

バルク成形のための塑性異方性係数の測定  
および塑性異方性を考慮した変形解析

2011年

寺野 元規

# 目 次

第 1 章 序論	1
1.1 塑性異方性研究の意義	1
1.1.1 成形加工における塑性異方性	1
1.1.2 板成形における塑性異方性	1
1.1.3 塑性異方性降伏関数	2
1.1.4 集合組織と塑性異方性	3
1.2 バルク成形における塑性異方性研究	4
1.2.1 バルク成形の現状	4
1.2.2 バルク材の塑性異方性	5
1.3 研究の目的および本論文の構成	8
第 2 章 管・棒材の軸対称塑性異方性	10
2.1 緒言	10
2.2 軸対称塑性異方性理論	11
2.2.1 Hill の 2 次降伏関数	11
2.2.2 軸対称塑性異方性における Hill の 2 次降伏関数の適用	12
2.2.3 円筒座標系における変位とひずみの関係および応力の釣合い式	14
2.3 円管の軸方向引張および厚さ方向圧縮	15
2.3.1 円管の軸方向引張	15
2.3.2 管壁の厚さ方向圧縮	18
2.4 棒材の軸方向圧縮	19
2.4.1 円柱の圧縮（または丸棒の引張）	19
2.4.2 半円柱の圧縮	23
2.4.3 リングの圧縮	25
2.4.4 リング圧縮試験用の軸対称塑性異方性を考慮したノモグラフの例	28
2.5 結言	36
第 3 章 小立方体圧縮試験法の提案	37
3.1 緒言	37

3.2	$r$ 値に基づく 3 次元的なひずみ比の表記法	38
3.2.1	薄板材の $r$ 値 (従来法)	38
3.2.2	面内における方向の表記法	38
3.2.3	ブロック材の $r$ 値	40
3.2.4	管・棒材の $r$ 値	42
3.3	小立方体圧縮試験	43
3.3.1	小立方体試験片	43
3.3.2	板材の塑性異方性測定法および測定結果	44
3.3.3	ブロック材における板厚方向塑性異方性分布	49
3.3.4	管・棒材の塑性異方性測定法および測定結果	50
3.3.5	棒材における半径方向塑性異方性分布	55
3.4	結言	65
第 4 章	塑性異方性と摩擦の影響	66
4.1	緒言	66
4.2	摩擦が小立方体圧縮試験へ及ぼす影響	67
4.2.1	異なる潤滑下における小立方体圧縮試験	67
4.2.2	塑性異方性を考慮した FEM によるバルク変形の解析	71
4.3	リング圧縮試験	74
4.4	結言	80
第 5 章	バルク材の塑性異方性解析への応用	81
5.1	緒言	81
5.2	マグネシウム合金の塑性異方性に及ぼす温度の影響	82
5.2.1	マグネシウム合金	82
5.2.2	実験条件	83
5.2.3	小立方体圧縮試験結果	85
5.2.4	リング圧縮試験結果	89
5.3	高次異方性降伏関数への適用 (管材)	91
5.3.1	高次異方性降伏関数	91
5.3.2	Logan-Hosford の異方性降伏関数	91

5.3.3	後藤の4次異方性降伏関数	92
5.3.4	Yld2000-2d	94
5.3.5	小立方体圧縮試験結果	98
5.4	塑性異方性を考慮したFEMの検証(商用コードのベンチマーク)	103
5.4.1	ANSYSによる円柱圧縮解析	103
5.4.2	DEFORMによる円柱圧縮解析	105
5.5	結言	107
第6章	総括	108
	参考文献	112
	付録	124
	謝辞	130

# 記号一覧

## 1. 幾何学量

$d$ : 棒材の直径 (添え字:  $o$  は初期寸法)

$a$ : 棒材の半径 (添え字:  $o$  は初期寸法)

$D_t$ : 管材, リング材の外径 (添え字:  $o$  は初期寸法)

$d_t$ : 管材, リング材の内径 (添え字:  $o$  は初期寸法)

$h$ : 高さ (添え字:  $o$  は初期寸法)

$l$ : 長さ (添え字:  $o$  は初期寸法)

$t$ : 厚さ (添え字:  $o$  は初期寸法)

$\bar{d}$ : 平均結晶粒径

$d_m$ : 平均油膜厚さ

$\alpha$ : 角度

$x, y, z$ : 板・ブロック材の圧延方向, 幅方向, 板厚方向

$r, \theta, z$ : 棒・管材の半径方向, 円周方向, 押出し・引抜き・圧延方向

$i, j, k$ : 任意の空間における互いに直交する3軸

$X$ 面,  $Y$ 面,  $Z$ 面 :  $x, y, z$  軸を法線にもつ面

$R$ 面,  $\Theta$ 面,  $Z$ 面 :  $r, \theta, z$  軸を法線にもつ面

$I$ 面,  $J$ 面,  $K$ 面 :  $i, j, k$  軸を法線にもつ面

$y(\alpha, X)$ :  $X$ 面内の  $y$  軸から  $\alpha$ 回転した方向 (板・ブロック材)

$z(\alpha, Y)$ :  $Y$ 面内の  $z$  軸から  $\alpha$ 回転した方向 (板・ブロック材)

$x(\alpha, Z)$ :  $Z$ 面内の  $x$  軸から  $\alpha$ 回転した方向 (板・ブロック材)

$\theta(\alpha, R)$ :  $R$ 面内の  $\theta$ 軸から  $\alpha$ 回転した方向 (管・棒材)

$z(\alpha, \Theta)$ :  $\Theta$ 面内の  $z$  軸から  $\alpha$ 回転した方向 (管・棒材)

$r(\alpha, Z)$ :  $Z$ 面内の  $r$  軸から  $\alpha$ 回転した方向 (管・棒材)

## 2. 力学量

$u_i$ :  $i$  方向の変位

$\varepsilon_i$ :  $i$  方向の垂直ひずみ

$\gamma_{ij}$ :  $I$ 面,  $j$  方向の工学せん断ひずみ

$\varepsilon_{ij}$ :  $I$ 面,  $j$  方向のテンソルせん断ひずみ ( $\varepsilon_{ij} = \gamma_{ij}/2$ )

$\varepsilon_{eq}$ : 相当ひずみ  
 $\sigma_i$ :  $i$  方向の垂直応力  
 $\tau_{ij}$ :  $I$  面,  $j$  方向のせん断応力  
 $\sigma_{eq}$ : 相当応力  
 $f(\sigma_{ij})$ : 塑性ポテンシャル  
 $\mu$ : クーロン摩擦係数  
 $p_m$ : 平均面圧

## 材料特性量

$\sigma_B$ : 引張強さ  
 $\varepsilon_u$ : 一様伸び  
 $\varepsilon_i^*$ : 限界ひずみ (割れが発生した瞬間のひずみ)  
 $F, G, H, L, M, N$ : Hill の 2 次異方性降伏関数の塑性異方性係数  
( $F, G, H$  は Logan-Hosford の異方性降伏関数の塑性異方性係数と一致)  
 $A_1$ - $A_9$ : 後藤の 4 次異方性降伏関数の塑性異方性係数  
 $\alpha_1$ - $\alpha_8$ : Yld2000-2d の塑性異方性係数  
 $M$ : 降伏関数の次数  
 $C$ : 特定方向の降伏応力  
 $Y_i$ :  $i$  方向の垂直降伏応力  
 $Y_{ij}$ :  $I$  面,  $j$  方向のせん断降伏応力  
 $\sigma_\alpha$ :  $\alpha$  方向の降伏応力  
 $\sigma_b$ : 等二軸引張における降伏応力  
 $r$ :  $r$  値, Lankford 値 ( $= \varepsilon_w / \varepsilon_t$ )  
 $r_\alpha$ :  $x$  方向から  $\alpha$  回転した方向の  $r$  値  
 $X_\alpha$ :  $X$  面で  $y$  方向から  $\alpha$  回転した方向の  $r$  値 (板・ブロック材)  
 $Y_\alpha$ :  $Y$  面で  $z$  方向から  $\alpha$  回転した方向の  $r$  値 (板・ブロック材)  
 $Z_\alpha$ :  $Z$  面で  $x$  方向から  $\alpha$  回転した方向の  $r$  値,  $Z_\alpha = r_\alpha$  (板・ブロック材)  
 $R_\alpha$ :  $R$  面で  $\theta$  方向から  $\alpha$  回転した方向の  $r$  値 (管・棒材)  
 $\Theta_\alpha$ :  $\Theta$  面で  $z$  方向から  $\alpha$  回転した方向の  $r$  値 (管・棒材)  
 $Z_\alpha$ :  $Z$  面で  $r$  方向から  $\alpha$  回転した方向の  $r$  値 (管・棒材)

# 第1章 序論

## 1.1 塑性異方性研究の意義

### 1.1.1 成形加工における塑性異方性

塑性異方性とは、塑性変形中の応力-ひずみ関係や機械的性質が方向によって異なる性質のことである<sup>1)</sup>。これは1次加工（圧延，押出し，鍛造，引抜きなど）で作られる素形材（板材，ブロック材，管材，棒材，線材など）にも見られ，2次加工（板成形，チューブフォーミング，精密鍛造など）にとっては初期の材料特性として与えられる。特に板成形においては，塑性異方性は深絞り限界の向上<sup>2),3)</sup>や深絞り容器口縁部の凹凸（耳）<sup>4)</sup>との関係が強く，以前から検討されている。例えば，高 $r$ 値鋼板も圧延され，深絞り限界向上に貢献している。このように成形加工にとって，塑性異方性は，製品の良否や成形の可否にかかわる重要な機械的材料特性である。

本研究を始めるにあたり，成形加工におけるこれまでの塑性異方性研究の経緯を整理する。それらは主として成形で盛んに論じられ，その過程で降伏条件式が次々と整備され，より高精度な変形解析が可能となってきた。一方，バルク成形では，板成形ほど論じられていない。平面応力を前提として得られた板成形での成果は，3軸応力状態のバルク成形にも原理的には展開可能なはずであり，学問的に一步踏み込んでおく意義はある。今後，板成形と同様にバルク成形においても，より高精度な変形予測をするためにも，塑性異方性も考慮した降伏関数の整備は，実用的にも有用と考える。特に，マグネシウム合金やチタン合金にとっては塑性力学的に塑性異方性も考慮すべきである。

### 1.1.2 板成形における塑性異方性

圧延板材では，一般に圧延方向（RD）とそれに直交する方向（TD）のそれぞれに関して対称な性質の直交異方性をもつ<sup>5)</sup>。その測定には，引張試験が用いられ，降伏応力<sup>6)</sup>やLankford値（以下 $r$ 値）<sup>7)</sup>が定量的に測定されている。この $r$ 値は引張方向 $l$ に対する垂直な2方向のひずみ比（ $\epsilon_w / \epsilon_l$ ）である。等方性材料であれば $r = 1$ ，塑性異方性材料では $r \neq 1$ となる。

板成形では，割れなどの成形限界<sup>8)-10)</sup>，しわ<sup>11)</sup>・スプリングバック<sup>12),13)</sup>などの形状不良が問題となる<sup>14)</sup>。これらと塑性異方性との関連が調べられ<sup>15)-17)</sup>，解説記事<sup>18)-20)</sup>

も出されている。例えば、成形限界や成形性については、液圧バルジ試験、エリクセン試験、深絞り試験が用いられ、塑性異方性との関係<sup>21)-23)</sup>も調べられている。また、深絞り加工では、面内異方性により、フランジ部の肉厚が分布し、型との接触が不均一になること<sup>24)</sup>も報告されている。さらに、軽量化材料として注目されているマグネシウム合金についても多くの研究が行われている。マグネシウム合金は稠密六方構造 (hcp) であり、強い塑性異方性を持つ。圧延板では、六方晶  $c$  軸と板厚方向とが平行に揃う加工集合組織を形成する<sup>25), 26)</sup>。したがって、室温では、板厚方向の変形が抑制されて  $r$  値が大きくなり、板厚減少を伴う二軸引張などの変形において成形限界が低くなる<sup>27)</sup>。また、高温焼きなましによる冷間での成形性向上<sup>28)</sup>や温間成形特性の研究<sup>29), 30)</sup>も行われている。さらに、温度が上昇すると、活動すべり系が増えるため、 $r$  値の温度依存性<sup>31)</sup>についても調べられている。

一方、成形限界、変形形状と塑性異方性との関係だけでなく、塑性異方性を考慮した材料モデリング法の研究<sup>32)-36)</sup>も行われている。材料モデリングは材料試験によって得られた特性を成形シミュレーションに適用するために必要である。塑性異方性については、異方性降伏関数の降伏曲面が実験的に測定されている。代表的な測定法として、二軸引張試験<sup>37), 38)</sup>があり、鋼板<sup>39)-42)</sup>、アルミニウム合金板<sup>43)-45)</sup>、純チタン合金板<sup>46), 47)</sup>、マグネシウム合金板<sup>48)</sup>の降伏曲面が測定されている。また、薄板を積層させた試験片を二軸圧縮する試験方法<sup>49), 50)</sup>も提案されている。これらの方法で測定された降伏曲面は、板成形のシミュレーションに適用され、解析精度は格段に向上している<sup>51), 52)</sup>。実際に、成形限界の予測<sup>53), 54)</sup>、スプリングバック解析<sup>55)</sup>において活用され、高精度な解析が可能となっている。

### 1.1.3 塑性異方性降伏関数

FEM により、高精度な変形予測をするためには、正確な摩擦などの境界条件や材料特性が必要となる。材料特性は材料の構成方程式として表され、塑性域では、主に降伏曲面として表される。その大きさと形状はそれぞれ、加工硬化則と降伏関数により定式化される<sup>56)</sup>。加工硬化則は、等方硬化則と移動硬化則に分類され、バウシinger 効果を精度良く表現できるモデルとして、吉田-上森モデル<sup>57)</sup>などが提案されている。降伏関数については、等方性降伏関数として、Tresca の降伏関数、Mises の降伏関数があり、FEM では、Mises の降伏関数が用いられている。一方、塑性異



方性降伏関数は 1948 年に Hill が 2 次異方性降伏関数<sup>58), 59)</sup>を提案して以来, さまざまな降伏関数が提案されている. Hill の 2 次異方性降伏関数 (1948) は, Mises の等方性降伏関数を一般化し, 塑性異方性主軸と座標軸( $x, y, z$ )が一致する場合について示した. さらに, Hill は 1979 年に高次異方性降伏関数<sup>60)</sup>を提案し, 1990, 1993 年に平面応力状態における異方性降伏関数<sup>61), 62)</sup>も提案している. Bassani は 1977 年に立方晶金属に対し, Bishop-Hill の結晶塑性論<sup>63), 64)</sup>により, 平面応力下における異方性降伏関数<sup>65)</sup>を提案した. また, Logan と Hosford は立方晶金属に対し, 上解法に基づく結晶塑性解析により, 応力主軸と塑性異方性主軸が一致する場合の高次降伏関数<sup>66)</sup>を提案し, 平面応力下における実験結果より, bcc 金属では 6 次, fcc 金属では 8-10 次の異方性降伏関数を推奨している<sup>67)</sup>. さらに, Barlat らは Logan-Hosford の降伏関数を発展させ, 平面応力において, 応力主軸と塑性異方性主軸が一致しない (せん断項を考慮する) 場合の異方性降伏関数 (Yld89)<sup>68)</sup>を提案した. その後, Yld2000-2d<sup>69)</sup>など, 様々な異方性降伏関数<sup>70)-75)</sup>を提案し, 実験との比較検討も行われている<sup>76), 77)</sup>. また, 最近では, Cazacu らはマグネシウム合金などの hcp 金属にも適用できる異方性降伏関数<sup>78), 79)</sup>を提案している. 日本の研究者では, 後藤が 1978 年に薄板の深絞り解析において, Hill の 2 次異方性降伏関数の不備を指摘し, 平面応力状態を前提とした 4 次異方性降伏関数<sup>80), 81)</sup>を提案し, 深絞りフランジ部の変形をより高精度に解析している<sup>82)</sup>. また, 偏差応力の第 3 不変量を含む異方性降伏関数<sup>83)</sup>, 最大せん断応力説を元にした異方性降伏関数<sup>84)</sup>, 等二軸と一軸引張降伏応力の比 ( $X$  値) を含む異方性降伏関数<sup>85), 86)</sup>などが提案されている.

#### 1.1.4 集合組織と塑性異方性

塑性異方性は 1 次加工 (圧延, 押出し, 引抜きなど) において加工集合組織や再結晶集合組織が出来る事により生じる<sup>87)</sup>. したがって, 結晶学的な観点からの取り組みも行われている. 圧延板では, 集合組織の測定<sup>88), 89)</sup>や予測<sup>90)</sup>, 集合組織と変形挙動<sup>91), 92)</sup>について研究されている. また, 鋼板では, 制御圧延による集合組織 ( $r$  値) の制御<sup>93)</sup>も行われている. マグネシウム合金板では, 結晶方位のランダム化や結晶粒微細化<sup>94)</sup>, 初期集合組織の影響<sup>95)</sup>, 再結晶挙動の観察<sup>96)</sup>などの結晶塑性に関しても研究されている. さらに, 結晶塑性の解説<sup>97), 98)</sup>もされている.

一方, 集合組織を考慮した FEM によって, マクロな塑性異方性の挙動を再現する

取り組みもある。これは、FEMの1要素が1つの結晶粒もしくは複数個の多結晶とみなす方法で、有限要素多結晶モデル (FEPM: Finite Element Polycrystal Model) と呼ばれる<sup>99)</sup>。この解析手法を用いて、圧延による集合組織予測<sup>100)-103)</sup>や、アルミニウム合金において、すべり系の温度依存を考慮した例<sup>104)</sup>もある。しかし、単結晶の応力-ひずみ線図が必要であり、その測定は容易ではない。また、結晶粒の形状や結晶粒界、再結晶が考慮できない現状では、 $r$ 値を実際より過大に見積もってしまうという課題もある。さらに、計算コスト上の問題から、マイクロ成形など適用範囲が限定されてしまい、マクロ成形への適用は困難である。

## 1.2 バルク成形における塑性異方性研究

### 1.2.1 バルク成形の現状

塑性加工に関する最近の研究動向を概説する。Fig. 1-1 に 2006 年から 2010 年 10 月までの塑性加工学会誌、塑性加工春季講演会論文集、および塑性加工連合講演会論文集における発表内容の割合を示す。ここでは、板成形と鍛造の分野について、それぞれを加工法、金型、トライボロジー、CAE、材料の 5 つの項目に分類した。板成形、鍛造ともに成形プロセスに関する研究が 50%を占めており、加工条件の最適化や新しい加工法の提案が多く行われている。板成形では、材料特性に関する研究が多い。中でも、成形限界や成形形状、スプリングバックの解析に必要な材料のモデル化の研究が多く、塑性異方性についても考察され、高精度な変形予測に活用されている。一方、鍛造では板成形と比べ、高面圧、高表面積拡大率<sup>105)</sup>であるため、工具やトライボロジーに関する研究が多い。実際に型への負担が大きく、型寿命や摩擦に係る課題は多い。バルク成形においても、さらなる高精度化を目指すためには、板成形のように、塑性異方性などの材料特性も考慮する必要があると考える。

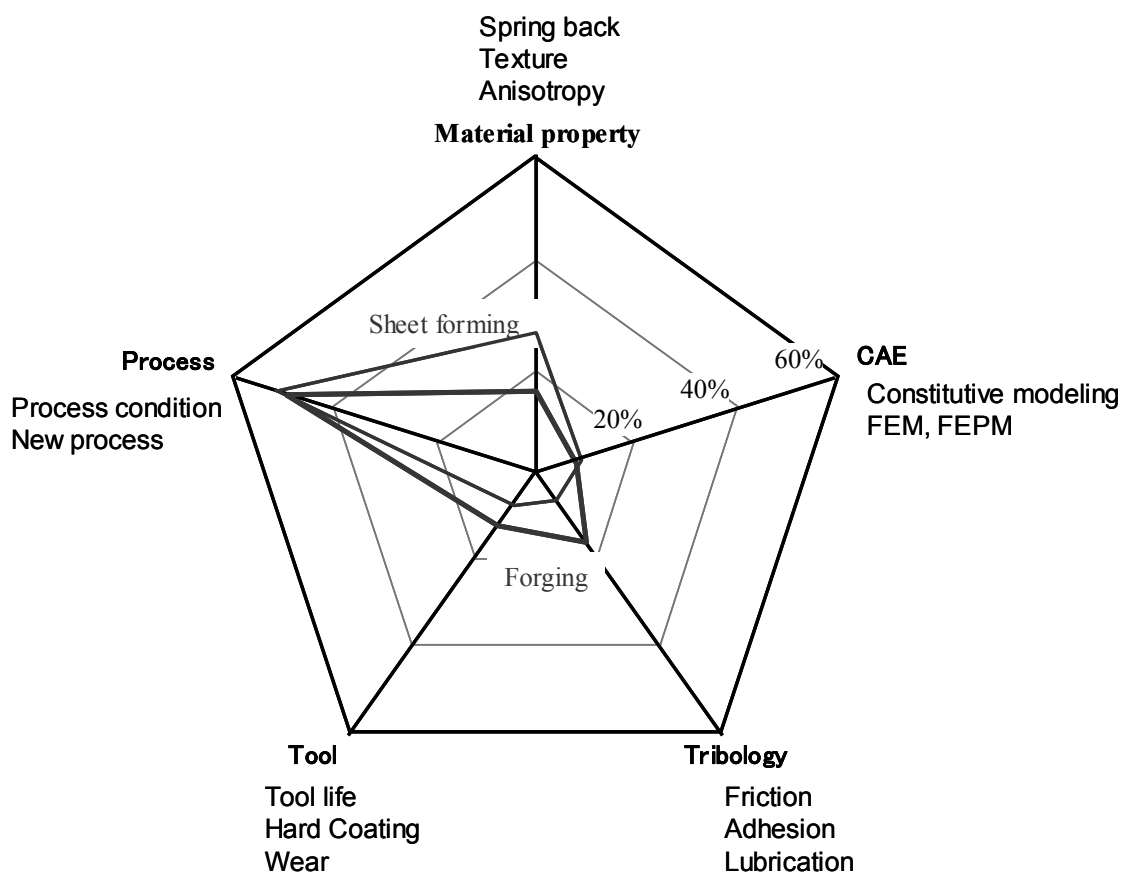


Fig. 1-1 Keywords of studies for sheet metal forming and forging from 2006 to 2010.

### 1.2.2 バルク材の塑性異方性

管材では、チューブフォーミングなどにおいて、塑性異方性の研究が行われている。これは、板成形と同様に、成形性や成形限界に塑性異方性が強く影響するからである。管材の塑性異方性の測定には、溶接管であれば、素板の  $r$  値を用いている。押し出し材などのシームレス管では、切り開いて平らにした板状試験片の引張試験によって、 $r$  値を測定している<sup>106), 107)</sup>。しかし、そのような曲げ広げによる予ひずみに加わっては、正確な  $r$  値を測定できない。したがって、管材のまま材料特性を測定するのが望ましく、自由バルジ変形による測定法<sup>108)</sup>も提案されている。変形挙動と塑性異方性の研究としては、管の曲げ加工<sup>109), 110)</sup>、バルジ変形<sup>111), 112)</sup>などの例がある。また、成形性や加工限界については、管のへん平試験<sup>113)</sup>、管内径の押広げ試験

<sup>114)</sup>, 円管の圧縮試験<sup>115)</sup>などにより評価され,  $r$  値との関係<sup>116), 117)</sup>も調べられている. さらに, 軟鋼<sup>118)</sup>, アルミニウム合金<sup>119)-121)</sup>における降伏曲面<sup>122)</sup>も測定されている. 銅管製造 (熱間押し出し+冷間引抜き) については  $r$  値の制御と管引きの変形への影響について詳しい報告<sup>123)</sup>もある.

一方, 鍛造では, 板成形や管成形分野ほど塑性異方性を考慮した力学的な議論は多くない. また, 塑性異方性降伏関数についても, 板成形のように, 多くは提案されていない. 3次元的な変形に対して, 塑性異方性を考慮できる降伏関数としては, Hill の 2 次降伏関数, Logan-Hosford の降伏関数がある. また, Barlat らの降伏関数の中でも, 一般化され, 3次元的な塑性異方性を考慮できる降伏関数もある. しかし, 3次元的な変形に関する解析例はほとんどない. 解析例としては, 引抜き加工材と焼きなまし材の塑性異方性の違いによる, 据込み試験時のバルジ形状や変形抵抗の測定と解析<sup>124)</sup>が行われている. また, 成形限界予測のために, 3次元的な塑性異方性を考慮する研究<sup>125)</sup>も行われている. さらに, リング圧縮試験<sup>126)-128)</sup>における塑性異方性の影響も調べられている. しかし, これらの研究は, 塑性異方性主軸に対する考慮が不十分であり, 塑性異方性係数も正確に求められていない. そもそも, バルク材では, 塑性異方性係数を決める方法すら明らかではない. 板材では圧延面での引張試験はできて, 板厚方向の引張試験はできない. それと同じように, 丸棒材では軸方向の単軸引張試験は可能であるが, 半径もしくは円周方向への単軸引張試験はできない. また, 二軸引張試験もできない. このように従来の引張試験法では, 塑性異方性係数を特定できない.

引張試験以外の塑性異方性の測定法として, 円柱圧縮による塑性異方性の測定が試みられている. ここでは, 棒材から代表的な方向に切り出した円柱を圧縮し, 断面形状の変化から塑性異方性 (ひずみ比) を測定している<sup>35), 129), 130)</sup>. しかし, 塑性異方性係数は特定されていない. また, 塑性異方性主軸と応力の主軸に対する考慮が不十分なため, 合理的な測定法とは言えない. 他にも, 棒材の横据え込み試験<sup>131)</sup>により圧縮後の形状や降伏応力から塑性異方性係数を特定しようとした例もある. しかし, やはり塑性異方性主軸に対する考慮が不十分である. 塑性異方性主軸は圧延板であれば, 圧延 ( $x$ ), 幅 ( $y$ ), 板厚 ( $z$ ) 方向と一致する. しかし, バルク材では, 塑性異方性主軸が必ずしも ( $x, y, z$ ) と一致しない. 例えば, アルミニウム合金の押し出し丸棒では, cyclic fiber texture<sup>132)</sup>と呼ばれる強い対称性をもつ丸棒特有の繊維集合組織を持つ. つまり, 塑性異方性主軸は円筒座標系 ( $r, \theta, z$ ) と一致する (軸対称異方性を持つ) こと<sup>35), 129)</sup>になる. このような軸対称異方性材料では, 軸方向の単軸引

張試験でも、厳密には単軸応力状態にはならず、引張応力から塑性異方性を決めるのは難しい<sup>133)</sup>。その他にも、塑性異方性や集合組織を、超音波により、非破壊で評価する試みも行われている<sup>134), 135)</sup>。しかし、2方向同時に超音波を入射する必要があり、適用できる形状が平板や薄いものに限られる。また、後述の厚板のように、板厚方向で  $r$  値が異なる場合への適用はまだ検討されていない。さらに、ビッカース硬さ試験と塑性異方性の関係も研究されている<sup>136), 137)</sup>。ビッカース圧痕の対角線の長さが等しくならないのは、材料の盛り上がりの違いに塑性異方性が影響しているためとしており、圧縮の変形抵抗にも塑性異方性が関連すると報告している。しかしながら、圧痕形状と異方性降伏関数の係数との定量的な対応は明確に示されていない。このように、バルク材では、塑性異方性係数を特定する方法すら明確でないのが現状である。

バルク材の集合組織については、押出しなどの1次加工で生じる集合組織の研究が行われている。アルミニウム合金では、中心層、中間層、表層で集合組織が異なること<sup>138), 139)</sup>や、押出し条件による集合組織の変化<sup>140)</sup>、集合組織と機械的性質の関係<sup>141), 142)</sup>についても研究されている。また、2次加工における集合組織と変形に関する研究として、冷間鍛造における各工程の集合組織変化を測定した例<sup>143)</sup>もある。

また、塑性異方性が強いマグネシウム合金に対しては、厚板の引張試験が行われ、 $r$  値が厚さ方向で異なるという報告もある<sup>144)</sup>が、3次元的な塑性異方性を捉えていない。棒材では、鍛造性と加工温度、熱処理の研究や<sup>145)-148)</sup>、バルジ試験片の圧縮における成形性の評価<sup>149)</sup>などが行われている。しかし、板材のように塑性異方性を考慮した解析はほとんど行われていない。

以上のように、鍛造などのバルク成形では、塑性異方性の研究は板成形より遅れている。型による材料流動の拘束や摩擦の影響のほうが塑性異方性より大きいいため、塑性異方性があまり重視されず、異方性降伏関数を明確にする必要もなかったと思われる。今後、精密鍛造の主流となるであろう分流法や閉塞鍛造、ばりなし鍛造などでは、材料が型内に充満するタイミングによっては、荷重が急増し、精度や型寿命に桁外れの影響を与える。つまり、微妙な材料流動が極めて重要になる。材料流動に影響が大きい摩擦、塑性異方性や加工硬化特性の不均一などが、これからの課題になると予想される。また、マグネシウム合金やチタン合金のような強い塑性異方性を持つ材料では、加工限界や変形形状に及ぼす塑性異方性の影響は無視しがたい。したがって、バルク成形のための塑性異方性係数測定法の考案や、塑性異方性を考慮した変形解析が必要と考える。

### 1.3 研究の目的および本論文の構成

板成形では、塑性異方性が変形形状や成形限界に及ぼす影響について詳しく調べられ、高精度な解析が可能となった。バルク成形でも、塑性変形に及ぼす塑性異方性の影響を考慮することにより、より高精度な変形解析が目指せると考える。

本研究では、ブロック・管・棒材の 3 次元的な塑性異方性を定量的に測定する。また、バルク成形に対する塑性異方性理論を展開し、バルク変形解析の高精度化に役立てる。まず、管・棒材に対して、塑性異方性が応力やひずみに及ぼす影響について理論的、実験的に示し、軸対称塑性異方性の特異性を示す。次に、板材での 2 次元の  $r$  値の考え拡張し、バルク材での 3 次元の塑性異方性の表記法を提案する。その測定法として、小立方体圧縮試験法を提案し、簡便な Hill の 2 次異方性降伏関数の係数を特定する。圧縮試験では摩擦が問題となるので、小立方体圧縮試験での摩擦の影響を考察し、FEM 解析も利用して、材料流動に及ぼす摩擦と塑性異方性の影響を調べる。また、マグネシウム合金について、塑性異方性の温度依存性や相当ひずみ依存性を調べる。さらに、高次異方性降伏関数の係数を特定するため、小立方体圧縮試験法を応用する。

本論文は 6 章より構成される。以下に、各章の概要を示す。

第 1 章は本章である。成形加工における塑性異方性についての研究の経緯を述べ、板成形と鍛造などのバルク成形を対比しつつ、塑性異方性研究の意義について述べる。また、バルク成形における塑性異方性の研究が進んでいない理由についても述べる。さらに、本研究の目的および本論文の構成を示す。

第 2 章では、管・棒材における塑性異方性の影響について、Hill (1948) の 2 次異方性降伏関数を用いて、理論的、実験的に検討する。管材については、軸方向引張試験と厚さ方向圧縮試験を行い、内径変化に及ぼす塑性異方性の影響や、管厚さ方向の塑性異方性を調べる。棒材については、工具と材料間で摩擦がない円柱圧縮でも、単軸応力にならず、半径方向に応力分布が生じることを理論的に示す。また、半円柱圧縮試験により、形状変化に及ぼす軸対称塑性異方性の特異性を示す。さらに、リング圧縮変形への塑性異方性の影響も例示する。これにより、変形や応力分布に及ぼす影響を理論的に示し、バルク成形において異方性塑性理論を展開する意

義を明らかにする。

第3章では、バルク成形における異方性塑性理論を展開するため、3次元的な塑性異方性について検討する。まず、薄板材の $r$ 値の考えを拡張し、3次元的な表記法を提案する。これらの $r$ 値は、従来の引張試験では測定困難であるため、新しい測定法として小立方体圧縮試験法を考案し、板・ブロック・管・棒材について塑性異方性を測定する。ここでは、半径位置を変えて、棒材から幾つかの試験片を切り出し、材料内部の塑性異方性の分布も調べる。得られた $r$ 値を用いて、簡単な異方性降伏関数である Hill (1948) の二次降伏関数の塑性異方性係数の特定法を考え、いくつかの板・ブロック・管・棒材の塑性異方性を定量的に示す。

第4章では、塑性異方性と摩擦が材料流動へ及ぼす影響について考察する。小立方体圧縮試験法では、摩擦の影響は避けられないため、摩擦条件を変えた試験や FEM による解析を行い、塑性異方性材料の変形に対する摩擦の影響について調べる。そして、 $\mu < 0.1$  であれば、小立方体圧縮試験によって、塑性異方性係数が求められることを示す。また、このようにして特定した Hill の塑性異方性係数を用いて、鍛造の摩擦試験でよく用いられるリング圧縮試験の FEM 解析を行い、塑性異方性のある実用材料での摩擦係数を求める。そして、その値が等方性を仮定した場合と比べて、摩擦係数がどの程度異なるかを示す。

第5章では、バルク材の塑性異方性の測定に関する適用例を3件示す。そのひとつは、小立方体圧縮試験によりマグネシウム合金丸棒の塑性異方性解析である。ここでは塑性異方性の温度依存性や相当ひずみ依存性も調べる。次に、塑性異方性降伏関数の精度を上げるため、管材を例に、板で提案されている Logan-Hosford の降伏関数、後藤の4次降伏関数、Yld2000-2d の塑性異方性係数を特定する。最後に、商用 FEM コード（商品名で ANSYS, DEFORM）を例に、軸対称塑性異方性を考慮した解析を行い、理論解と解析結果との検証を行う。

第6章は本論文の総括であり、各章で得られた結果をまとめる。

## 第2章 管・棒材の軸対称異方性<sup>133), 150)</sup>

### 2.1 緒言

塑性異方性理論は主に圧延板のプレス成形性と関連して体系的に展開されてきた。Hill (1948)<sup>58)</sup>をはじめ、多くの塑性異方性降伏関数<sup>66), 69), 80)</sup>が提案された。これらの妥当性も実験的に検証され、解説記事<sup>33)</sup>に詳しく整理されている。これらの成果は、板成形のシミュレーション精度を格段に向上させ、実用レベルでも大いに活用されている。

一方、チューブフォーミングにおいて、溶接管では素板の機械的特性 ( $r$  値など) が肉厚減少の予測に役立つ。アルミニウムの押し出し管では、管を切り開いて平らにした板状試験片の引張による  $r$  値が報告されているが<sup>106)</sup>、できれば管材のまま材料特性を測定するのが望ましい。銅管では製造工程の塑性異方性も検討されている<sup>123)</sup>。

さて、鍛造では圧延、押し出しや引抜きなどの中実棒が多用される。塑性異方性のある棒材変形概念<sup>35), 129)</sup>やリング圧縮試験での塑性異方性の影響<sup>128)</sup>、塑性異方性線材の横据え込み試験<sup>131)</sup>などが報告されているが、板成形や管成形分野ほど塑性異方性を考慮した力学的な議論は多くない。鍛造では型による材料流動の拘束や摩擦の影響が強いため、塑性異方性の影響にまで検討が及ばなかったものと思われる。

本章では、管や棒などについて塑性異方性を検討する。ここでは簡単のために Hill (1948) の2次異方性降伏関数<sup>58)</sup>を用いる。管材については、軸方向引張試験と厚さ方向圧縮試験により Hill の塑性異方性係数の比  $F/G$  と  $H/G$  を求める。棒材については、工具と材料間で摩擦がない円柱圧縮 (あるいは丸棒引張) でも、単軸応力にならず、半径方向に応力分布が生じることを理論的に示す。次に半円柱圧縮から  $F/G$  を特定する。さらに、鍛造の摩擦試験でよく用いられるリング圧縮変形への塑性異方性の影響も例示する。以上によって、管材 (中空材) や棒材 (中実材) に関する塑性異方性理論を展開する端緒としたい。



## 2.2 軸対称塑性異方性理論

### 2.2.1 Hill の 2 次降伏関数

材料の各点で互いに直交する対称面を持つ塑性異方性材料では、それらの交線が塑性異方性主軸となる。Hill は 1948 年に薄板材において、圧延 ( $x$ )、幅 ( $y$ ) および板厚 ( $z$ ) 方向が塑性異方性主軸と一致する場合の塑性異方性材料に対して、降伏関数もしくは塑性ポテンシャルとして、

$$2f(\sigma_{ij}) = F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{zx}^2 + 2N\tau_{xy}^2 \quad (2-1)$$

$$= 1$$

を提案した<sup>58)</sup>。ここで、 $F, G, H, L, M, N$  は塑性異方性係数である。これらの係数は相対的な大きさのみが問題となる量で<sup>151)</sup>、

$$2f(\sigma_{ij}) = F(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L\tau_{yz}^2 + 2M\tau_{zx}^2 + 2N\tau_{xy}^2 \quad (2-2)$$

$$= 2C^2$$

とも表せる。ここで  $C$  は特定方向の降伏応力であり、塑性異方性係数は無次元数となる。等方性の場合には  $F = G = H = 1, L = M = N = 3$  であり、このとき、Mises の降伏関数と一致する。 $Y_i$  を  $i$  方向の垂直降伏応力、 $Y_{ij}$  を  $i$  方向に垂直な面 ( $I$  面) に働く  $j$  方向のせん断降伏応力とすれば、塑性異方性係数は

$$\frac{F}{C^2} = -\frac{1}{Y_x^2} + \frac{1}{Y_y^2} + \frac{1}{Y_z^2}, \quad \frac{L}{C^2} = \frac{1}{Y_{yz}^2}$$

$$\frac{G}{C^2} = \frac{1}{Y_x^2} - \frac{1}{Y_y^2} + \frac{1}{Y_z^2}, \quad \frac{M}{C^2} = \frac{1}{Y_{zx}^2} \quad (2-3)$$

$$\frac{H}{C^2} = \frac{1}{Y_x^2} + \frac{1}{Y_y^2} - \frac{1}{Y_z^2}, \quad \frac{N}{C^2} = \frac{1}{Y_{xy}^2}$$

となる。各軸の単軸応力状態を式(2-2)に代入すると、

$$2C^2 = (G+H)Y_x^2 = (H+F)Y_y^2 = (F+G)Y_z^2 \quad (2-4)$$

となる。ここで、塑性流動則

$$d\varepsilon_{ij} = d\lambda \cdot \frac{\partial f(\sigma_{ij})}{\partial \sigma_{ij}} \quad (2-5)$$

を式(2-2)に適用すると、以下のようになる。

$$d\varepsilon_x = d\lambda \{G(\sigma_x - \sigma_z) + H(\sigma_x - \sigma_y)\} \quad (2-6a)$$

$$d\varepsilon_y = d\lambda \{F(\sigma_y - \sigma_z) + H(\sigma_y - \sigma_x)\} \quad (2-6b)$$

$$d\varepsilon_z = d\lambda \{F(\sigma_z - \sigma_y) + G(\sigma_z - \sigma_x)\} \quad (2-6c)$$

$x$  方向の単軸応力状態 ( $\sigma_y = \sigma_z = 0$ ) では, ひずみ比と塑性異方性係数比の関係が得られ,

$$d\varepsilon_z / d\varepsilon_y = G / H \quad (2-7a)$$

となる. 同様に,  $y$  および  $z$  方向の単軸応力状態 ( $\sigma_z = \sigma_x = 0$  および  $\sigma_x = \sigma_y = 0$ ) では,

$$d\varepsilon_z / d\varepsilon_x = F / H \quad (2-7b)$$

$$d\varepsilon_y / d\varepsilon_x = F / G \quad (2-7c)$$

となる.

### 2.2.2 軸対称塑性異方性における Hill の 2 次降伏関数の適用

押し出し (引抜き) の円管, 丸棒材について, 半径, 円周および押し出し (引抜き) 方向をそれぞれ  $r$ ,  $\theta$  および  $z$  とする. G. Wasserman は純アルミニウムおよびアルミニウム合金の押し出し (引抜き) 線・棒材の集合組織について, 普通の繊維組織より, はるかに高次の対称度をもつ繊維組織 *cyclic fiber texture* を持つことを示した<sup>132)</sup>. Fig. 2-1 に普通の繊維組織と *cyclic fiber texture* を示す. 図中の正三角形は  $\langle 111 \rangle$  面である. 普通の繊維組織は押し出し ( $Z$ ) 面内で, 特定の方位をとらない. 一方, *cyclic fiber texture* は特定の結晶方位が圧延方向と平行であり, さらに他の結晶方位が半径方向に配向している. また, アルミニウム合金の押し出し加工条件 (温度, 速度, 圧力など) を変えても, *cyclic fiber texture* を持つことを示している<sup>138)-142)</sup>. したがって, 塑性異方性主軸は半径 ( $r$ ), 円周 ( $\theta$ ), および押し出し・引抜き ( $z$ ) 方向に一致するとみなす.

