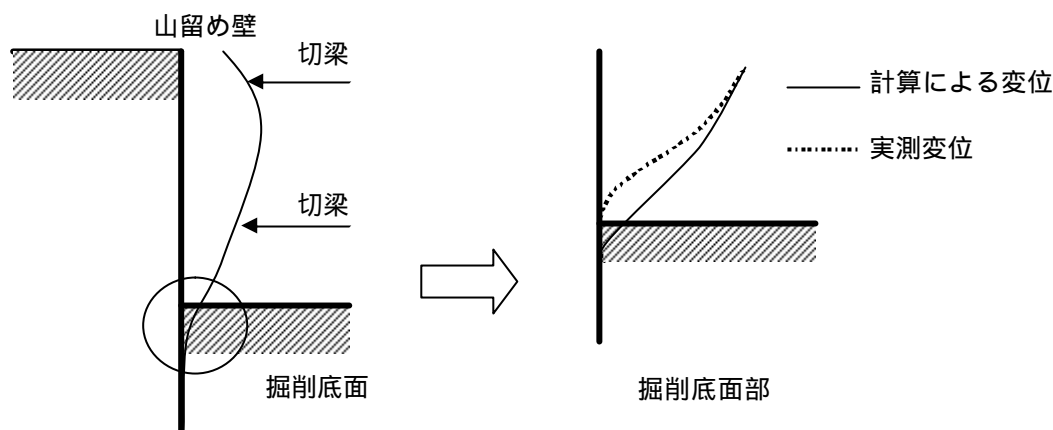


Figure 2-4 弾塑性山留め設計法の問題点

山留めの設計で周辺構造物への影響を検討する際に、工程の影響を考慮しているのは山留め変位のみ算出時のみであり、地表面沈下の検討では最終形態のみで評価している。

本章では山留め設計における検討モデルの特徴を確認するとともに周辺構造物へ与える山留め掘削問題の実情を述べてきた。ここで本研究の目的を次とする。

- 山留めの壁変位による土圧の発生メカニズムおよび周辺地盤の変形評価
- 二次元と三次元の比較による掘削幅の土圧及び地表面沈下への影響
- 近接構造物と山留め壁の相互作用
- 2段山留めでの内壁と外壁の相互作用

はモデル実験で壁変位を強制的に与えてその変形モードと変形プロセスの観点から土圧分布のメカニズム究明を目指す。合わせて周辺地盤への影響を地表面沈下から検証を行なう。はと同様の条件で二次元条件下と三次元条件下の比較を行い、議論を進める。ここでは一般的に二次元で設計されている山留め挙動の妥当性を検証することになる。は近接構造物として直接基礎を想定し、条件で及びの基礎的データとの比較から山留めと近接構造物の相互作用を明確にすることを主眼に置いている。は相互作用の新たな問題として位置付けている。は近年よく見られるが現場計測が難しいことから十分な検証が行なわれていない問題でもあり、特に外壁と内壁の峽間に着目し、設計上の留意点を示唆することを主眼に置いている。

第3章 有限要素解析の概要

3.1 概説

山留め掘削問題の解析（地盤の応力・変形解析）を適切に行うためには土の材料特性を適切に表現できる構成モデルを用いる必要がある。下記はその構成モデルに要求される特性を示すものであり、本研究では地盤を弾塑性体として定式化した構成式 *subloading t_{ij} model* を使用している。

- 1) 中間主応力の強度・変形特性に及ぼす影響
- 2) 正負のダイレイタンス特性
- 3) 密度や拘束応力が強度・変形特性に及ぼす影響
- 4) 塑性ひずみ増分方向の応力経路依存性
- 5) 繰返し載荷
- 6) 容易かつ少ない土質パラメータ決定

本章は構成モデルを初めとした数値解析で重要となる内容について説明を行う。ここの説明を基に数値解析から考察を行うため、理論的背景を示す内容でとなる。

3.2 地盤の構成式として用いた弾塑性構成式 *subloading t_{ij} model*¹⁴⁾の概要

土は平均応力の変化に対して等方硬化的な挙動を示すが、せん断応力すなわち応力比の変化に対しては移動硬化的な挙動を示す。このような挙動は等方硬化型構成モデルでは表現できない。また、一次、二次、三次の応力不変量を用いて定式化を行っているため主応力の回転に伴うひずみの変化も等硬化型モデルでは考慮できない。そこで中井らは繰返し載荷や主軸の回転等を含む応力誘導異方性を考慮した移動硬化型の弾塑性構成モデル *kinematic t_{ij} -sand model*²⁴⁾ への拡張を行ったが、移動硬化型の弾塑性構成モデルは、密度や拘束応力の変化による強度・変形特性への影響を同一の土質パラメータでは表現できない問題を持ち合わせている。よって橋口の下負荷面の概念²³⁾を参考にし、非常に緩い砂(正規圧密粘土に相当)から密な砂(過圧密粘土に相当)までを同一の土質パラメータで砂の変形挙動を表現できる *subloading t_{ij} -mode*¹⁴⁾を提案した。

ここでは弾塑性構成モデル(*subloading t_{ij} -model*)の概要説明を行う。

中間主応力の強度・変形特性に及ぼす影響

Cam-clay model¹⁵⁾や関口・太田モデル¹⁶⁾などに代表される多くのモデルで用いられている、応力 s_{ij} に基づく応力パラメーター(平均主応力 p , 偏差応力 q)は以下の様に表される。

$$p = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{3} = \frac{1}{3} s_{ij} d_{ij} \quad (3-1)$$

$$q = \sqrt{\frac{1}{2} \{ (s_1 - s_2)^2 + (s_2 - s_3)^2 + (s_3 - s_1)^2 \}} = \sqrt{\frac{3}{2} s_{ij} s_{ij}} \quad (3-2)$$

ここに、 s_1, s_2, s_3 は主応力であり、式(1-2)中の偏差応力テンソル s_{ij} は、

$$s_{ij} = s_{ij} - p d_{ij} \quad (3-3)$$

と表される。同様に、 de_v は体積ひずみ増分、 de_d は偏差ひずみ増分は次式で定義される。

$$de_v = de_1 + de_2 + de_3 = de_{ij} d_{ij} \quad (3-4)$$

$$de_d = \frac{1}{3} \sqrt{2 \{ (de_1 - de_2)^2 + (de_2 - de_3)^2 + (de_3 - de_1)^2 \}} = \sqrt{\frac{2}{3} de_{ij} de_{ij}} \quad (3-5)$$

ここに、 de_1, de_2, de_3 は主ひずみ増分であり、式(1-5)中の偏差ひずみ増分テンソル de_{ij} は、次のように表される。

$$de_{ij} = de_{ij} - \frac{1}{3} de_v d_{ij} \quad (3-6)$$

一方、地盤材料の力学的特性(強度・変形特性)を調べる要素試験として三軸試験が広く行われている。この三軸試験での応力状態は、

- 三軸圧縮条件 ($s_1 \geq s_2 = s_3$: Figure 3-1(a))
- 三軸伸張条件 ($s_1 = s_2 \geq s_3$: Figure 3-1(c))

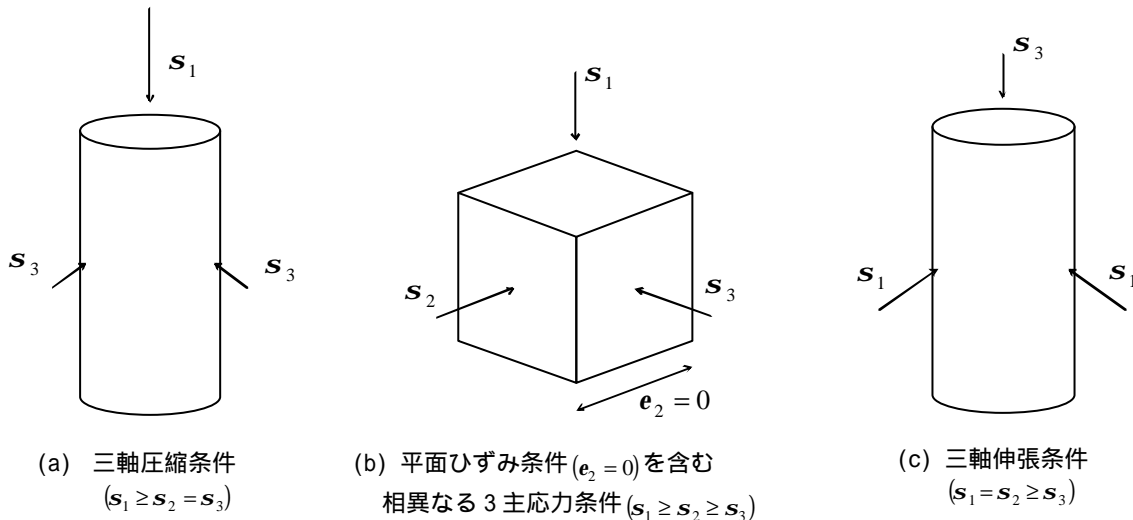


Figure 3-1 種々の3主応力条件(中井¹⁴⁾より引用)

となり、平面ひずみ条件($e_2 = 0$)等を含めたより一般的な相異なる 3 主応力条件下 ($s_1 \geq s_2 \geq s_3$: Figure 3-1(b))の応力状態は考慮していないことになる。

地盤の変形・強度特性は、この中間主応力により多大な影響を受けるため、中間主応力の相対的な大きさは重要となる。この中間主応力の相対的な大きさを表す指標としては、次式で定義される b 値がよく用いられる。

$$b = \frac{s_2 - s_3}{s_1 - s_3} \quad (0 \leq b \leq 1) \quad (3-7)$$

この b 値は、三軸圧縮条件時($s_2 = s_3$)に $b = 0$ 、三軸伸張条件時($s_1 = s_2$)に $b = 1$ となり、一般的には $0 \leq b \leq 1$ となる。

Cam-clay model では平均主応力 p と偏差応力 q の 2 つの応力パラメータを用いて三軸圧縮条件での粘土の挙動をもとにして構成式を組み立てているため、三軸伸張条件下での強度を過大に評価する問題点がある。これは、中間主応力の大きさを適切に考慮できない平均主応力 p と偏差応力 q で定式化されている構成モデルの問題であり、中間主応力の影響を適切に考慮できる応力パラメータで定式化する必要があると言える。そこで、中井・松岡¹⁷⁾は通常用いられる正八面体面(*octahedral plane*)ではなく、空間滑動面(SMP : *Spatial Mobilized Plane*)上の応力比 ~ ひずみ増分比関係を用いることによって 3 次元任意応力条件下にある土の強度・変形特性が統一的に整理できることを SMP* の概念^{18),19)}によって示した。

さらに、中井・三原は、この考え方を一般化した t_{ij} の概念を提案し、この修正応力 t_{ij} は次式で与えられる。

$$t_{ij} = a_{ik} s_{kj} \quad (3-8)$$

式(1-8)中の a_{ij} は、主応力方向に対する SMP の法線方向余弦($a_i : i = 1, 2, 3$)を主値とする対称テンソルであり、その主値 a_i は次式で表される。

$$a_i = \sqrt{\frac{I_3}{I_2 s_i}} \quad (i = 1, 2, 3) \quad (3-9)$$

ここに、 I_1, I_2, I_3 は通常の応力 s_{ij} の 1 次、2 次、3 次の不変量であり、主応力と応力テンソルを用いて次のように表される。

$$\begin{cases} I_1 = s_1 + s_2 + s_3 = tr(\mathbf{s}_{ij}) = s_{ii} \\ I_2 = s_1 s_2 + s_2 s_3 + s_3 s_1 = \frac{1}{2} [(tr \mathbf{s}_{ij})^2 - tr(\mathbf{s}_{ij}^2)] = \frac{1}{2} (s_{ir} s_{jj} - s_{ij} s_{ij}) \\ I_3 = s_1 s_2 s_3 = det(\mathbf{s}_{ij}) = \frac{1}{6} e_{ijk} e_{rst} s_{ir} s_{js} s_{kt} = e_{ijk} s_{i1} s_{j2} s_{k3} \end{cases} \quad (3-10)$$

また、この a_{ij} をテンソル表記して、

$$a_{ij} = \sqrt{\frac{I_3}{I_2}} r_{ij}^{-1} = \sqrt{\frac{I_3}{I_2}} \cdot (\mathbf{s}_{ik} + I_{r2} \mathbf{d}_{ik}) (I_{r1} \mathbf{s}_{kj} + I_{r3} \mathbf{d}_{kj})^{-1} \quad (r_{ik} r_{kj} = \mathbf{s}_{ij}) \quad (3-11)$$

と表すことができる。ここに、 I_{r1}, I_{r2}, I_{r3} は r_{ij} の 1 次、2 次、3 次の不変量であり、次式で表される。

$$\begin{cases} I_{r1} = \sqrt{\mathbf{s}_1} + \sqrt{\mathbf{s}_2} + \sqrt{\mathbf{s}_3} = r_{ii} \\ I_{r2} = \sqrt{\mathbf{s}_1 \mathbf{s}_2} + \sqrt{\mathbf{s}_2 \mathbf{s}_3} + \sqrt{\mathbf{s}_3 \mathbf{s}_1} = \frac{1}{2} \{ (r_{ii})^2 - r_{ij} r_{ji} \} \\ I_{r3} = \sqrt{\mathbf{s}_1 \mathbf{s}_2 \mathbf{s}_3} = e_{ijk} r_{i1} r_{j2} r_{k3} \end{cases} \quad (3-12)$$

また、応力テンソル \mathbf{s}_{ij} と対称テンソル a_{ij} の主軸が一致することから、修正応力 t_{ij} も \mathbf{s}_{ij} と共軸性を持つ対称テンソルとなる。

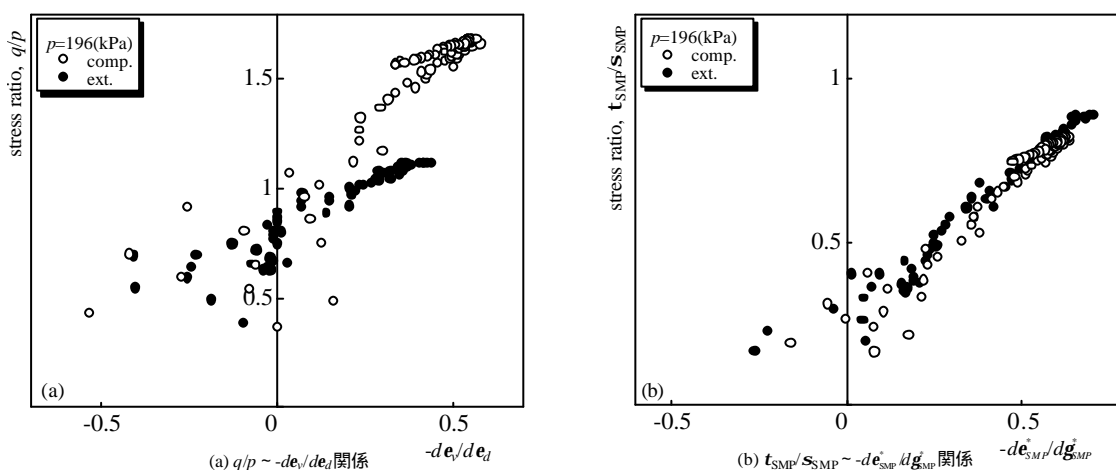


Figure 3-2 応力比～ひずみ増分比関係

SMP*の概念では空間滑動面上に平行方向の応力(t_{SMP})と垂直方向の応力(s_{SMP})の比(t_{SMP}/s_{SMP})と、主ひずみ増分ベクトル de_i の空間滑動面に垂直な成分(de_{SMP}^*)と平行な成分(dg_{SMP}^*)の比($-de_{SMP}^*/dg_{SMP}^*$)との間に、唯一的な関係が成立することを示している。Figure 3-2 は平均主応力一定三軸せん断試験結果の主応力比～ひずみ増分比関係であり、(a)は通常の応力 \mathbf{s}_{ij} に基づく主応力比(q/p)～ひずみ増分比($-de_v/de_d$)関係、(b)図は修正応力 t_{ij} に基づく主応力比(t_{SMP}/s_{SMP})～ひずみ増分比($-de_{SMP}^*/dg_{SMP}^*$)関係である。修正応力 t_{ij} に基づく応力・ひずみパラメータを用いた整理では三軸圧縮、三軸伸張の条件によらず唯一的に表せ、中間主応力の影響を適切に考慮していることになる。

以下に修正応力 t_{ij} に基づいた応力・ひずみ増分パラメータを説明する。

空間滑動面上の垂直応力 s_{SMP} およびせん断応力 t_{SMP} はSMPの方向余弦 $a_i (i=1,2,3)$ を用いて次式で表される。

$$s_{SMP} = s_1 a_1^2 + s_2 a_2^2 + s_3 a_3^2 = 3 \frac{I_3}{I_2} \quad (3-13)$$

$$\begin{aligned} t_{SMP} &= \sqrt{(s_1 - s_2)^2 a_1^2 a_2^2 + (s_2 - s_3)^2 a_2^2 a_3^2 + (s_3 - s_1)^2 a_3^2 a_1^2} \\ &= \frac{\sqrt{I_1 I_2 I_3 - 9 I_3^2}}{I_2} \end{aligned} \quad (3-14)$$

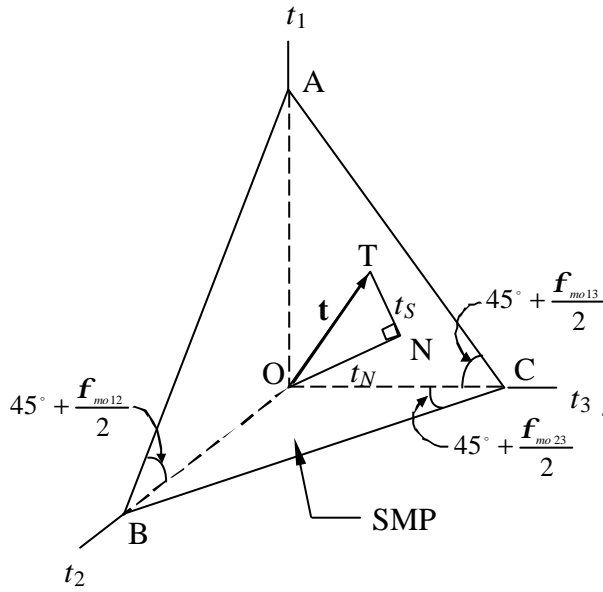


Figure 3-3 応力パラメータ (t_N, t_S)
(Nakai and Matsuoka¹⁸)より引用

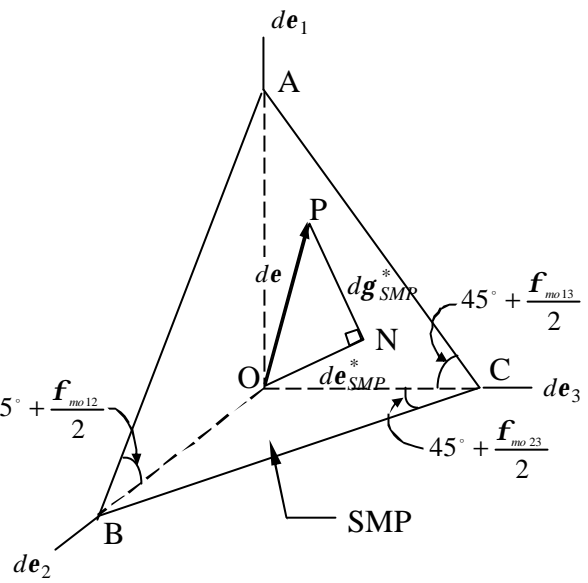


Figure 3-4 塑性ひずみ増分パラメータ (de_{SMP}^*, dg_{SMP}^*)
(Nakai and Matsuoka¹⁸)より引用

ここで、修正応力 t_{ij} の主値 t_i 空間において t_{ij} の主値ベクトル \bar{t}_i のSMPに垂直な成分 t_N および平行な成分 t_S を考えると、Figure 3-3を参考として t_N および t_S は t_{ij} の主値 $t_i (i=1,2,3)$ を用いてそれぞれ次式で与えられる。

$$\begin{aligned} t_N &= t_1 a_1 + t_2 a_2 + t_3 a_3 \\ &= s_1 a_1^2 + s_2 a_2^2 + s_3 a_3^2 \equiv s_{SMP} \end{aligned} \quad (3-15)$$

$$\begin{aligned} t_S &= \sqrt{t_1^2 + t_2^2 + t_3^2 - t_N^2} \\ &= \sqrt{s_1^2 a_1^2 + s_2^2 a_2^2 + s_3^2 a_3^2 - (s_1 a_1^2 + s_2 a_2^2 + s_3 a_3^2)^2} \\ &= \sqrt{(s_1 - s_2)^2 a_1^2 a_2^2 + (s_2 - s_3)^2 a_2^2 a_3^2 + (s_3 - s_1)^2 a_3^2 a_1^2} \\ &\equiv t_{SMP} \end{aligned} \quad (3-16)$$

また、一般的な応力下条件では、 t_N および t_S は次のように表現できる。

$$t_N = t_{ij} a_{ij} \quad (3-17)$$

$$t_S = \sqrt{t_{ij}t_{ij} - (t_{ij}a_{ij})^2} = \sqrt{t'_{ij}t'_{ij}} \quad (3-18)$$

ここに、 t'_{ij} は t_{ij} の偏差応力成分であり、次式で与えられる。

$$t'_{ij} = t_{ij} - t_N a_{ij} \quad (3-19)$$

このことから、修正応力 t_{ij} に基づく応力比テンソル x_{ij} は、次のように与えられ、

$$x_{ij} = \frac{t'_{ij}}{t_N} = \frac{t_{ij} - t_N a_{ij}}{t_N} = \frac{t_{ij}}{t_N} - a_{ij} \quad (3-20)$$

対応する応力比 X は t_N と t_S の比として、次式で与えられる。

$$X \equiv \frac{t_S}{t_N} = \sqrt{x_{ij}x_{ij}} \quad (3-21)$$

一方、応力の主軸とひずみ増分の主軸の一致を仮定すれば、SMPに基づくひずみ増分量(de_{SMP}^* , dg_{SMP}^*)は Figure 3-4 に示すように、主ひずみ増分ベクトル de_i のSMPに垂直な成分および平行な成分として次式で与えられ、

$$de_{SMP}^* = de_1 a_1 + de_2 a_2 + de_3 a_3 \quad (3-22)$$

$$dg_{SMP}^* = \sqrt{(de_1 a_2 - de_2 a_1)^2 + (de_2 a_3 - de_3 a_2)^2 + (de_3 a_1 - de_1 a_3)^2} \quad (3-23)$$

テンソルでの一般表記をすると、

$$de_{SMP}^* = de_{ij} a_{ij} \quad (3-24)$$

$$dg_{SMP}^* = \sqrt{de_{ij} de_{ij} - (de_{ij} a_{ij})^2} = \sqrt{de'_{ij} de'_{ij}} \quad (3-25)$$

と表現できる。ここに、 de'_{ij} は t_{ij} の概念に基づく偏差ひずみ増分テンソルであり、次式で与えられる。

$$de'_{ij} = de_{ij} - de_{SMP}^* a_{ij} \quad (3-26)$$

Figure 3-5 の(a)は s_{ij} 空間で表した、Cam-clay model等の多くの構成モデルで用いられる応力パラメータ、(b)は修正応力 t_{ij} 空間で表した、 t_{ij} の概念で用いる応力パラメータを表している。

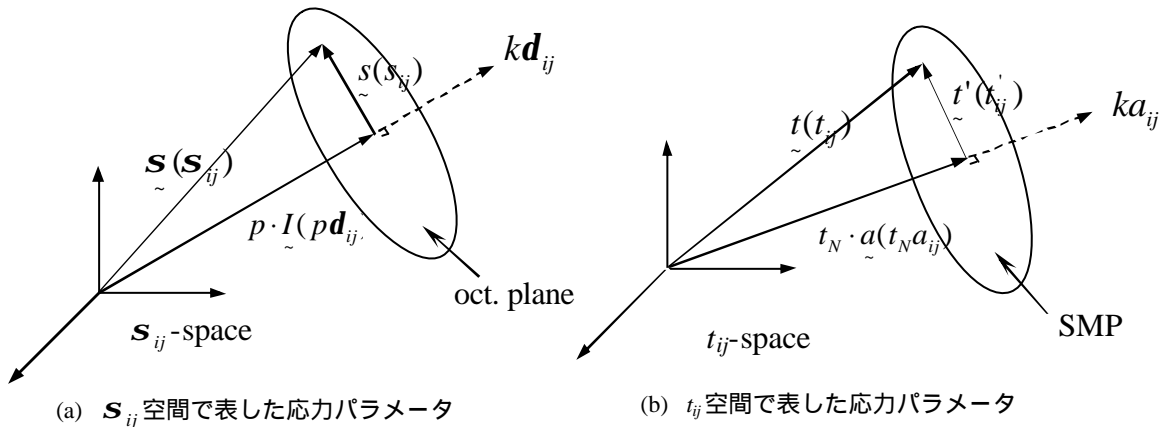


Figure 3-5 通常概念と t_{ij} の概念で用いる応力量の比較 (Nakai et al¹⁹)より引用

Table3-1 は、応力 s_{ij} に基づく応力パラメーターおよびひずみ増分パラメーターと修正応力 t_{ij} に基づく応力パラメーターおよびひずみ増分パラメーターとを対比したものである。

Table 3-1 通常概念で用いる応力・ひずみ増分パラメーターと t_{ij} の概念で用いる諸量の比較⁸⁾

<i>ordinary concept</i>	<i>t_{ij} - concept</i>
s_{ij}	$t_{ij} = s_{ik} a_{kj}$
d_{ij} (unittensor)	a_{ij}
$p = s_{ij} d_{ij} / 3$	$t_N = t_{ij} a_{ij}$
$s_{ij} = s_{ij} - p d_{ij}$	$t'_{ij} = t_{ij} - t_N a_{ij}$
$q = \sqrt{(3/2) s_{ij} s_{ij}}$	$t_S = \sqrt{t'_{ij} t'_{ij}}$
$h_{ij} = s_{ij} / p$	$x_{ij} = t'_{ij} / t_N$
$h = q / p = \sqrt{(3/2) h_{ij} h_{ij}}$	$X = t_S / t_N = \sqrt{x_{ij} x_{ij}}$
$h_{ij}^* = (s_{ij} - s_{ij0}) / p$	$x_{ij}^* = x_{ij} - n_{ij}$
$h^* = \sqrt{(3/2) h_{ij}^* h_{ij}^*}$	$X^* = \sqrt{x_{ij}^* x_{ij}^*}$
$de_v = de_{ij} d_{ij}$	$de_{SMP}^* = de_{ij} a_{ij}$
$de_{ij} = de_{ij} - \frac{1}{3} de_v d_{ij}$	$de'_{ij} = de_{ij} - de_{SMP}^* a_{ij}$
$de_d = \sqrt{\frac{2}{3} de_{ij} de_{ij}}$	$d\mathbf{g}_{SMP}^* = \sqrt{de'_{ij} de'_{ij}}$

正負のダイレイタンシー特性

Figure 3-6 は *Cam-clay model* の降伏関数¹⁵⁾を表したものである。また降伏機曲面は平均主応力 p と主応力比 h を用いた次式で表される。

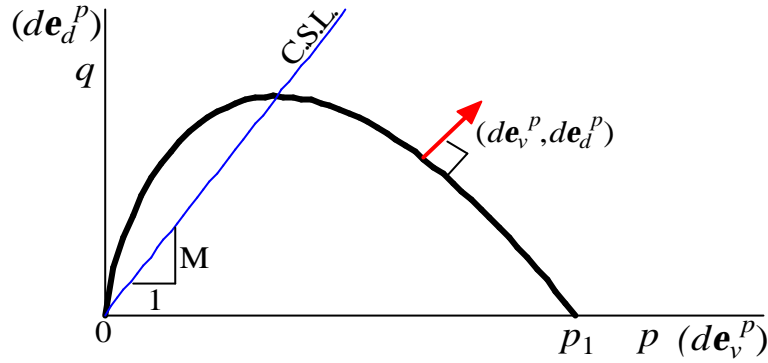


Figure 3-6 p - q 面におけるカムクレイモデルの降伏曲面

$$f = \ln p + \frac{h}{M} - \ln p_1 = 0 \quad (3-27)$$

ここで、 M は限界状態における応力比 h_{CS} のことで、三軸圧縮条件下での限界状態 $R_{CS} \equiv (s_1 / s_3)_{CS(comp)}$ を用いて、

$$M = \frac{3(R_{CS} - 1)}{R_{CS} + 2} \quad (3-28)$$

と表される。

式(1-27)において、以下に表すように、 p_1 はひずみ硬化パラメータ（塑性体積ひずみ e_v^p ）と関連付けて以下のように表すことができる。

$$e_v^p = C_p \ln \frac{p_1}{p_0} \quad \left(C_p = \frac{l - k}{1 + e_0} \right) \quad (3-29)$$

ここで、 p_0 は最初の降伏曲面の p 軸上での値で、 p_1 は現在の降伏曲面の p 軸上の値である。記号 e, l, k はそれぞれ、間隙比、圧縮指数、膨張指数を指す。そして、 e_0 は基準状態の間隙比とする。流動則と比例定数は以下のように表せる。

$$de_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial f}{\partial s_{ij}} \quad (3-30)$$

$$\Lambda = \frac{df_s}{h^p} = \frac{\frac{\partial f}{\partial s_{ij}} ds_{ij}}{h^p} = \frac{\frac{\partial f}{\partial s_{ij}} ds_{ij}}{1 \frac{\partial f}{\partial s_{kk}}} \quad (3-31)$$

負荷条件は以下のように示される。

$$\begin{cases} de_{ij}^p \neq 0 & \text{if } f = 0 \ \& \ df_s = \frac{\partial f}{\partial s_{ij}} ds_{ij} > 0 \\ de_{ij}^p = 0 & \text{else} \end{cases} \quad (3-32)$$

ここで、応力と塑性ひずみ増分の間には共軸性があるため、応力パラメータと塑性ひずみ増分パラメータの間には次式に示すように直交条件が成り立つ。

$$dp \cdot de_v^p + dq \cdot de_d^p = 0 \quad (3-33)$$

このとき、式(1-27)で表す降伏曲面と直行する方向を持つ塑性ひずみ増分は、以下に示す応力比-ひずみ増分関係を満たす。(Figure 3-7 参照)

$$\frac{de_d^p}{de_v^p} = M - h \quad (3-34)$$

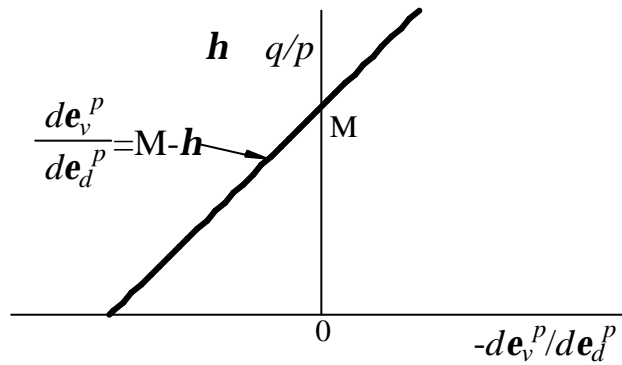


Figure 3-7 Cam-clay model での応力比～塑性ひずみ増分比関係

ここで Table 3-1 に示される t_{ij} の概念を用いた応力パラメータを用いると、降伏関数は次の形で表される。

$$\begin{aligned} f &= \ln t_N + V(X) - \ln t_{N1} \\ &= \ln \frac{t_N}{t_{N0}} + V(X) - \ln \frac{t_{N1}}{t_{N0}} = 0 \end{aligned} \quad (3-35)$$

$$V(X) = \frac{1}{b} \left(\frac{X}{M^*} \right)^b \quad (\beta : \text{material parameter}) \quad (3-36)$$

t_N と $X \equiv t_s/t_N$ は t_{ij} の概念に基づいた平均応力と応力比で、 t_{N1} は降伏曲面の大きさを表す ($X=0$ での t_N の値)。Figure 3-8 は $t_N - t_s$ 平面での降伏曲面の 2 次元描写を表す。

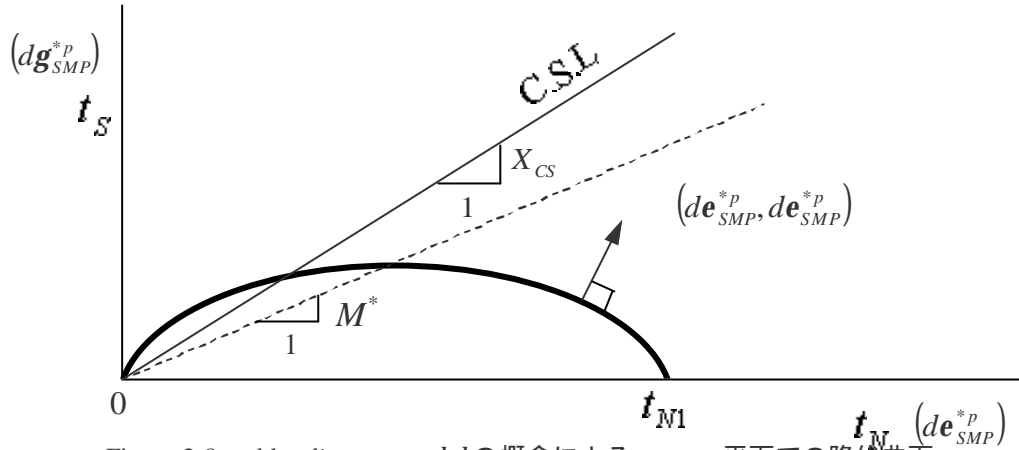


Figure 3-8 subloading t_{ij} model の概念による $t_N - t_S$ 平面での降伏曲面

式(15)にある M^* は、限界状態における主応力比 $X_{CS} \equiv (t_S/t_N)_{CS}$ と塑性ひずみ増分比 $Y_{CS} \equiv (de_{SMP}^{*p}/dg_{SMP}^{*p})_{CS}$ を用いて以下のように表せる。

$$M^* = (X_{CS} + X_{CS}^{b-1} Y_{CS})^{1/b} \quad (3-37)$$

また、これらの比 X_{CS} と Y_{CS} は三軸圧縮条件での限界状態の主応力比 R_{CS} によって次式で表される。

$$X_{CS} = \frac{\sqrt{2}}{3} \left(\sqrt{R_{CS}} - \frac{1}{\sqrt{R_{CS}}} \right) \quad (3-38)$$

$$Y_{CS} = \frac{1 - \sqrt{R_{CS}}}{\sqrt{2}(\sqrt{R_{CS}} + 0.5)} \quad (3-39)$$

直交条件から、 t_{ij} 概念に基づいた応力パラメーターと塑性ひずみ増分の間に以下の関係がある。

$$dt_N \cdot de_{SMP}^{*p} + dt_S \cdot dg_{SMP}^{*p} = 0 \quad (3-40)$$

ここで、応力と塑性ひずみ増分の間に共軸性が仮定されているので、 de_{SMP}^{*p} と dg_{SMP}^{*p} の方向と t_N と t_S の方向はそれぞれ一致する。次の式に表される応力比-塑性ひずみ増分比関係(Figure 3-9 参照)は式(3-35)、(3-36)、(3-40)から得られた。

$$Y = \frac{(M^*)^b - X^b}{X^{b-1}} \quad (3-41)$$

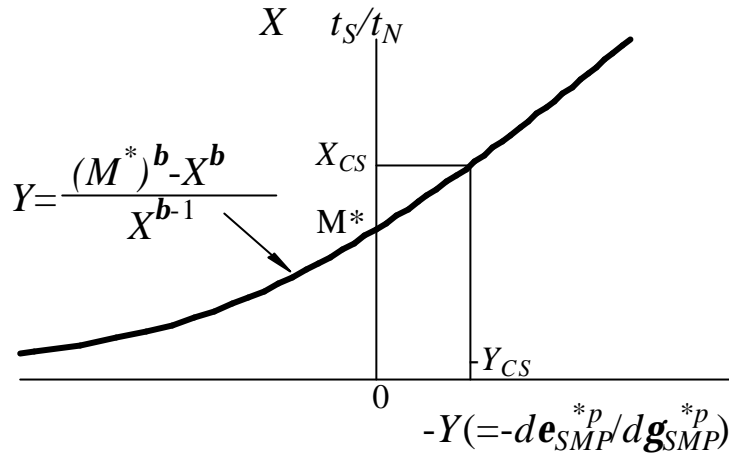


Figure 3-9 subloading t_{ij} modelによる応力比～塑性ひずみ増分比関係

密度や拘束応力が強度・変形特性に及ぼす影響

Cam-clay model では、応力比と塑性ひずみ増分比を線形関係で仮定しているのので、その降伏曲面は t_N 軸と原点で特異点を持つ。それに対して、現行モデルは降伏曲面において特異点をもたない滑らかになっている。塑性ひずみ増分は t_{ij} 空間において関連流動則を仮定することによって次式で表される。

$$de_{ij}^p = \Lambda \frac{\partial f}{\partial t_{ij}} \quad (3-42)$$

ここで、 Λ は通常の弾塑性モデルと同様に塑性ひずみ増分の大きさを表す比例定数である。

また、正規圧密粘土のためのモデル(t_{ij} -clay model)にとって、式(3-35)の t_{N1} は *Cam-clay model* での p_1 に対応しており、式(3-29)に示した塑性体積ひずみ e_v^p と p_1 との関係と同じように与えられる

$$e_v^p = C_p \ln \frac{t_{N1}}{t_{N0}} \quad \left(C_p = \frac{1-k}{1+e_0} \right) \quad (3-43)$$

この式は、弾塑性領域で正規圧密粘土の塑性体積ひずみ(もしくは間隙比)は応力履歴に依存せず、現在の応力状態のみで決定されるという事実⁷⁾と t_{ij} の概念に基づいた平均応力 t_N は、等方応力状態 ($X=0$) で通常平均主応力 p と一致することから得られる。そして、ここで、 e_0 は基準状態の間隙比 ($X=0, p=t_N=t_{N0}$) である。この時、式(3-35)、(3-42)、(3-43)と後続負荷条件より以下の式が得られる。

$$\begin{aligned} df &= \frac{\partial f}{\partial s_{ij}} ds_{ij} - \frac{1}{C_p} de_v^p \\ &= \frac{\partial f}{\partial s_{ij}} ds_{ij} - \frac{1}{C_p} \Lambda \frac{\partial f}{\partial t_{hh}} = 0 \end{aligned} \quad (3-44)$$

この時、比例係数 Λ は従来のモデル(中井・松岡)²⁰⁾と同様に以下で表せる。

$$\Lambda = \frac{df_s}{h_p} = \frac{\frac{\partial f}{\partial s_{ij}} ds_{ij}}{h_p} = \frac{\frac{\partial f}{\partial s_{ij}} ds_{ij}}{\frac{1}{C_p} \frac{\partial f}{\partial t_{kk}}} \quad (3-45)$$

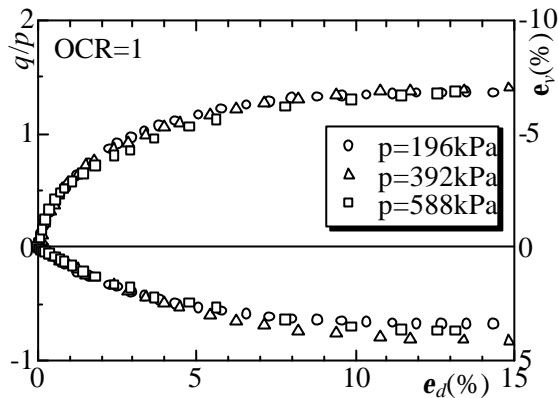
この式の分母 h^p 塑性の剛性を表す塑性係数である。

一方、過圧密粘土の場合では正規圧密粘土よりも剛性が大きく(過圧密粘土の h^p は式(1-45)の h^p より大きい)、式(1-43)を満足しない。Figure 3-10~12の(a)図は様々な過圧密比($OCR = 1, 2, 4$)のもとで、藤の森粘土を用いた三軸圧縮試験の応力比 $q/p \sim$ 偏差ひずみ $e_d \sim$ 体積ひずみ e_v 関係、(b)図は $e - \ln p$ 空間でこれらの試験での間隙比の変化を示した。ここで、(b)図の直線 NCL と CSL は正規圧密線($X = 0$)と限界状態線($X = X_{CS}$)を示す。これらの図から、拘束応力に関わりなく、過圧密比が増加するに伴って、強度が増加することが分かる。上記した試験結果を考慮して、橋口・上野⁶⁾によって提案された下負荷面の概念を参照すると、従来のモデルを正規圧密粘土だけでなく過圧密粘土にも適用可能なモデルに拡張できる。下負荷面の概念によると、降伏曲面(下負荷面)は広がるだけでなく、応力状態によって縮み、常に下負荷面の上に現在の応力点が存在する。降伏関数は式(1-35)より以下のように表せる。

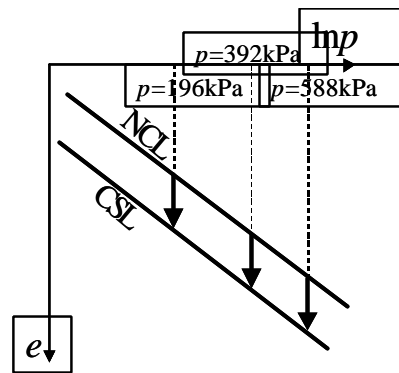
$$\begin{aligned} f &= \ln \frac{t_N}{t_{N0}} + V(X) - \ln \frac{t_{N1}}{t_{N0}} \\ &= \ln \frac{t_N}{t_{N0}} + V(X) - \left(\ln \frac{t_{N1e}}{t_{N0}} - \ln \frac{t_{N1e}}{t_{N1}} \right) = 0 \end{aligned} \quad (3-46)$$

ここで、 t_{N1} は Figure 3-8 に示すように、現在の応力状態を通る降伏曲面上の $t_s = 0$ における t_N である。そして t_{N1e} は現在の塑性体積ひずみ(間隙比)に対応した正規圧密状態での平均応力 t_N の値である。

$$\mathbf{e}_v^p = C_p \ln \frac{t_{N1e}}{t_{N0}} \quad \left(C_p = \frac{1-k}{1+e_0} \right) \quad (3-47)$$

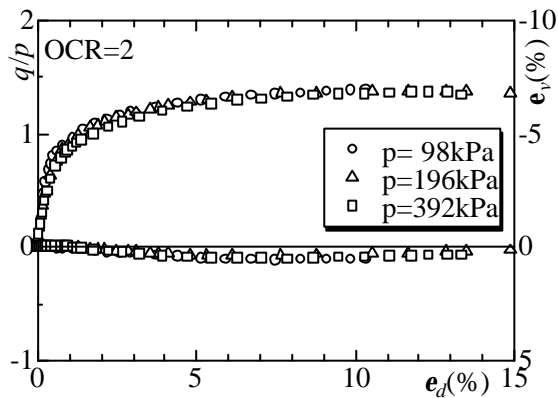


(a) 応力比 q/p ~ せん断ひずみ e_d ~ 体積ひずみ e_v 関係

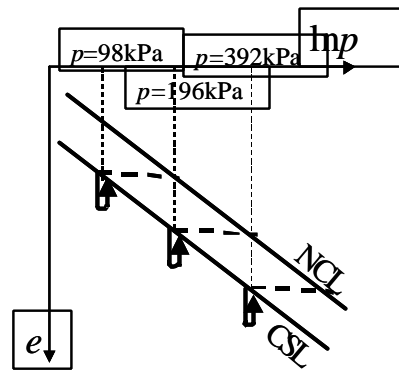


(b) $e - \ln p$ 関係

Figure 3-10 正規圧密粘土 ($OCR = 1$) の平均主応力一定三軸試験の結果

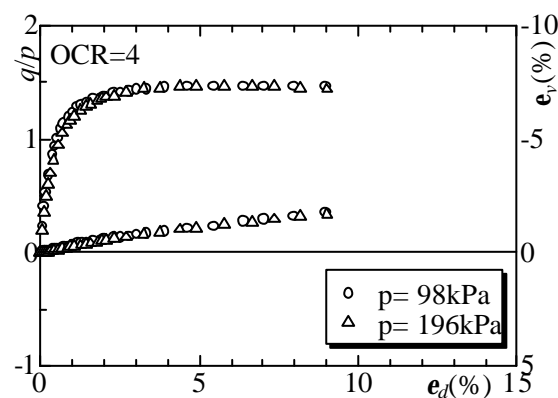


(a) 応力比 q/p ~ せん断ひずみ e_d ~ 体積ひずみ e_v 関係

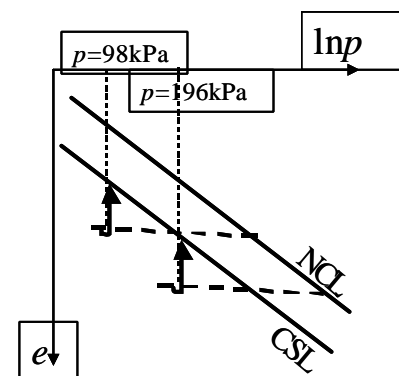


(b) $e - \ln p$ 関係

Figure 3-11 過圧密粘土 ($OCR = 2$) の平均主応力一定三軸試験の結果



(a) 応力比 q/p ~ せん断ひずみ e_d ~ 体積ひずみ e_v 関係



(b) $e - \ln p$ 関係

Figure 3-12 過圧密粘土 ($OCR = 4$) の平均主応力一定三軸試験の結果

正規圧密状態では t_{N1e} と t_{N1} は等しいが、過圧密状態では t_{N1e} は t_{N1} より大きくなる。したがって、 t_{N1e}/t_{N1} は広義の意味で過圧密比に相当する。

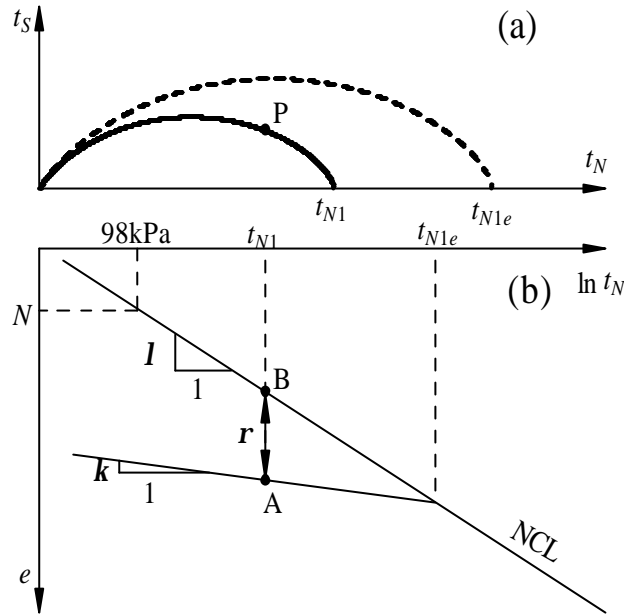


Figure 3-13 降伏曲面の形状と正規降伏曲面及び r の定義

Figure 3-13(a)に現在の応力状態 P を通る降伏曲面（実線）、そして降伏曲面に相似で t_N 軸上の t_{N1e} を通る面を示す。この t_{N1e} を通る面は現在の間隙比で正規圧密状態となる降伏曲面（破線）である。橋口⁵⁾による下負荷面の概念では、実線、破線はそれぞれ下負荷面、正規降伏曲面と呼ばれている。塑性ひずみの発生に伴いこの2つの面の大きさの変化を規定する発展則を仮定すると、橋口⁵⁾は過圧密粘土に見られる正規圧密粘土とは異なった塑性挙動を表現できることを示した。浅岡ら²¹⁾²²⁾はこの概念を直接導入することにより、*Cam-clay model* を正規圧密粘土と同様に過圧密粘土にも適用可能なモデルへと拡張した。現在の研究では、橋口の基本概念を保ったまま、この下負荷面の概念をより実際の土の挙動に適して、簡単なものへと改良を行った。今、Figure 3-13(b) ($e - \ln t_N$ 関係図)の点 A、B は、同じ応力状態 P における過圧密状態、および正規圧密状態での間隙比を示す。この A と B の間隙比の差 r を土の密度を表す指標とみなす。この r が同じ土の応力~ひずみ関係は平均主応力に因らず同一のものとなるため、力学的に間隙比自体は土の密度を表すには適さないからである (Figure 3-10~3-12 参照)。それゆえ、Figure 3-13 より r と t_{N1e}/t_{N1} の間に下の関係が成り立つ。

$$r = (I - k) \ln \frac{t_{N1e}}{t_{N1}} = (1 + e_0) C_p \ln \frac{t_{N1e}}{t_{N1}} \quad (3-48)$$

式(3-46),(3-48)より

$$f = \ln \frac{t_N}{t_{N0}} + V(X) - \frac{1}{C_p} \left(e_v^p - \frac{r}{1 + e_0} \right) = 0 \quad (3-49)$$

後続負荷条件($df = 0$)より、

$$\begin{aligned} df &= \frac{\partial f}{\partial \mathbf{s}_{ij}} d\mathbf{s}_{ij} - \frac{1}{C_p} \left(d\mathbf{e}_v^p - d\left(\frac{\mathbf{r}}{1+e_0}\right) \right) \\ &= \frac{\partial f}{\partial \mathbf{s}_{ij}} d\mathbf{s}_{ij} - \frac{1}{C_p} \left(\Lambda \frac{\partial f}{\partial t_{ii}} - d\left(\frac{\mathbf{r}}{1+e_0}\right) \right) = 0 \end{aligned} \quad (3-50)$$

ここで、 $\mathbf{r}/(1+e_0)$ の増分は、現在の密度 \mathbf{r} と平均応力 t_N に影響される塑性挙動時の密度変化を表す。その時、この増分は $L(\mathbf{r}, t_N)$ の関数を用いて下記の式で与えられる。

$$d\left(\frac{\mathbf{r}}{1+e_0}\right) = \Lambda \cdot L(\mathbf{r}, t_N) \quad (3-51)$$

よって式(3-50)と(3-51)より、過圧密状態の土の Λ は、次式で表される。

$$\Lambda = \frac{df_s}{h_p} = \frac{\frac{\partial f}{\partial \mathbf{s}_{ij}} d\mathbf{s}_{ij}}{h_p} = \frac{\frac{\partial f}{\partial \mathbf{s}_{ij}} d\mathbf{s}_{ij}}{\frac{1}{C_p} \left(\frac{\partial f}{\partial t_{kk}} - L(\mathbf{r}, t_N) \right)} \quad (3-52)$$

ここで、 $L(\mathbf{r}, t_N)$ は正規圧密状態と過圧密状態との間の度合いを示した値である。

- (i) 塑性変形時に Λ は常に正。
- (ii) 塑性変形を伴いながら過圧密状態から正規圧密状態に近づくときは、 $d\mathbf{r}/(1+e_0)$ は負となる。
- (iii) 正規圧密状態($\mathbf{r} = 0$)では、式(3-52)は式(3-45)に等しくなる。

これらの条件を満たすには、 $\mathbf{r} > 0$ の時、 $L(\mathbf{r}, t_N)$ は負、 $\mathbf{r} = 0$ の時は $L(\mathbf{r}, t_N) = 0$ となるべきである。式(3-45)で求められる正規圧密状態の砂の塑性ひずみ増分は、*Cam-clay model*と同様、**Figure 3-10**の応力~ひずみ関係を満足する。**Figure 3-11**、**Figure 3-12**で示される応力ひずみ関係を過圧密状態でも統一的に表現するためには、式(3-52)の $L(\mathbf{r}, t_N)$ の次元を $\partial f / \partial t_{ii}$ と等しくする必要がある。さらに、過圧密地盤の強度は密度 \mathbf{r} の増加とともに大きくなる。ここで、式(3-52)の分母 h^p は地盤の強度を示している。そして、密度とピーク強度の関係は $h^p = 0$ の状態与えられる。以上の条件を満たすことから $L(\mathbf{r}, t_N)$ は以下の式で定義される。

$$L(\mathbf{r}, t_N) = -\frac{G(\mathbf{r})}{t_N} \quad (3-53)$$

また、式(3-52)は以下のように書き換えることができる。

$$\Lambda = \frac{df_s}{h_p} = \frac{\frac{\partial f}{\partial \mathbf{s}_{ij}} d\mathbf{s}_{ij}}{h_p} = \frac{\frac{\partial f}{\partial \mathbf{s}_{ij}} d\mathbf{s}_{ij}}{\frac{1}{C_p} \left(\frac{\partial f}{\partial t_{kk}} + \frac{G(\mathbf{r})}{t_N} \right)} = \frac{\frac{\partial f}{\partial \mathbf{s}_{ij}} D_{ijkl}^e d\mathbf{e}_{kl}}{h_p + \frac{\partial f}{\partial \mathbf{s}_{mn}} D_{mnop}^e \frac{\partial f}{\partial t_{op}}} \quad (3-54)$$