式(2-2)の ( $x, y, z$ ) を円筒座標系 ( $r, \theta, z$ ) に書き換え, 軸対称異方性材料の降伏関数を次のように表す<sup>3)</sup>.

$$2f(\sigma_{ij}) = F(\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_r)^2 + H(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + 2L\tau_{\theta z}^2 + 2M\tau_{rz}^2 + 2N\tau_{r\theta}^2 \quad (2-8)$$

$$= 2C^2$$

塑性異方性係数  $F-N$  は次式より算出できる.

$$\frac{F}{C^2} = -\frac{1}{Y_r^2} + \frac{1}{Y_\theta^2} + \frac{1}{Y_z^2}, \quad \frac{L}{C^2} = \frac{1}{Y_{\theta z}^2}$$

$$\frac{G}{C^2} = \frac{1}{Y_r^2} - \frac{1}{Y_\theta^2} + \frac{1}{Y_z^2}, \quad \frac{M}{C^2} = \frac{1}{Y_{rz}^2} \quad (2-9)$$

$$\frac{H}{C^2} = \frac{1}{Y_r^2} + \frac{1}{Y_\theta^2} - \frac{1}{Y_z^2}, \quad \frac{N}{C^2} = \frac{1}{Y_{r\theta}^2}$$

各軸の単軸応力状態を式(2-8)に代入すると,

$$2C^2 = (G + H)Y_r^2 = (H + F)Y_\theta^2 = (F + G)Y_z^2 \quad (2-10)$$

となる。ここで、塑性流動則（式(2-5)）を式(2-8)に適用すると、以下のようになる。

$$d\varepsilon_r = d\lambda\{G(\sigma_r - \sigma_z) + H(\sigma_r - \sigma_\theta)\} \quad (2-11a)$$

$$d\varepsilon_\theta = d\lambda\{F(\sigma_\theta - \sigma_z) + H(\sigma_\theta - \sigma_r)\} \quad (2-11b)$$

$$d\varepsilon_z = d\lambda\{F(\sigma_z - \sigma_\theta) + G(\sigma_z - \sigma_r)\} \quad (2-11c)$$

板材同様、各軸の単軸応力状態（ $\sigma_\theta = \sigma_z = 0$ ,  $\sigma_z = \sigma_r = 0$  および  $\sigma_r = \sigma_\theta = 0$ ）では、ひずみ比と塑性異方性係数比の関係が得られ、

$$d\varepsilon_z / d\varepsilon_\theta = G / H \quad (2-12a)$$

$$d\varepsilon_z / d\varepsilon_r = F / H \quad (2-12b)$$

$$d\varepsilon_\theta / d\varepsilon_r = F / G \quad (2-12c)$$

となる。

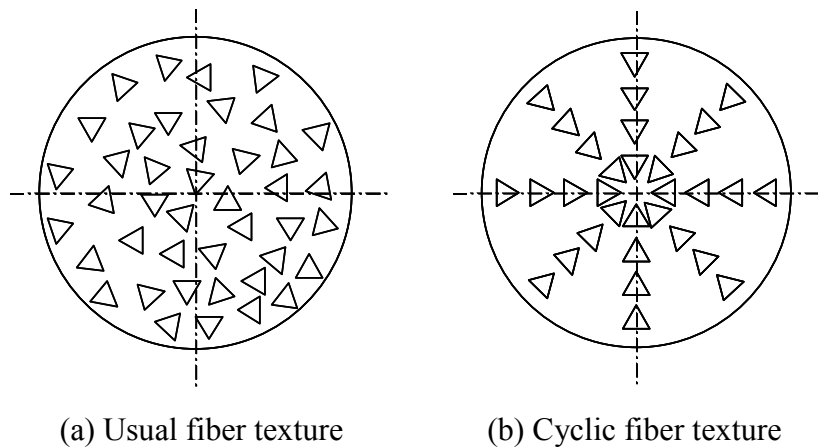


Fig. 2-1 Fiber texture for bar<sup>132)</sup>

### 2.2.3 円筒座標系における変位とひずみの関係および応力の釣合い式

円筒座標 $(r, \theta, z)$ 系において、変位増分を $(du_r, du_\theta, du_z)$ とすると、変位増分とひずみ増分の関係（ひずみの適合条件）は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 d\varepsilon_r &= \frac{\partial(du_r)}{\partial r} \\
 d\gamma_{r\theta} &= \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(du_r)}{\partial \theta} + \frac{\partial(du_\theta)}{\partial r} - \frac{du_\theta}{r} \\
 d\varepsilon_\theta &= \frac{du_r}{r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(du_\theta)}{\partial \theta} \\
 d\gamma_{\theta z} &= \frac{\partial(du_\theta)}{\partial z} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(du_z)}{\partial \theta} \\
 d\varepsilon_z &= \frac{\partial(du_z)}{\partial z} \\
 d\gamma_{zr} &= \frac{\partial(du_r)}{\partial z} + \frac{\partial(du_z)}{\partial r}
 \end{aligned} \tag{2-13}$$

ここで $d\gamma_{r\theta}$ ,  $d\gamma_{\theta z}$ ,  $d\gamma_{zr}$ は工学せん断ひずみである。もし $(r, \theta, z)$ が応力およびひずみの主軸で、かつ $Z$ 面に平行な変形であれば、

$$\begin{aligned}
 \tau_{r\theta} = \tau_{\theta z} = \tau_{zr} &= 0 \\
 d\gamma_{r\theta} = d\gamma_{\theta z} = d\gamma_{zr} &= 0 \\
 \frac{\partial(du_z)}{\partial r} = \frac{\partial(du_r)}{\partial \theta} &= 0
 \end{aligned} \tag{2-14}$$

となる。これらを式(2-13)に代入すると、

$$\begin{aligned}
 d\varepsilon_r &= \frac{\partial(du_r)}{\partial r} \\
 \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(du_r)}{\partial \theta} + \frac{\partial(du_\theta)}{\partial r} - \frac{du_\theta}{r} &= 0 \\
 d\varepsilon_\theta &= \frac{du_r}{r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial(du_\theta)}{\partial \theta} \\
 \frac{\partial(du_\theta)}{\partial z} &= 0 \\
 d\varepsilon_z &= \frac{\partial(du_z)}{\partial z} \\
 \frac{\partial(du_r)}{\partial z} &= 0
 \end{aligned} \tag{2-15}$$

となる。応力の釣合い式は、

$$\begin{aligned}
r \text{ 方向} : & \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \tau_{\theta r}}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{zr}}{\partial z} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \\
\theta \text{ 方向} : & \frac{\partial \tau_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial \tau_{z\theta}}{\partial z} + 2 \cdot \frac{\tau_{r\theta}}{r} = 0 \\
z \text{ 方向} : & \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \tau_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} = 0
\end{aligned} \tag{2-16}$$

であるから，式(2-14)より，

$$\begin{aligned}
r \text{ 方向} : & \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \\
\theta \text{ 方向} : & \frac{\partial \sigma_\theta}{\partial \theta} = 0 \\
z \text{ 方向} : & \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} = 0
\end{aligned} \tag{2-17}$$

となる。

## 2.3 円管の軸方向引張および厚さ方向圧縮

### 2.3.1 円管の軸方向引張

円管引張では内外径ともに減少する．内外面では $\sigma_r = 0$ で，薄肉なら，内部でも $\sigma_r \doteq 0$ とみなせ，応力平衡方程式（式(2-17)）より $\sigma_\theta \doteq 0$ となる．等方性円管材の一樣引張では，全域 $\varepsilon_r = \varepsilon_\theta = -\varepsilon_z / 2$ だから $\varepsilon_\theta / \varepsilon_r = 1$ となる．しかし，塑性異方性があると，式(2-11a)-(2-11c)のとき， $\sigma_r = \sigma_\theta = 0$ より，ひずみ比は，

$$d\varepsilon_r : d\varepsilon_\theta : d\varepsilon_z = -G : -F : (F + G) \tag{2-18}$$

となる．したがって， $\varepsilon_\theta / \varepsilon_r = F/G > 1$ の時には周長（ $\varepsilon_\theta$ ）が減少する割には肉厚（ $\varepsilon_r$ ）があまり減少せず， $\varepsilon_\theta / \varepsilon_r = F/G < 1$ の時には周長の減少より肉厚減少が大きくなると予想される．

引張前の形状を（長さ，肉厚，内径，外径）の順に $(l_o, t_o, d_{i_o}, D_{o_o})$ とし，引張後の形状を $(l, t, d_i, D_i)$ とすれば，

$$\begin{aligned}
\varepsilon_r &= \ln\left(\frac{t}{t_o}\right) = \ln\left(\frac{D_i - d_i}{D_{i_o} - d_{i_o}}\right) \\
\varepsilon_\theta &= \frac{1}{2} \left\{ \ln\left(\frac{D_i}{D_{i_o}}\right) + \ln\left(\frac{d_i}{d_{i_o}}\right) \right\} \\
\varepsilon_z &= \ln\left(\frac{l}{l_o}\right)
\end{aligned} \tag{2-19}$$

となる。ただし、 $\varepsilon_\theta$ は内周 ( $\varepsilon_{\theta,inner} = \ln(d_i/d_{i0})$ ) と外周 ( $\varepsilon_{\theta,outer} = \ln(D_o/D_{o0})$ ) の平均値とした。ここで、 $\varepsilon_\theta/\varepsilon_r = F/G = f$ とおけば、

$$\varepsilon_\theta = f\varepsilon_r \quad (2-20)$$

また、体積一定則より、

$$\varepsilon_r + \varepsilon_\theta + \varepsilon_z = (1+f)\varepsilon_r + \varepsilon_z = 0 \quad (2-21)$$

となる。これらの式(2-20), (2-21)に、式(2-19)を代入すれば、引張後の内外径  $d, D$  を計算できる。

$$d = \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{l_o}{l} \right)^{\frac{f}{1+f}} (D_{i0} + d_{i0}) + \left( \frac{l_o}{l} \right)^{\frac{1}{1+f}} (D_{i0} - d_{i0}) \right\}$$

$$D = \frac{1}{2} \left\{ \left( \frac{l_o}{l} \right)^{\frac{f}{1+f}} (D_{o0} + d_{o0}) - \left( \frac{l_o}{l} \right)^{\frac{1}{1+f}} (D_{o0} - d_{o0}) \right\} \quad (2-22)$$

例として  $l/l_0 = 2.0$  の引張で、 $f (= \varepsilon_\theta/\varepsilon_r = F/G) = 2, 1, 0.5$  における変形前後の断面形状を Fig. 2-2 に示す。 $f > 1$  では肉厚の減少よりも管径(周長)の収縮が顕著となり、 $f < 1$  では、逆に、管径(周長)の縮小よりも肉厚の減少が顕著となる。

銅合金 C1220, 純アルミニウム A1050, アルミニウム合金 A6063, ステンレス鋼 SUS304 の管材について引張試験した。供試材の各引張強さ  $\sigma_B$  と一様伸び  $\varepsilon_u$  については、後述の Table 2-1 に試験結果と一緒に載せてある。A6063 については、外径、肉厚の異なる 2 種類の管材を用いる。初期寸法は、外径、肉厚が 16.0 mm, 2.0 mm の管 (C1220, A6063, SUS304) と 17.8 mm, 1.4 mm の管 (A1050, A6063) を用いた。管材の全長は 200 mm とし、両端から 50 mm のチャック部には内径に合う芯金を挿入し、速度 0.08 mm/s で、破断まで引張った。素管内径は内径マイクロメーターで、肉厚の測定にはオルソテスター (比較測長器) とブロックゲージを用いた。破断後にワイヤカットで半割りにし、万能投影器で直径と肉厚の分布を測定した。SUS304 ではシーム部を避けて、シームと  $\pm 90^\circ$  をなす断面について測定した。一様変形部の内外径 (厚み) から、 $\varepsilon_r = \ln(t/t_0)$ ,  $\varepsilon_\theta = (\varepsilon_{\theta,inner} + \varepsilon_{\theta,outer})/2$  を算出し、 $\varepsilon_\theta/\varepsilon_r$  を求めた。試験中  $\sigma_r = \sigma_\theta = 0$  とすれば、式(2-12c)より  $F/G = \varepsilon_\theta/\varepsilon_r$  を特定できる。Fig. 2-3 に管材引張試験後の  $\varepsilon_\theta/\varepsilon_r$  を示す。A1050, A6063 は  $F/G < 1$  で、肉厚の減少が管径 (周長) の縮小よりも顕著であり、明らかに塑性異方性が認められた。C1220 では  $F/G = 1.10$  で、若干ではあるが、肉厚の減少量よりも管径 (周長) の収縮量が大きかった。SUS304 では  $F/G = 1.02$  で、ほぼ等方的といえる。

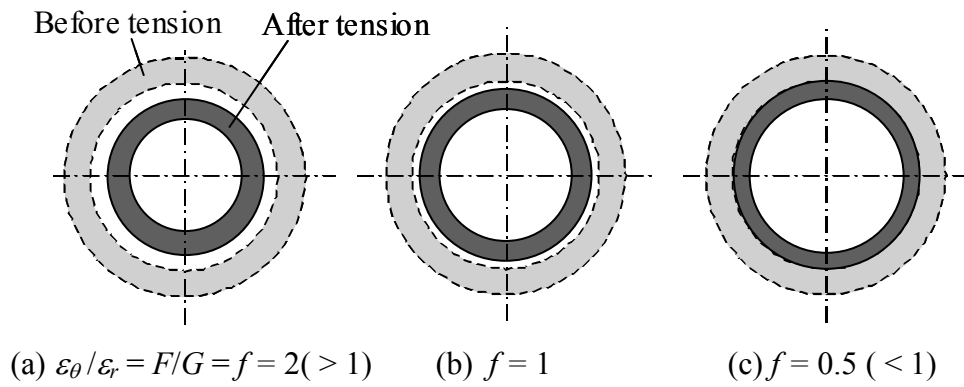


Fig. 2-2 Examples of cross section of tube after tension

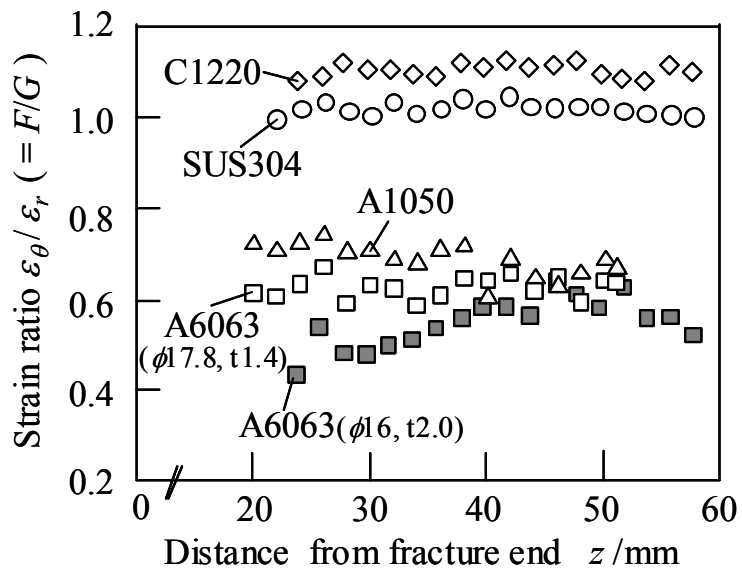


Fig. 2-3 Ratios of  $\varepsilon_{\theta}$  to  $\varepsilon_r$  in uniform section of tube after a tension test

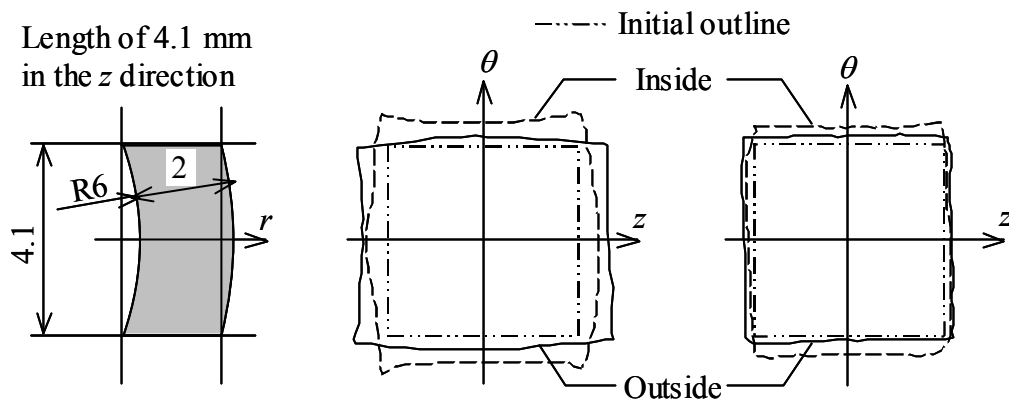
### 2.3.2 管壁の厚さ方向圧縮

次に塑性異方性係数  $H$  に関する情報を得るために、厚さ ( $r$ ) 方向圧縮を試みた。 $\sigma_r = \sigma_\theta = 0$  であれば、式(2-12a)より、 $\varepsilon_\theta / \varepsilon_z = H/G$  が求まる。前述の C1220, A6063, SUS304 (外径 16 mm, 肉厚 2 mm) の素管壁から平行部の幅 4.1 mm の試片をワイヤ放電加工で切り出す。これを厚さ方向に圧縮し、 $\varepsilon_\theta$  と  $\varepsilon_z$  を測定した。潤滑には牛脂 75mass% と微粒黒鉛 25mass% を混合した半固形潤滑剤 (以下、牛脂黒鉛) を用いた。Fig. 2-4 に初期試験片の  $Z$  面と圧縮面の内・外面の輪郭と初期輪郭を比較して示す。 $z$  方向の伸びは、内面 (破線) より外面 (実線) で少し大きくなる。これは板厚圧縮前に三点曲げで変形が始まるため、内側が  $\theta$  方向に伸ばされる時に  $z$  方向に若干縮み、外側はその逆になって、 $z$  方向に若干伸びるからである。 $\theta$  方向で長さが外面より内面で大きいのは、内面の縁が最初に工具に当たり、つぶされたせいである。その分だけ  $\varepsilon_\theta$  は大きめになるので、 $H/G$  を少し過大評価した可能性はある。しかし、ここでは、測定精度からみて、大きな影響はないと判断した。

圧縮後、 $\theta$  と  $z$  の中心線上の長さを内外面で測定し、その平均値により、 $\varepsilon_\theta / \varepsilon_z$  を算出した。また、厚さは中央部で測定した。試験で  $\sigma_r = \sigma_\theta = 0$  とすると、式(2-12a)より  $\varepsilon_\theta / \varepsilon_z = H/G$  が求められたことになる。結果をまとめて Table 2-1 に示す。C1220 では  $F/G$  が少し 1 より大きい、 $H/G \doteq 1$  であるから、塑性異方性は小さい。A6063 では  $F/G < 1$  かつ  $H/G < 1$  で、明らかに塑性異方性が認められる。SUS304 では  $F/G \doteq 1$  であるが、 $H/G$  は 1 よりかなり大きい。

以上の試験により  $\varepsilon_\theta / \varepsilon_r$ ,  $\varepsilon_\theta / \varepsilon_z$  求め、各試験で単軸応力状態と仮定すると、 $F/G$  と  $H/G$  が特定できたことになる。





(a) Side view of specimen      (b) A6063,  $\varepsilon_r = -0.39$       (c) SUS304,  $\varepsilon_r = -0.21$

Fig. 2-4 Side view of specimen before compression and inside- and outside-outlines of specimens before and after compression

Table 2-1 Tensile strength  $\sigma_B$ , uniform elongation  $\varepsilon_u$ ,  $F/G$  and  $H/G$  of tubes of copper, aluminum, and stainless steel

Tube (diameter / thickness)	$\sigma_B$ /MPa	$\varepsilon_u$	$F/G$	$H/G$
C1220 (16 mm / 2mm)	210	0.25	1.10	1.03
A6063 (16 mm / 2mm)	170	0.05	0.55	0.69
SUS304 (16 mm / 2mm)	750	0.40	1.02	1.37
A1050 (17.8 mm / 1.4mm)	72	0.33	0.62	—
A6063 (17.8 mm / 1.4mm)	207	0.20	0.67	—

## 2.4 棒材の軸方向圧縮

### 2.4.1 円柱の圧縮（または丸棒の引張）

摩擦なし( $\mu = 0$ )で均一に圧縮された中実丸棒の軸 ( $z$ ) 方向圧縮（あるいは引張）では、軸対称性より

$$\frac{\partial}{\partial \theta} = 0, \quad u_\theta = 0 \quad (2-23)$$

となる。体積一定則

$$d\varepsilon_r + d\varepsilon_\theta + d\varepsilon_z = 0 \quad (2-24)$$

に、式(2-15), (2-23)を代入すると,

$$\frac{d(du_r)}{dr} + \frac{du_r}{dr} + d\varepsilon_z = 0 \quad (2-25)$$

となり、微分方程式の解は中心  $r=0$  で  $du_r=0$  より,

$$du_r = -\frac{r}{2} d\varepsilon_z \quad (2-26)$$

となる。よって、式(2-15), (2-23)より,

$$d\varepsilon_r = d\varepsilon_\theta = -\frac{d\varepsilon_z}{2} \quad (2-27)$$

となる。式(2-11a), (2-11b)を代入すると,

$$G(\sigma_r - \sigma_z) + H(\sigma_r - \sigma_\theta) = F(\sigma_\theta - \sigma_z) + H(\sigma_\theta - \sigma_r) \quad (2-28)$$

となる。ここで、等方性材であれば  $F=G=H=1$  より、 $\sigma_r = \sigma_\theta$  となる。さらに、式

(2-17)より、 $\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = 0$ , つまり  $\sigma_r$  は一定となる。ここで、境界条件: 外周で  $\sigma_r = 0$  より,

全域で  $\sigma_r = \sigma_\theta = 0$  となる。ところが、塑性異方性があると、式(2-28)より,

$$\sigma_z = \frac{-(G+H)\sigma_r + (F+2H)\sigma_\theta}{F-G} \quad (2-29)$$

となる。式(2-8)に代入すると,

$$F \left\{ \frac{(G+2H)(\sigma_r - \sigma_\theta)}{F-G} \right\}^2 + G \left\{ \frac{(F+2H)(\sigma_r - \sigma_\theta)}{F-G} \right\}^2 + H(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 = 2C^2 \quad (2-30)$$

ここで、式(2-10)の  $Y_z$  で表すと,

$$(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 = K^2 (F-G)^2 Y_z^2 \quad (2-31)$$

$$K = \sqrt{\frac{F+G}{F(G+2H)^2 + G(F+2H)^2 + H(F-G)^2}} \quad (2-32)$$

となる。ここで右辺は定数であるから,

$$C_1 = K(F-G)Y_z \quad (2-33)$$

とすると,

$$\sigma_r - \sigma_\theta = \pm C_1 \quad (2-34)$$

となる。式(2-29)と式(2-33), (2-34)より,

$$\begin{aligned} \sigma_z &= \sigma_r \mp C_1 \frac{F+2H}{F-G} \\ &= \sigma_r \mp K(F+2H)Y_z \end{aligned} \quad (2-35)$$

が得られる。圧縮では全域で  $\sigma_z < 0$  であり、外周では、 $\sigma_r = 0$  であるから、式(2-34), (2-35)における複号の上(引張では複号の下)を採用することになる。ここで、式(2-34)の複号の上(圧縮)を式(2-17)の  $r$  方向の応力平衡方程式に代入すると,

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{C_1}{r} = 0 \quad (2-36)$$

となる。半径  $r = a$  における  $\sigma_r$  と  $\sigma_\theta$  は、境界条件：外周  $r = a_0$  で  $\sigma_r = 0$  を用いれば、次式のようになる。

$$\begin{aligned} \sigma_r &= C_1 \ln\left(\frac{a_0}{a}\right) \\ \sigma_\theta &= C_1 \left\{ \ln\left(\frac{a_0}{a}\right) - 1 \right\} \end{aligned} \quad (2-37)$$

式(2-37)を図示すると、Fig. 2-5 のような応力分布が発生していることになる。したがって、式(2-35)より面圧 ( $-\sigma_z$ ) も一様にはならないことが分かる。 $F - G < 0$  であると、式(2-34)で  $C_1 < 0$ 、式(2-17)で  $\sigma_r < 0$  になるから、式(2-35)より、中心部では面圧が  $Y_z$  より大きくなり、中心では  $\infty$  になる。もし、工具の中心に小さな穴があると、穴への押し出し変形が助長されることが予想される<sup>133)</sup>。 $F = G$  の場合には、 $C_1 = 0$ 、 $\sigma_r = \sigma_\theta = 0$ 、面圧は一様に  $Y_z$  となる。逆に、 $F - G > 0$  であると、中心部で引張（面圧としては 0）となる可能性がある。

測定される荷重値あるいは平均面圧  $p_m$  への塑性異方性の影響について考える。 $p_m$  は  $|\sigma_z|$  の平均値であるから、式(2-35)に式(2-37)を代入して、積分すれば、次式が得られる。

$$\begin{aligned} p_m &= \frac{1}{\pi a_0^2} \int_0^{a_0} |\sigma_z| \cdot 2\pi r \cdot dr \\ &= K \frac{F + G + H}{2} Y_z \end{aligned} \quad (2-38)$$

例えば、 $F/G = H/G = 0.5$  なら、 $p_m = 1.025Y_z$  となる。すなわち、工具と材料の間に摩擦がなくても圧縮荷重を断面積で単純に割っただけでは、正しい  $Y_z$  は求まらないということを意味する。これは、引張についても同様である。

式(2-38)を  $p = p_m / Y_z$ 、 $f = F/G$ 、 $h = H/G$  で書き直すと、

$$4p^4 = \frac{(f+1)(f+1+4h)}{h(f+1)+f} \quad (2-39)$$

となる。一例として  $f = F/G = 0.25 \sim 4$ 、 $h = H/G = 0.25 \sim 4$  による  $p$  の変化を計算すると Fig. 2-6 のようになる。つまり  $F/G = 2$ 、 $H/G = 0.5$  でも  $p$  は 5% しか上がらず、 $F/G$  や  $H/G$  による  $p$  への影響は小さい。したがって、式(2-39)を用いて  $f = F/G$  や  $h = H/G$  を特定するには、相当高精度な測定が必要となる。逆に言えば、 $F/G$  や  $H/G$  が 1 から大きくずれない限り、 $p \doteq 1$ 、すなわち、測定面圧を降伏応力とみなして良いことになる。

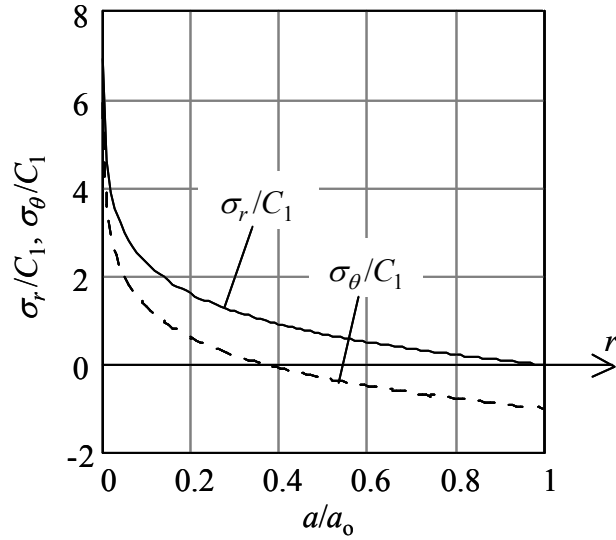


Fig. 2-5 Distribution of  $\sigma_r$  and  $\sigma_\theta$  calculated by Eq. (2-37) in frictionless compression of solid cylinder with plastic anisotropy

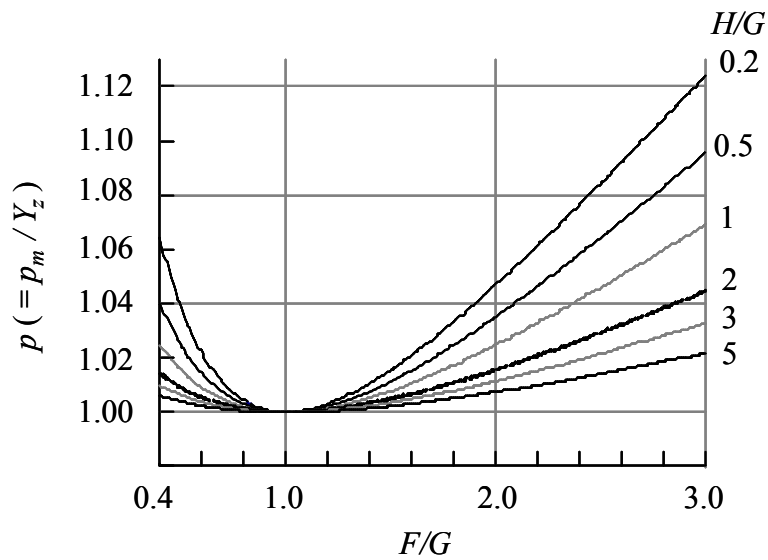


Fig. 2-6 Variation of ratio of mean pressure to yield stress  $p_m / Y_z$  according to different values of  $F/G$  and  $H/G$

## 2.4.2 半円柱の圧縮

### (a) 塑性異方性材料の変形予測

外半径  $a_0$  の半円柱を  $z$  軸方向に圧縮し、外半径が  $a$  になったとする。等方性なら中心角  $\theta = 180$  度のままである。塑性異方性があると、全円柱のような周方向の拘束がないために、 $\theta = 180$  度とはならない。半円柱外周では  $\sigma_r = 0$ 、また半割り面では  $\sigma_\theta = 0$  になるから、第一近似として、内部でも  $\sigma_r = \sigma_\theta = 0$  と仮定する。さらに簡単のため、圧縮面の摩擦なし ( $\mu = 0$ ) とすれば、 $z$  軸方向単軸圧縮となり、式(2-12c)から  $F/G = \varepsilon_\theta / \varepsilon_r$  となる。したがって、 $\varepsilon_r = \ln(a/a_0)$  および  $\varepsilon_\theta = \ln(\theta a / \pi a_0)$  を測定すると、 $F/G$  が決まる。Fig. 2-7 に  $F/G = 1, 0.5, 2$  における 50% 圧縮後の圧縮面を予測して模式的に示す。等方性であれば、 $F/G = 1$  であり、 $\varepsilon_r = \varepsilon_\theta$  となる。したがって、中心角  $\theta$  は 180 度に維持される。一方、 $F/G < 1$  なる塑性異方性であれば、 $\varepsilon_r > \varepsilon_\theta$  となり、 $r$  方向の変形が  $\theta$  方向よりも優勢となる。よって、圧縮後の中心角  $\theta$  は小さくなり、 $\theta < 180$  度となる。逆に  $F/G > 1$  なる塑性異方性であれば、 $\varepsilon_r < \varepsilon_\theta$  となり、 $r$  方向の変形が  $\theta$  方向よりも劣勢となる。よって、圧縮後に  $\theta > 180$  度となる。

### (b) 実験方法および実験結果

直径  $d_0$ 、高さ  $h_0$  の円柱を、ワイヤ放電加工で縦に半割にした試験片を圧縮する。SS330-R (製出のまま) /A (焼きなまし) /SA (球状化焼きなまし)、S25C-R/A/SA, C1100-F (製出のまま)、A2017-F は直径  $d_0 = 10$  mm、高さ  $h_0 = 7.7$  mm の試験片を用い、A6063-T1 (高温加工から冷却後自然時効) は  $d_0 = 16.8$  mm、 $h_0 = 4.2$  mm の試験片を用いた。圧縮面の摩擦の影響を減らすため、牛脂黒鉛を用い、油圧プレス機により、圧縮速度約 1.0 mm/s で圧縮する。

Fig. 2-8 に S25C-R, A6063-T1, C1100-F の半円柱圧縮後の試験片上面を示す。S25C-R では、当初の中心角 180 度を維持しており、 $F/G \doteq 1$  であった。A6063-T1 では、 $r$  方向の変形が優勢で、中心角は 180 度より小さくなった。逆に、C1100-F では、 $\theta$  方向の変形が若干優勢で、中心角は 180 度より大きくなった。これらの円周長さと半径の変化より、 $\varepsilon_\theta$  と  $\varepsilon_r$  を計算し、 $\varepsilon_\theta / \varepsilon_r = F/G$  を求めた。結果を Table 2-2 に示す。A2017-F, A6063-T1 では、 $F/G < 1$  で、 $\varepsilon_\theta$  よりも  $\varepsilon_r$  のほうが生じやすい。S25C では、熱処理 (R, A, SA) によらず、 $F/G = 1.02$  で、 $F \doteq G$  と判断できる。

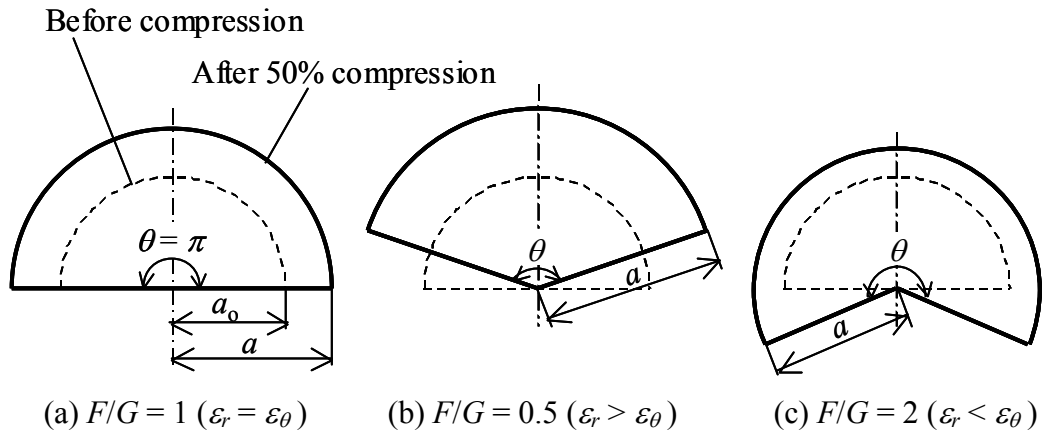


Fig. 2-7 Schematic illustration of semi-cylinder compression test

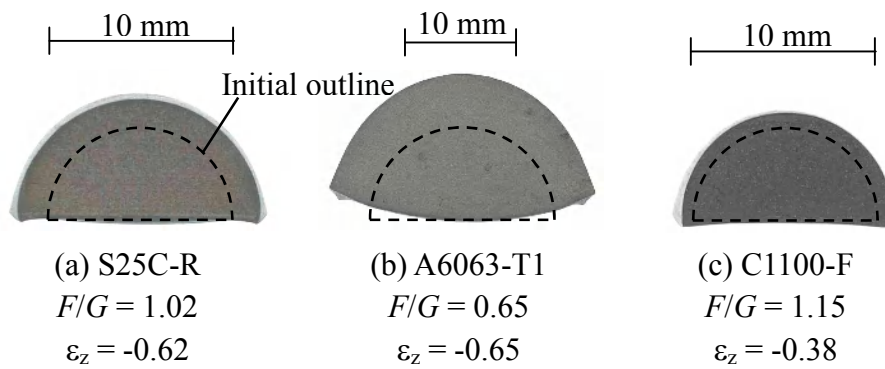


Fig. 2-8 Examples of top views for semi-cylinder compression test

Table 2-2 Ratios of  $F/G$  ( $= \varepsilon_\theta / \varepsilon_r$ ) of bars

Material	F/G	Material	F/G	Material	F/G
SS330-R	1.04	S25C-R	1.02	A2017-F	0.37
SS330-A	1.08	S25C-A	1.02	A6063-T1	0.65
SS330-SA	1.06	S25C-SA	1.02	C1100-F	1.15

### 2.4.3 リングの圧縮

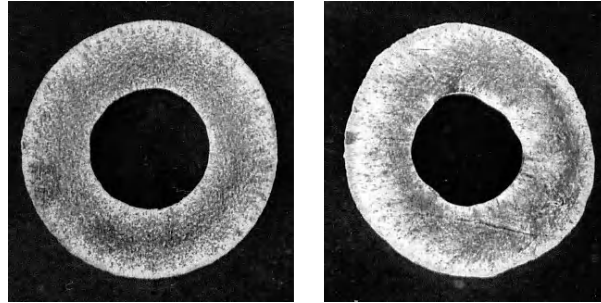
ここでは、鍛造の摩擦試験に利用されるリング圧縮試験について塑性異方性の影響を調べる。試験片の形状は、高さ 2.5 mm、内径 5.0 mm、外径 10.0 mm のリングとする。一例として、SS330-A および A2017-F のリングを 28% 圧縮した。潤滑剤は牛脂黒鉛を用いた。圧縮後のリング端面を Fig. 2-9 に示す。SS330-A ( $F/G = 1.08$ ) では内径が 6.4% 拡大した。一方、A2017-F ( $F/G = 0.37$ ) では少しいびつな形であるが、平均内径では 3% 縮小した。従来のように、それぞれの内径変化率から等方性理論のノモグラフ（たとえば、後述 Fig. 2-12(a) の  $F:G:H = 1:1:1$  実線参照）で、クーロン摩擦係数  $\mu$  を推定すると SS330-A では  $\mu = 0.04$ 、A2017-F では  $\mu = 0.09$  となった。A2017-F の降伏点は SS330-A の 1.9 倍高く、最終荷重も 1.3 倍と強度が高いため、潤滑状態がより悪化した可能性もあるが、 $\mu$  にこれほどの差が生じるとは考えにくい。

リングの内径変化率は中立面の位置で決まる。 $d\varepsilon_\theta$  と  $d\varepsilon_r$  の比は、式(2-11a)、(2-11b)より

$$\frac{d\varepsilon_\theta}{d\varepsilon_r} = \frac{F(\sigma_\theta - \sigma_z) + H(\sigma_\theta - \sigma_r)}{G(\sigma_r - \sigma_z) + H(\sigma_r - \sigma_\theta)} \quad (2-40)$$

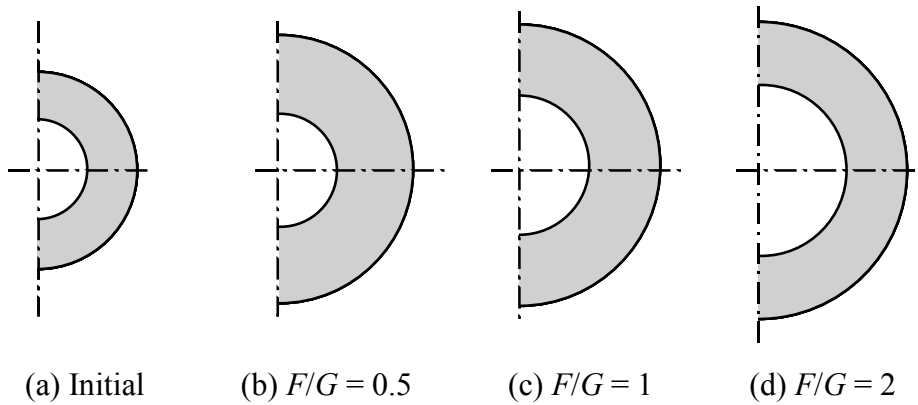
となる。 $\mu = 0$  とし、 $H = 1$ 、 $F/G = 0.5, 1, 2$  におけるリング内径縮小率の変化を数値解析により調べた。計算には FEM コード ANSYS-v12 を用い、材料は非硬化材、軸対称で断面の 1/4 対称モデルとした。得られた結果を Fig. 2-10 に模式図として示す。

ここで、 $\mu = 0$  より、リング全域において、 $\sigma_r = \sigma_\theta = 0$  になると近似すれば、式(2-40)は、 $d\varepsilon_\theta/d\varepsilon_r = F/G$  となる。したがって、Fig. 2-10(b) の  $F/G < 1$  では、直径（周長）の増大より肉厚の増大が大きくなり、中立面は外向きに移動し、Fig. 2-10(c) の等方性の場合と比べ、内径は小さくなる。逆に、Fig. 2-10(d) の  $F/G > 1$  では、直径（周長）の増大より肉厚の増大が小さくなり、中立面は内向きに移動し、等方性の場合より、内径は大きくなる。したがって、等方性理論のノモグラフで工具と材料の間の摩擦係数を推定すると、前者では  $\mu$  が過大に、後者では過小に評価されることになる。これが、前述の A2017-F ( $F/G = 0.37$ ) で  $\mu$  が大きく推定された理由と考えられる。



(a) SS330-A ( $F/G = 1.08$ ) (b) A2017-F ( $F/G = 0.37$ )

Fig. 2-9 Ring compression of SS330-A and A2017-F under well-lubricated condition by using beef-tallow added with graphite

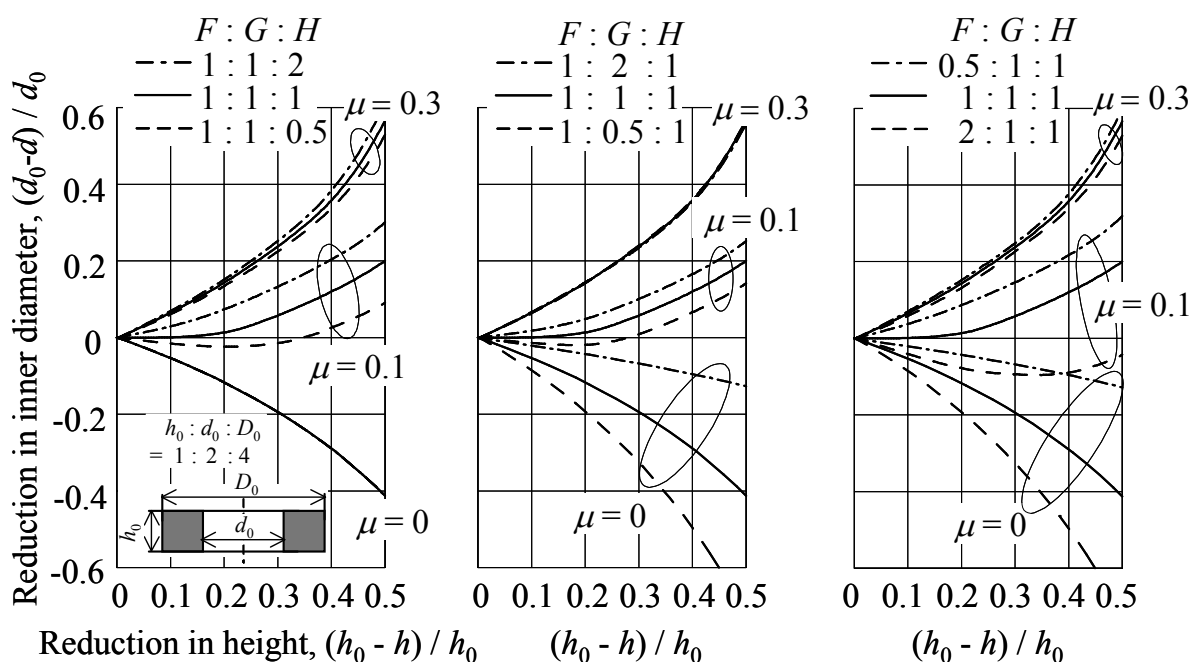


(a) Initial (b)  $F/G = 0.5$  (c)  $F/G = 1$  (d)  $F/G = 2$

Fig. 2-10 Rings of (a) before compression and (b)-(d) after 50% compression with different  $F/G$  in ring compression test for  $\mu = 0$ .



次に、摩擦も考慮して、仮定したいいくつかの  $F : G : H$  比に対するリング内径縮小率の変化を数値解析的に調べた。工具と材料の間にはクーロン摩擦  $\mu = 0, 0.1, 0.3$  を与えた。得られたノモグラフを Fig. 2-11 に示す。Fig. 2-11 (a) では  $H = 0.5, 1, 2$  と変えた。この場合、 $F = G$  であるから、 $\mu = 0$  では、式(2-33)より  $C_1 = 0$ 、式(2-34)より  $\sigma_r - \sigma_\theta = 0$ 、式(2-40)より、 $\varepsilon_\theta / \varepsilon_r = F/G = 1$  となり、 $H$  によらず等方性の内径縮小率と一致する。工具と材料との間に摩擦があると ( $\mu \neq 0$ )、摩擦 0 より内径が縮小するが、 $H > 1$  で内径がさらに縮小しやすくなり、 $H < 1$  で内径が等方性の場合と比べ、拡大傾向になる。しかし、 $\mu$  が大きくなると、塑性異方性の影響は小さくなる。Fig. 2-11 (b) は  $F = H = 1$  に対して  $G = 0.5, 1, 2$  とした。摩擦 0 では前述の予想どおり、 $G < 1$  ( $F/G > 1$ ) のとき、等方性よりも内径は拡がり、逆に  $G > 1$  では内径が縮小する。塑性異方性による内径変化の差は  $\mu$  が大きくなるにつれ、やはり小さくなった。Fig. 2-11 (c) は、Fig. 2-11 (b) の  $F, G$  を入れ替えた形であるが、工具と材料との間に摩擦がある時の塑性異方性の影響は若干大きい。



(a) Different  $H$  and  $F = G = 1$  (b) Different  $G$  and  $H = F = 1$  (c) Different  $F$  and  $G = H = 1$

Fig. 2-11 Nomographs to decide frictional coefficient  $\mu$  by ring compression test for non-work hardening and anisotropic material with (a) different  $H$  and  $F = G = 1$ , (b) different  $G$  and  $H = F = 1$ , (c) different  $F$  and  $G = H = 1$

#### 2.4.4 リング圧縮試験用の軸対称塑性異方性を考慮したノモグラフの例

Fig. 2-12(a)-(g)に軸対称塑性異方性材料のリング圧縮試験ノモグラフの例を示す。塑性異方性係数はTable 2-3の7条件の値を用い、摩擦係数は $\mu = 0, 0.02, 0.05, 0.08, 0.1, 0.15, 0.2, 0.3$ とした。数値計算には、商用FEMコードANSYS-v12を用いた。材料は非硬化材とし、軸対称で断面の1/4対称モデルで計算した。なお、計算に用いたバッチファイルを巻末付録に示す。

##### ・塑性異方性係数比の測定法

塑性異方性係数比  $F/G$  と  $H/G$  はノモグラフの計算に必要である。 $F/G (= \varepsilon_\theta / \varepsilon_r)$  は、たとえば、管の引張試験、もしくは半円柱圧縮試験により測定できる。また、 $H/G (= \varepsilon_\theta / \varepsilon_z)$  は管の厚さ( $r$ )方向圧縮試験で測定できる。また、後述の小立方体圧縮試験法でも、これらの比を測定可能である。

なお、第4章では、塑性異方性係数  $F, G, H$  のみでなく、 $M$  も考慮したノモグラフの例と実験例を示す。

Table 2-3 Anisotropic coefficients for ring compression test.

Analysis condition	$F$	$G$	$H$
(a)	1	1	1
(b)	0.5	1	1
(c)	2	1	1
(d)	1	0.5	1
(e)	1	2	1
(f)	1	1	0.5
(g)	1	1	2

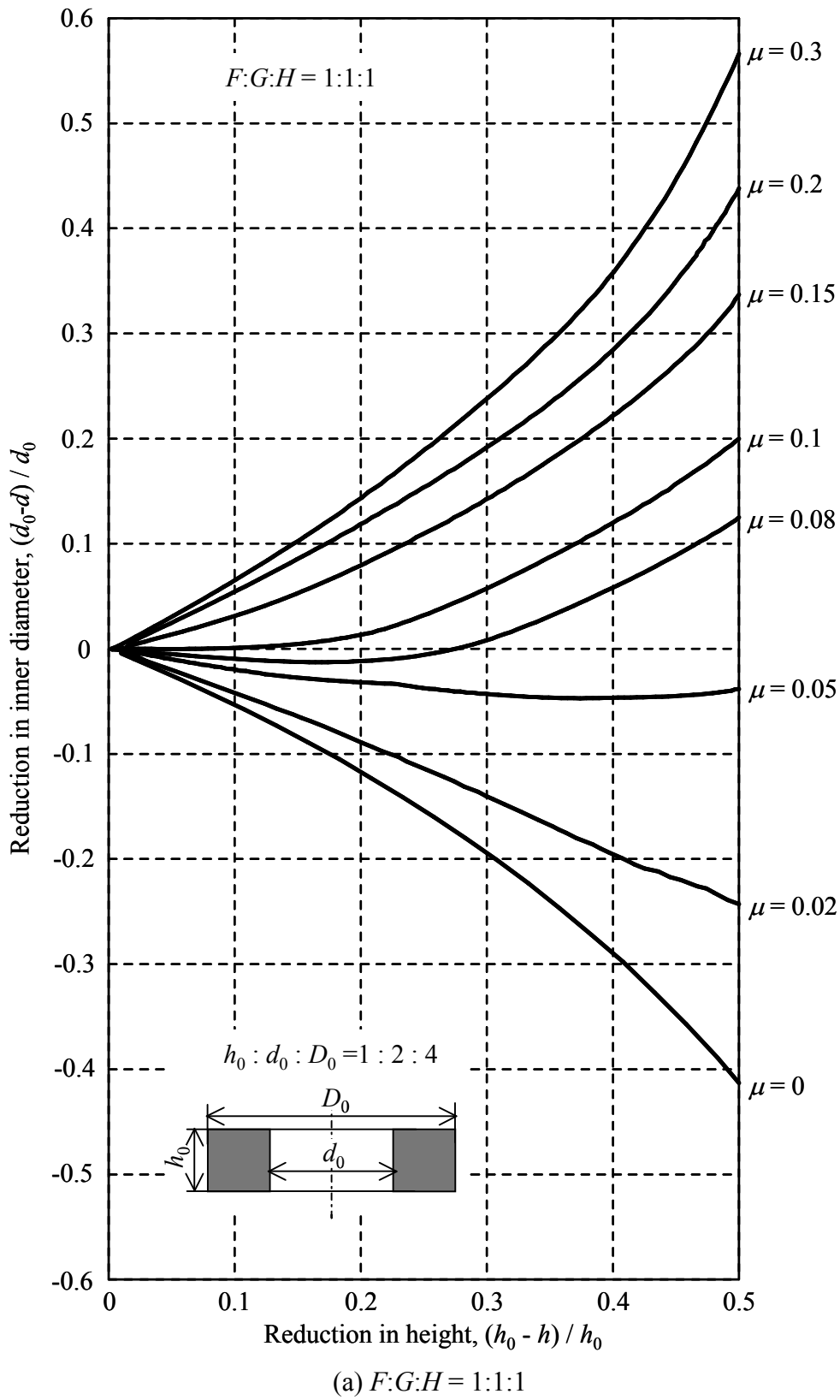


Fig. 2-12 Examples of nomograph for isotropic and anisotropic metals

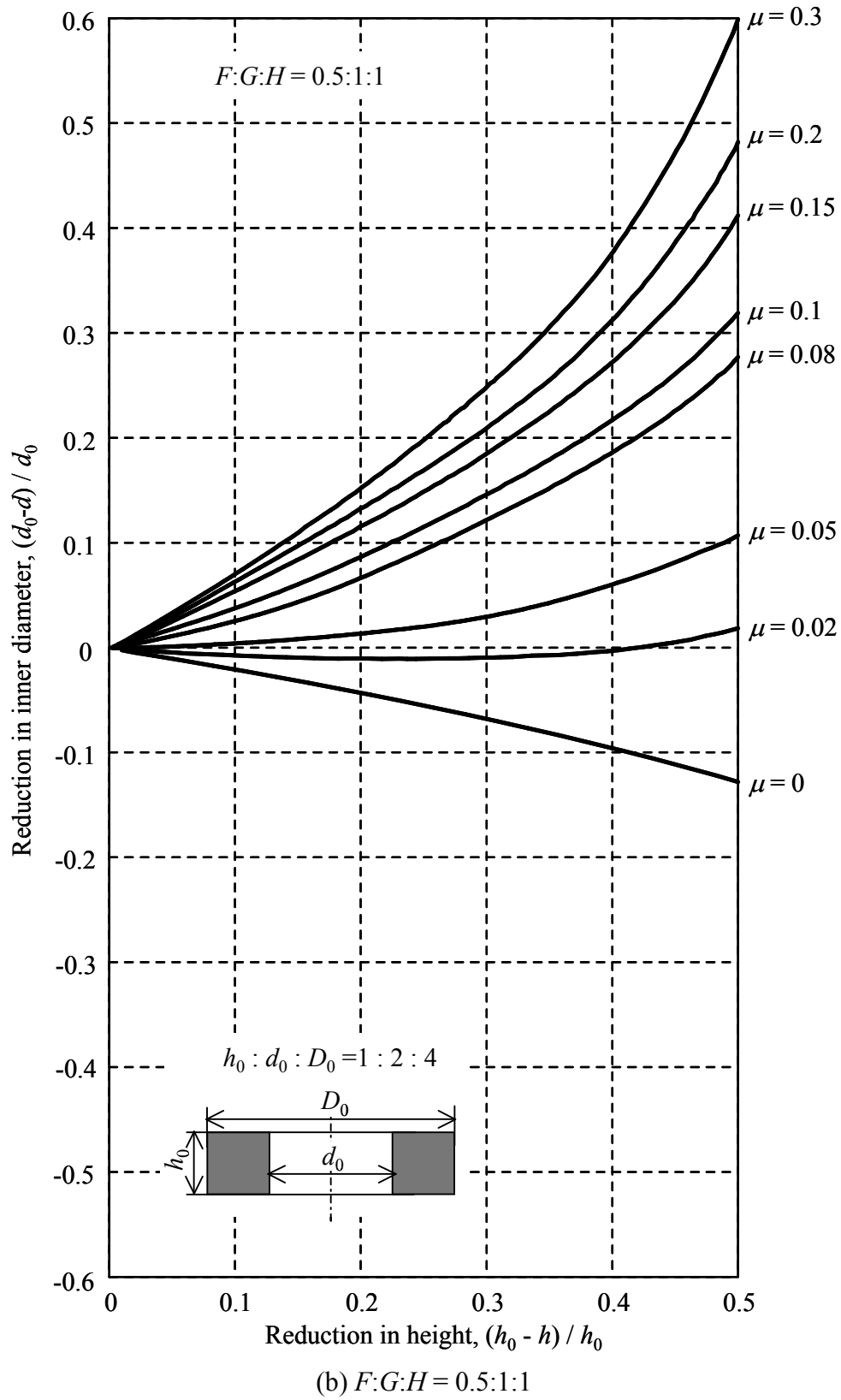
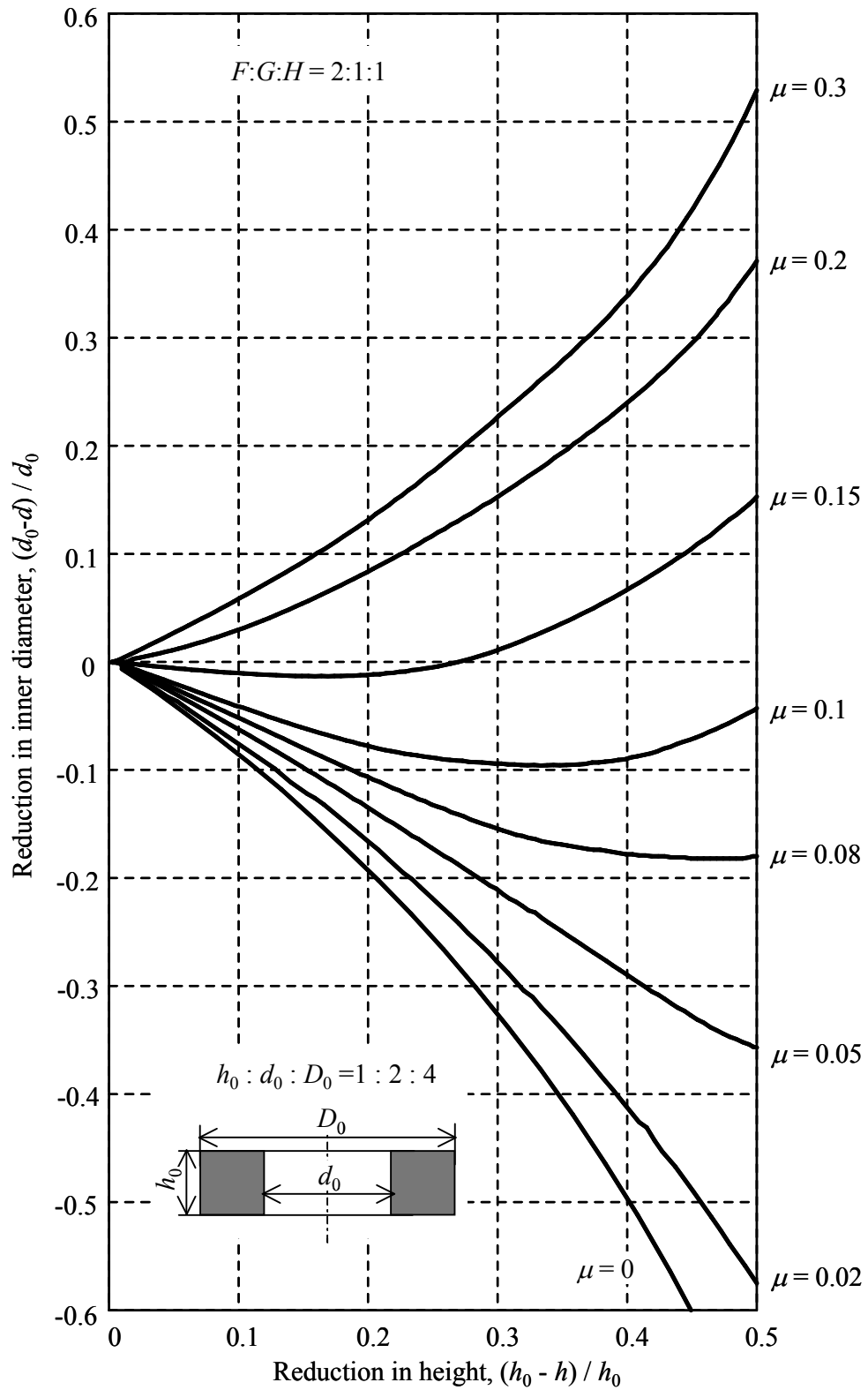
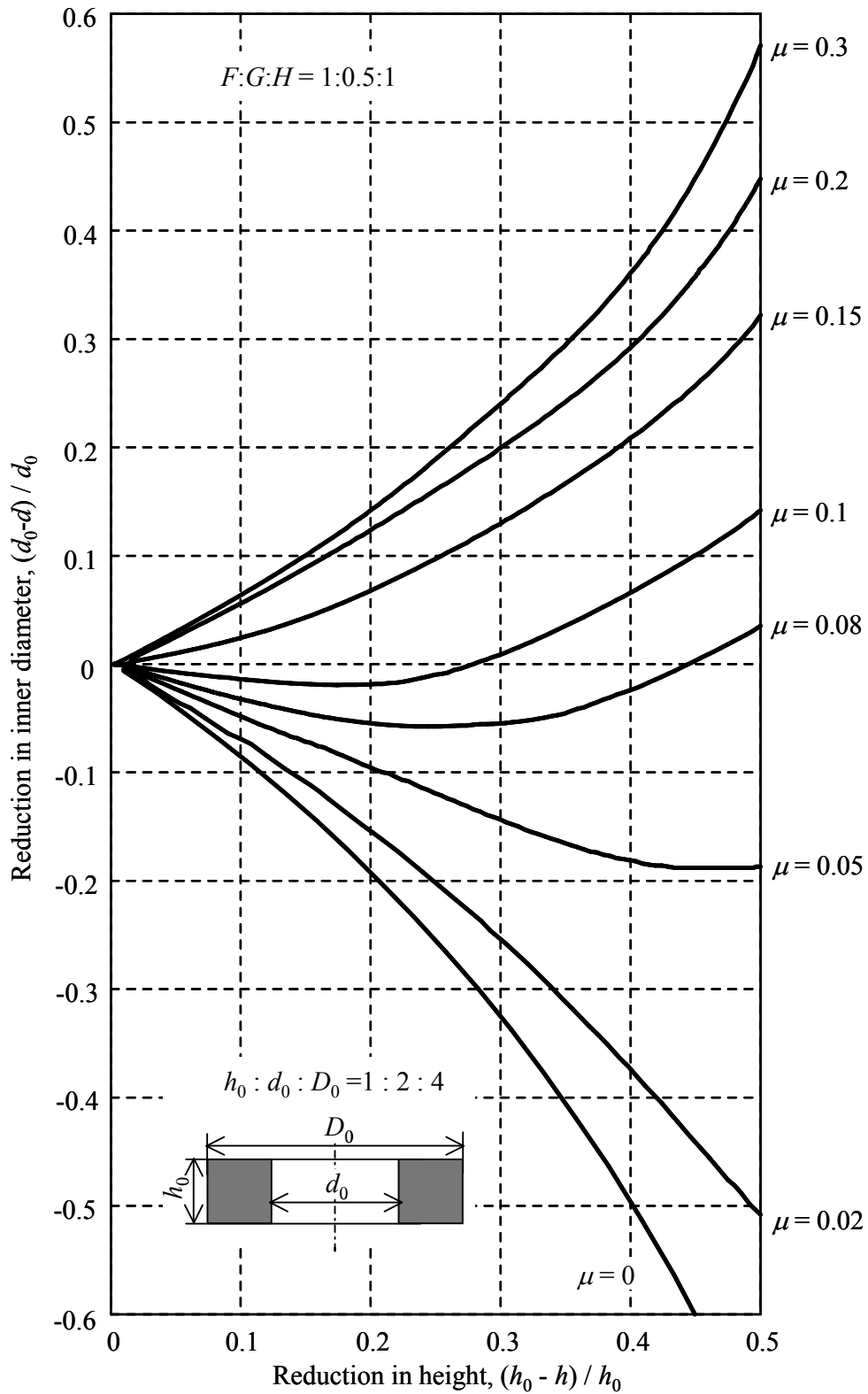


Fig. 2-12 Examples of nomograph for isotropic and anisotropic metals



(c)  $F:G:H = 2:1:1$

Fig. 2-12 Examples of nomograph for isotropic and anisotropic metals



(d)  $F:G:H = 1:0.5:1$

Fig. 2-12 Examples of nomograph for isotropic and anisotropic metals

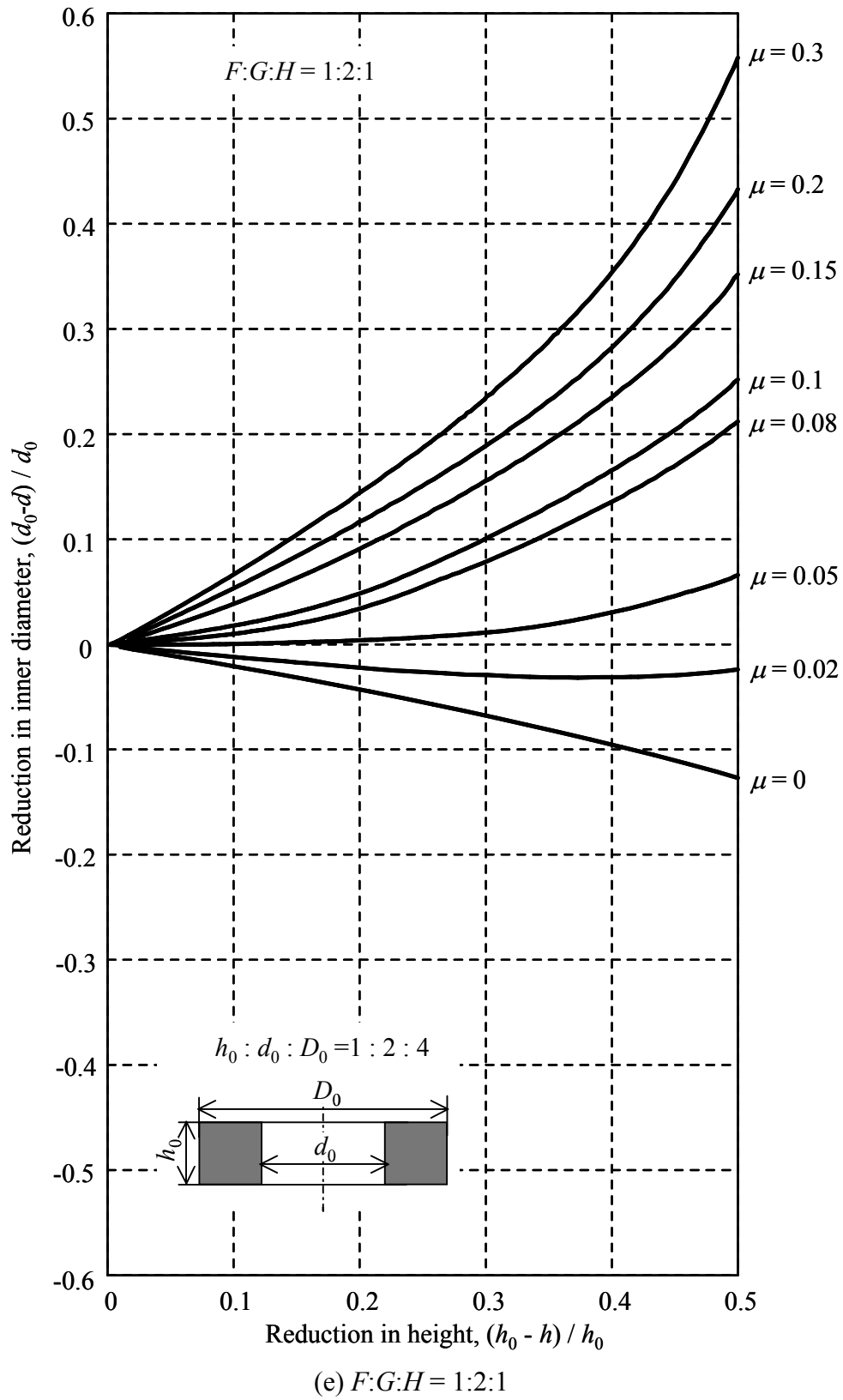


Fig. 2-12 Examples of nomograph for isotropic and anisotropic metals

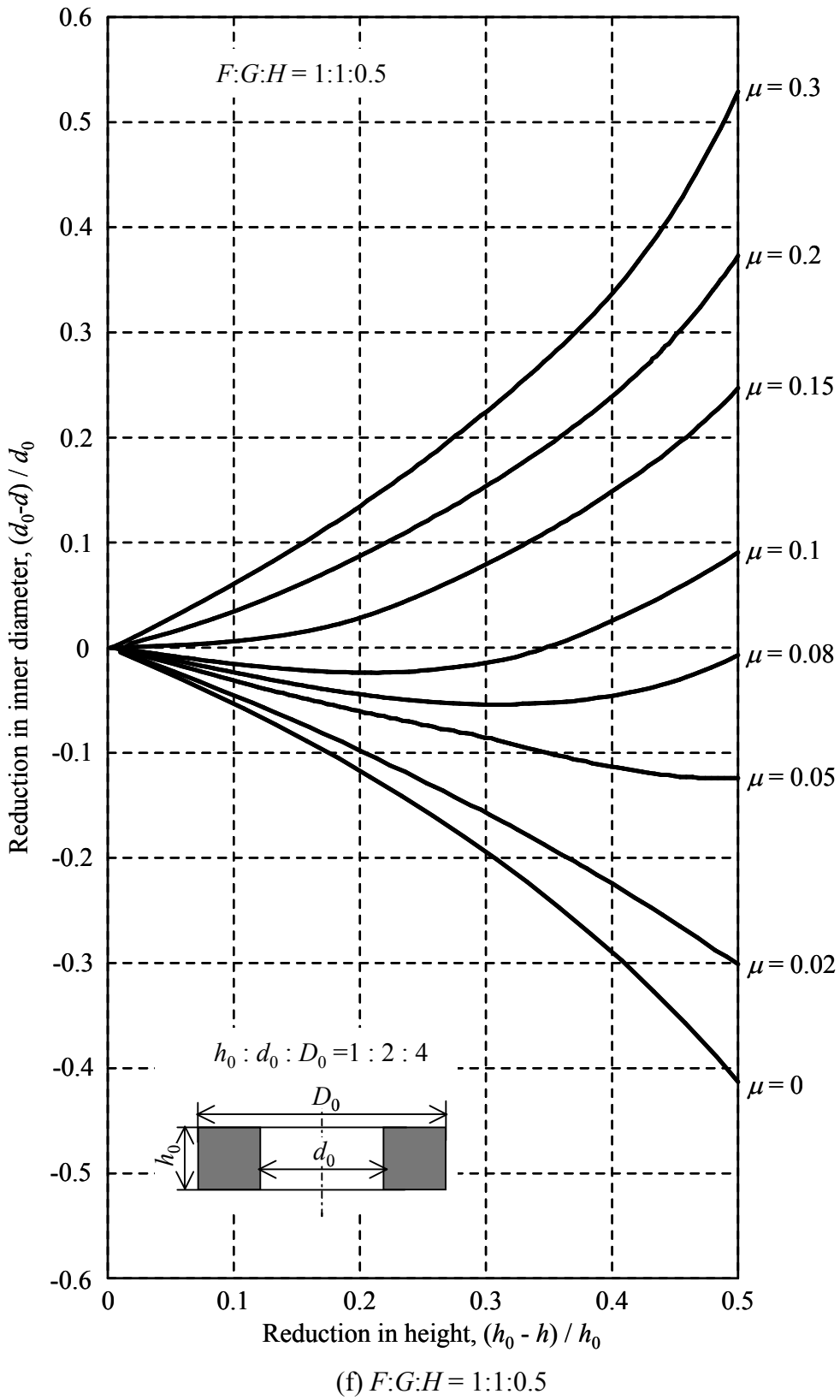
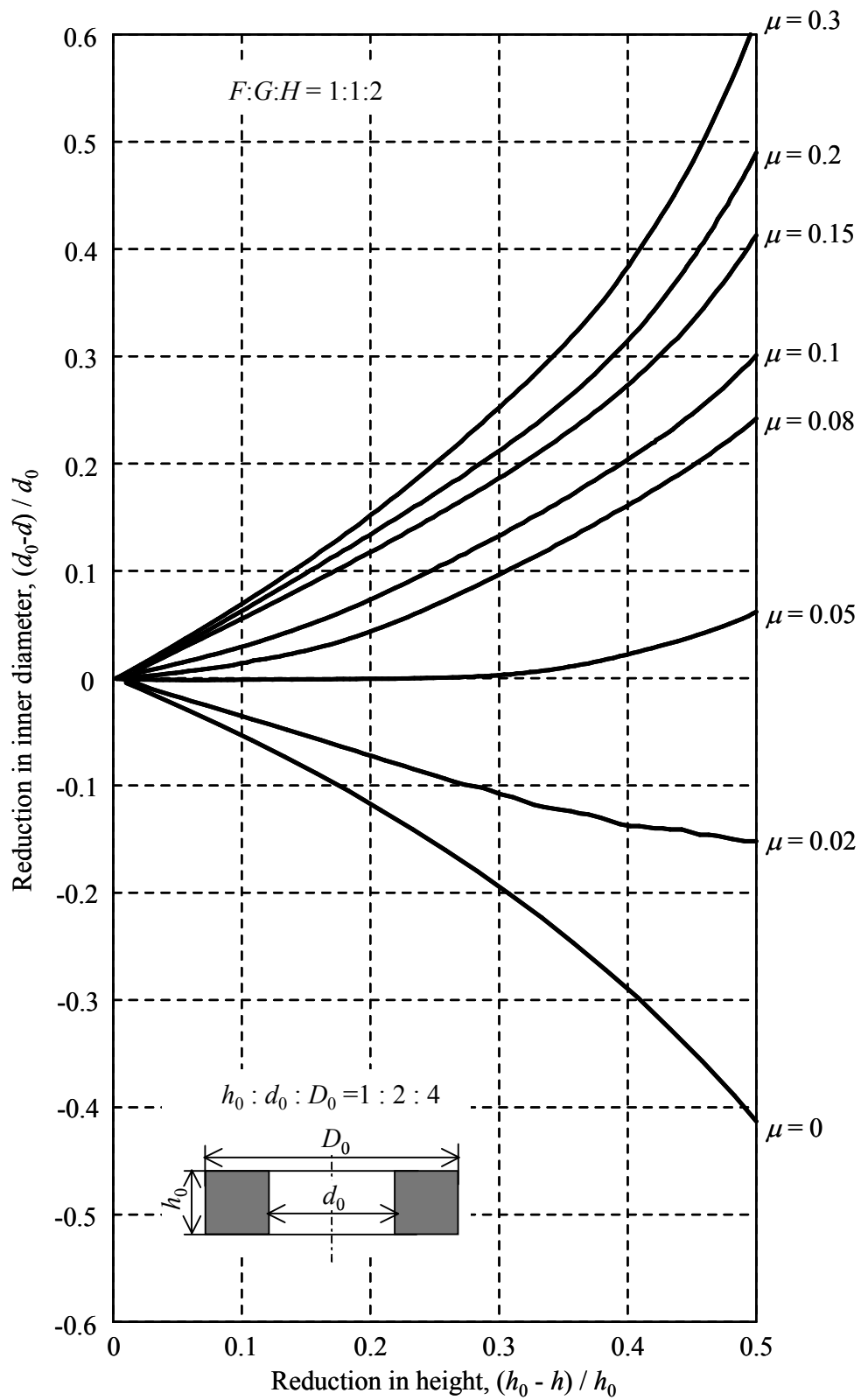


Fig. 2-12 Examples of nomograph for isotropic and anisotropic metals





(g)  $F:G:H = 1:1:2$

Fig. 2-12 Examples of nomograph for isotropic and anisotropic metals

## 2.5 結言

数種類の棒材や管材について、Hillの2次異方性降伏関数

$$2f(\sigma_{ij}) = F(\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_r)^2 + H(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + 2L\tau_{\theta z}^2 + 2M\tau_{zr}^2 + 2N\tau_{r\theta}^2 \quad (2-8) \\ = 2C^2$$

を用い、変形や応力分布などを考察・試験した。その結果、棒材や管材においても塑性異方性の違いが材料の変形に現れることを例示し、バルク成形において異方性塑性理論を展開する意義を示した。以下に結果をまとめる。

- 1) 管材について、軸方向引張試験の管径(周長)変化と肉厚変化により  $F/G (= \varepsilon_\theta / \varepsilon_r)$  を求めた。また、管壁の厚さ方向圧縮試験により  $H/G (= \varepsilon_\theta / \varepsilon_z)$  を求めた。例えば、A6063 では  $F/G = 0.55$ ,  $H/G = 0.69$  となり、塑性異方性が認められた。
- 2) 軸対称塑性異方性のある材料では、工具と材料の間で摩擦なしの円柱圧縮（または丸棒の引張）においても応力が半径方向に分布することを予測した。
- 3) 棒材について、半円柱圧縮における半円周の長さ変化と半径の変化から  $F/G$  を求めた。例えば、A2017 では  $F/G = 0.37$  を示し、棒材でも、塑性異方性が認められた。
- 4) 棒材の塑性異方性がリング圧縮試験における内径変化率に影響し、等方性理論とは異なる摩擦係数の読み取り値になることを示した。

## 第3章 小立方体圧縮試験法の提案<sup>152), 153)</sup>

### 3.1 緒言

板成形では、成形限界や形状精度に関する先進的な予測技術の現状が報告されている<sup>154)</sup>。そこでは塑性異方性降伏関数として Hill の 2 次降伏関数<sup>58)</sup>、後藤<sup>80)</sup>、Hosford<sup>66)</sup>、Barlat<sup>69)</sup>などの高次降伏関数が使われ、それらの塑性異方性係数は、簡便な  $r$  値<sup>7)</sup>の利用や精密な実験により特定されている<sup>37)</sup>。

一方、鍛造では、板成形ほど塑性異方性を考慮した議論は多くない。Pöhlandt らは棒・管材での塑性異方性の影響を概念的に示し<sup>129)</sup>、Carlsson らは線材横据え込みで塑性異方性を評価した<sup>131)</sup>。また、前章では、円管引張や半円柱圧縮の変形に塑性異方性が影響することや、材料と工具の間で摩擦がない場合の円柱圧縮（引張）でも半径方向に応力分布が生じ、単軸応力にならないこと<sup>133), 150)</sup>を示した。さらに、管の軸方向引張や厚さ方向圧縮により、Hill の塑性異方性係数比  $F/G$  と  $H/G$  を求めた。しかし、棒材では半円柱圧縮により  $F/G$  を求めたが、 $H$  に関する情報は得られなかった<sup>133), 150)</sup>。

本章では、バルク材で塑性異方性を扱うため、3次元に拡張した  $r$  値の表記法を提案する。これらすべての  $r$  値を引張試験で特定することは難しいので、新に考案した小立方体圧縮試験法を試みる。これは、板・ブロック・管・棒材から所定の方に切り出した小さな立方体を圧縮する方法である。試験では、潤滑を良好にして、ほぼ単軸圧縮状態とし、圧縮方向と直角な二方向のひずみ比より、任意の面における  $r$  値を測定する。この方法を用い、代表的な金属の圧延材、引抜き材、押出し材から  $r$  値を求め、Hill (1948) の塑性異方性係数  $F, G, H, L, M, N$  を特定する。また、この試験法を適用し、ブロック材の板厚方向の塑性異方性分布や、棒材の半径方向の塑性異方性分布を定量的に示す。

以上のように、3次元の塑性異方性の表現法を定め、降伏関数の係数を特定する方法を示すことで、バルク成形における異方性塑性理論の展開に役立てたい。

## 3.2 $r$ 値に基づく 3 次元的なひずみ比の表記法

### 3.2.1 薄板材の $r$ 値 (従来法) <sup>7), 59)</sup>

塑性異方性を表現する方法の一つに、Lankford 値 <sup>7)</sup> (以下,  $r$  値) がある.  $r$  値は, 薄板の単軸引張試験において, 引張方向  $l$  と垂直な 2 方向 (幅方向  $w$ , 板厚方向  $t$ ) のひずみ比で表される.

$$r = \frac{\varepsilon_w}{\varepsilon_t} = \frac{\varepsilon_w}{-(\varepsilon_l + \varepsilon_w)} \quad (3-1)$$

ここで, 式(2-2)で表される Hill の異方性降伏関数の  $x, y, z$  をそれぞれ, 圧延, 幅, 板厚方向と一致させる. 圧延方向  $x$  から角度  $\alpha$  回転した方向の  $r$  値 <sup>59)</sup> は,

$$r_\alpha = \frac{H + (2N - F - G - 4H)\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{F \sin^2 \alpha + G \cos^2 \alpha} \quad (3-2)$$

となる. ここで,  $\alpha = 0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  のとき,

$$\begin{aligned} r_0 &= H/G = \varepsilon_y / \varepsilon_z \\ r_{45} &= (2N - F - G) / \{2(F + G)\} \\ r_{90} &= H/F = \varepsilon_x / \varepsilon_z \end{aligned} \quad (3-3)$$

となる.  $r_0$  と  $r_{90}$  はそれぞれ,  $x$  方向,  $z$  方向の単軸引張より得られるひずみ比であるから, 当然, 式(2-7a), (2-7b)と一致する. 薄板成形では,  $\sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$  の平面応力を仮定されるため,  $L, M$  を求める必要はなく, Hill の 2 次異方性降伏関数であれば,  $r_0, r_{45}, r_{90}$  と  $Y_0 (= Y_x)$  もしくは  $Y_{90} (= Y_y)$  より, 式(2-4), (3-3)を用いて, 塑性異方性係数  $F, G, H, N$  を決定できる.

### 3.2.2 面内における方向の表記法

圧延板において,  $x$  軸を圧延方向,  $y$  軸を幅方向,  $z$  軸を板厚方向に平行とする. ここで,  $z$  軸を法線に持つ  $Z$  面において,  $x$  軸を  $\alpha$  回転した軸を  $x'$  とし, それに平行な方向を  $x(\alpha, Z)$  と定義する. つまり  $x'$  軸は  $z$  軸周りに  $x$  軸を  $\alpha$  回転させたともいえる. したがって,  $x(0, Z)$  は  $x$  方向と一致し,  $x(90, Z)$  は  $y$  方向と一致する (Fig. 3-1). 同様に,  $y$  軸を法線に持つ  $Y$  面では,  $z$  軸を  $\alpha$  回転した  $z'$  軸の方向を  $z(\alpha, Y)$  と定義する. さらに,  $x$  軸を法線に持つ  $X$  面では,  $y$  軸を  $\alpha$  回転した  $y'$  軸の方向を  $y(\alpha, X)$  と定義する. このように定義すると,  $x, y, z$  と  $x(0, Z), x(90, Z), y(0, X), y(90, X), z(0, Y), z(90, Y)$  の間には, 次の関係が成立する.

$$\begin{aligned}
x &= z(90, Y) = x(0, Z) \\
y &= y(0, X) = x(90, Z) \\
z &= y(90, X) = z(0, Y)
\end{aligned}
\tag{3-4}$$

また、これらの記号は Table 3-1 のように使い分ける。X 面上では  $(x, y(0, X), y(90, X))$ 、Y 面上では  $(z(90, Y), y, z(0, Y))$ 、Z 面上では  $(x(0, Z), x(90, Z), z)$  を用いる。

管・棒材では、 $r$  軸を半径方向、 $\theta$  軸を円周方向、 $z$  軸を押し出し・引抜き・圧延方向に平行とする。ここで、 $r$  軸を法線に持つ  $R$  面において、 $\theta$  軸を  $\alpha$  回転した  $\theta'$  軸の方向を  $\theta(\alpha, R)$  と定義する。したがって、 $\theta(0, R)$  は  $\theta$  軸と一致し、 $\theta(90, R)$  は  $z$  軸と一致する。同様に、 $\theta$  軸を法線に持つ  $\Theta$  面では、 $z$  軸を  $\alpha$  回転した  $z'$  軸の方向を  $z(\alpha, \Theta)$  と定義する。さらに、 $z$  軸を法線に持つ  $Z$  面では、 $r$  軸を  $\alpha$  回転した  $r'$  軸の方向を  $r(\alpha, Z)$  と定義する。このように定義すると、 $r, \theta, z$  と  $r(0, Z), r(90, Z), \theta(0, R), \theta(90, R), z(0, \Theta), z(90, \Theta)$  の間には、次の関係が成立する。

$$\begin{aligned}
r &= z(90, \Theta) = r(0, Z) \\
\theta &= \theta(0, R) = r(90, Z) \\
z &= \theta(90, R) = z(0, \Theta)
\end{aligned}
\tag{3-5}$$

また、これらの記号は Table 3-2 のように使い分ける。 $R$  面上では  $(r, \theta(0, R), \theta(90, R))$ 、Y 面上では  $(z(90, \Theta), \theta, z(0, \Theta))$ 、Z 面上では  $(r(0, Z), r(90, Z), z)$  を用いる。

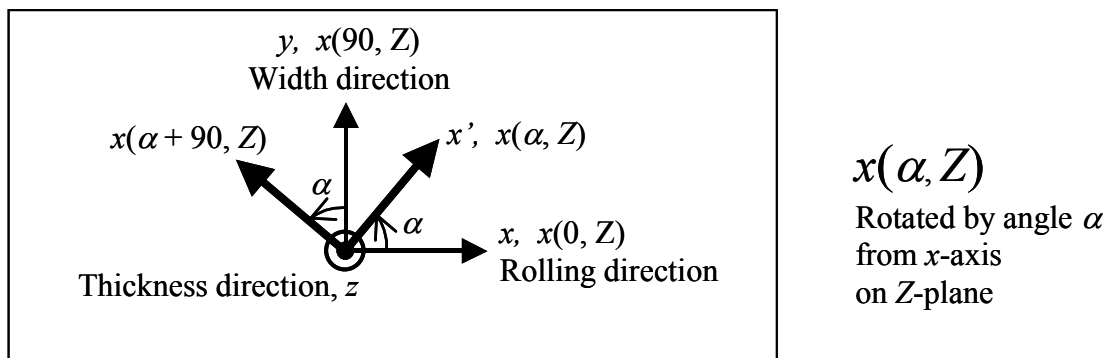


Fig. 3-1 Notation of directions on Z-plane

Table 3-1 Notation of directions for Sheet or Block

Sheet/Plate	$x$	$y$	$z$
X-plane	$x$	$y(0, X)$	$y(90, X)$
Y-plane	$z(90, Y)$	$y$	$z(0, Y)$
Z-plane	$x(0, Z)$	$x(90, Z)$	$z$

Table 3-2 Notation of directions for Tube or Bar

Tube/Bar	$r$	$\theta$	$z$
R-plane	$r$	$\theta(0, R)$	$\theta(90, R)$
$\Theta$ -plane	$z(90, \Theta)$	$\theta$	$z(0, \Theta)$
Z-plane	$r(0, Z)$	$r(90, Z)$	$z$

### 3.2.3 ブロック材の $r$ 値<sup>155)</sup>

鍛造などで用いられるブロック材（または厚板材）では、薄板成形のように、 $\sigma_z = \tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$  の平面応力を仮定できないときもある。そうなれば、塑性異方性係数  $L, M$  も必要になる。ブロック材に対し、 $X$  面内の  $r$  値を  $X$  値、 $Y$  面内の  $r$  値を  $Y$  値、 $Z$  面内の  $r$  値を  $Z$  値とする。ここで、 $Z$  値は、薄板における従来の  $r$  値に相当する。

さて、 $X$  値は、式(3-2), (3-3)の  $(x, y, z)$  を  $(y, z, x)$  と置き換え、 $y$  軸となす角を  $\alpha$  として、 $F \rightarrow G, G \rightarrow H, H \rightarrow F, N \rightarrow L$  と置き換えれば、

$$X_\alpha = \frac{\varepsilon_{y(90-\alpha, X)}}{\varepsilon_x} = \frac{F + (2L - G - H - 4F)\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{G \sin^2 \alpha + H \cos^2 \alpha} \quad (3-6)$$

となる。  $\alpha$  に  $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  を代入すれば、

$$\begin{aligned} X_0 &= \frac{\varepsilon_{y(90, X)}}{\varepsilon_x} = \frac{F}{H} = \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} \\ X_{45} &= \frac{\varepsilon_{y(45, X)}}{\varepsilon_x} = \frac{2L - G - H}{2(G + H)} \\ X_{90} &= \frac{\varepsilon_{y(0, X)}}{\varepsilon_x} = \frac{F}{G} = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} \end{aligned} \quad (3-7)$$

となる．同様に， $Y$ 値は式(3-2), (3-3)の $(x, y, z)$ を $(z, x, y)$ と置き換え， $z$ 軸となす角を $\alpha$ として， $F \rightarrow H, G \rightarrow F, H \rightarrow G, N \rightarrow M$ と置き換えれば，

$$Y_\alpha = \frac{\varepsilon_{z(90-\alpha, Y)}}{\varepsilon_y} = \frac{G + (2M - H - F - 4G)\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{H \sin^2 \alpha + F \cos^2 \alpha} \quad (3-8)$$

また，

$$Y_0 = \frac{\varepsilon_{z(90, Y)}}{\varepsilon_y} = \frac{G}{F} = \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_y}$$

$$Y_{45} = \frac{\varepsilon_{z(45, Y)}}{\varepsilon_y} = \frac{2M - H - F}{2(H + F)} \quad (3-9)$$

$$Y_{90} = \frac{\varepsilon_{z(0, Y)}}{\varepsilon_y} = \frac{G}{H} = \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_y}$$

となる． $Z$ 値は $r$ 値と同じであるから，以下のようになる．

$$Z_\alpha = \frac{\varepsilon_{x(90-\alpha, Z)}}{\varepsilon_z} = \frac{H + (2N - F - G - 4H)\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{F \sin^2 \alpha + G \cos^2 \alpha} = r_\alpha \quad (3-10)$$

また，

$$Z_0 = \frac{\varepsilon_{x(90, X)}}{\varepsilon_z} = \frac{H}{G} = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_z}$$

$$Z_{45} = \frac{\varepsilon_{x(45, X)}}{\varepsilon_z} = \frac{2N - F - G}{2(F + G)} \quad (3-11)$$

$$Z_{90} = \frac{\varepsilon_{x(0, Z)}}{\varepsilon_z} = \frac{H}{F} = \frac{\varepsilon_x}{\varepsilon_z}$$

ここで，それぞれの $X, Y, Z$ 値の間には，ひずみ比や塑性異方性係数の比を介して，以下のような関係が成立する．

$$X_0 = \frac{1}{Z_{90}} = \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} \left( = \frac{F}{H} \right) = \frac{\varepsilon_y / \varepsilon_x}{\varepsilon_y / \varepsilon_z} \left( = \frac{F/G}{H/G} \right) = \frac{X_{90}}{Z_0} = \frac{Y_{90}}{Y_0}$$

$$X_{90} = \frac{1}{Y_0} = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} \left( = \frac{F}{G} \right) = \frac{\varepsilon_z / \varepsilon_x}{\varepsilon_z / \varepsilon_y} \left( = \frac{F/H}{G/H} \right) = \frac{X_0}{Y_{90}} = \frac{Z_0}{Z_{90}} \quad (3-12)$$

$$Y_{90} = \frac{1}{Z_0} = \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_y} \left( = \frac{G}{H} \right) = \frac{\varepsilon_x / \varepsilon_y}{\varepsilon_x / \varepsilon_z} \left( = \frac{G/F}{H/F} \right) = \frac{Y_0}{Z_{90}} = \frac{X_0}{X_{90}}$$

すなわち， $X_0, X_{90}, Y_{90}$ は $Z_0$ と $Z_{90}$ で記述される．

### 3.2.4 管・棒材の $r$ 値<sup>156), 157)</sup>

塑性異方性主軸が  $(r, \theta, z)$  と一致する軸対称塑性異方性材料に対しても，薄板の  $r$  値の考えを拡張する．すなわち  $R$  面， $\Theta$  面， $Z$  面の  $r$  値をそれぞれ  $R$  値， $\Theta$  値， $Z$  値とする．これらを用いて，式(2-8)で表される Hill の 2 次異方性関数の係数を表す．

$R$  値は，式(3-2), (3-3)の  $(x, y, z)$  を  $(\theta, z, r)$  と置き換え， $\theta$  軸となす角を  $\alpha$  として， $F \rightarrow G, G \rightarrow H, H \rightarrow F, N \rightarrow L$  と置き換えれば，

$$R_\alpha = \frac{\varepsilon_{\theta(90-\alpha, R)}}{\varepsilon_r} = \frac{F + (2L - G - H - 4F)\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{G \sin^2 \alpha + H \cos^2 \alpha} \quad (3-13)$$

となる． $\alpha$  に  $0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$  を代入すれば，

$$\begin{aligned} R_0 &= \frac{\varepsilon_{\theta(90, R)}}{\varepsilon_r} = \frac{F}{H} = \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_r} \\ R_{45} &= \frac{\varepsilon_{\theta(45, R)}}{\varepsilon_r} = \frac{2L - G - H}{2(G + H)} \\ R_{90} &= \frac{\varepsilon_{\theta(0, R)}}{\varepsilon_r} = \frac{F}{G} = \frac{\varepsilon_\theta}{\varepsilon_r} \end{aligned} \quad (3-14)$$

となる． $\Theta$  値は式(3-2), (3-3)の  $(x, y, z)$  を  $(z, r, \theta)$  と置き換え， $z$  軸となす角を  $\alpha$  として， $F \rightarrow H, G \rightarrow F, H \rightarrow G, N \rightarrow M$  と置き換えれば，

$$\Theta_\alpha = \frac{\varepsilon_{z(90-\alpha, \Theta)}}{\varepsilon_\theta} = \frac{G + (2M - H - F - 4G)\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{H \sin^2 \alpha + F \cos^2 \alpha} \quad (3-15)$$

また，

$$\begin{aligned} \Theta_0 &= \frac{\varepsilon_{z(90, \Theta)}}{\varepsilon_\theta} = \frac{G}{F} = \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_\theta} \\ \Theta_{45} &= \frac{\varepsilon_{z(45, \Theta)}}{\varepsilon_\theta} = \frac{2M - H - F}{2(H + F)} \\ \Theta_{90} &= \frac{\varepsilon_{z(0, \Theta)}}{\varepsilon_\theta} = \frac{G}{H} = \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_\theta} \end{aligned} \quad (3-16)$$