Λ の誘導はひずみ増分 $d\mathbf{e}_{ij}$ から与えられる。また、 $G(\mathbf{r})$ は単調増加し、かつ密な状態での強度・変形特性が大きく変化する必要がある。これらの条件を満足する関数 $G(\mathbf{r})$ を、材料パラメータ a を含んだ次式で与える。

$$G(\mathbf{r}) = a \cdot \mathbf{r}^2 \quad (3-55)$$

載荷における状態の違い（ひずみ硬化、ひずみ軟化）を、橋口²³⁾、浅岡ら^{21) 22)}、Chowdhury ら²⁵⁾ と同様に以下のように示す。

$$\begin{cases} d\mathbf{e}_{ij}^p \neq 0 & \text{if } \Lambda = \frac{df_s}{h^p} \geq 0 \\ d\mathbf{e}_{ij}^p = 0 & \text{if } \Lambda = \frac{df_s}{h^p} < 0 \end{cases} \quad \text{or} \quad \begin{cases} d\mathbf{e}_{ij}^p \neq 0 & \text{if } \frac{\partial f}{\partial \mathbf{s}_{ij}} D_{ijkl}^e d\mathbf{e}_{kl} \geq 0 \\ d\mathbf{e}_{ij}^p = 0 & \text{if } \frac{\partial f}{\partial \mathbf{s}_{ij}} D_{ijkl}^e d\mathbf{e}_{kl} < 0 \end{cases} \quad (3-56)$$

最終的に、塑性ひずみ増分は負荷条件を含めた以下の式で示すことができる。

$$d\mathbf{e}_{ij}^p = \langle \Lambda \rangle \frac{\partial f}{\partial t_{ij}} = \left\langle \frac{df_s}{h^p} \right\rangle \frac{\partial f}{\partial t_{ij}} \quad (3-57)$$

ここに、 $\langle \rangle$ の表記は Macaulay ブラケットである。すなわち、 ≥ 0 ならば $\langle \rangle =$, それ以外の場合 $\langle \rangle = 0$ となる。

弾性ひずみは一般的な Hooke 則により与える。

$$d\mathbf{e}_{ij}^p = \frac{1+n_e}{E_e} d\mathbf{s}_{ij} - \frac{n_e}{E_e} d\mathbf{s}_{kk} \mathbf{d}_{ij} \quad (3-58)$$

ヤング係数 E_e は前出の k とポアソン比 n_e を用いて次式で示される。

$$E_e = \frac{3(1-2n_e)(1+e_0)p}{k} \quad (3-59)$$

よって、ひずみ増分は次式で与えられる。

$$d\mathbf{e}_{ij} = d\mathbf{e}_{ij}^e + d\mathbf{e}_{ij}^p \quad (3-60)$$

塑性ひずみ増分方向の応力経路依存性

通常の塑性論によると、塑性流動の方向（塑性ひずみ増分）は、応力増分方向には依存しないとされている。しかしながら、実験的に、関連流動則に従う成分はピーク強度を超えない限り、応力増分方向により大きな影響を受けることが知られている。従来の粘土や砂のモデル(t_{ij} -clay model や t_{ij} -sand model)では、一つの降伏曲面やひずみ硬化パラメーターを使用しているにもかかわらず、関連流動則に従う成分 $de_{ij}^{p(AF)}$ と等方的な圧縮成分 $de_{ij}^{p(IC)}$ の二つの成分に塑性ひずみ増分を分けることによって、応力経路依存性を考慮することができていなかった。その塑性ひずみを分ける方法は、塑性流動方向での応力経路依存性を考慮するために現在の構成式に用いられている。式(1-42)、(1-54)に、塑性体積ひずみ増分を示す。

$$de_v^p = de_{ii}^p = \Lambda \frac{\partial f}{\partial t_{ii}} = \frac{df_s}{\frac{1}{C_p} \left(\frac{\partial f}{\partial t_{kk}} + \frac{G(\mathbf{r})}{t_N} \right)} \cdot \frac{\partial f}{\partial t_{ii}} \quad (3-61)$$

等方圧縮時($X=0$)には、次式を用いる。

$$t_{N1} = t_N = p \quad (3-62)$$

$$\frac{\partial f}{\partial t_{ii}} = \frac{1}{t_N} a_{ii} \quad (3-63)$$

したがって、塑性体積ひずみ増分は、

$$de_v^p = \frac{1}{\frac{1}{C_p} \left(1 + \frac{G(\mathbf{r})}{a_{ii}} \right)} \cdot \frac{dt_N}{t_N} \quad (3-64)$$

と表される。

$dt_N > 0$ の一般的な応力状態において、塑性体積ひずみ増分の等方的な圧縮成分 $de_v^{p(IC)}$ は t_{ij} -clay model¹²⁾ と同様に、式(1-64)で与えられると仮定される。

$$de_v^{p(IC)} = \frac{1}{\frac{1}{C_p} \left(1 + \frac{G(\mathbf{r})}{a_{ii}} \right)} \cdot \frac{\langle dt_N \rangle}{t_N} \cdot \frac{t_N}{t_{N1}} \quad (3-65)$$

式(3-35)より、応力比 t_N / t_{N1} は、次式で表される。

$$\frac{t_N}{t_{N1}} = \exp(-V(X)) = \exp\left(-\frac{1}{b} \left(\frac{X}{M^*} \right)^b\right) \quad (3-66)$$

それゆえ、塑性ひずみ増分 $de_v^{p(IC)}$ は、

$$de_{ij}^{p(IC)} = de_v^{p(IC)} \frac{d_{ij}}{3} = \frac{\frac{1}{t_N} \langle dt_N \rangle}{\frac{1}{C_p} \left(1 + \frac{G(\mathbf{r})}{a_{kk}} \right)} \cdot \frac{d_{ij}}{3} \quad (3-67)$$

となる。

$p-q-e$ 空間で応力経路によらない唯一的な曲面があることを示したヘンケル⁷⁾ による正規圧密粘土の実験結果に基づいて、カムクレイモデルが提案されている。その時、正規圧密状態($r=0; G(r)=0$)で、 e_v^p と応力との唯一的な関係を満たすモデルとして、 t_{ij} -clay modelもひずみ増分が二つの成分から成り立つにも関わらず、同様の方法で定式化している。式(3-35)、(3-42)、(3-43)、(3-67)より、正規圧密土は次式を満足する必要がある。

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial \mathbf{s}_{kl}} d\mathbf{s}_{kl} &= \frac{1}{C_p} d\mathbf{e}_v^p = \frac{1}{C_p} (d\mathbf{e}_v^{p(AF)} + d\mathbf{e}_v^{p(IC)}) \\ &= \frac{1}{C_p} \left(\Lambda^{(AF)} \frac{\partial f}{\partial t_{ii}} + C_p \frac{1}{t_N} \langle dt_N \rangle \right) \end{aligned} \quad (3-68)$$

この式より、正規圧密状態($r=0; G(r)=0$)の $d\mathbf{e}_{ij}^{p(AF)}$ の比例定数が得られ、 t_{ij} -clay model¹²⁾ の比例係数は次式で表すことが出来る。

$$\Lambda^{(AF)} = \frac{\frac{\partial f}{\partial \mathbf{s}_{kl}} d\mathbf{s}_{kl} - \frac{1}{t_{N1}} \langle dt_N \rangle}{\frac{1}{C_p} \frac{\partial f}{\partial t_{kk}}} = \frac{df_s - \frac{1}{t_{N1}} \langle dt_N \rangle}{h_p} \quad (3-69)$$

正規圧密状態と同様に過圧密状態においても、ひずみ増分 $d\mathbf{e}_{ij}^{p(AF)}$ を式(3-54)、(3-69)より次式で定義する。

$$\begin{aligned} d\mathbf{e}_{ij}^{p(AF)} &= \Lambda^{(AF)} \frac{\partial f}{\partial t_{ij}} = \frac{\frac{\partial f}{\partial \mathbf{s}_{kl}} d\mathbf{s}_{kl} - \frac{1}{t_{N1}} \langle dt_N \rangle}{\frac{1}{C_p} \left(\frac{\partial f}{\partial t_{mm}} + \frac{G(\mathbf{r})}{t_N} \right)} \cdot \frac{\partial f}{\partial t_{ij}} \\ &= \frac{df_s - \frac{1}{t_{N1}} \langle dt_N \rangle}{h_p} \cdot \frac{\partial f}{\partial t_{ij}} \end{aligned} \quad (3-70)$$

ここで、塑性流動における応力経路依存性を考慮したひずみ増分について、次のように分類する。

弾性領域 ($\Lambda = df_s / h^p < 0$):

$$\begin{aligned} d\mathbf{e}_{ij} &= d\mathbf{e}_{ij}^e \\ &= \frac{1+\mathbf{n}_e}{E_e} d\mathbf{s}_{ij} - \frac{\mathbf{n}_e}{E_e} d\mathbf{s}_{kk} \mathbf{d}_{ij} \end{aligned} \quad (3-71)$$

ひずみ硬化時における弾塑性領域 ($\Lambda = df_s / h^p \geq 0$ and $h^p \geq 0$):

$$\begin{aligned} d\mathbf{e}_{ij} &= d\mathbf{e}_{ij}^e + d\mathbf{e}_{ij}^{p(AF)} + d\mathbf{e}_{ij}^{p(IC)} \\ &= \frac{1+\mathbf{n}_e}{E_e} d\mathbf{s}_{ij} - \frac{\mathbf{n}_e}{E_e} d\mathbf{s}_{kk} \mathbf{d}_{ij} \\ &\quad + \frac{\frac{\partial f}{\partial \mathbf{s}_{kl}} d\mathbf{s}_{kl} - \frac{1}{t_{N1}} \langle dt_N \rangle}{\frac{1}{C_p} \left(\frac{\partial f}{\partial t_{mm}} + \frac{G(\mathbf{r})}{t_N} \right)} \cdot \frac{\partial f}{\partial t_{ij}} \\ &\quad + \frac{\frac{1}{t_{N1}} \langle dt_N \rangle}{\frac{1}{C_p} \left(1 + \frac{G(\mathbf{r})}{a_{kk}} \right)} \cdot \frac{\mathbf{d}_{ij}}{3} \end{aligned} \quad (3-72)$$

ひずみ軟化時における弾塑性領域 ($\Lambda = df_s / h^p \geq 0$ and $h^p < 0$):

$$\begin{aligned} d\mathbf{e}_{ij} &= d\mathbf{e}_{ij}^e + d\mathbf{e}_{ij}^p \\ &= \frac{1+\mathbf{n}_e}{E_e} d\mathbf{s}_{ij} - \frac{\mathbf{n}_e}{E_e} d\mathbf{s}_{kk} \mathbf{d}_{ij} \\ &\quad + \frac{\frac{\partial f}{\partial \mathbf{s}_{kl}} d\mathbf{s}_{kl}}{\frac{1}{C_p} \left(\frac{\partial f}{\partial t_{mm}} + \frac{G(\mathbf{r})}{t_N} \right)} \cdot \frac{\partial f}{\partial t_{ij}} \end{aligned} \quad (3-73)$$

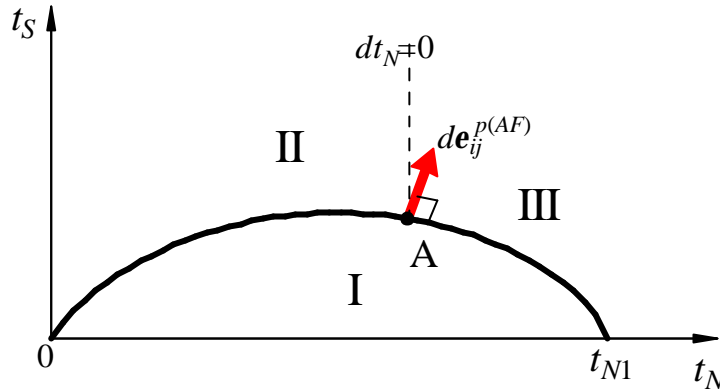


Figure 3-14 応力経路依存性を考慮したひずみ増分の変化（三領域）

Figure 3-14 に $t_N - t_S$ 面における降伏曲面 f と現在の応力 A 点を示す。図中の矢印はこのときの塑性ひずみ増分方向を示し、ここでの de_{SMP}^{*p} と dg_{SMP}^{*p} の方向はそれぞれ t_N と t_S の方向と一致している。

I.) 第 領域

除荷時には、弾性挙動をするため塑性ひずみ増分は発生しない。

$$de_{ij} = de_{ij}^e \quad (3-74)$$

II.) 第 領域

下負荷面を拡大(ひずみ硬化)、縮小(ひずみ軟化)させながら、応力状態が下負荷面の外へと変化し、かつ拘束応力 t_N が増加しない場合、弾塑性挙動をする。しかし、塑性ひずみ増分のうち等方的な圧縮成分は発生しない。

$$de_{ij} = de_{ij}^e + de_{ij}^{p(AF)} \quad (3-75)$$

III.) 第 領域

下負荷面を拡大(ひずみ硬化)、または縮小(ひずみ軟化)させながら、応力状態が下負荷面の外へと変化し、かつ拘束応力 t_N が増加する場合。弾性、塑性すべてのひずみ増分が発生する。

$$de_{ij} = de_{ij}^e + de_{ij}^{p(AF)} + de_{ij}^{p(IC)} \quad (3-76)$$

現在の定式化では、領域 I と領域 II の間で発生するひずみ増分は連続的になっている。そして塑性流動方向は、領域 II でのみ応力経路の影響を受ける。

今、もし $df_s - dt_N / t_{N1}$ が領域 のいくつかの経路でマイナスになったら、 $de_{ij}^{p(AF)}$ の比
 例定数 $\Lambda^{(AF)}$ はマイナスとなるが、二次の塑性仕事増分 $dt_{ij} de_{ij}^p$ は
 $dt_N (de_{SMP}^{*p(AF)} + de_{SMP}^{*p(AF)}) + dt_S (dg_{SMP}^{*p(AF)} + dg_{SMP}^{*p(IC)}) > 0$ となることが計算上で確認できている。

3.3 地盤材料のパラメータ設定

(1) 二次元実験で使用するアルミ棒のパラメータ設定

地盤材料として、モデル試験に用いたアルミ棒積層体を想定し、2軸圧縮試験を実施した結果をもとに解析の材料パラメータ (Table 3-2) を決定した。Photo 3-1 に2軸圧縮試験装置を、Figure 3-15 に試験結果と要素解析結果を示す。この結果から、アルミ棒積層体は密な砂で見られる正負のダイレイタンスー特性や滑らかなひずみ硬化・軟化挙動を示すことが確認できる。

解析に用いたパラメータはTable 3-3に示すように、 ν 、 N 、 R_{cs} 、 e は、Cam Clay-modelと同様であり、 a は降伏関数の形状に関するパラメータで、Original Cam Clay-modelでは $a=1.0$ に相当する。したがって、Cam Clay-modelと比較して、subloading tij modelで加えたパラメータは密度と拘束応力の影響を考慮するための a の一つだけということになる。

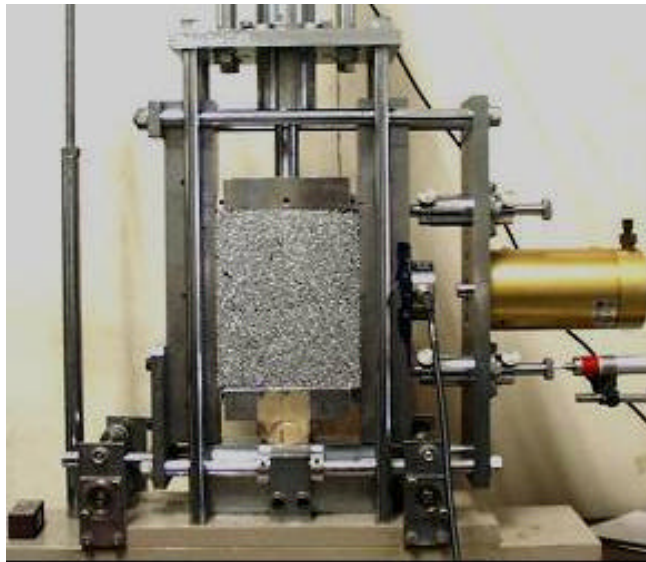


Photo 3-1 2軸圧縮試験装置

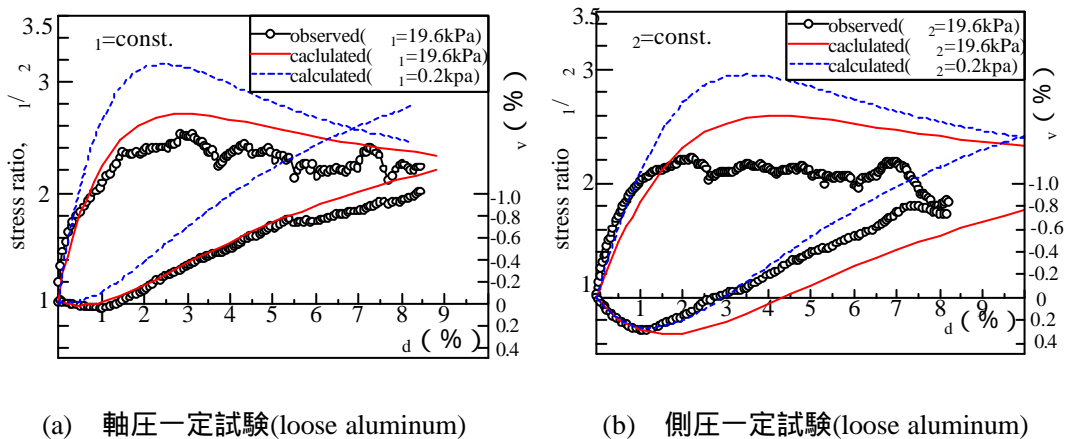


Figure 3-15 アルミ棒積層体の要素解析結果

Table 3-2 アルミ棒積層体の材料パラメーター

l	0.008	same parameters as Cam-clay model
k	0.004	
$N=e_{NC}$ at $p=98\text{kPa}$ & $q=0\text{kPa}$	0.3	
$R_{CS}=(\sigma_1/\sigma_3)_{CS}$	1.8	
n_e	0.2	shape of yield surface (same as original Cam-clay at $b=1$)
b	1.2	
a	1300	influence of density and confining pressure

解析地盤の初期状態として、深さ方向に応力と間隙比が変化する自重圧密地盤を考えた。subloading t_{ij} model では、正規圧密曲線の位置を圧力が 98kPa での間隙比 N を与えることで決めている。密度の変化を表すパラメーター n_e は、現在の過圧密状態での間隙比と、現在と等しい拘束応力下で正規圧密状態での間隙比との差であり、 n_e が大きいほど過圧密の度合いが大きい。解析地盤の初期応力状態として、 $p_0=9.8 \times 10^{-4}\text{kPa}$ の等方状態を考え、初期間隙比 $e_{in.}=0.328$ を与える。

このとき、地盤の単位体積重量を 0.00001kN/m^3 として、全体的に 20.4kN/m^3 まで増加させる。単位体積重量を所定の値まで増やしていく過程で、地盤要素の平均応力も増加する。Figure 3-16 に 1 要素での 1 次元圧密解析結果を示す。縦軸に K_0 値、横軸に鉛直応力 σ_y をとった。図中の プロットと プロットは、それぞれ解析地盤の最下層と最上層にある要素が単位体積重量を増加させる過程でたどった経路であり、1 次元圧密のラインに重なる。また 20.4kPa/m に到達したとき各要素の σ_y は地表面からの深さ z による $\sigma_y = K_0 z$ を満たしていることも確認できた。さらに、解析地盤が完成したとき深さ方向に K_0 値が分布しているが、ほぼ深さ方向に一定値となる。

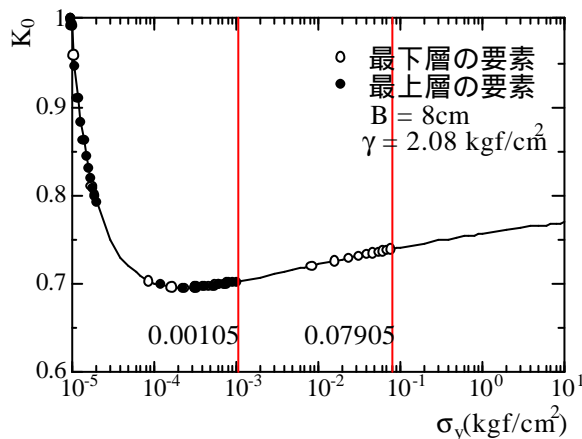


Figure 3-16 1次元圧密解析結果

自重圧密完了後の解析結果から、平均主応力 p 、 K_0 値、間隙比 e 、パラメーター の分布を Figure 3-17 に示す。初期地盤の K_0 値は 0.70 ~ 0.75 の範囲にあることがわかる。モデル試験の初期地盤の水平 鉛直応力比から求めた K_0 値は約 0.7 であったことから解析地盤はモデル試験の初期状態とよい対応を示しているといえる。また、深度方向に e と K_0 が小さくなる傾向となる。

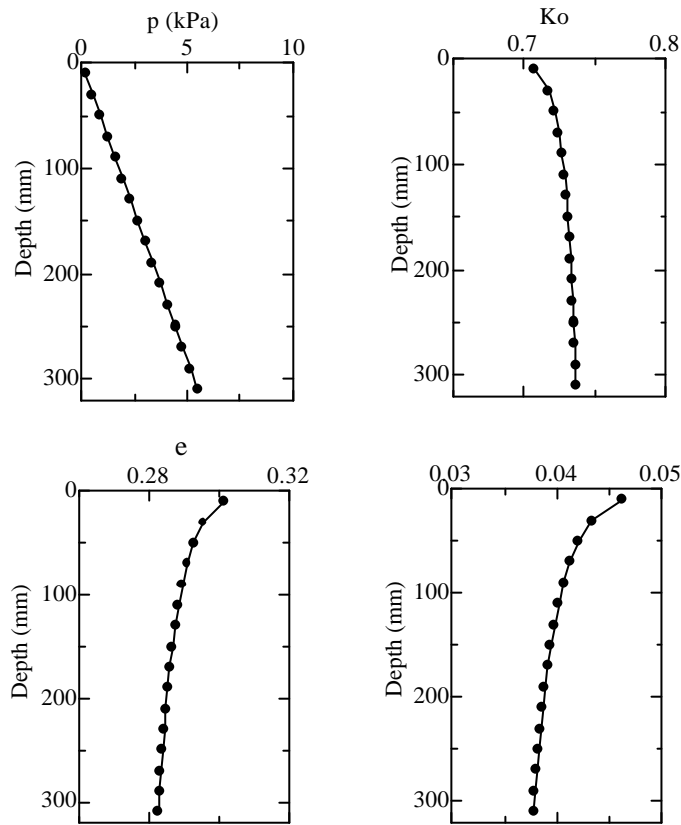


Figure 3-17 解析地盤の初期状態

(2) 三次元実験で使用するアルミナボールのパラメーター設定

3次元有限要素解析についても2次元と同様に密度や拘束応力の影響を考慮できる等方硬化型の弾塑性構成式(subloading t_{ij} model)を用いた。要素には8節点のアイソパラメトリック一次要素を用い、完全排水条件下で解析を行なっている。地盤材料にはモデル試験に用いたアルミナボールを想定して、3軸圧縮試験を実施した結果から材料パラメーターを決定した。Figure 3-18 にアルミナボールの要素試験と解析結果を示す。この図よりアルミナボールとアルミ棒は比較的好く似た挙動を示すことから2次元解析と全く同じパラメーターを3次元解析でも用いた(Table 3-3)。地盤の初期応力は単位体積重量 $\gamma = 21.4 \text{ kN/m}^3$ 、初期応力状態 $p = 9.8 \times 10^{-4} \text{ kPa}$ において間隙比 $e = 0.328$ とし、全体的に単位体積重量を増やしていくことによって、深さ方向に応力と間隙比が分布するように算定した。このようにして2次元の解析と同様に初期地盤を作成し、初期の応力と間隙比をもとにして解析を行なう。

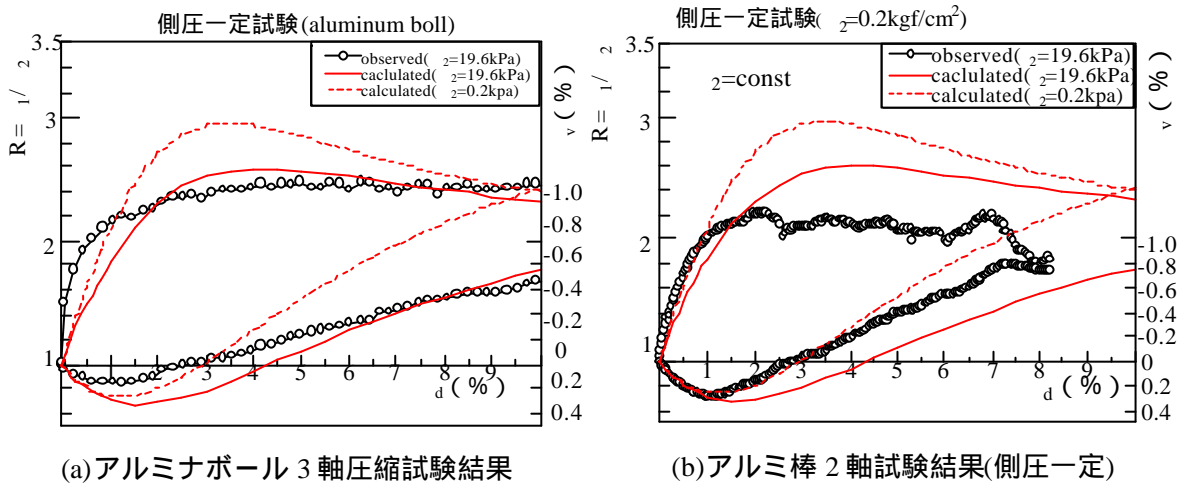


Figure 3-18 アルミナボールとアルミ棒の材料特性

Table 3-3 アルミナボール集合体の材料パラメーター

l	0.008	same parameters as Cam-clay model
k	0.004	
$N = e_{NC}$ at $p = 98 \text{ kPa}$ & $q = 0 \text{ kPa}$	0.3	
$R_{CS} = (\sigma_1 / \sigma_3)_{CS}$	1.8	
n_e	0.2	
b	1.2	shape of yield surface (same as original Cam-clay at $b = 1$)
a	1300	influence of density and confining pressure

第4章 山留め掘削時の地盤の変形・土圧特性

4.1 概説

山留め掘削時に作用する土圧や周辺地盤の挙動を掌握するには、その掘削面側方の影響を確認しておく必要がある。本研究全体で共通している方針として、側方の影響を考慮しない2次元地盤材料をアルミ棒積層体、側方の影響を考慮した3次元地盤材料にアルミナボール集合体を使用して検討を行なっている。本章ではその2つの条件下による室内モデル実験と対応する弾塑性有限要素解析により、山留め掘削問題における壁の変位プロセス及び変位モードの土圧と周辺への影響の掌握を目的としている。ここでの変位モードは壁変位による土圧と周辺への影響、変位プロセスは掘削過程による土圧と周辺への影響を検討する要因として位置付けている。現行の山留め設計で軸となっている「最初に土圧設定ありき」の概念で問題なければ壁の変位モードや変位プロセスによる土圧への影響は生じてはならないことになる。

この章では周辺に構造物のない最も基本的な条件下での検討となるため、この章での結果を基本として次章以降の5章、6章では複合的な条件に対する検討を行なっている。よって本章は基礎データとして位置付けている。

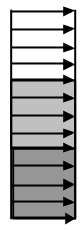
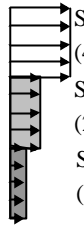
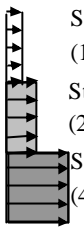
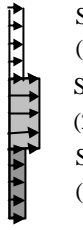
4.2 2次元モデル実験の概要

プロセスで想定して実験条件はTable 4-1に示す3つのプロセスで検討を行なっている。Type Aとして上から順次変位を与えた場合の他に、逆に下から順次変位を与えた場合をType B、プロセスを考慮しないType Cとして全てのスライドブロックを同時に変位させた場合についても実験を行なっている。さらに壁体の変形モードの違いを考慮するためTable 4-2に示す4つのモードを想定して、スライドブロックに上からStep1 Step2 Step3の順に主働変位を与えた。

Table 4-1 変形プロセスを変えた実験パターン

Type A	Type B	Type C

Table 4-2 変形モードを変えた実験パターン

Mode 1	Mode 2	Mode 3	Mode 4
 <p>Step1 (4mm) Step2 (4mm) Step3 (4mm)</p>	 <p>Step1 (4mm) Step2 (2mm) Step3 (1mm)</p>	 <p>Step1 (1mm) Step2 (2mm) Step3 (4mm)</p>	 <p>Step1 (1mm) Step2 (2mm) Step3 (1mm)</p>

実験に使用した2次元掘削モデル実験機の写真を Photo 4-1 に、概要図を Figure 4-1 に示す。幅 50cm、高さ 32cm の実験装置に地盤材料として長さ 5cm、径が 1.6mm と 3.0mm のアルミ棒を重量比 3 : 2 ($\rho_s = 20.4\text{kN/m}^3$) で混合したものを用いた。実験条件として変化させている変位は Figure 4-1 に示す装置右側の一辺 8cm のスライドブロックに与える変位を意味しており、このスライドブロックの変位により山留め掘削の主働状態を再現している。3つのスライドブロックはマイクロメーターにて変位制御が可能で、今回の実験では最大 4.0mm まで段階的に引くことにより掘削をシミュレートしている。実験による計測項目は土圧分布と背面地盤の地表面沈下量であり、各段階にて計測を行なっている。2次元実験では合わせて地盤材料側面の撮影も行なっている。土圧分布は各々のスライドブロックに設置した8個の独立したロードセル (Photo 4-2) により測定している。また、地表面沈下量はアルミ棒積層体上方のスライドシャフト上を連続的に移動できるレーザー変位計を用いて計測し、同時にスライドブロックからの距離を装置上部に設置した超音波変位計により計測している。



Photo 4-1 2次元掘削モデル試験装置

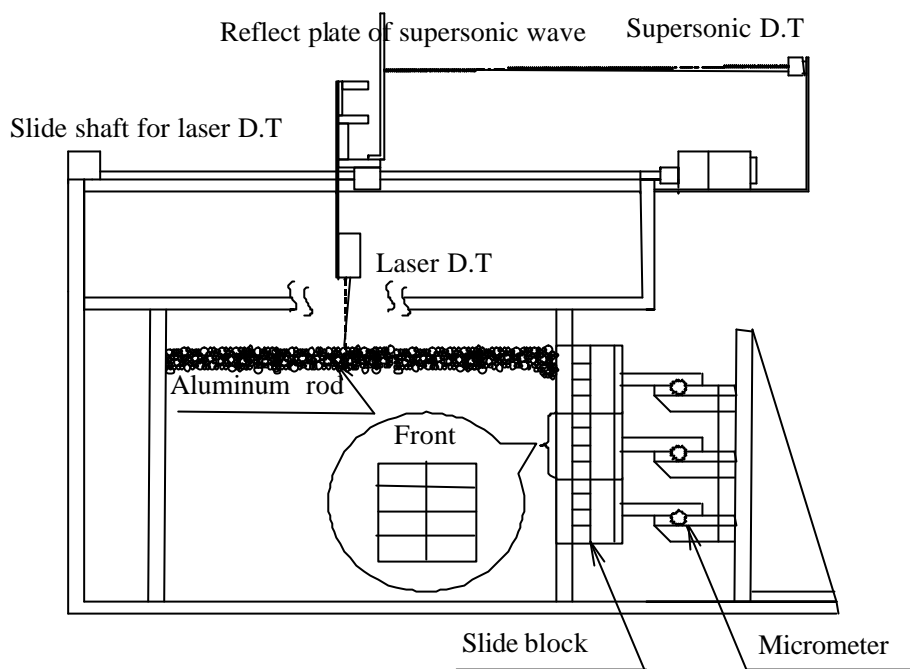


Figure 4-1 2次元掘削モデル試験装置の概要

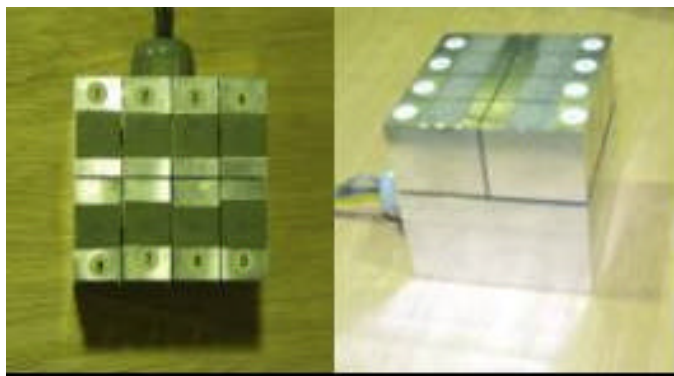


Photo 4-2 ロードセル

4.3 2次元有限要素解析の概要

解析地盤のスケールは Figure 4-2 の要素メッシュ図に示すようにモデル実験にあわせ、幅 50cm、高さ 32cm とした。スライドブロックの境界に相当する位置ではメッシュ分割を細かくしている。地盤の境界条件は底面では完全固定、側面は鉛直方向のみ自由とした。スライドブロックの変位は、地盤側面の節点に強制変位を与えることにより主働変位を表現した。なお、計算の途中で地盤内の要素に引っ張り領域(tension)が発生した場合にはそれ以後の計算を打ち切っている。

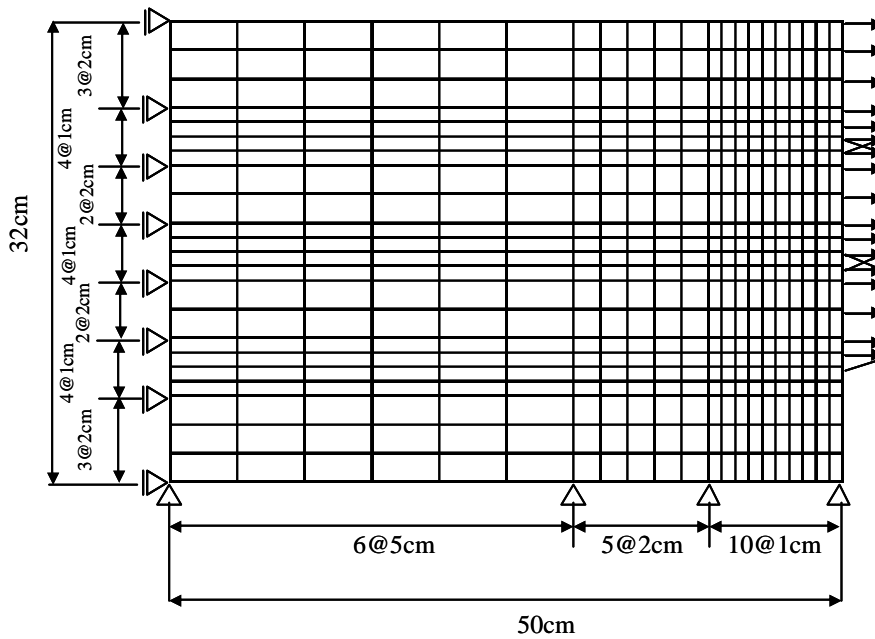


Figure 4-2 2次元有限要素メッシュ

4.4 3次元モデル試験の概要

3次元掘削モデル試験の写真を Photo 4-3 に、概要図を Figure 4-3 に示す。実験機の地盤容器は、幅 50cm、高さ 32cm、奥行き 80cm としている。土圧による土層壁体の形状変化が生じないように十分な剛性を有したフレームに固定している。地盤材料として径が 1.6mm と 3.0mm のアルミナボールを重量比 1:1 (単位体積重量 $\rho_s=21.4\text{kN/m}^3$) で混合したものをを用いた (Photo4-4)。Figure 4-3 に示すように壁体の側面の一部に 2次元のモデル試験と同様のスライドブロックを設置することで壁体の変位を表現可能としている。壁体に相当する 8cm×8cm の正方形ブロックには 8 個の独立したロードセルが設置してあり、3次元的な土圧分布が計測可能である。また、ロードセルブロックの設置位置を変更させることにより鉛直方向の土圧分布だけでなく、水平方向の土圧分布の計測も可能となる。

山留め背面地盤の地表面沈下量は、装置上部のスライドシャフト上を連続的に移動できるレーザー変位計を用いて計測し、水平距離は超音波変位計によって測定した。沈下量の計測ラインはスライドブロックの中心線から側方に向かい沈下の影響がみられなくなるまで、複数本計測を行なった。



Photo4-3 3次元掘削モデル試験装置

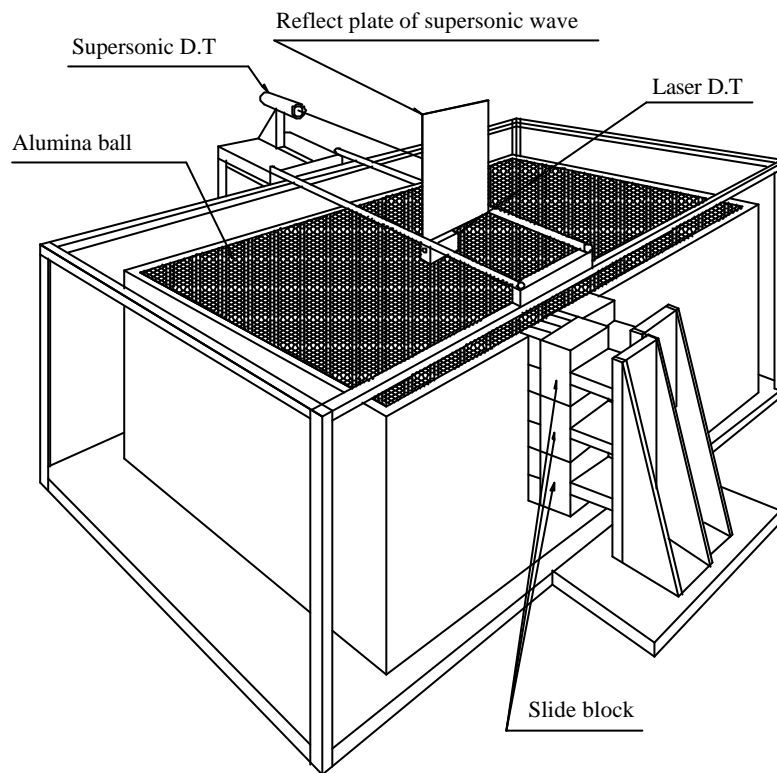


Figure 4-3 3次元掘削モデル試験装置の概要



Photo 4-4 アルミナボール

4.5 3次元有限要素解析の概要

3次元有限要素解析についても2次元と同様に密度や拘束応力の影響を考慮できる等方硬化型の弾塑性構成式 (subloading t_{ij} model) を用いた。要素には8節点のアイソパラメトリック一次要素を用い、完全排水条件下で解析を行なっている。地盤材料にはモデル試験に用いたアルミナボールを想定して、3軸圧縮試験を実施した結果から材料パラメータを決定した。地盤の初期応力は単位体積重量 $\gamma = 21.4 \text{ kN/m}^3$ 、初期応力状態 $p = 9.8 \times 10^{-4} \text{ kPa}$ において間隙比 $e = 0.328$ とし、全体的に単位体積重量を増やしていくことによって、深さ方向に応力と間隙比が分布するように算定した。このようにして2次元の解析と同様に初期地盤を作成し、初期の応力と間隙比をもとにして解析を行っていく。3次元解析における3次元メッシュ図を Figure 4-4 に示す。奥行き方向は2次元メッシュのサイズと合わせている。

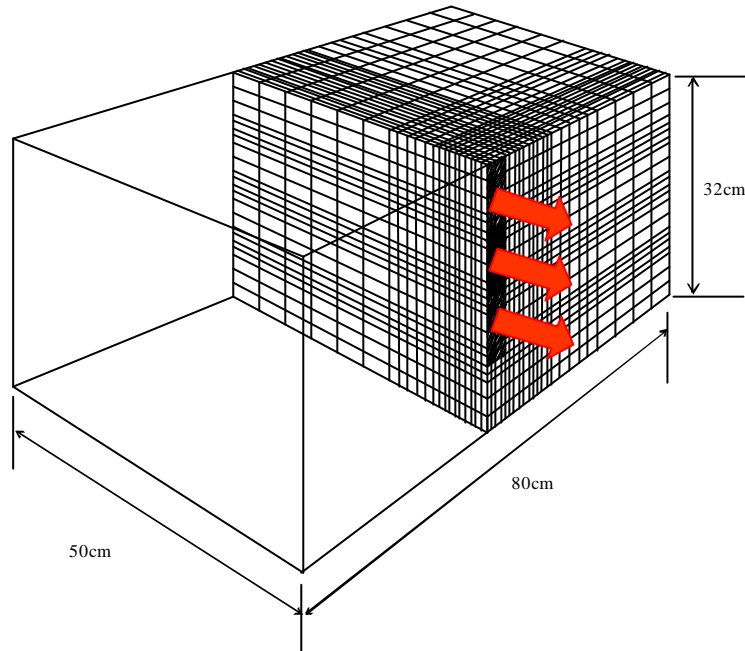


Figure 4-4 3次元有限要素メッシュ

4.6 壁体の変位プロセスによる影響

本節では2次元及び3次元での実験結果を示し、変位プロセスが土圧にどのような影響を及ぼすかを検討し、次に数値解析結果と比較してその土圧機構に関してさらに検討を行なう。

4.6.1 変位プロセスに関する検討

(1) 実験による結果

Figure 4-5は実験によるプロセス毎の土圧分布、Figure 4-6は地表面沈下、Photo 4-5は2次元のみであるが実験で変位の生じている領域を示している。

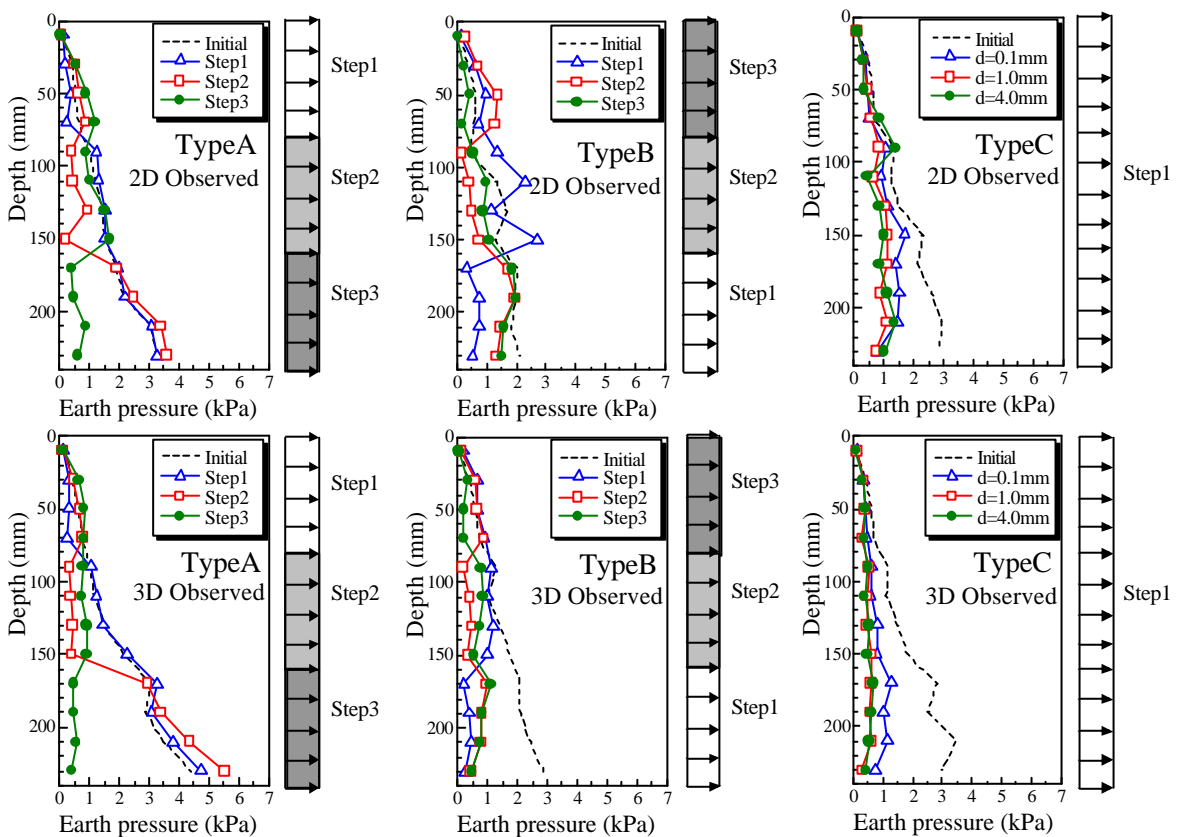


Figure 4-5 プロセス毎の土圧分布

Figure 45の各Typeに共通した特徴として、強制変位を与えた直後の土圧はその初期土圧(深度)に関係なく、ほぼ一定の値(0.5kPa程度)を示している。これは一般的に設計で用いられているランキン等の深さ方向に三角形分布する土圧とは異なっていることが確認できる。また、各Typeで最終的に与えられたブロックの変位分布は同じであるが、最終的な土圧分布形状は全く異なっている。以上から土圧に関して壁体変位分布が重要ではなく、その壁変位の変位プロセスが土圧分布を決定しており、2次元よりも3次元下で大きく差が生じることが判る。

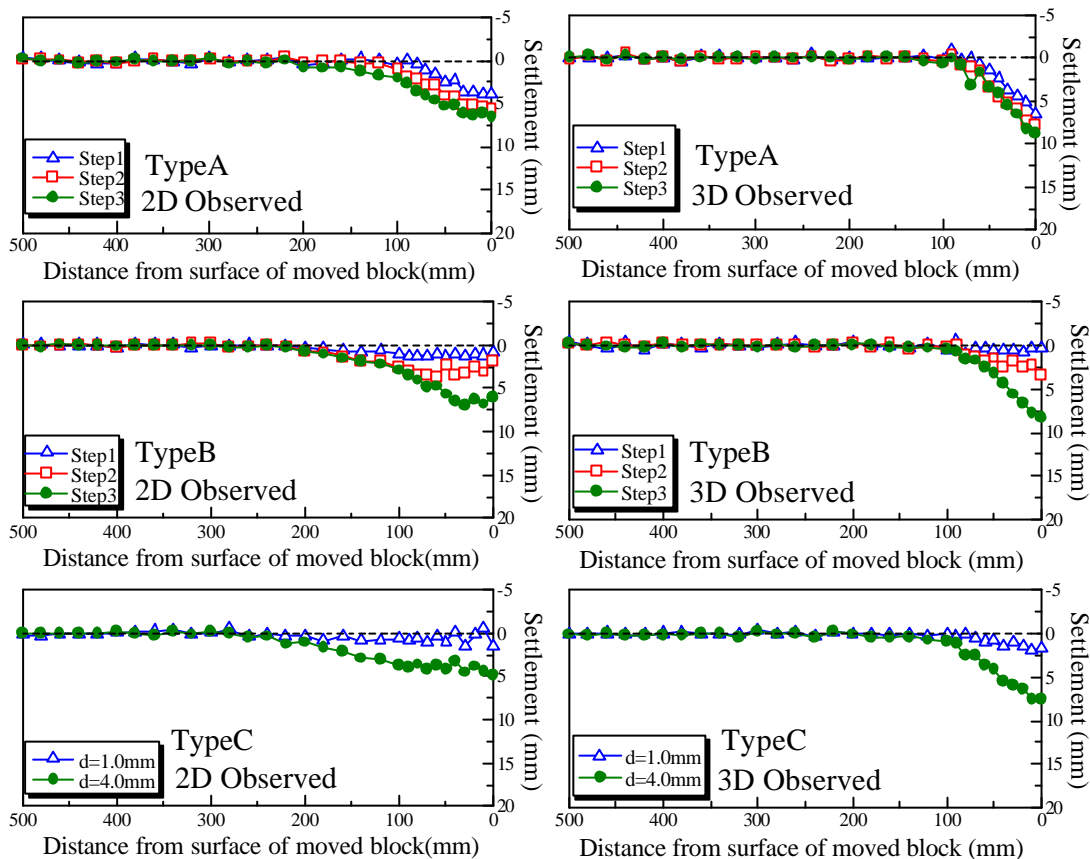


Figure 4-6 プロセス毎の地表面沈下

Figure 4-6 の Type A の Step1、Type B の Step2 Step3、Type C から地表面沈下量は、その地表面付近の壁変位が生じた際に大きく進行することが言える。ここで各スライドブロックの変位量がすべて 4mm となっていることから、壁の変位量が問題ではなく変位する深度が重要である事が判る。また先の土圧分布と同じく、最終的な壁変位が同じでも、そのプロセスにより異なる。ここで留意したいのが、2次元及び3次元共にプロセスを考慮しない Type C ではその影響範囲が Type A 及び Type B と比較して沈下範囲が広く最大沈下量は小さい結果を示している点である。影響範囲の違いについては次の Photo 4-5 でも確認できる。

Photo 4-5 は 2次元モデル実験の各段階で地盤側面をデジタル一眼レフカメラ (Nikon 製) にて撮影したものを逐次重ね合わせたものであり、変位が生じた部分は色が濃くなっているため地盤内の変位領域を示している。各写真の右の矢印は変位を与えたスライドブロックの位置を示している。

この写真からも影響範囲の差が明確となっており、同時に変位を与えた Type C は影響範囲が最も広く、上から変位を与えた Type A の影響範囲が最も狭くなっている。このことからプロセスの違いで地表面沈下に与える影響範囲に変化が生じる。

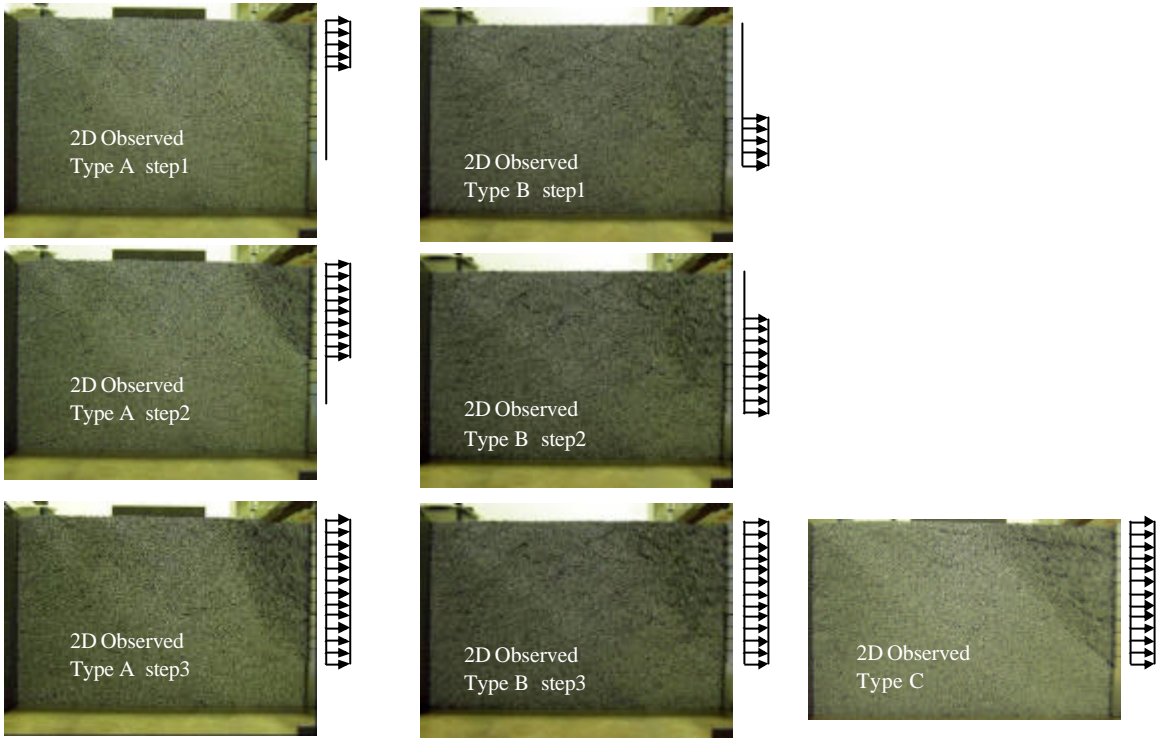


Photo 4-5 地盤内変位

(2) 数値解析による結果

数値解析の結果が実験結果を表現できれば、数値解析の結果から詳細な検討が可能となる。そのため数値解析の結果が妥当であるかの確認を目的としている。

数値解析によるプロセス毎の土圧分布を Figure 47 に、地表面沈下を Figure 48 にまとめる。

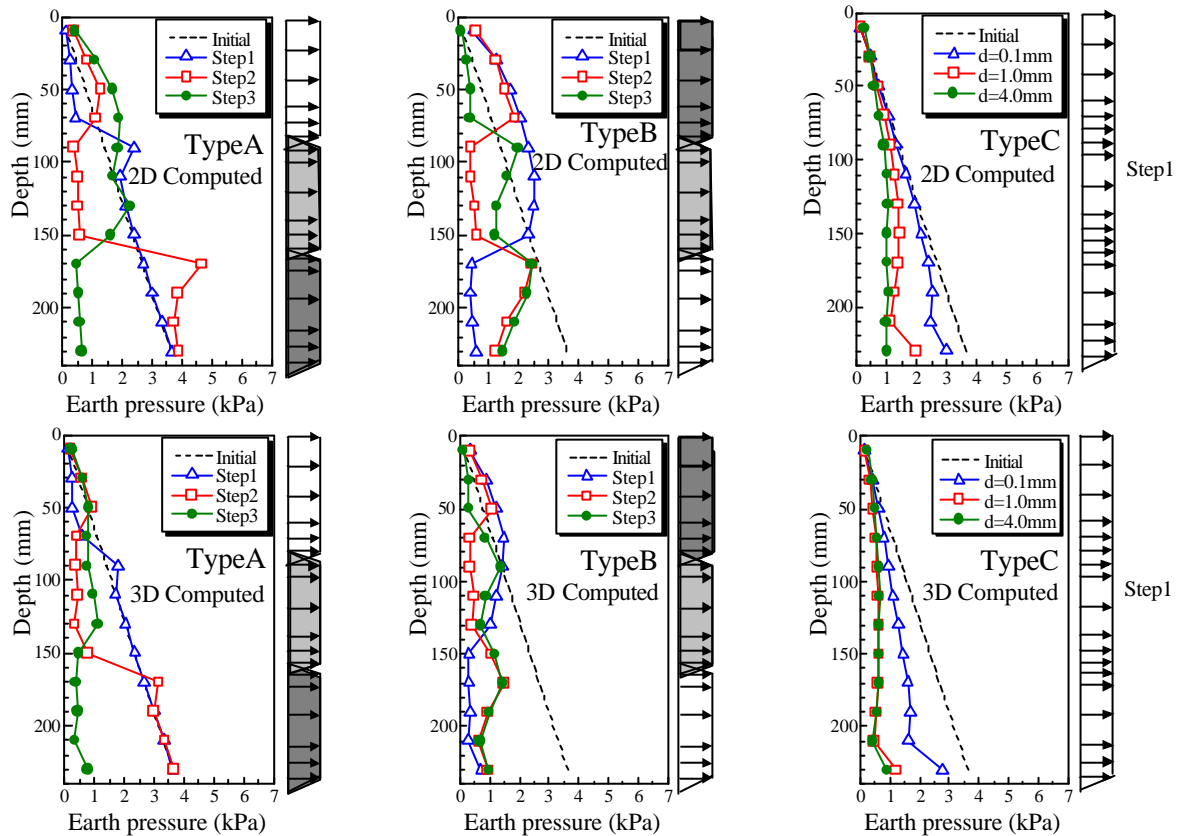


Figure 4-7 解析によるプロセス毎の土圧分布

数値解析による土圧は実験機のスライドブロックに備えられたロードセルの測定面に該当する土圧を示したものである。ここでの解析結果は実験結果を適切にシミュレートしている。2次元及び3次元共に強制変位を与えたスライドブロックに相当する土圧はその初期土圧（深度）に関係なく、ほぼ一定の値（0.5kPa程度）となっており、最終的なスライドブロックの変位分布が土圧分布を決定するのではなく、変位のプロセスが土圧分布を決定している。現在の設計ではプロセスに相当する施工過程と山留めに作用する土圧分布は完全に独立しており、考慮されていない部分である。