となる． $Z$  値は  $(x, y, z)$  を  $(r, \theta, z)$  と置き換え， $r$  軸となす角を  $\alpha$  として，次式となる．

$$Z_\alpha = \frac{\varepsilon_{r(90-\alpha, Z)}}{\varepsilon_z} = \frac{H + (2N - F - G - 4H)\sin^2 \alpha \cos^2 \alpha}{F \sin^2 \alpha + G \cos^2 \alpha} \quad (3-17)$$

また，



$$\begin{aligned}
Z_0 &= \frac{\varepsilon_{r(90,Z)}}{\varepsilon_z} = \frac{H}{G} = \frac{\varepsilon_\theta}{\varepsilon_z} \\
Z_{45} &= \frac{\varepsilon_{r(45,Z)}}{\varepsilon_z} = \frac{2N-F-G}{2(F+G)} \\
Z_{90} &= \frac{\varepsilon_{r(0,Z)}}{\varepsilon_z} = \frac{H}{F} = \frac{\varepsilon_r}{\varepsilon_z}
\end{aligned} \tag{3-18}$$

ここで、それぞれの  $R$ ,  $\Theta$ ,  $Z$  値の間には、ひずみ比や塑性異方性係数の比を介して、以下のような関係が成立する。

$$\begin{aligned}
R_0 &= \frac{1}{Z_{90}} = \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_r} \left( = \frac{F}{H} \right) = \frac{\varepsilon_\theta / \varepsilon_r}{\varepsilon_\theta / \varepsilon_z} \left( = \frac{F/G}{H/G} \right) = \frac{R_{90}}{Z_0} = \frac{\Theta_{90}}{\Theta_0} \\
R_{90} &= \frac{1}{\Theta_0} = \frac{\varepsilon_\theta}{\varepsilon_r} \left( = \frac{F}{G} \right) = \frac{\varepsilon_z / \varepsilon_r}{\varepsilon_z / \varepsilon_\theta} \left( = \frac{F/H}{G/H} \right) = \frac{R_0}{\Theta_{90}} = \frac{Z_0}{Z_{90}} \\
\Theta_{90} &= \frac{1}{Z_0} = \frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_\theta} \left( = \frac{G}{H} \right) = \frac{\varepsilon_r / \varepsilon_\theta}{\varepsilon_r / \varepsilon_z} \left( = \frac{G/F}{H/F} \right) = \frac{\Theta_0}{Z_{90}} = \frac{R_0}{R_{90}}
\end{aligned} \tag{3-19}$$

すなわち、 $R_0$ ,  $R_{90}$ ,  $\Theta_{90}$  は  $Z_0$  と  $Z_{90}$  で記述できる。

### 3.3 小立方体圧縮試験

#### 3.3.1 小立方体試験片

Fig. 3-2(a)のように、各面の法線が塑性異方性主軸  $(i, j, k)$  と一致する立方体を切り出す。この立方体を潤滑良好下で、 $k$  方向に圧縮する。圧縮面以外の  $I$  面や  $J$  面は、自由面であり、表面では、 $\sigma_i = \sigma_j = 0$  となる。立方体が小さければ、内部でも応力が分布せず、 $\sigma_i = \sigma_j = 0$  となり、 $k$  方向の単軸圧縮とみなせる。Fig. 3-2(b)-(d)に  $k$  方向に 50% 圧縮した場合の圧縮面を示す。ここでは、 $\varepsilon_j / \varepsilon_i = 0.5, 1, 2$  とした。圧縮前、正方形であった断面は、圧縮後には、従来の等方性の理論であれば、正方形を維持する (Fig. 3-2(c))。しかし、塑性異方性材料では、正方形にはならず、断面は長方形となる。 $\varepsilon_j / \varepsilon_i < 1$  であれば、 $i$  方向の変形が  $j$  方向の変形よりも優勢であり、 $i$  方向に長い長方形となる。逆に、 $\varepsilon_j / \varepsilon_i < 1$  であれば、 $i$  方向の変形が  $j$  方向の変形よりも劣勢であり、 $i$  方向に短い長方形となる。

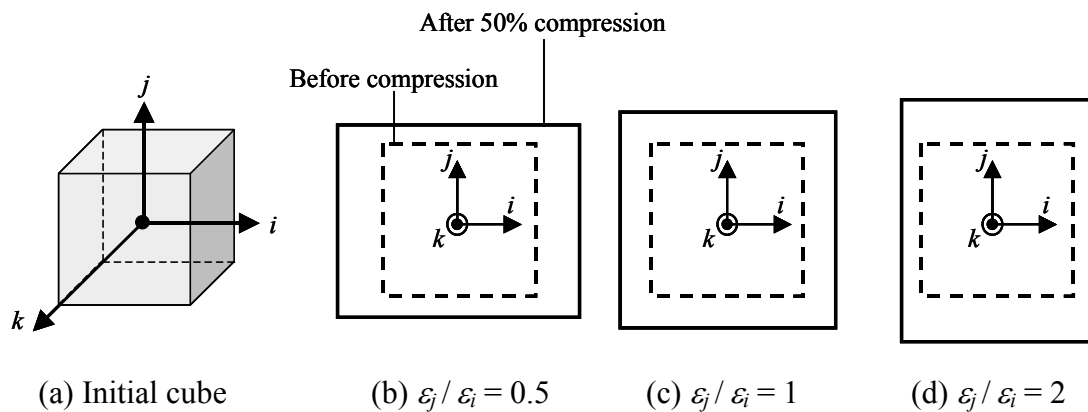


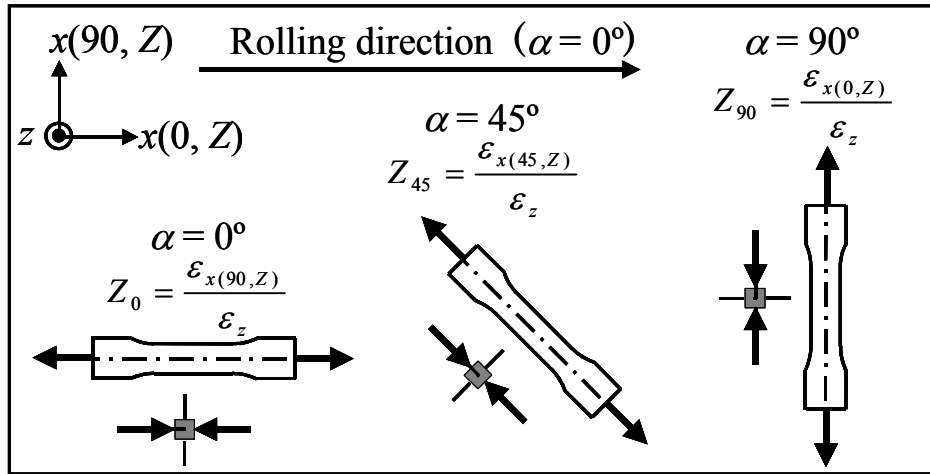
Fig. 3-2 Schematic illustration of small-cube compression test

### 3.3.2 板材の塑性異方性測定法および測定結果<sup>155)</sup>

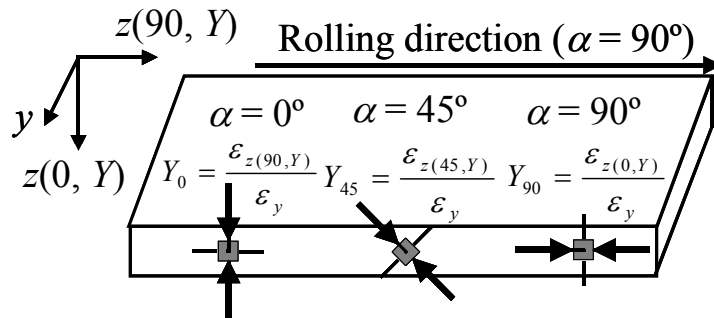
#### (a) 引張試験(従来法)と小立方体圧縮試験

いくつかの板材に対して、従来の引張試験での  $r$  値と小立方体圧縮試験での  $r$  値とを比較する。板材は、AA6016 ( $t = 1.0$  mm), C1100 ( $t = 1.0$  mm), 270 MPa 級鋼板 ( $t = 3.2$  mm), 590 MPa 級鋼板 ( $t = 3.2$  mm), 270 MPa 級鋼板 ( $t = 2.3$  mm) を用いる。引張試験片と一辺 1 mm の小立方体を  $Z$  面内で Fig. 3-3(a) のように、圧延方向から  $\alpha$  傾けて切り出し、引張試験と圧縮試験をそれぞれ行い、 $Z_\alpha$  値を測定する。

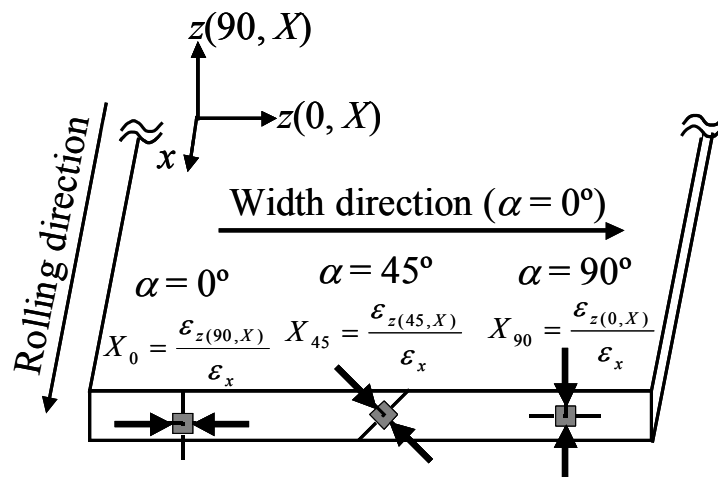
Fig. 3-4 に AA6016 から切り出した小立方体の圧縮面を示す。圧縮率は約 50% で、潤滑剤は牛脂である。Fig. 3-4(a),  $\alpha = 0^\circ$  方向の圧縮では、圧縮前、正方形であった断面は、圧縮後もおおむね正方形を維持している。圧縮前、 $z \times x(90, Z) = 1.004 \times 0.985$  であった寸法は、圧縮後、 $1.433 \times 1.383$  となった。したがって、 $Z_0 = \varepsilon_{x(90, Z)} / \varepsilon_z = 0.339 / 0.356 = 0.95$  となる。一方、Fig. 3-4(b),  $\alpha = 45^\circ$  方向の圧縮では、 $z$  方向に伸びた長方形となる。圧縮前、 $z \times x(45, Z) = 1.003 \times 0.990$  であった寸法は、圧縮後、 $1.629 \times 1.194$  となり、 $Z_{45} = \varepsilon_{x(45, Z)} / \varepsilon_z = 0.187 / 0.485 = 0.39$  となった。



(a) Thickness plane (Z-plane)



(b) Width plane (Y-plane)



(c) Rolling plane (X-plane)

Fig. 3-3 Positions to cut specimens and directions of tensile or compression for Block

次に、引張試験と小立方体圧縮試験の  $Z_\alpha$  値を比較する。Fig. 3-5(a)は AA6016 の例で、15%引張と15%圧縮の  $Z_\alpha$  値は  $22.5^\circ$ - $60^\circ$  で一致し、 $0^\circ$ ,  $15^\circ$ ,  $67.5^\circ$ ,  $75^\circ$ ,  $90^\circ$  では15%圧縮の方が少し大きい。圧縮率30%, 50%では、引張の  $Z_\alpha$  値より圧縮の方が少し大きい。後述するように圧縮面の摩擦が若干影響し、 $Z_\alpha$  値が少し大きく表れたと見られる。C1100 (Fig. 3-5(b)) では、全体的に、引張の  $Z_\alpha$  値より圧縮の方が大きい。270 MPa 級鋼板 (Fig. 3-5(c)) では、引張と圧縮の  $Z_\alpha$  値は精度良く一致している。590, 780 MPa 級鋼板 (Fig. 3-5(d), (e)) では、 $0^\circ$  で引張の  $Z_\alpha$  値より圧縮の方が大きく、 $45^\circ$ ,  $60^\circ$  では、圧縮の方が小さくなった。これは、やはり圧縮面の摩擦により、材料の自由な流動が抑制され、ひずみ比が1に近づいたためだと考える。摩擦と塑性異方性の関係については、第4章で考察する。

以上のように、小立方体圧縮試験の  $Z_\alpha$  値は、引張試験の  $Z_\alpha$  値と同様な分布を示した。潤滑状態を良好に保つことに注意すれば、引張試験の結果とほぼ同じ  $r$  値を小立方体圧縮試験でも測定できるといえる。

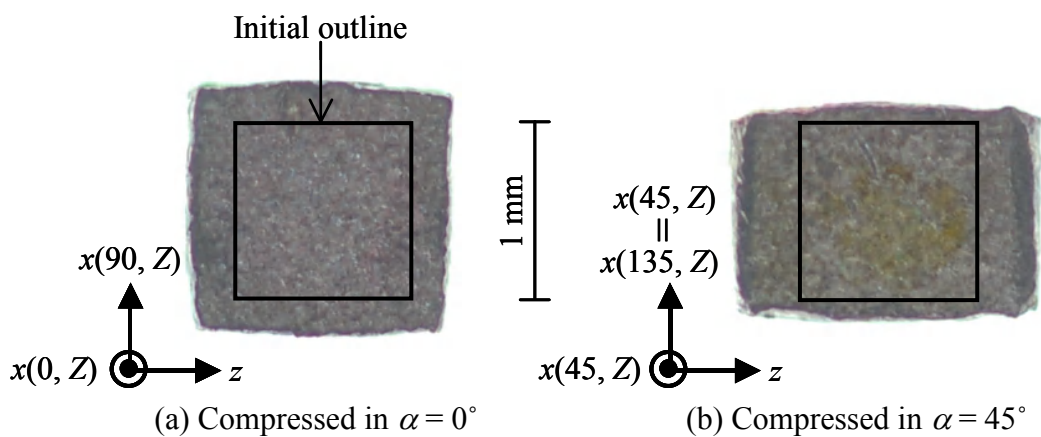
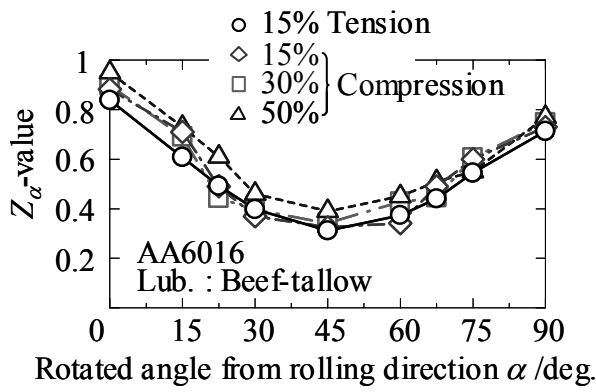
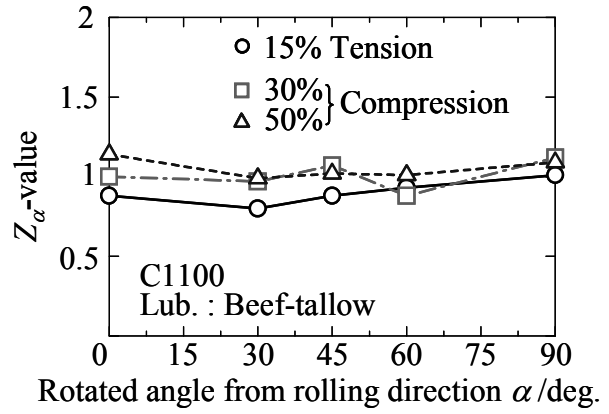


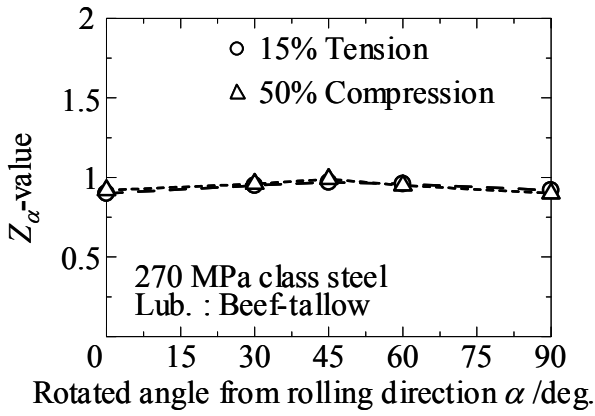
Fig. 3-4 Examples of small-cube compression test for AA6016 sheet



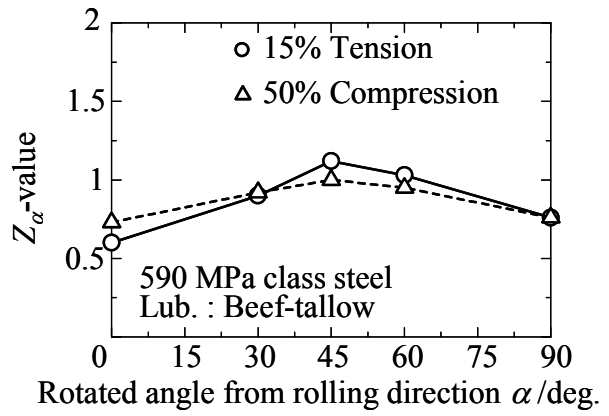
(a) AA6016



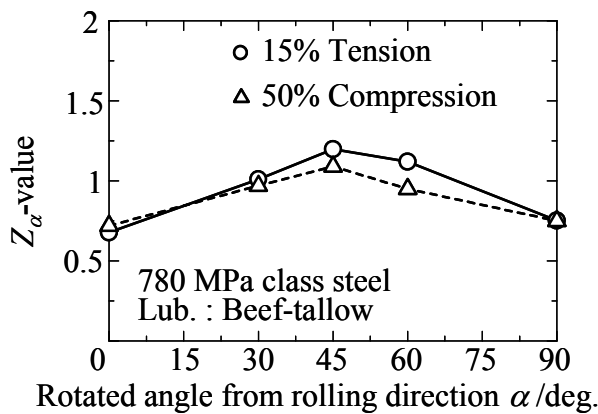
(b) C1100



(c) 270 MPa HSS



(d) 590 MPa HSS



(e) 780 MPa HSS

Fig. 3-5 Comparison between conventional tension test and small-cube compression test

**(b) Hill (1948) の塑性異方性係数**

Hill の塑性異方性係数を求めるには, Fig. 3-3 のように, 各面内で  $0^\circ$  もしくは  $45^\circ$  回転させた小立方体を圧縮し, 9 個の  $r$  値を測定すればよい. これらのうち, 式(3-12) の関係より, 同値のものを省いた 5 個の  $r$  値 ( $X_{45}, Y_{45}, Z_0, Z_{45}, Z_{90}$ ) を測定すれば十分である. これらの  $r$  値と  $H$  を用いて Hill の塑性異方性係数  $F, G, L, M, N$  を表せば,

$$\begin{aligned}
 F &= X_0 H = \frac{1}{Z_{90}} H \\
 G &= Y_{90} H = \frac{1}{Z_0} H \\
 L &= (0.5 + X_{45}) \left( \frac{1}{X_0} + \frac{1}{X_{90}} \right) F = (0.5 + X_{45}) \left( 1 + \frac{1}{Z_0} \right) H \\
 M &= (0.5 + Y_{45}) \left( \frac{1}{Y_0} + \frac{1}{Y_{90}} \right) G = (0.5 + Y_{45}) \left( 1 + \frac{1}{Z_{90}} \right) H \\
 N &= (0.5 + Z_{45}) \left( \frac{1}{Z_0} + \frac{1}{Z_{90}} \right) H
 \end{aligned} \tag{3-20}$$

となる. ここで, 式(2-10)より,  $C$  を  $Y_x, Y_y, Y_z$  の中から決めれば  $H$  が求まる.

$$\begin{aligned}
 C = Y_x &\Rightarrow H = \frac{2Z_0 Z_{90}}{Z_0 + Z_{90}} \\
 C = Y_y &\Rightarrow H = \frac{2Z_{90}}{1 + Z_{90}} \\
 C = Y_z &\Rightarrow H = \frac{2Z_0}{1 + Z_0}
 \end{aligned} \tag{3-21}$$

Table 3-3 に各種材料の  $r$  値を示す. AA6016 では,  $Z_{45}, Z_{90}$  が 1 より小さく,  $Z$  面内で  $r$  値が異なる. 一方, C1100 では  $Z$  値はおおむね 1 であり,  $Z$  面内での差は小さい. 270 MPa 級鋼板では,  $r$  値はおおむね 1 であり, 等方性材料とみなせる. 590, 780 MPa 級鋼板は, AA6016 ほどではないが, 面内異方性が認められた.

Table 3-4 に Hill の 2 次塑性異方性係数を示す. ここでは,  $C = Y_z$  として, 塑性異方性係数を特定した. 等方性であれば,  $F = G = H = 1, L = M = N = 3$  であるから, C1100 や 270MPa 級鋼板は等方性に近く, そのほかの材料は塑性異方性が認められた. AA6016 は  $N = 1.8$  が特異であり, 590, 780MPa 級鋼板はそれぞれの  $F, G, H$  が等しく,  $L, M, N$  が異なった.

Table 3-3 Values of  $X_\alpha$ ,  $Y_\alpha$ , and  $Z_\alpha$  of sheet and Block

Materials	$r$ -values								
	$X_0$	$X_{45}$	$X_{90}$	$Y_0$	$Y_{45}$	$Y_{90}$	$Z_0$	$Z_{45}$	$Z_{90}$
AA6016		-			-		0.95	0.39	0.77
C1100		-			-		1.1	1.0	1.1
270 MPa class steel	$=1/Z_{90}$	0.98	$=Z_0/Z_{90}$	$=Z_{90}/Z_0$	1.0	$=1/Z_0$	0.92	0.99	0.90
590 MPa class steel		1.5			1.0		0.73	1.0	0.76
780 MPa class steel		1.7			1.3		0.72	1.1	0.75

Table 3-4 Hill's coefficients of sheet and Block

Materials	$F$	$G$	$H$	$L$	$M$	$N$	$C$
AA6016	1.1	0.90	0.85	-	-	1.8	$Y_z$
C1100	1.0	0.98	1.1	-	-	3.0	
270 MPa class steel	1.0	0.99	0.91	2.9	2.8	3.0	
590 MPa class steel	0.89	1.1	0.80	3.5	2.6	3.2	
780 MPa class steel	0.89	1.1	0.80	3.4	3.3	3.5	

### 3.3.3 ブロック材における板厚方向塑性異方性分布

A1050-F ( $t=15$  mm) のブロック材について、表層と中心部の塑性異方性を調べた。表面からの距離を  $t$  とすると、 $t=0.5$  mm, 7.5 mm を中心に、一辺 1 mm の立方体を切り出し、所定の方向より圧縮し、Hill の塑性異方性を算出した。Table 3-5 に塑性異方性係数を示す。 $t=0.5$  mm (表層) では  $F=G>H$  であり、 $z$  方向の塑性異方性が特に強く、 $x$  と  $y$  方向の塑性異方性の程度の差はほとんどない。また、 $L$  が小さいことも特異である。一方、 $t=7.5$  mm (中心層) では、 $G>F>H$  であり、 $x, y$  方向の塑性異方性は異なり、表層とは異なった塑性異方性を示した。精密板鍛造などでは、このような板厚方向の塑性異方性によって、材料流動が異なることも予想され、成形精度への影響に注意が必要である。

Table 3-5 Hill's coefficients for A1050 Block

$t$ /mm	$F$	$G$	$H$	$L$	$M$	$N$
0.5 (surface)	1.0	1.0	0.12	1.5	2.2	2.7
7.5 (center)	0.57	1.4	0.44	3.4	2.5	3.2

### 3.3.4 管・棒材の塑性異方性測定法および測定結果<sup>156)-159)</sup>

#### (a) 小立方体圧縮試験の再現性

一般に、管・棒材の塑性異方性主軸は $(r, \theta, z)$ と考えられる。棒材から小立方体を Fig. 3-6 のように、各面の法線が $(r, \theta, z)$ と一致するような試験片を切り出せば、各面をほぼ $R, \theta, Z$ 面とみなせる。この近似により $z$ 方向のみならず、 $r$ や $\theta$ 方向からも単純に圧縮できるようになる。中心が $a$ にくる一辺 $c$ の小立方体では、近似 $\theta$ 面の偏角 $\gamma$ に対して

$$\cos \gamma = \left\{ 1 + \left( \frac{1}{2a} \right)^2 \right\}^{-\frac{1}{2}} \quad (3-22)$$

となる。後述の一辺 $1\text{ mm}$ の立方体では、 $a = 1\text{ mm}$ で $\gamma = 26.6^\circ$  ( $\cos \gamma = 0.894$ )となり、 $\gamma$ の影響は少し大きい。が、 $a > 2.5\text{ mm}$ では $\gamma < 11.3^\circ$  ( $\cos \gamma > 0.981$ )程度となる。

例として、A6063 ( $\phi 16.8, a = 6.5\text{ mm}$ ) および SUS430 ( $\phi 10, a = 3.5\text{ mm}$ ) から一辺 $1\text{ mm}$ の小立方体をワイヤカットで切り出した。これを平行工具で $\theta$ 方向に圧縮し、圧縮端面における各辺中央の $r$ 方向と $z$ 方向の長さを測定し、 $\varepsilon_r$ と $\varepsilon_z$ を算出した。潤滑には牛脂を用い、圧縮率は約 $50\%$ である。圧縮後の試験片上端面を Fig. 3-7 に示す。図中の実線は元の輪郭である。A6063では $z$ 方向に長い長方形で、SUS430ではほぼ正方形に近い。A6063で $\varepsilon_z / \varepsilon_r = 2.6$ 、SUS430で $\varepsilon_z / \varepsilon_r = 1.0$ となる。A6063の塑性異方性はSUS430より強い。S25C, C1100 ( $\phi 10, a = 3.5\text{ mm}$ )を加え、 $r$ および $\theta$ 方向圧縮をそれぞれ3回ずつ行い、Fig. 3-8を得た。A6063では $\varepsilon_z / \varepsilon_\theta = G/H = 2.4, 2.5, 2.6$ より平均で $2.5$ となる。その他の材料の $\varepsilon_z / \varepsilon_\theta$ や $\varepsilon_z / \varepsilon_r$ のばらつきも小さい。小立方体圧縮試験の再現性は良好といえる。

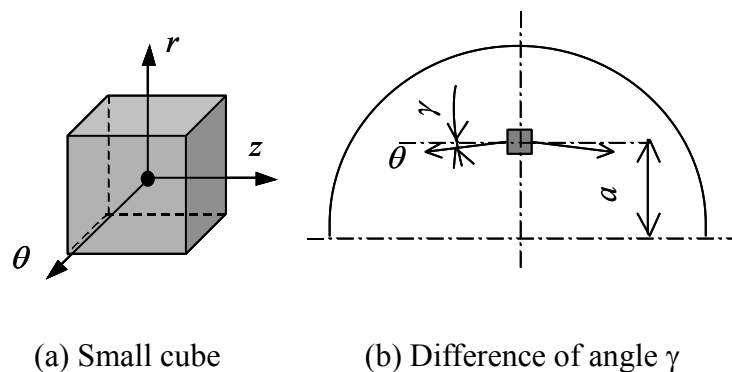


Fig. 3-6 Specimen of small-cube compression test for bar



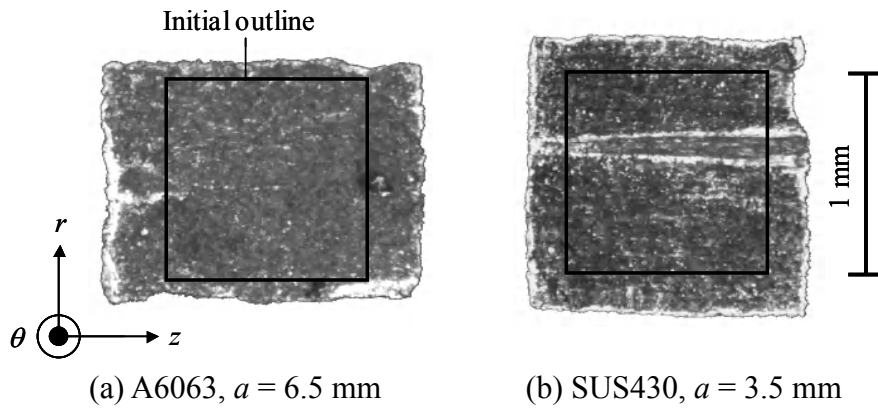


Fig. 3-7 Examples of small-cube compression test for bar

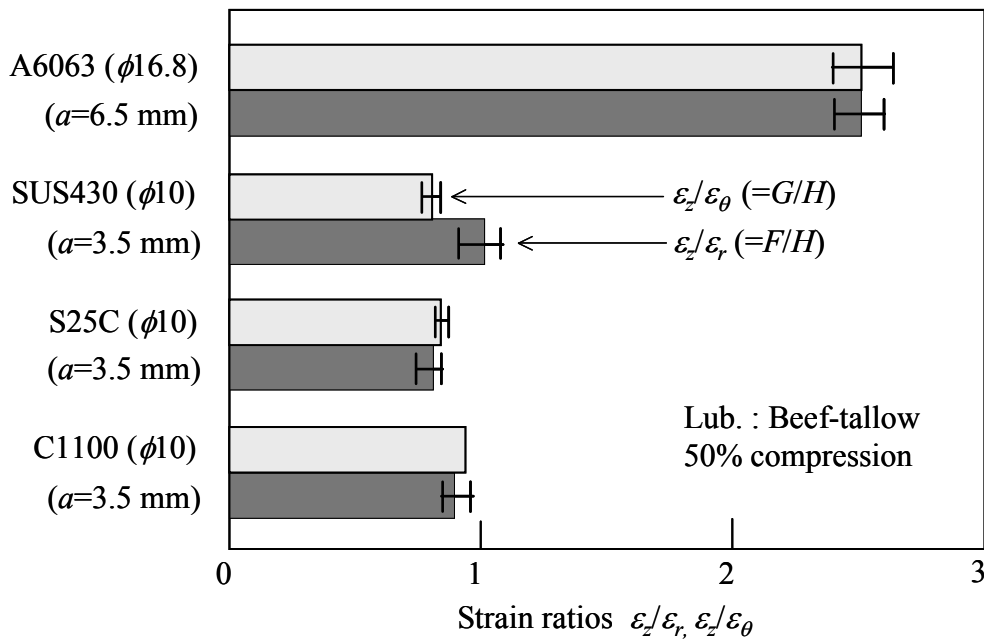


Fig. 3-8 Reliability of small-cube compression test

### (b) Hill の塑性異方性係数

管・棒材の Hill の塑性異方性係数を求める場合は、各面内において、 $0^\circ$ もしくは $45^\circ$ 回転させて切り出し、先述の各面内の基準方向に対し、 $\alpha=0^\circ, 45^\circ, 90^\circ$ 方向から圧縮する。つまり、9個の  $r$  値を測定すればよい。Fig. 3-9 に管材における小立方体切り出しの位置と方向を示す。今回用いた管材は、外径 17.8 mm、厚さ 1.4 mm の薄肉

管で、肉厚 (1.4 mm) を一辺とする立方体を切り出す。また、薄肉管については、 $R$  面内の塑性異方性  $R_\alpha$  値のみ測定する。Fig. 3-10 に棒材における小立方体切り出しの位置と方向を示す。 $R, \Theta, Z$  面の各面において、 $0^\circ$  もしくは  $45^\circ$  回転させて切り出した小立方体を圧縮すれば、9 個の  $r$  値が得られ、これらから Hill の 2 次塑性異方性係数すべてを決定できる。ここで、同値のものを省けば、式(3-19)の関係より、 $R_{45}, \Theta_{45}, Z_0, Z_{45}, Z_{90}$  の 5 個の  $r$  値を測定すれば十分となる。これらの  $r$  値と  $H$  を用いて Hill の塑性異方性係数  $F, G, L, M, N$  を表せば、

$$\begin{aligned}
 F &= R_0 H = \frac{1}{Z_{90}} H \\
 G &= \Theta_{90} H = \frac{1}{Z_0} H \\
 L &= (0.5 + R_{45}) \left( \frac{1}{R_0} + \frac{1}{R_{90}} \right) F = (0.5 + R_{45}) \left( 1 + \frac{1}{Z_0} \right) H \\
 M &= (0.5 + \Theta_{45}) \left( \frac{1}{\Theta_0} + \frac{1}{\Theta_{90}} \right) G = (0.5 + \Theta_{45}) \left( 1 + \frac{1}{Z_{90}} \right) H \\
 N &= (0.5 + Z_{45}) \left( \frac{1}{Z_0} + \frac{1}{Z_{90}} \right) H
 \end{aligned} \tag{3-23}$$

となる。ここで、式(2-10)より、 $C$  を  $Y_x, Y_y, Y_z$  の中から決めれば、 $H$  が求まる。

$$\begin{aligned}
 C = Y_r &\Rightarrow H = \frac{2Z_0 Z_{90}}{Z_0 + Z_{90}} \\
 C = Y_\theta &\Rightarrow H = \frac{2Z_{90}}{1 + Z_{90}} \\
 C = Y_z &\Rightarrow H = \frac{2Z_0}{1 + Z_0}
 \end{aligned} \tag{3-24}$$

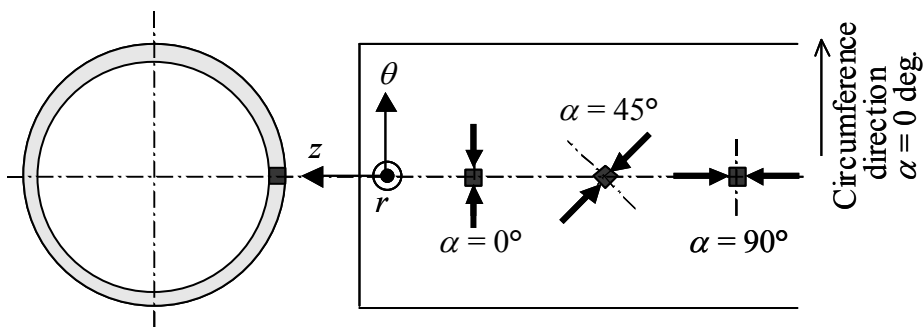
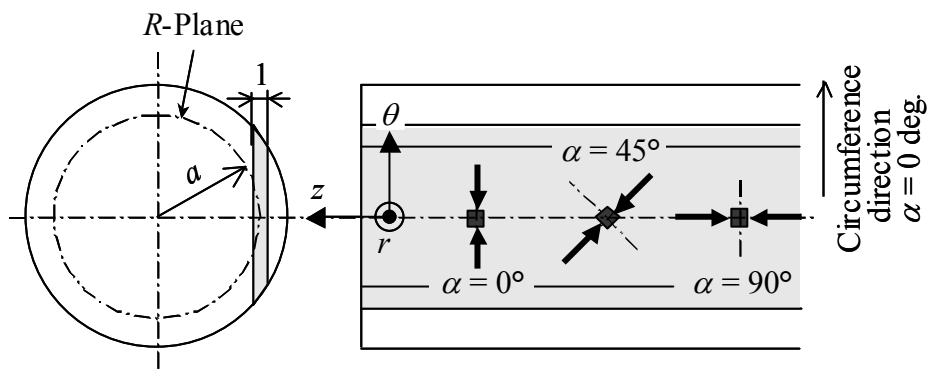
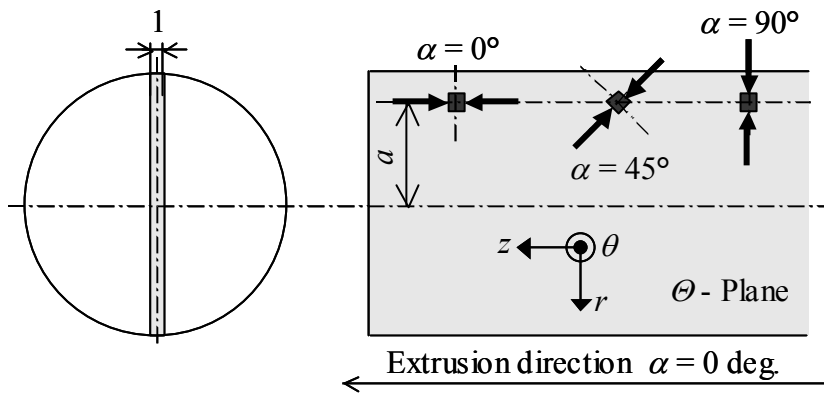


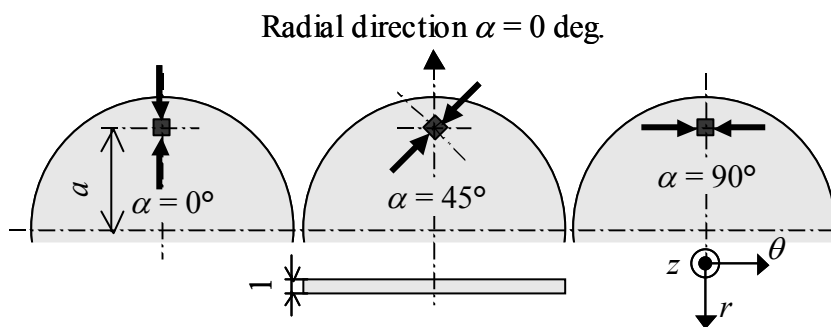
Fig. 3-9 Positions to cut cubes and directions of compression for tube



(a) Radial plane



(b) Circumferential plane



(c) Extruding plane

Fig. 3-10 Positions to cut cubes and directions of compression for bar

Table 3-6 に小立方体圧縮試験により測定した棒・管材の  $r$  値を示す。材料は、管材として、A1050 ( $\phi 17.8, t = 1.4$  mm), A6063 ( $\phi 17.8, t = 1.4$  mm), 棒材として、A1050 ( $\phi 16.8, a = 6.5$  mm), A6063 ( $\phi 16.8, a = 6.5$  mm), SUS430 ( $\phi 10, a = 3.5$  mm), S25C ( $\phi 10, a = 3.5$  mm), C1100 ( $\phi 10, a = 3.5$  mm) である。管材 A1050, A6063 では,  $R_0 (=1/Z_{90}) > 1, R_{45} < 1, R_{90} (=Z_0/Z_{90}) > 1$  であり, A6063 の方が強い塑性異方性であった。棒材では, S25C や, C1100 などは,  $r$  値が 1 に近く, 塑性異方性は小さい。A6063 は  $Z$  面の面内異方性は小さいが, 垂直異方性は他の材料と比べて強い。

Table 3-7 に管・棒材の Hill の 2 次塑性異方性係数を示す。等方性なら  $F = G = H = 1, L = M = N = 3$  となるので, 管材 A1050, A6063 では,  $H$  が特に小さい, つまり,  $z$  方向の変形が  $r, \theta$  方向の変形と比べて優勢と言える。棒材 A1050, A6063 についても,  $H$  が小さく, 同様のことがいえる。また, 棒材 A6063 では,  $L, M, N$  が 2 未満であることも特異である。SUS430 では, 他の棒材がほぼ  $F/G \doteq 1$  であるのに対し,  $F/G = 1.2$  であるのが特徴である。

Table 3-6 Values of  $R_\alpha, \Theta_\alpha,$  and  $Z_\alpha$  for tube and bar

Materials	$r$ -values								
	$R_0$	$R_{45}$	$R_{90}$	$\Theta_0$	$\Theta_{45}$	$\Theta_{90}$	$Z_0$	$Z_{45}$	$Z_{90}$
Tube, A1050		0.85			-		1.1	-	0.58
Tube, A6063		0.38			-		1.3	-	0.46
Bar, A1050		0.68			0.59		0.36	1.1	0.40
Bar, A6063	$=1/Z_{90}$	0.34	$=Z_0/Z_{90}$	$=Z_{90}/Z_0$	0.32	$=1/Z_0$	0.40	0.43	0.40
Bar, SUS430		0.63			0.58		1.2	0.70	1.0
Bar, S25C		1.0			0.94		1.2	1.3	1.2
Bar, C1100		1.1			1.1		1.1	1.3	1.1

Table 3-7 Hill's coefficients for tube and bar

Materials	$F$	$G$	$H$	$L$	$M$	$N$	$C$
Tube, A1050	0.94	1.06	0.55	2.2	-	-	$Y_z$
Tube, A6063	0.88	1.12	0.40	1.3	-	-	
Bar, A1050	0.95	1.1	0.38	1.9	1.3	3.2	
Bar, A6063	1.0	1.0	0.40	1.2	1.1	1.9	
Bar, SUS430	1.1	0.89	1.1	2.2	2.4	2.4	
Bar, S25C	0.98	1.0	1.2	3.2	3.2	3.6	
Bar, C1100	0.97	1.0	1.1	3.3	3.4	3.5	

### 3.3.5 棒材における半径方向塑性異方性分布<sup>160)</sup>

直径 16.8 mm の A6063-T1 押出し棒材において、半径  $a = 1.0, 2.0, 4.5, 5.5, 6.5, 7.2$  および  $7.9$  (表面含む) mm の位置を中心に、一辺 1 mm の小立方体を切り出した。この小立方体をそれぞれ、 $r, \theta, z$  方向に圧縮した。Fig. 3-11 に塑性異方性の半径方向分布を示す。半径方向で塑性異方性は異なり、中心や表層で強い塑性異方性を示した。 $a = 6.5$  mm で、ひずみ比  $\varepsilon_z/\varepsilon_r$  と  $\varepsilon_z/\varepsilon_\theta$  は最小であるが、 $\varepsilon_z/\varepsilon_r = 1.9, \varepsilon_z/\varepsilon_\theta = 2.2$  であり、塑性異方性は強い。ここで、 $(F/G) \times (G/H) \times (H/F) = 1$  であるが、 $a = 7.9$  mm では、1.4 となった。ここでの  $\varepsilon_z/\varepsilon_\theta (= G/H)$  は圧縮上面 ( $a = 8.4$  mm) で 10、圧縮下面 ( $a = 7.4$  mm) で 2.2 であり、上下面の  $z, \theta$  方向の辺長をそれぞれ平均して求めた  $\varepsilon_z/\varepsilon_\theta$  は 4.1 であった。表層部では、立方体内部で  $\varepsilon_z/\varepsilon_\theta$  が異なった。また、 $z$  方向の変形は、半径方向の位置  $a$  によらず、 $r, \theta$  方向の変形より優勢となった。 $a \leq 5.5$  mm では、 $\varepsilon_r \doteq \varepsilon_\theta$  であり、 $a > 5.5$  mm では、 $\theta$  方向よりも  $r$  方向の変形が優勢であった。

この棒の断面 ( $Z$  面) の金属組織を観察し、ODF 解析および極点図を測定した。Fig. 3-12 に金属組織観写真を示す。組織観察位置は  $a = 2.0, 6.5, 7.9$  mm である。平均結晶粒径  $\bar{d}$  は外周に向かって順に 120, 60, 40  $\mu\text{m}$  と小さくなっている。 $a = 7.9$  mm においては外周から 400  $\mu\text{m}$  内側で  $\bar{d} = 30$   $\mu\text{m}$  で最も小さく、外周面から 200  $\mu\text{m}$  の深さまでは  $\bar{d} = 60$   $\mu\text{m}$  になっている。Fig. 3-13 に ODF 解析結果を、Fig. 3-14~Fig. 3-16 に極点図を示す。 $a = 2.0$  mm において、繊維状組織とみられる ND-rotated Cube および  $\{013\} \langle 331 \rangle$  方位近くに集積が測定された。一方、 $a = 7.9$  mm では  $\{001\} \langle 100 \rangle$  が優先方位であり、再結晶した組織と言える。これらは、棒材が押出し加工を受けて製造される過程で、表層ではせん断変形を強く受け、再結晶が進み、中心付近では再結晶が進まず、押出し加工により繊維状組織になったためと考えられる。

以上より、集合組織の違いが、小立方体圧縮後のひずみ比に現れ、その結果、半径方向でひずみ比 (塑性異方性係数) が異なると考えられる。

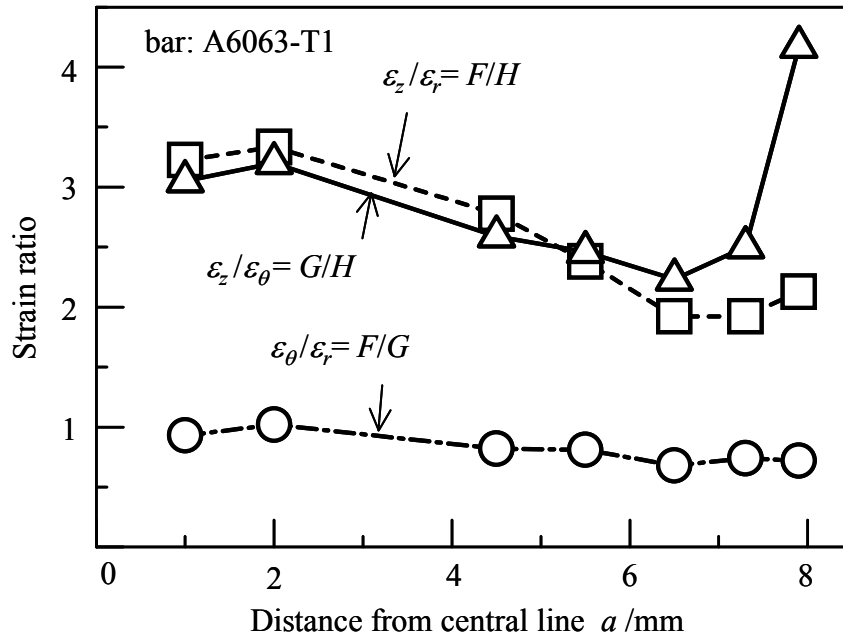


Fig. 3-11 Distribution of strain ratios for A6063 extruded bar

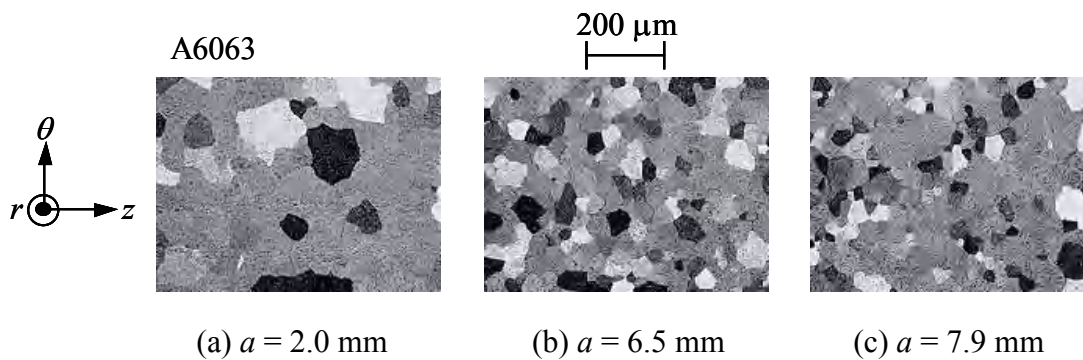
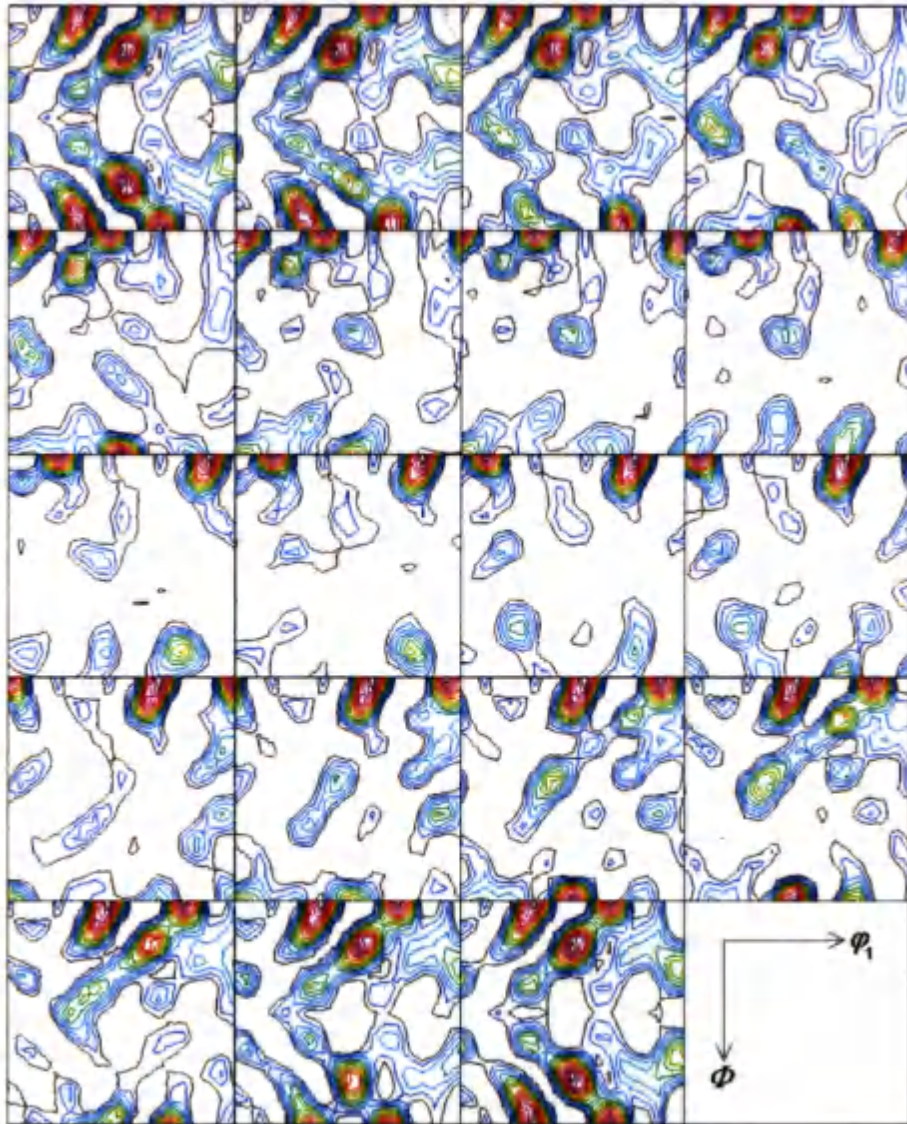


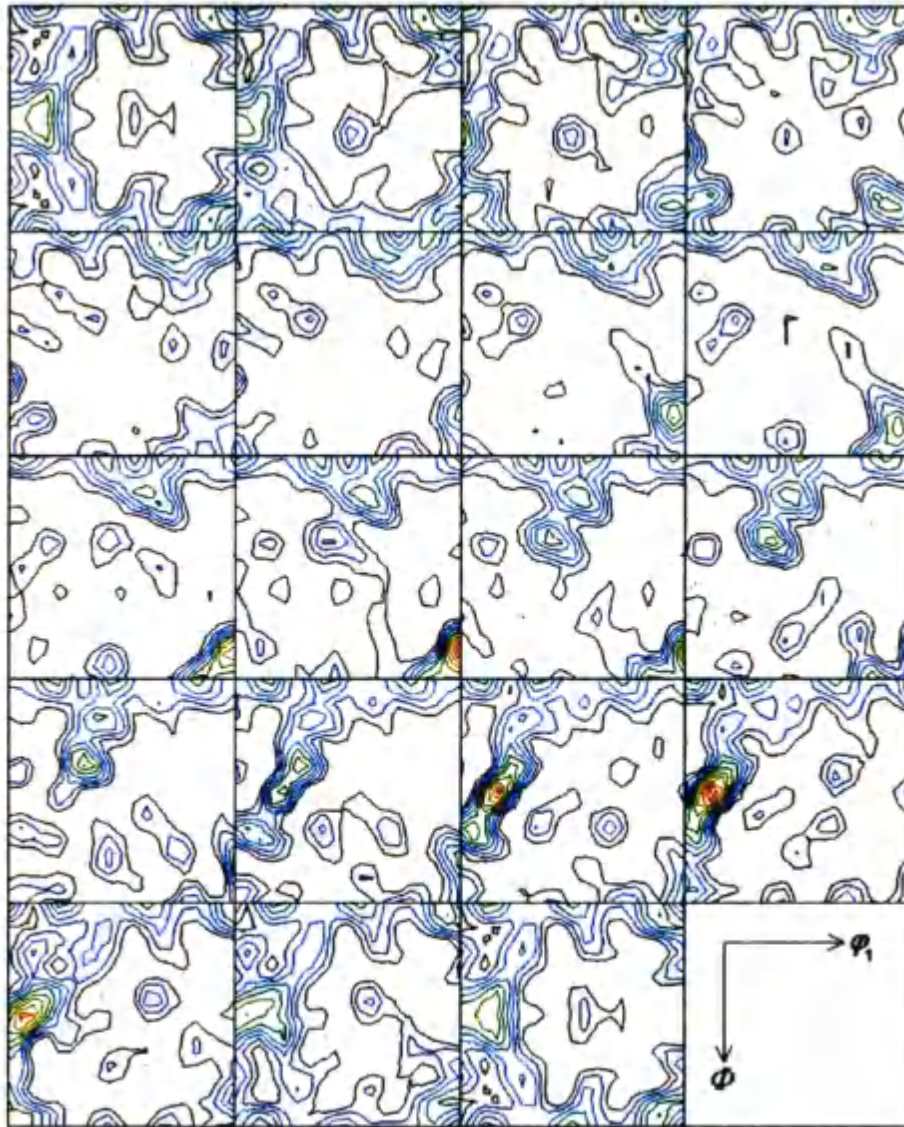
Fig. 3-12 Distribution of textures A6063 extruded bar



Contour Levels: 1.0 2.0 3.0 4.0 5.0 6.0 7.0 8.0 9.0 10.0 11.0 12.0 13.0 14.0 1

(a)  $a = 2.0$  mm

Fig. 3-13 ODF analysis for A6063 extruded bar

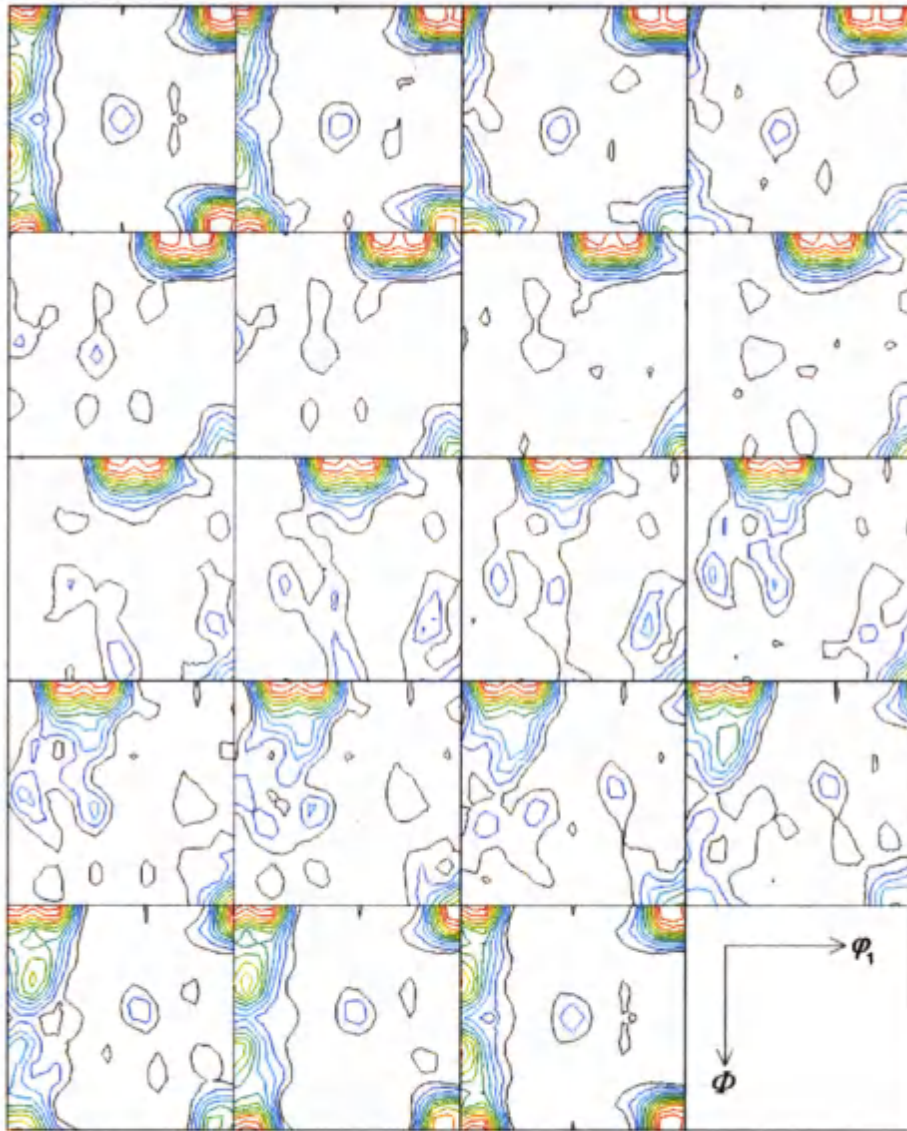


Contour Levels: 1.0 2.0 3.0 4.0 5.0 6.0 7.0 8.0 9.0 10.0 11.0

(b)  $a = 6.5$  mm

Fig. 3-13 ODF analysis for A6063 extruded bar





Contour Levels: 1.0 2.0 3.0 4.0 5.0 6.0 7.0 8.0 9.0 10.0 11.0

(c)  $a = 7.9$  mm

Fig. 3-13 ODF analysis for A6063 extruded bar

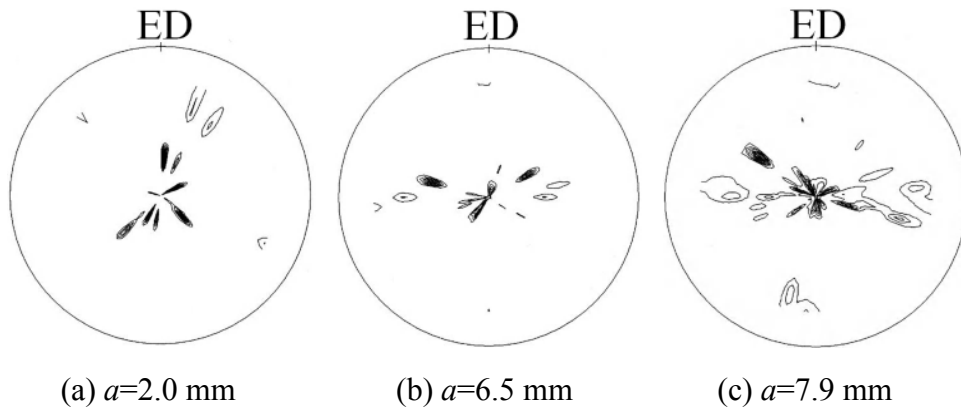


Fig. 3-14 (001) Pole figures

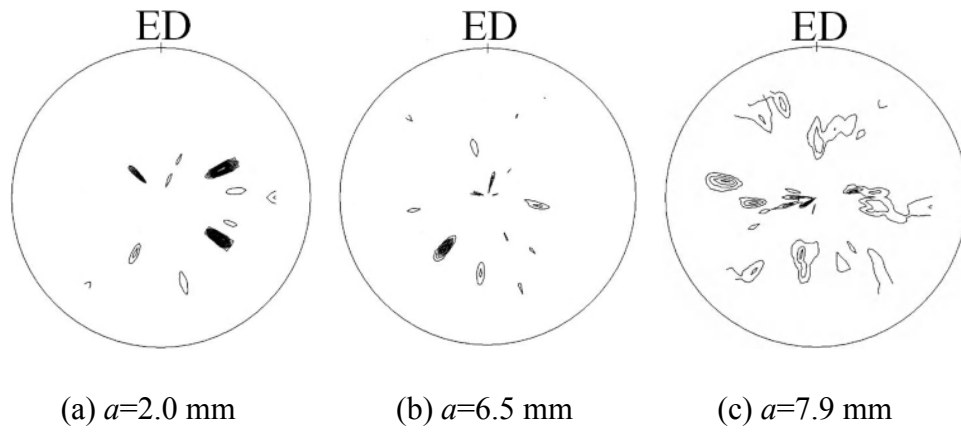


Fig. 3-15 (011) Pole figures

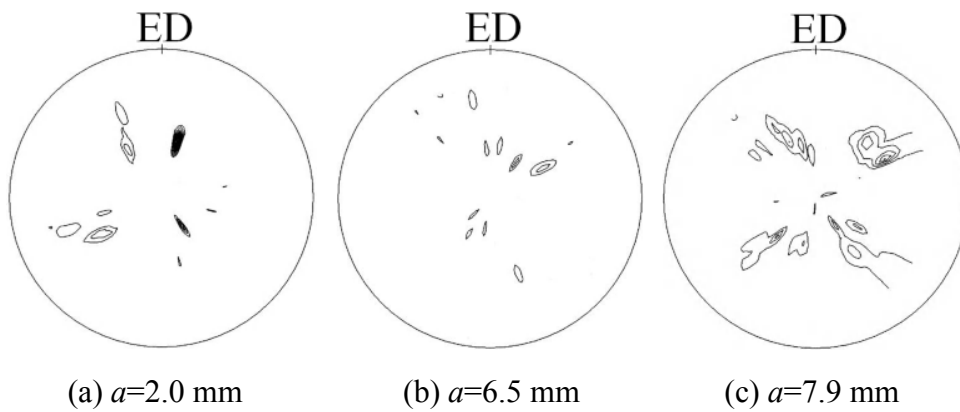


Fig. 3-16 (111) Pole figures

Fig. 3-17 に A2017 押し棒における塑性異方性の半径方向分布を示す。内部と表層部で塑性異方性の優勢な方向が異なっている。内部では  $z$  方向よりも  $\theta$  方向への変形が優勢であり、逆に、表層では  $\theta$  方向よりも  $z$  方向への変形が優勢であった。Fig. 3-18 に金属組織観写真を示す。結晶組織は内部と表層で異なる。表層では組織が粗大化しており、再結晶したと考えられ、塑性異方性にも影響が現れたと考えられる。

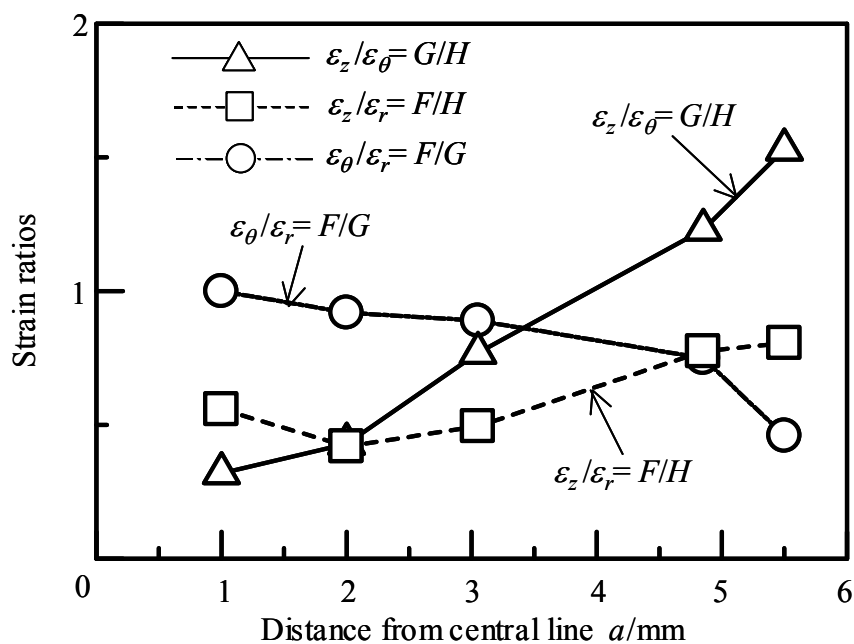


Fig. 3-17 Distribution of strain ratios for A2017 extruded bar

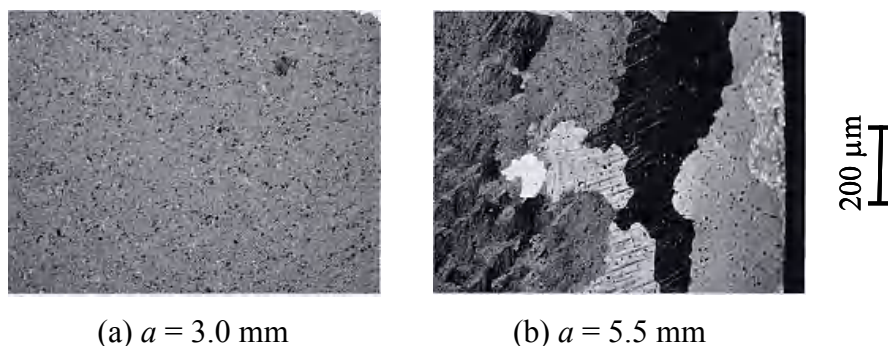


Fig. 3-18 Distribution of textures for A2017 extruded bar

Fig. 3-19 に A1050 押し棒における塑性異方性の半径方向分布を示す.  $a = 6.5 \text{ mm}$  で塑性異方性が小さくなり, 外周でもっとも強い塑性異方性を示し, A6063 押し棒と似た挙動を示している. Fig. 3-20 に金属組織観写真を示す.  $a = 1.0 \text{ mm}$  では粒径  $\bar{d} = 350 \mu\text{m}$  の粗大粒と  $\bar{d} = 50 \mu\text{m}$  程度の結晶粒も散在している.  $a = 4.0, 7.9 \text{ mm}$  では  $\bar{d} = 100, 50 \mu\text{m}$  であった. 表層から  $400 \mu\text{m}$  内で  $\bar{d} = 30 \mu\text{m}$  と最も小さくなっている. 半径方向で金属組織が異なり, 対応する位置の塑性異方性も異なると考えられる.

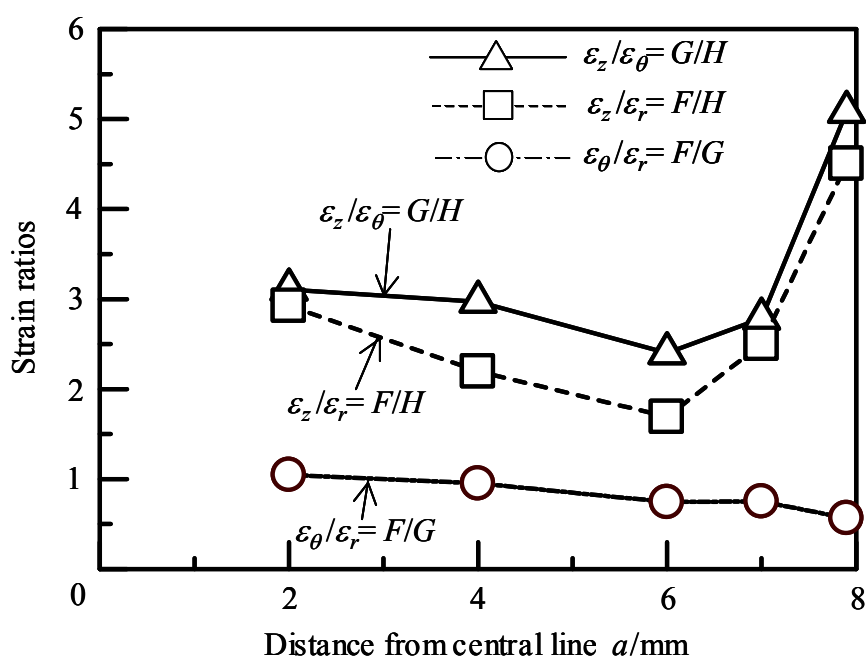
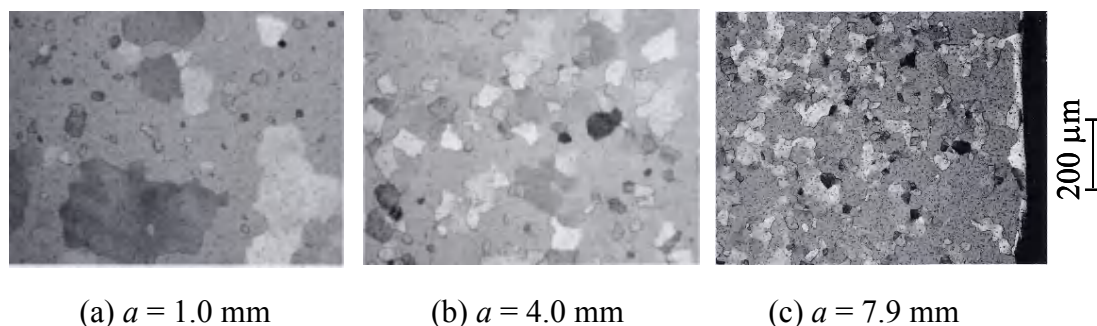


Fig. 3-19 Distribution of strain ratios for A1050 extruded bar



(a)  $a = 1.0 \text{ mm}$       (b)  $a = 4.0 \text{ mm}$       (c)  $a = 7.9 \text{ mm}$

Fig. 3-20 Distribution of textures for A1050 extruded bar

Fig. 3-21 に S25C の半径方向塑性異方性分布を示す. 半径方向で塑性異方性はほぼ一定であった.  $\varepsilon_\theta/\varepsilon_r = 1$  であり,  $\varepsilon_z/\varepsilon_r = 0.8$ ,  $\varepsilon_z/\varepsilon_\theta = 0.8$  であるから,  $z$  方向よりも  $r, \theta$  方向の変形が優勢であるが, アルミニウム合金と比べると塑性異方性は小さい.

Fig. 3-22 に SUS430 の半径方向塑性異方性分布を示す. 内部と表層では塑性異方性が異った. 内部よりも表層のほうが  $\theta$  方向に変形しやすく, アルミニウム合金や S25C などと比べ,  $\varepsilon_\theta/\varepsilon_r \neq 1$  であることが, 特異である.

Fig. 3-23 に C1100-F の半径方向塑性異方性分布を示す. ひずみ比  $\varepsilon_\theta/\varepsilon_r$ ,  $\varepsilon_z/\varepsilon_r$ ,  $\varepsilon_z/\varepsilon_\theta$  は半径方向に分布しておらず, おおむね 1 であった. 先述の材料と比べ, 等方性に近い材料である.

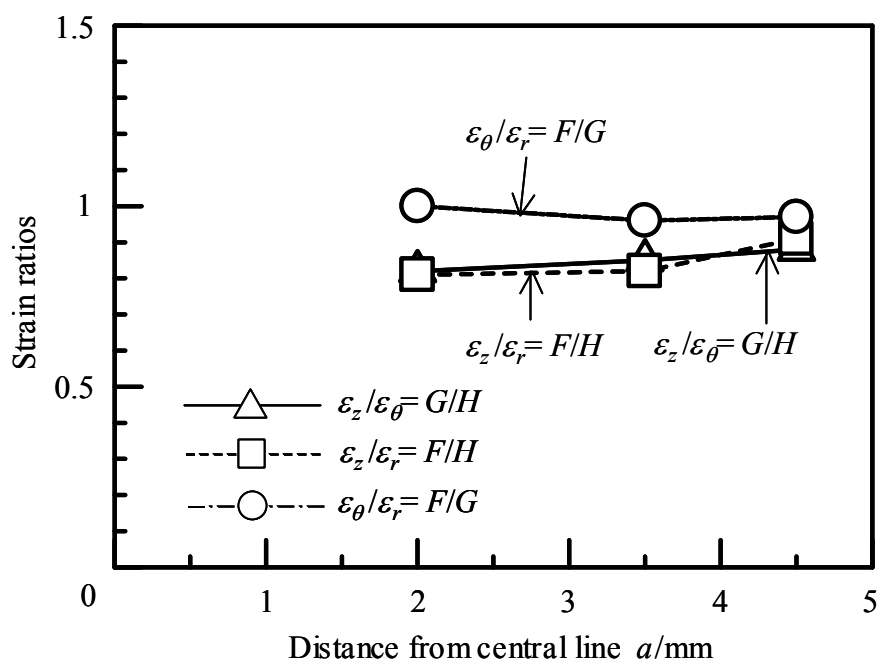


Fig. 3-21 Distribution of strain ratios for S25C rolled bar

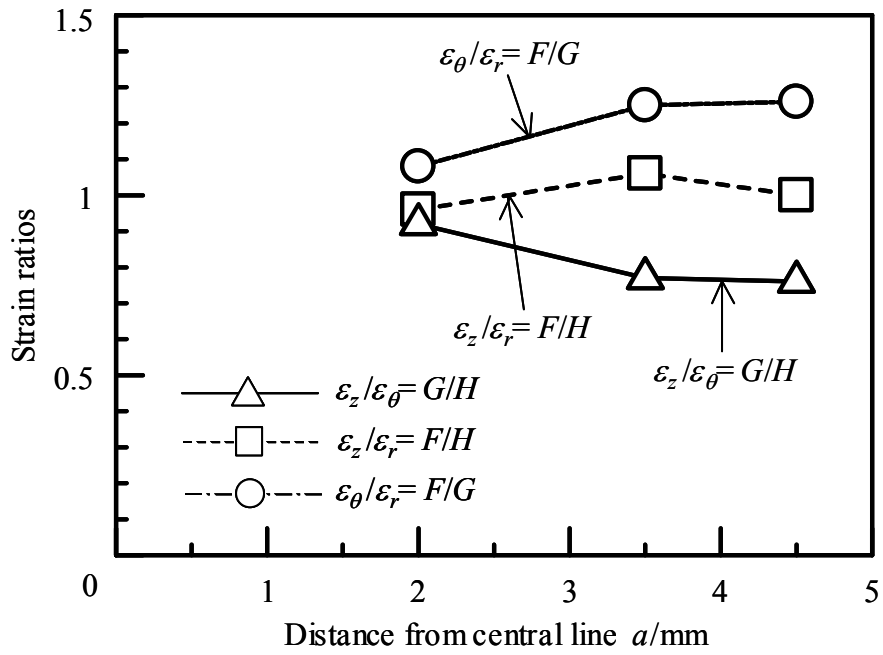


Fig. 3-22 Distribution of strain ratios for SUS430 rolled bar

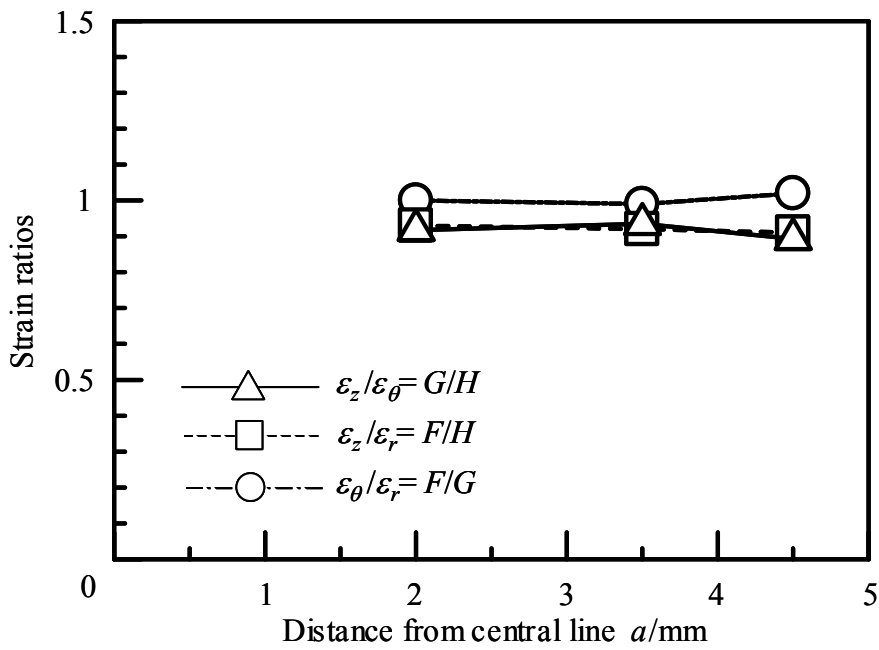


Fig. 3-23 Distribution of strain ratios for C1100 rolled bar

### 3.4 結言

バルク成形において異方性塑性理論を適用する始めとして、引張試験では測定困難な塑性異方性を測定するために、小立方体圧縮試験法を考案した。この試験法を用い、各面についての $r$ 値を測定し、Hillの2次塑性異方性係数を特定した。結果を以下にまとめる。

- 1) 薄板の引張試験における $r$ 値（幅と板厚のひずみ比）の考えを3次元的に拡張した。ブロック材では、圧延方向に垂直な $X$ 面、幅方向に垂直な $Y$ 面、板厚方向に垂直な $Z$ 面に対し、 $X_\alpha$ 値、 $Y_\alpha$ 値、 $Z_\alpha$ 値をそれぞれ定義した。管・棒では、半径方向に垂直な $R$ 面、円周方向に垂直な $\theta$ 面、押出し（引抜き、圧延）方向に垂直な $Z$ 面に対し、 $R_\alpha$ 値、 $\theta_\alpha$ 値、 $Z_\alpha$ 値をそれぞれ定義した。これらの $r$ 値を用いて、Hillの2次塑性異方性係数の算出方法を示した。
- 2) 各面における $r$ 値を測定するため、小立方体圧縮試験法を考案した。薄板から切り取った小立方体の圧縮試験における $r$ 値と従来の引張試験における $r$ 値はおおむね一致した。また、小立方体圧縮試験の再現性も良好であった。
- 3) 板・ブロック・管・棒材から切り出した小立方体を所定の方向から圧縮し、各面の $r$ 値を測定した。これらの値を用い、いくつかの材料に対し、Hillの2次塑性異方性係数を算出した。今回行った材料では、アルミニウム合金が強い塑性異方性を示し、低炭素鋼や純銅は比較的等方性に近かった。
- 4) 純アルミニウムのブロック材では、表層部で $F = G > H$ 、内部で $G > F > H$ であり、板厚方向で塑性異方性係数が異なった。内部では、圧延、板厚方向の変形と比べ幅方向の変形は小さかった。
- 5) アルミニウム合金押出し棒では、集合組織は半径方向で異なり、それを反映し、塑性異方性係数も半径方向で異なった。中心部で $F = G > H$ 、表層で $G > F > H$ となった。

## 第4章 塑性異方性と摩擦の影響<sup>161), 162)</sup>

### 4.1 緒言

冷間鍛造では、製品精度の向上や、金型寿命の向上などが大きな課題である。これらに対して、FEM 解析による材料流動の予測（金型への充満）や金型へのダメージ予測（金型形状の最適化）、金型材質の改善、表面処理の利用、高精度なプレス機の開発、潤滑剤の選定などが行われている。特に、FEM 解析などの CA 技術は年々改善され、急速に進歩している。さらなる精密な解析のためには、より現実に近い材料の機械的特性の測定や摩擦の推定も必要となる。特に、摩擦は材料の流動に大きく影響し、摩擦の大小によって解析結果は一般に異なる。また、第2章で例示したように、塑性異方性も材料流動に影響する。摩擦と塑性異方性を考慮した例として、リング変形における塑性異方性の影響が調べられている<sup>126), 127)</sup>。押出し棒より切り出したリングを圧縮すると、内径が楕円になると報告しているが、軸対称異方性が考慮されていない。それを考慮したリング圧縮の解析例<sup>128)</sup>もあるが、塑性異方性係数の算出は十分に合理的とは言えない。

一方、本研究では、小立方体圧縮試験により各面の  $r$  値を測定し、Hill の塑性異方性係数  $F, G, H, L, M, N$  を特定する方法を提案した。それらの試験では、できるだけ良好な潤滑下で圧縮を行っているので、試験結果への摩擦の影響は小さいと考えた。しかし、潤滑の仕方（潤滑剤）によっては各辺のひずみ比に対して、摩擦の影響は避けられないことも予想される。そこで、本章では、潤滑剤を変えて小立方体圧縮試験を行い、試験結果への摩擦の影響を調べる。次に、小立方体圧縮試験の FEM 解析を行う。すでに測定した Hill の塑性異方性係数を用い、摩擦係数を変えて解析し、詳細を検討する。一方、リング圧縮試験について、軸対称塑性異方性を考慮した FEM 解析を行い、ノモグラフを示す。また、試験片表面の潤滑状態の良し悪しを確認する。



## 4.2 摩擦が小立方体圧縮試験へ及ぼす影響<sup>163)</sup>

### 4.2.1 異なる潤滑下における小立方体圧縮試験

牛脂 (B), 牛脂黒鉛 (BG), VG100 (L), VG460 (H), ひまし油 (C) の5つの潤滑剤を用いて, 小立方体圧縮試験を行う. 小立方体は一辺 1 mm とし, 直径 16.8 mm の棒材 A6063 より, 半径  $a = 6.5$  mm を中心に切り出した. 各潤滑剤塗布前には, 小立方体と圧縮ダイをアセトンで十分に脱脂する. また, アセトン脱脂後, 潤滑剤を塗布しない (以下, Dry : D) 条件でも試験した. 圧縮ダイは SKD11 (Q. T., 786 HV) で, 表面粗さはラップ仕上げで  $0.8 \mu\text{m Rz}$  とした. 圧縮速度は  $0.1 \text{ mm/s}$  である.

Fig. 4-1 に牛脂黒鉛, VG100, Dry 下における小立方体の圧縮例を示す. それぞれの小立方体は  $r$  方向に 50% 圧縮した. 牛脂黒鉛潤滑では,  $z$  方向の伸びが優勢で,  $\varepsilon_z/\varepsilon_\theta = 2.5$  である. VG100 潤滑でも,  $z$  方向の伸びは  $\theta$  方向より大きく,  $\varepsilon_z/\varepsilon_\theta = 1.8$  となる. 同じ材料であるが, 異なる潤滑剤で圧縮すると  $\varepsilon_z/\varepsilon_\theta$  が異なるという結果になった. さらに, Dry では,  $\varepsilon_z/\varepsilon_\theta = 1.4$  であり,  $z$  方向に伸びにくくなった分が, 体積一定則により, いやおうなく  $\varepsilon_\theta$  の増加となっている. 結果的に Dry での  $\varepsilon_z/\varepsilon_\theta$  は牛脂黒鉛や VG100 潤滑に比べて 1 に近い値となった. Fig. 4-2 に Fig. 4-1 で示した圧縮後の試験片の断面曲線を示す. 据込みでは, スクイーズ効果により, 材料と圧縮ダイの間の潤滑剤は圧縮初期に捕捉される. したがって, 潤沢な潤滑条件下では, 表面粗さは増大する. 圧下に伴い潤滑剤が薄くなると, 一部に平坦化が進み, 表面粗さは小さくなる. 牛脂黒鉛潤滑では, 中央部では多くの潤滑剤が捕捉されたため, 自由あれを起こし, 潤滑剤が溜まったと考えられる多くの深い谷が認められる. 両端部だけは, 山がつぶされ, ほぼ平坦であり, 初期に封じ込めた潤滑が外へ逃げにくいようになっている. 全体として潤滑良好であったと判断できる. VG100 潤滑では, 牛脂黒鉛と比べ, 谷の深さは減少し, 平坦部が増えた. VG100 は半固形の牛脂より見かけの粘度が低いため, 圧縮初期に圧縮面から排出されやすく, 牛脂と比べ薄い潤滑膜であったと推測される. 圧縮中には面の平坦化がさらに進んだとみられる. VG100 潤滑は牛脂黒鉛潤滑より劣るが, 潤滑が特に悪いとはいえない. Dry では, VG100 より, 谷の深さは減り, 平坦な部分も増えている. もっと平坦な面になるという単純な見方もあるが, 今回の圧縮率は高々 50% で, 当初の放電面の粗さ ( $10 \mu\text{m Rz}$ ) を修正し, 滑らかな型を転写するには不十分であったとみられる. また, 型面直下の材料は大きな摩擦によりデットメタルが形成され, 材料が動かず, あまり平坦にならなかったともみられる.

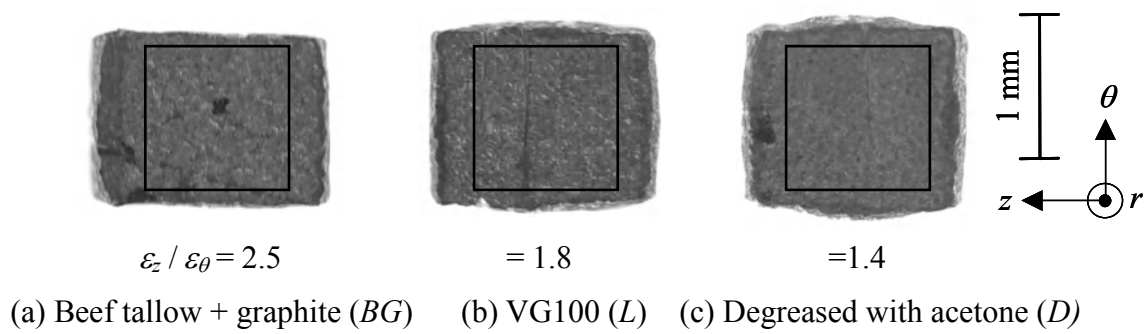


Fig. 4-1 Examples of small-cube compression test for A6063 extruded bar under different lubrications

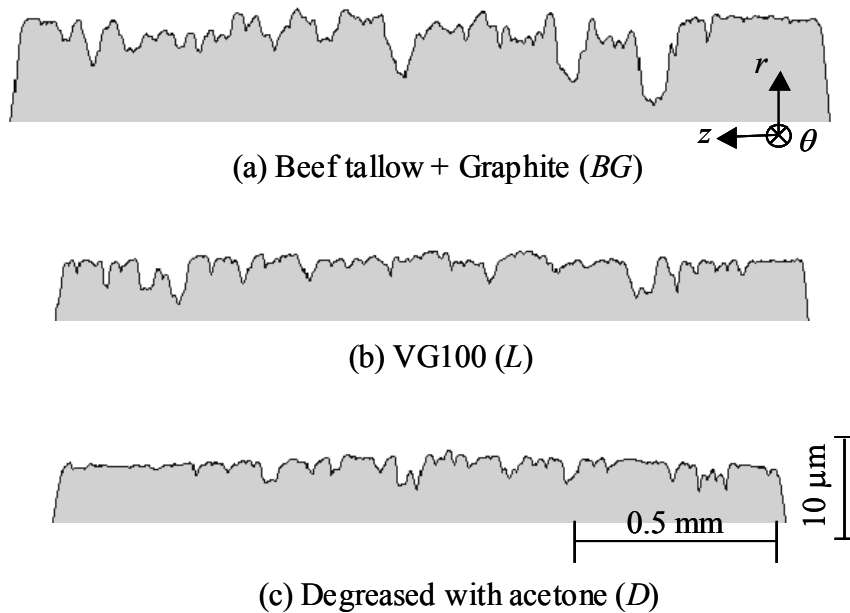


Fig. 4-2 Surface-profiles of compressed under surfaces shown in Fig. 4-1

断面曲線において、型と粗さ曲線で囲まれる面積  $S$  (Fig. 4-3) を走査長さ  $z$  で割った値を平均谷深さ  $d_m (= S/z)$  と定義する. ここで、 $S$  を潤滑剤が捕捉された量と考えれば、 $d_m$  は 2 次元的な平均膜厚さとみなせる. Fig. 4-4 に  $d_m$  とひずみ比  $\varepsilon_z / \varepsilon_\theta$  の関係を示す. 半固体潤滑剤である牛脂黒鉛や牛脂は油系潤滑剤 VG100, VG460, ひまし油に比べ潤滑剤の捕捉量が多かった. Dry 条件では、 $d_m = 0.6 \mu\text{m}$  となるが、潤滑剤を塗布していないので、 $d_m = 0 \mu\text{m}$  と考え、矢印で示した. 潤滑膜厚さが薄くなると、すなわち潤滑状態が悪くなると、 $\varepsilon_z / \varepsilon_\theta$  は小さくなった.