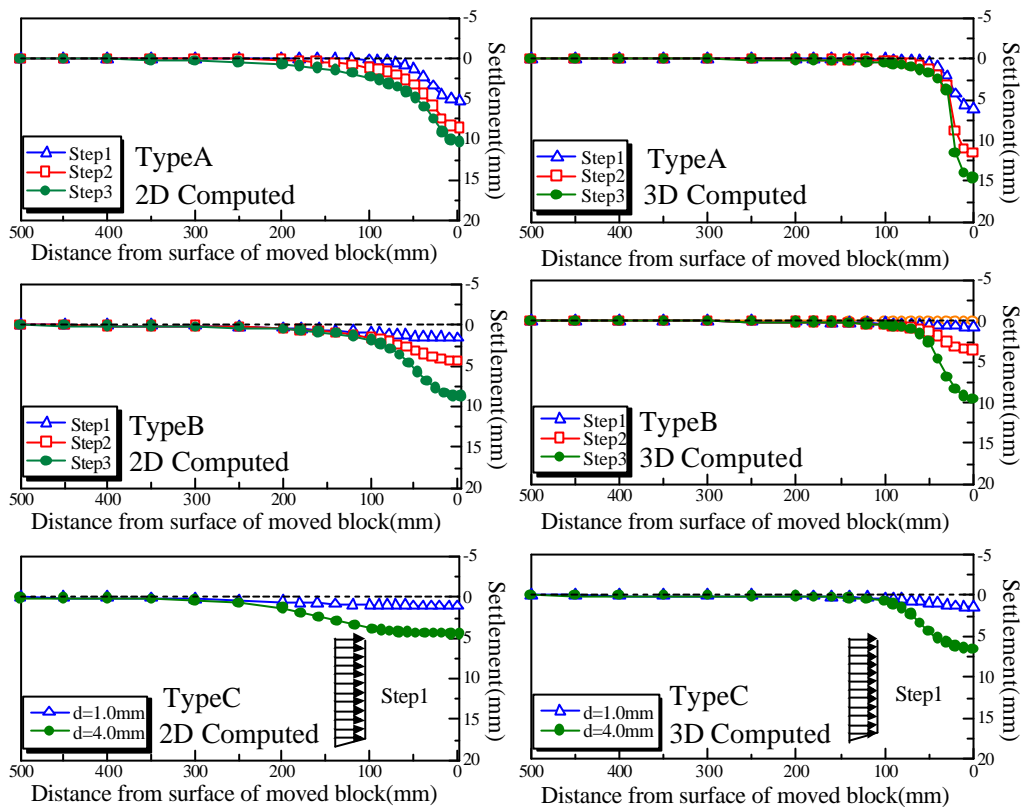


Figure 4-8 解析によるプロセス毎の地表面沈下

実験結果と同じく、地表面沈下量はその地表面付近の壁変位が生じた際に大きく進行している。ここでの結果も最終的な壁変位が地表面沈下量を決定するのではなく、その変形プロセスが決定していることを示している。

現行の設計では壁変位を計算した後に、有限要素解析で該当する節点に強制変位を与える手法が一般的に用いられているが、的確な評価は出来ないことになる。

Figure 4-9 は土圧分布、Figure 4-10 は地表面沈下について、2次元と3次元の実験及び解析から最終 step での結果をそれぞれ比較したものである。Figure 4-9、Figure 4-10 とともに解析結果は実験結果をやや大きめに評価しているが、壁体の変位プロセスの影響をよく表現している。

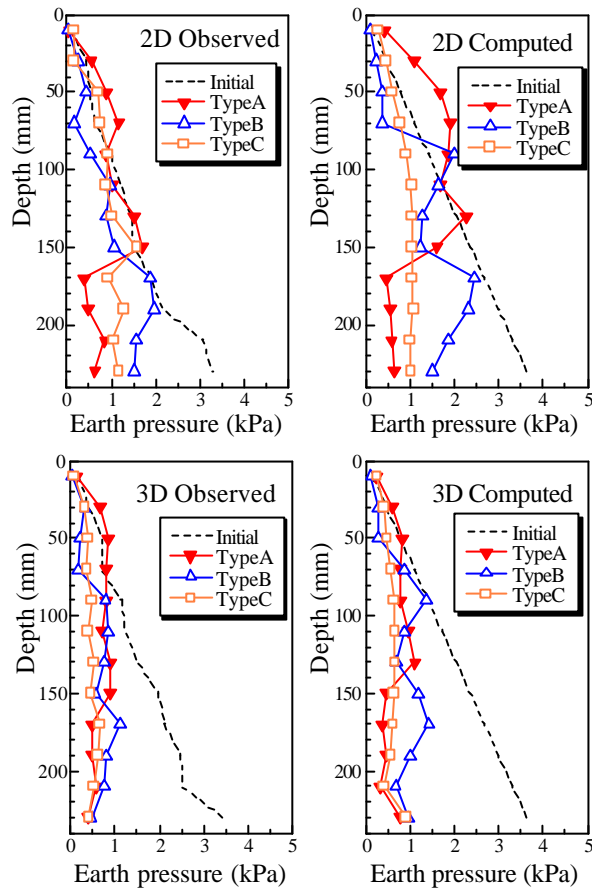


Figure 4-9 最終 step での土圧分布の比較

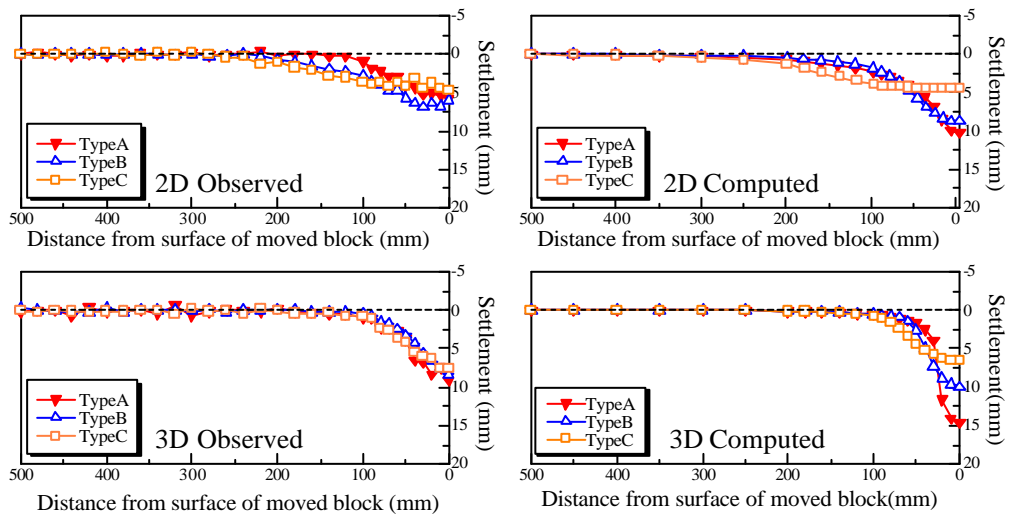


Figure 4-10 最終 step での地表面沈下の比較

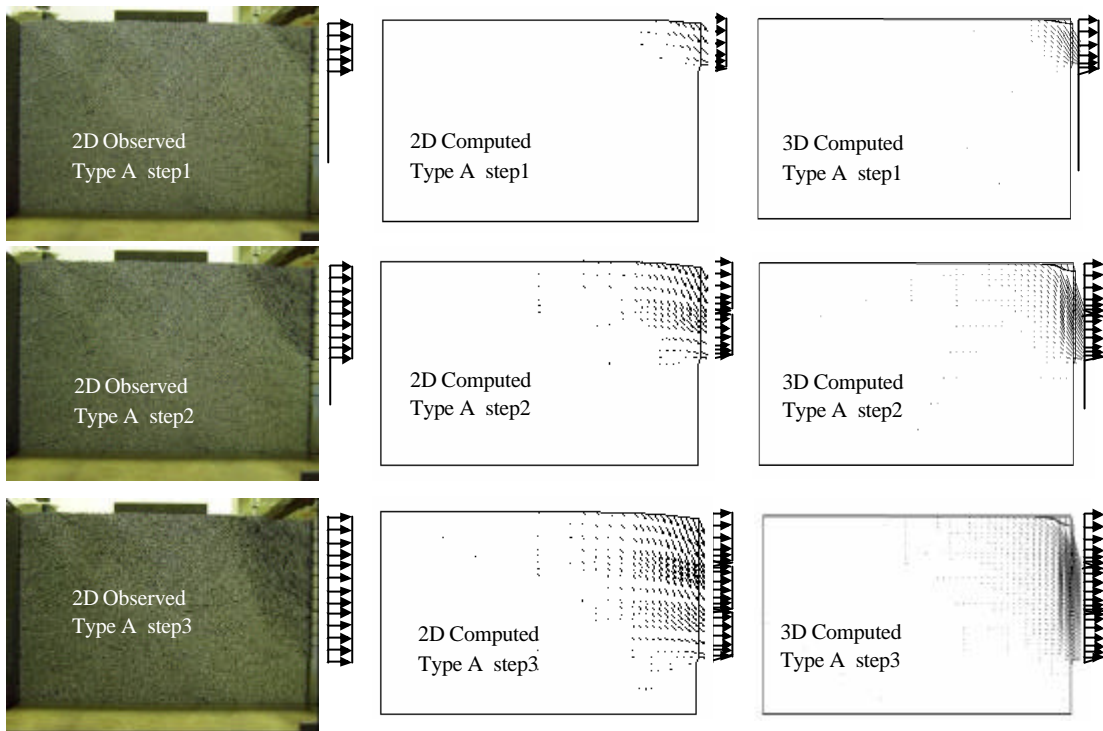


Figure 4-11 地盤内変位の比較 (Type A)

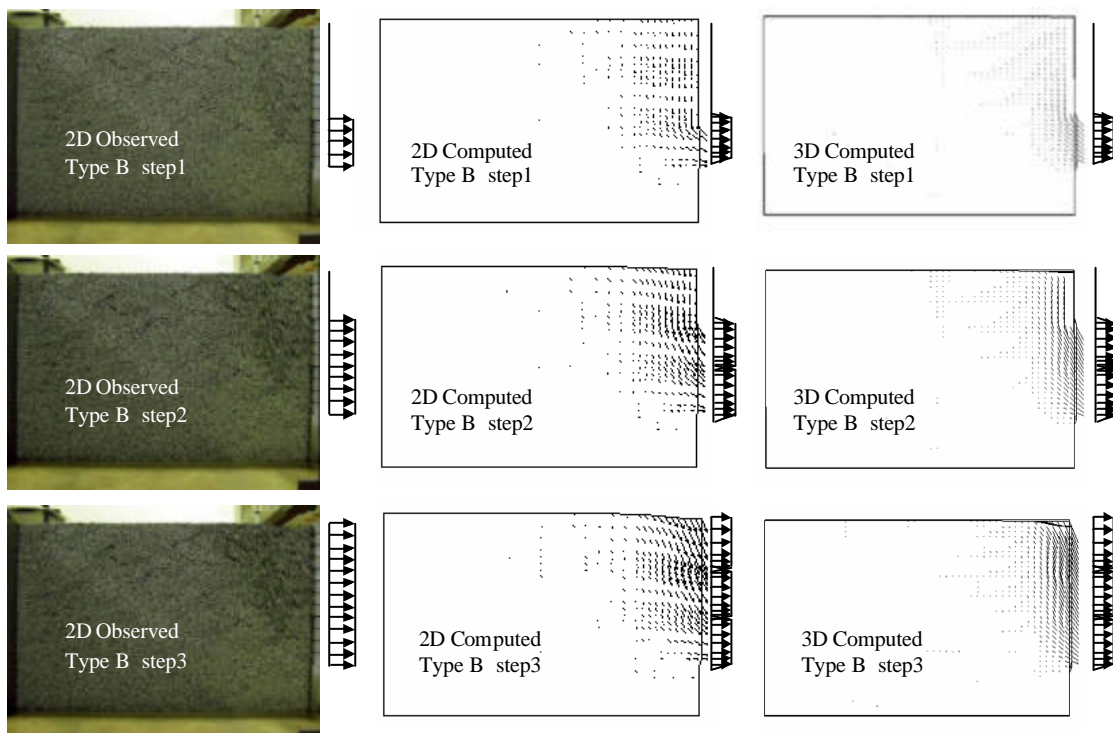


Figure 4-12 地盤内変位の比較 (Type B)

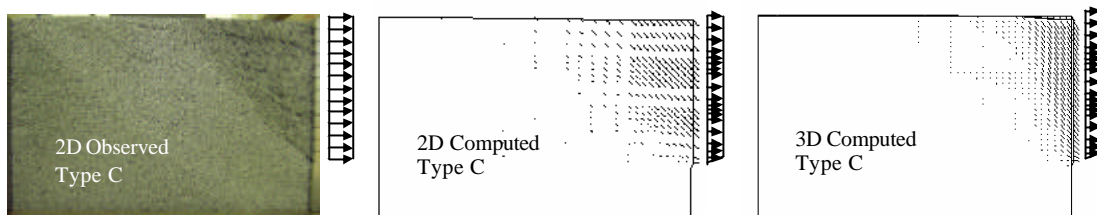


Figure 4-13 地盤内変位の比較 (Type C)

また Photo 4-5 では地盤内の変位した領域しか確認できないため、解析結果から変位ベクトルを抽出し、Figure 4-11 ~ 4-13 に2次元実験と解析および3次元解析の比較を行なっている。

以上、2次元及び3次元山留め掘削モデル実験の結果と有限要素解析の結果の双方から測定可能な事象でプロセスによる影響を確認してきた。解析は実験結果をよく示していたことから、実験では確認が難しい地盤内の諸量の変化を解析結果から検討し、山留め掘削による地盤の状態変化について考察を加える。

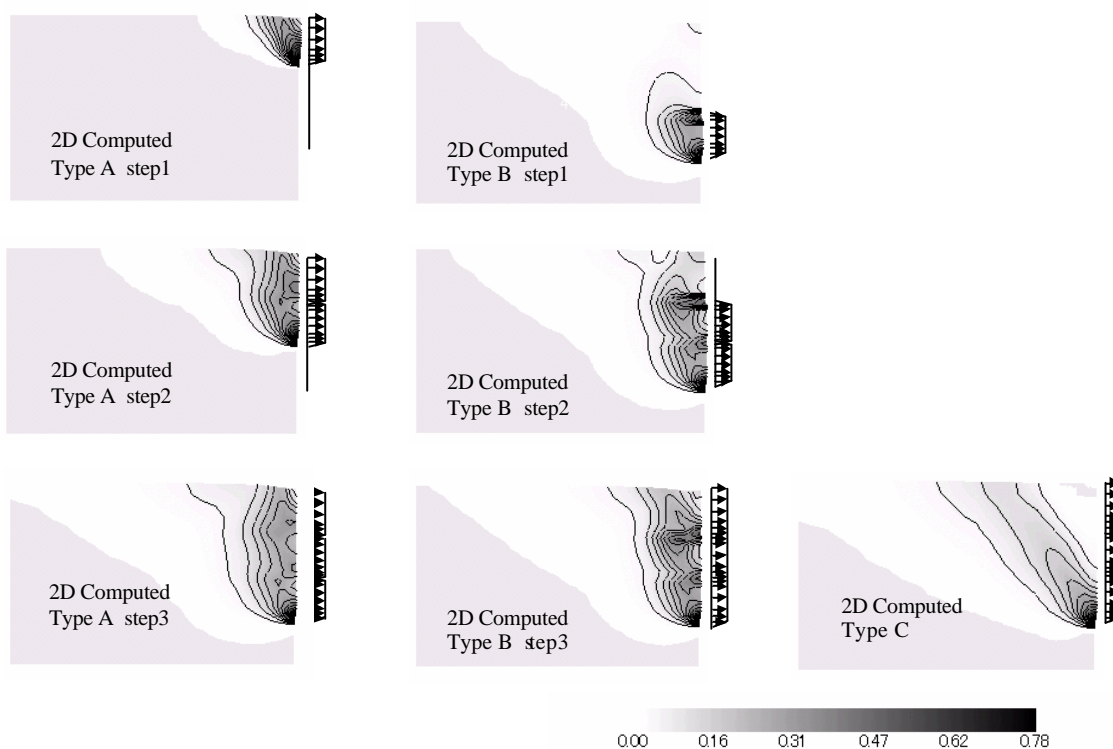


Figure 4-14 地盤内のせん断ひずみ分布図 (2次元解析)

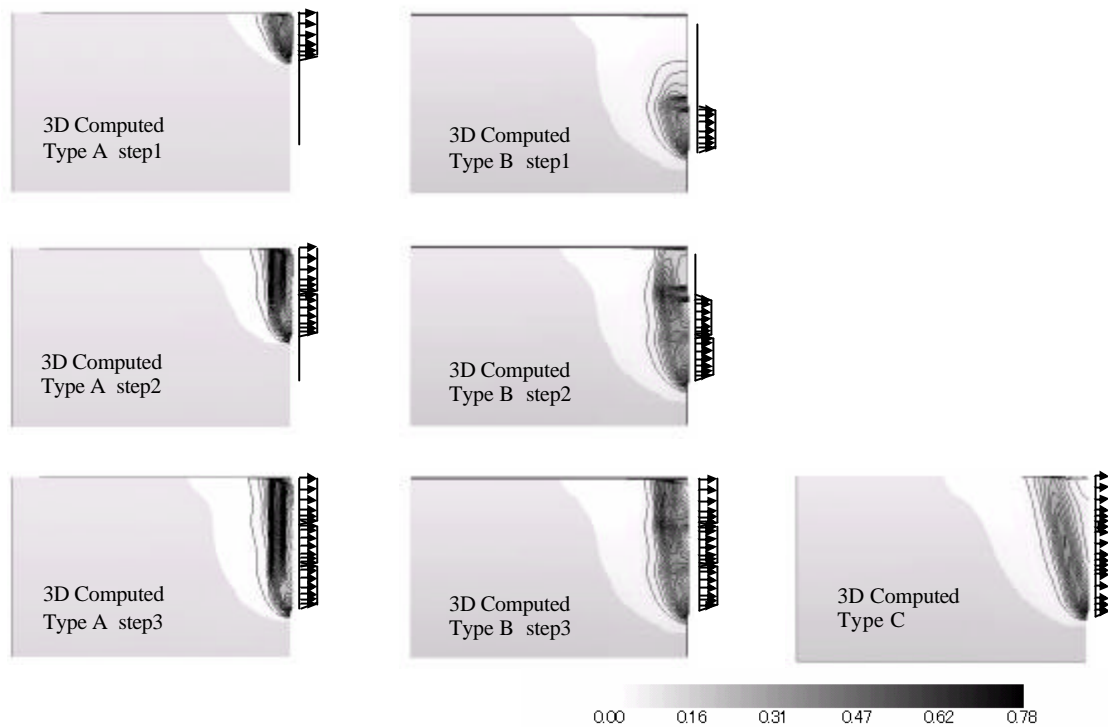


Figure 4-15 地盤内のせん断ひずみ分布図 (3次元解析)

Figure 4-14 は 2次元条件、Figure 4-15 は 3次元条件での地盤内のせん断ひずみ分布をまとめたものである。中井ら¹⁴⁾が示すように、せん断ひずみは過去の応力履歴によって変化するため、最終的な変位分布が同じであってもプロセスによりせん断ひずみの分布は全く異なった結果を示している。Type A、Type B ではプロセスの影響により、せん断ひずみの分布が複雑になっているが、Type C では同時に変位させたため変位境界の下端から地表面にかけて緩やかな角度で真直ぐにひずみが分布している。ここでも 3次元の結果は 2次元の結果を局所的にした分布となっている。

Figure 4-16 は 2次元条件での地盤内体積膨張率を Figure 4-17 は 2次元条件での地盤内体積圧縮率を示したものである。ここでの体積膨張領域及び体積圧縮領域は強制変位を与える前の初期状態からの変化分を意味している。

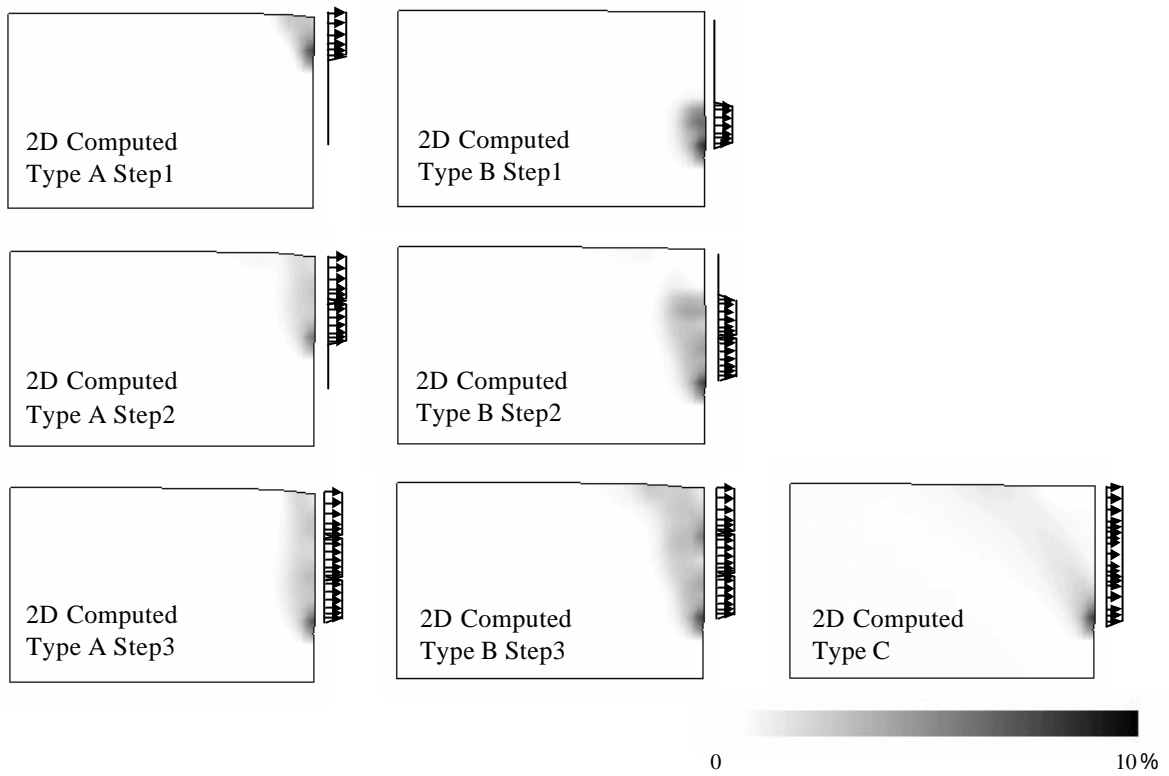


Figure 4-16 地盤内の体積膨張率分布

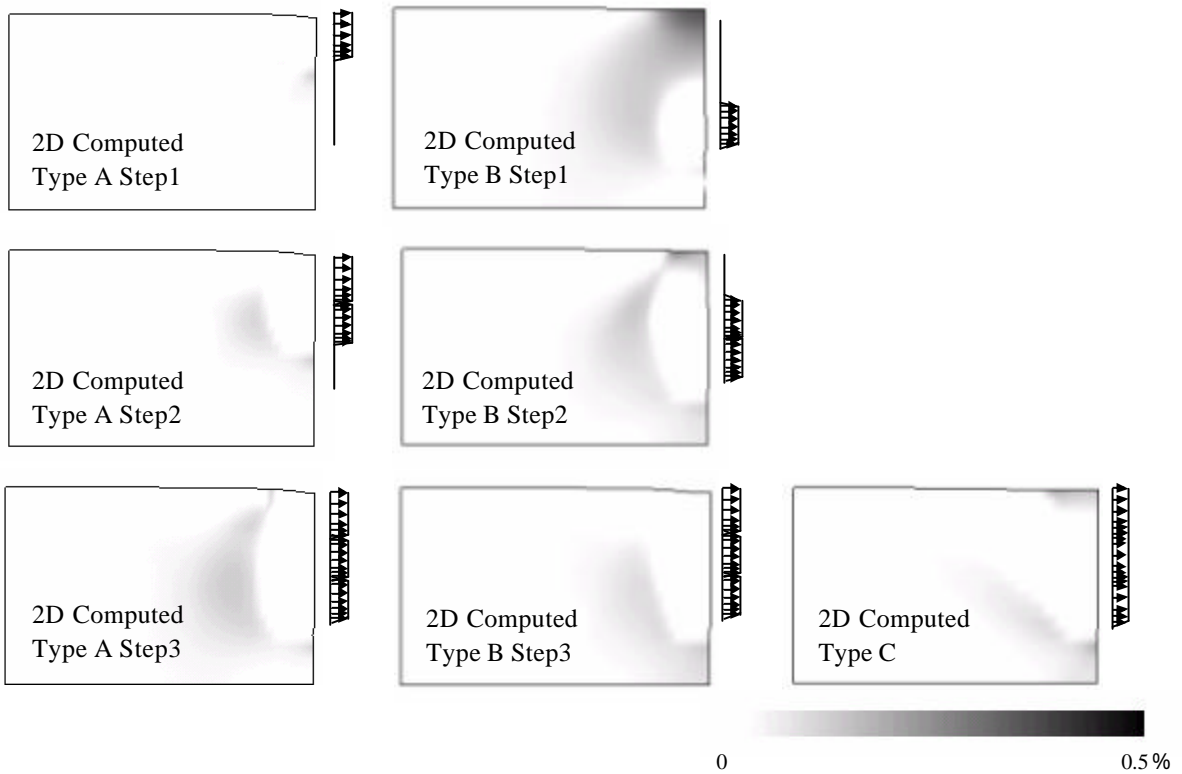


Figure 4-17 地盤内の体積圧縮率分布

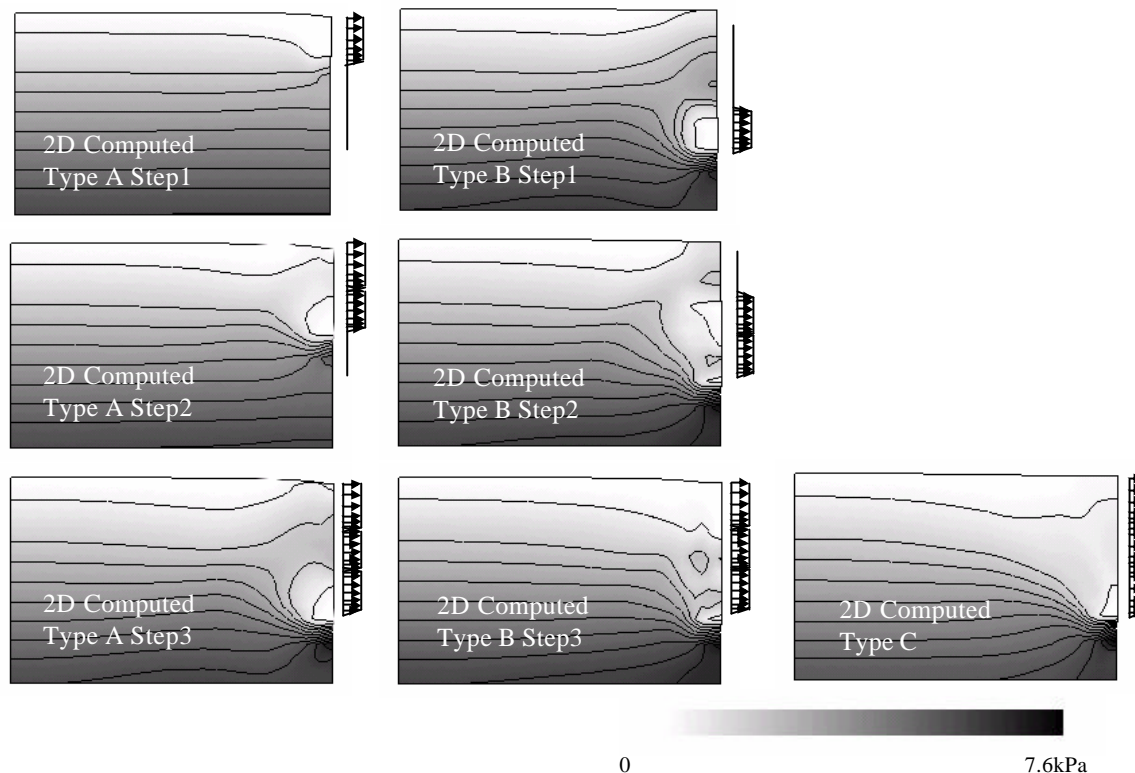


Figure 4-18 地盤内の水平土圧分布

Figure 4-18 は地盤内の水平土圧分布を比較したものである。図中のコンターは 0.5kPa 毎の土圧増加を示している。Type A、Type B ではアーチ効果が見られるが、Type C ではアーチ効果が生じていない。変位プロセスの違いにより各 Type での水平土圧分布も異なった傾向を示している。一方、水平土圧分布が急激に変化している領域は Figure 4-14 のせん断ひずみが生じている領域と一致し、Figure 4-17 の体積圧縮領域から地山方向はあまり影響を受けていない。

地盤内の応力状態から、プロセスが与える土圧分布と地表面沈下への影響を考察してきたが、プロセスが地盤の土圧・変形特性を決定していると言える。よって、次に変形モードによる影響について検討を行うが、そこでの結果はあまり影響を受けないと予想される。したがって、この点について留意して考察していく。

4.7 壁体の変位モードによる影響

土圧が変位プロセスの影響を強く受けることが先の検討で確認出来た。ここでは更に変位プロセスが及ぼす土圧分布と地表面沈下への影響を検討し、次に先の節と同様、対応する数値解析結果と比較検討してその発生機構に関してさらに議論を進める。

4.7.1 変位モードに関する検討

(1) 実験による検討

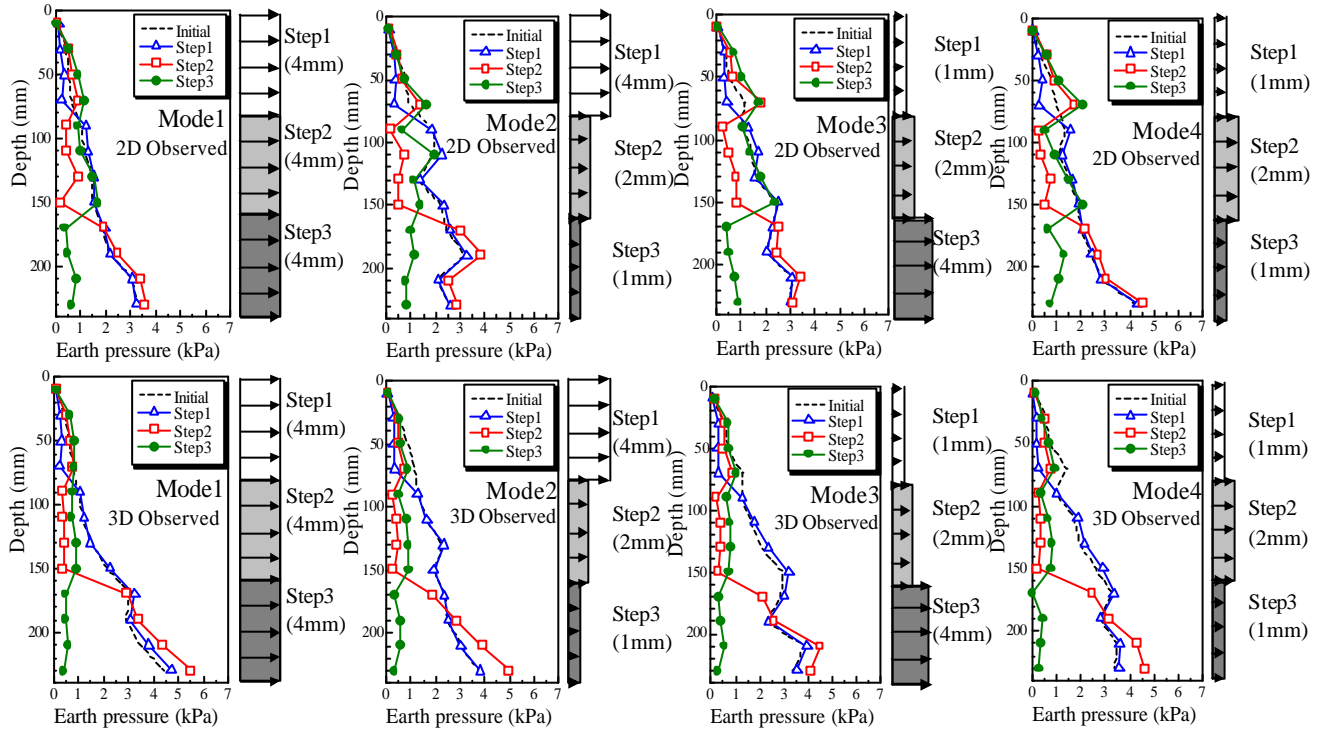


Figure 4-19 モード毎の土圧分布

Figure 419 は実験によるモード毎の土圧分布、Figure 420 は地表面沈下となっている。Figure 419 から2次元での実験結果は3次元と比較して土圧の変化が強調された分布を示しているものの、各モード間の結果に明確な差は見られない。これは土圧がスライドブロックの変位量に影響をあまり受けないことを意味し、スライドした位置が重要であると言える。

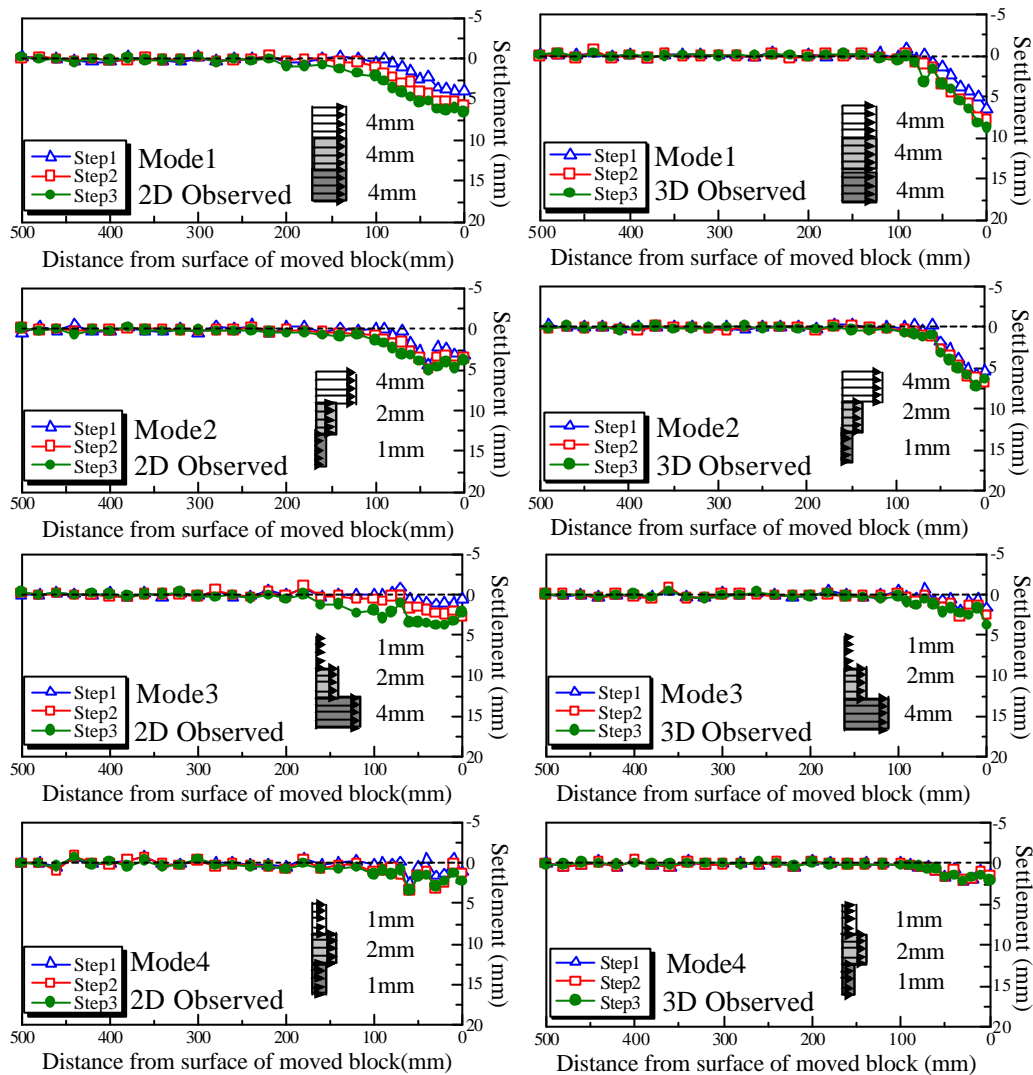


Figure 4-20 モード毎の地表面沈下分布

Figure 420 では地表面地下形状が大きく2つに分別することが可能である。Mode1、2と Mode3、4がその分別であるが、先に議論した変位プロセスの検討結果と一致している。地表面沈下に最も影響を与えるのが1段目のブロック変位であり、言い換えれば地表面付近の変位である。Mode1、2は1段目のブロック変位量が4mmであり、Mode3、4は該当する変位量が1mmとなっている。2段目、3段目のブロックの変位は地表面沈下に大きな影響を与えないことから2段目、3段目の変位量を変えたMode1とMode2で変化が生じない。Mode3とMode4も同様である。Mode2とMode3は変位量の分布が全く逆となる関係であるが、ここでも地表面付近の壁変位が沈下形状に大きな影響を与えることが確認できる。

(2) 解析による検討

先に行なったプロセスの検討と同様、数値解析の結果が実験結果を表現しているかを確認し、再現性が確保されていれば数値解析の結果から実験での計測が困難な諸量による検討が可能となる。そのため数値解析の結果が妥当であるかの確認を目的としている。

数値解析によるプロセス毎の土圧分布を Figure 4-21、地表面沈下を Figure 4-22 にまとめる

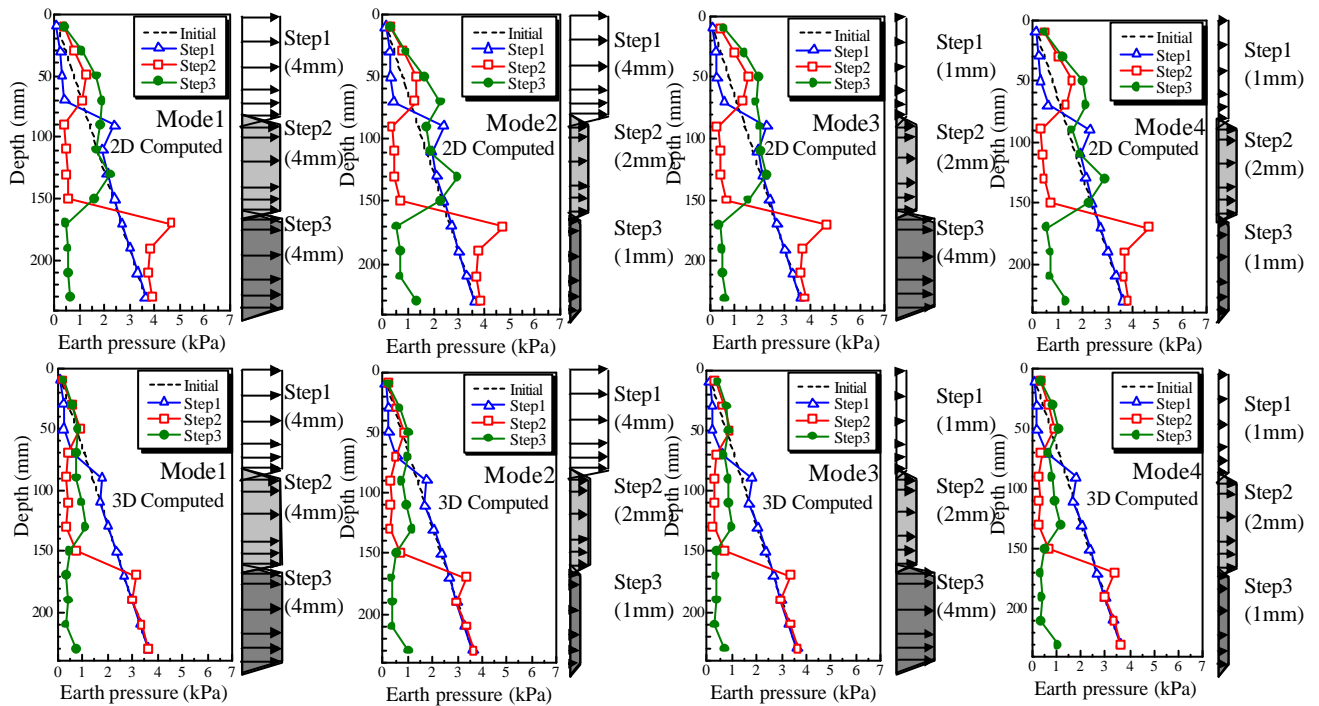


Figure 4-21 解析によるモード毎の土圧分布

Figure 421 の解析結果は実験結果と比較して、スライドさせたブロックの上下端で土圧を若干高く評価しているが、実験結果を適切にシミュレートしている。ここでも先の変位プロセスの影響を検討した際の傾向と同じく、2次元及び3次元共に強制変位を与えたスライドブロックに相当する土圧はその初期土圧(深度)に関係なく、ほぼ一定の値(0.5kPa程度)となっており、最終的なスライドブロックの変位量分布で土圧分布が決定するのではなく、変位の過程が土圧分布を決定している。現在の山留め設計では過去の計測実績をもとに土圧を逆推定して、設計精度を高められてきたが、壁剛性に依存して土圧が変動する問題も認識されている。ランキン等の土圧式等における主動土圧は塑性論を前提としているが、弾塑性論で検討する必要があると言える。また、今回の検討結果から土圧は変位モードではなく、変位プロセスによって分布が変化することが明らかになった。

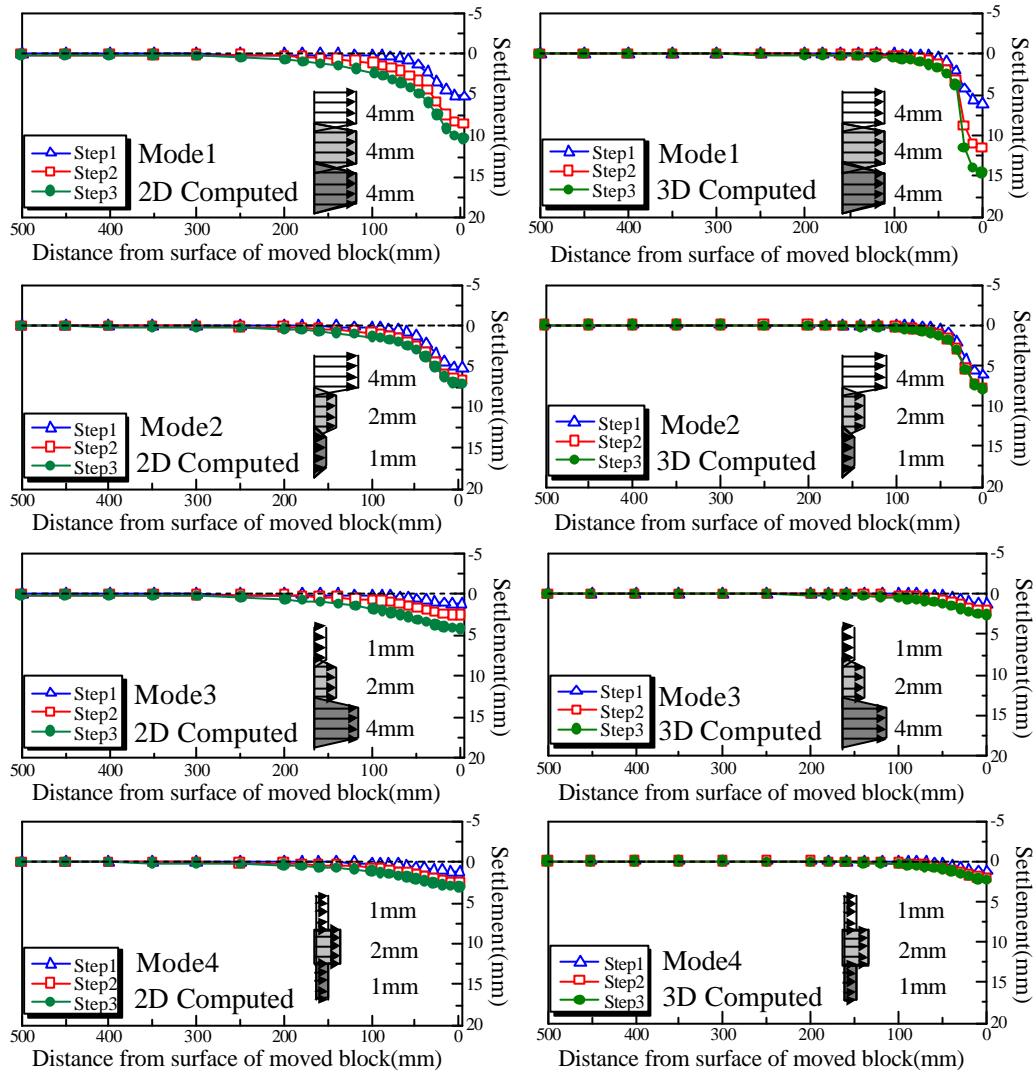


Figure 4-22 解析によるモード毎の地表面沈下

Figure 4-22 の結果は実験結果をよくシミュレートしている。実験結果と同じく、地表面沈下量は地表面付近となる上段のブロック変位量に大きく依存している。つまり地表面沈下量は壁の総変位量が重要ではなく、地表面付近の壁変位量が重要であることが明らかになった。

Figure 4-23 は土圧分布、Figure 4-24 は地表面沈下について、2次元と3次元の実験及び解析から最終 step での結果をそれぞれ比較したものである。Figure 4-23、Figure 4-24 とともに解析結果は実験結果をやや強調して評価している。

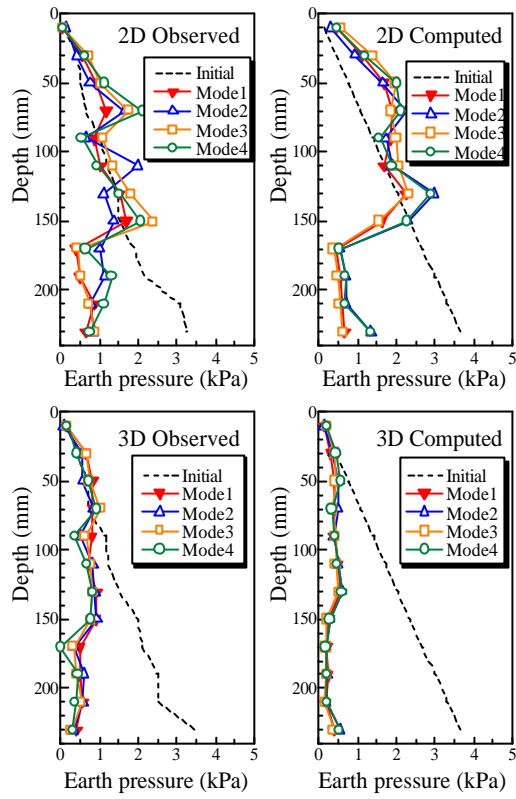


Figure 4-23 変位モードによる土圧分布の比較

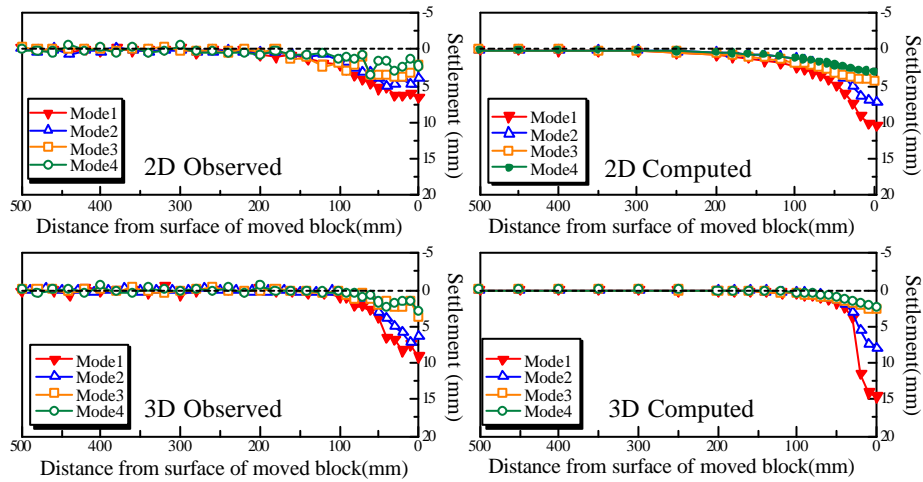


Figure 4-24 変位モードによる地表面沈下の比較

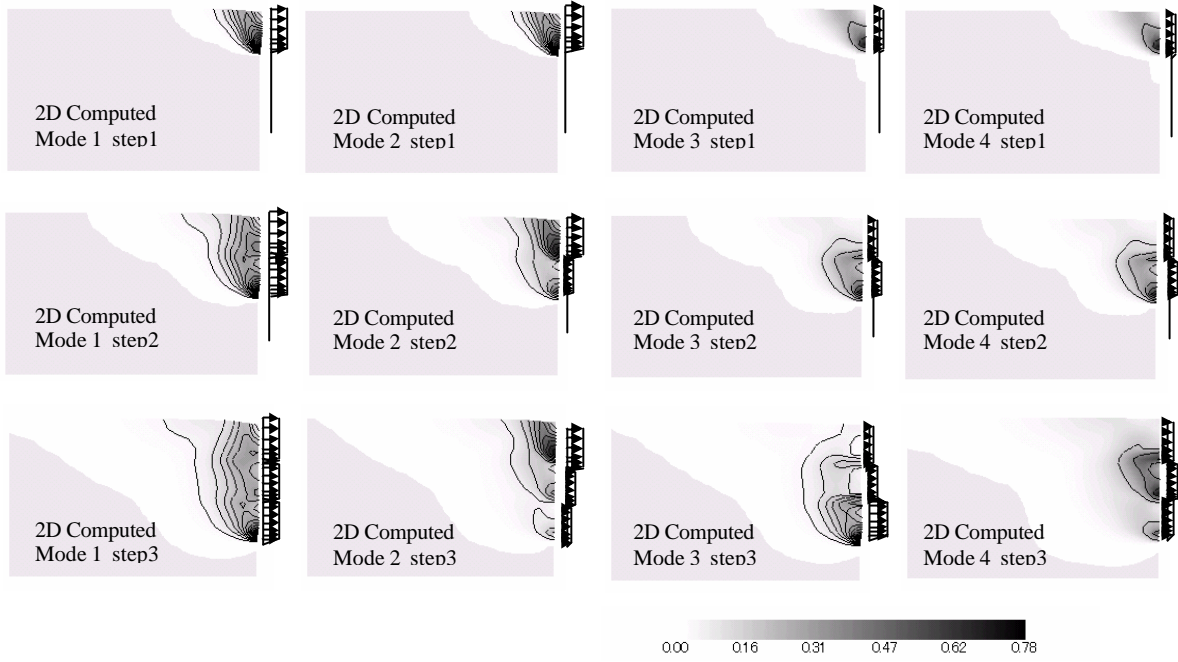


Figure 4-25 地盤内のせん断歪み分布 (2次元)

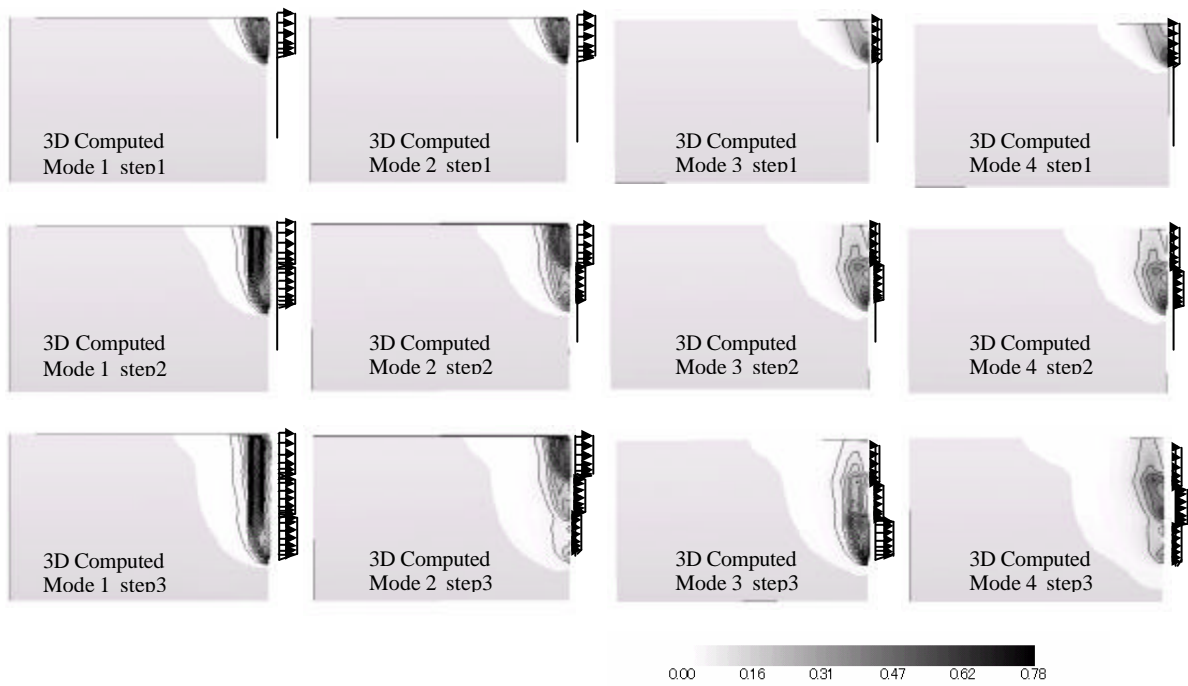


Figure 4-26 地盤内のせん断歪み分布 (3次元)

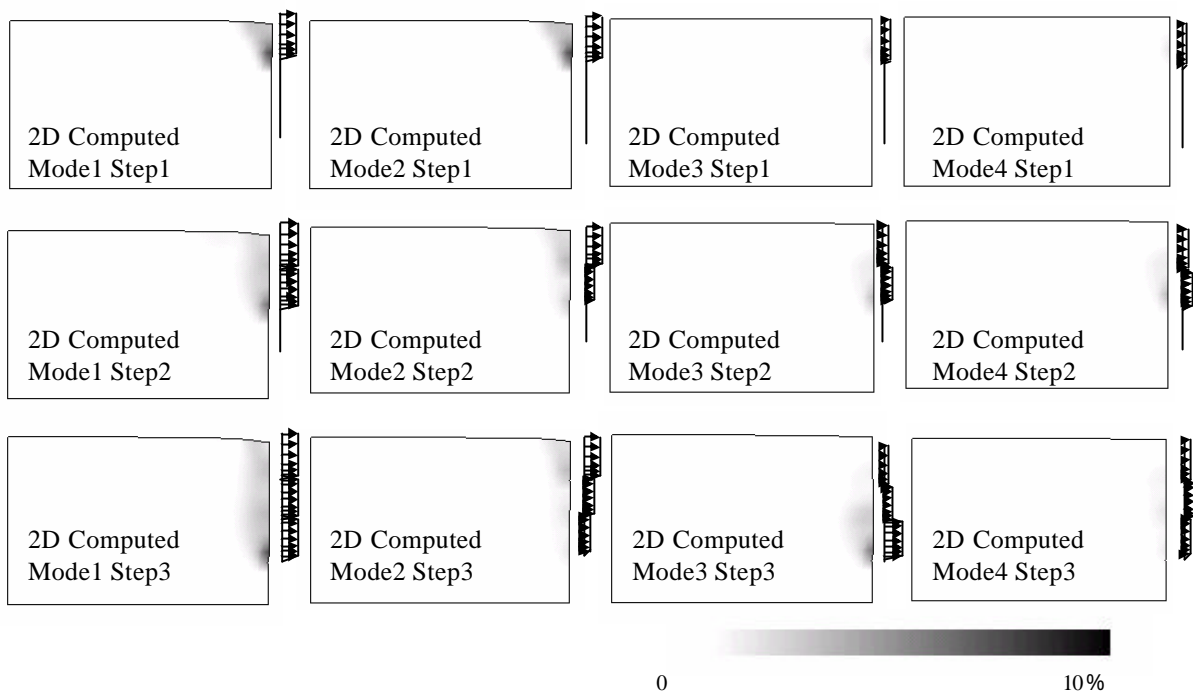


Figure 4-27 地盤内の体積膨張領域分布（2次元）

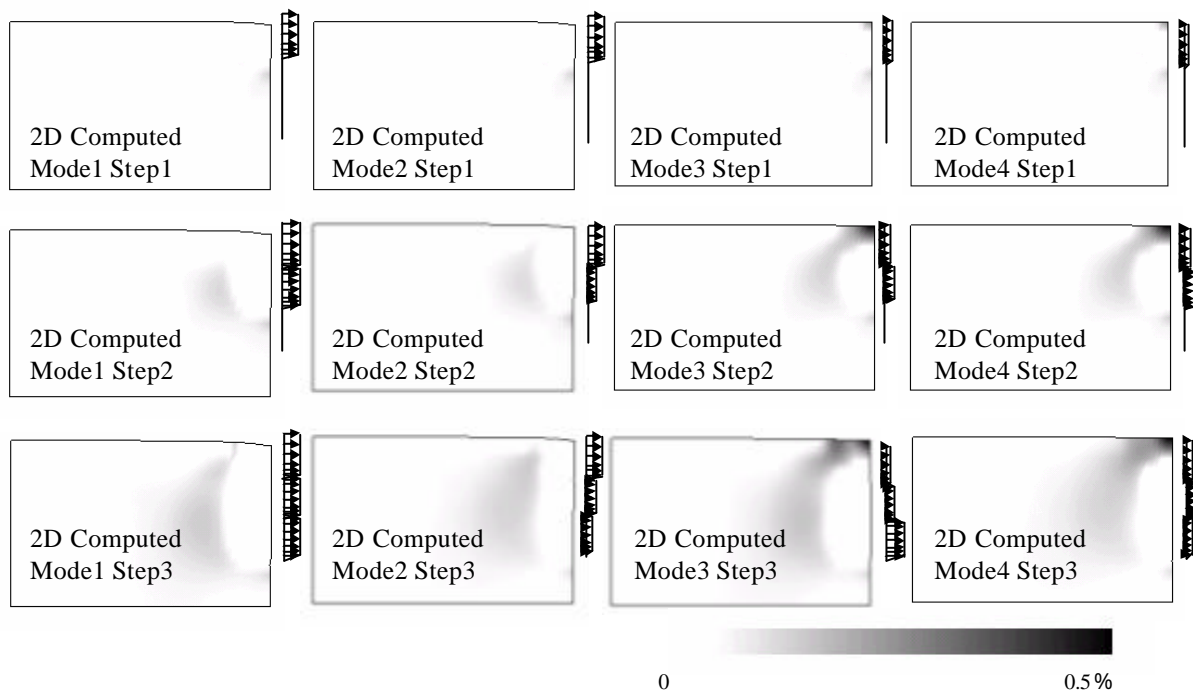


Figure 4-28 地盤内の体積圧縮領域分布（2次元）

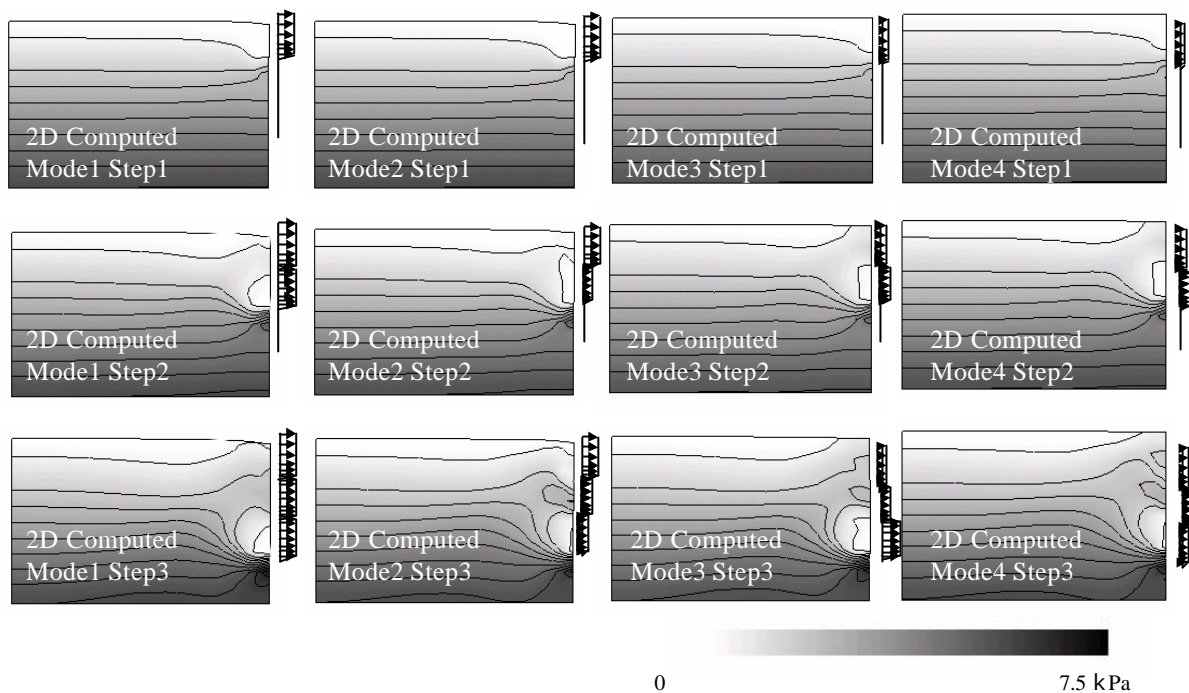


Figure 4-29 地盤内の水平土圧分布

壁面土圧および地表面沈下の解析結果は実験をよく表現しているため、実験では測定が難しい地盤内の応力状態からも考察を加える。

Figure 4-25 は 2 次元条件、Figure 4-26 は 3 次元条件での地盤内に生じるせん断歪みの分布をまとめたものである。壁の変位量に応じてせん断ひずみに差が生じているものの、Figure 4-14、Figure 4-15 の step3 で比較すると同じ分布形状を示している。

Figure 4-27 は地盤内（2次元）の体積膨張領域、Figure 4-28 は地盤内（2次元）の体積圧縮領域を示したものである。強制変位の量に応じて背面地山に生じる体積膨張率及び体積圧縮率に差が生じる一方、体積膨張領域や体積圧縮領域の分布は同じ傾向を示している。また、Figure 4-25 のせん断ひずみは体積圧縮した領域と強制変位の峡間で生じている。さらに Figure 4-29 の土圧分布は Figure 4-27 のせん断ひずみの分布領域で変化し、体積圧縮領域から地山側ではあまり土圧が変化していない。つまり、土圧分布はせん断ひずみが生じる領域で変化し、せん断ひずみは体積圧縮領域の分布に影響を受けている。その体積圧縮領域は変位プロセスに依存し、変位モードでは領域分布が変化しない。したがって土圧分布（Figure 4-23）は変位プロセスの影響を受け、変位モードの影響を受けないと説明できる。

4.8 3次元効果

ここまでの議論では高さ 24cm、幅 8cm の条件のみであった。掘削深度に対する掘削幅の比では 1/3 となる。3次元効果について議論を進めるには掘削幅を変えた条件と合わせて検討する必要がある、数値解析にて掘削幅を変え比較検討を進める。数値解析の条件は、上段から下段へと順に各 4mm の変位を与える条件（変位プロセスの Case1、変位モードの Type A に該当）とする。

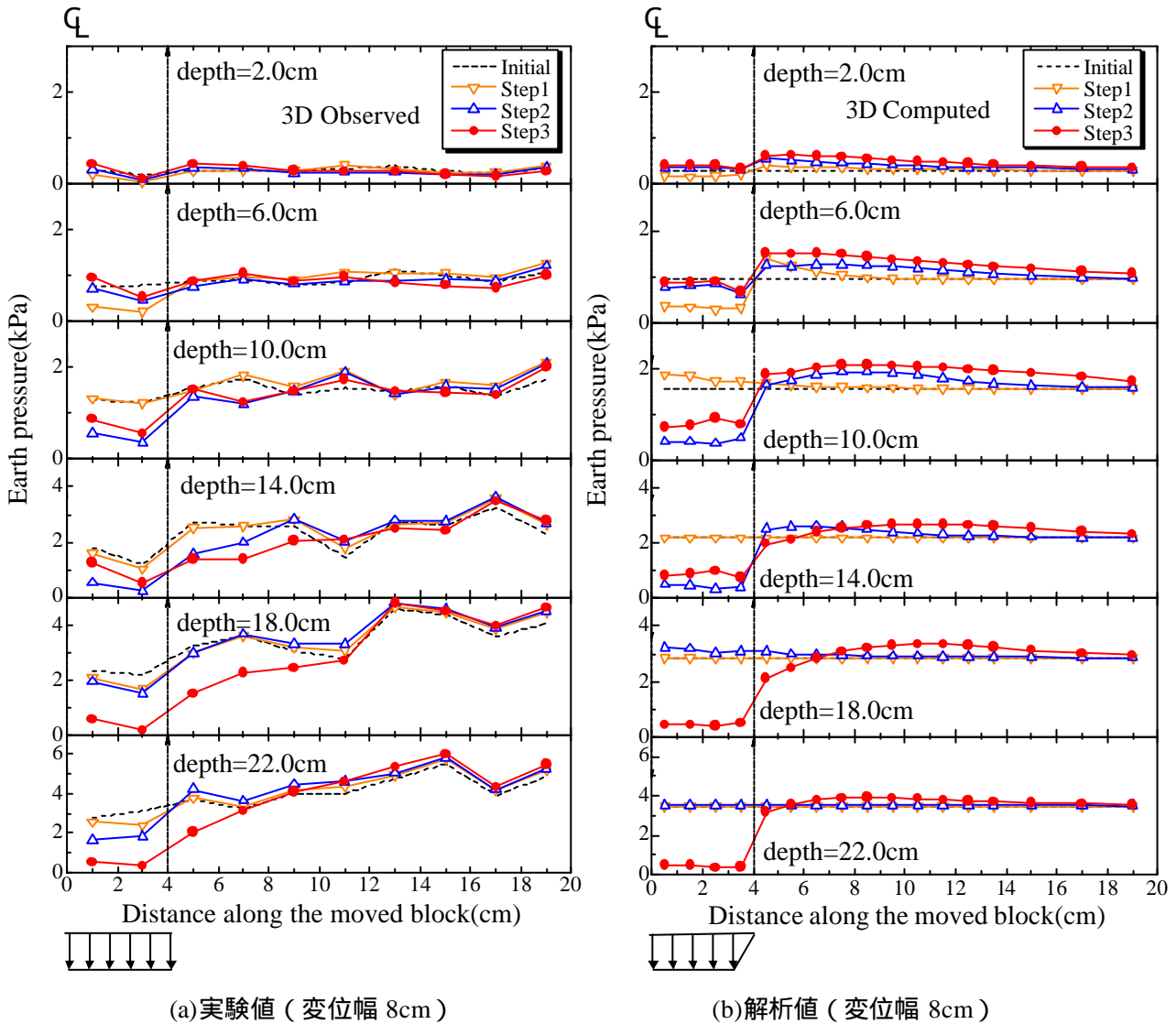


Figure 4-30 深度毎での側方土圧分布 (Type A & Mode 1)

Figure 4-30 は掘削幅 8cm での実験と解析結果の比較を行ったものである。深度は地表面からの距離を示し、これまでの検討に合わせ、実験機のロードセルの深度に対応させている。土圧分布は掘削幅の中央で対称となるため片側のみとし、プロセスと深度の関係は Step1 が深度 2cm と 6cm、Step2 が深度 10cm と 14cm、Step3 が深度 18cm と 22cm となっている。実験及び解析の結果から強制変位を与えた幅 4cm の範囲で著しく

土圧が低下するものの中央付近で若干高い分布を示す傾向となっており、3次元的な影響を示している。また変位境界外での水平方向の影響は深度方向に従い、境界付近での土圧の減少が顕著になっている。

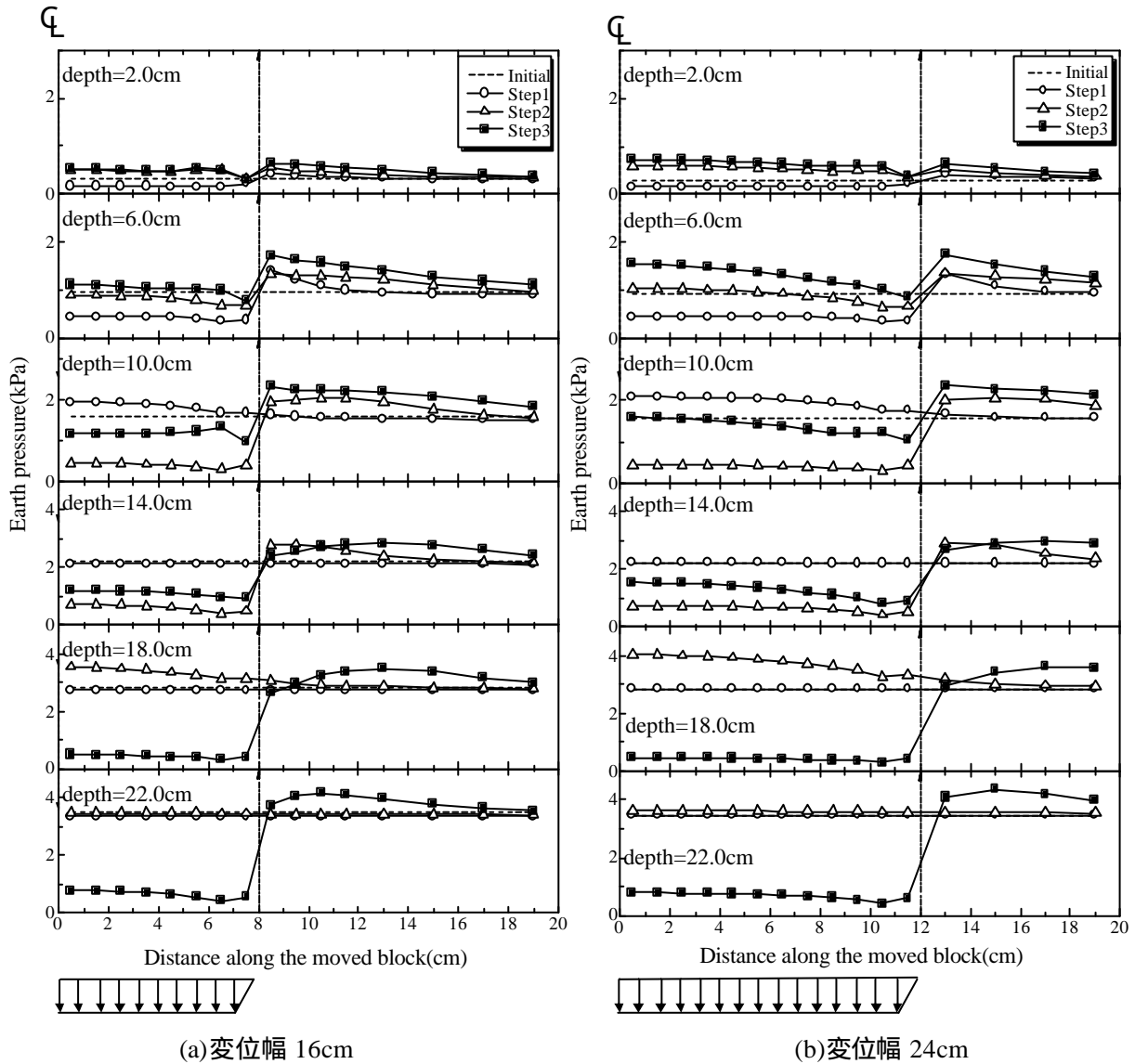


Figure 4-31 変位幅を変えた側方土圧分布の比較

さらに 3 次元効果の議論を進める目的で変位幅を 16cm、24cm として解析を行った。**Figure 431** はその水平方向の土圧分布を比較したものである。掘削幅 16cm では step2 の変位で深度 14cm の変位幅中央付近の土圧分布が水平方向に一定となっている。一方 step3 の変位により深度 22cm での土圧分布が変位幅中央付近で一定に至っていない。この関係から強制変位を与えた範囲の土圧に関して、変位幅に対する深度の比が 1 以上では 3 次元的な影響を受け、1 以下では 2 次元的な結果と同様になると言える。変位幅 24cm でも同様の説明が可能であり、結果として掘削幅に対する掘削深度の比が 1 以下となる狭幅山留めに作用する土圧は 3 次元的な影響を考慮する必要があり、1 以上では 2 次元的な取り扱いで十分といえる。

4.9 まとめ

本章では山留め壁の変位を模した強制変位実験と数値解析により山留め壁に作用する土圧特性について検討した。掘削による代表的な山留め挙動のモデルとして変位プロセスと変位モードおよび3次元効果を挙げ、これらの挙動について土圧特性の検討を行った。

この章から得られた知見は以下のようにまとめられる。

- (a) 掘削による地表面沈下は地表面付近の壁変位の影響を最も受け、変位位置が深くなるとその影響は小さくなる。また、地表面沈下は変位プロセスと変位モードの両方の影響を受ける。つまり最終的な変位分布が同じであっても同時に変位を与えるより上から順に変位を与えた方が局所的に大きく沈下する。さらに高さに対して狭い壁では3次元効果によって地表面沈下の影響範囲がより局所的に、より大きくなる。このような違いは壁変位のプロセスと3次元効果によるものであり、弾性解析では表現できない。
- (b) 掘削により壁面に作用する土圧は変位モードに関係なく、変位プロセスに依存している。例えば、自立掘削となる壁変位によって生じる土圧分布は壁の変位量に関係なく同じであり、その分布形状は Rankine 等の深さ方向に三角形分布したものと異なった分布を示す。壁変位によってアーチ効果が生じ、変位部では土圧は減少し、変位境界部では逆に土圧が増加する。その土圧変化は僅かな壁変位によって生じるが、その後変位を進行させても殆ど変化しない。また、3次元下ではアーチ効果が鉛直方向だけでなく、水平方向にも作用するため、3次元と2次元を比較すると土圧分布は似ているものの、3次元での壁面土圧の大きさは2次元より小さくなる。

第5章 山留め掘削が近接構造物に与える影響評価

5.1 概説

山留め掘削の多くは都市部で行なわれている。都市部での山留め掘削は規模を問わなければ必ず周辺に構造物が存在し、山留め掘削問題の検討項目は山留めの安定性は当然のことながら、近接構造物への影響が最も重要となってくる。設計では近接構造物の存在を土圧で考慮して、その土圧による山留め変位を求め、山留めの変位によって周辺構造物への影響を確認している。したがって山留めと近接構造物の相互作用は考慮されていないことになる。ここでは主に山留めと近接構造物の相互的關係に留意して議論を進め、先に行なった強制変位実験とより実際の掘削を意識した模型実験とそれらに対応する数値解析によって検討を行なう。

5.2 掘削過程を強制変位で再現した実験概要

2次元掘削モデル実験写真を Photo 5-1 に概略図を Figure 5-1 に示す。ここで使用した実験機は4章で使用した実験機に近接構造物を模した載荷装置を新たに設置したものとなっている。近接構造物は直接基礎を想定しており、十分な剛性を有する板に直接錘による一定荷重を載荷することで表現した。設定した載荷荷重はアルミ棒積層体の極限支持力解析を行い、極限支持力のほぼ1/3にあたる $Q_v=314 \text{ N/cm}^2$ とした。支持力の解析結果を Figure 5-2 に示す。壁面の変形モードは4章での検討に合わせ、上から順に4mmの強制変位を与えた。実験は荷重一定とし、近接構造物から山留め壁までの距離を変化させてなった。Table 5-1 に強制変位実験ケースを示す。

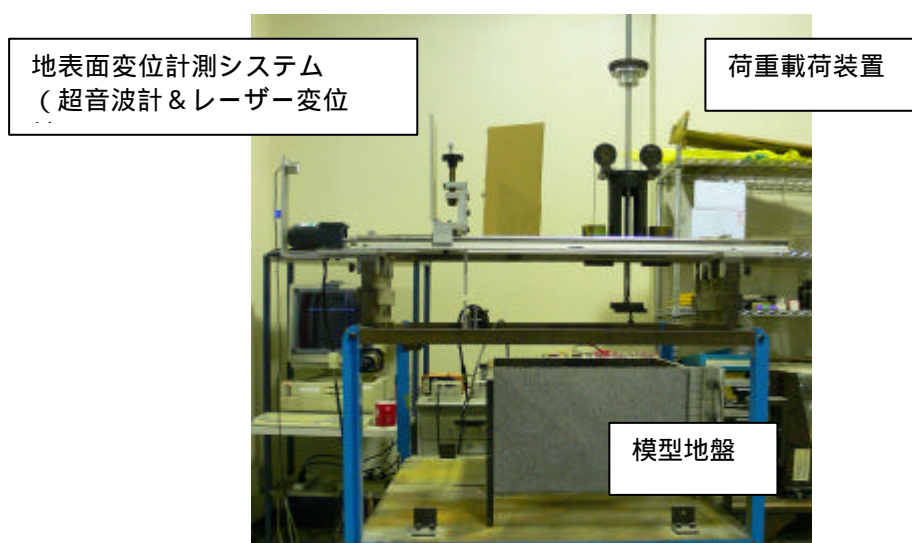


Photo 5-1 2次元強制変位実験機

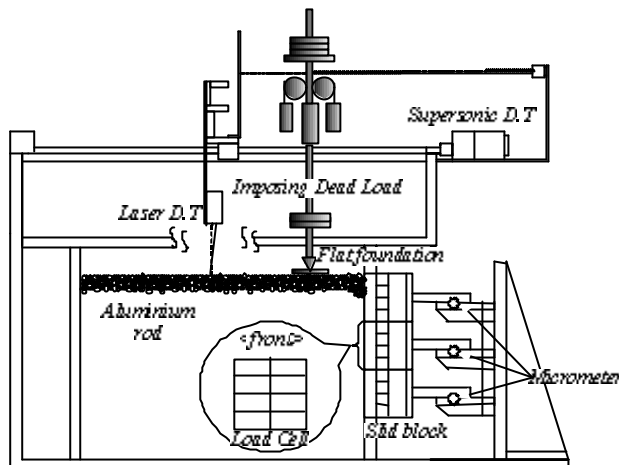


Figure 5-1 2次元強制変位実験機略図

< 極限支持力 >

Figure 5-2 は荷重～沈下関係の解析結果を示している。アルミ棒積層体の極限支持力解析の結果で鉛直変位を載荷板幅(8cm)で正規化した値を縦軸に、荷重を横軸にとっている。プロットは、土被り比を表している。D/B=0.5 では、境界条件の影響で高い支持力を示している。D/B=2.0、3.0 ではほぼ同じ挙動を示している。
 $Q_v=0.32$ (*9.8N/cm)を極限支持力の1/3 とし、実験および解析に用いている
 $Q_v=0.56$ (*9.8N/cm)は極限支持力の約2/3 の値で、地盤の残留応力に近い値をとっている。

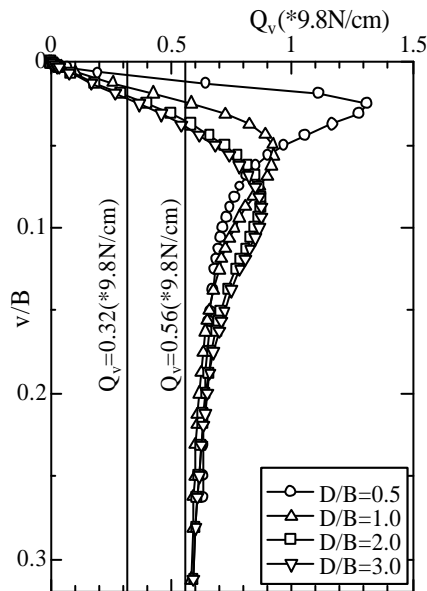
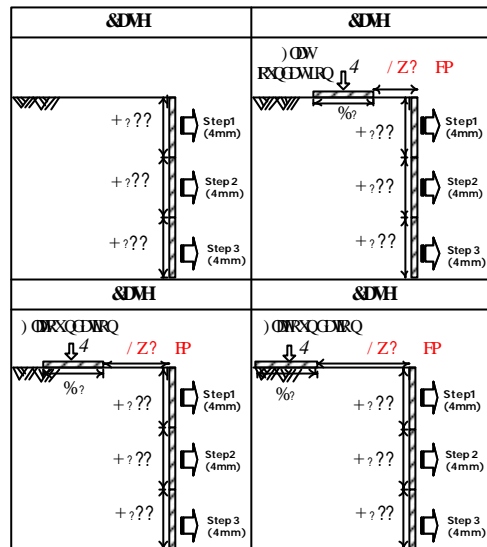


Figure 5-2 荷重～沈下関係図 (直接基礎)

Table 5-1 実験ケース



5.3 掘削過程を強制変位で再現した解析概要

地盤の初期状態は第4章と同様の手法によりアルミ棒積層体を作成していることから、ここでの解析も同様の材料パラメータを用いて事前解析となる自重圧密により再現している。これにより自重圧密により深度方向に間隙比が分布した状態を再現している。境界条件は底面完全固定、側面は鉛直方向のみ自由とし、スライドブロックの移動は該当する節点を強制変位させる事により表現している。荷重を受ける直接基礎はソリッド要素でモデル化し、載荷荷重はその中心節点に直接荷重を与える形で再現している。直接基礎とアルミ棒積層体との境界面はジョイント要素（摩擦角 $\delta=18^\circ$ ）にて境界面でのすべりを考慮した。解析に使用した2次元解析メッシュ（Case2）をFigure 5-3に示す。地盤モデルは4章で使用したメッシュに合わせている。なお、計算の途中で地盤内の要素に引張領域(tension)が発生した場合にはそれ以後の計算を打ち切っている。

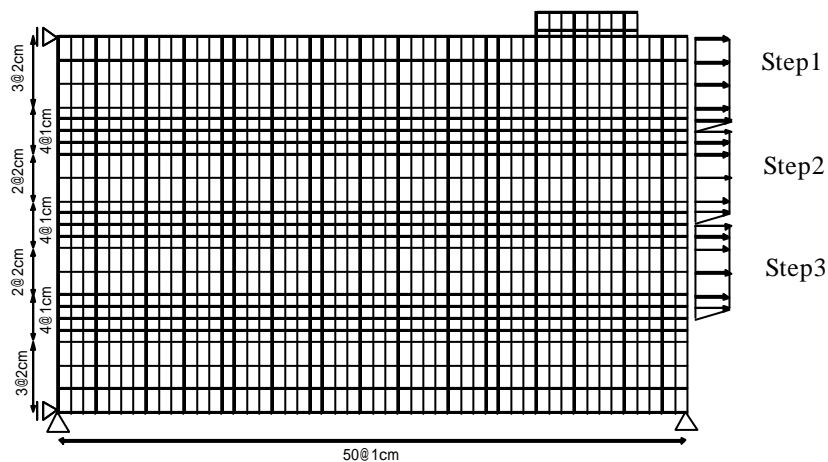
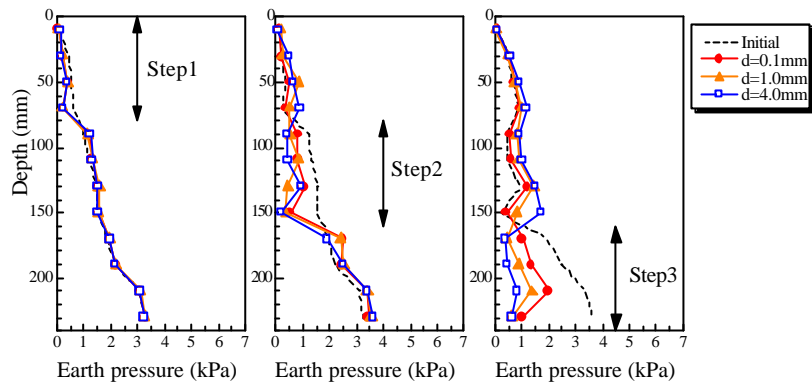


Figure 5-3 解析メッシュ（Case2）

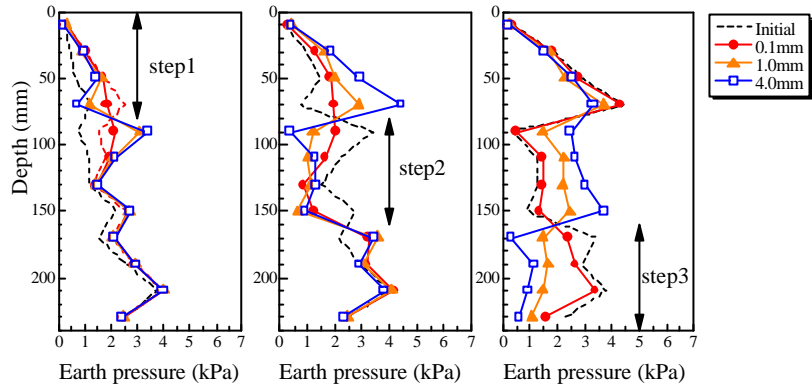
5.4 掘削を強制変位で再現した実験の結果

近接構造物が山留めの挙動に与える影響を検討ため行なった実験から土圧分布について Figure 5-4 にまとめた。各 case で上段の強制変位 (step1) による土圧分布の様子を左図、中段 (step2) によるものを中図、下段 (step3) によるものを右図に示している。各ブロックに強制変位を与えた際に生じる変位境界での土圧増加は、近接構造物が存在する case 2、case 3、case4 は、近接構造物が存在しない case 1 と比較して強調されたものとなっており、近接構造物の有無でその傾向が異なっている。また case 2、case 3、case4 での土圧増加は構造物荷重の影響によると考えられるが、その影響は強制変位を与えたスライドブロック面から構造物荷重の載荷面までの距離に依存しているのではなく、その構造物荷重の有無によって明確に違いが生じている。

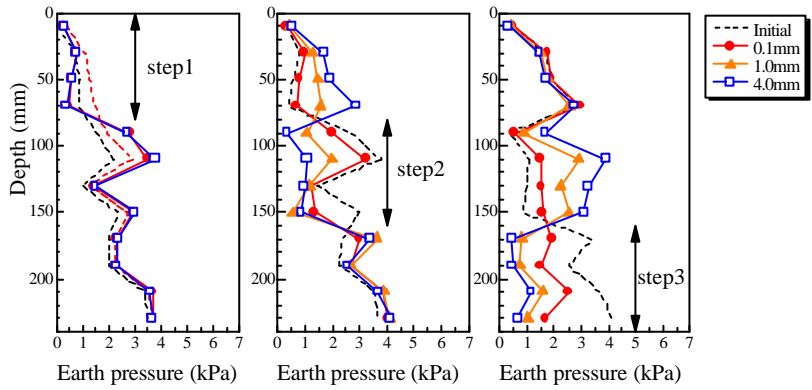
Figure 5-5 は地表面沈下分布をまとめたものである。ここでも各 case で与えた強制変位の位置毎に図を分けて表示している。図中の直線変位部分は構造物荷重を載荷した板に該当し、十分な剛性を有していることから直線を保ったまま沈下や傾斜の挙動を示している。構造物荷重は各 CASE で同一としているが、強制変位を与えたブロック面から構造物荷重載荷面までの離隔に反比例して構造物の沈下量が大きくなっている。また、その沈下挙動は step1 から step3 と強制変位の位置が深度方向に移動していく過程で、step1 では強制変位面方向に傾斜を伴いながら沈下し、step2、3 と傾斜を緩和しながら沈下している。地表面沈下の地山のみに着目すると case 2 では強制変位面付近での沈下は生じない。case 3、case 4 と載荷位置が強制変位面から離れるに従い、地表面沈下の分布形状が case1 に近似した分布となる。



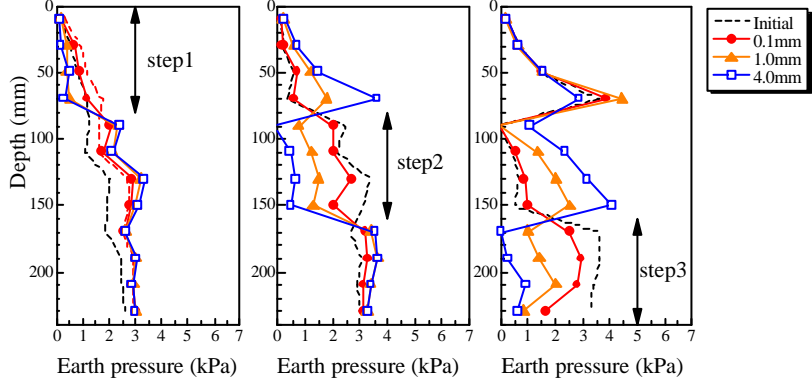
(a) CASE1 (no footing)



(b) CASE 2 ($L_w = 4\text{cm}$)

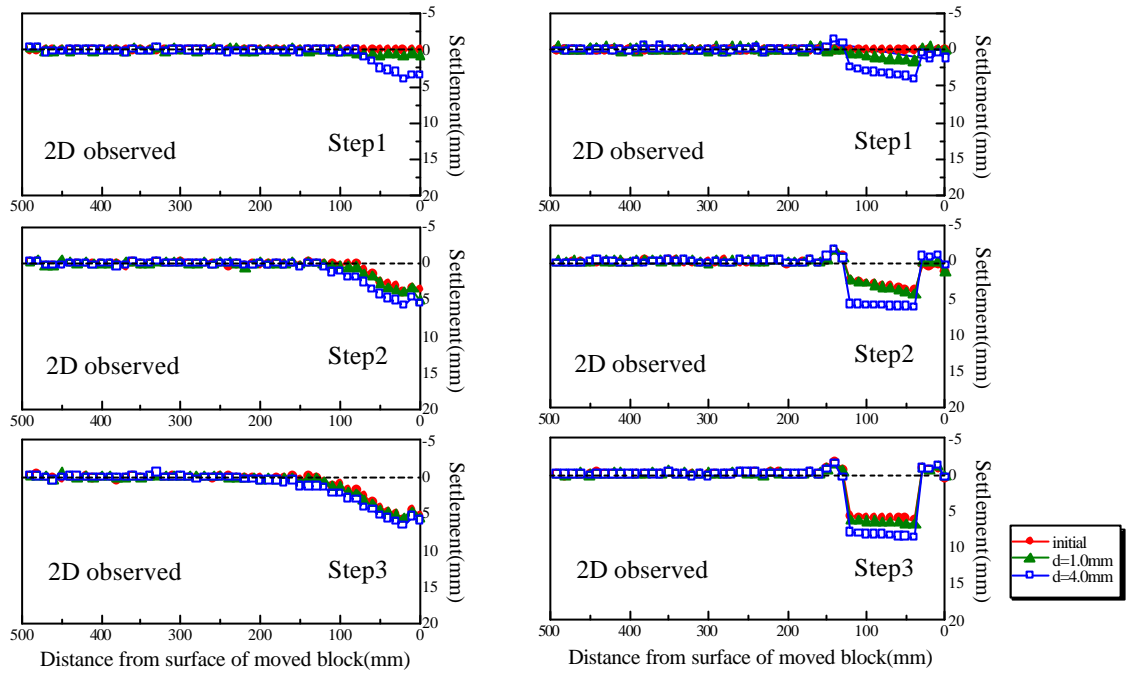


(c) CASE 3 ($L_w = 8\text{cm}$)



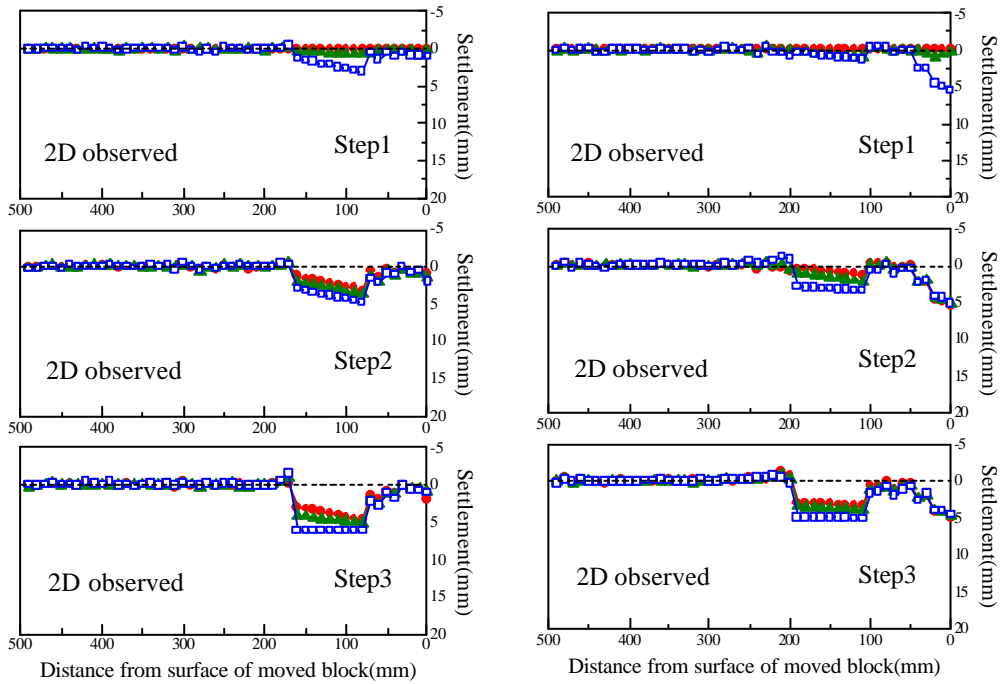
(d) CASE 4 ($L_w = 12\text{cm}$)

Figure 5-4 土圧分布 (モデル実験)



(a)CASE1 (no footing)

(b)CASE2 ($L_w=4\text{cm}$)



(c)CASE3 ($L_w=8\text{cm}$)

(b)CASE4 ($L_w=12\text{cm}$)

Figure 5-5 地表面沈下分布 (モデル実験)

5.5 掘削を強制変位で再現した解析結果

ここでは数値解析の結果から実験に対応する値を抽出し、最初にその結果と実験結果と照らし合わせる。整合性が認められた後、実験は測定が難しい地盤内の応力状態から周辺構造物の影響を考察する。

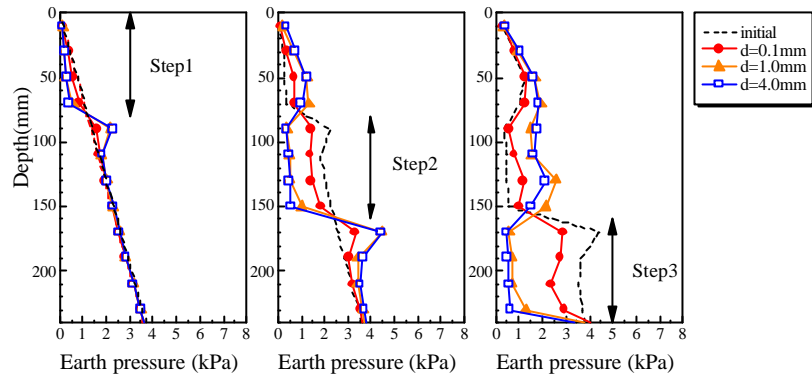
Figure 5-6 は実験に対応した土圧分布を整理したものである。実験は初期土圧分布が深さ方向へ三角形分布した状態ではないが、定性的に再現できている。実験と同様に強制変位を与えたブロックの直上ブロック領域での土圧増加は変位境界だけでなく、ブロック全体に土圧増加が見られる。

Figure 5-7 は同じく、実験に対応した地表面沈下分布である。構造物の沈下量に差が生じているものの、地山の地表面沈下量はよく表現できている。

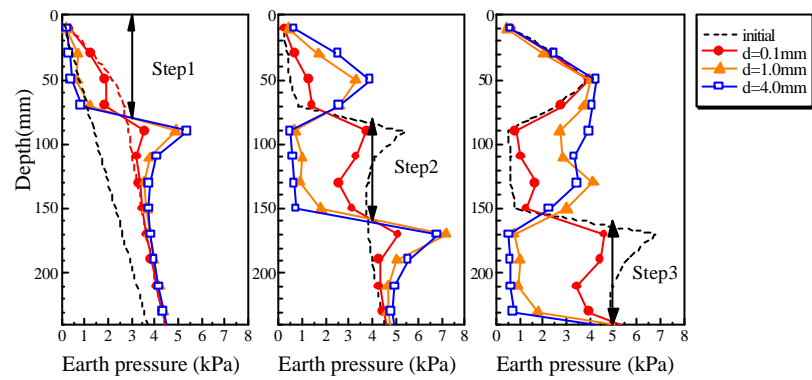
ここで解析結果から地盤内の応力状態を参照し、構造物荷重の影響について更なる議論を行なう。Figure 5-8 にせん断ひずみ分布、Figure 5-9 に体積膨張領域分布、Figure 5-10 に体積圧縮領域分布をまとめた。

Figure 5-8 から壁変位が同じであっても、構造物荷重の影響によりせん断ひずみは全く異なった分布を示すことが明らかである。構造物を考慮した CASE 2 から CASE 4 では STEP1 で構造物の掘削側でせん断ひずみが生じるが、STEP の進行に伴い構造物地山側でのせん断ひずみが発達している。また、せん断ひずみの生じる範囲も構造物荷重の影響を受け、離隔が増すにつれてせん断ひずみの生じる範囲も大きくなっている。Figure 5-9 は初期状態から体積膨張した領域を示したものである。体積膨張している領域はせん断ひずみが大きい領域と一致し、各 CASE で同じ傾向を示している。Figure 5-10 ではせん断ひずみの大きな領域を囲むように体積圧縮する領域が分布している。構造物荷重がこの体積圧縮する領域を地山側へと移動させているため、影響範囲を大きくしている。

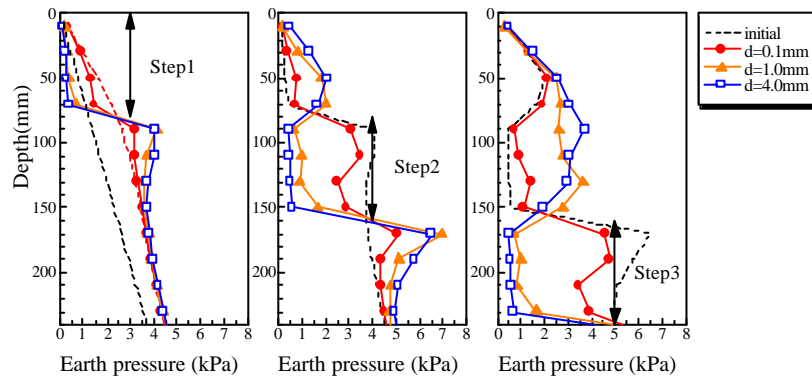
Figure 5-11 は水平土圧分布をまとめたものである。図中のコンター線は土圧増加 0.5kPa 毎を意味している。各 STEP でアーチ効果が変位境界を結ぶ形で生じているが、構造物荷重により高い土圧で生じる結果を示している。また、先の 4 章と同じく水平土圧の分布は体積圧縮領域から地山側で殆ど変化しないが、せん断ひずみが生じた領域で大きく変化する傾向を示している。その一方、体積圧縮領域が構造物の地山側と壁の変位境界の下端を結ぶ状態で分布していることから構造物荷重の影響がその内側で集中し、Figure 5-12 のようなメカニズムでアーチ効果を強調させる働きをしている。



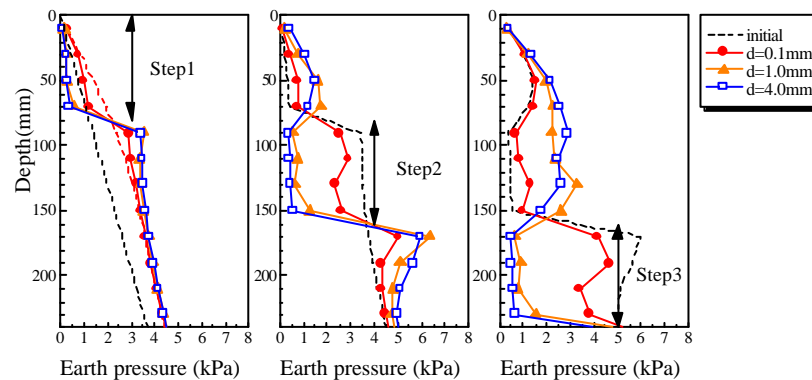
(a) CASE1 (no footing)



(b) CASE 2 ($L_w = 4\text{cm}$)

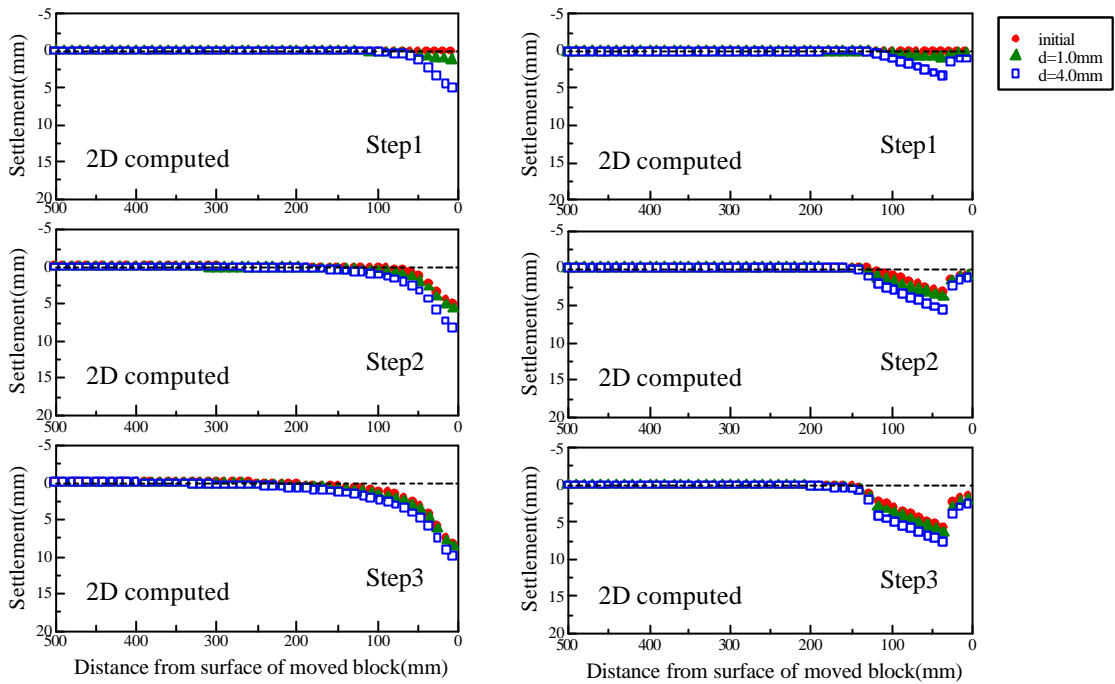


(c) CASE 3 ($L_w = 8\text{cm}$)