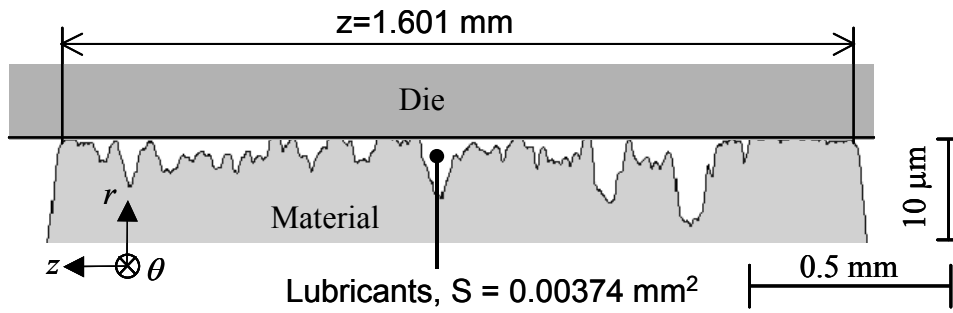


Fig. 4-3 Mean depth of valleys on surface profile

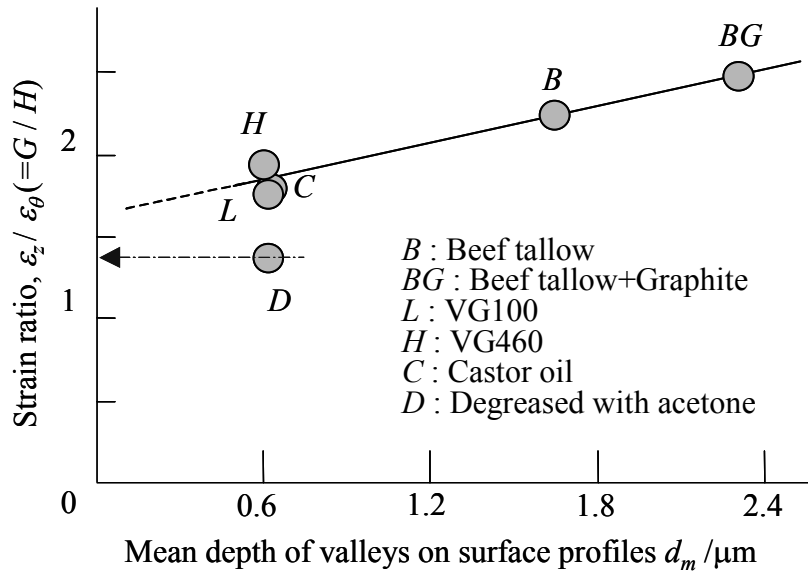


Fig. 4-4 Relationship between mean depth of valleys on surface-profiles and strain ratio of  $\varepsilon_z / \varepsilon_\theta$

次に、ひずみ比と平均面圧の関係を Fig. 4-5 に示す。平均面圧が大きくなるほど、 $\varepsilon_z / \varepsilon_\theta$  は小さく、 $\varepsilon_\theta / \varepsilon_r$  や  $\varepsilon_r / \varepsilon_z$  は大きくなり、結局、これらのひずみ比は 1 に近づいた。

以上の結果から、潤滑剤の捕捉量が多く、良好な潤滑（低摩擦）ほど、平均面圧は小さく、材料の塑性異方性が各辺のひずみに反映されていると言える。一方、摩擦が大きくなると、ひずみ比は 1 に近づいた。塑性異方性による伸びが優勢な方向ほど、圧縮面近傍の流動が阻害された。逆に、伸びが劣勢な方向では、摩擦の影響を相対的に受けにくいことになり、見かけ上の流動が促進されたと考えた。

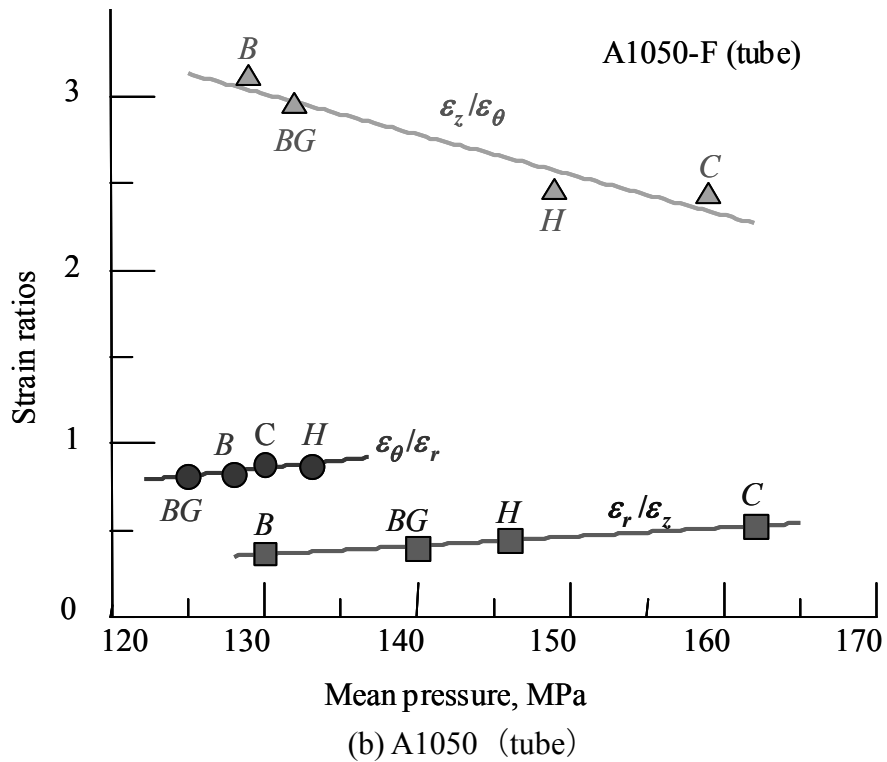
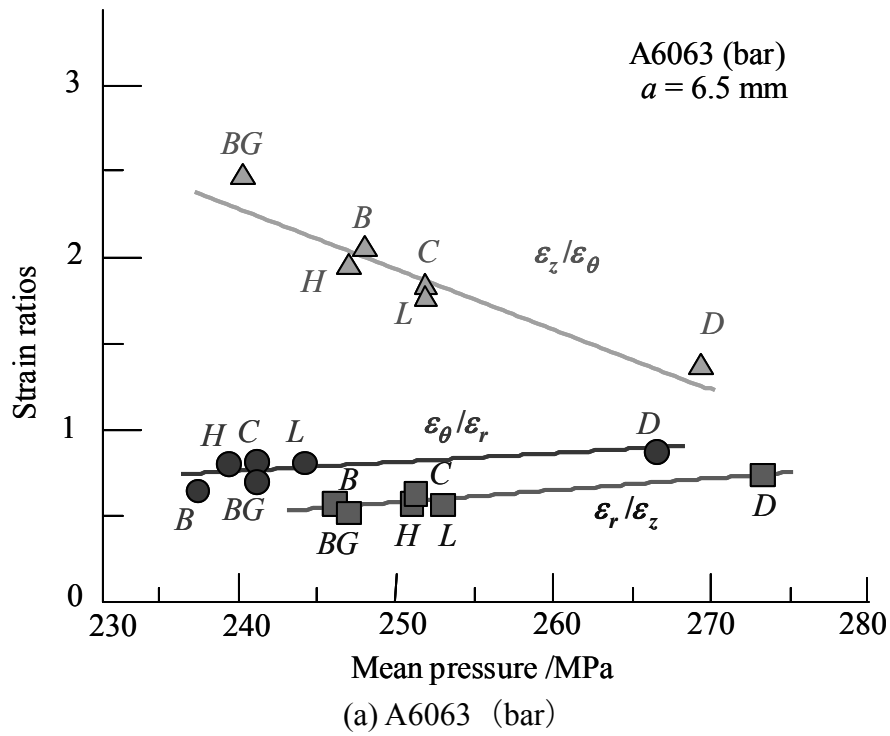


Fig. 4-5 Relationship between Mean pressure and strain ratios in small-cube compression test under different lubricated conditions

#### 4.2.2 塑性異方性を考慮した FEM によるバルク変形の解析

先の実験では、摩擦が大きいほど圧縮面のひずみ比が 1 に近づくという結果が得られた。ここでは、商用 FEM コード ANSYS-v12 を用いて、側面のバルジ形状についても解析し、実験結果と比較する。

##### (a) FEM による小立方体圧縮試験の解析

Fig. 4-6(a), (b)に A6063 で、潤滑条件を牛脂黒鉛潤滑と Dry とし、小立方体を  $r$  方向に 50%圧縮した面の SEM 像を示す。各図は全体の 1/4 を示しており、座標軸原点は、試験片の中央で、圧縮前の輪郭を白い実線で示す。黒く見えるのが端面で、白く見えるのが側面である。Fig. 4-6(a)の牛脂黒鉛では、圧縮端面の各辺はほぼ直線で、 $0.60\text{ mm}$  ( $\theta$ 方向)  $\times$   $0.79\text{ mm}$  ( $z$ 方向)であった。また、若干たる形に変形しており、高さ中央断面形状（以下、側面形状）は  $0.62\text{ mm}$  ( $\theta$ 方向)  $\times$   $0.83\text{ mm}$  ( $z$ 方向)となった。Fig. 4-6(b)の Dry では、各辺は円弧状に膨らんでおり、圧縮端面で  $0.62\text{ mm}$  ( $\theta$ 方向)  $\times$   $0.70\text{ mm}$  ( $z$ 方向)、側面形状は  $0.71\text{ mm}$  ( $\theta$ 方向)  $\times$   $0.78\text{ mm}$  ( $z$ 方向)となり、牛脂黒鉛潤滑のときより、たる形に膨らんでいる。

小立方体圧縮について塑性異方性を考慮した FEM 解析した結果を Fig. 4-6(c), (d)に示す。計算には Hill の 2 次異方性降伏関数を用い、塑性異方性係数は Table 3-7 の棒材 A6063 の値を用いた。摩擦係数は、後述の塑性異方性を考慮したリング圧縮試験により  $\mu=0.08$  (牛脂黒鉛),  $0.3$  (アセトン脱脂) とした。Fig. 4-6(c) は  $\mu=0.08$  (牛脂黒鉛) のときで、端面では  $0.61\text{ mm}$  ( $\theta$ 方向)  $\times$   $0.79\text{ mm}$  ( $z$ 方向)、側面では  $0.64\text{ mm}$  ( $\theta$ 方向)  $\times$   $0.80\text{ mm}$  ( $z$ 方向)となり、圧縮端面と側面の形状について解析値と実験値はほぼ一致している。 $\mu=0.3$  (アセトン脱脂) の Fig. 4-6(d)では、実験と同じ程度に  $z$  方向が  $\theta$  方向より長くなった。塑性異方性を考慮することで、実験結果に近い FEM 解析結果が得られたといえる。

比較として、従来からの等方性 FEM 解析の結果を Fig. 4-6(e), (f)に示す。この FEM 解析には Mises の降伏関数を用いた。等方性では、摩擦を  $\mu=0.08, 0.3$  と変えても、端面と側面のそれぞれにおける  $\theta$  と  $z$  方向の長さは同じように変化し、当然  $\varepsilon_z/\varepsilon_\theta = 1$  である。実験に用いた A6063 の変形を等方性 FEM 解析では正しくシミュレートできていない。

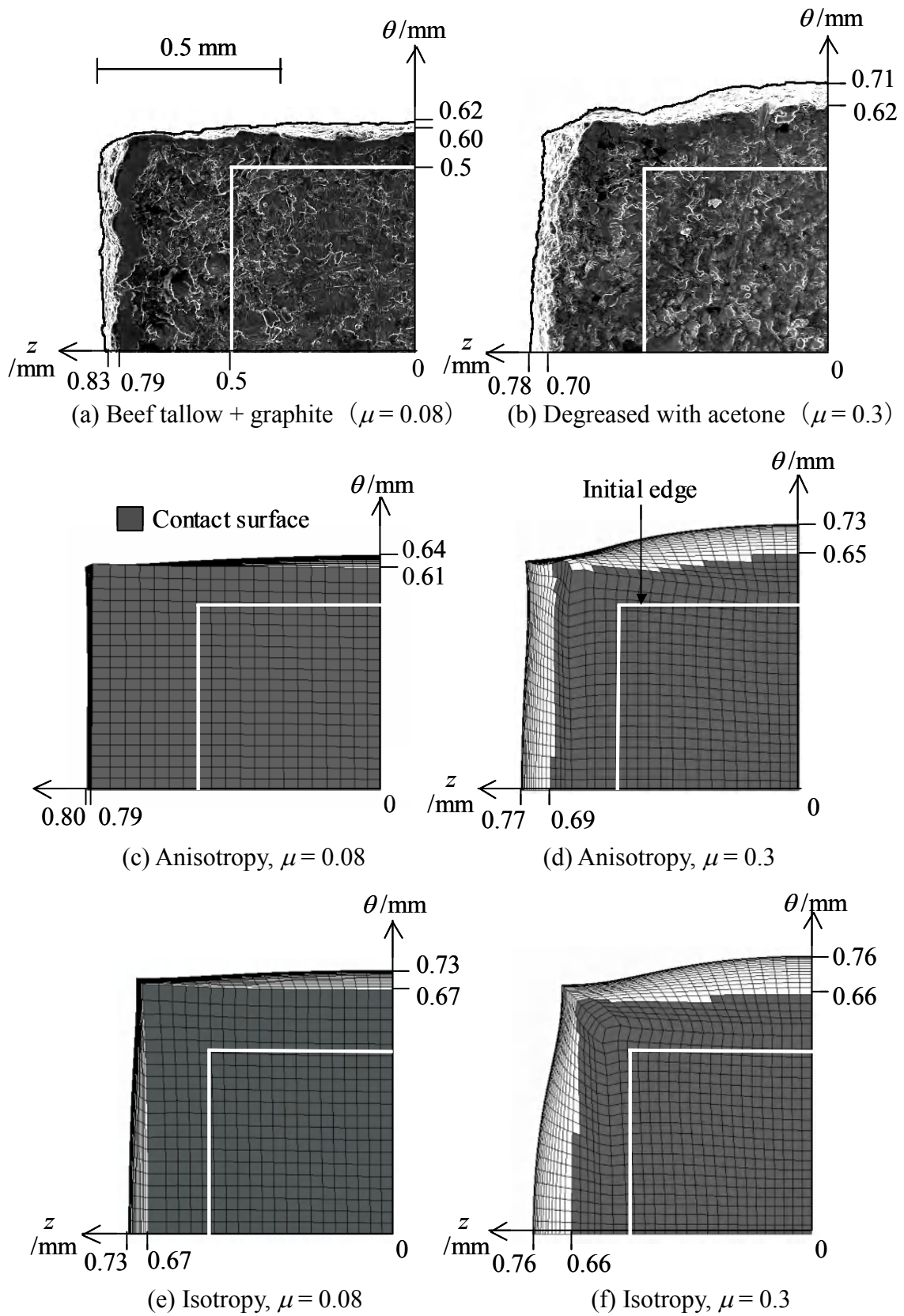


Fig. 4-6 Comparison between experiment and FE-analysis of small-cube compression test for A6063 extruded bar under  $\mu = 0.08$  and  $0.3$  conditions

### (b) 小立方体圧縮試験に及ぼす摩擦の影響

Fig. 4-7 に  $\mu = 0-0.3$  の間で摩擦を変化させて、塑性異方性を考慮した FEM 解析結果を示す。塑性異方性係数は、Table 3-4 の棒材 A6063 の値を用いた。圧縮面の  $\varepsilon_z/\varepsilon_\theta$  は、 $\mu = 0-0.1$  では  $\varepsilon_z/\varepsilon_\theta = 2.5-2.3$  となり、変化は小さいが、 $\mu > 0.1$  で減り始め、 $\mu = 0.3$  で  $\varepsilon_z/\varepsilon_\theta = 1.2$  となる。側面の  $\varepsilon_z/\varepsilon_\theta$  は、 $\mu = 0.1$  で  $\varepsilon_z/\varepsilon_\theta = 1.8$  と理想より小さく、摩擦が増すとさらに減少し、 $\mu = 0.3$  で  $\varepsilon_z/\varepsilon_\theta = 1.1$  となる。圧縮面では摩擦増加により、圧縮面近くの材料の自由な流動が妨げられ、結果的に  $z$  と  $\theta$  方向との間で流動の平均化が起きたことになる。

以上より、小立方体圧縮試験では、牛脂や牛脂黒鉛などで潤滑し、 $\mu < 0.1$  にして、圧縮面の寸法変化からひずみ比を求めることが推奨される。

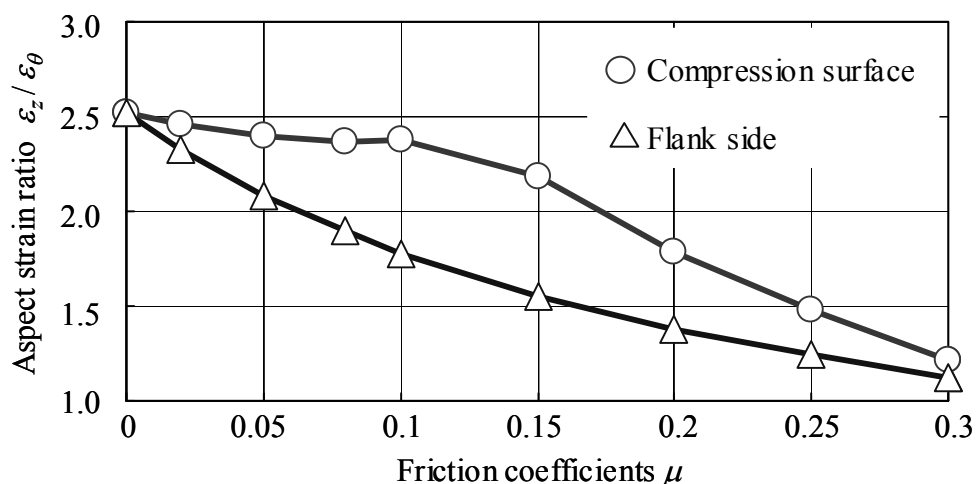


Fig. 4-7 Influence of friction for small-cube compression test

### 4.3 リング圧縮試験<sup>164), 165)</sup>

第2章では、リングあるいは厚肉管の変形に及ぼす塑性異方性の例を示した。ここでは、第3章で示した小立方体圧縮試験法により、Hillの2次塑性異方性係数を決定した値を用いて、リング圧縮試験のFEM解析および実験を行う。材料は棒材A6063とC1100とした。リングの形状は、高さ：内径：外径 = 2.5 mm : 5 mm : 10 mm = 1 : 2 : 4とした。

#### (a) 棒材A6063におけるリング圧縮結果

Hillの2次塑性異方性係数はリング切り出し位置における平均的な値を用いた。ここでは、一辺2.5 mmの立方体を直径16.8 mmの棒材A6063から半径 $a = 3.75$  mmで切り出し、試験に供した。潤滑は牛脂で、圧縮速度は0.1 mm/sとした。得られた値は $F : G : H : M = 0.96 : 1.0 : 0.36 : 1.0$ であった。

A6063のリング圧縮試験における圧下率と内径縮小率とのノモグラフをFig. 4-8(a), (b)に示す。Fig. 4-8(a)は従来の等方性のノモグラフである。Fig. 4-8(b)は塑性異方性を考慮したノモグラフである。 $\mu = 0$ では、 $H$ に依存しないため、 $F/G = 0.96/1.0 < 1$ より、等方性と比べ内径は縮小側にシフトした。一方、 $\mu \neq 0$ では、 $F \doteq G > H$ より等方性と比べ内径は拡大側にシフトした。

潤滑条件を牛脂(B)、牛脂黒鉛(BG)、VG100(L)および潤滑剤塗布せず(D)とし、リング圧縮試験を行った。試験前後の形状とFig. 4-8(a), (b)のそれぞれのノモグラフから読み取った摩擦係数をTable 4-1に示す。圧縮後のリング内径は、潤滑によらず、円を維持している。内径変化より、摩擦係数を読み取ると、等方性のノモグラフ(Fig. 4-8(a))では、B, BG, L, Dの順に $\mu = 0.05, 0.05, 0.08, 0.2$ であった。一方、塑性異方性を考慮したノモグラフ(Fig. 4-8(b))では、B, BG, L, Dの順に $\mu = 0.08, 0.08, 0.11, 0.3$ であった。塑性異方性を考慮しないと、摩擦係数を小さく見積もる結果となった。



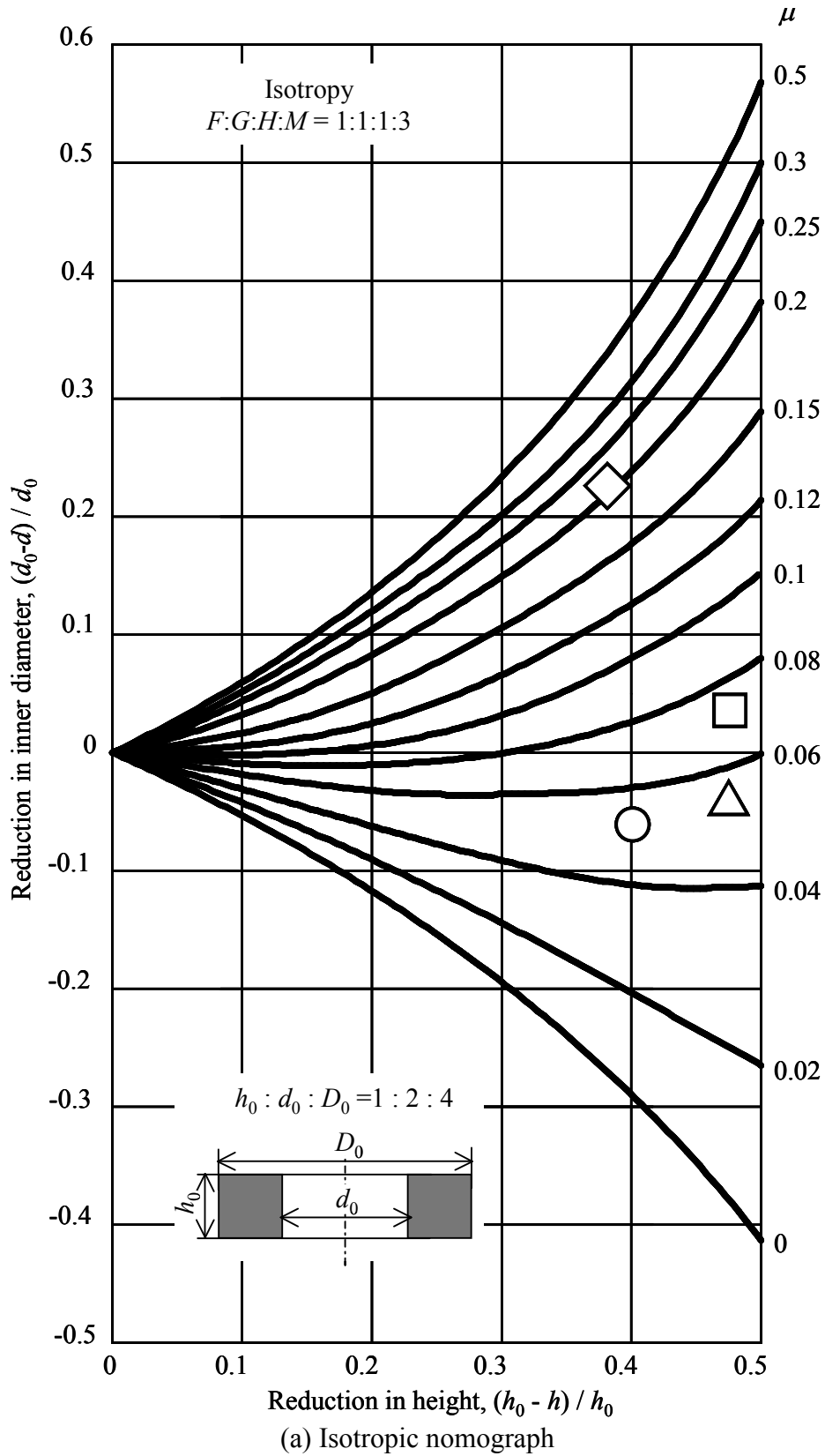
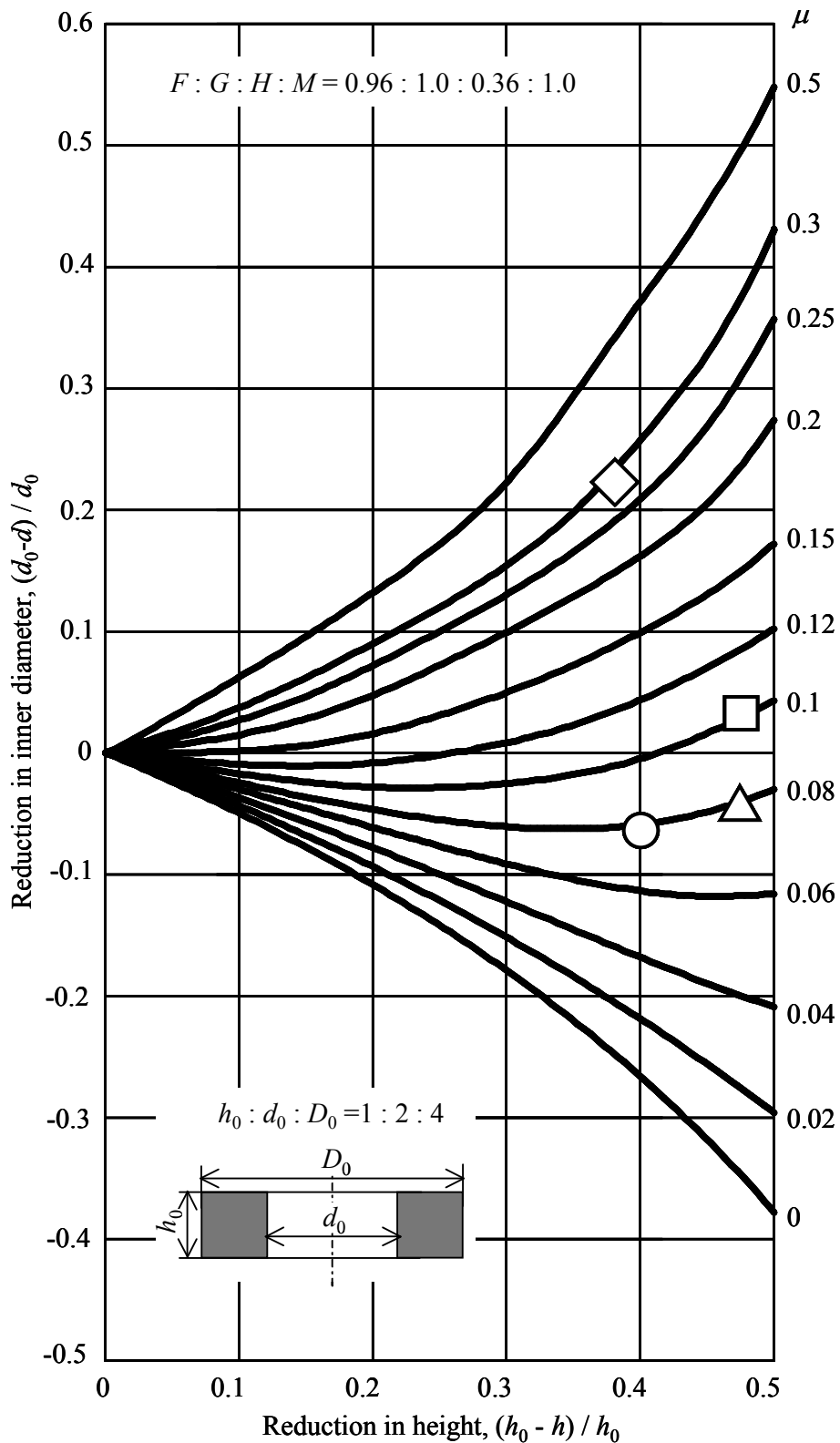







Fig. 4-8 Different nomographs of ring compression test to determined friction coefficient,  $\mu$ , for isotropic metal and anisotropic metal of A6063



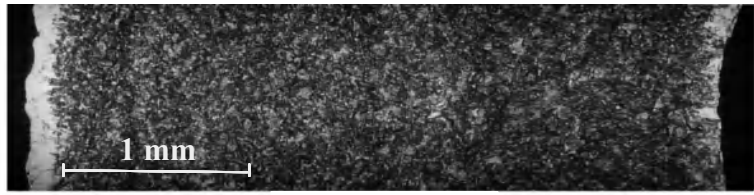
(b) Anisotropic nomograph ( $F : G : H : M = 0.96 : 1.0 : 0.36 : 1.0$ )

Fig. 4-8 Different nomographs of ring compression test to determined friction coefficient,  $\mu$ , for isotropic metal and anisotropic metal of A6063

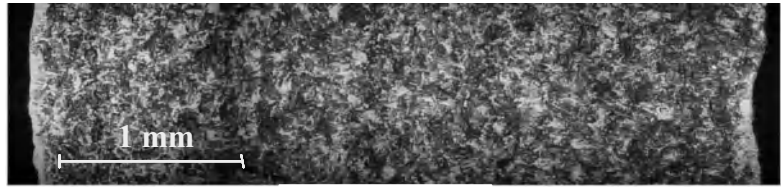
Table 4-1 Rings of before compression and after compression for A6063

	Initial	Beef-tallow + graphite (BG)	Beef-tallow (B)	VG100 (L)	Degreased with acetone (D)
Shape					
$\mu$ , Isotropy Fig. 4-7(a)	—	0.05	0.05	0.07	0.2
$\mu$ , anisotropy Fig. 4-7(b)	—	0.08	0.08	0.1	0.3

次に、試験後の圧縮面の拡大写真と表面粗さを Fig. 4-9 に示す。圧縮面の図で、白く見える部分がダイと強く接触し、平坦になった部分で、黒く見えるのが谷部である。牛脂黒鉛では内径と外径端は平坦となっているが、それ以外は、谷が多く、潤滑剤が十分に捕捉され、潤滑良好と判断できる。VG100 では谷が浅くなり、その数も少ない。これは、VG100 の捕捉量が牛脂より少なく、そのために潤滑状態が劣ることも意味している。Dry では、圧縮により、ほぼ全域が平坦となった。最大高さ粗さは BG, L, D の順に 13, 7, ほぼ 0  $\mu\text{m Rz}$  である。Table 4-1 の  $\mu$  の結果を参考にすれば、表面粗さが大きいほど潤滑良好であり、摩擦が小さいことを意味している。



(a) Beef tallow + graphite (*BG*)



(b) VG100 (*L*)



(c) Degreased with acetone (*D*)

Fig. 4-9 Upper view of ring specimens after compression

(b) 棒材 C1100 におけるリング圧縮結果

C1100 ( $\phi 10$ ) のノモグラフを Fig. 4-10 に示す. Hill の 2 次塑性異方性係数は Table 3-7 の値,  $F : G : H : M = 0.97 : 1.0 : 1.1 : 3.4$  を用いた. A6063 と比べると, 等方的であり, ノモグラフも等方性を仮定した場合との差が小さい. これらのノモグラフに, 牛脂 (B), VG100 (L), Dry (D) でリング圧縮試験した結果をプロットする. 等方性のノモグラフでは, B, L, D の順に  $\mu = 0.02, 0.04, 0.23$  と読める. 一方, 塑性異方性を考慮したノモグラフでは, B, L, D の順に,  $\mu = 0.015, 0.035, 0.2$  と読める. 若干ではあるが, 等方性のノモグラフでは, 摩擦係数を大きく見積もる結果となった.

リング圧縮試験では圧縮前後の内径変化を測定することにより, 容易に摩擦係数を推定できる. ところが材料の塑性異方性は同じ潤滑でも材料流動に影響を与える. すなわち内径変化が異なってくることを A6063 で例示した. 一方, C1100 のように等方性に近ければ, 内径変化への影響は小さいことも確認した. 以上のことから, 塑性異方性がある程度大きい材料については, より丁寧に摩擦係数を推定するためには, 塑性異方性も考慮する必要がある.

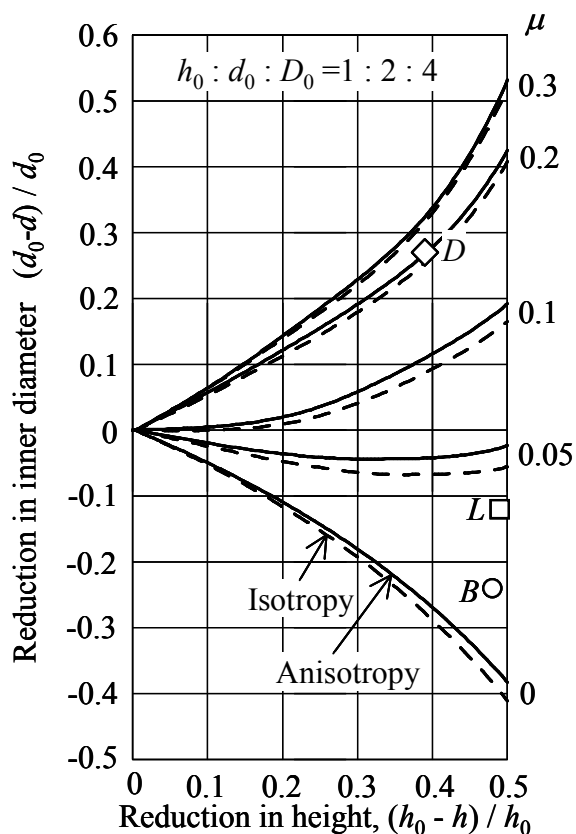


Fig. 4-10 Nomographs of ring compression test to determined friction for isotropic metal and anisotropic metal of C1100

#### 4.4 結言

A6063( $\phi 16.8$ ), C1100( $\phi 10$ )の丸棒を対象に、小立方体圧縮試験とリング圧縮試験における塑性異方性と摩擦が材料変形に及ぼす影響を実験と FEM で調べた。

- 1) 小立方体圧縮試験では、摩擦が大きくなるほど圧縮面での直角 2 方向のひずみの比 ( $r$  値) が 1 に近づいた。圧縮面近傍で、伸びが優勢な方向への流動が拘束され、伸びが劣勢な方向へ材料が流動したと考える。
- 2) 工具と材料の間の摩擦を変え、小立方体圧縮試験の FEM 解析を行った。塑性異方性を考慮することにより、圧縮面形状やバルジの度を正確に表せた。また、 $\mu < 0.1$  では、圧縮面の  $r$  値への摩擦の影響は小さく、 $\mu = 0$  での  $r$  値とおおむね一致した。したがって、小立方体圧縮試験では、潤滑に牛脂や牛脂黒鉛を用いて、滑らかな工具で圧縮すれば、測定上十分な精度で、塑性異方性係数を求められる。
- 3) 塑性異方性を考慮した FEM 解析により、リング圧縮のノモグラフを作成した。A6063 のように、塑性異方性がある材料について、リング圧縮試験を用いて摩擦係数をより正確に推定した。

## 第5章 バルク材の塑性異方性解析への応用

### 5.1 緒言

本章では、第3章で提案した小立方体圧縮試験による塑性異方性の測定法を利用し、バルク材における塑性異方性解析を行う。

まず、マグネシウム合金の塑性異方性に及ぼす温度の影響を調べる。マグネシウム合金は実用金属中で最も軽量の金属（比重 1.78）であり、アルミニウム合金やチタン合金のように注目されている。しかし、マグネシウム合金は稠密六方格子（hcp）構造であり、室温での成形性が乏しく、強い塑性異方性を持つことで知られている<sup>25)-27)</sup>。また、温度上昇に伴い補助すべり系が活動的になることから、塑性異方性が温度に依存することも予想される。そこで、小立方体圧縮試験により、マグネシウム合金における塑性異方性の温度依存性や相当ひずみ依存性も調べる。

次に、小立方体圧縮試験による、高次異方性降伏関数の係数の測定法を検討する。チューブフォーミングなどでは、板成形と同様に、成形限界が問題となっている。ここでは、板での塑性異方性の考えが拡張され、Hillの2次異方性降伏関数のみでなく、Logan-Hosford、後藤、Barlatらの高次異方性降伏関数の適用されている。しかし、これらの降伏関数の係数は管の二軸引張試験が必要であり、容易ではない。そこで、軸対称塑性異方性を持つアルミニウム押し出し管材について、高次異方性降伏関数の係数を特定する。

さらに、商用FEMコード（ANSYS, DEFORM）の塑性異方性解析のベンチマークを行う。鍛造などで用いられるDEFORMなどの商用FEMコードでは、最近になってから、板の深絞り解析のために、Hillの2次異方性降伏関数も選択できるようになった。しかし、棒を素材として塑性異方性を考慮した解析への対応はなされていない。また、それらには、軸対称塑性異方性を用いる場合の不備もある。そこで、ANSYS, DEFORMを用いて、軸対称塑性異方性を考慮した円柱圧縮試験の解析を行う。そして、その解析結果とスラブ法の理論解とを比較する。

## 5.2 マグネシウム合金の塑性異方性に及ぼす温度の影響<sup>166)</sup>

### 5.2.1 マグネシウム合金

材料は直径 26 mm の市販のマグネシウム合金 AZ31B 押し棒で、345°C で 1 時間焼きなました。平均結晶粒径は 15  $\mu\text{m}$  であり、室温での軸（押し）方向引張試験により、耐力 206 MPa, 引張強さ 278 MPa, 一様伸び 17%を得た。Fig. 5-1 に半径  $a = 6.5$  mm における、 $R$  面および $\theta$ 面の(0001)極点図を示す。測定には、 $r, \theta, z$  軸を各面の法線とする一辺 3 mm の立方体を用いた。 $R$  面の測定では、測定面が 6 mm の正方形となるように、3 mm の立方体を 4 つ並べた。このとき、極点図の北極が  $z$  方向になるように並べた。 $\theta$ 面の測定では、極点図の北極が  $r$  方向になるように、3 mm の立方体を 4 つ並べ、測定面を 6 mm の正方形とした。hcp 構造における  $c$  軸は主に  $r$  と  $\theta$  方向に同程度で配向している。したがって、塑性異方性主軸が  $r, \theta, z$  軸と一致するとみなす。

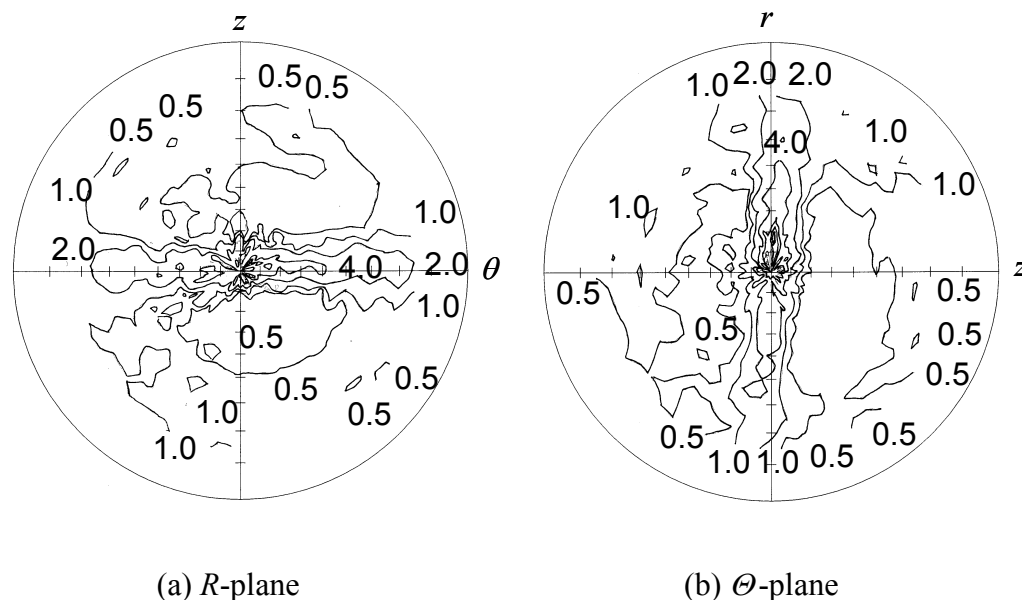


Fig. 5-1 (0001) pole figures on  $R$ - and  $\theta$ - planes of magnesium alloy AZ31B extruded bar at a radius  $a = 6.5$  mm



### 5.2.2 実験条件

室温から 400°C までの温度域で恒温圧縮試験ができるダイセットを製作する。Fig. 5-2, 5-3 に恒温圧縮試験用ダイセットおよび圧縮ダイの加熱板を示す。円柱圧縮ダイを抱えるように純銅製の加熱板を取り付ける。加熱板は半割りとし、ボルトで締めてダイを保持する。加熱板にカートリッジヒーター4本を挿入し、熱電対により温度を計測して、温調器で制御する。圧縮中のダイは断熱板を介して受圧板で支えられ、ダイセットに熱が伝わるのを防ぐ。圧縮前の上ダイと加熱板をロッドで吊るし、圧縮直前まで、空気（断熱）層ができるようにする。

小立方体試験片は極点図測定に用いたものと同じで、半径  $a = 6.5 \text{ mm}$  より一辺  $3 \text{ mm}$  の立方体を切り出した。立方体の各面の法線は  $r, \theta, z$  軸と一致させた。潤滑剤には、PTFE を用い、400°C のみ黒鉛系潤滑剤を用いた。一方、リング圧縮試験では、リング形状を高さ : 内径 : 外径 =  $3.3 \text{ mm} : 5 \text{ mm} : 10 \text{ mm} = 2 : 3 : 6$  とした。ここでは、潤滑剤として、黒鉛,  $\text{MoS}_2$ , みつろう, PTFE を用い、Dry でも試験する。試験温度は、150°C, 250°C, 400°C とした。

これらの試験片を、室温から 400°C までの温度域で恒温圧縮試験を行う。設定温度に加熱された上下ダイで試験片をクランプし、3 分間保持後、圧縮試験する。圧縮速度は  $0.1 \text{ mm/s}$  とした。Fig. 5-4 に試験片を加熱開始（上下ダイでクランプ）から圧縮終了までの立方体の温度変化を示す。設定温度 ( $SV$ ) は 150°C, 250°C, 400°C である。立方体の温度は立方体側面に熱電対を溶接して測定した。図中の  $S, F$  はそれぞれ、圧縮開始点と圧縮終了点である。どの設定温度でも、立方体は加熱開始から 30 秒ほどで、設定温度になった。また、圧縮中も所定の温度を維持することも確認できた。

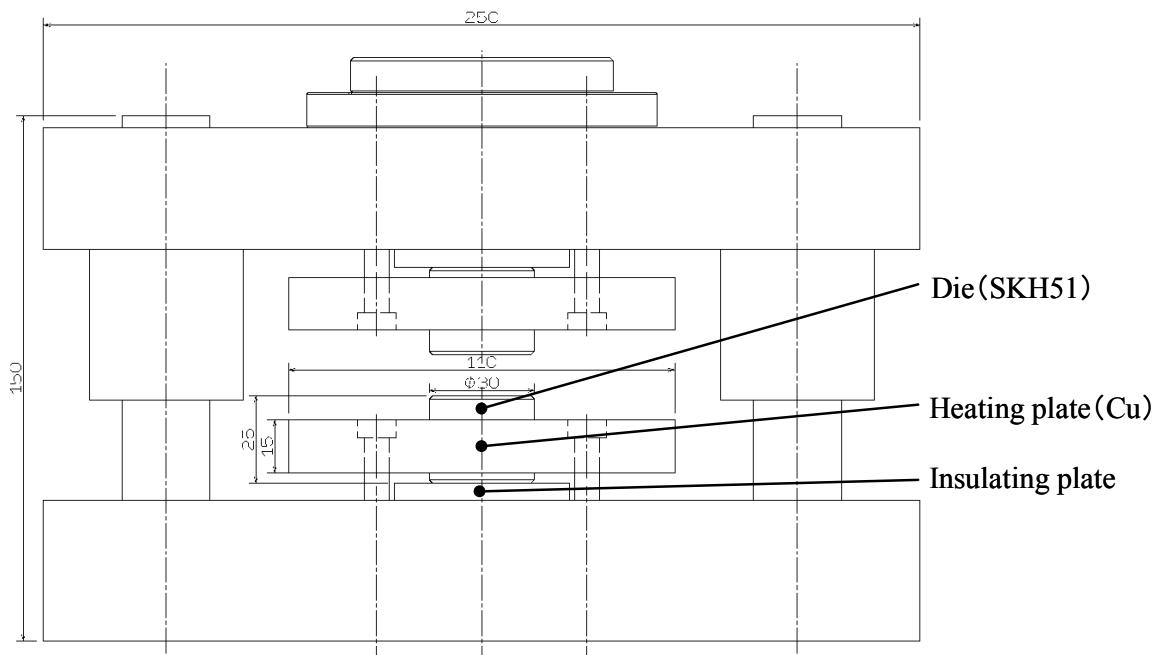


Fig. 5-2 Die set for isothermal compression test

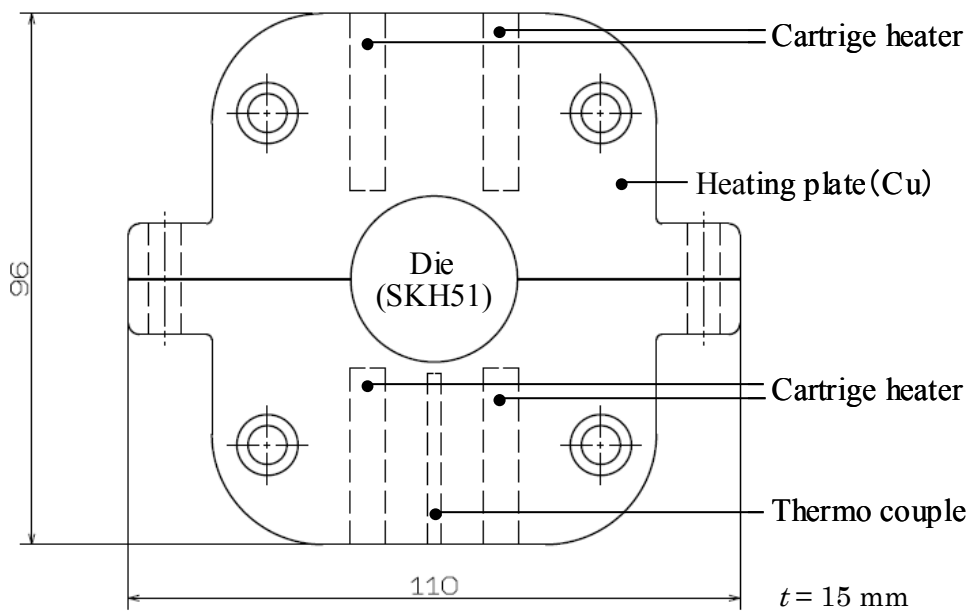


Fig. 5-3 Heating plate

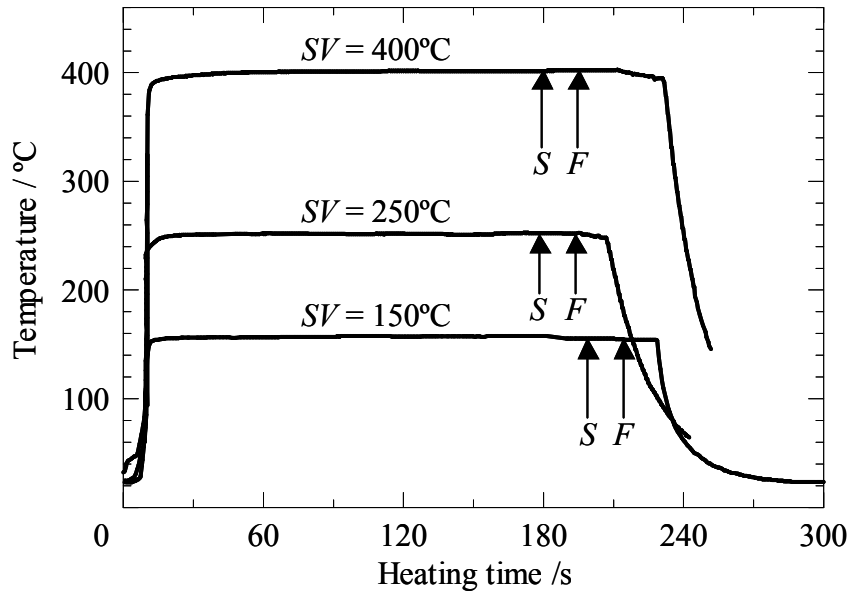


Fig. 5-4 Temperature of cubes under isothermal compressions at 150°C, 250°C and 400°C

### 5.2.3 小立方体圧縮試験結果<sup>167), 168)</sup>

Fig. 5-5 に 20°C, 150°C, 250°C, 400°C での  $r$ ,  $\theta$ ,  $z$  方向の圧縮応力-圧縮ひずみ線図を示す. 20°C では,  $Y_z$  が  $Y_r, Y_\theta$  と比べ大きな加工硬化を示し, 限界ひずみ (割れが発生した瞬間のひずみ)  $\varepsilon_z^*$ ,  $\varepsilon_\theta^*$ ,  $\varepsilon_r^*$  はそれぞれ 0.15, 0.18, 0.25 と小さい.  $z$  方向圧縮では,  $c$  軸方向は引張変形となり, 引張双晶が起こり,  $Y_z$  が増加したと考えられる. 150°C では,  $Y_r, Y_\theta, Y_z$  は 20°C と比べ, 2/3 程度の値となり,  $\varepsilon_z^* = 0.48$ ,  $\varepsilon_\theta^* = 0.60$ ,  $\varepsilon_r^* > 0.7$  となった. 底面すべりに加え, 非底面すべりも活動したため, 降伏応力が低下し, 延性が向上したと推察する. さらに, 250°C, 400°C では,  $\varepsilon_i^* > 0.7$  ( $i = r, \theta, z$ ) であり, 圧縮方向によらず 50%以上圧縮できた. また, 圧縮方向による降伏応力の差は小さい. 約 200°C で AZ31B が再結晶し, 集合組織が緩和したと考えられる.