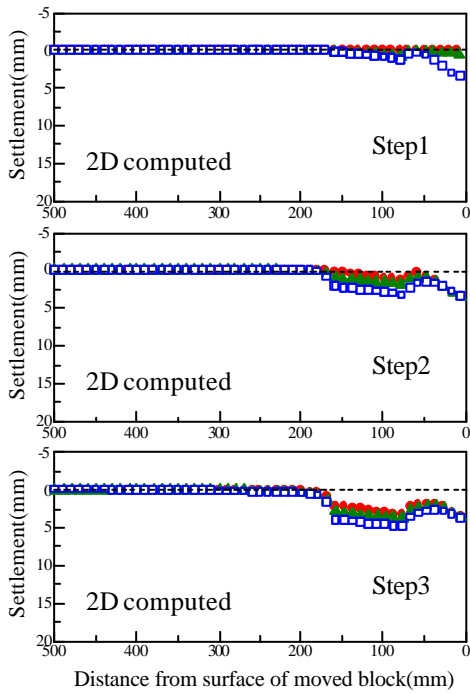
(d) CASE 4 ($L_w = 12\text{cm}$)

Figure 5-6 土压分布 (数值解析)

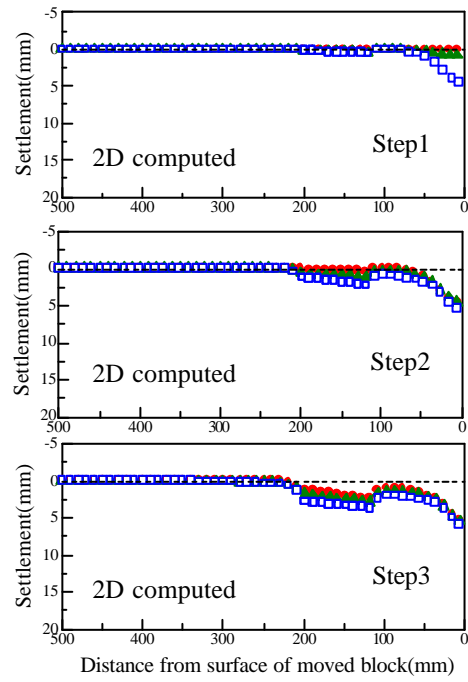


(a)CASE1 (no footing)

(b)CASE2 (Lw=4cm)

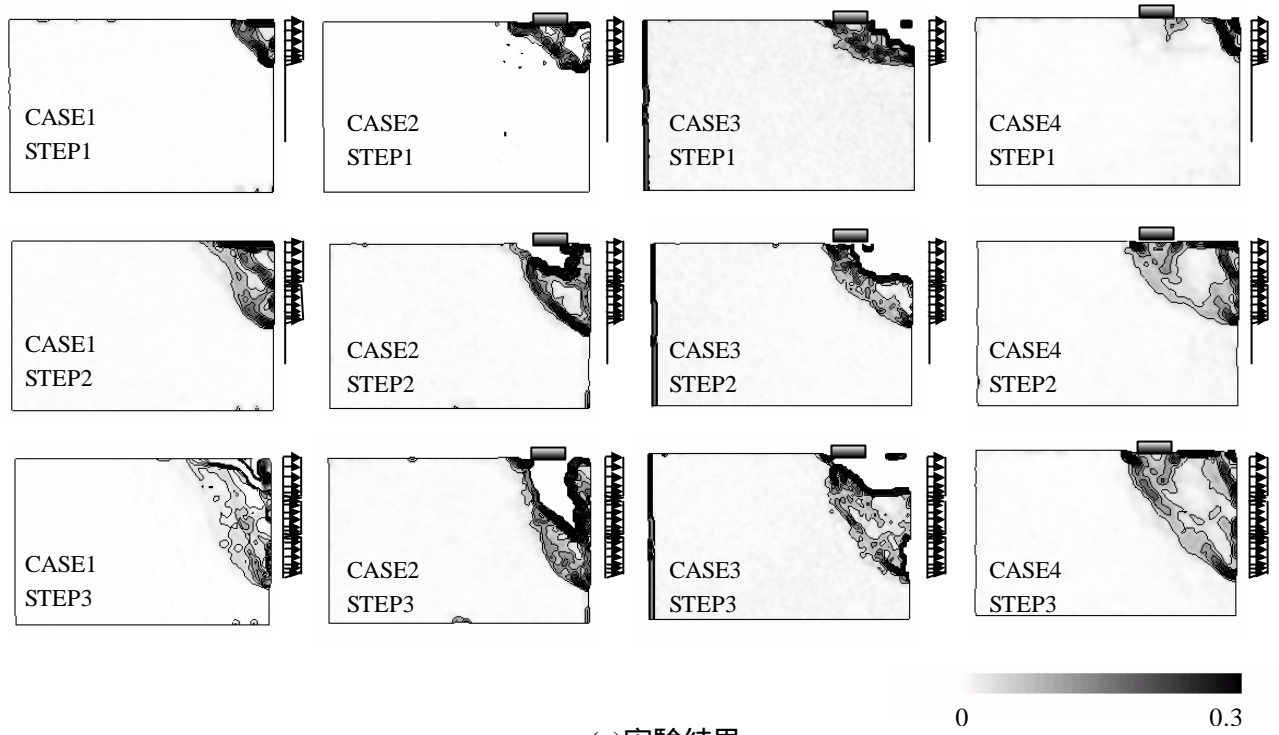


(c)CASE3 (Lw=8cm)

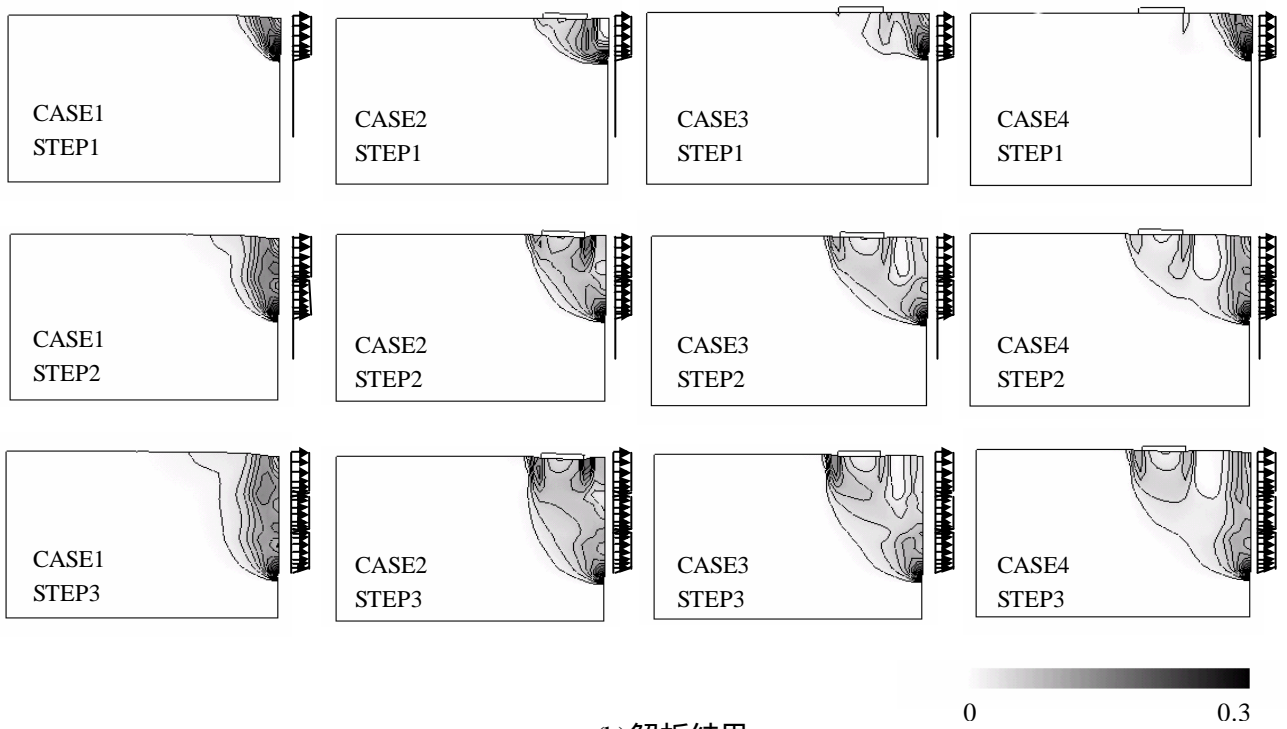


(b)CASE4 (Lw=12cm)

Figure 5-7 地表面沉下分布 (数值解析)



(a)実験結果



(b)解析結果

Figure 5-8 せん断ひずみ分布

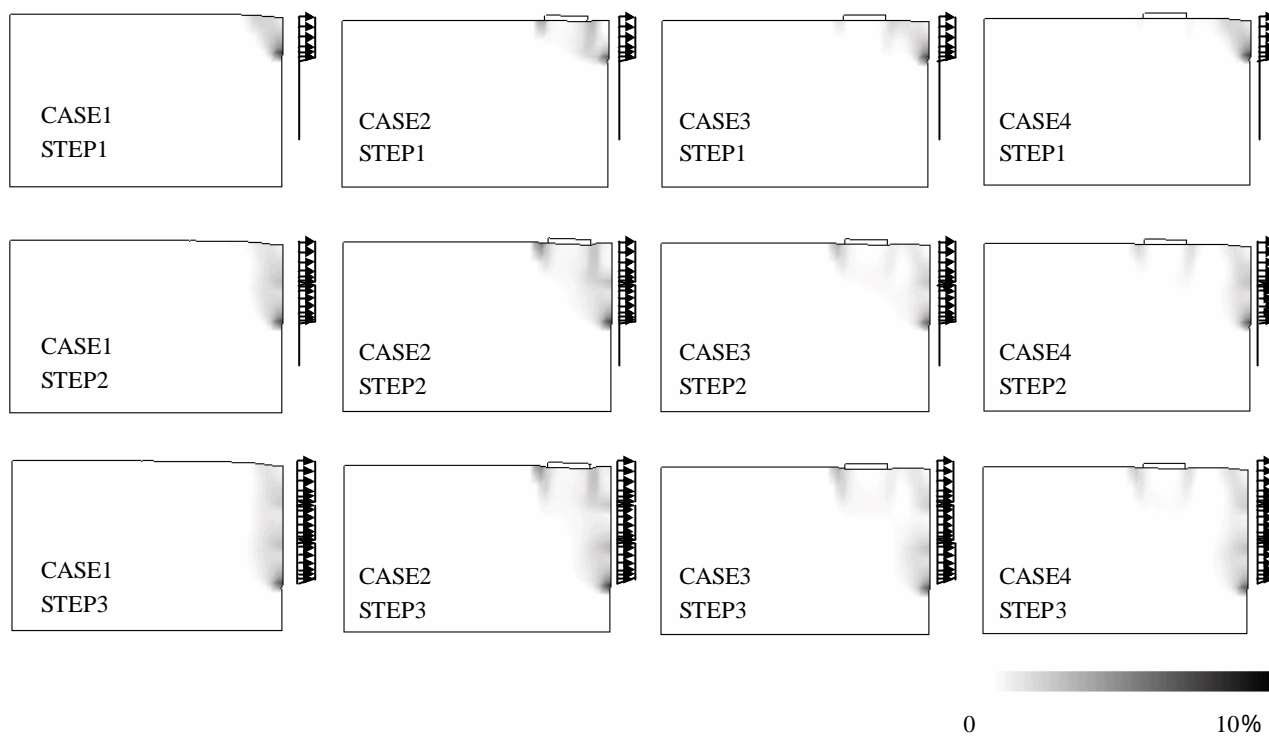


Figure 5-9 体積膨張分布

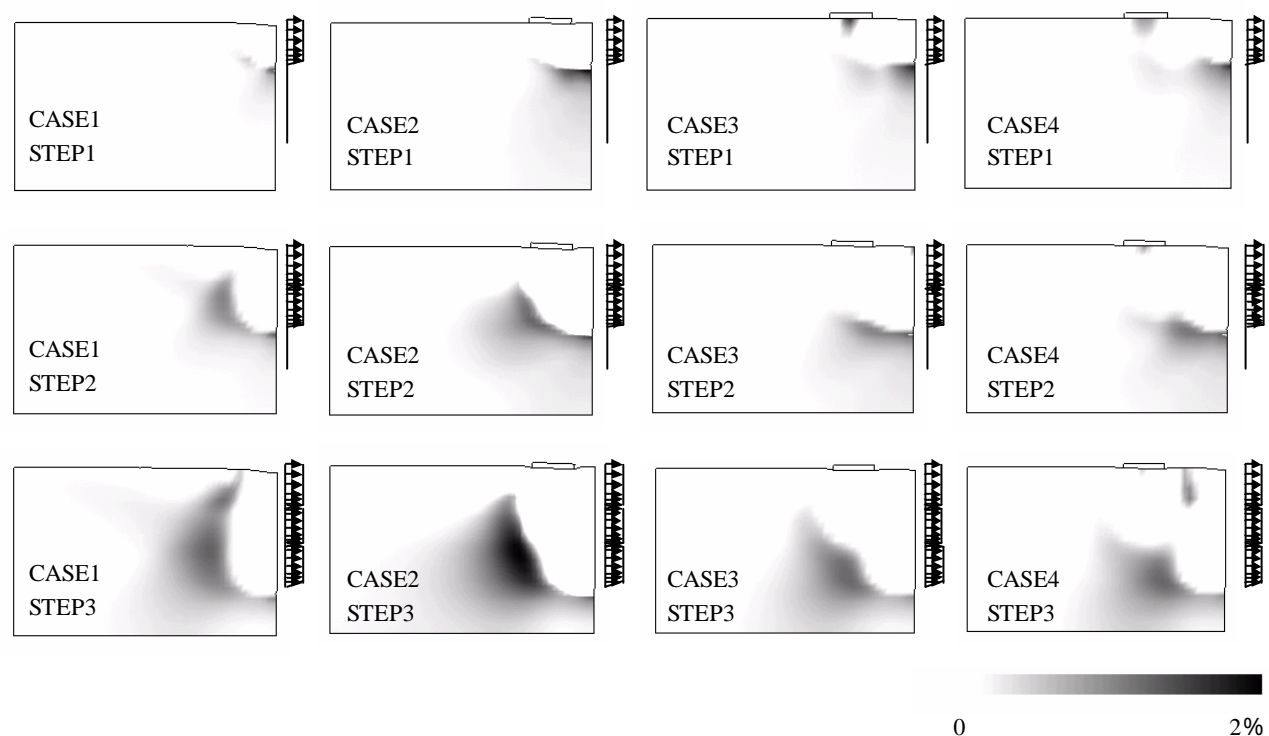


Figure 5-10 体積圧縮分布

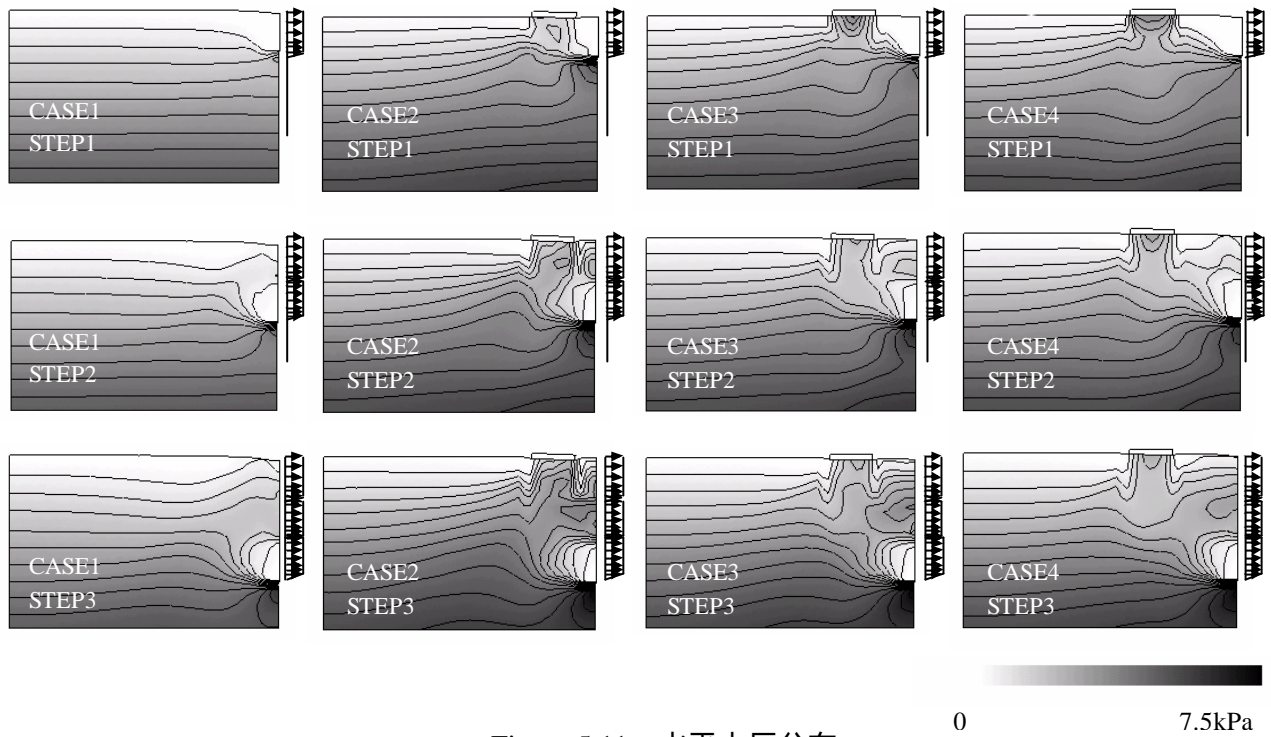


Figure 5-11 水平土圧分布

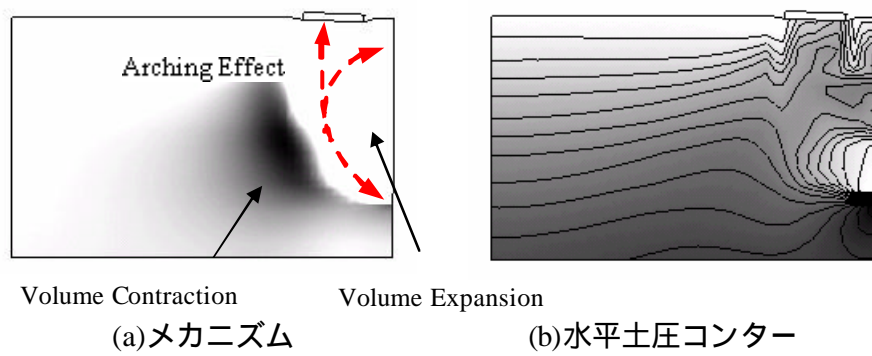


Figure 5-12 アーチ効果が生じるメカニズム (Case2)

5.6 切梁を用いた掘削実験概要

切梁掘削モデル実験機の写真を Photo 5-2 に、概略図を Figure 5-13 に示す。高さ 45cm、横幅 68cm の実験装置を使用し、山留め壁として長さ 30cm、奥行 6cm 厚さ 0.5mm のアルミ板を使用した。そのアルミ板はスライドブロック表面から 20cm の位置に設置している。アルミ板からスライドブロックまでの区間を掘削面として表層から順次アルミ棒積層体を除去することで掘削をモデル化した。地盤材料ならびに構造物荷重の載荷方法は強制変位実験と同じものを用いている。掘削を模したアルミ棒積層体の除去は 1.5cm を掘削単位として最終掘削深さ 18cm まで実験を遂行した。切梁は 2 段設置しており、一段目は掘削深度 3cm の時点で深度 1.5cm に設置し、2 段目は掘削深さ 9cm の時点で深度 7.5cm に設置している。実験は強制変位実験に合わせ近接構造物と山留め壁の離隔を変化させて行なった (Table 5-2 参照)。

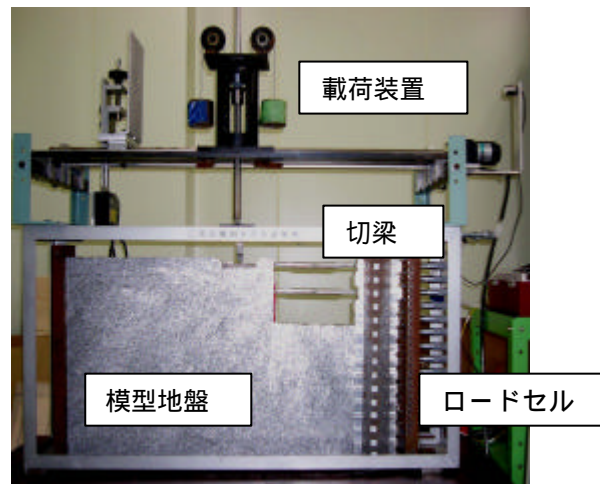


Photo 5-2 2次元掘削実験機

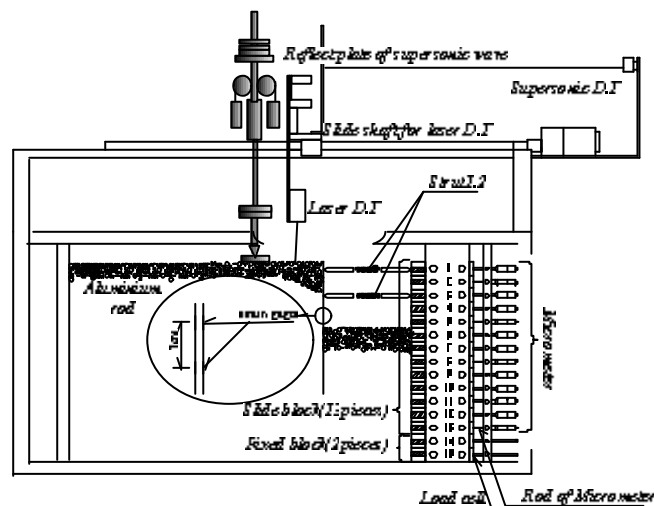
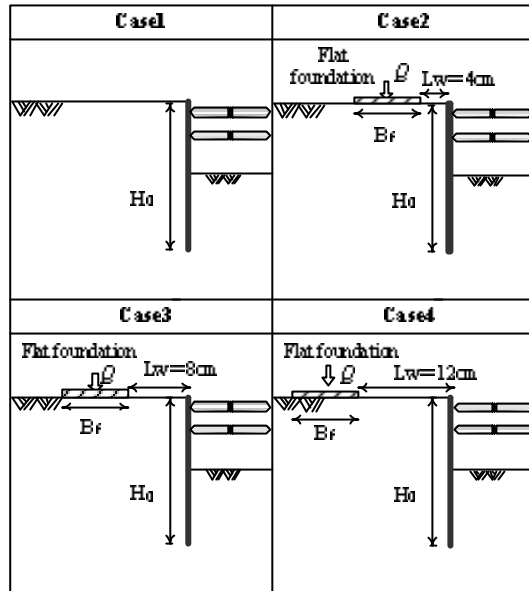


Figure 5-13 2次元掘削実験機概略図

Table 5-2 実験ケース



地表面沈下分布は沈下量をレーザー変位計で計測し、沈下量とアルミ板からの距離を超音波変位計で計測することによって2次元的な分布を求めている。切梁軸力はスライドブロックに設置したロードセルにより計測を行なっている。また、山留め壁となるアルミ板の曲げ歪みを測定するために歪みゲージを使用し、その測点はアルミ板の側面に3cm間隔で計10断面の計測を行なっている。各断面では表と裏の計2枚、全数で20枚の歪みゲージにより各断面でアルミ板の曲げ歪みを算出し、アルミ板の断面二次モーメントからアルミ板に作用する曲げモーメント分布を求めている。山留め壁の変形挙動は画像編集ソフトにて実験の際に撮影した写真から求めている。

実験に使用した材料定数の一覧を Table 5-3 に示す。

Table 5-3 材料定数一覧

実験に用いた各材料定数	
地盤材料	アルミ棒
	$=20.4 \text{ [kN/m}^2 \text{]}$
山留め壁	アルミ板
	$EI=0.88 \text{ [N} \cdot \text{m/cm]}$
	$EA=4.22 \times 10^4 \text{ [kN/cm]}$
切梁	upper $k_1=3.64 \text{ [kN/m/cm]}$
	lower $k_2=3.04 \text{ [kN/m/cm]}$

5.7 切梁を用いた掘削解析概要

解析に用いたメッシュ図の一部 (CASE 2 : $L_w = 4\text{cm}$) を Figure 5-14 に示す。本解析ではアルミ棒積層体の材料定数及び初期地盤の作成方法が 4 章と同様であることから同じ方法を用いている。尚、アルミ板で作成した山留め壁は *beam* 要素、切梁は *spring* 要素としてモデル化している。さらに山留め壁と地盤の間のすべりを考慮するため、*beam* 要素と *solid* 要素 (地盤要素) の間に *joint* 要素を設置した³⁾。摩擦角は別途行った実験により 6° としている。掘削のモデル化は掘削位置に対応した要素を、地表面から順に 1 段ずつ削除すること表現している。構造物荷重は強制変位解析同様に剛性を高くしたソリッド要素の中心に荷重を与え、境界面にはジョイント要素 (壁面摩擦角 $\delta=15^\circ$) を入れ、載荷板と地盤との境界面すべりを考慮した。解析で使用した各材料定数を Table 5-4 に示す。計算の途中で地盤内の要素に引張り領域 (tension) が発生した場合にはそれ以後の計算を打ち切ることとしているが、今回の計算では引張りは生じていない。

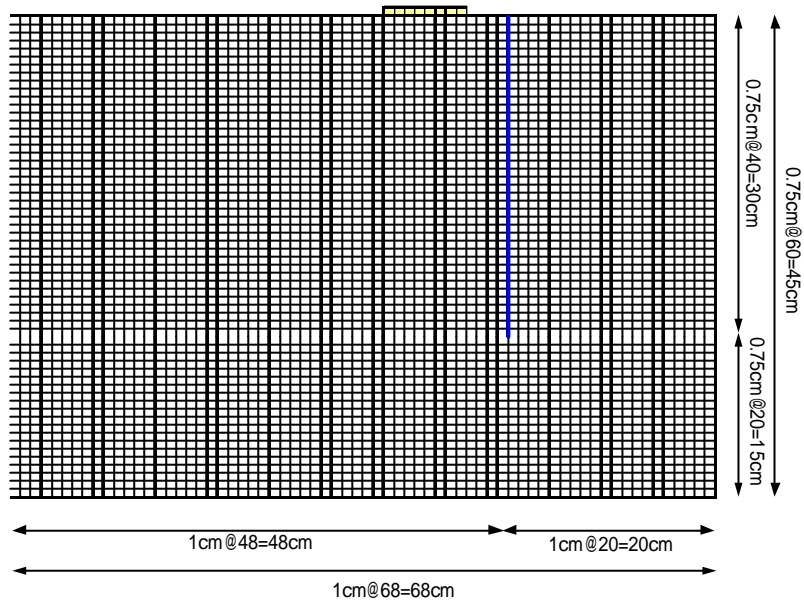


Figure 5-15 解析メッシュ図 (CASE2 の場合)

Table.5-4 解析材料定数表

解析に用いた各材料定数	
地盤材料	アルミ棒 =20.4 [kN/m ²]
山留め壁	アルミ板 EI=0.88 [N・m/cm]
	EA=4.22×10 ⁴ [kN/m/cm]
切梁	upper k=3.64 [kN/m/cm]
	lower k=3.04 [kN/m/cm]

5.8 切梁を用いた掘削実験及び解析結果

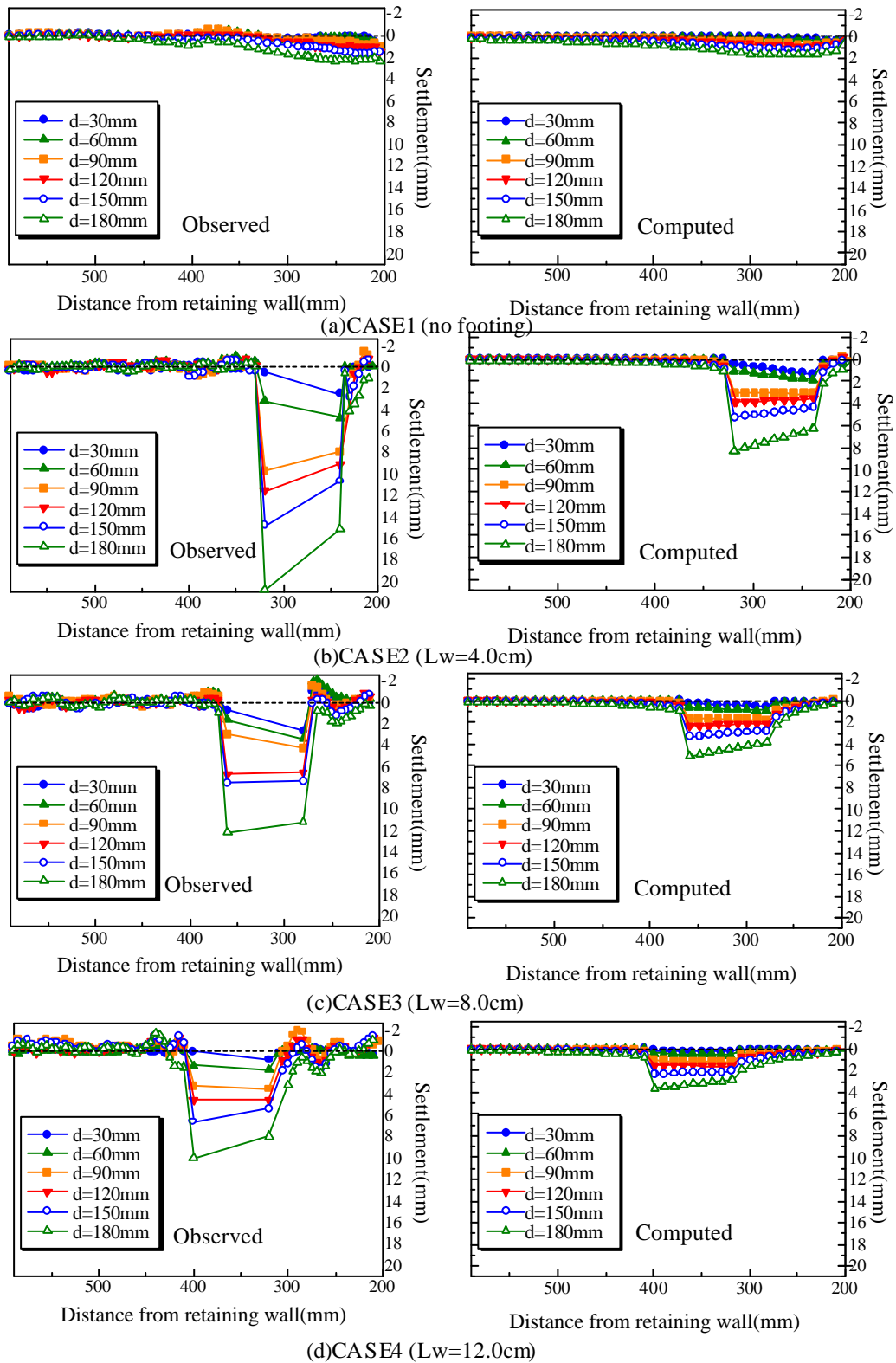


Figure 5-15 地表面沈下形状

Figure 5-15 は切梁掘削実験とその解析結果から地表面沈下形状を比較したものである。ここでの結果は定性的には表現できているものの定量的には沈下量を過小評価している。構造物を有する CASE 2 から CASE 4 までの共通した構造物の沈下挙動として、掘削深度が浅い場合では掘削側に傾き、掘削の進行に従い地山側への傾斜に転じる点が挙げられる。また、その沈下量は構造物と山留め壁の離隔が増加するにつれて小さくなっている。構造物がない場合は山留め壁の近傍の背面地山で沈下が見られるが、構造物を有する場合には山留め壁近傍の背面地山での沈下は生じていない。

Figure 5-16 は切梁掘削実験と解析結果から山留め壁の変位を比較したものである。ここで実験及び解析結果では、先の地表面沈下分布と同じく、山留め壁の挙動を定性的には再現している。

$d=30\text{mm}$ は測定後に切梁を設置しているため、自立山留めと同じ状態と言える。自立山留めでは頭部変位が最大変位量を示すが、この時の山留め頭部変位量は最も離隔の少ない CASE 2 から CASE 3、CASE 4 と減少するものの構造物荷重のない CASE 1 までには至っていない。そのため構造物荷重の影響を受けている。このときの離隔に対する掘削深度の比は CASE 4 で $L_w/d=120\text{mm}/30\text{mm}=4$ となり十分な離隔が確保されていると判断できるが、離隔に対する構造物荷重の載荷幅では $L_w/q_w=120\text{mm}/80\text{mm}=1.5$ となり、構造物の影響が無くなる離隔を確保できているとは判断できない。このことから構造物荷重と山留め壁との離隔よりも構造物荷重の載荷幅に対する離隔が重要といえる。

Figure 5-17 は山留め壁に作用するモーメントを実験と解析の比較を行ったものである。実験に対して山留め変位を小さく計算しているためモーメントも実験結果と比較して同様に大きさを過小評価している。一方、山留め変位形状は実験結果と解析結果の分布が近似していたため、結果としてモーメント分布も定性的に表現できている。したがって、山留め変位と同じく、構造物荷重と山留め壁の離隔が最も小さい CASE 2 が最大値となり、離隔距離が大きくなるに応じてその分布も小さくなっている。

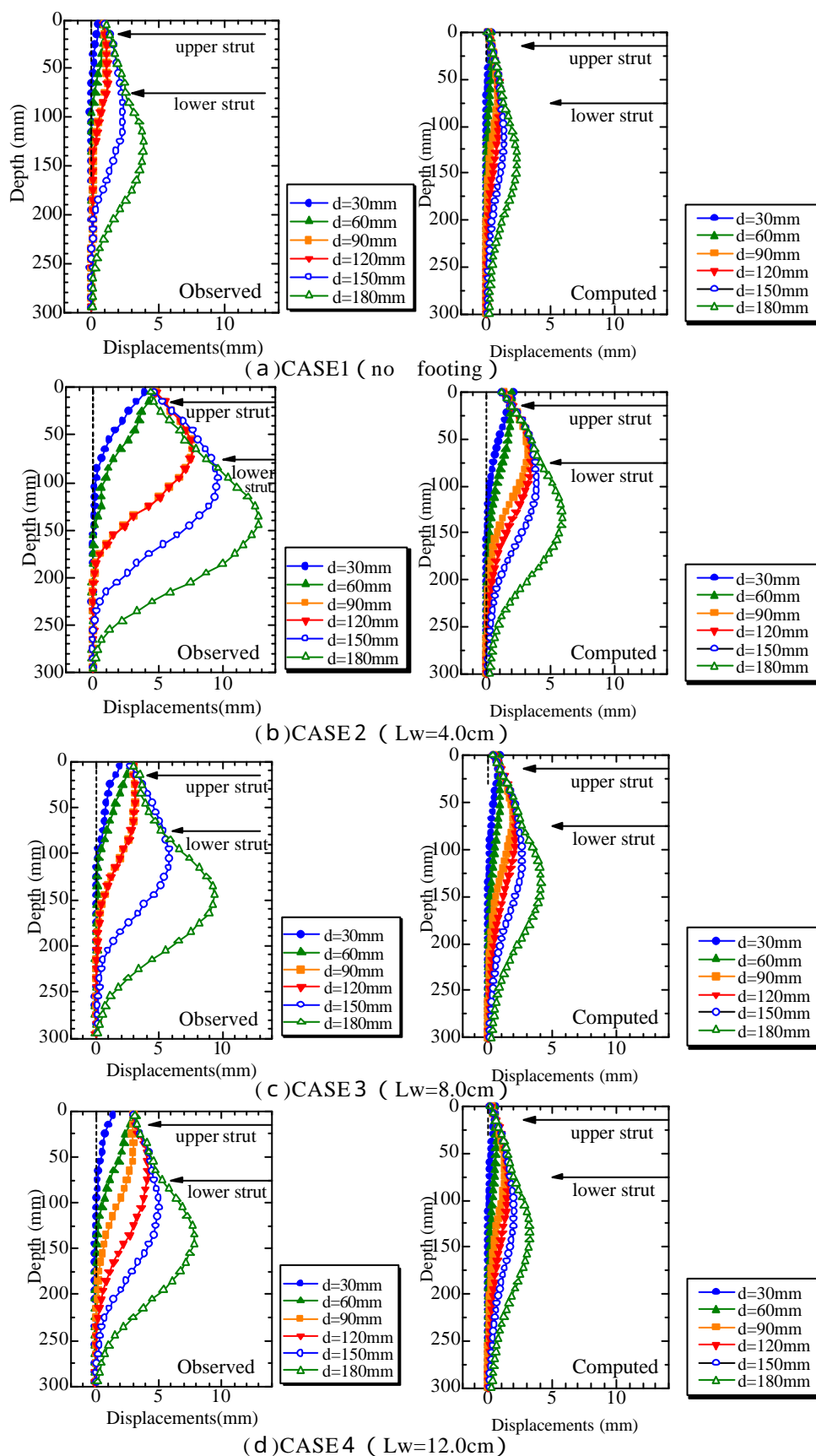
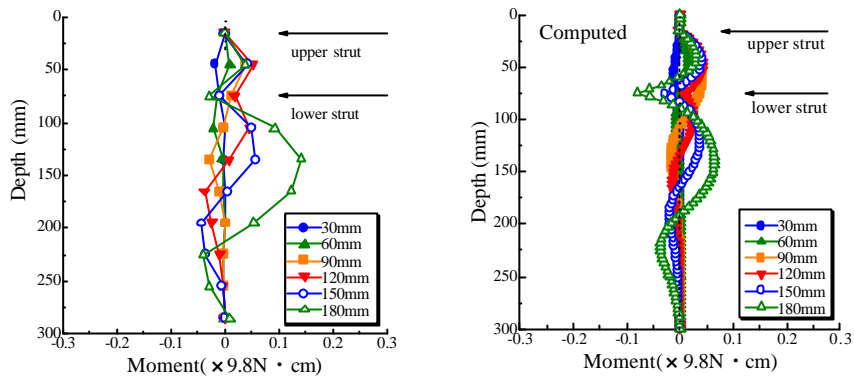
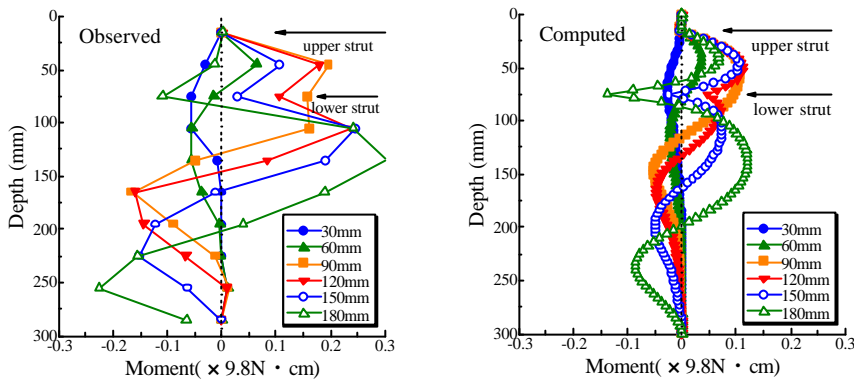


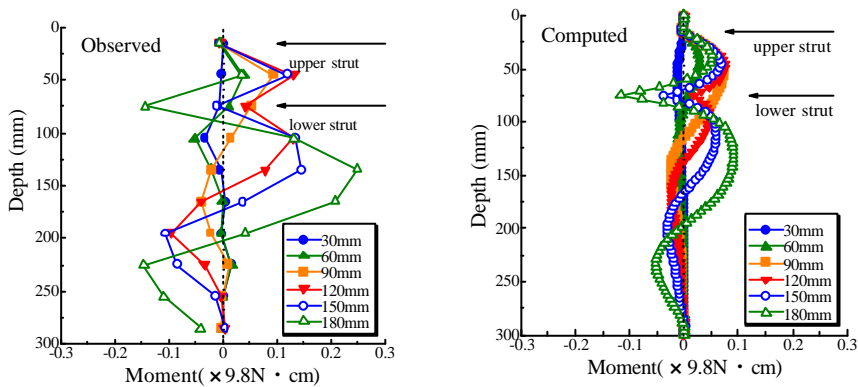
Figure 5-16 山留め壁の変位



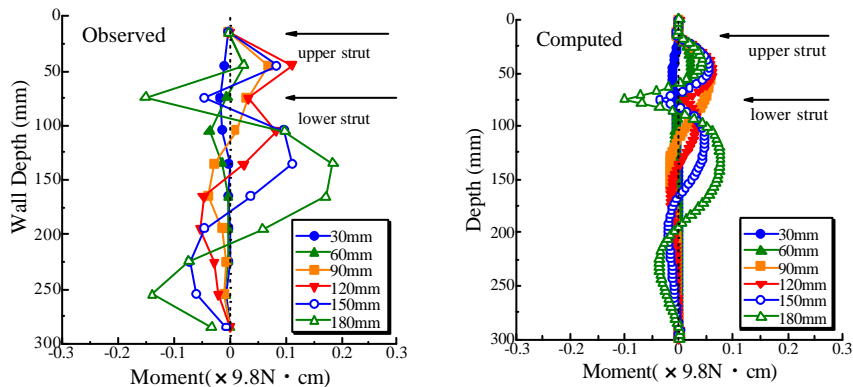
(a) CASE1 (no footing)



(b) CASE2 (Lw=4.0cm)



(c) CASE3 (Lw=8.0cm)



(d) CASE4 (Lw=12.0cm)

Figure 5-17 山留め壁に作用するモーメント

Figure 5-18 は切梁軸力の結果をまとめたものであり、横軸は掘削深度、縦軸は切梁軸力となっている。切梁軸力は単位奥行き(cm)で換算している。この実験では切梁を2段設置しており、その設置時期は上段切梁が掘削深度 $d=30\text{mm}$ の時点で $d=15\text{mm}$ の位置に設置し、下段切梁は掘削深度 $d=90\text{mm}$ の時点で $d=75\text{mm}$ の位置に設置している。何れのCASEも上段切梁設置後の掘削で軸力が増加し、下段切梁設置後の掘削により下段切梁の軸力が増加する一方、上段切梁の軸力が緩やかな減少を示している。上段と下段の切梁バネ定数は殆ど同じであるが、上段切梁と下段切梁ではその設置深度に応じた軸力増加率に違いが生じている。また、各CASEで同様の傾向を示しているが、構造物荷重と山留め壁の離隔が小さくなるに従い、上段及び下段の両方で切梁軸力が増加している。

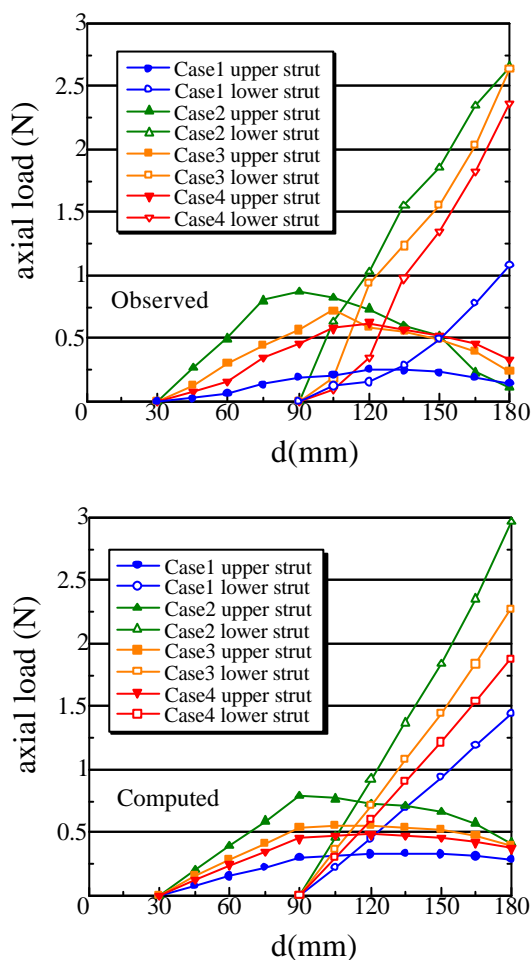


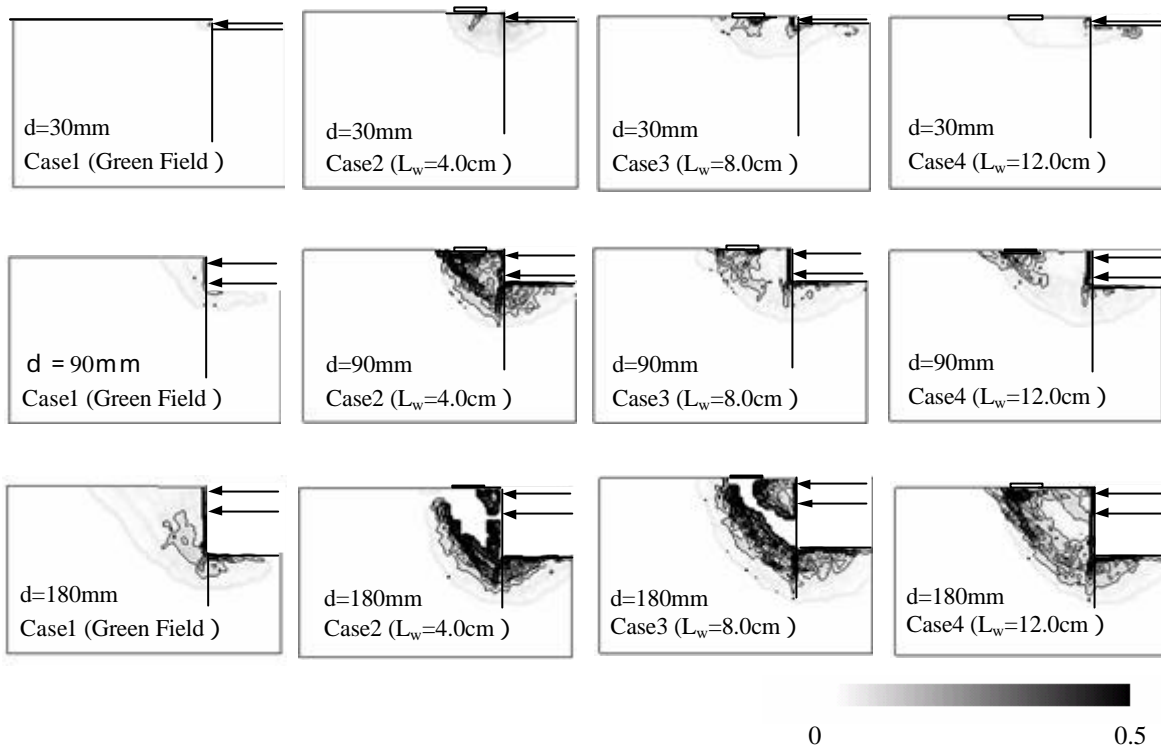
Figure 5-18 切梁軸力の比較

5.9 構造物荷重と山留めの離隔に対する検討

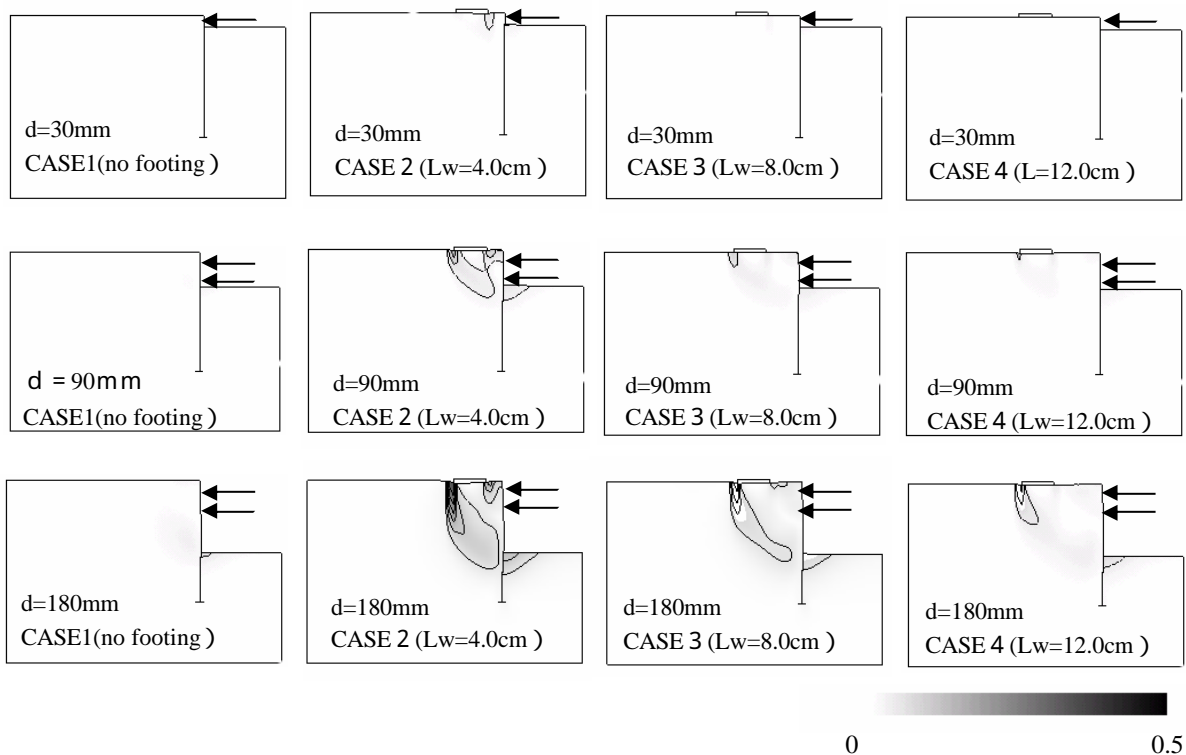
4章の強制変位実験では深度に関係なく最終的な土圧分布はほぼ一定となる結果を示していたが、本章の構造物を有する強制変位実験での土圧分布は構造物荷重と山留め壁との離隔距離によって変化が生じていた。また、切梁掘削実験の結果は構造物荷重により山留め変位も増加した結果を示していた。ここで実験では測定が困難な地盤内の諸量について、切梁掘削実験に対応した解析結果から抽出し、力学的メカニズムについて議論を行う。

Figure 5-19 は地盤内のせん断ひずみ分布である。図中のコンター線はせん断ひずみ 0.05 毎を表記している。この図から掘削深度 $d=30\text{mm}$ では構造物掘削側でせん断ひずみが生じるものの、掘削深度 $d=90\text{mm}$ 以降は構造物地山側でせん断ひずみが生じ、その後の掘削進行に伴い、掘削底面位置と構造物地山側を結ぶ形状のせん断層へと発達する。先の強制変位実験とその傾向は同じであるが、強制変位実験では掘削の影響によるせん断ひずみと構造物によるせん断ひずみのレベルがほぼ同じ程度であったのに対し、切梁掘削実験では構造物荷重によるせん断ひずみが卓越している。

Figure 5-20 は地盤内の体積膨張率分布をまとめたものである。構造物と山留めの離隔に応じて体積膨張のレベルの差が見られるが、CASE2～CASE4 では構造物直下から掘削底面を結ぶ形で体積膨張が生じている。また、構造物と山留めの離隔に応じて、掘削底面でも体積膨張が生じている。



(a)実験結果



(b)解析結果

Figure 5-19 せん断ひずみ分布

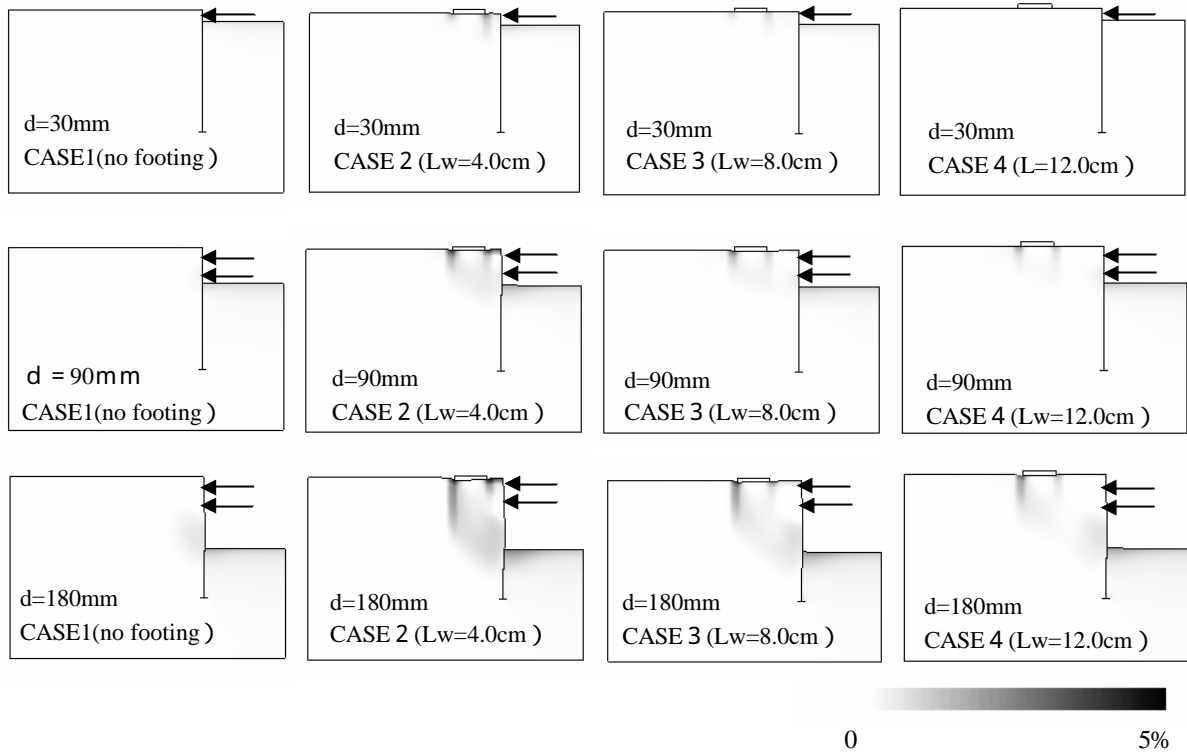


Figure 5-20 体積膨張分布

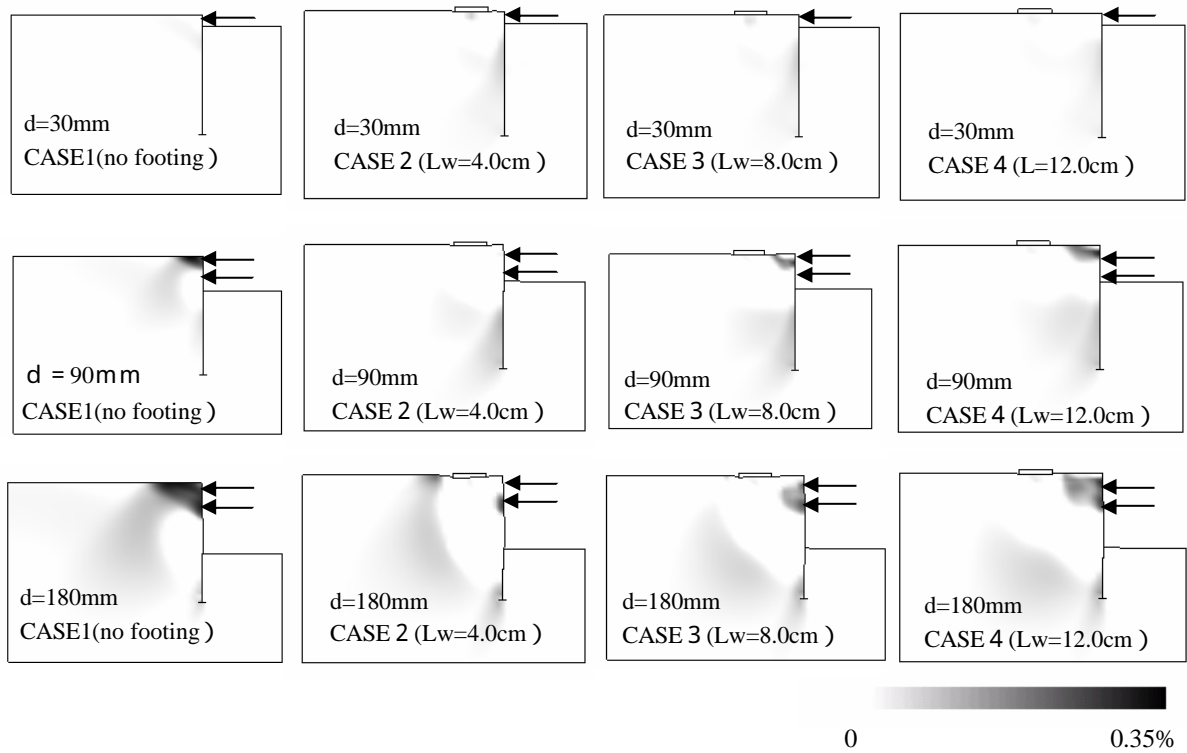


Figure 5-21 体積圧縮分布

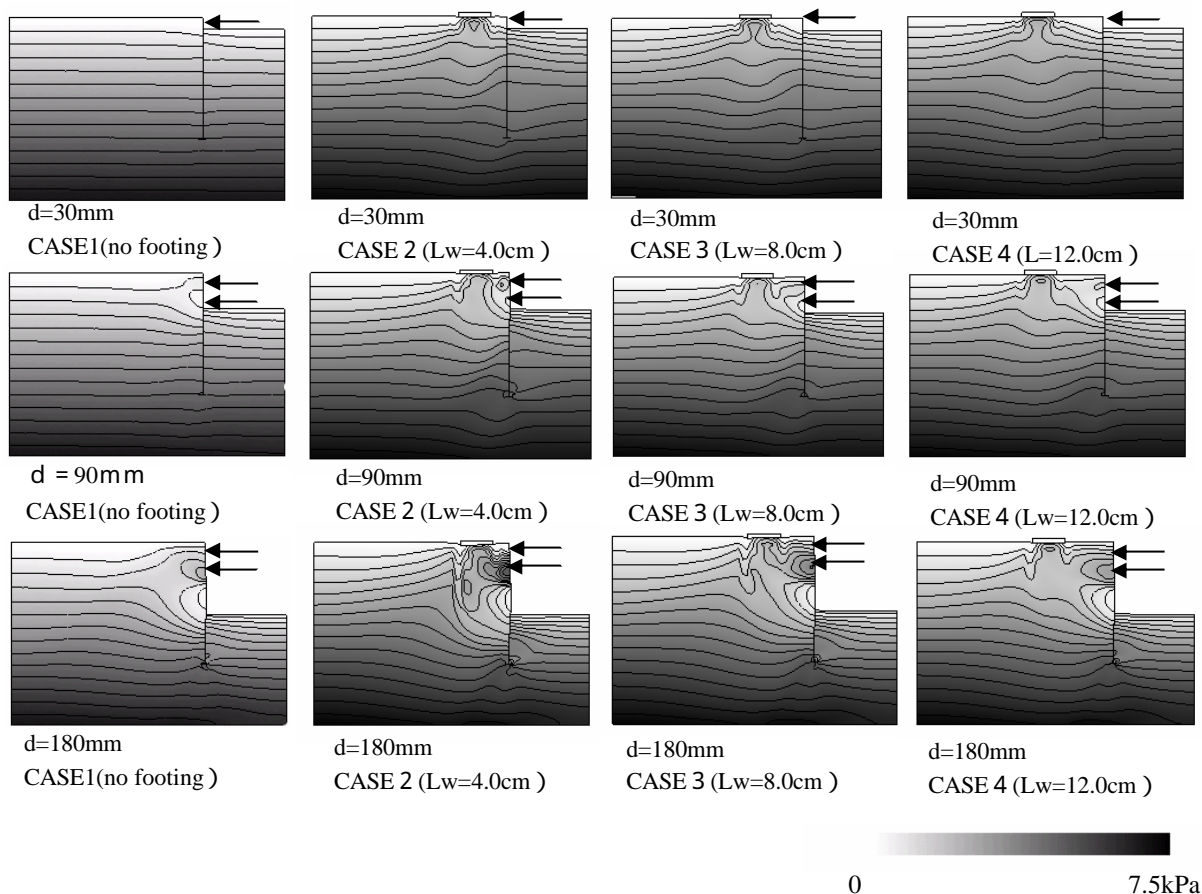


Figure 5-24 水平土圧分布

Figure 5-22 は体積圧縮領域の分布を示している。体積膨張領域をまとめた Figure 5-21 と併せて検討を行う。体積圧縮領域は体積膨張領域を囲むように形成され、その体積膨張領域でせん断ひずみが生じている。構造物を有する CASE2~CASE4 では構造物が体積膨張領域内に位置しているが、構造物荷重によりせん断ひずみが卓越した結果といえる。また、山留め壁と構造物の離隔により、体積圧縮領域が地山側へと移動している。

Figure 5-24 は各 CASE の掘削深度毎の水平土圧をまとめたものであり、図中のコンター線は 0.5kPa 毎の土圧増加を示している。Figure 5-19 では構造物と山留めの離隔距離の大きさに応じて切梁軸力が減少するが、構造物のない CASE1 と比較すると高い軸力推移を示していた。CASE2~CASE4 の初期掘削時の水平土圧では構造物荷重の影響は小さいが、掘削の進行に伴い非常に高い水平土圧が壁面に作用している様子がみえる。この高い水平土圧は構造物の直下から生じていることから構造物荷重によって強調されている。つまり、構造物荷重は初期状態から山留めに作用している結果、切梁軸力や山留め変位が増加するのではなく、掘削によって構造物荷重がより高い応力状態でアーチを形成し、その結果切梁軸力が増加するものである。

5.10 まとめ

本章では4章で行った強制変位とさらに切梁を用いた掘削を実施し、近接構造物と山留め壁の相互作用について検討を行っている。ここでは特に近接構造物と山留め壁の離隔の影響について着目し、実験と数値解析から検討した。

この章から得られた知見は次のようにまとめられる。

- (a) 近接構造物と山留めの離隔が小さくなると切梁軸力は増加する。一方、離隔を大きくしても近接構造物のない場合と比較して大きな軸力の推移を示す。それは構造物荷重が直接作用して軸力が増加するのではなく、山留めに作用するアーチ効果が構造物荷重により顕著になりその結果地盤内の応力が大きくなる結果である。つまり、アーチ効果の生じる高い応力のため、土圧が増加し、結果として切梁軸力も増加している。
- (b) 近接構造物を有する場合、掘削の影響が構造物沈下に集中するため、近接構造物のない場合と比較して、地表面沈下量は構造物位置では大きくなるが、構造物周辺では小さくなる。また、掘削の影響が構造物と山留めの峡間に集中することから離隔に関係なく構造物より地山側での地表面沈下はあまり生じない。

第6章 2段山留めの特徴と通常の手留めとの比較

6.1 概説

近年、都市部の掘削工事で2段山留めが適用されている現場を多く見る。2段山留めとは山留め壁の掘削面内に更に一段、レベル違いの手留めを有するものである。2段山留めは構造物形状に応じて掘削量を削減できることや先行して床付け完了した工区で躯体が構築できる等の優位性から適用されることが多い。しかしながら、2つの山留めの離隔の影響や相互作用等の力学的問題について実測値を基にした確認があまり行われていない。これは現場での測定が難しいことから実測値が非常に少ないことも要因として挙げられる。本章ではこの2段山留めのモデル実験と対応した数値解析を行い、その力学的特性の説明を目的として議論を進める。

6.2 2段山留めモデル実験の概要

ここでは2段山留めの離隔と根入れ長のパラメータに対して検討を行い、一般的な1段山留めと比較することによって2段山留めの特異性について議論を進める。

使用する実験機は5章で使用したものと同一である。切梁掘削モデル実験機の写真をPhoto 6-1に、概略図をFigure 6-1に示す。山留め壁と離隔の関係及び各山留めの根入れを考慮した検討パターン(Table 6-1参照)で議論を進める。掘削条件も5章と同様とし掘削単位を1.5cmとして順次掘削、崩壊するまで実験を遂行した。切梁も5章と同じく2段とし、同じ位置(-1.5cm、-7.5cm)同じタイミングで設置している。

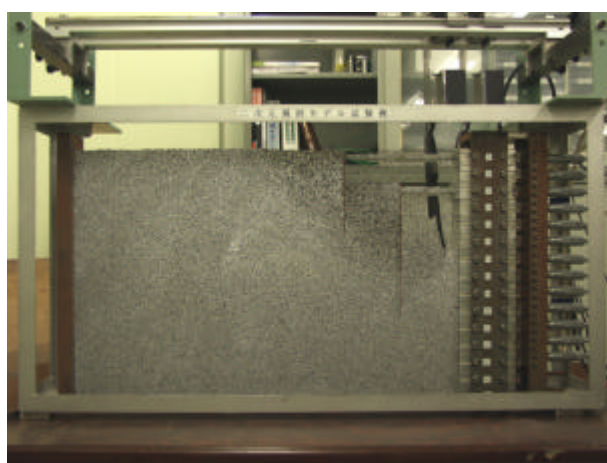


Photo 6-1 2段山留め実験機

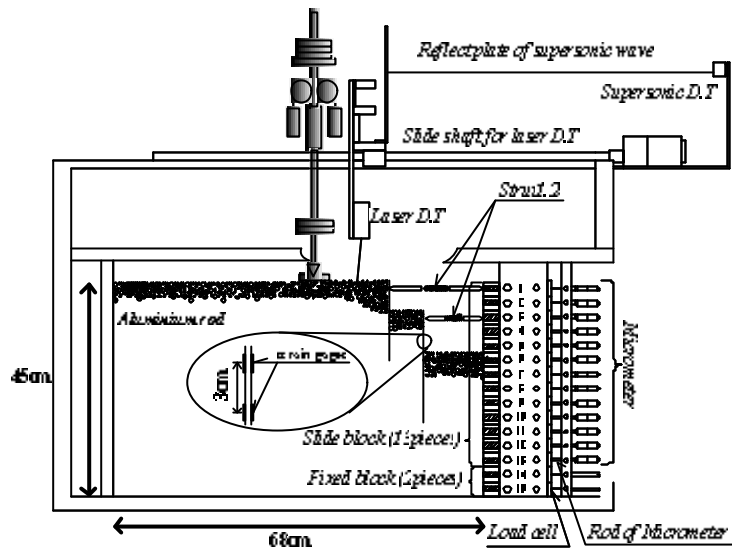


Figure 6-1 2次元2段山留め掘削実験機略図

Table 6-1 検討パターン

Case 1-a	Case2-a	Case3-a	Case4-a
Case 1-b	Case2-b	Case3-b	Case4- b

6.3 実験に対応した解析概要

解析に用いたメッシュ図の一部を Figure 6-2 に示す。アルミ棒積層体は 4 章、5 章に合わせ、事前に自重圧密解析を行い、深さ方向に間隙比が分布する状態を初期状態としている。5 章の切梁掘削実験と同じくアルミ板で作成した山留め壁は *beam* 要素、切梁は *spring* 要素としてモデル化している。さらに山留め壁と地盤の間のすべりを考慮するため、*beam* 要素と *solid* 要素（地盤要素）の間に *joint* 要素を設置した。解析で使用した各材料定数を Table 6-2 に示す。尚、計算の途中で地盤内の要素に引張り領域 (tension) が発生した場合にはそれ以後の計算を打ち切ることとしている。

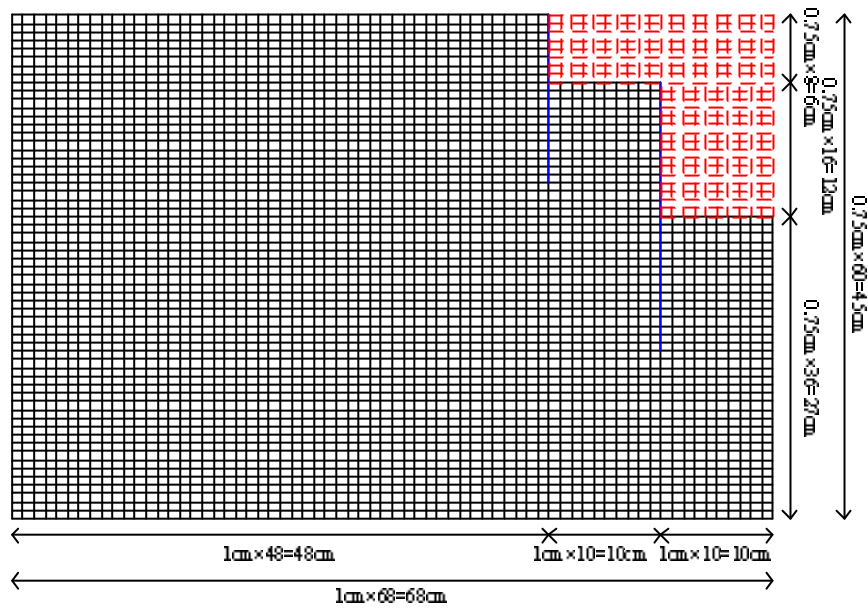


Figure 6-2 解析メッシュ図 (Case1-b)

Table 6-2 材料定数一覧

解析に用いた各材料定数	
地盤材料	アルミ棒
	=20.4 [kN/m ²]
山留め壁	アルミ板
	$EI=0.88$ [N m ² /cm] $EA=4.22 \times 10^4$ [kN/cm]
切梁	upper : $k_1=3.64$ [kN/m/cm]
	lower : long $k_2=4.13$ [kN/m/cm] short $k_3=4.55$ [kN/m/cm]

6.4 2段山留め実験と解析の結果

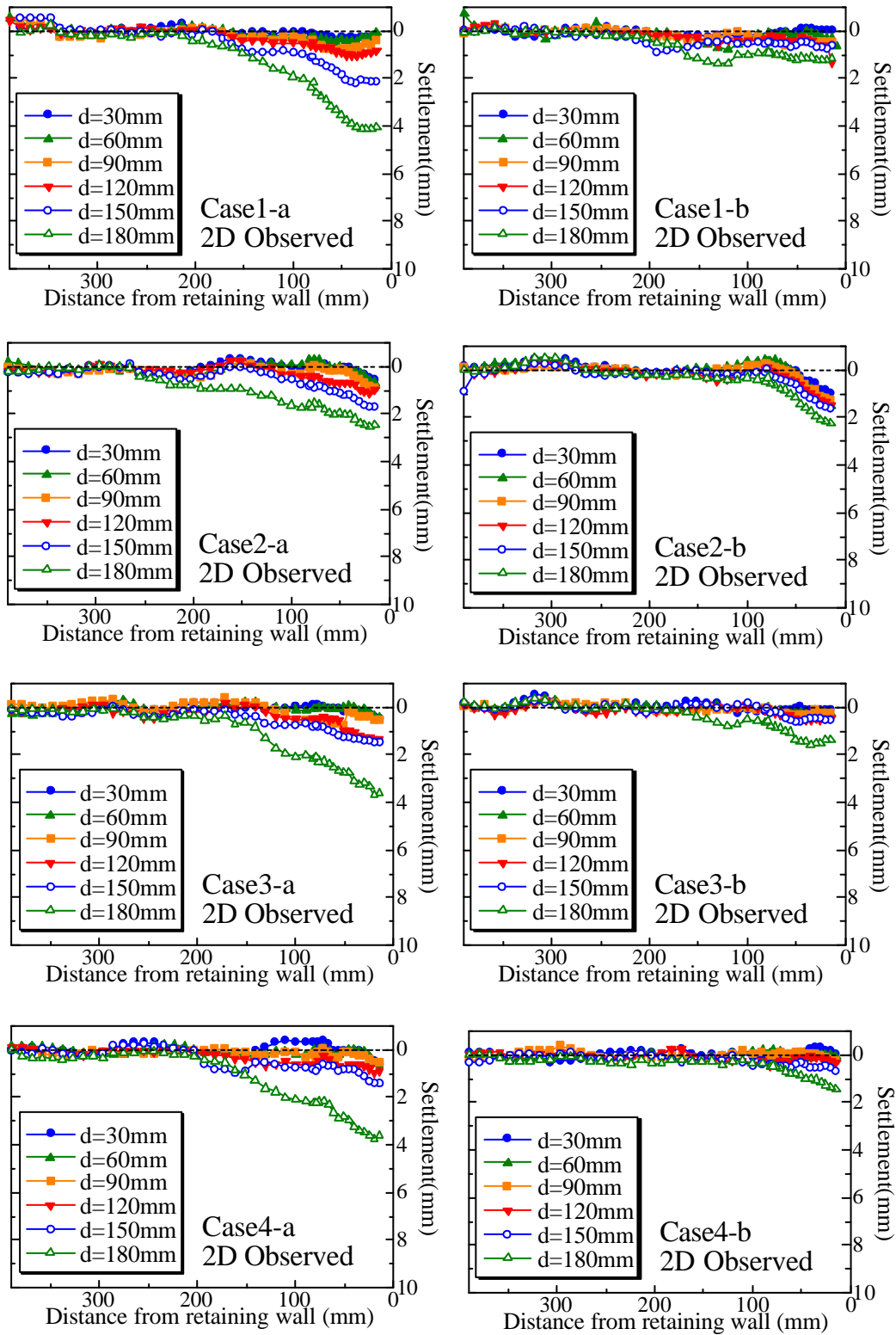


Figure 6-3 地表面沈下形状 (実験)

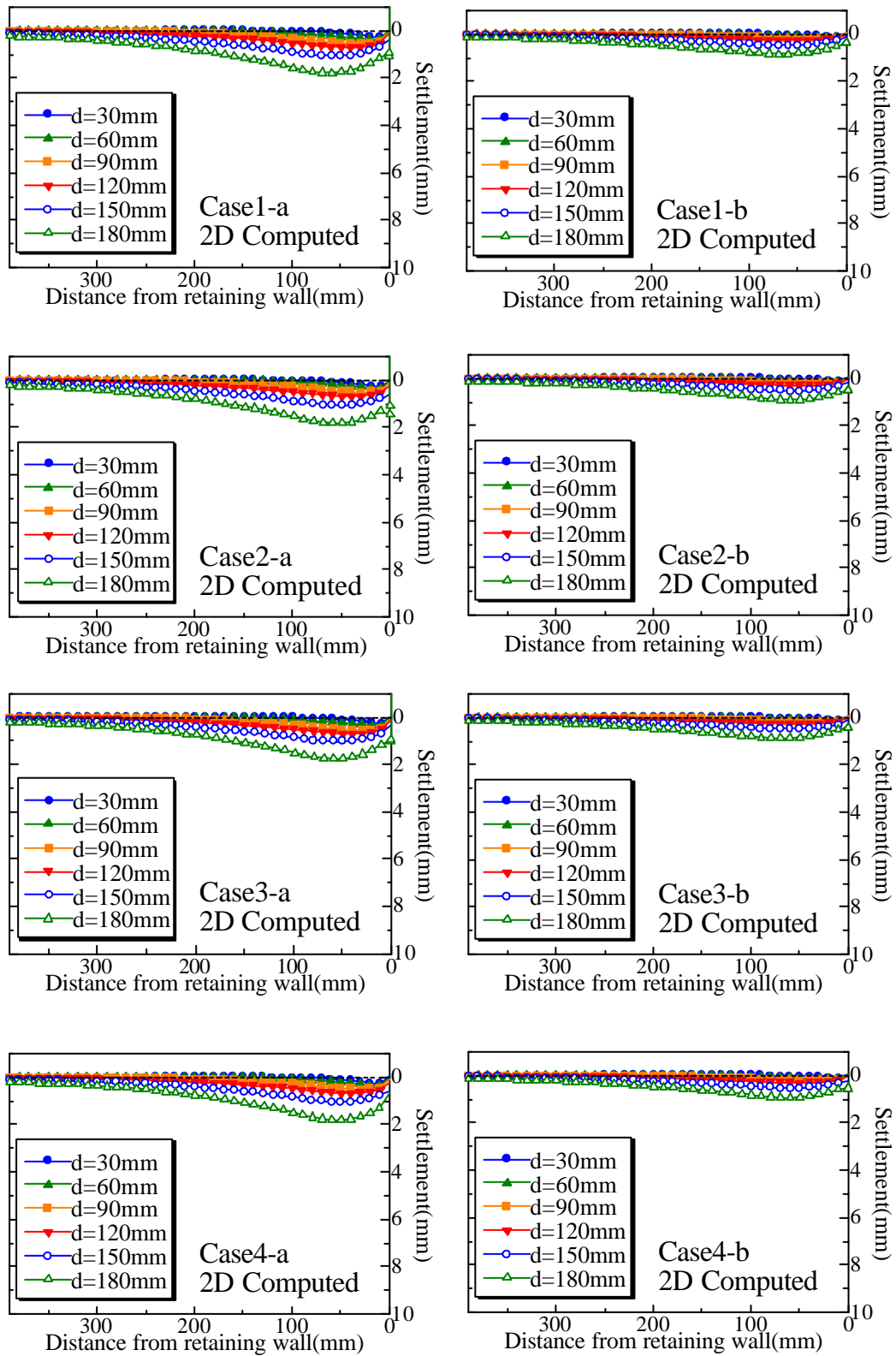


Figure 6-4 地表面沈下形状 (解析)

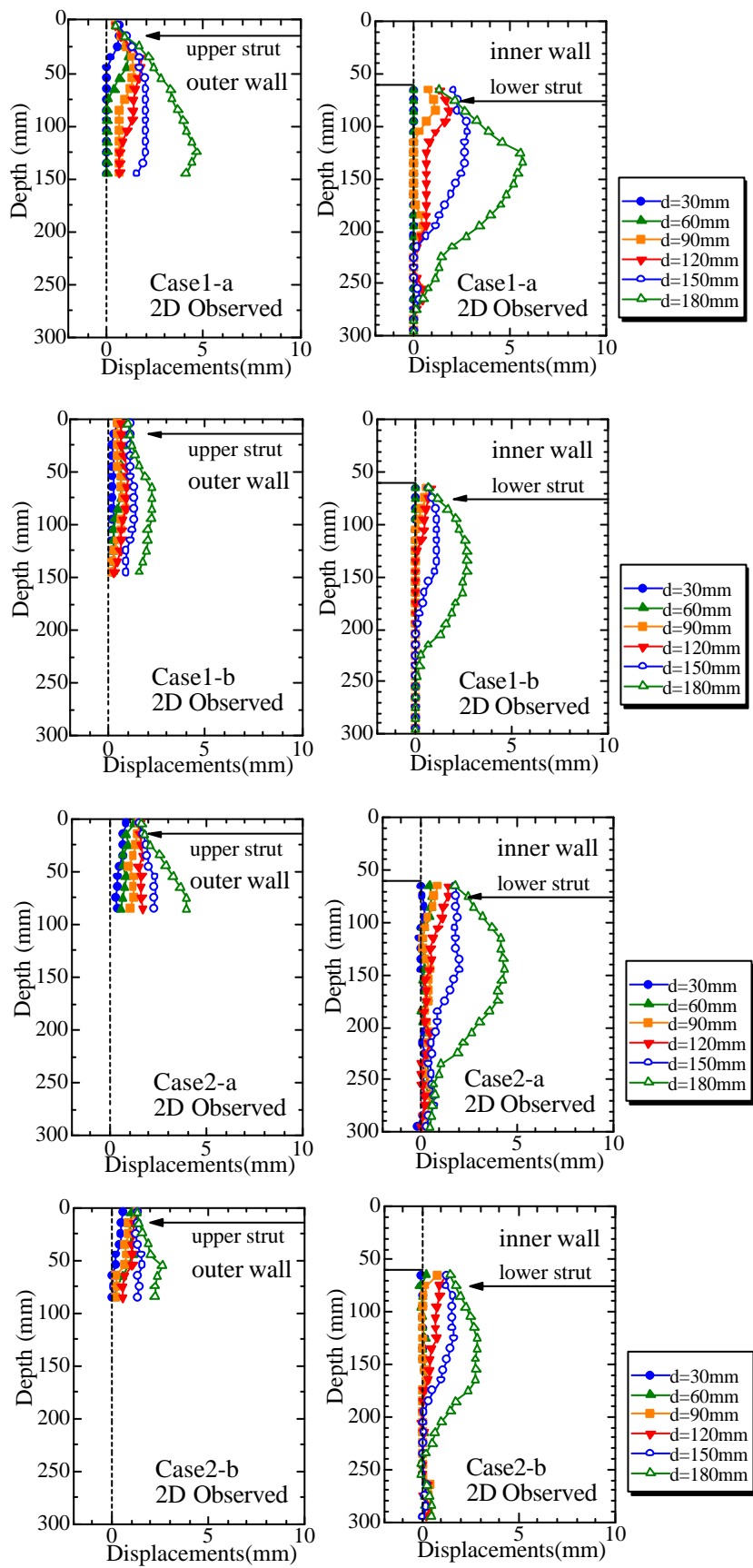


Figure 6-5 山留め壁の変位 (実験)

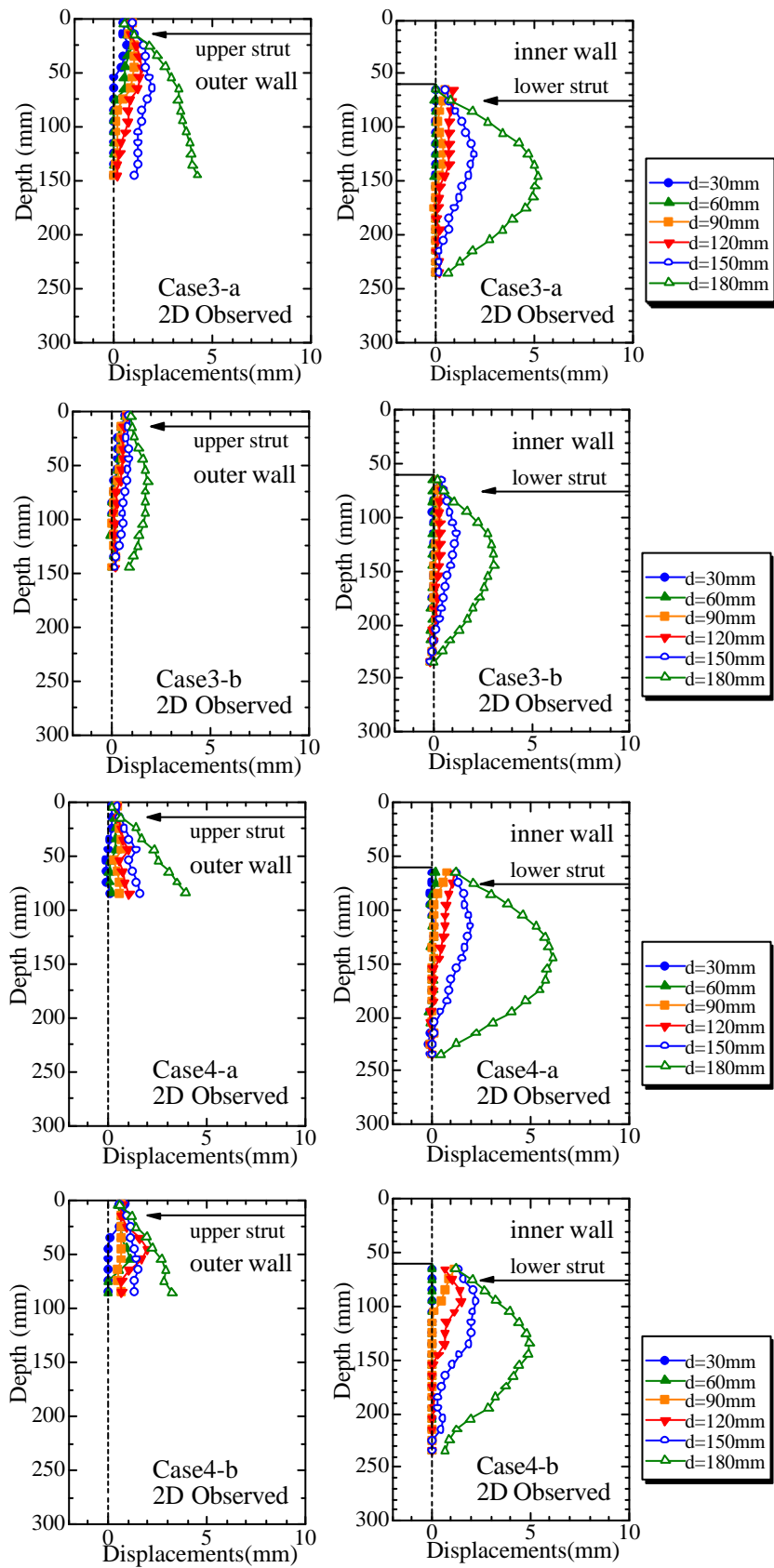


Figure 6-6 山留め壁の変位 (実験)

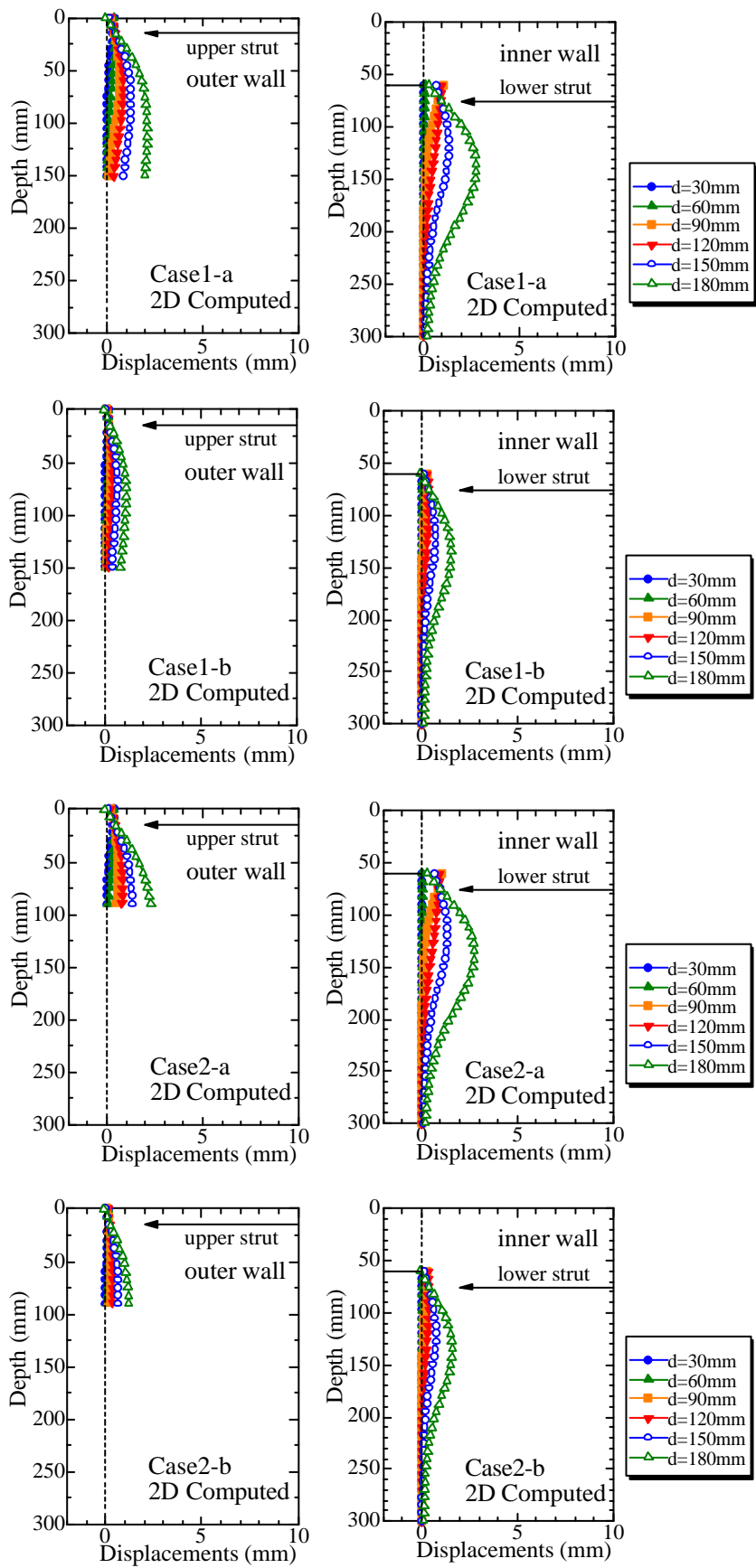


Figure 6-7 山留め壁の変位（解析）

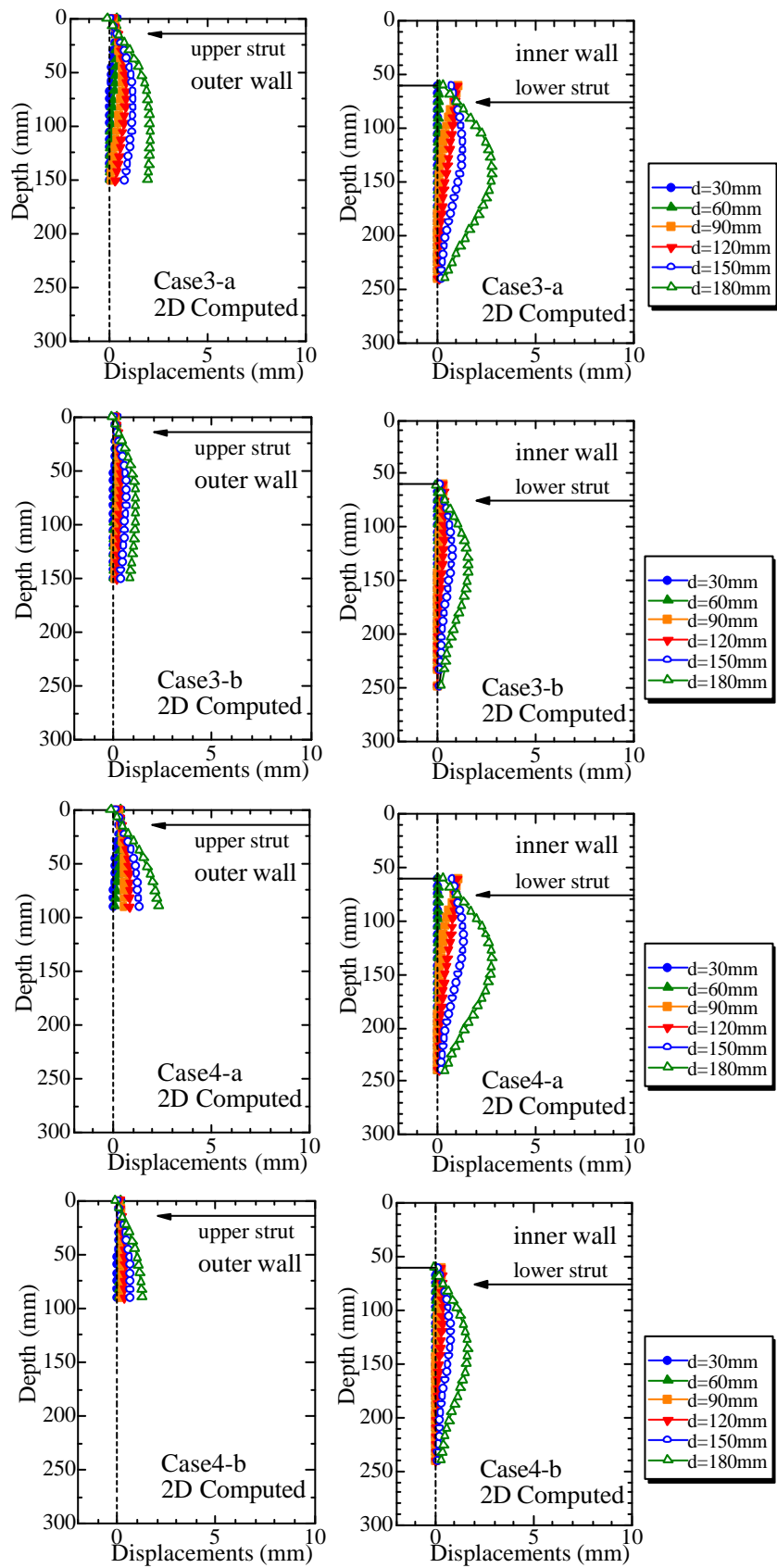


Figure 6-8 山留め壁の変位 (解析)

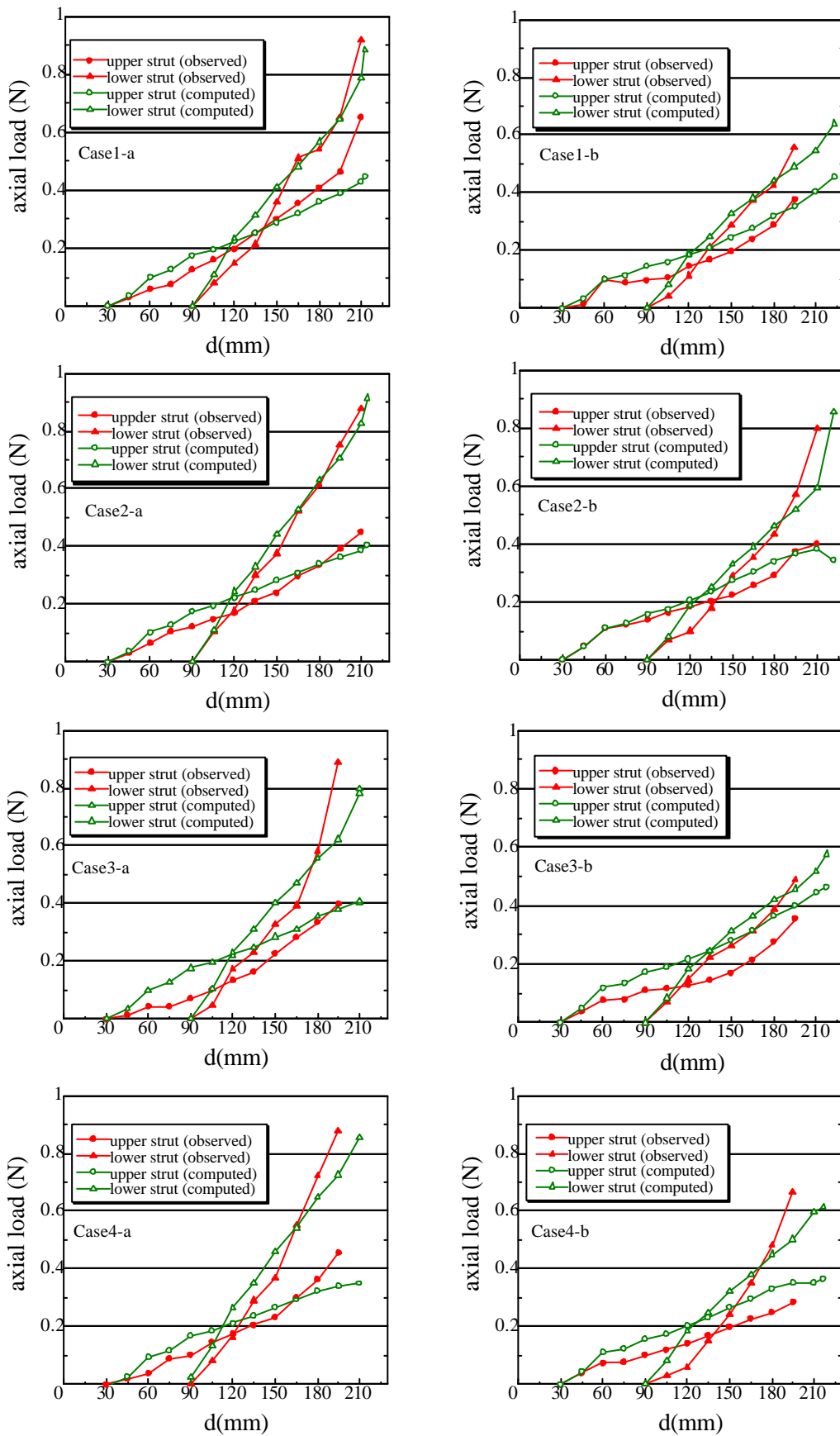


Figure 6-9 切梁軸力の推移

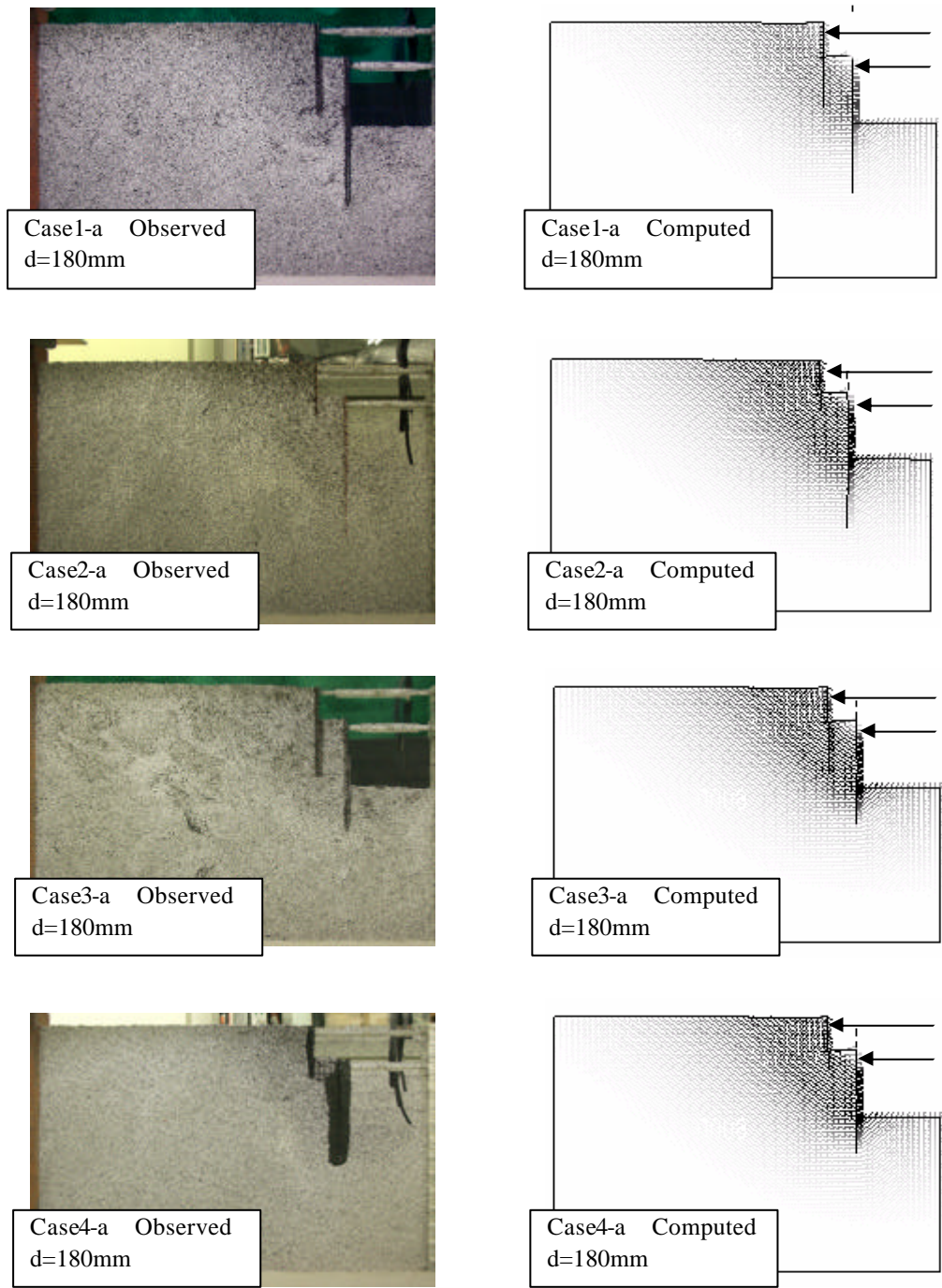


Figure 6-10 変位分布図 (離隔 : 50mm)

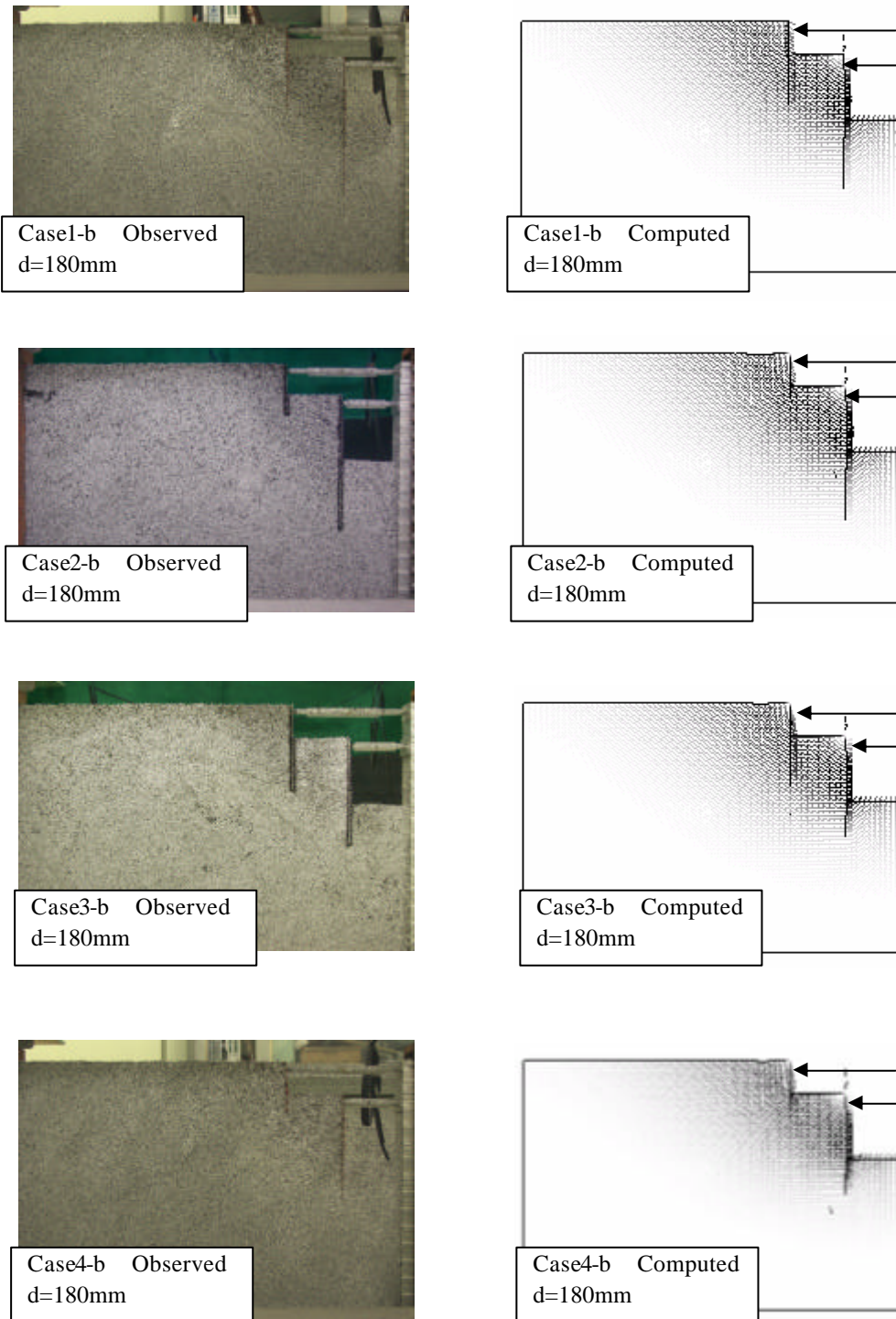


Figure 6-11 变位分布图 (離隔 : 100mm)

Figure 6-3 は実験結果の地表面沈下形状をまとめたものである。各 Case での a (ここでの a は Case 1-a の a に相当し、以下 b も同様とする) は離隔が 50mm、b は離隔が 100mm となっているが、明らかに沈下量は離隔の影響を受けており、離隔が小さくなると地表面沈下量が増す。また、各 Case は根入れ量に変化を与えたものであるが、大きな変化は見られず、根入れによる地表面沈下量への影響は殆どない。Figure 6-4 は Figure 6-3 に対応した解析結果をまとめたものであるが、各 CASE での山留め壁付近の沈下形状は実測値と異なる。山留め壁と地盤のすべりを考慮して joint 要素を使用しているが、要素長 7.5mm に対してすべり量が卓越しているためと考えられる。そのため、壁付近の変位が抑制される結果となり、壁より地山側で最大沈下量が発生している。Figure 6-12 は各 Case の結果から $d=180\text{mm}$ での値をまとめたものである。この図から解析結果は定量的には実験値を表現出来ていないが、根入れの影響は殆ど無く、離隔の影響が大きい結果を示しており、各 Case 間の影響を表現している。

Figure 6-5、Figure 6-6 は外側と内側の山留め壁の変位をまとめたものである。ここでの結果からも離隔の影響が大きいといえる。離隔が小さくなると山留め壁の変位が増える傾向を示している。一方、外壁と内壁の根入れ長が壁変位に与える影響は見られない。実験は更に崩壊寸前まで実施しており、終局的な耐力としては内壁の根入れ長の影響が高いことを付け加える。Figure 6-7、Figure 6-8 は実験に対応した解析の結果をまとめたものであるが、地表面沈下の結果と同様に定量的ではないが、定性的にはよく表現している。Figure 6-13 は各 Case の結果から $d=180\text{mm}$ の結果をまとめたものであるが、実験で得られた傾向とよい対応を示している。

Figure 6-9 は掘削に伴う切梁軸力の変化をまとめたものである。実験と解析の結果は非常に良い対応を示している。ここでの結果も離隔の影響が最も大きくなっているが、離隔が大きくなると下段の切梁軸力の変化が全体的に小さくなっている。一方、通常山留めでは下段の切梁架設後に上段の切梁軸力は一定となるが、離隔 100mm でも上段の切梁軸力が掘削に伴い増加している。通常山留めと異なる軸力の変化を示している。

Figure 6-10、6-11 は 30mm 掘削する毎に撮影した地盤側面の写真を重ね合わせたものであり、色が濃くなっている部分は変位が生じた領域を意味している。比較している解析結果は地盤内の変位分布である。色の濃さは変位の大きさを示している。明確になっている写真と判り難い写真があるものの、解析結果は実際の地盤内で変位が生じた領域をよく表現している。ここでの変化も離隔の影響しか確認できない。