Fig. 5-6 に圧縮ひずみ  $\varepsilon_i = 0.15$  における各方向の降伏応力を示す. ここでは, 100, 200°C のデータも加えて示す. 試験温度が上昇すると, 降伏応力は低下した. 100-200°C の間では, 降伏応力の低下量は他の温度域より小さかった. この温度域では, 室温に比べ, 非底面すべりが起こりやすく<sup>169)</sup>, これらの補助的なすべり系による影響とも考えられるが, 理由は不明である.

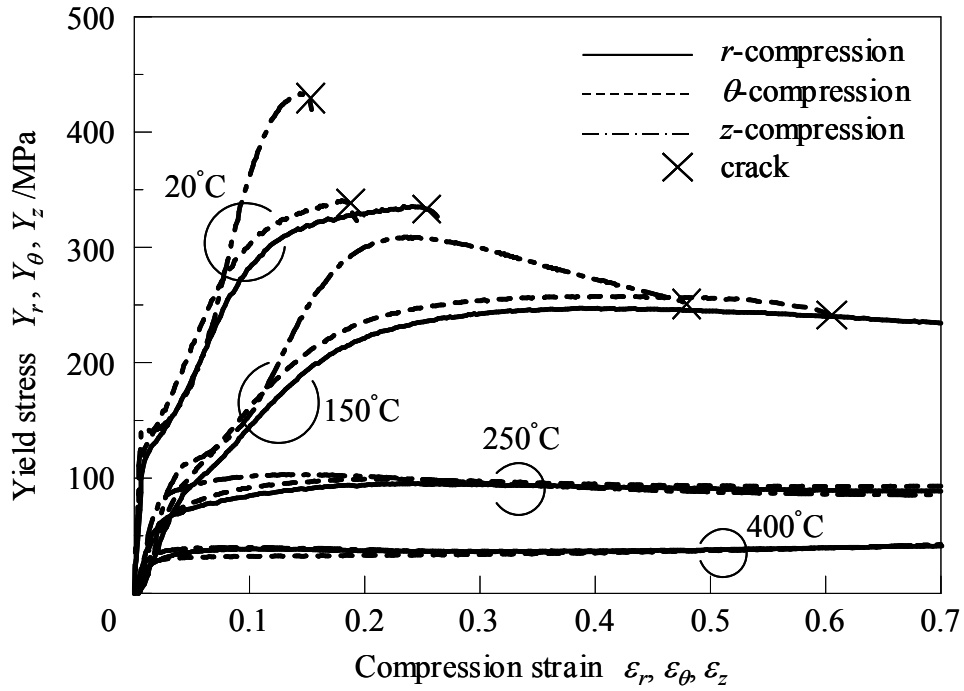


Fig. 5-5 Compressive stress-strain curves of AZ31B in small-cube compression at various temperature

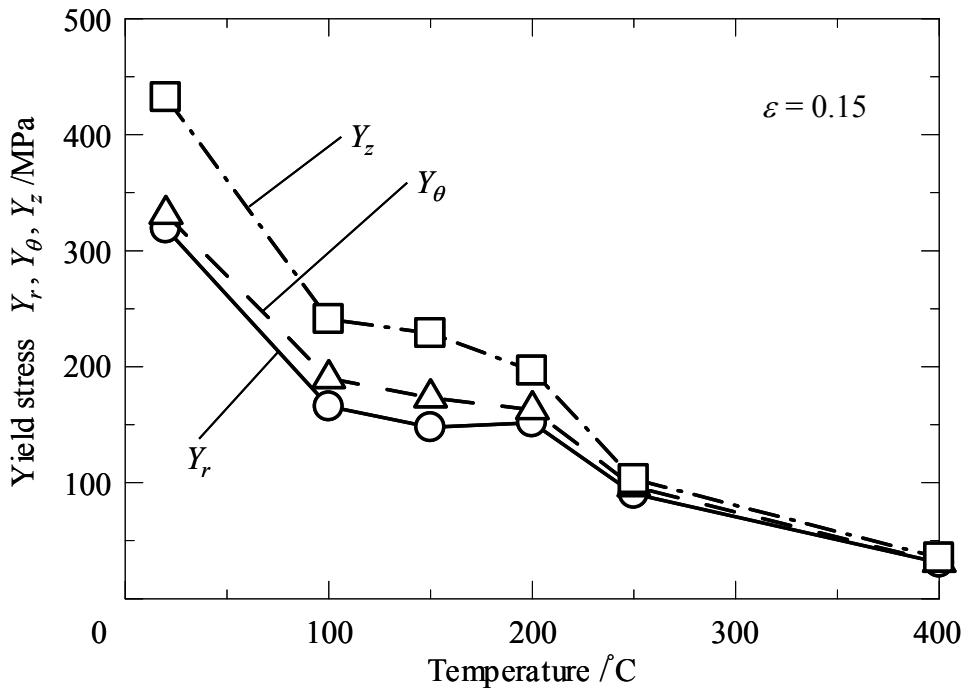


Fig. 5-6 Relationship between temperature and yield stress at specific compressive strain  $\epsilon = 0.15$

Fig. 5-7に  $r, \theta, z$  方向に圧縮した試験片を示す. 試験温度は  $150^{\circ}\text{C}$  とし, 潤滑剤は PTFE で,  $r, \theta$  方向に 40%,  $z$  方向に 30% 圧縮した.  $r$  方向圧縮では,  $Y_z$  が  $Y_\theta$  より大きいいため,  $z$  方向伸びが抑制され,  $\theta$  方向により伸びた.  $H/G = \varepsilon_\theta / \varepsilon_z = 7.8$  となり, 強い塑性異方性を示した.  $\theta$  方向圧縮では,  $z$  方向よりも変形抵抗の小さな  $r$  方向への伸びが大きく,  $H/F = \varepsilon_r / \varepsilon_z = 7.9$  であった.  $z$  方向圧縮では,  $\theta$  方向より  $r$  方向の伸びが若干大きく,  $F/G = \varepsilon_\theta / \varepsilon_r = 0.94$  であり,  $Y_\theta > Y_r$  であることに対応する.

次に, Hill の相当ひずみ  $\varepsilon_{eq}^{59)}$  に対する塑性異方性の変化を調べた. ここで, Hill の相当ひずみ  $\varepsilon_{eq}$  は,

$$\varepsilon_{eq}^2 = \frac{2}{3}(F + G + H) \left\{ F \left( \frac{G\varepsilon_\theta - H\varepsilon_z}{FG + GH + HF} \right) + G \left( \frac{H\varepsilon_z - F\varepsilon_r}{FG + GH + HF} \right) + H \left( \frac{F\varepsilon_r - G\varepsilon_\theta}{FG + GH + HF} \right) \right\} \quad (5-1)$$

と表せる. Fig. 5-8 に  $20^{\circ}\text{C} - 400^{\circ}\text{C}$  における Hill の相当ひずみ  $\varepsilon_{eq}$  と  $H/G (= \varepsilon_\theta / \varepsilon_z)$ ,  $H/F (= \varepsilon_r / \varepsilon_z)$  の関係を示す.  $H/G, H/F$  は  $\varepsilon_{eq}$  が増加するにつれ, 減少した. これは, Fig. 5-5 でも示したように, 大きな圧縮ひずみを与えた時ほど, 各方向の降伏応力差が小さくなったことと対応する.

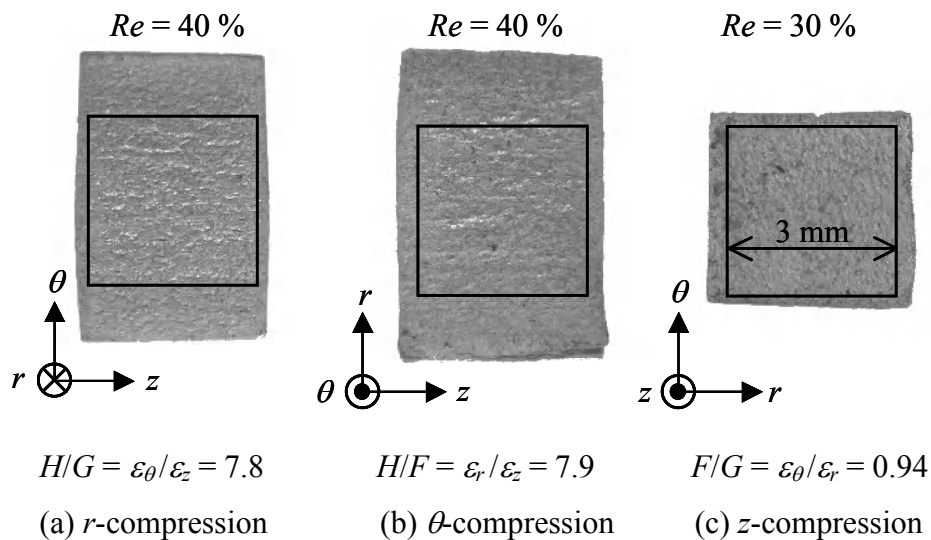


Fig. 5-7 Examples of small-cube compression test in  $r$ -,  $\theta$ -, or  $z$ -direction lubricated by PTFE at temperature of  $150^{\circ}\text{C}$

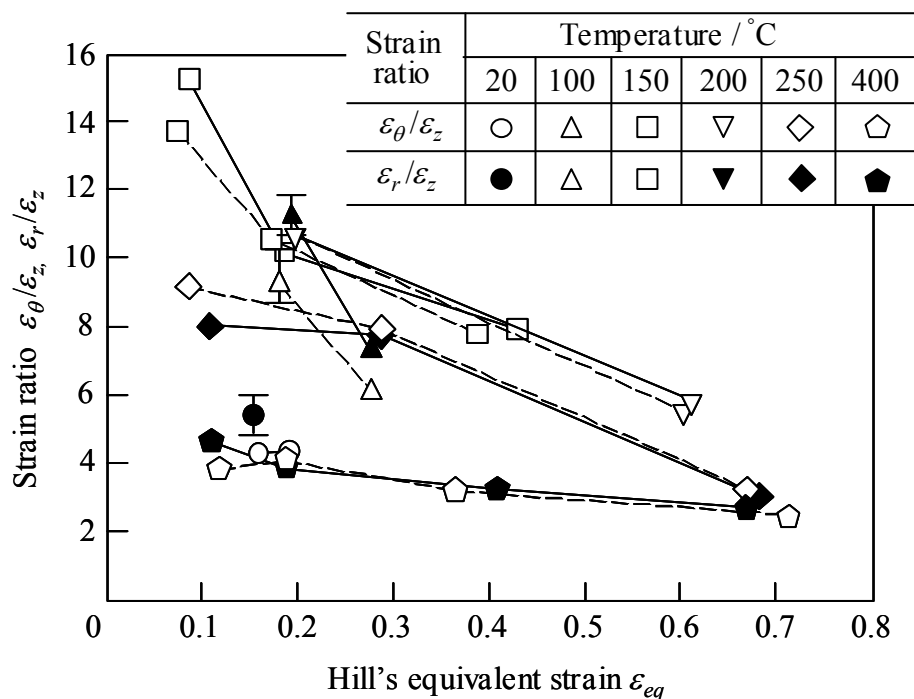


Fig. 5-8 Relationship between Hill's equivalent strain and strain ratios at temperatures of 20°C, 100°C, 150°C, 200°C, 250°C and 400°C

Fig. 5-9 に  $\varepsilon_{eq} = 0.15-0.2$  における温度とひずみ比の関係を示す.  $\varepsilon_{\theta}/\varepsilon_z$  と  $\varepsilon_r/\varepsilon_z$  は 100°C -200°C で最大となった. この温度域は Fig. 5-6 で各方向の降伏応力の変化が小さい領域である. 250°C, 400°C では, 20°C, 150°C と比べ, 各方向の降伏応力差が小さいため, ひずみ比も小さくなったと言える. 純マグネシウム圧延板の引張試験で,  $r$  値は 225°C で最大になると報告されており<sup>31)</sup>, 今回の実験結果もこれに対応した.

Table 5-1 に 150°C ( $\varepsilon_{eq} = 0.4$ ), 250°C ( $\varepsilon_{eq} = 0.7$ ), 400°C ( $\varepsilon_{eq} = 0.7$ ) における Hill の塑性異方性係数  $F, G, H$  を示す. ここでは,  $H=1$  とした. 温度によらず,  $F, G$  は  $H$  より小さく,  $F \approx G$  であり,  $r$  と  $\theta$  はおおむね等価であった. すなわち,  $Y_z$  が大きく,  $z$  方向は  $r, \theta$  方向よりも変形しにくい. 温度が高い時,  $F/H$  や  $G/H$  は 1 に少しだけ近づき, 塑性異方性は小さくなった.

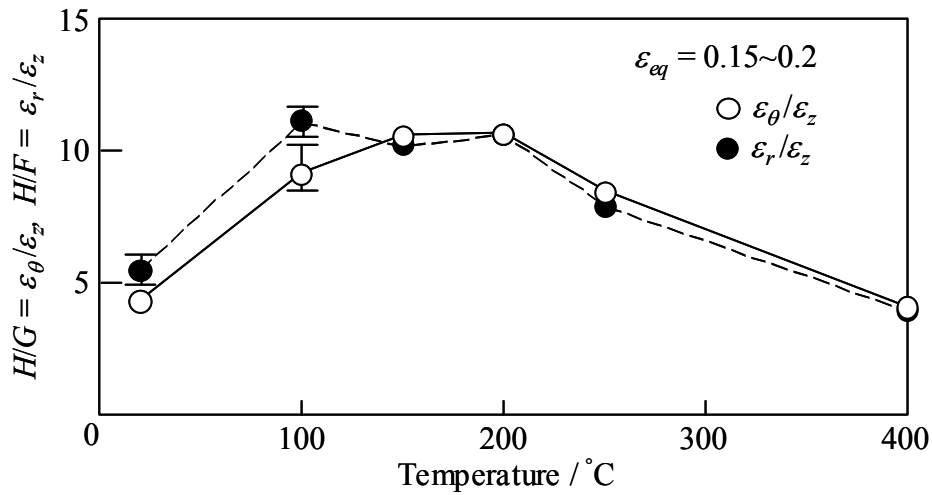


Fig. 5-9 Strain ratios compressed in various temperatures at Hill's equivalent strain  $\epsilon_{eq} = 0.15-0.2$

Table 5-1 Hill's anisotropic coefficients

Temperatures	$F : G : H$	$\epsilon_{eq}$
150°C	0.13 : 0.13 : 1	0.4
250°C	0.33 : 0.31 : 1	0.7
400°C	0.36 : 0.40 : 1	0.7

#### 5.2.4 リング圧縮試験結果<sup>170)</sup>

リング圧縮試験のノモグラフを Table 5-1 の塑性異方性係数を用いて FEM により作成した. Fig. 5-10(a), (b)に 250°C における等方性のノモグラフと塑性異方性を考慮したノモグラフを示す. Fig. 5-10(b), 塑性異方性材料 ( $F > G$ ) のノモグラフでは, 摩擦係数  $\mu = 0$  のとき, 等方性と比べ, 内径が拡大する側 (下方) にシフトした.  $\mu \neq 0$  では,  $F$  や  $G$  に対し  $H$  が大きいため, 内径が縮小する側 (上方) にシフトしている. PTFE (スプレータイプ), みつろう, MoS<sub>2</sub>系潤滑剤 (スプレータイプ), 黒鉛系潤滑剤, 潤滑剤を使用せず (Dry) の 5 つの潤滑条件でリング圧縮試験した結果を Fig. 5-10 にプロットする. 各潤滑剤塗布前には, アセトンで脱脂を行った. 等方性のノモグラフ (Fig. 5-10(a)) では, PTFE, みつろう, MoS<sub>2</sub>系潤滑剤, 黒鉛系潤滑剤,

Dry の順に、 $\mu = 0.04, 0.12, 0.13, 0.13, 0.3$  となった。一方、塑性異方性を考慮したノモグラフ (Fig. 5-10(b)) では、それぞれ、 $\mu = 0.02, 0.05, 0.06, 0.06, 0.18$  となった。従来の等方性のノモグラフを用いると、摩擦係数 $\mu$ を過大に見積もることとなる。

次に、150°C, 250°C, 400°C で 5 種類の潤滑剤を用いてリング圧縮試験を行った。得られた摩擦係数を Fig. 5-11 に示す。ここでは各温度で、Table 5-1 のように塑性異方性係数が異なるので、それぞれを考慮したノモグラフを作成し、摩擦係数を見積もった。また、150°C では圧縮率を約 25%とし、250°C, 400°C では圧縮率を約 40%とした。400°C では、PTFE もしくは黒鉛系潤滑剤が良好であった。みつろうは、250°C までは良好であったが、400°C では、分解・酸化し、室温のような性能を失うため、摩擦係数が上昇した。

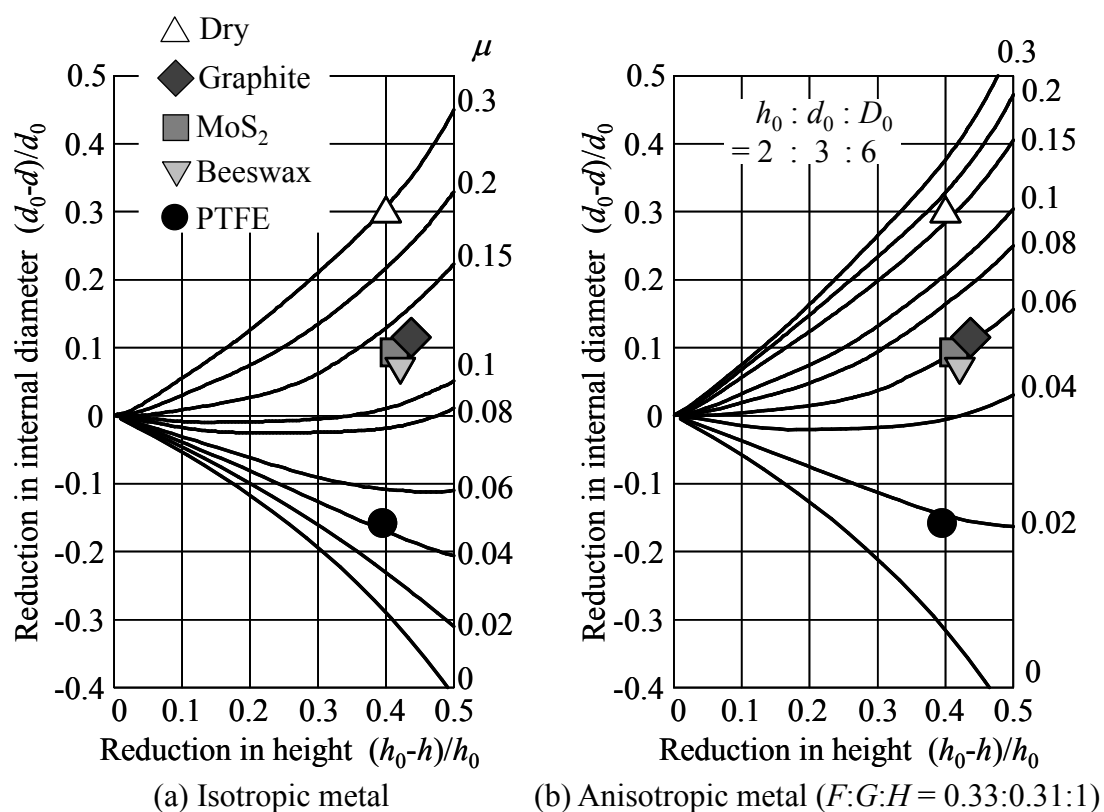


Fig. 5-10 Different nomographs of ring compression test to determine friction for isotropic metals and AZ31B magnesium alloy at 250°C



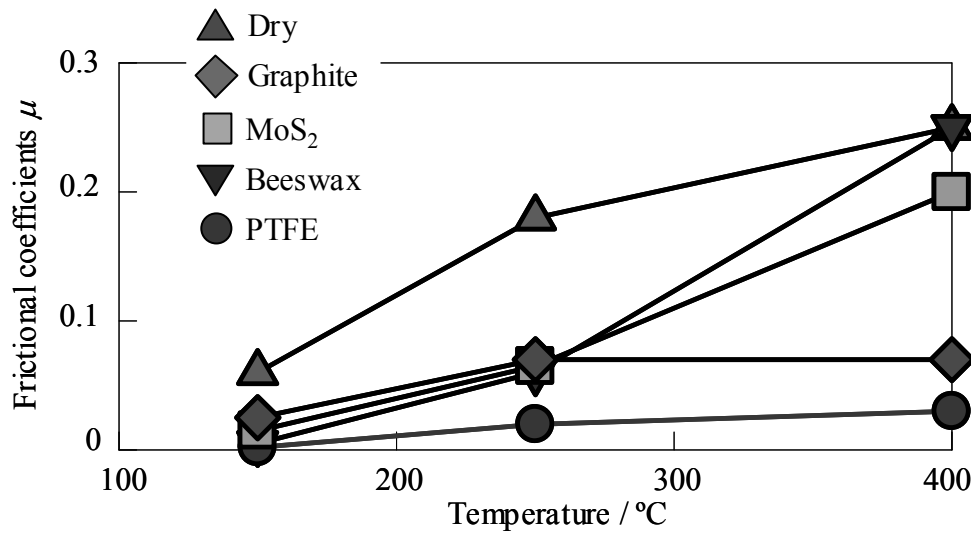


Fig. 5-11 Frictional coefficients for various temperatures at 150°C, 250°C, and 400°C are estimated from anisotropic nomographs

### 5.3 高次異方性降伏関数への適用 (管材)<sup>171)</sup>

#### 5.3.1 高次異方性降伏関数

管材 A1050 ( $\phi 17.8, t = 1.4$  mm), A6063 ( $\phi 17.8, t = 1.4$  mm) について, 高次異方性降伏関数 (Logan-Hosford の降伏関数, 後藤の 4 次降伏関数, Yld2000-2d) の各係数を特定する. Hill の二次降伏関数の時と同様に, 塑性異方性主軸が円筒座標系 ( $r, \theta, z$ ) と一致するとみなし, 上記異方性関数を ( $r, \theta, z$ ) に書き換えた降伏関数を用いる. これらの係数は, 小立方体圧縮試験法により測定する.

#### 5.3.2 Logan-Hosford の異方性降伏関数<sup>66)</sup>

Logan, Hosford らは結晶学的な上解法により, 応力主軸と塑性異方性主軸が一致する場合についての高次異方性降伏関数を提案した. ( $x, y, z$ ) を ( $r, \theta, z$ ) に置き換えれば,

$$2f(\sigma_{ij}) = F|\sigma_{\theta} - \sigma_z|^M + G|\sigma_z - \sigma_r|^M + H|\sigma_r - \sigma_{\theta}|^M = 2C^M \quad (5-2)$$

ここで、次数  $M$  は、bcc 金属であれば  $M = 6$ 、fcc 金属であれば  $M = 8$  が推奨されている。また、 $M = 2$  の場合、Hill の 2 次異方性降伏関数と一致する。塑性流動則を用いると、

$$\begin{aligned} d\varepsilon_r &= \frac{M}{2} d\lambda \left( G |\sigma_r - \sigma_z|^{M-1} + H |\sigma_r - \sigma_\theta|^{M-1} \right) \\ d\varepsilon_\theta &= \frac{M}{2} d\lambda \left( F |\sigma_\theta - \sigma_z|^{M-1} + H |\sigma_\theta - \sigma_r|^{M-1} \right) \\ d\varepsilon_z &= \frac{M}{2} d\lambda \left( F |\sigma_z - \sigma_\theta|^{M-1} + G |\sigma_z - \sigma_r|^{M-1} \right) \end{aligned} \quad (5-3)$$

となる。  $R_0, R_{90}$  はそれぞれ  $\theta, z$  方向の単軸圧縮より、

$$R_0 = d\varepsilon_z / d\varepsilon_r = F / H \quad (5-4)$$

$$R_{90} = d\varepsilon_\theta / d\varepsilon_r = F / G \quad (5-5)$$

となる。また、各軸応力状態を式(5-2)に代入すると、

$$2C^M = (G + H)Y_r^M = (H + F)Y_\theta^M = (F + G)Y_z^M \quad (5-6)$$

となる。以上より、 $C$  を  $Y_r, Y_\theta, Y_z$  から選び、 $R_0, R_{90}$  を用いれば、塑性異方性係数を算出できる。 $R_0, R_{90}$  はそれぞれ  $\theta, z$  方向の単軸圧縮より得られる値であるから、 $C$  を  $Y_\theta$  もしくは  $Y_z$  と一致させれば、 $\theta$  と  $z$  の 2 方向から圧縮すれば、 $F, G, H$  を算出できる。なお、式(5-4)、(5-6)は式(2-12b)、(2-12c)と一致する。したがって、Hill, Logan-Hosford の降伏関数において、 $C$  を一致させれば、Hill での  $F, G, H$  と Logan-Hosford での  $F, G, H$  は一致することになる。

### 5.3.3 後藤の 4 次異方性降伏関数<sup>80)</sup>

後藤は薄板成形において、Hill の 2 次異方性降伏関数の不備を指摘し、平面応力場における 4 次異方性降伏関数を提案した。ここでは、 $\sigma_r = \tau_{r\theta} = \tau_{rz} = 0$  の平面応力場に対し、 $(x, y, z)$  を  $(\theta, z, r)$  に置き換えれば、

$$f(\sigma_{ij}) = A_1 \sigma_\theta^4 + A_2 \sigma_\theta^3 \sigma_z + A_3 \sigma_\theta^2 \sigma_z^2 + A_4 \sigma_\theta \sigma_z^3 + A_5 \sigma_z^4 + (A_6 \sigma_\theta^2 + A_7 \sigma_\theta \sigma_z + A_8 \sigma_z^2) \tau_{\theta z}^2 + A_9 \tau_{\theta z}^4 \quad (5-7)$$

となる。 $A_1$ - $A_9$  は塑性異方性係数である。これらの係数は  $A_1 = 1$  ( $f(\sigma_{ij}) = \sigma_0$ ) とて、以下のようになる。

$$\begin{aligned}
A_1 &= 1 \\
A_2 &= -4 \frac{R_0}{1 + R_0} \\
A_3 &= \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_b} \right)^4 - (A_1 + A_2 + A_4 + A_5) = \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_r} \right)^4 - (A_1 + A_2 + A_4 + A_5) \\
A_4 &= -4 \frac{R_{90}}{1 + R_{90}} A_5 \\
A_5 &= \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_{90}} \right)^4 \\
A_6 &= \frac{(r_\alpha + 4c - 3)B_4 - (1 - c)B_5}{D} \\
A_7 &= B_6 - (A_6 + A_8) \\
A_8 &= \frac{(r_\alpha - 4c + 1)B_4 - cB_5}{D} \\
A_9 &= 16 \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_{45}} \right)^4 \left( \frac{r_{45}}{1 + r_{45}} \right) + 1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 \\
c &= \cos^2 \alpha \\
D &= (2c - 1)(r_\alpha + 1) \\
B_4 &= \frac{B_7 - c^2(1 - c)^2 B_6}{c(1 - c)(2c - 1)} \\
B_5 &= \frac{B_8 - (r_\alpha + 4c^2 - 4c + 1)B_6}{(2c - 1)} \\
B_6 &= 16 \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_{45}} \right)^4 \left( 1 + \frac{r_{45}}{1 + r_{45}} \right) - 2A_9 \\
B_7 &= \left( \frac{\sigma_0}{\sigma_\alpha} \right)^4 - \left\{ c^4 + c^3(1 - c)A_2 + c^2(1 - c)^2(A_3 + A_9) + c(1 - c)^3 A_4 + (1 - c)^4 A_5 \right\} \\
B_8 &= -\frac{r_\alpha \left\{ 4c^3 + 4(1 - c)^3 A_5 + c^2(3 - 2c)A_2 + (1 - c)^2(2c + 1)A_4 \right\}}{c(1 - c)} \\
&\quad + \frac{4c^3(1 - c) + 4c(1 - c)^3 A_5 + c^2(4c^2 - 6c + 3)A_2 + (1 - c)^2(4c^2 - 2c + 1)A_4}{c(1 - c)} \\
&\quad - 2(r_\alpha + 2c^2 - 2c + 1)A_3 + 4c(1 - c)A_9
\end{aligned} \tag{5-8}$$

ここで、 $\alpha$ は円周方向からの角度であり、 $0, 45, 90^\circ$ 以外の値を選択すればよい。また、 $\sigma_b$ は等二軸引張における降伏応力であり、ここでは、後述(5.3.5節)の理由により、 $\sigma_b = \sigma_r$ となるので、 $r$ 方向圧縮における降伏応力を用いる。以上より、 $\alpha = 22.5^\circ$ として、 $R_0, R_{22.5}, R_{45}, R_{90}, \sigma_0, \sigma_{22.5}, \sigma_{45}, \sigma_{90}, \sigma_b (= \sigma_r)$ の9つの値より塑性異方性係数を算出する。ただし、 $R_\alpha$ と $\sigma_\alpha$ は $\alpha$ 方向の小立方体圧縮試験より、同時に測定できるので、実際には、 $\alpha = 0, 22.5, 45, 90^\circ$ および $r$ 方向の5方向の小立方体圧縮試験により、後藤の塑性異方性係数すべてを算出できる。

### 5.3.4 Yld2000-2d

Barlatらは、Logan-Hosfordの降伏関数を発展させた。薄板成形などの平面応力場において、応力主軸と塑性異方性主軸が一致しない場合の異方性降伏関数Yld2000-2d<sup>69)</sup>を提案した。

$$\begin{aligned}
 f(\sigma_{ij}) &= \phi = \phi' + \phi'' = 2\sigma_{eq}^M \\
 \phi' &= |X_1' - X_2'|^M \\
 \phi'' &= |2X_2'' + X_1''|^M + |2X_1'' + X_2''|^M
 \end{aligned} \tag{5-9}$$

$\phi$ は $M$ 次の同次関数である。ここでは、塑性異方性主軸が円筒座標系と一致するみなし、 $(x, y, z)$ を $(\theta, z, r)$ に置き換えれば、 $X_1', X_2', X_1'', X_2''$ は次式のようになる。

$$\begin{aligned}
 X_1' &= \frac{1}{2} \left[ X_\theta' + X_z' + \left\{ (X_\theta' - X_z')^2 + 4X_{\theta z}'^2 \right\}^{1/2} \right] \\
 X_2' &= \frac{1}{2} \left[ X_\theta' + X_z' - \left\{ (X_\theta' - X_z')^2 + 4X_{\theta z}'^2 \right\}^{1/2} \right] \\
 X_1'' &= \frac{1}{2} \left[ X_\theta'' + X_z'' + \left\{ (X_\theta'' - X_z'')^2 + 4X_{\theta z}''^2 \right\}^{1/2} \right] \\
 X_2'' &= \frac{1}{2} \left[ X_\theta'' + X_z'' - \left\{ (X_\theta'' - X_z'')^2 + 4X_{\theta z}''^2 \right\}^{1/2} \right]
 \end{aligned} \tag{5-10}$$

ここで、

$$\begin{aligned}
X'_\theta &= \frac{2}{3}\alpha_1\sigma_\theta - \frac{1}{3}\alpha_1\sigma_z \\
X'_z &= -\frac{1}{3}\alpha_2\sigma_\theta + \frac{2}{3}\alpha_2\sigma_z \\
X'_{\theta z} &= \alpha_7\tau_{\theta z} \\
X''_\theta &= \frac{1}{9}\{(-2\alpha_3 + 2\alpha_4 + 8\alpha_5 - 2\alpha_6)\sigma_\theta + (\alpha_3 - 4\alpha_4 - 4\alpha_5 + 4\alpha_6)\sigma_z\} \\
X''_z &= \frac{1}{9}\{(4\alpha_3 - 4\alpha_4 - 4\alpha_5 + \alpha_6)\sigma_\theta + (-2\alpha_3 + 8\alpha_4 + 2\alpha_5 - 2\alpha_6)\sigma_z\} \\
X''_{\theta z} &= \alpha_8\tau_{\theta z}
\end{aligned} \tag{5-11}$$

であるから,

$$\begin{aligned}
\phi' &= \left[ \frac{1}{9} \{ (2\alpha_1 + \alpha_2)\sigma_\theta + (-\alpha_1 - 2\alpha_2)\sigma_z \}^2 + 4(\alpha_7\tau_{\theta z})^2 \right]^{M/2} \\
\phi'' &= \left\{ \frac{3}{2}(B_1\sigma_\theta + B_2\sigma_z) - \frac{1}{2}\sqrt{(B_3\sigma_\theta + B_4\sigma_z)^2 + 4(\alpha_8\tau_{\theta z})^2} \right\}^M \\
&\quad + \left\{ \frac{3}{2}(B_1\sigma_\theta + B_2\sigma_z) + \frac{1}{2}\sqrt{(B_3\sigma_\theta + B_4\sigma_z)^2 + 4(\alpha_8\tau_{\theta z})^2} \right\}^M \\
B_1 &= (2\alpha_3 - 2\alpha_4 + 4\alpha_5 - \alpha_6)/9 \\
B_2 &= (-\alpha_3 + 4\alpha_4 - 2\alpha_5 + 2\alpha_6)/9 \\
B_3 &= (-6\alpha_3 + 6\alpha_4 + 12\alpha_5 - 3\alpha_6)/9 \\
B_4 &= (3\alpha_3 - 12\alpha_4 - 6\alpha_5 + 6\alpha_6)/9
\end{aligned} \tag{5-12}$$

となる．ここで、 $\alpha_1$ - $\alpha_8$ は塑性異方性係数である．また次数  $M$  は偶数である．主応力状態 ( $\tau_{\theta z} = 0$ ) を仮定すると,

$$\begin{aligned}
F_\alpha &\equiv \phi - 2\sigma_{eq}^M \\
&= \frac{1}{3^M} \{ (2\alpha_1 + \alpha_2)\sigma_\theta + (-\alpha_1 - 2\alpha_2)\sigma_z \}^M + \{ (2\alpha_3 - 2\alpha_4)\sigma_\theta + (-\alpha_3 + 4\alpha_4)\sigma_z \}^M \\
&\quad + \{ (4\alpha_5 - \alpha_6)\sigma_\theta + (-2\alpha_5 + 2\alpha_6)\sigma_z \}^M - 2\sigma_{eq}^M \\
&= 0
\end{aligned} \tag{5-13}$$

となる． $\alpha = 0^\circ$  ( $\theta$ )方向の単軸応力状態では、 $\sigma_\theta = \sigma_0$ ,  $\sigma_z = 0$  であるから,

$$F_0 = (2\alpha_1 + \alpha_2)^M + (2\alpha_3 - 2\alpha_4)^M + (4\alpha_5 - \alpha_6)^M - 2\left(\frac{3\sigma_{eq}}{\sigma_0}\right)^M = 0 \tag{5-14}$$

となり、また、 $\alpha = 90^\circ$  ( $z$ )方向の単軸応力状態では、 $\sigma_\theta = 0$ ,  $\sigma_z = \sigma_{90}$  より、

$$F_{90} = (-\alpha_1 - 2\alpha_2)^M + (-\alpha_3 + 4\alpha_4)^M + (-2\alpha_5 + 2\alpha_6)^M - 2\left(\frac{3\sigma_{eq}}{\sigma_{90}}\right)^M = 0 \quad (5-15)$$

となる。さらに、 $\sigma_\theta = \sigma_z = \sigma_b$  の等二軸引張では、

$$F_b = (\alpha_1 - \alpha_2)^M + (\alpha_3 + 2\alpha_4)^M + (2\alpha_5 + \alpha_6)^M - 2\left(\frac{3\sigma_{eq}}{\sigma_b}\right)^M = 0 \quad (5-16)$$

となる。降伏関数 $\phi$ を塑性ポテンシャルとし、塑性流動則を用いると、

$$\begin{aligned} d\varepsilon_\theta &= d\lambda \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_\theta} \\ d\varepsilon_z &= d\lambda \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_z} \end{aligned} \quad (5-17)$$

となる。ここで、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_\theta} &= \frac{1}{3^M} \left[ M \{ (2\alpha_1 + \alpha_2)\sigma_\theta + (-\alpha_1 - 2\alpha_2)\sigma_z \}^{M-1} (2\alpha_1 + \alpha_2) \right. \\ &\quad + M \{ (2\alpha_3 - 2\alpha_4)\sigma_\theta + (-\alpha_3 + 4\alpha_4)\sigma_z \}^{M-1} (2\alpha_3 - 2\alpha_4) \\ &\quad \left. + M \{ (4\alpha_5 - \alpha_6)\sigma_\theta + (-2\alpha_5 + 2\alpha_6)\sigma_z \}^{M-1} (4\alpha_5 - \alpha_6) \right] \\ \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_z} &= \frac{1}{3^M} \left[ M \{ (2\alpha_1 + \alpha_2)\sigma_\theta + (-\alpha_1 - 2\alpha_2)\sigma_z \}^{M-1} (-\alpha_1 - 2\alpha_2) \right. \\ &\quad + M \{ (2\alpha_3 - 2\alpha_4)\sigma_\theta + (-\alpha_3 + 4\alpha_4)\sigma_z \}^{M-1} (-\alpha_3 + 4\alpha_4) \\ &\quad \left. + M \{ (4\alpha_5 - \alpha_6)\sigma_\theta + (-2\alpha_5 + 2\alpha_6)\sigma_z \}^{M-1} (-2\alpha_5 + 2\alpha_6) \right] \end{aligned} \quad (5-18)$$

である。 $R_0$  ( $\sigma_\theta = \sigma_0, \sigma_z = 0$ ),  $R_{90}$  ( $\sigma_\theta = 0, \sigma_z = \sigma_{90}$ ),  $R_b$  ( $\sigma_\theta = \sigma_z = \sigma_b$ ) を求めると、

$$\begin{aligned} R_0 &= \frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_r} = \frac{d\varepsilon_z}{-d\varepsilon_\theta - d\varepsilon_z} = \frac{\frac{\partial \phi}{\partial \sigma_z}}{-\frac{\partial \phi}{\partial \sigma_\theta} - \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_z}} \quad (\sigma_\theta = \sigma_0, \sigma_z = 0) \\ R_{90} &= \frac{d\varepsilon_\theta}{d\varepsilon_r} = \frac{d\varepsilon_\theta}{-d\varepsilon_\theta - d\varepsilon_z} = \frac{\frac{\partial \phi}{\partial \sigma_\theta}}{-\frac{\partial \phi}{\partial \sigma_\theta} - \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_z}} \quad (\sigma_\theta = 0, \sigma_z = \sigma_{90}) \\ R_b &= \frac{d\varepsilon_z}{d\varepsilon_\theta} = \frac{\frac{\partial \phi}{\partial \sigma_z}}{\frac{\partial \phi}{\partial \sigma_\theta}} \quad (\sigma_\theta = \sigma_z = \sigma_b) \end{aligned} \quad (5-19)$$

となる。したがって、

$$\begin{aligned}
G_0 &\equiv \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_\theta} R_0 + \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_z} (R_0 + 1) = 0 \quad (\sigma_\theta = \sigma_0, \sigma_z = 0) \\
G_{90} &\equiv \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_\theta} (R_{90} + 1) + \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_z} R_{90} = 0 \quad (\sigma_\theta = 0, \sigma_z = \sigma_{90}) \\
G_b &\equiv \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_\theta} R_b - \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_z} = 0 \quad (\sigma_\theta = \sigma_z = \sigma_b)
\end{aligned} \tag{5-20}$$

となり, 式(5-15)より,

$$\begin{aligned}
G_0 &= (2\alpha_1 + \alpha_2)^{M-1} \{(R_0 - 1)\alpha_1 - (R_0 + 2)\alpha_2\} + (2\alpha_3 - 2\alpha_4)^{M-1} \{(R_0 - 1)\alpha_3 + (2R_0 + 4)\alpha_4\} \\
&\quad + (4\alpha_5 - \alpha_6)^{M-1} \{(2R_0 - 2)\alpha_5 + (R_0 + 2)\alpha_6\} = 0
\end{aligned} \tag{5-21}$$

$$\begin{aligned}
G_{90} &= (-\alpha_1 - 2\alpha_2)^{M-1} \{(R_{90} + 2)\alpha_1 + (-R_{90} + 1)\alpha_2\} + (-\alpha_3 + 4\alpha_4)^{M-1} \{(R_{90} + 2)\alpha_3 + (2R_{90} - 2)\alpha_4\} \\
&\quad + (-2\alpha_5 + 2\alpha_6)^{M-1} \{(2R_{90} + 4)\alpha_5 + (R_{90} - 1)\alpha_6\} = 0
\end{aligned} \tag{5-22}$$

$$\begin{aligned}
G_b &= (\alpha_1 - \alpha_2)^{M-1} \{(2R_b + 1)\alpha_1 + (R_b + 2)\alpha_2\} + (\alpha_3 + 2\alpha_4)^{M-1} \{(2R_b + 1)\alpha_3 + (-2R_b - 4)\alpha_4\} \\
&\quad + (2\alpha_5 + \alpha_6)^{M-1} \{(4R_b + 2)\alpha_5 - (R_b + 2)\alpha_6\} = 0
\end{aligned} \tag{5-23}$$

となる. 以上より, 式(5-14), (5-15), (5-16), (5-21), (5-22), (5-23)により,  $\alpha_1 - \alpha_6$  を  $\sigma_0, \sigma_{90}, \sigma_b, \sigma_{eq}, R_0, R_{90}, R_b$  を用いて算出できる.