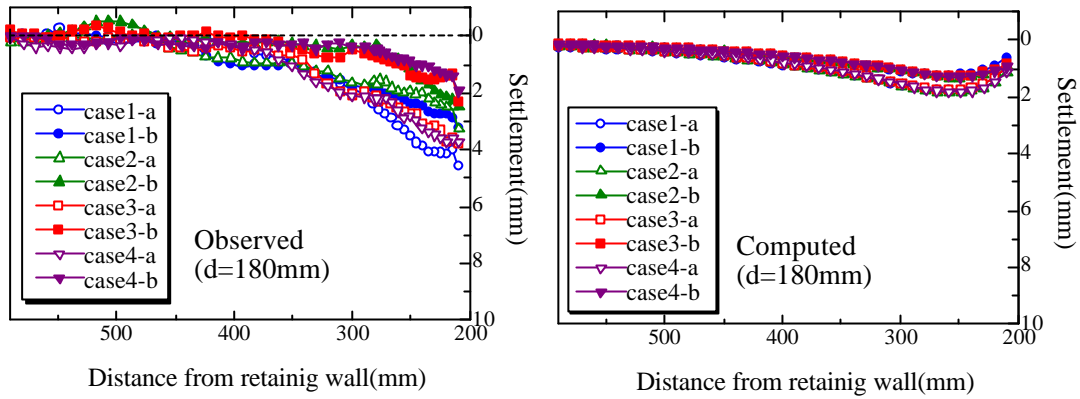


Figure 6-12 地表面沈下 (d=180mm)

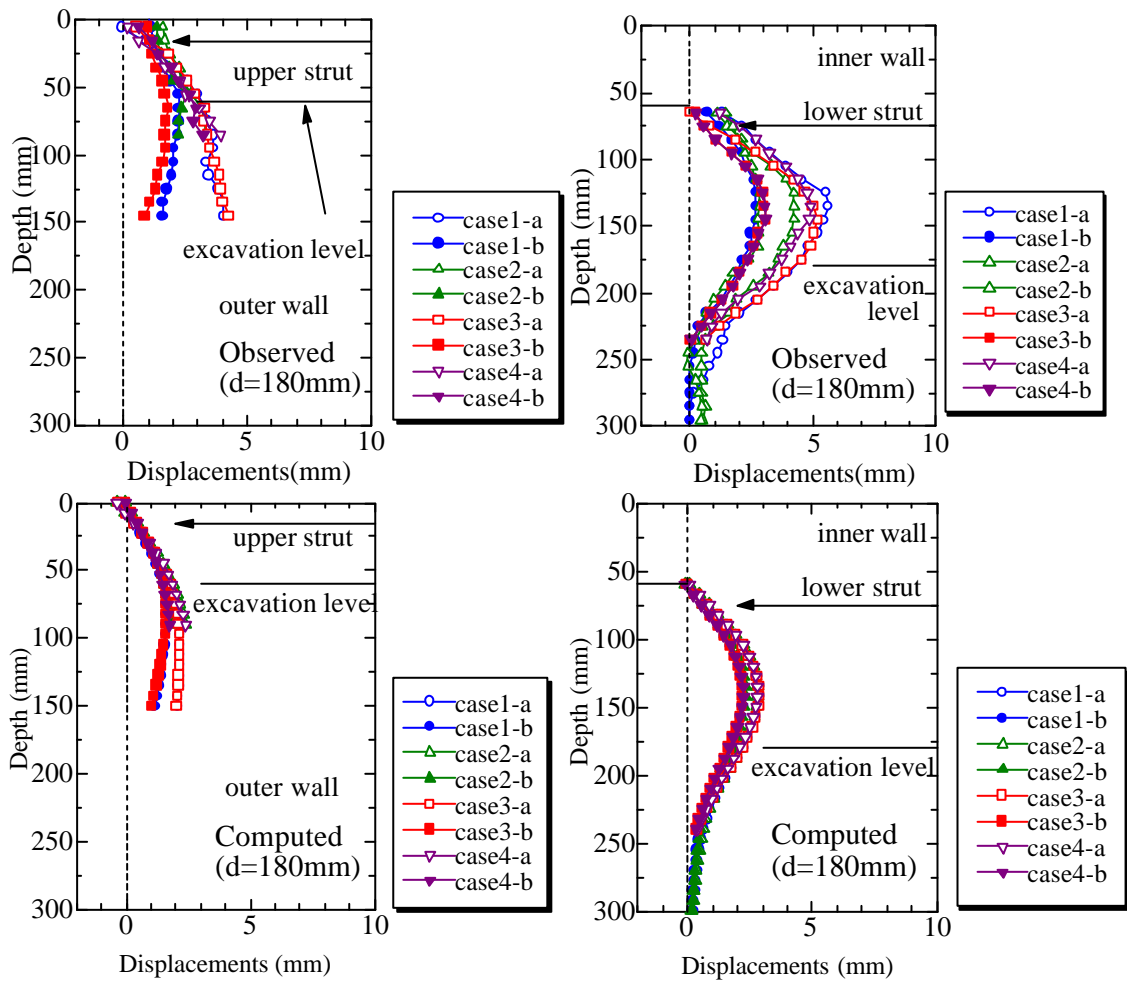


Figure 6-13 壁変位 (d=180mm)

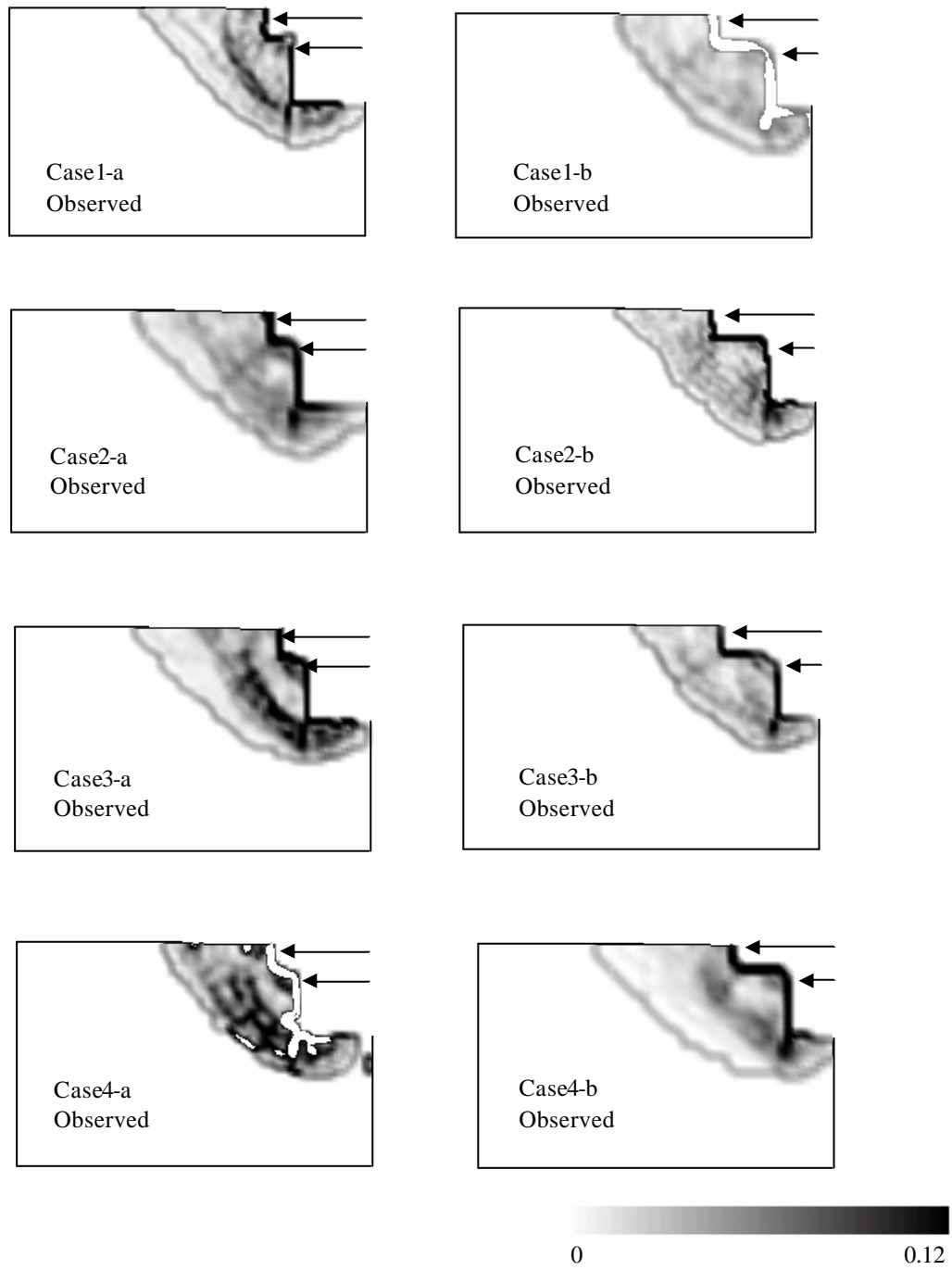


Figure 6-14 せん断ひずみ分布 (d-180mm)

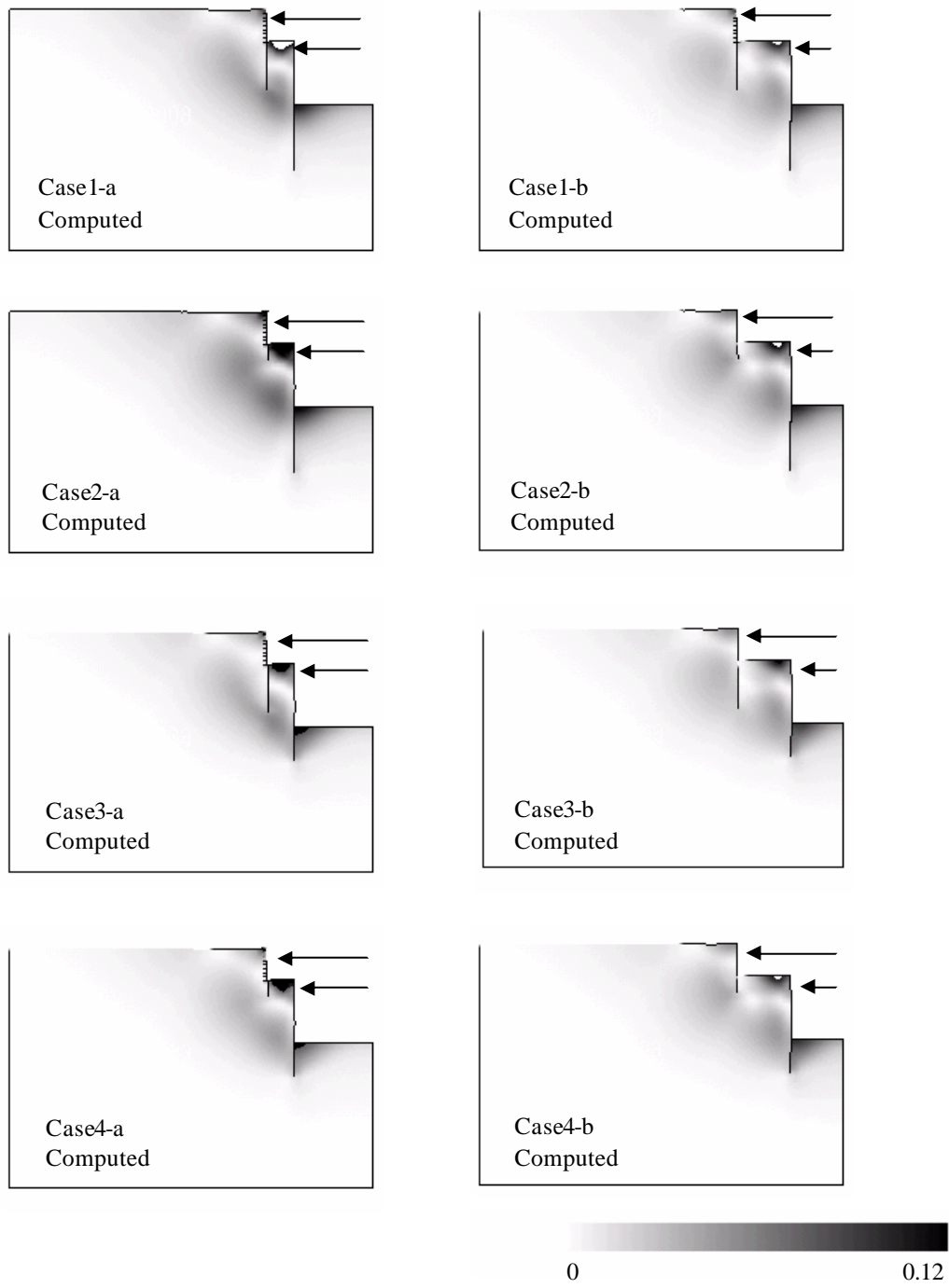


Figure 6-15 せん断ひずみ分布 ($d=180\text{mm}$)

Figure 6-14 は地盤内に生じたせん断ひずみ分布をまとめたものである。実験結果はアルミ棒積層体の側面を実験時に連続撮影し、PIVにて画像処理したものである。Figure 6-15 は解析結果であるが、実験結果と良い対応を示している。せん断ひずみによる比較も離隔の影響しかみられない。

実験と解析の結果から地表面沈下、山留め変位、切梁軸力、地盤内変位、せん断ひずみ分布と比較を行ったが、すべてにおいて離隔の影響が大きい。したがって、2段山留めの設計を行う際は離隔の影響に最も留意する必要があると言える。次の項では離隔の影響に着目し、2段山留めの特徴について議論を進める。

6.5 2段山留めのメカニズム

実験及び解析結果から地表面沈下、壁変位及び切梁軸力は根入れの影響は殆どなく、離隔の影響が大きいといえる。一方、根入れ部で変位が生じているにも関わらず根入れの影響が生じていない。現行の設計手法では山留め下端に変位が生じる場合、根入れ長を増すと下端の変位は減少するため、矛盾が生じている。これまでの検討結果から解析結果は実験結果を定性的に表現していたことから、ここではさらに地盤内の諸量について離隔 50mm の Case1-a と離隔 100mm の Case1-b を比較することによって離隔の影響について検討を行い、2段山留めのメカニズムについて議論を進めることとする。

次に実験では測定できなかった土圧について離隔の影響を解析結果から抽出し、掘削に伴う土圧変化を Figure 6-16 に示す。

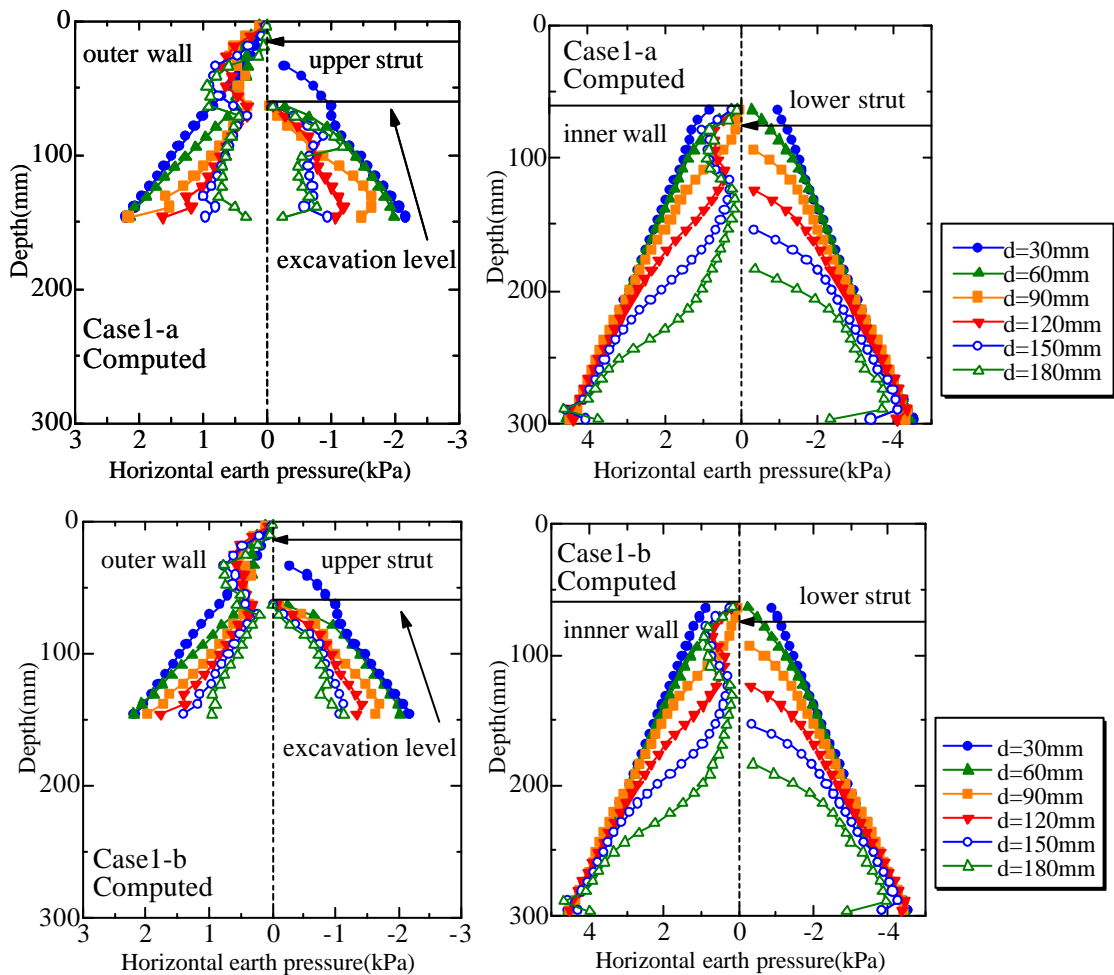


Figure 6-16 山留めに作用する土圧変化

Figure 6-16 の左が外壁、右側が内壁となっており、内壁の設置深度は頭部 $d=60\text{mm}$ となっている。ここでの結果から離隔による土圧への影響は外壁と内壁の両方が受けるのではなく、外壁のみといえる。外壁は掘削深度 $d=60\text{mm}$ まで一般的な主働土圧と

受働土圧の関係であるもの、内壁での掘削となる $d=90\text{mm}$ 以降は外壁根入れ分の主働側土圧及び受働側土圧が共に減少し始める。主働側土圧と受働側土圧の差分である抗土圧はほぼ変化しないが、根入れ部が掘削側へ変位するため、切梁軸力が増加し、結果として切梁背面地山での土圧が増加している。離隔によって、根入れ部分全体の土圧がほぼ一定値まで減少する Case1-a (離隔 50mm) と根入れ部全体が同じ減少を示す Case1-b (離隔 100mm) と傾向に違いが見られる。一方、内壁での土圧変化は通常のスクリューと同様であり、掘削に伴い主働側の土圧が低下して、受働側の土圧が増加している。

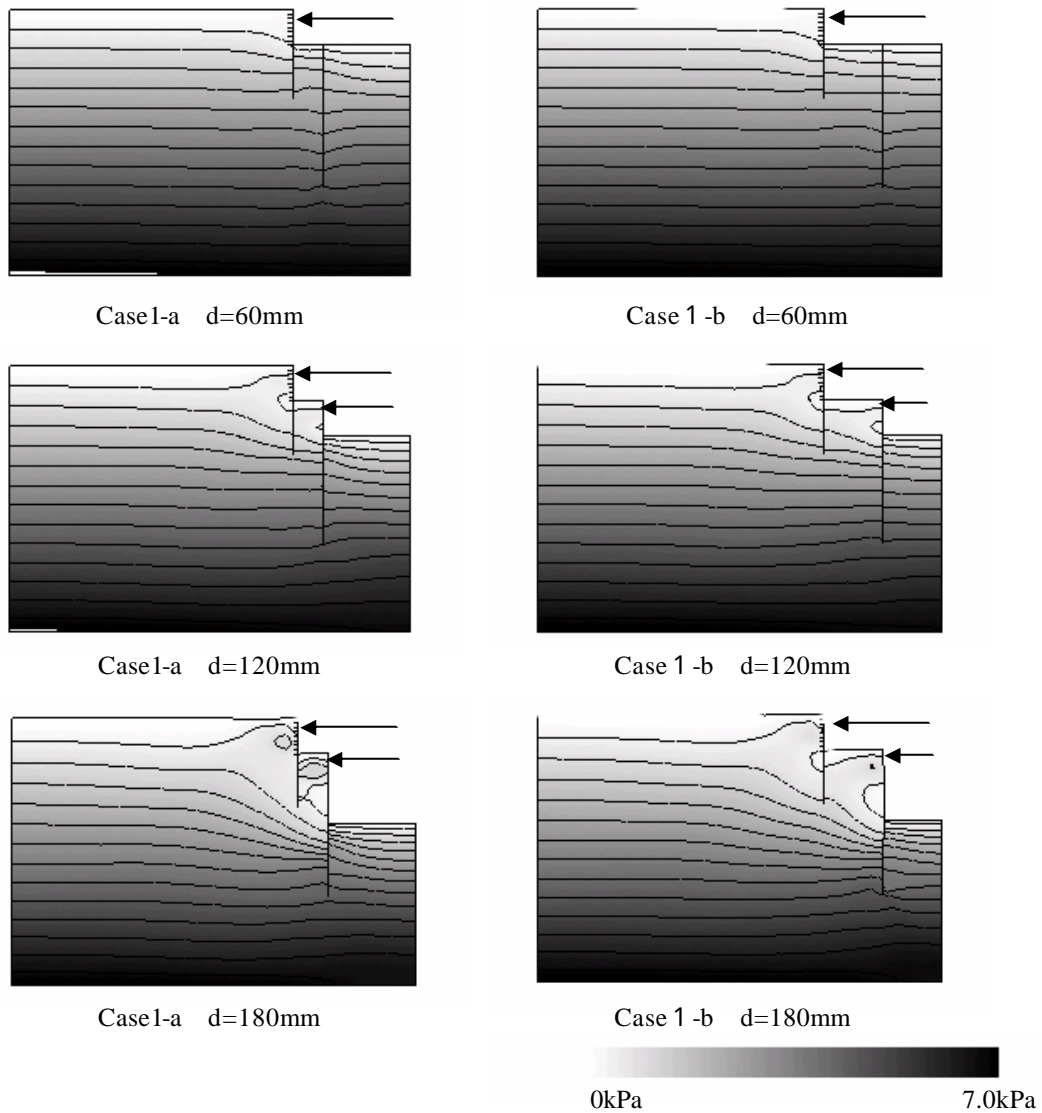


Figure 6-17 地盤内の水平土圧分布

Figure 6-17 は地盤内の水平土圧分布をまとめたものである。Figure 6-16 では水平土圧の分布に対して掘削深度 $d=120\text{mm}$ まで離隔の影響が小さかったことから掘削深度 $d=60\text{mm}$ 、 120mm 、 180mm で比較を行っている。図中のコンター線は土圧増分 0.5kPa 毎に表記している。掘削深度 $d=120\text{mm}$ までは離隔の違いが見られないが、掘削深度 $d=180\text{mm}$ では離隔による違いが外壁と内壁の峽間で生じている。離隔の狭い case1-a では内壁に作用する明確なアーチが生じていない。ここで $d=120\text{mm}$ と $d=180\text{mm}$ について体積膨張領域の分布を Figure 6-18 に体積圧縮領域の分布を Figure 6-19 にまとめる。

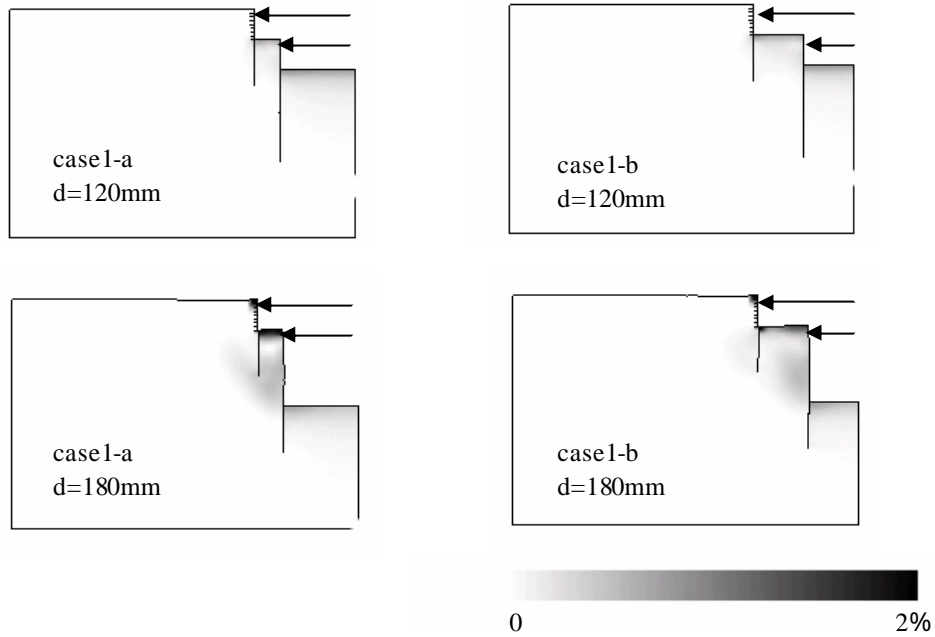


Figure 6-18 地盤内の体積膨張領域

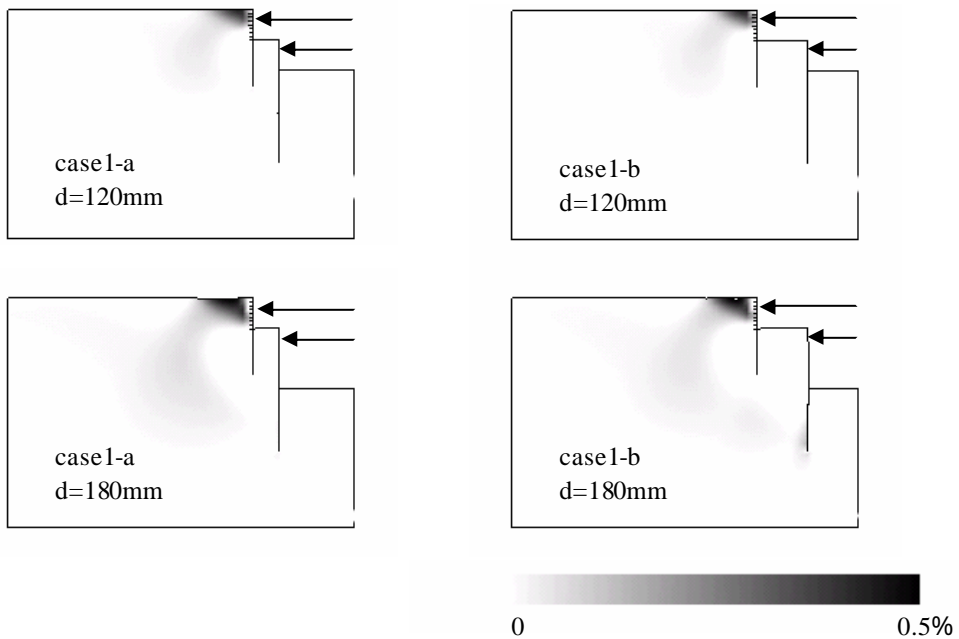


Figure 6-19 地盤内の体積圧縮領域

Figure 6-18 では外壁と内壁の峡間で体積膨張の範囲に違いが生じている。離隔の狭い case1-a ではその峡間がほぼ全域で膨張しているのに対して離隔の広い case1-b では外壁の受働側まで膨張していない。先の 4 章では体積膨張している領域がせん断ひずみ領域と一致し、そのせん断ひずみ領域で土圧が変化していることを示したが、外壁と内壁の峡間も同様に体積膨張領域の違いで土圧分布に差が生じている。一方、体積圧縮領域 (Figure 6-19) では離隔による明確な違いは見られないが、外壁の頭部と内壁の掘削底面を結ぶように分布し、外壁の根入れ部はその分布の内側に位置した関係となっている。このときの状態を Figure 6-20 に示す。

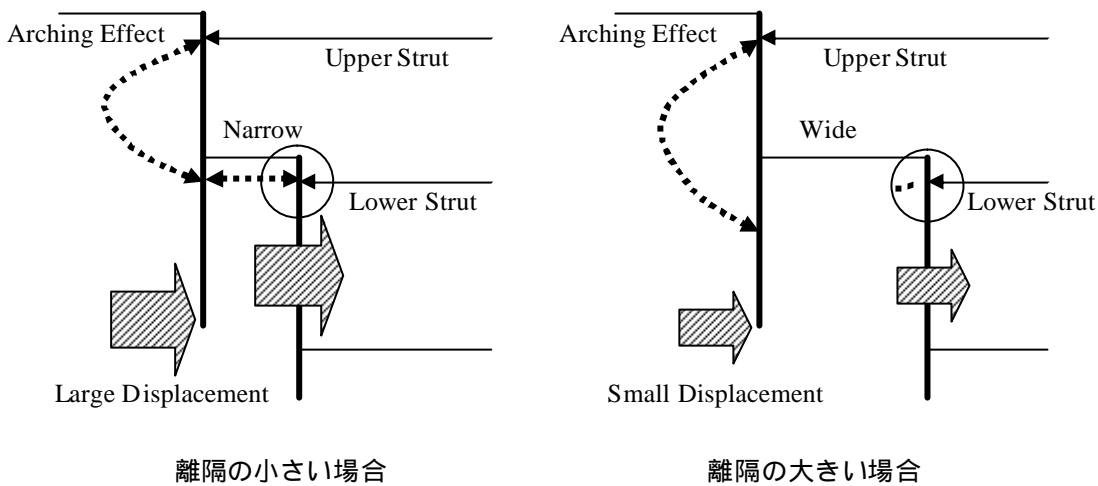


Figure 6-20 離隔の違いによる影響

Figure 6-20 の関係から外壁と内壁で生じるアーチ効果より根入れ部は土圧に対して抵抗しない。つまり周辺の地盤と一体になって変位するため根入れ長の違いが生じないことになる。Figure 6-16 で根入れ部分の主働側と受働側の土圧分布が対象的に分布しているのは周辺地盤と一体になって掘削側へ移動しているためで、実験及び解析結果で壁変位が根入れ長に関らず変位分布が同じであった事が説明できる。

掘削深度 $d=120\text{mm}$ では Figure 6-21 で示すように外壁での掘削深度と内壁での掘削深度が同じであり、Figure 6-22 でも上下段の切梁軸力が同値となっている事から均衡がとれた状態を示している。この状態から掘削深度が進行すると離隔の影響が生じ、離隔が大きい Case1-b では Figure 6-20 右図の関係となり、内壁での掘削に伴って壁が変位しアーチが生じる。一方、離隔が小さい Case1-a では Figure 6-20 左図の状態となり、明確なアーチが生じないことから下段切梁の軸力は大きく増加する。また、内壁の変位に従って外壁も変位し、上段切梁の軸力も増加する。このときの上下段切梁の軸力関係は Figure 6-22 のように整理される。

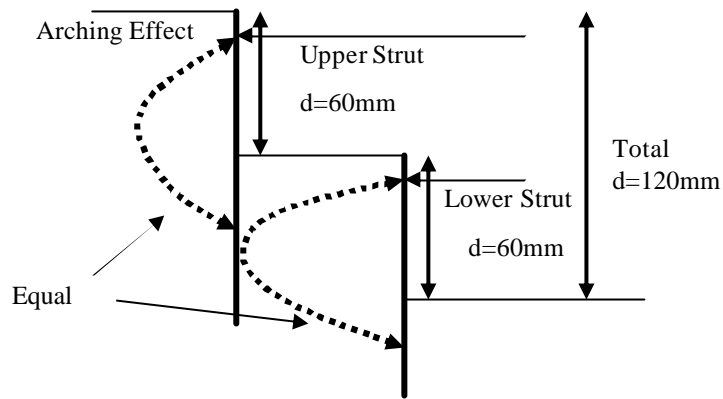


Figure 6-21 掘削深度 $d = 120\text{mm}$ での状態

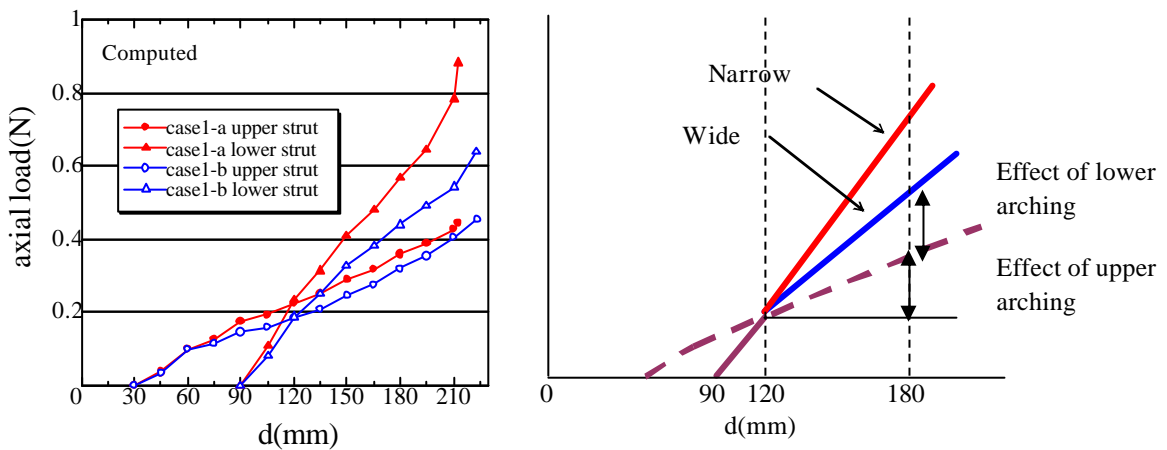


Figure 6-22 離隔による切梁軸力の変化

次に内壁でアーチ効果が生じる離隔条件についての検討を行う。Figure 6-22 の軸力変化から、離隔の小さい case1-a では掘削深度 $d=210\text{mm}$ で急激な軸力増加が生じている。このときの地盤内の状態を Figure 6-23 で示す。掘削深度 $d=210\text{mm}$ では地盤内で内壁の掘削床から地表面を結ぶせん断ひずみがより明確に発達している。結果として全体の変位が進行するため急激な軸力増加を招いている。

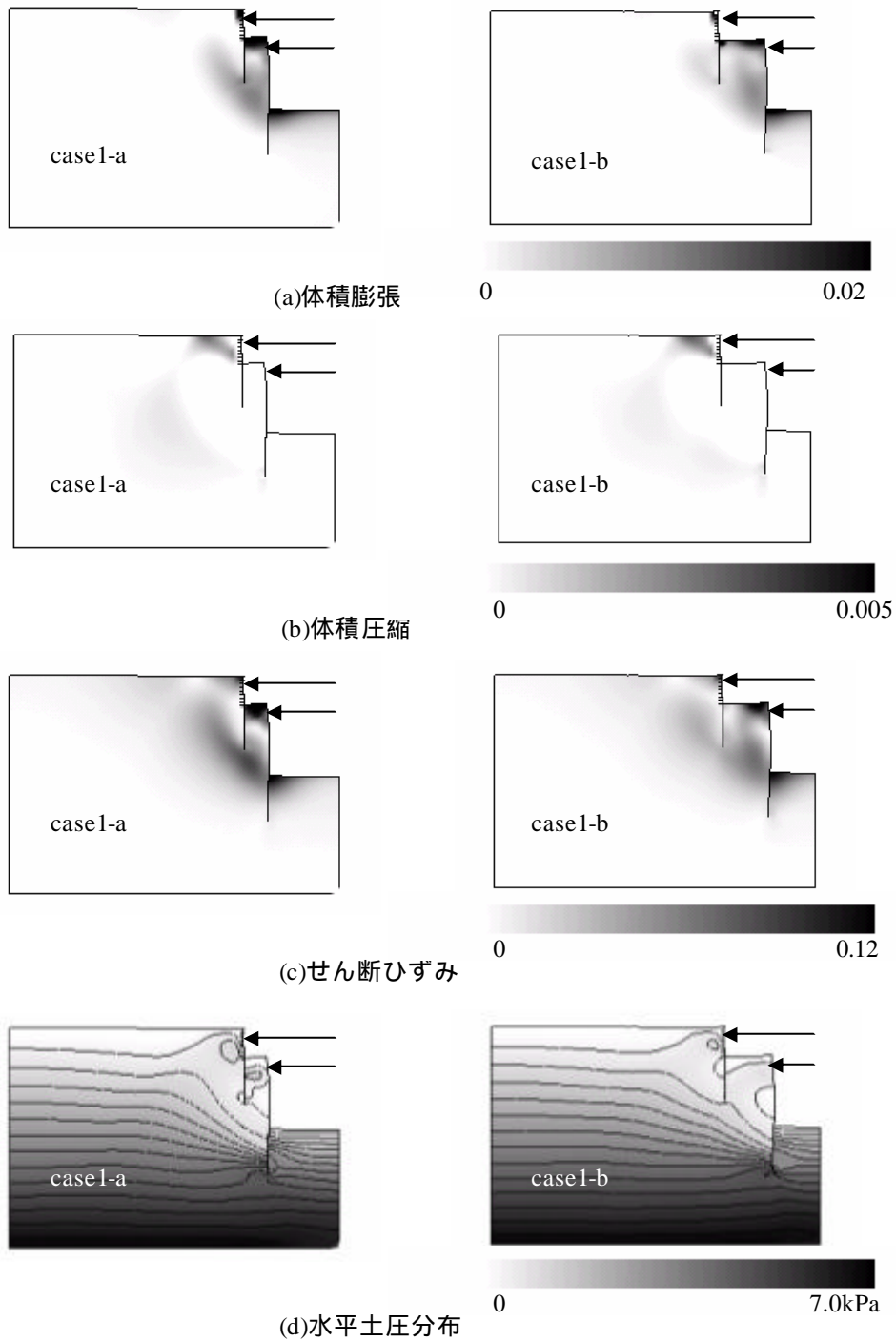
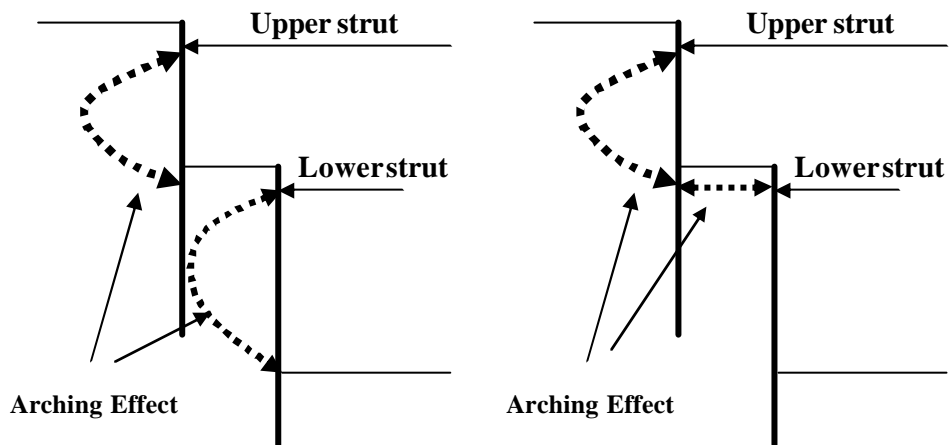


Figure 6-23 掘削深度 210mm での状態

これまでの検討結果から、離隔の小さい場合について掘削深度と2段山留めの状態が Table 6-3 のようにまとめられる。また、表中の上下段のアーチ状態の定義については Figure 6-24 で説明している。

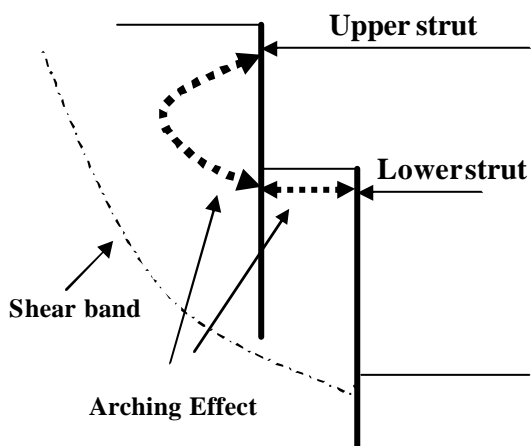
Table 6-3 離隔と2段山留めの状態

掘削深度	2段山留めの状態
掘削が浅い場合	間接的アーチ
掘削がやや深い場合	下段アーチの衰退
掘削が深い場合	すべり面の発達



(a)間接的アーチ

(b)下段アーチの衰退



(c)すべり面の発達

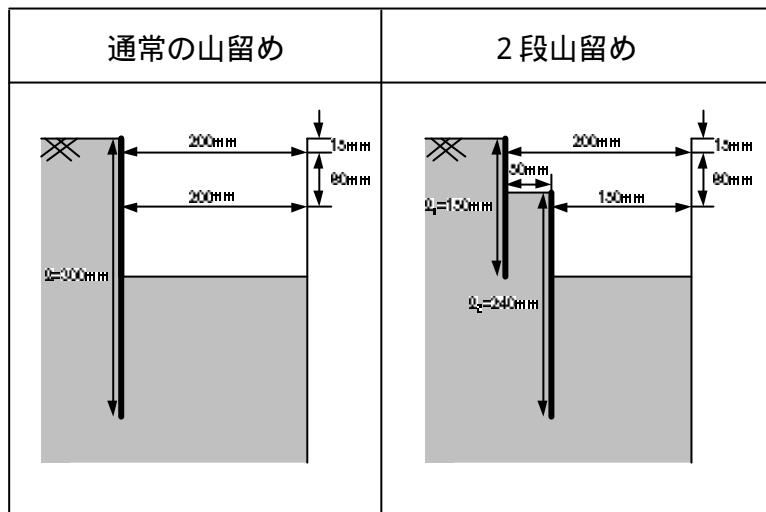
Figure 6-24 上下段のアーチ状態の定義

6.6 通常の山留めと2段山留めの比較

これまで2段山留めについて議論を進めてきたが、通常の山留めとの比較を行い、その特徴を整理した上で2段山留めを設計する際の考慮すべき要点をまとめる。実験結果に対して解析結果は定性的な確認が行われているためここでの議論は解析結果を元に議論することとする。

通常の山留めは第5章の掘削実験 CASE1 を条件とするが、その関係を Table 6-6-1 に整理する。

Table 6-4 比較条件



初めに地表面沈下についての比較を行う。Figure 6-25 は通常の一段山留めと2段山留めの比較を行ったものである。ここでの結果からは特異な点は見られない。

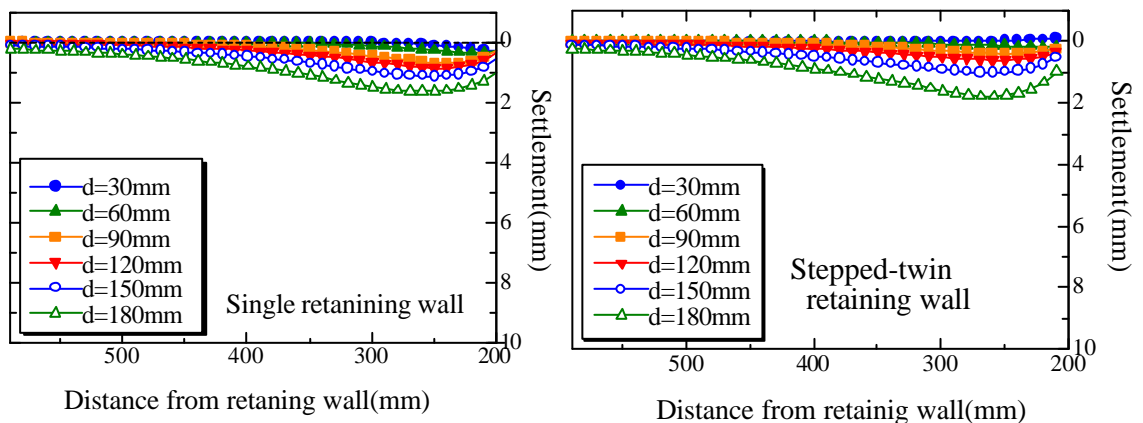


Figure 6-25 地表面沈下の比較

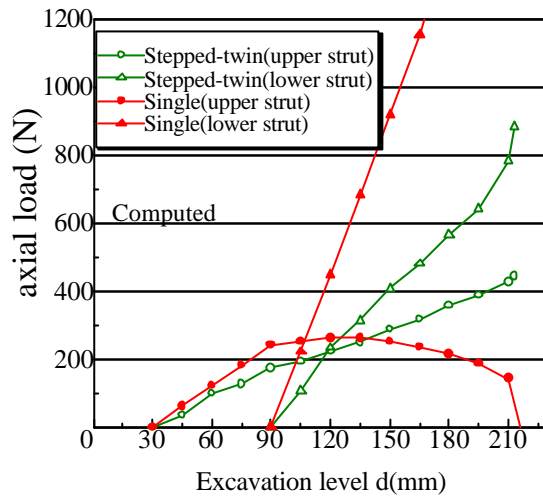


Figure 6-26 切梁軸力の比較

次に Figure 6-26 で切梁軸力の比較を行った。通常の上留め壁では上段切梁の軸力推移として 2 段切梁設置までは掘削の進行に対してリニアに増加するものの、2 段切梁設置後は軸力増加を示さない。それに対して 2 段上留めでは前節で議論したように常に増加傾向を示している。また、下段切梁の軸力は通常の上留めの場合、1 段切梁と同じく掘削の進行に対してリニアに増加するが、増分は 1 段目と比較して大きい。一方、2 段上留めの軸力は通常の上留めと比較して半分程度の増分に過ぎない。

上留めに作用する土圧については Figure 6-13 の関係から、内壁に作用する土圧は切梁軸力を別途考慮することで一般的な上留めと同じ設計手法が適用できる。その一方、外壁は内壁での掘削進行に伴い、外壁の掘削床以深の主働側、受働側の両方の土圧が同様に減少し、上段切梁の背面土圧が増加している。現行の設計概念では適切に評価できない現象であるため、別途設計モデルの考案が必要となる。また、内壁の掘削に伴い外壁の根入れ部が掘削側に変位するのに対し外壁の掘削床以深の主働側、受働側の両方の土圧が同様に減少することから、周辺地盤と一体になり変位しているといえる。ここで根入れ長さに関して必要長が疑問となるが、前節の Table 6-3 及び Figure 6-16 を考慮して下段切梁設置深度までは根入れを確保する必要がある。

6.7 まとめ

本章では2段山留め壁の切梁掘削実験および数値解析から離隔と根入れ長に変化を与えた検討を行った。また、数値解析の結果から外壁と内壁の峡間部の応力状態が得られ、その結果から力学的メカニズムの整理を行った。

この章から得られた知見は次のようにまとめられる。

- (a) 内壁は通常の山留めに近い主働土圧と受働土圧が作用している。一方、外壁は根入れ部主働側と受働側の土圧分布が掘削に伴い小さくなる挙動を示す。内壁の変位により外壁の根入れ部全体が緩み、周辺地盤と一体になって変位するため外壁の根入れ部の主働側と受働側が同様の減少傾向を示す。また、根入れ部分が土圧に抵抗していないことから根入れ長の違いにより変位に差が生じない。
- (b) 2段山留めは内壁のアーチを外壁のアーチが支持する関係が形成されていることから外壁に設置した切梁の軸力は内壁に設置した切梁の軸力増加の影響を受ける。一方、内壁と外壁の離隔が狭い場合は内壁のアーチが衰退し内壁の土圧を下段切梁だけで支持する状態となることから離隔が大きい場合と比較して下段切梁の軸力が大きくなる。
- (c) 通常の山留め掘削では下段の切梁設置後、掘削が進行しても上段切梁の軸力は増加しないが、2段山留めでは掘削に伴い上段切梁は下段切梁と共に軸力増加を示す。その結果、上段切梁の軸力は通常の山留めと比較して大きい軸力となるが、逆に下段切梁は通常の山留めより軸力が低くなる。

第7章 結論

本研究では山留め挙動と周辺構造物の影響についてモデル実験と弾塑性有限要素解析の双方から検証を行った。まず、山留めに作用する土圧および地盤の変形と壁変位の2次元と3次元について比較を検討した。その後、近接構造物と山留めとの相互作用と2段山留めにおける内壁と外壁の相互作用についてそれぞれ検討を行った。

各章で得られた結果を以下にまとめる。

第1章では本研究のまえがきとして、山留め掘削の発展と現状の把握、これからの設計における山留めと近接構造物の関係や相互作用を考慮した設計手法の重要性を述べた。

第2章では現行の山留め設計手法と近接構造物の考慮手法のまとめを行った。初めに山留め単体の設計手法の歴史的進化をまとめ、各設計モデルの特徴を示している。現行の設計において軸となっている土圧の重要性を述べ、土圧の設定を見誤ると適切な設計が出来ないことを示している。また、適切な周辺への影響評価の重要性と、一般的な評価手法が相互作用を考慮していない点について指摘としている。

第3章では有限要素解析で使用する構成式 subloading t_{ij} modelの背景と基本概念を説明している。ここでの説明は地盤材料の次の特徴を考慮した構成式であることを示し、第4章以降での地盤内の応力状態から力学的メカニズムの説明を行うための前提を目的としている。

第4章では山留め壁の変位を模した強制変位実験と数値解析により山留め壁に作用する土圧特性について検討した。掘削による代表的な山留め挙動のモデルとして変位プロセスと変位モードおよび3次元効果を挙げ、これらの挙動について土圧特性の検討を行った。

この章から得られた知見は以下のようにまとめられる。

- (a) 掘削による地表面沈下は地表面付近の壁変位の影響を最も受け、変位位置が深くなるとその影響は小さくなる。また、地表面沈下は変位プロセスと変位モードの両方の影響を受ける。つまり最終的な変位分布が同じであっても同時に変位を与えるより上から順に変位を与えた方が局所的に大きく沈下する。さらに高さに対して狭い壁では3次元効果によって地表面沈下の影響範囲がより局所的に、より大きくなる。このような違いは壁変位のプロセスと3次元効果によるものであり、弾性解析では表現できない。
- (b) 掘削により壁面に作用する土圧は変位モードに関係なく、変位プロセスに依存している。例えば、自立掘削となる壁変位によって生じる土圧分布は壁の変位量に関係なく同じであり、その分布形状は Rankine 等の深さ方向に三角形分布したものと異なった分布を示す。壁変位によってアーチ効果が生じ、変位部では土圧は減少し、

変位境界部では逆に土圧が増加する。その土圧変化は僅かな壁変位によって生じるが、その後変位を進行させても殆ど変化しない。また、3次元下ではアーチ効果が鉛直方向だけでなく、水平方向にも作用するため、3次元と2次元を比較すると土圧分布は似ているものの、3次元での壁面土圧の大きさは2次元より小さくなる。

第5章では4章で行った強制変位とさらに切梁を用いた掘削を実施し、近接構造物と山留め壁の相互作用について検討を行っている。ここでは特に近接構造物と山留め壁の離隔の影響について着目し、実験と数値解析から検討した。

この章から得られた知見は次のようにまとめられる。

- (a) 近接構造物と山留めの離隔が小さくなると切梁軸力は増加する。一方、離隔を大きくしても近接構造物のない場合と比較して大きな軸力の推移を示す。それは構造物荷重が直接作用して軸力が増加するのではなく、山留めに作用するアーチ効果が構造物荷重により顕著になりその結果地盤内の応力が大きくなる結果である。つまり、アーチ効果の生じる高い応力のため、土圧が増加し、結果として切梁軸力も増加している。
- (b) 近接構造物を有する場合、掘削の影響が構造物沈下に集中するため、近接構造物のない場合と比較して、地表面沈下量は構造物位置では大きくなるが、構造物周辺では小さくなる。また、掘削の影響が構造物と山留めの峡間に集中することから離隔に関係なく構造物より地山側での地表面沈下はあまり生じない。

第6章では2段山留め壁の切梁掘削実験および数値解析から離隔と根入れ長に変化を与えた検討を行った。また、数値解析の結果から外壁と内壁の峡間部の応力状態が得られ、その結果から力学的メカニズムの整理を行った。

この章から得られた知見は次のようにまとめられる。

- (a) 内壁は通常山留めに近い主動土圧と受働土圧が作用している。一方、外壁は根入れ部主動側と受働側の土圧分布が掘削に伴い小さくなる挙動を示す。内壁の変位により外壁の根入れ部全体が緩み、周辺地盤と一体になって変位するため外壁の根入れ部の主動側と受働側が同様の減少傾向を示す。また、根入れ部分が土圧に抵抗していないことから根入れ長の違いにより変位に差が生じない。
- (b) 2段山留めは内壁のアーチを外壁のアーチが支持する関係が形成されていることから外壁に設置した切梁の軸力は内壁に設置した切梁の軸力増加の影響を受ける。一方、内壁と外壁の離隔が狭い場合は内壁のアーチが衰退し内壁の土圧を下段切梁だけで支持する状態となることから離隔が大きい場合と比較して下段切梁の軸力が大きくなる。
- (c) 通常山留め掘削では下段の切梁設置後、掘削が進行しても上段切梁の軸力は増加しないが、2段山留めでは掘削に伴い上段切梁は下段切梁と共に軸力増加を示す。その結果、上段切梁の軸力は通常山留めと比較して大きい軸力となるが、逆に下段切梁は通常山留めより軸力が低くなる。

以上、本研究を通じて山留めに近接する構造物や山留め（2段山留め）への影響を検討する際には地盤と構造物の相互作用として考えることが大切であることを示した。簡便な評価式を作成することも重要であるが、梁・ばねモデル等が既に手計算でできない状態であることを踏まえると、適切な評価を可能にする数値解析を用いて検討した方がむしろ合理的といえる。その数値解析で用いる構成式は要素レベルで土の挙動

を表現できる必要があり、山留め掘削の代表的な問題に対して subloading t_{ij} modelは十分適用できることを示した。

今後に残された課題のいくつかを示すと、

- (a) 設計の軸となる土圧特性について検討を行い、subloading t_{ij} modelを構成式として用いた有限要素解析の有効性が確認できたが、実際の地盤（砂、粘土、中間土等）で実際の事例検証を既報²⁵⁾で一部行ったものの十分ではない。更なる検証を行う必要がある。
- (b) 全体を通じて数値解析の結果は荷重に関して定量的に再現できていたが、変位に関しては実験値より小さい変位を示す傾向であった。厳密な相互作用を検討するには定量的な再現性も必要とされるため、より定量的に再現できる構成式への発展が望まれる。
- (c) 本研究は山留めと近接した構造物の相互作用の重要性を検討する目的であったが、埋設された構造物への検討まで至っていない。埋設された構造物への配慮も山留め設計で要求される項目であるため、埋設構造物に対する検証も必要である。

参考文献

- 1) 日本建築学会編:山留めの設計指針・同解説(2002)
- 2) 土木学会編:トンネル標準示方書[開削工法編]・同解説(1977)
- 3) 日本道路協会編:道路土工 共同溝設計指針;(1989)
- 4) 日本道路協会;共同溝設計指針(1980)
- 5) 地下鉄技術協会;仮設構造物設計指針(案)(1974)
- 6) 日本下水道事業団;設計基準(案)土木設計編(1976)
- 7) 日本鉄道技術協会;深い掘削土留工設計法(1993)
- 8) 日本建築学会編:シンポジウム;山留め設計の諸問題;2006.3
- 9) 鉄道総合研究所編:近接施工の設計施工指針;1997.03
- 10) 東日本旅客鉄道編:近接工事設計施工標準;1999.09
- 11) 東京都交通局編:地下鉄構造物に対する近接工事取り扱い(暫定)指針;1974
- 12) 東海旅客鉄道編:近接施工の設計施工指針;2001.08
- 13) 首都高速道路公団編:仮設構造物設計要領;pp.132-pp.135,2003
- 14) Nakai, T., and Hinokio, M.(2004);A simple elastoplastic model for normally and over consolidated soils with unified material parameters. *Soils and Foundations*. 44(2): 53-70.
- 15) Schofield, A. N. and Wroth, C. P. : Critical State Soil Mechanics, McGraw-Hill, London, 1968.
- 16) Sekiguchi, H. and Ohta, H. : Induced anisotropy and time dependency in clays, Constitutive equations of soils, Proc. Specialty Session 9, 9th Int. Conf. Soil Mechanics & Foundations Engineering, Tokyo, pp.229-238, 1977.
- 17) Matsuoka, H. and Nakai, T. : Stress-deformation and strength characteristics of soil under three different principal stress, Proc. JSCE, No. 232, pp.59-70, 1974.
- 18) 中井照夫・松岡元 : 3主応力下の土のせん断挙動に関する統一的解釈, 土木学会論文報告集, 第303号, pp.65-77, 1980.
- 19) Nakai, T. and Matsuoka, H. : Shear behaviors of sand and clay under three-dimensional stress condition, *Soils and Foundations*, Vol. 23, No. 2, pp.26-42, 1983.
- 20) Nakai, T., Matsuoka, H., Okuno, N. & Tsuzuki, K. (1986): True triaxial tests on normally consolidated clay and analysis of the observed shear behavior using elastoplastic constitutive models, *Soils and Foundations*, 26(4), 67-78.
- 21) Asaoka, A., Nakano, M. & Noda, T. (1994): Soil- water coupled behavior of saturated clay near/at critical state, *Soils and Foundations*, 34(1), 91-106.
- 22) Asaoka, A., Nakano, M. & Noda, T. (1997): Soil- water coupled behavior of heavily overconsolidated clay near/at critical state, *Soils and Foundations*, 37(1), 13-28.

- 23) Hashiguchi, K. and Ueno, M. (1977): Elasto-plastic constitutive laws for granular materials, constitutive equations for soils, *Proc of Specialty Session 9, 9th ICSMFE*, Tokyo, 73-82.
- 24) Chowdhury, E. Q., Nakai, T., Tawada, M. & Yamada, S. (1999): A model for clay using modified stress under various loading conditions with the application of subloading concept, *Soils and Foundations*, 39(6), 103-116.
- 25) 岩田尚之・中井照夫・檜尾正也・竹川勝久：山留め計測結果の解釈とその有限要素解析，地盤工学会誌「土と基礎」第50巻題6号 pp10-12 2002

謝辞

本論文は筆者が名古屋工業大学大学院博士後期課程で行った研究の成果をまとめたものです。山留め現場計測を通じて実測値と設計式との相違部分と相違条件を感じるようになり、研究を行う決意をした次第です。本研究を行うにあたり、多くの先生方、実務の山留め関係者方、研究室の先輩、後輩からご指導とご支援を賜りました。ここに感謝の意を表すとともに、山留めに興味を持つ機会を与えていただいた全ての方々にもお礼を申し上げます。

名古屋工業大学教授 中井照夫先生には研究を行う機会から、その研究に関する指導やご指摘を頂きました。また先生には研究だけでなく、人間関係の重要性までご指導を頂き、人生観でも大きな影響を受けました。常に本質に迫る姿勢と人格を高いレベルで兼備えた先生に出会うことによって感銘を受け、筆者の人生は大きく変化したと言っても過言ではありません。ここに深厚な謝意を申し上げます。

名古屋工業大学教授 張鋒先生には研究結果をまとめるに当たり、お忙しい中にも関わらず指導を頂きました。厳しく、優しい言葉の一つ一つに研究上の重要なポイントが込められており、研究が進むに従い本当の言葉の意味を後になって感じた次第です。ここに謝意を申し上げます。

名古屋工業大学助教授 前田健一先生には研究を始める前に悩んでいた時期に相談に乗って頂きました。やさしく背中を押して頂けたため研究に着手することが出来ました。あの時期に先生に出会って居なかったら本論文の作成には至ることはありませんでした。心より感謝致します。

名古屋工業大学助手 檜尾正也先生には先生が博士後期課程の学生の時から非常に基礎的領域からご指導を賜りました。如何なるタイミングでも筆者の疑問に対してご指導頂き、多大なるご迷惑をお掛けしました。ここに心からの感謝を申し上げます。

名古屋工業大学技官 佐藤智範先生には素晴らしい研究環境の提供を賜りました。ここに感謝を申し上げます。

元竹中工務店 幾田悠康氏には研究を始める前の「山留めとは」のレベルから実務までのご指導を頂き、山留めの基礎となる知識を学ぶ貴重な機会を頂きました。心より感謝を申し上げます。

鹿島建設名古屋支店 前山管理部長 塩田部長の両氏には実務での計測値とその考慮の仕方についてご指導やご指摘を頂きました。その中で貴重な機会を頂いたと供に、計測値に対して理論的に議論をする経験をさせて頂きました。ここでの経験が実務を意識した研究方針の礎になっていました。ここに感謝を申し上げます。

また日本建築学会の山留めの設計と計画 WGに参加させて頂いた際に、WG全体の主査である丸岡正夫氏（竹中工務店技術研究所）を始めとして、WGの委員である田中俊平氏（鹿島建設技術研究所）、大西靖和氏（エルメス計測工業）、石井雄輔氏（大林組技術研究所）、石井善一氏（大成建設）、野田和政氏（前田建設工業）、奥地正敏氏（戸田建設）、藤田範夫氏（ヒロセ）、増本裕昭氏（エムオーテック）には

多大なるご指導やご指摘を頂きました。WG活動を通じて指針改訂の歴史や山留めに関する様々な留意点等を勉強させて頂きました。ここに感謝の意を表します。

さらに名古屋工業大学地盤研究室の卒業生及び在学諸氏に深く感謝致します。特に山留め掘削班の歴代卒業生にご指導やご支援を頂きました。佐藤康晴氏（現国土交通省中部地方整備局）、井上泰介氏（現国土交通省中国地方整備局）、竹井秀樹氏（現岡山県）の諸氏には研究で多大なるご協力を頂きました。また、博士前期課程2年の新家雅史氏、同じく1年の野田健二氏、Yara da silva Geraldini氏、学部生の上谷泰高氏には本論文を作成するために多大なる支援を頂きました。彼らの支援無くして、この論文は完成し得なかったでしょう。ここでは全員の方々の名前を挙げることは出来ませんが、地盤研究室で一緒に時間を過ごした全ての方々に感謝の意を表します。

最後に、在学中に入籍したため新婚らしい生活が過せなかったにも関わらず、常に影ながら支えてくれた妻である岩田美紀に感謝致します。

Appendix 1 有限要素法の定式化

本節では、有限要素解析の定式化を行うために力のつりあい式の弱形式である仮想仕事式を導く。次に仮想仕事式と構成式、変位の内挿を用いて水とのカップリングをも考慮した有限要素法における剛性マトリックスを導く。

・有限要素

有限要素解析において有限要素マトリックスの計算は非常に重要な位置を占める。したがって、本解析では Figure A1-1 に示すようなアイソパラメトリックの四角形要素¹⁾を用いる。節点は4節点とし、ガウス積分点は図に示すような4点($r=\pm 0.57735, s=\pm 0.57735$)とする。

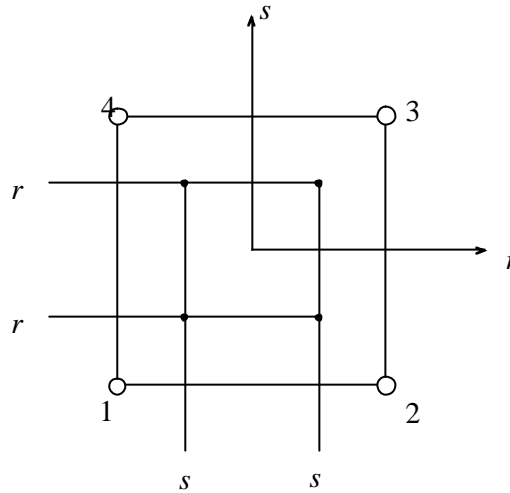


Figure A1-1 アイソパラメトリック要素

(1) 仮想仕事の原理

物体がつりあいの状態にあるとき、物体内部では力のつりあい式とひずみの適合条件式が成り立っている。

$$\mathbf{s}_{ij,i} - b_j = 0 \quad (\text{A1-1})$$

$$\mathbf{e}_{ij} = -\frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}) \quad (\text{A1-2})$$

ただし、応力とひずみは圧縮側を正にとり、 b_j は単位体積あたりの物体力であり座標軸の正方向を正とする(Figure A1-1 参照)。応力境界 S_T 上では応力場 \mathbf{s}_{ij} は次の関係式を満たす。

$$\mathbf{s}_{ij} n_i = -T_j \quad (\text{A1-3})$$

ここに、 n_i は表面 S_T 上の外向き単位放線ベクトルの方向余弦、 T_j は表面力であり座標軸の正方向を正とする。

ここで、変位境界 S_D 上で 0 となる仮想変位(重み関数)を du_j (Galerkin 法では重み関数として変位の近似関数と同じものを用いる)とする。式(A1-1)の両辺のベクトル量と仮想変位速度ベクトル du_j との内積をとり領域 V において体積積分(重み付き残差法)をすると、

$$\int_V (\mathbf{s}_{ij,i} - b_j) du_j dV = 0 \quad (\text{A1-4})$$

また、

$$\mathbf{s}_{ij,i} \mathbf{du}_j = (\mathbf{s}_{ij} \mathbf{du}_j)_{,j} - \mathbf{s}_{ij} \mathbf{du}_{j,i} \quad (\text{A1-5})$$

が成り立つので式(A1-4)をガウスの発散定理を用いて書き改めると、

$$\int_S n_i \mathbf{s}_{ij} \mathbf{du}_j dS - \int_V \mathbf{s}_{ij} \mathbf{du}_{j,i} dV - \int_V b_j \mathbf{du}_j dV = 0 \quad (\text{A1-6})$$

左辺第1項は、 $S=S_T+S_D(\mathbf{du}_j=0 \text{ on } S_D)$ と考え、第2項は式(A1-2)応力テンソルの対象性より、

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{ij} \mathbf{du}_{j,i} &= \mathbf{s}_{ij} \left(-\mathbf{de}_{ij} - \frac{1}{2} \mathbf{du}_{i,j} + \frac{1}{2} \mathbf{du}_{j,i} \right) \\ &= -\mathbf{s}_{ij} \mathbf{de}_{ij} - \frac{1}{2} \mathbf{s}_{ij} \mathbf{du}_{i,j} + \frac{1}{2} \mathbf{s}_{ij} \mathbf{du}_{j,i} \\ &= -\mathbf{s}_{ij} \mathbf{de}_{ij} \end{aligned} \quad (\text{A1-7})$$

が成り立つので式(A1-6)は、

$$\int_V \mathbf{s}_{ij} \mathbf{de}_{ij} dV = \int_{S_T} T_j \mathbf{du}_j dS + \int_V b_j \mathbf{du}_j dV \quad (\text{A1-8})$$

となる。 $b \rightarrow g$ と置き換えて、式(A1-8)をベクトル表示すると、

$$\int_V \mathbf{de}^T \mathbf{s} dV = \int_{S_T} \mathbf{du}^T t dS + \int_V \mathbf{du}^T \mathbf{g} dV \quad (\text{A1-9})$$

となる。以上の誘導過程からわかる通り、仮想仕事式はつりあい式を満足する応力と変位境界条件を満足する変位場とそれから導かれるひずみのあらゆる組み合わせについて成立し、その応力とひずみは構成則で関係づけられている必要はない。

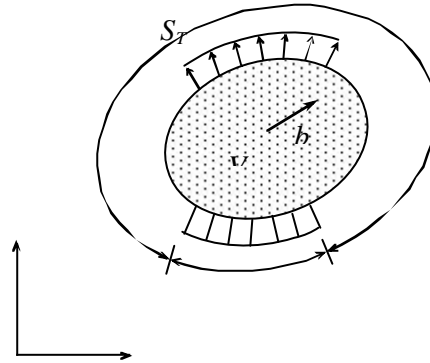


Figure A1-2 対象とする領域 V と境界条件

(2) 剛性マトリックス

次に、 z 軸方向の変位を拘束する平面ひずみ条件下について有限要素法における剛性マトリックス²⁾を導く。

(a) 有効応力の原理

z 軸方向の変位を拘束する平面ひずみ条件下では x - y 面内の全応力増分 $\{d\mathbf{s}\}$ は x - y 面内の有効応力増分 $\{d\mathbf{s}'\}$ と間隙水圧増分 $\{du_e\}$ の和で表される。

$$\{d\mathbf{s}\} = \{d\mathbf{s}'\} + \{du_e\} \quad (\text{A1-10})$$

ここに、

$$\{d\mathbf{s}\} = \begin{Bmatrix} d\mathbf{s}_x \\ d\mathbf{s}_y \\ dt_{xy} \end{Bmatrix} \quad \{d\mathbf{s}'\} = \begin{Bmatrix} d\mathbf{s}'_x \\ d\mathbf{s}'_y \\ dt'_{xy} \end{Bmatrix} \quad \{du_e\} = \begin{Bmatrix} du_e \\ du_e \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (\text{A1-11})$$

(b) 土の構成式

$$\{d\mathbf{s}'\} = [D]\{d\mathbf{e}\} \quad \left(\{d\mathbf{e}\} = \begin{Bmatrix} d\mathbf{e}_x \\ d\mathbf{e}_y \\ d\mathbf{g}_{xy} \end{Bmatrix} \right) \quad (\text{A1-12})$$

式(A1-12)のマトリックス $[D]$ が応力～ひずみマトリックスであり、弾塑性解析であれば弾塑性構成モデルから導かれる平面ひずみ条件下の応力～ひずみマトリックスを適用する。

(c) 要素内変位増分

有限要素法では要素内の変位増分 $\{du\}$ は変位関数のマトリックス $[N]$ を決めることにより節点変位増分 $\{da\}$ を用いて次式で表せる。

$$\{du\} = [N]\{da\} \quad (\text{A1-13})$$

$[N]$ は、節点変位増分 $\{da\}$ から要素内変位増分 $\{du\}$ への変換マトリックスである。

ここに、

$$\{du\} = \begin{Bmatrix} du(x, y) \\ dv(x, y) \end{Bmatrix} \quad (\text{A1-14})$$

また、ひずみ増分は、

$$\{d\mathbf{e}\} = \begin{Bmatrix} d\mathbf{e}_x \\ d\mathbf{e}_y \\ d\mathbf{g}_{xy} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -\frac{\mathcal{I}(du)}{dx} \\ -\frac{\mathcal{I}(dv)}{\mathcal{I}y} \\ -\left(\frac{\mathcal{I}(du)}{\mathcal{I}y} + \frac{\mathcal{I}(dv)}{\mathcal{I}x} \right) \end{Bmatrix} \quad (\text{A1-15})$$

したがって、

$$\{d\mathbf{e}\} = -[B]\{da\} \quad (\text{A1-16})$$

ここで、 $[B]$ は $[N]$ を微分して導かれる節点変位増分 $\{da\}$ から要素内ひずみ増分 $\{d\mathbf{e}\}$ への変換マトリックスである。

(d) 仮想仕事の原理

節点における仮想仕事を $\{da\}$ とすると式(A1-13),(A1-16)より、

$$\{d\mathbf{u}\} = [N]\{da\} \quad (\text{A1-17})$$

$$\{d\mathbf{e}\} = -[B]\{da\} \quad (\text{A1-18})$$

式(A-4-9)に式(A1-17),(A1-18)を代入し

$$F = \int_{S_t} N^T t dS + \int_V N^T \mathbf{g} dV \quad (\text{A1-19})$$

とおくと、

$$\begin{aligned} \{da\}^T \{dF\} &= \int \{d\mathbf{e}\}^T \{d\mathbf{s}\} dvol \\ &= \int -\{da\}^T [B]^T (\{d\mathbf{s}\} + \{du_e\}) dvol \end{aligned} \quad (\text{A1-20})$$

節点変位増分は考えている要素に独立なので最終的に次式が成り立つ。

$$\begin{aligned} \{dF\} &= \left(\int [B]^T [D][B] dvol \right) \{da\} - \left(\int [B]^T G dvol \right) du_e \\ &= [K]\{da\} + [L]du_e \end{aligned} \quad (\text{A1-21})$$

ここで $\{dF\}$ は節点力増分を表し、 $[K]$ は要素の剛性マトリックスを表している。また u_e は圧縮を正としている。要素の体積ひずみ増分は、節点変位増分 $\{da\}$ を使って次式で与えられる。

$$\begin{aligned} d\mathbf{e}_v &= d\mathbf{e}_x + d\mathbf{e}_y \\ &= \{G\}^T \{d\mathbf{e}\} \\ &= -\{G\}^T [B]\{da\} \end{aligned} \quad (\text{A1-22})$$

要素の体積変化量 dV は、

$$\begin{aligned} dV &= \int d\mathbf{e}_v dvol \\ &= -\int \{G\}^T [B]\{da\} dvol \\ &= -[L]^T \{da\} \end{aligned} \quad (\text{A1-23})$$

したがって、間隙水圧を考慮した要素の剛性方程式³⁾は次式で与えられる。

$$\begin{bmatrix} dF \\ dV \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [K] & [L] \\ -[L]^T & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} da \\ du_e \end{bmatrix} \quad (\text{A1-24})$$

各荷重ステップで式(A-4-24)で与えられる各要素の剛性マトリックスを重ね合わせ直接剛性法により解くことにより、節点変位増分 $\{da\}$ および要素内過剰間隙水圧 $\{du_e\}$ を算定することができる。

また、 $[B],[D]$ を用いることによりそのステップの $\{de\}, \{ds\}$ を求めることができる。
この計算を順次繰り返すことによって弾塑性構成式を用いた有限要素解析が可能となる。
式(A-4-24)を解くにあたり非排水時には、

$$dV = 0 \quad (\text{A1-25})$$

間隙水圧の消散を考慮する場合には、

$$dV = -\frac{1}{g_w} \left(k_x \frac{\int^2 u_e}{\int x^2} + k_y \frac{\int^2 u_e}{\int y^2} \right) \Delta t \quad (\text{A1-26})$$

で dV を与える。

Appendix 2 beam 要素による有限要素解析

Figure A2-1 に示すように節点 i, j からなる beam 要素の軸方向を x 軸、垂直方向を y 軸とする局所座標系を考える。ここで、beam 要素の長さを l 、節点 i, j の軸方向変位 (u_i, u_j)、たわみ (v_i, v_j)、たわみ角 (q_i, q_j) とする。

(1) 変位関数

まず、要素内変位関数を求める。軸方向変位関数 u は 2 つのパラメーターによって表されるので次式のような 1 次式を仮定する。

$$u = ax + b \quad (\text{A2-1})$$

$u=u_i(x=0)$ 、 $u=u_j(x=l)$ を上式に代入して a, b を求めて式(A2-1)に代入すると、

$$u = \left(1 - \frac{x}{l}\right)u_i + \frac{x}{l}u_j \quad (\text{A2-2})$$

垂直方向変位関数 v は 4 つのパラメーターによって表されるので次式のような 3 次式を仮定する。

$$v = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (\text{A2-3})$$

$v=v_i(x=0)$ 、 $v=v_j(x=l)$ 、 $dv/dx=q_i(x=0)$ 、 $dv/dx=q_j(x=l)$ を代入して整理すると、

$$\begin{aligned} v = & \left\{1 - 3\left(\frac{x}{l}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{l}\right)^3\right\}v_i + \left\{\left(\frac{x}{l}\right)^3 - 2\left(\frac{x}{l}\right)^2 + \left(\frac{x}{l}\right)\right\}lq_i \\ & + \left\{-2\left(\frac{x}{l}\right)^3 + 3\left(\frac{x}{l}\right)^2\right\}v_j + \left\{\left(\frac{x}{l}\right)^3 - \left(\frac{x}{l}\right)^2\right\}lq_j \end{aligned} \quad (\text{A2-4})$$

式(A2-4)を x で微分すれば次式となる。

$$\begin{aligned} q = \frac{dv}{dx} = & \frac{6}{l} \left\{-\left(\frac{x}{l}\right) + \left(\frac{x}{l}\right)^2\right\}v_i + \left\{1 - 4\left(\frac{x}{l}\right) + 3\left(\frac{x}{l}\right)^2\right\}q_i \\ & + \frac{6}{l} \left\{\left(\frac{x}{l}\right) + \left(\frac{x}{l}\right)^2\right\}v_j + \left\{-2\left(\frac{x}{l}\right) + 3\left(\frac{x}{l}\right)^2\right\}q_j \end{aligned} \quad (\text{A2-5})$$

したがって、式(A2-2),(A2-4),(A2-5)をまとめてマトリックス表示すると要素内変位ベクトル $\{f\}$ は次式で表せる。

$$f = \begin{pmatrix} u \\ v \\ q \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1-x & 0 & 0 & x & 0 & 0 \\ 0 & 1-3x^2+2x^3 & (x^3-2x^2+x)l & 0 & 3x^2-2x^3 & (-x^2+x^3)l \\ 0 & \frac{6(-x+x^2)}{l} & 1-4x+3x^2 & 0 & \frac{6(x-x^2)}{l} & -2x+3x^2 \end{bmatrix} \quad (\text{A2-6})$$

ここで、

$$\{d\}^e = [u_i \quad v_i \quad q_i \quad u_j \quad v_j \quad q_j]^T, \quad x = \frac{x}{l} \quad (\text{A2-7})$$

(2) ひずみ変位マトリックス

式(A2-2)において、 x に関して 1 階の偏微分をとれば、左辺は軸ひずみ $e_x = \partial u / \partial x$ となり、式(A2-5)において、 x に関して 1 階、2 階の微分をとれば、左辺はそれぞれ、 $\partial^2 v / \partial x^2$ 、 $\partial^3 v / \partial x^3$ となる。これらをまとめると、以下の要素内ひずみベクトル $\{\mathbf{e}\}^e$ が求められる。

$$\{\mathbf{e}\}^e = [B]\{\mathbf{d}\}^e \quad (\text{A2-8})$$

ここで、

$$\{\mathbf{e}\}^e = \begin{bmatrix} \int u \\ \int x \\ \int x^2 \\ \int x^3 \end{bmatrix}^T \quad (\text{A2-9})$$

$$[B] = \begin{bmatrix} -\frac{1}{l} & 0 & 0 & \frac{1}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{6}{l^2} + \frac{12}{l^3}x & -\frac{4}{l} + \frac{6}{l^2}x & 0 & \frac{6}{l^2} - \frac{12}{l^3}x & -\frac{2}{l} + \frac{6}{l^2}x \\ 0 & \frac{12}{l^3} & \frac{6}{l^2} & 0 & -\frac{12}{l^3} & \frac{6}{l^2} \end{bmatrix} \{\mathbf{d}\}^e \quad (\text{A2-10})$$

(3) 断面力・ひずみマトリックス

式(A2-8)より要素の任意の断面におけるひずみが求まるので、Figure A2-2 に示す要素内任意断面での断面力は次式で与えられる。

$$\begin{Bmatrix} N \\ M \\ S \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} EA & 0 & 0 \\ 0 & EI & 0 \\ 0 & 0 & EI \end{bmatrix} \{\mathbf{e}\}^e = [D][B]\{\mathbf{d}\}^e \quad (\text{A2-11})$$

ここで、 M は曲げモーメント、 N は軸力、 S はせん断力を示す。

(4) 剛性マトリックス

局所座標系での *beam* 要素の剛性マトリックスは任意の節点変位に対して、仮想仕事法を用いることにより、式(A2-6),(A2-8),(A2-10),(A2-11)を考慮すれば次式となる。

$$[k_b] = \int [B]^T [D][B] dx = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & 0 & 0 & -\frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & 12\frac{EI}{l^3} & 6\frac{EI}{l^2} & 0 & -12\frac{EI}{l^3} & 6\frac{EI}{l^2} \\ 0 & 6\frac{EI}{l^2} & 4\frac{EI}{l} & 0 & 6\frac{EI}{l^2} & 2\frac{EI}{l} \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & 0 & 0 \\ 0 & -12\frac{EI}{l^3} & -6\frac{EI}{l^2} & 0 & 12\frac{EI}{l^3} & -6\frac{EI}{l^2} \\ 0 & 6\frac{EI}{l^2} & 2\frac{EI}{l} & 0 & -6\frac{EI}{l^2} & 4\frac{EI}{l} \end{bmatrix} \quad (\text{A2-12})$$

(5) 全体座標系での剛性マトリックス

Figure A2-3 より、局所座標と全体座標を結ぶ座標変換マトリックスは次式のように表される。

$$[T_B] = \begin{bmatrix} \cos j & \sin j & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin j & \cos j & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos j & \sin j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin j & \cos j & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (A2-13)$$

したがって、式(A2-12)で表した局所座標での剛性マトリックス $[k_B]$ から、全体座標系での剛性マトリックス $[K_B]$ は次式で表される。

$$[K_B] = [T_B]^T [k_B] [T_B] \quad (A2-14)$$

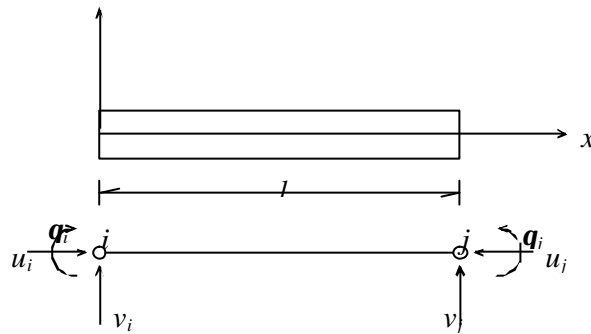


Figure A2-1 beam 要素の説明図



Figure A2-2 断面力 M, N, S の定義

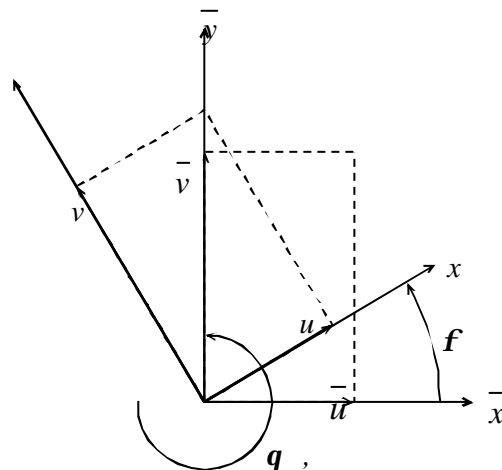


Figure A2-3 局所座標系 (X, Y) と全体座標系

Appendix 3 Joint 要素による有限要素解析

不連続面を考慮した有限要素解析を行うため Goodman⁵⁾らにより提案されている joint 要素による不連続面の解析法について述べる。次に、joint 要素に実際の境界面の力学特性（摩擦特性）を導入する方法⁶⁾について述べる。

(1) joint 要素による不連続面の解析法

Figure A3-1 の要素 A と要素 B との境界面が不連続になるとき、Figure A3-2 に示すような joint 要素を導入する。この joint 要素の初期状態は、節点 1 と 4、2 と 3 の節点座標は等しく、その長さは L 、幅は 0 である。そして要素の中心に原点をとり joint の長さ方向を x 軸、垂直方向を y 軸とする局所座標を考える。joint 要素内部に貯えられるエネルギー f は、joint の単位長さあたりに作用する力が変形に対してなした仕事量の要素全体にわたる総和に等しいので次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \mathbf{f} &= \frac{1}{2} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} w_i p_i dx \\ &= \frac{1}{2} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \{w\}^T \{p\} dx \end{aligned} \quad (\text{A3-1})$$

ここに、 $\{w\}$ は joint 要素の相対変位ベクトルであり次式で表す。

$$\{w\} = \begin{Bmatrix} w_s \\ w_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} w_s^{top} - w_s^{bottom} \\ w_n^{top} - w_n^{bottom} \end{Bmatrix} \quad (\text{A3-2})$$

なお、 s は joint 要素のせん断方向成分を表し、 n は垂直方向成分を表している。また、 $\{p\}$ は joint の作用応力ベクトルである。

$$\{p\} = \begin{Bmatrix} p_s \\ p_n \end{Bmatrix} \quad (\text{A3-3})$$

joint 要素の応力～変位マトリックスを $[D_j]$ とすると次式が成り立つ。

$$\{p\} = [D_j] \{w\} \quad (\text{A3-4})$$

式(A3-1)から式(A3-4)は次式のように与えられる。

$$\mathbf{f} = \frac{1}{2} \int_{-\frac{1}{2}}^{\frac{1}{2}} \{w\}^T [D_j] \{w\} dx \quad (\text{A3-5})$$

次に joint 要素内の変位が節点変位の線形内挿関係式で表せるとすると、相対変位ベクトル $\{w\}$ は節点変位の関数として次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
\{W\} &= \begin{Bmatrix} W_s \\ W_n \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} W_s^{top} - W_s^{bottom} \\ W_n^{top} - W_s^{bottom} \end{Bmatrix} \\
&= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -A & 0 & -B & 0 & B & 0 & A & 0 \\ 0 & -A & 0 & -B & 0 & B & 0 & A \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_1 \\ v_1 \\ u_2 \\ v_2 \\ u_3 \\ v_3 \\ u_4 \\ v_4 \end{Bmatrix} \quad (A3-6) \\
&= \frac{1}{2} [N_j] \{u\}
\end{aligned}$$

$$\therefore A = 1 - \frac{2x}{L}, \quad B = 1 + \frac{2x}{L}$$

また $\{u\}$ は節点変位ベクトルであり、その成分 u_i, v_j はそれぞれ節点 i の x 方向および y 方向の節点変位を表している。式(A3-1)に式(A3-4),(A3-6)を代入すると次式を得る。

$$f = \frac{1}{2} \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{1}{4} \{u\}^T [N_j]^T [D_j] [N_j] \{u\} dx \quad (A3-7)$$

いま $\{R\}$ を節点力ベクトルとすれば、*joint* 要素の外力ポテンシャルは

$$V = -\{u\}^T \{R\} \quad (A3-8)$$

となる。したがって、全ポテンシャルエネルギー c は次式で与えられる。

$$c = f - \{u\}^T \{R\} \quad (A3-9)$$

ポテンシャルエネルギー最小の原理より

$$dc = \frac{\mathcal{F}f}{\mathcal{F}\{u\}} - \{R\} = 0 \quad (A3-10)$$

$$\frac{\mathcal{F}f}{\mathcal{F}\{u\}} = \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{1}{4} [N_j]^T [D_j] [N_j] dx \{u\} = [k_j] \{u\} = \{R\} \quad (A3-11)$$

ここに $[k_j]$ は *joint* 要素の剛性マトリックスを表しており、整理すると次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
[k_j] &= \int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}} \frac{1}{4} [N_j]^T [D_j] [N_j] dx \\
&= \frac{L}{6} \begin{bmatrix} 2D_j & D_j & -D_j & -2D_j \\ D_j & 2D_j & -2D_j & -D_j \\ -D_j & -2D_j & 2D_j & D_j \\ -2D_j & -D_j & D_j & 2D_j \end{bmatrix} \quad (A3-12)
\end{aligned}$$

また、式(A3-12)で表した局部座標系の剛性マトリックスを全体座標系の剛性マトリックス $[K_J]$ に変換すると次式で表せる。

$$[K_J] = [T_J]^T [k_J] [T_J] \quad (A3-13)$$

ここで q を局部座標系と全体座標系のなす角とすると、 $[T_J]$ は次式で与えられる。

$$[T_J] = \begin{bmatrix} \cos q & \sin q & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin q & \cos q & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos q & \sin q & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\sin q & \cos q & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cos q & \sin q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin q & \cos q & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cos q & \sin q \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\sin q & \cos q \end{bmatrix}$$

(A3-14)

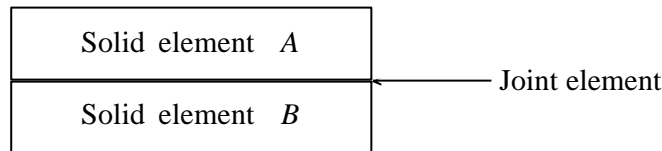


Figure A3-1 要素 A と要素 B の間の不連続面

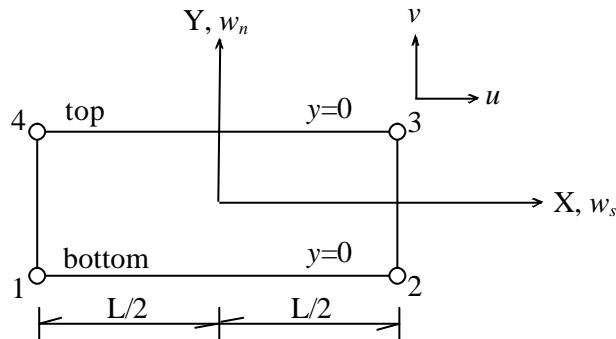


Figure A3-2 joint 要素の説明図

(2) 境界面の摩擦特性を考慮した joint 要素

基礎底面と地表面、山留めと地盤との変形挙動は、それらの境界面のせん断・垂直応力比 (p_s/p_n) が両者の間の最大摩擦係数 $\tan d$ に達するまでは一体として変形するが、 p_s/p_n が $\tan d$ に達した後は $p_s/p_n = \tan d$ を維持しつつこれらの境界面ではズレ(塑性せん断変形)が生じると考えられる。

ここでは、境界面の joint 要素にこれらの摩擦特性を具体的に導入した応力～変位マトリックス $[D_J]$ を境界面にズレが生じない場合 ($p_s/p_n < \tan d$) とズレが生じた場合 ($p_s/p_n \geq \tan d$) とに分けて誘導する。

(A.) $p_s/p_n < \tan d$

Figure A3-3 より降伏関数 f と塑性ポテンション関数 g を次式で与える。

$$f = \frac{p_s}{p_n} - \tan d \quad (\text{A3-15})$$

$$g = p_s - c \quad (\text{A3-16})$$

この場合、境界面でせん断方向にも垂直方向にも変位はほとんどないと考えられるので微小な弾性変形だけを考える。

$$dw_s = dw_s^e = \frac{1}{k_s} dp_s \quad (\text{A3-17})$$

$$dw_n = dw_n^e = \frac{1}{k_n} dp_n \quad (\text{A3-18})$$

式(A3-17), (A3-18)をマトリックス表示すると *joint* 要素のせん断応力増分 dp_s 、垂直応力増分 dp_n は相対せん断変位の弾性増分 $\{dw_s^e\}$ 、相対垂直変位の弾性増分 $\{dw_n^e\}$ と次式で関係づけられる。

$$\begin{Bmatrix} dp_s \\ dp_n \end{Bmatrix} = [D_j^e] \begin{Bmatrix} dw_s^e \\ dw_n^e \end{Bmatrix} \quad (\text{A3-19})$$

ここで、 $[D_j^e]$ は次式で与える。

$$[D_j^e] = \begin{bmatrix} k_s & 0 \\ 0 & k_n \end{bmatrix} \quad (\text{A3-20})$$

なお、 k_s, k_n は *joint* 要素の大きな剛性を表すため大きな正の定数で与える。

次に、降伏関数 f と塑性ポテンシャル関数 g のそれぞれに対し、応力 p に関する偏微係数を示す。

$$\frac{\nabla f}{\nabla \{p\}} = \left(\frac{1}{p_n}, -\frac{p_s}{p_n^2} \right) \quad (\text{A3-21})$$

$$\frac{\nabla g}{\nabla \{p\}} = (1, 0) \quad (\text{A3-22})$$

全相対変位増分を相対変位増分の弾性成分と塑性成分の和として考えると、

$$\begin{aligned} \{dp\} &= [D_j^e] \{dw^e\} \\ &= [D_j^e] (\{dw\} - \{dw^p\}) \end{aligned} \quad (\text{A3-23})$$

塑性流れ則(*flow rule*)は次のようになる。

$$\{dw^p\} = \Lambda \left(\frac{\nabla g}{\nabla \{p\}} \right)^T = \Lambda \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A3-24})$$

式(A3-23)の両辺に $\partial f / \partial \{p\}$ を乗じて式(A-6-24)を考慮すると、

$$\frac{\mathbb{1}f}{\mathbb{1}\{p\}}\{dp\} = \frac{\mathbb{1}f}{\mathbb{1}\{p\}}[D_j^e] \left(\{dw\} - \Lambda \left(\frac{\mathbb{1}g}{\mathbb{1}p} \right)^T \right) \quad (\text{A3-25})$$

物体点が弾塑性状態にある場合、降伏関数 f は $f=f(\{p\}, H)=0$ で与えられる。従って弾塑性状態が継続するには、次式の整合条件を満足しなければならない。

$$df = \frac{\mathbb{1}f}{\mathbb{1}p} dp + \frac{\mathbb{1}f}{\mathbb{1}H} \frac{\mathbb{1}H}{\mathbb{1}w^p} \{dw^p\} = 0 \quad (\text{A3-26})$$

式(A-6-24)を式(A3-26)に代入すると、

$$\Lambda = \frac{\frac{\mathbb{1}f}{\mathbb{1}p} dp}{-\frac{\mathbb{1}f}{\mathbb{1}H} \frac{\mathbb{1}H}{\mathbb{1}w^p} \left(\frac{\mathbb{1}g}{\mathbb{1}\{p\}} \right)^T} = \frac{\frac{\mathbb{1}f}{\mathbb{1}p} dp}{h} \quad (\text{A3-27})$$

式(A-6-27)を式(A3-25)に代入して整理すると、

$$\frac{\mathbb{1}f}{\mathbb{1}\{p\}}\{dp\} = \frac{\frac{\mathbb{1}f}{\mathbb{1}\{p\}}[D_j^e]\{dw\}}{1 + \frac{\mathbb{1}f}{\mathbb{1}\{p\}}[D_j^e] \left(\frac{\mathbb{1}g}{\mathbb{1}\{p\}} \right)^T \frac{1}{h}} \quad (\text{A3-28})$$

式(A-6-28)を式(A3-27)に代入すると、

$$\Lambda = \frac{\frac{\mathbb{1}f}{\mathbb{1}\{p\}}[D_j^e]\{dw\}}{h + \frac{\mathbb{1}f}{\mathbb{1}\{p\}}[D_j^e] \left(\frac{\mathbb{1}g}{\mathbb{1}\{p\}} \right)^T} \quad (\text{A3-29})$$

式(A-6-29)を式(A3-23)に代入すると、

$$\{dp\} = [D_j^e] \left(\{dw\} - \frac{\left(\frac{\mathbb{1}g}{\mathbb{1}\{p\}} \right)^T \frac{\mathbb{1}f}{\mathbb{1}\{p\}}[D_j^e]\{dw\}}{h + \frac{\mathbb{1}f}{\mathbb{1}\{p\}}[D_j^e] \left(\frac{\mathbb{1}g}{\mathbb{1}\{p\}} \right)^T} \right) \quad (\text{A3-30})$$

式(A3-30)を整理すると最終的に次式を得る。

$$\{dp\} = \begin{bmatrix} k_s - \frac{k_s^2}{Mp_n} & \frac{k_s k_n p_s}{p_n^2 M} \\ 0 & k_n \end{bmatrix} \{dw\} \quad (\text{A3-31})$$

ここに、

$$M = h + \frac{k_s}{p_n} \quad (\text{A3-32})$$

(B.) $p_s/p_n \tan d$

この場合、境界面の垂直変位は式(A-6-18)で与えられるがせん断変位は Figure A3-3 で示したように p_s/p_n が $\tan d$ に達した後は塑性せん断変位 w_s^p 、せん断垂直応力比 p_s/p_n の関係式を次式で与える。

$$\frac{p_s}{p_n} = \mathbf{x}w_s^p + \tan d \quad (\text{A3-33})$$

ここで \mathbf{x} を 0 に近い正の定数とすることにより Figure A3-3 に示す $\tan d$ より大きな応力比には抵抗しない完全塑性体を近似的に表現できる。式(A3-33)の微分をとって整理すれば $\{dw_s^p\}$ は次式で表せる。

$$dw_s^p = \frac{1}{\mathbf{x}} d\left(\frac{p_s}{p_n}\right) = \frac{1}{\mathbf{x}} \left(\frac{1}{p_n} dp_s - \frac{p_s}{p_n^2} dp_n \right) \quad (\text{A3-34})$$

従って全せん断変位 dw_s は次式で与えられる。

$$dw_s = dw_s^e + dw_s^p = \left(\frac{1}{k_s} + \frac{1}{\mathbf{x}p_n} \right) dp_s - \frac{p_s}{\mathbf{x}p_n^2} dp_n \quad (\text{A3-35})$$

式(A3-18),(A3-35)よりジョイント要素の変位増分～応力増分関係は次式で表される。

$$\begin{Bmatrix} dw_s \\ dw_n \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{k_s} + \frac{1}{\mathbf{x}p_n} & -\frac{p_s}{\mathbf{x}p_n^2} \\ 0 & \frac{1}{k_s} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dp_s \\ dp_n \end{Bmatrix} \quad (\text{A3-36})$$

$$\begin{aligned} \begin{Bmatrix} dp_s \\ dp_n \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{\mathbf{x}k_s p_n}{k_s + \mathbf{x}p_n} & \frac{k_s k_n p_s}{k_s p_n + \mathbf{x}p_n^2} \\ 0 & k_n \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dw_s \\ dw_n \end{Bmatrix} \\ &= [D_J] \begin{Bmatrix} dw_s \\ dw_n \end{Bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{A3-37})$$

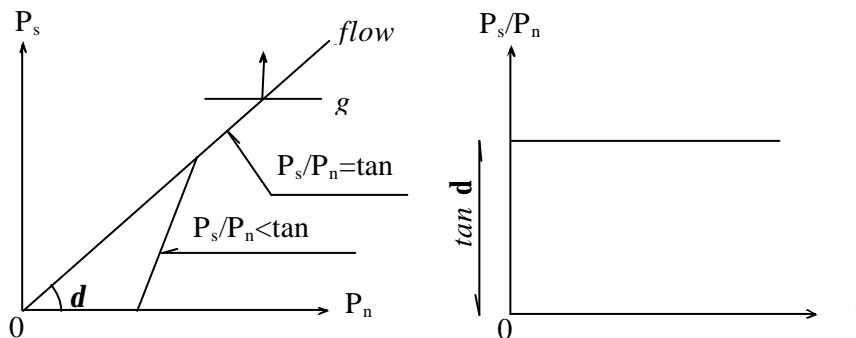


Figure A3-3 不連続面の $p_s \sim p_n$ 関係および $p_s/p_n \sim w_s$ 関係

Appendix 4 応力～ひずみ関係の一般表示

本節では、第3章で述べた3次元応力条件下の応力～ひずみ関係式を有限要素解析に組み込むため $\{d\sigma\}=[D]\{de\}$ ($[D]$:応力・ひずみマトリックス)なるような形に変換する。弾塑性状態にある物体点のひずみ増分テンソル de_{ij} は、弾性成分 de_{ij}^e と塑性成分 de_{ij}^p の和と考えることができる。塑性ひずみ増分テンソルは t_{ij} 空間で関連流動則を満足する成分 $de_{ij}^{p(AF)}$ と等方的な圧縮成分 $de_{ij}^{p(IC)}$ の和で表す。

$$de_{ij}^p = de_{ij}^{p(AF)} + de_{ij}^{p(IC)} \quad (A4-1)$$

それぞれの成分は次のように与えられる。

$$de_{ij}^{p(AF)} = \Lambda \frac{\int g}{\int t_{ij}} \quad (A4-2)$$

$$de_{ij}^{p(IC)} = K \langle dt_N \rangle \frac{d_{ij}}{3} \quad (A4-3)$$

ここで、 d_{ij} はクロネッカー(kronecker)のデルタであり $\langle dt_N \rangle$ は次式で定義する。

$$\langle dt_N \rangle = \begin{cases} dt_N & \text{if } dt_N > 0 \\ 0 & \text{if } dt_N \leq 0 \end{cases} \quad (A4-4)$$

降伏関数 f は $f=(s_{ij}, H)=0$ (H :ひずみ硬化パラメーター)で与えられるので後続負荷条件(consistency condition)より、

$$df = \frac{\int f}{\int s_{ij}} ds_{ij} + \frac{\int f}{\int H} \frac{\int H}{\int e_{ij}^p} de_{ij}^p = 0 \quad (A4-5)$$

これは、応力増分により塑性ひずみが生じたとき、ひずみ硬化が起こり応力状態が後続の降伏曲面に達することを意味する。ここで、式(A4-1),(A4-2),(A4-3)より

$$de_{ij}^p = \Lambda \frac{\int g}{\int t_{ij}} + K \langle dt_N \rangle \frac{d_{ij}}{3} \quad (A4-6)$$

式(A4-5)に式(A4-6)を代入すると Λ は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} \Lambda &= \frac{\frac{\int f}{\int s_{ij}} ds_{ij} + \frac{\int f}{\int H} \frac{\int H}{\int e_{mn}^p} \frac{d_{mn}}{3} K \langle dt_N \rangle}{-\frac{\int f}{\int H} \frac{\int H}{\int e_{kl}^p} \frac{\int g}{\int t_{kl}}} \\ &= \frac{df + \frac{\int f}{\int H} \frac{\int H}{\int e_{mn}^p} \frac{d_{mn}}{3} K \langle dt_N \rangle}{h} \end{aligned} \quad (A4-7)$$

ここに、 h は塑性係数である。

以上より、塑性ひずみ増分テンソルは、次式に示すように df によるものと dt_N によるものの和として与えられる。

$$\begin{aligned} d\mathbf{e}_{ij}^p &= d\mathbf{e}_{ij}^{p(AF)} + d\mathbf{e}_{ij}^{p(IC)} \\ &= \frac{\int g}{\int t_{ij}} \frac{1}{h} df + \left(\frac{d_{ij}}{3} K + \frac{\int g}{\int t_{ij}} \frac{\int f \int H}{\int H \int \mathbf{e}_{kl}^p} \frac{d_{kl}}{3} K \right) dt_N \\ &= E_{op}^1 \frac{1}{h} df + E_{op}^2 \frac{1}{h} dt_N \end{aligned} \quad (A4-8)$$

ここに、

$$E_{op}^1 = \frac{\int g}{\int t_{ij}} \quad (A4-9)$$

$$E_{op}^2 = \frac{d_{ij}}{3} Kh + \frac{\int g}{\int t_{ij}} \frac{\int f \int H}{\int H \int \mathbf{e}_{kl}^p} \frac{d_{kl}}{3} K \quad (A4-10)$$

応力増分テンソルは、Hooke 則を用いると次式で与えられる。

$$\begin{aligned} d\mathbf{s}_{ij} &= D_{ijkl}^e d\mathbf{e}_{kl}^e \\ &= D_{ijkl}^e d\mathbf{e}_{kl} - D_{ijop}^e d\mathbf{e}_{op}^p \end{aligned} \quad (A4-11)$$

降伏関数 f と t_N の増分 df と dt_N は応力増分テンソル $d\mathbf{s}_{ij}$ を用いると、

$$df = \frac{\int f}{\int \mathbf{s}_{ij}} d\mathbf{s}_{ij} \quad (A4-12)$$

$$dt_N = \frac{\int t_N}{\int \mathbf{s}_{ij}} d\mathbf{s}_{ij} \quad (A4-13)$$

と表せるので式(A4-11),(A4-12),(A4-13)より

$$\frac{1}{h} P_1 df + \frac{1}{h} P_2 dt_N = \frac{\partial f}{\partial \mathbf{s}_{st}} D_{stkl}^e d\mathbf{e}_{kl} \quad (A4-14)$$

$$\frac{1}{h} Q_1 df + \frac{1}{h} Q_2 dt_N = \frac{\int t_N}{\int \mathbf{s}_{st}} D_{stkl}^e d\mathbf{e}_{kl} \quad (A4-15)$$

ここで、

$$P_1 = h + \frac{\int f}{\int \mathbf{s}_{st}} D_{stop}^e E_{op}^1 \quad (A4-16)$$

$$P_2 = \frac{\int f}{\int \mathbf{s}_{st}} D_{stop}^e E_{op}^2 \quad (A4-17)$$

$$Q_1 = \frac{\int t_N}{\int \mathbf{s}_{st}} D_{stop}^e E_{op}^1 \quad (A4-18)$$

$$Q_2 = h + \frac{\int t_N}{\int \mathbf{s}_{st}} D_{stop}^e E_{op}^2 \quad (A4-19)$$

式(A4-14),(A4-15)より、

$$df = \frac{Q_2 \frac{\mathbb{1}f}{\mathbb{1}\mathbf{s}_{st}} - P_2 \frac{\mathbb{1}t_N}{\mathbb{1}\mathbf{s}_{st}}}{P_1 Q_2 - P_2 Q_1} D_{stkl}^e d\mathbf{e}_{kl} h \quad (\text{A4-20})$$

$$dt_N = \frac{P_1 \frac{\mathbb{1}t_N}{\mathbb{1}\mathbf{s}_{st}} - Q_1 \frac{\mathbb{1}f}{\mathbb{1}\mathbf{s}_{st}}}{P_1 Q_2 - P_2 Q_1} D_{stkl}^e d\mathbf{e}_{kl} h \quad (\text{A4-21})$$

式(A4-20), (A4-21)を式(A4-10), (A4-11)に代入すると、

$$d\mathbf{s}_{ij} = \left[D_{ijkl}^e - D_{ijop}^e E_{op}^1 \frac{Q_2 \frac{\mathbb{1}f}{\mathbb{1}\mathbf{s}_{st}} - P_2 \frac{\mathbb{1}t_N}{\mathbb{1}\mathbf{s}_{st}}}{P_1 Q_2 - P_2 Q_1} D_{stkl}^e - D_{ijop}^e E_{op}^2 \frac{P_1 \frac{\mathbb{1}t_N}{\mathbb{1}\mathbf{s}_{st}} - Q_1 \frac{\mathbb{1}f}{\mathbb{1}\mathbf{s}_{st}}}{P_1 Q_2 - P_2 Q_1} D_{stkl}^e \right] d\mathbf{e}_{kl} \quad (\text{A4-22})$$

となり応力～ひずみマトリックス[D]が求まる。

参考文献 (Appendix)

- 1) Bathe,K.J. and Wilson,E.L.(1979): 有限要素法の数値計算, pp.141-191.
- 2) C.S.Desai and J.F.Abel(1974): マトリックス有限要素法, pp.109-113,118-120.
- 3) 赤井浩一・田村武(1978): 弾塑性構成式による多次元圧密の数値解析; 土木学会論文報告集,第 269 号,pp.95-104.
- 4) 日本鋼構造協会編: 有限要素法による構造解析プログラム
- 5) Goodman,R.E.,Taylor,R.I.and Brekke,T.L.(1968):A Model for the Mechanics of Jointed Rock; Proc.ASCE,Vol.94,No.SM3,pp.637-659
- 6) 中井照夫(1980): 土の変形・強度特性と地盤の変形解析への適用に関する研究; pp.142-167,京都大学博士論文