$\alpha_7 - \alpha_8$  については,  $\sigma_{45}, R_{45}$  を用いて算出できる.  $\sigma_{45}, R_{45}$  は  $\theta$  方向から  $45^\circ$  傾いた方向の単軸応力試験により測定できるので, 応力の座標変換式より,  $\sigma_\theta = \sigma_z = \tau_{\alpha z} = \sigma_{45}/2$  となる. 式(5-9), (5-12)より,

$$\begin{aligned}
F_{45} &= \left\{ \left( \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{6} \right)^2 + \alpha_7^2 \right\}^{M/2} + \left\{ \frac{3}{4}(B_1 + B_2) - \frac{1}{2} \sqrt{\left( \frac{B_3 + B_4}{2} \right)^2 + \alpha_8^2} \right\}^M \\
&\quad + \left\{ \frac{3}{4}(B_1 + B_2) + \frac{1}{2} \sqrt{\left( \frac{B_3 + B_4}{2} \right)^2 + \alpha_8^2} \right\}^M - 2 \left( \frac{\sigma_{eq}}{\sigma_{45}} \right)^M = 0
\end{aligned} \tag{5-24}$$

となる. ここで  $R_{\alpha l}$  は  $R$  面内で  $\theta$  軸から  $\alpha$  回転させたときの  $r$  値であるから, 体積一定則  $d\varepsilon_r + d\varepsilon_{\theta(\alpha,R)} + d\varepsilon_{\theta(90-\alpha,R)} = 0$ ,  $d\varepsilon_r + d\varepsilon_\theta + d\varepsilon_z = 0$  を用いると,

$$R_\alpha = \frac{d\varepsilon_{\theta(90-\alpha,R)}}{d\varepsilon_r} = \frac{-d\varepsilon_r - d\varepsilon_{\theta(\alpha,R)}}{d\varepsilon_r} = -\frac{d\varepsilon_{\theta(\alpha,R)}}{d\varepsilon_r} - 1 = \frac{d\varepsilon_{\theta(\alpha,R)}}{d\varepsilon_\theta + d\varepsilon_z} - 1 \tag{5-25}$$

となる. 式(5-9)の降伏関数  $\phi$  は  $M$  次同次関数であるから, オイラーの定理より,

$$\sigma_\theta \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_\theta} + \sigma_z \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_z} + \tau_{\alpha z} \frac{\partial \phi}{\partial \tau_{\alpha z}} + \tau_{z\theta} \frac{\partial \phi}{\partial \tau_{z\theta}} = M\phi \tag{5-26}$$

であり，塑性流動則を用いると，

$$\frac{1}{d\lambda}(\sigma_{\theta}d\varepsilon_{\theta} + \sigma_z d\varepsilon_z + \tau_{\theta z} d\varepsilon_{\theta z}) = M\phi \quad (5-27)$$

となる．また，応力，ひずみの座標変換式より，

$$\begin{aligned} \frac{1}{d\lambda}(\sigma_{\alpha} \cos^2 \alpha d\varepsilon_{\theta} + \sigma_{\alpha} \sin^2 \alpha d\varepsilon_z + \sigma_{\alpha} \sin \alpha \cos \alpha d\varepsilon_{\theta z}) &= M\phi \\ \frac{\sigma_{\alpha}}{d\lambda}(d\varepsilon_{\theta} \cos^2 \alpha + d\varepsilon_z \sin^2 \alpha + d\varepsilon_{\theta z} \sin \alpha \cos \alpha) &= M\phi \\ \frac{\sigma_{\alpha}}{d\lambda} d\varepsilon_{\theta(\alpha,R)} &= M\phi \end{aligned} \quad (5-28)$$

$$d\varepsilon_{\theta(\alpha,R)} = \frac{M\phi}{\sigma_{\alpha}} d\lambda$$

となる．式(5-17), (5-25), (5-28)より，

$$G_{\alpha} = \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{\theta}} + \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_z} - \frac{2M\sigma_{eq}^M}{\sigma_{\alpha}(1+R_{\alpha})} = 0 \quad (5-29)$$

となり， $\alpha = 45^{\circ}$  のとき，

$$G_{45} = \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_{\theta}} + \frac{\partial \phi}{\partial \sigma_z} - \frac{2M\sigma_{eq}^M}{\sigma_{45}(1+R_{45})} = 0 \quad (5-30)$$

となる．ただし， $\sigma_{\theta} = \sigma_z = \tau_{\theta z} = \sigma_{45}/2$  である．以上より， $\alpha_7 - \alpha_8$  は，式(5-24), (5-30)より， $\sigma_{45}, R_{45}$  を用いて決定できる．なお， $\alpha_1 - \alpha_8$  を決定するには，6元非線形連立方程式と2元非線形連立方程式を解く必要がある．

### 5.3.5 小立方体圧縮試験結果

管材 A1050 ( $\phi 17.8, t = 1.4 \text{ mm}$ ), A6063 ( $\phi 17.8, t = 1.4 \text{ mm}$ ) より，一辺 1.4 mm の準立方体を Fig. 5-12 のように，円周方向から角度  $\alpha = 0, 15, 22.5, 30, 45, 60, 67.5, 75, 90^{\circ}$  回転させて切り出した．これらをそれぞれ， $\alpha = 90, 75, 67.5, 60, 45, 30, 22.5, 15, 0^{\circ}$  方向から圧縮し， $R_{90}, R_{75}, R_{67.5}, R_{60}, R_{45}, R_{30}, R_{22.5}, R_{15}, R_0$  を求めた．結果を Fig. 5-13, 5-14 に示す．これらの図には，後述の Hill の降伏関数，後藤の降伏関数，Yld2000-2d より予測した曲線も示してある．A1050 では， $\alpha = 45^{\circ}$  で最小となる面内異方性が認められた． $R_{\alpha} > 1$  であれば，ハイロドフォーミングなどのバルジ変形に適しているが， $\alpha = 0, 15^{\circ}$  以外は  $R_{\alpha} < 1$  であり，バルジ変形性は乏しい．A6063 では， $\alpha = 0^{\circ}$  で最大， $\alpha = 45^{\circ}$  で最小となる面内異方性が認められ，A1050 と傾向は同様であるが，塑性異方性の程度は A6063 の方が強い．



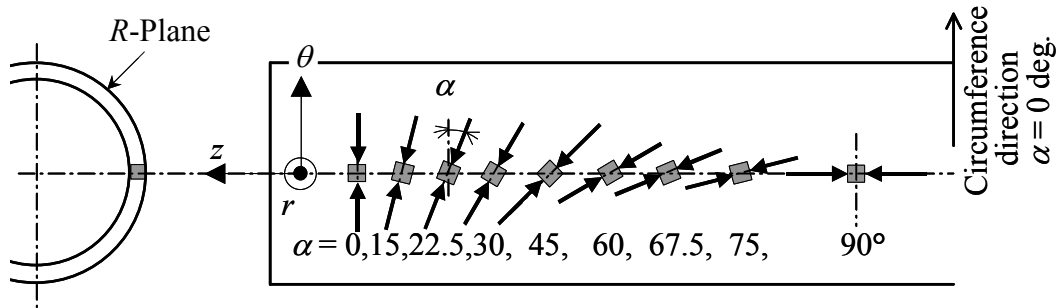


Fig. 5-12 Positions to cut cubes and directions of compression

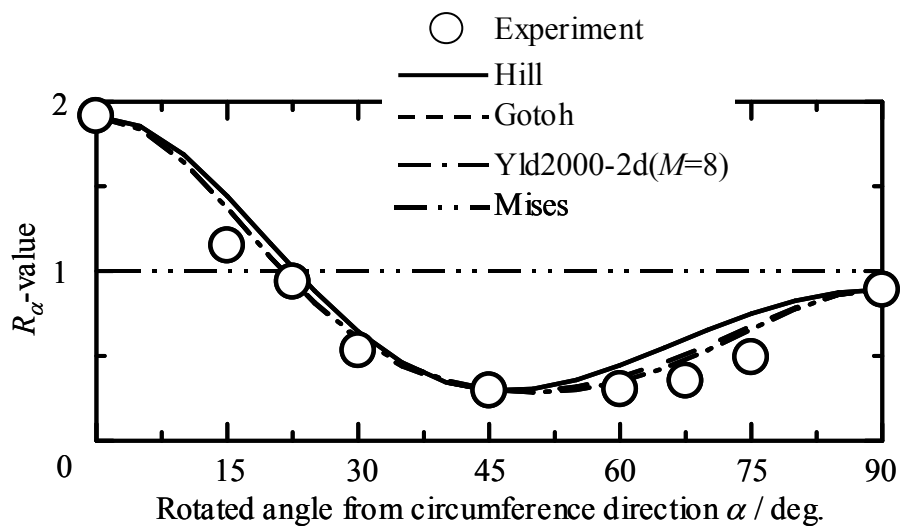


Fig. 5-13 Distribution of  $R_\alpha$ -values for A1050

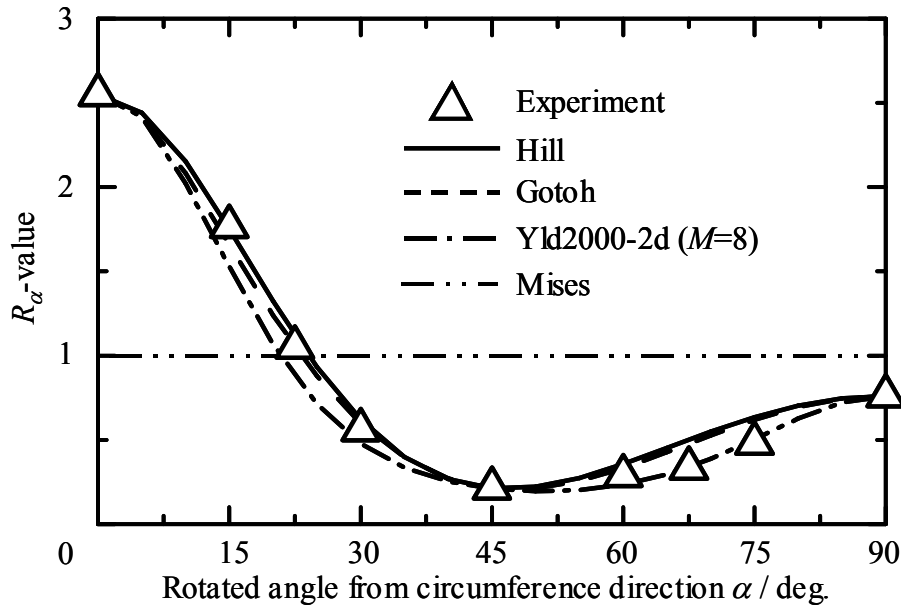


Fig. 5-14 Distribution of  $R_{\alpha}$ -values for A6063

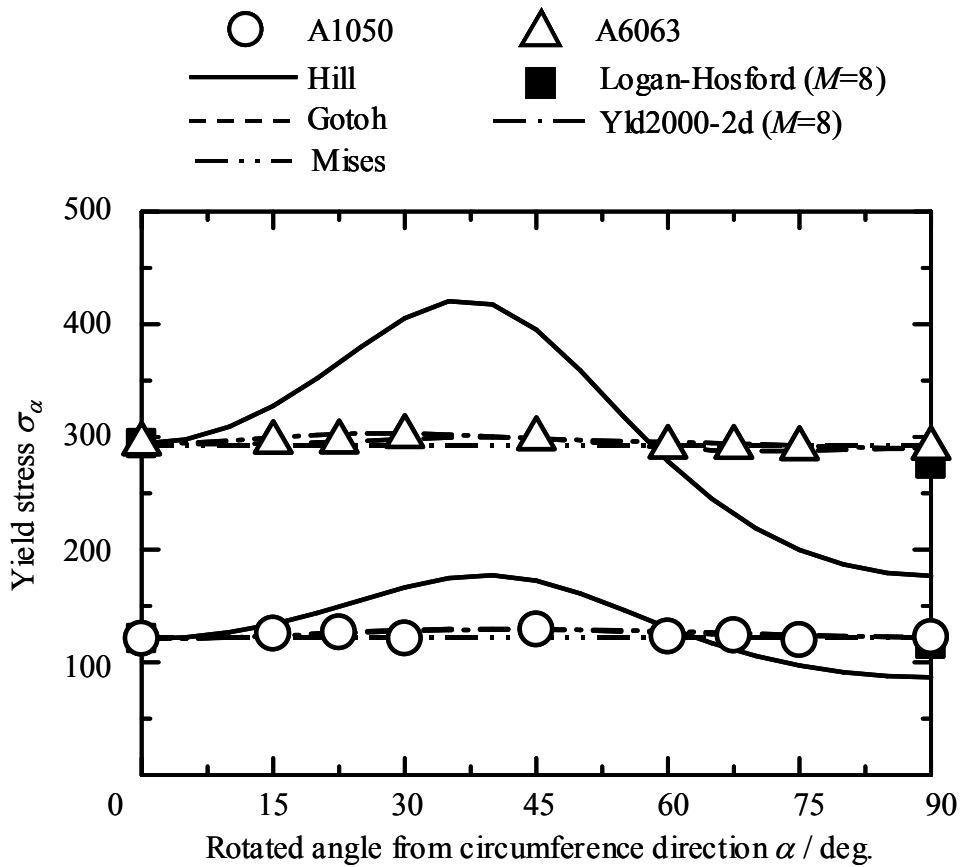


Fig. 5-15 Distribution of yield stress for A1050 and A6063 measured by small-cube compression test

次に、小立方体圧縮試験における圧縮降伏応力を各方向の降伏応力 $\sigma_\alpha$ と見なした。試験では、潤滑剤に牛脂を用い、できる限り摩擦を下げて圧縮した。各方向の降伏応力 $\sigma_\alpha$ を Fig. 5-15 に示す。A1050, A6063 とともに、各方向の応力差は小さく、 $R_\alpha$ 値のような明確な差は現れなかった。

Table 5-2 に Hill, Logan-Hosford の降伏関数の塑性異方性係数を示す。Hill の塑性異方性係数は、 $C = \sigma_0$  とし、 $R_0, R_{45}, R_{90}$  より算出した。Logan-Hosford の塑性異方性係数は、 $C = \sigma_0$  とし、 $R_0, R_{90}$  を用いたので、Hill の塑性異方性係数  $F, G, H$  と同じ値である。

後藤や Yld2000-2d では等二軸引張試験における  $r$  値 ( $R_b$ ) と降伏応力 $\sigma_b$ が必要となる。Barlat らは、薄板材において、等二軸引張試験の代わりに円板の圧縮試験を利用する方法を提案している<sup>172)</sup>。すなわち、等二軸引張における偏差応力と円板の圧縮における偏差応力が一致するため、等二軸引張試験の代替として用いた。そこで、管材において、Barlat らの手法を適用し、小立方体圧縮試験により、 $R_b, \sigma_b$ を求める。

管材における等二軸引張試験における応力、偏差応力状態は、

$$[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_b & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_b \end{bmatrix}, [S_{ij}] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -2\sigma_b & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_b & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_b \end{bmatrix} \quad (\text{ただし } \sigma_b > 0) \quad (5-31)$$

一方、 $r$  方向の小立方体圧縮試験における応力、偏差応力状態は、

$$[\sigma_{ij}] = \begin{bmatrix} \sigma_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, [S_{ij}] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2\sigma_r & 0 & 0 \\ 0 & -\sigma_r & 0 \\ 0 & 0 & -\sigma_r \end{bmatrix} \quad (\text{ただし } \sigma_r < 0) \quad (5-32)$$

となる。符号の正負に注意し、 $\sigma_b = -\sigma_r$  と考えれば、偏差応力状態は一致する。つまり、 $r$  方向の小立方体圧縮試験により、 $R_b, \sigma_b (= -\sigma_r)$  を求める事ができる。A1050 では  $R_b = 2.17, \sigma_b = 114 \text{ MPa}$ , A6063 では  $R_b = 2.98, \sigma_b = 275 \text{ MPa}$  であった。

Table 5-3 に後藤の4次降伏関数の塑性異方性係数  $A_1-A_9$  を示す。 $A_1-A_9$  は  $R_0, R_{22.5}, R_{45}, R_{90}, \sigma_0, \sigma_{22.5}, \sigma_{45}, \sigma_{90}, \sigma_b$  を用いた。また、Table 5-4 に Yld2000-2d の塑性異方性係数  $\alpha_1-\alpha_8$  を示す。 $\alpha_1-\alpha_8$  は  $R_0, R_{45}, R_{90}, R_b, \sigma_0, \sigma_{45}, \sigma_{90}, \sigma_b$  を用い、数式処理ソフト Maxima を用い、多変数ニュートン法により、近似解を求めた。

Fig. 5-13, 5-14, 5-15 に Hill, 後藤, Yld2000-2d, Mises (等方性) の降伏関数における  $R_\alpha, \sigma_\alpha$  の推定値を載せる。Logan-Hosford の降伏関数については、応力主軸と塑性異方性主軸が一致する場合のみしか扱えないため、 $\sigma_0, \sigma_{90}$  のみ示した。Fig. 5-13, 5-14 では、Mises の降伏関数以外を用いれば、 $R_\alpha$  値を正しく予測できる。Fig. 5-15 では、

Hill の降伏関数以外によれば、 $\sigma_a$ は予測される。応力を重視しない変形解析であれば、Hill の降伏関数でも、あまり問題ないといえる。一方、成形限界など、応力値を考慮しなければならない場合には、後藤の降伏関数や Yld2000-2d を用いたほうがよい。

ここでは、小立方体圧縮試験における圧縮応力を降伏応力と見なし、塑性異方性係数を求めた。圧縮試験では、潤滑剤は牛脂（A6063 棒材で $\mu=0.08$ ）を用い、できる限り摩擦を下げた。等方性材料の立方体圧縮試験のスラブ法では、 $\mu=0.08$  のとき、平均面圧（圧縮応力）は降伏応力よりも 8%程度大きくなる。したがって、より正確な塑性異方性係数を求めるためには、なんらかの推定方法で、 $\mu=0$  での応力値を決定する必要がある。ただし、圧縮方向に依らず一定の割合（一定のクーロン摩擦係数）と考えれば、加比の理より、塑性異方性係数比は変わらない。ここで用いた降伏関数は、式(5-8)、(5-14)–(5-16)のように、応力比として用いているため、摩擦の影響が相殺されるからである。

Table 5-2 Anisotropic coefficients for Hill's and Logan-Hosford's criteria

Material	$F$	$G$	$H$	$L$	$C$
A1050	1.3	1.5	0.69	1.7	$\sigma_0 = 121$
A6063	1.4	1.9	0.56	1.7	$\sigma_0 = 294$

Table 5-3 Anisotropic coefficients for Gotoh's criterion

Material	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$	$A_7$	$A_8$	$A_9$
A1050	1.0	-2.6	3.7	-1.8	1.0	5.0	-3.2	5.1	4.1
A6063	1.0	-2.9	4.0	-1.8	1.1	6.9	-4.1	6.9	4.0

Table 5-4 Anisotropic coefficients for Yld2000-2d

Material	$\alpha_1$	$\alpha_2$	$\alpha_3$	$\alpha_4$	$\alpha_5$	$\alpha_6$	$\alpha_7$	$\alpha_8$
A1050	1.10	0.94	1.25	1.05	0.95	0.98	0.87	0.92
A6063	1.10	0.96	1.26	1.08	0.92	0.95	0.86	1.05

## 5.4 塑性異方性を考慮した FEM の検証 (商用コードのベンチマーク)

### 5.4.1 ANSYS による円柱圧縮解析

第 2 章では軸対称異方性を有する円柱の圧縮解析を行った。ここでは、商用コード ANSYS-v11 を用いて、円柱圧縮試験の FEM 解析を行う。Fig. 5-16 に円柱圧縮試験における FE モデルを示す。円柱は直径 15 mm、高さ 10 mm とした。解析では、軸対称性を考慮し、断面の 1/4 に対して行い、摩擦係数 $\mu=0$ とした。Fig. 5-17 に  $F:G:H=2:1:1$  における  $\sigma_r, \sigma_\theta$  の応力分布を示す。圧縮量は 50% である。中心 ( $a/a_0=0$ ) を除いて、応力分布は第 2 章で示した理論値と一致している。中心では、スラブ法の理論値は $+\infty$ で特異であるのに対し、FEM 解析ではそれほど大きな値を示していない。これは中心付近の要素が十分に細くないためで、必要なレベルで表現可能である。

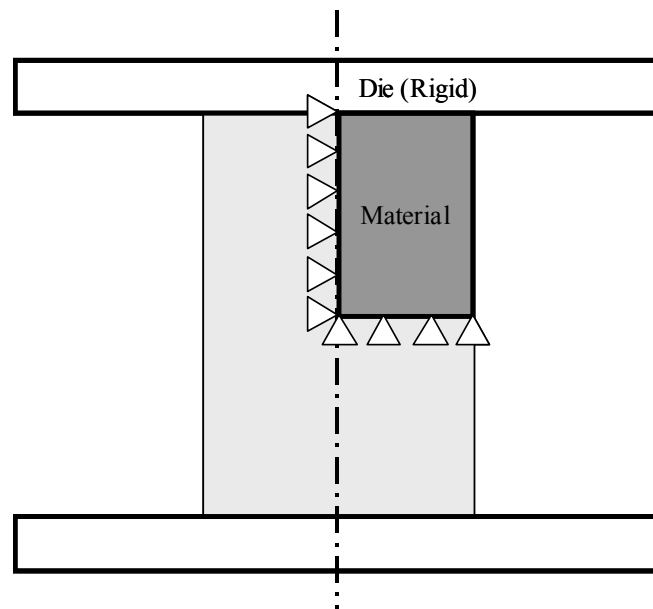


Fig. 5-16 Analysis model for cylindrical compression test of metal with axial-symmetric anisotropy

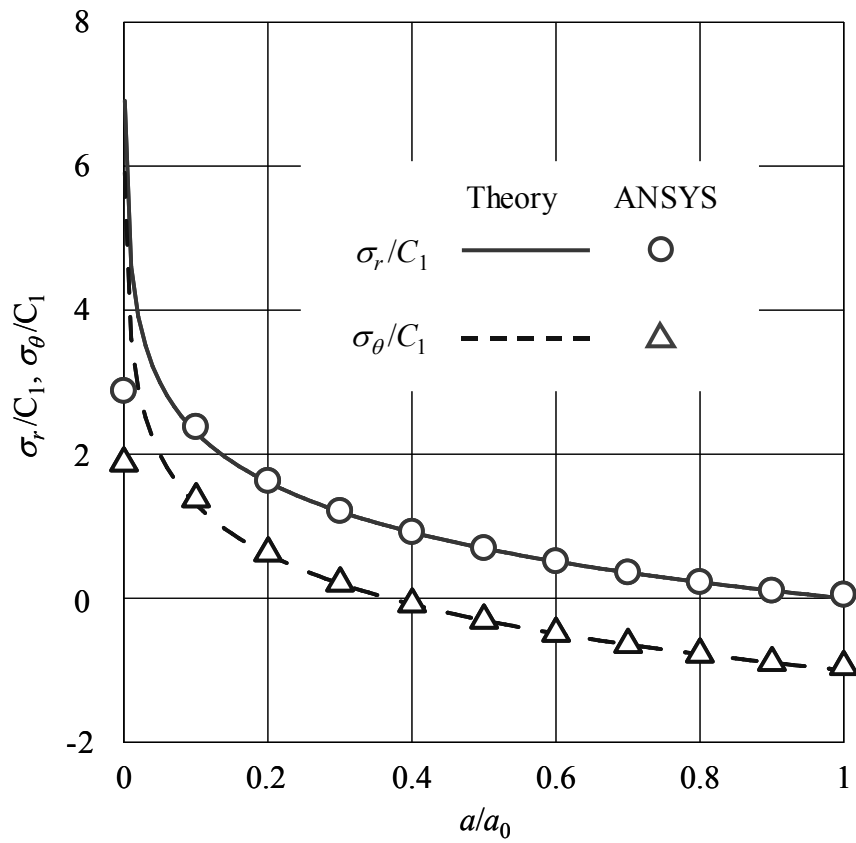


Fig. 5-17 Distribution of  $\sigma_r$  and  $\sigma_\theta$  that were calculated by slab method and ANSYS for solid cylinder compression test of metal with axial-symmetric anisotropy ( $F : G : H = 2 : 1 : 1$ )

### 5.4.2 DEFORM による円柱圧縮解析

ANSYS と同様のモデル (Fig. 5-16) を用いて, 商用コード DEFORM v10.1 で軸対称異方性を有する円柱の圧縮解析を行った. Fig. 5-18 に  $F : G : H = 2 : 1 : 1$  における  $\sigma_r, \sigma_\theta$  の応力分布を示す. DEFORM の予測値は理論値より小さくなっている. また, 境界条件: 外周  $a/a_0 = 1$  で  $\sigma_r = 0$  を満足しておらず, 正しい解析結果とはいえない. この不具合を開発元に指摘し, 修正されたものが DEFORM v10.1 SP2 である. 不具合の改善により, ANSYS 同様, 実験値とおおむね一致しており (Fig. 5-19), 軸対称異方性を考慮した計算が可能となった.

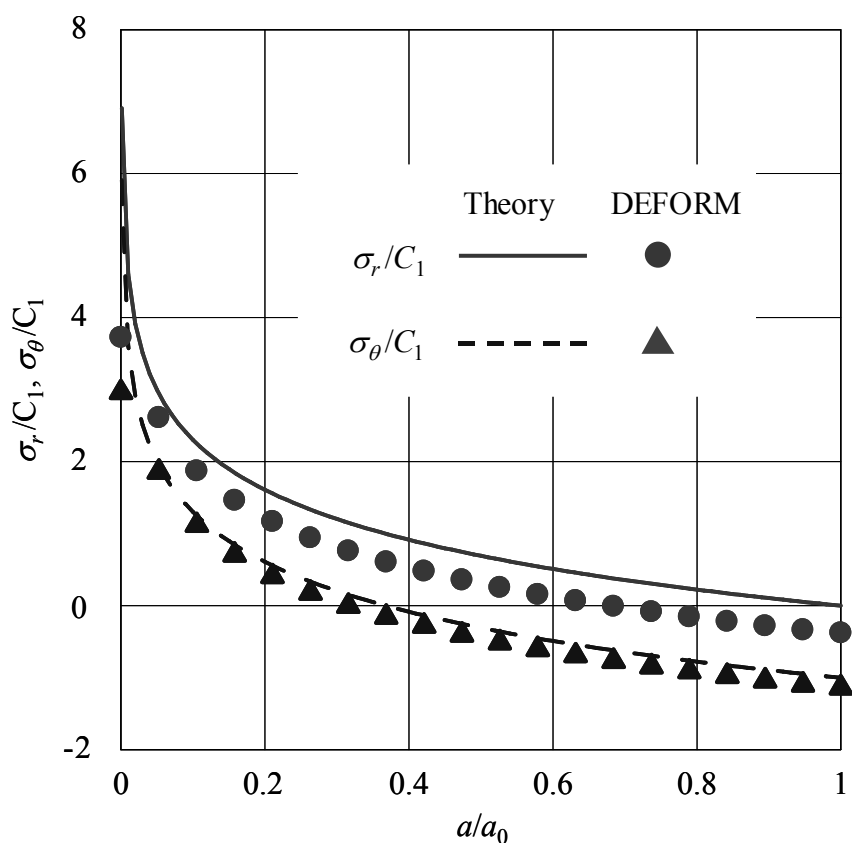


Fig. 5-18 Distribution of  $\sigma_r$  and  $\sigma_\theta$  that were calculated by slab method and DEFORM v10.1 for solid cylinder compression test of metal with of axial-symmetric anisotropy ( $F : G : H = 2 : 1 : 1$ )

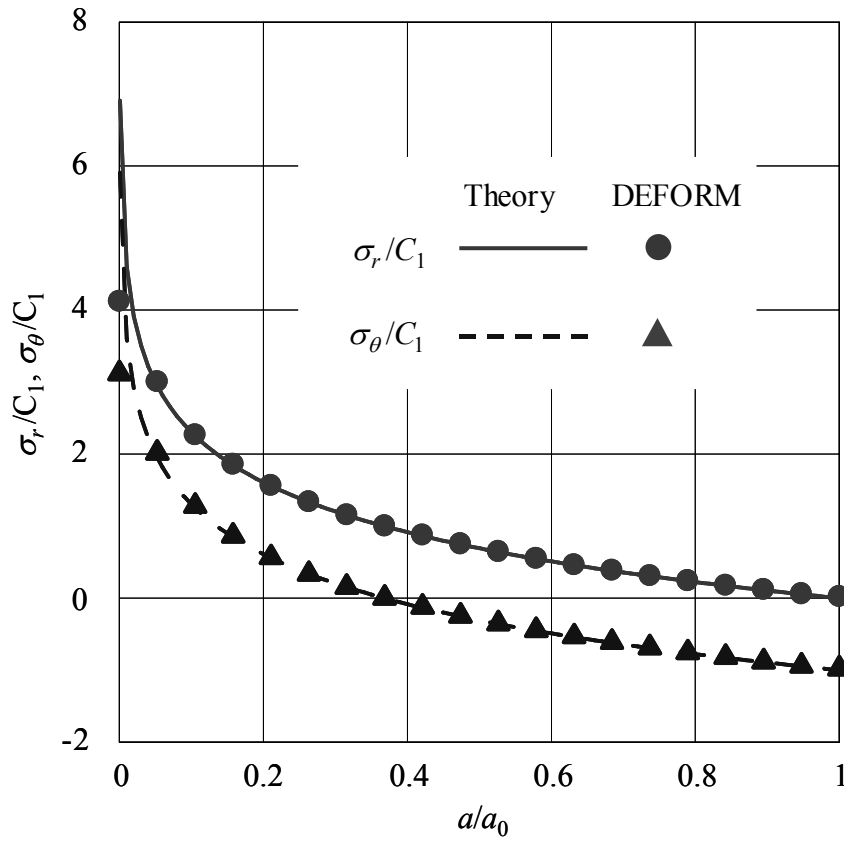


Fig. 5-19 Distribution of  $\sigma_r$  and  $\sigma_\theta$  that were calculated by slab method and DEFORM v10.1 sp2 for solid cylinder compression test of metal with axial-symmetric anisotropy ( $F : G : H = 2 : 1 : 1$ )



## 5.5 結言

バルク材の塑性異方性解析への応用として、小立方体圧縮試験法を用いたマグネシウム合金の塑性異方性に及ぼす温度の影響や、管材を例に、小立方体圧縮試験法により高次降伏異方性降伏関数の係数を求めた。また、商用 FEM コード：ANSYS, DEFORM により、Hill の 2 次異方性降伏関数を用い、塑性異方性解析を行った。結果を以下にまとめる。

- 1) マグネシウム合金 AZ31 押出し棒の塑性異方性は温度依存性を示し、小立方体圧縮試験における  $r$  値 ( $=\varepsilon_\theta/\varepsilon_z, \varepsilon_r/\varepsilon_z$ ) は、100-200°C で最大となった。また、Hill の相当ひずみ  $\varepsilon_{eq}$  が大きくなるにつれ、 $r$  値は小さくなった。さらに、小立方体圧縮試験や極点図より、 $r$  と  $\theta$  が等価な軸対称異方性を持つことを確認した。
- 2) 小立方体圧縮試験により得られた塑性異方性係数を用い、マグネシウム合金 AZ31 押出し棒のリング圧縮解析を行った結果、等方性では、摩擦係数を過大に見積もってしまうことが分かった。
- 3) 純アルミニウム A1050 やアルミニウム合金 A6063 の押出し管を用い、従来、測定困難であった、小径円管の  $R$  面内異方性を小立方体圧縮試験法により測定した。また、Logan-Hosford の高次降伏関数、後藤の 4 次降伏関数、Yld2000-2d の塑性異方性係数を特定した。
- 4) A1050, A6063 押出し管の  $R_\alpha$  値と  $\sigma_\alpha$  を比較した結果、Hill の 2 次降伏関数では、荷重などが問題とならず、形状のみ重要である場合では、十分活用できることが分かった。一方、後藤の 4 次降伏関数や Yld2000-2d を用いれば、 $R_\alpha$  だけでなく  $\sigma_\alpha$  も精度良く表せ、破断の予測精度も向上すると考えられる。
- 5) 円柱圧縮を例に、軸対称 2D モデルで商用 FEM 変形解析プログラムをベンチマークテストした。その結果を踏まえて改善されたプログラムでは、応力分布や変形形状などが正確に表せることを確認した。

## 第6章 総括

本研究では、管・棒・ブロック材の塑性異方性係数を測定し、塑性異方性を考慮した変形解析を行った。これにより、バルク成形での変形解析の高精度化を目指した。まず、管・棒材における軸対称塑性異方性が変形や応力分布に及ぼす影響を示した。ついで、小立方体圧縮試験法により、管・棒・ブロック材の塑性異方性係数を特定した。また、得られた値を用いてFEM解析することにより、摩擦と塑性異方性との材料流動に及ぼす影響を調べた。さらに、マグネシウム合金の塑性異方性の測定や、高次異方性降伏関数の係数の特定、商用FEMコードのベンチマークを行った。各章で得られた結論を以下に列挙する。

第1章では、板成形で進められた塑性異方性降伏関数が発展してきた経緯を示し、一方でバルク成形では同様の研究が遅れていることを示した。その原因は、バルク成形用の管・棒・ブロック材における塑性異方性の変形に及ぼす影響の程度が、これまでは十分に認識されていないことであり、塑性異方性係数の測定法がないことは重大な課題であると述べた。実用的には、最近注目されているマグネシウム合金やチタン合金などの強い塑性異方性材料の鍛造などにおいて、変形や型面圧を正確に予測するためには、塑性異方性は不可避な課題である。これらを解決することは、精密鍛造をさらに高いレベルで高精度化する上でも役立つ。

第2章では、数種類の棒材や管材について、Hillの2次降伏関数

$$\begin{aligned} 2f(\sigma_{ij}) &= F(\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + G(\sigma_z - \sigma_r)^2 + H(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + 2L\tau_{\theta z}^2 + 2M\tau_{rz}^2 + 2N\tau_{r\theta}^2 \\ &= 2C^2 \end{aligned} \quad (2-8)$$

を用い、変形や応力分布などを考察・試験した。その結果、棒材や管材においても塑性異方性の違いが材料の変形に現れることを例示し、バルク成形において異方性塑性理論を展開する意義を示した。以下に結果をまとめる。

- 1) 管材については、軸方向引張試験の管径(周長)変化と肉厚変化により  $F/G (= \varepsilon_\theta / \varepsilon_r)$  を求めた。また、管壁の厚さ方向圧縮試験により  $H/G (= \varepsilon_\theta / \varepsilon_z)$  を求めた。例えば、A6063 では  $F/G = 0.55$ ,  $H/G = 0.69$  となり、塑性異方性が認められた。

- 2) 軸対称塑性異方性のある材料では、工具と材料の間で摩擦なしの円柱圧縮（または丸棒の引張）においても応力が半径方向に分布することを予測した。
- 3) 棒材について、半円柱圧縮における半円周の長さ変化と半径の変化から  $F/G$  を求めた。例えば、A2017 では  $F/G = 0.37$  を示し、棒材でも、塑性異方性が認められた。
- 4) 棒材の塑性異方性がリング圧縮試験における内径変化率に影響し、等方性理論とは異なる摩擦係数の読み取り値になることを示した。

第 3 章では、バルク成形において異方性塑性理論を適用する始めとして、引張試験では測定困難な塑性異方性を測定するために、小立方体圧縮試験法を考案した。この試験法を用い、各面についての  $r$  値を測定し、Hill の 2 次塑性異方性係数を特定した。結果を以下にまとめる。

- 1) 薄板の引張試験における  $r$  値（幅と板厚のひずみ比）の考えを 3 次元的に拡張した。ブロック材では、圧延方向に垂直な  $X$  面、幅方向に垂直な  $Y$  面、板厚方向に垂直な  $Z$  面に対し、 $X_\alpha$  値、 $Y_\alpha$  値、 $Z_\alpha$  値をそれぞれ定義した。管・棒では、半径方向に垂直な  $R$  面、円周方向に垂直な  $\theta$  面、押出し（引抜き、圧延）方向に垂直な  $Z$  面に対し、 $R_\alpha$  値、 $\theta_\alpha$  値、 $Z_\alpha$  値をそれぞれ定義した。これらの  $r$  値を用いて、Hill の 2 次塑性異方性係数の算出方法を示した。
- 2) 各面における  $r$  値を測定するため、小立方体圧縮試験法を考案した。薄板から切り取った小立方体の圧縮試験における  $r$  値と従来の引張試験における  $r$  値とはおおむね一致した。また、小立方体圧縮試験の再現性も良好であった。
- 3) 板・ブロック・管・棒材から切り出した小立方体を所定の方向から圧縮し、各面の  $r$  値を測定した。これらの値を用い、いくつかの材料に対し、Hill の 2 次塑性異方性係数を算出した。今回行った材料では、アルミニウム合金が強い塑性異方性を示し、低炭素鋼や純銅は比較的等方性に近かった。
- 4) 純アルミニウムのブロック材では、表層部で  $F = G > H$ 、内部で  $G > F > H$  であり、板厚方向で塑性異方性係数が異なった。内部では、圧延、板厚方向の変形と比べ幅方向の変形は小さかった。
- 5) アルミニウム合金押出し棒では、集合組織は半径方向で異なり、それを反映し、塑性異方性係数も半径方向で異なった。中心部で  $F = G > H$ 、表層で  $G > F > H$  となった。

第4章では、A6063( $\phi 16.8$ ), C1100( $\phi 10$ )の丸棒を対象に、小立方体圧縮試験とリング圧縮試験における塑性異方性と摩擦が材料変形に及ぼす影響を実験とFEMで調べた。

- 1) 小立方体圧縮試験では、摩擦が大きくなるほど圧縮面での直角2方向のひずみの比( $r$ 値)が1に近づいた。圧縮面近傍の自由な材料流動が摩擦によって阻害されるためと考える。
- 2) 工具と材料の間の摩擦を変え、小立方体圧縮試験のFEM解析を行った。塑性異方性を考慮することにより、圧縮面形状やバルジの程度を正確に表せた。また、 $\mu < 0.1$ では、圧縮面の $r$ 値への摩擦の影響は小さく、 $\mu = 0$ での $r$ 値とおおむね一致した。したがって、小立方体圧縮試験では、潤滑に牛脂や牛脂黒鉛を用いて、滑らかな工具で圧縮すれば、測定上十分な精度で、塑性異方性係数を求められる。
- 3) 塑性異方性を考慮したFEM解析により、リング圧縮のノモグラフを作成した。A6063のように、塑性異方性がある材料について、リング圧縮試験を用いて摩擦係数をより正確に推定した。

第5章では、バルク材の塑性異方性解析への応用として、小立方体圧縮試験法を用いたマグネシウム合金の塑性異方性に及ぼす温度の影響や、管材を例に、小立方体圧縮試験法により高次降伏異方性降伏関数の係数を求めた。また、商用FEMコード: ANSYS, DEFORMにより、Hillの2次異方性降伏関数を用い、塑性異方性解析を行った。結果を以下にまとめる。

- 1) マグネシウム合金AZ31押出し棒の塑性異方性は温度依存性を示し、小立方体圧縮試験における $r$ 値( $=\epsilon_\theta/\epsilon_z, \epsilon_r/\epsilon_z$ )は、100-200°Cで最大となった。また、Hillの相当ひずみ $\epsilon_{eq}$ が大きくなるにつれ、 $r$ 値は小さくなった。さらに、小立方体圧縮試験や極点図より、 $r$ と $\theta$ が等価な軸対称異方性を持つことを確認した。
- 2) 小立方体圧縮試験により得られた塑性異方性係数を用い、マグネシウム合金AZ31押出し棒のリング圧縮解析を行った結果、等方性を仮定した場合より摩擦係数が小さいことが分かった。
- 3) 純アルミニウムA1050やアルミニウム合金A6063の押出し管を用い、従来、測定困難であった、小径円管の $R$ 面内異方性を小立方体圧縮試験法により測定した。また、Logan-Hosfordの高次降伏関数、後藤の4次降伏関数、Yld2000-2dの塑性異方性係数を特定した。

- 4) A1050, A6063 押出し管の  $R_\alpha$  値と  $\sigma_\alpha$  を比較した結果, Hill の 2 次降伏関数では, 荷重などが問題とならず, 形状のみ重要である場合では, 十分活用できることが分かった. 一方, 後藤の 4 次降伏関数や Yld2000-2d を用いれば,  $R_\alpha$  だけでなく  $\sigma_\alpha$  も精度良く表せ, 破断の予測精度も向上すると考えられる.
- 5) 円柱圧縮を例に, 軸対称 2D モデルで商用 FEM 変形解析プログラムをベンチマークテストした. その結果を踏まえて改善されたプログラムでは, 応力分布や変形形状などが正確に表せることを確認した.

本研究において, 管・棒・ブロック材の塑性異方性係数を特定し, ひずみと応力の両面で実際に適合する式を得た. これらは, さらに高精度なバルク成形の変形解析にも活用可能である. 応用例として, 鍛造の摩擦試験で用いられるリング圧縮試験について, これまで以上に正確な摩擦係数が推定できるようになった. また, 代表的な有限要素変形解析の商用コードにおける不具合も指摘でき, 一部はすでに修正され, 工業的にも活用できるようになった. 以上の結果を通じて, バルク成形において異方性塑性理論を議論する意義を示し, それを具体的な変形解析に展開できるようにした.

## 参考文献

- 1) 日本塑性加工学会編: "塑性加工用語辞典", コロナ社, (1998).
- 2) 福田実: "異方性材料の塑性論の  $R$  値表現", 塑性と加工, **5-36** (1964), 3-15.
- 3) 山田嘉昭: " $R$  値が深絞り性に及ぼす影響について", 塑性と加工, **5-38** (1964), 183-194.
- 4) 磯邊邦夫: "板面内異方性を考慮した任意凸形状筒の深絞り用ブランクの設計", 塑性と加工, **43-492** (2002), 25-29.
- 5) 後藤學: "異方性構成式", 塑性と加工, **28-321** (1987), 993-998.
- 6) 斎藤浩一, 井垣久, 宇野政雄: "降伏条件式における異方性パラメータについて", 塑性と加工, **4-31** (1963), 508-514.
- 7) W. T. Lankford, S. C. Snyder, J. A. Bauscher: "New Criteria for Predicting the Press Performance of Deep Drawing Sheets", Transactions of American Society for metals, **42** (1950), 1197-1232.
- 8) 臼田松男: "材料特性の制御による板成形限界の向上", 塑性と加工, **33-383** (1992), 1329-1334.
- 9) 後藤學: "板の成形限界に関する理論的考察 I", 塑性と加工, **34-386** (1993), 226-231.
- 10) 後藤學: "板の成形限界に関する理論的考察 II", 塑性と加工, **34-388** (1993), 454-461.
- 11) 富田佳宏, 邵禾: "面内変形を受ける薄板のしわ発生と成長に関する研究", 塑性と加工, **32-366** (1991), 893-899.
- 12) 桑原利彦, 高橋進, 秋山浩二, 伊藤健治, 宮下洋介: "引張曲げ変形を受ける金属薄板のスプリングバック解析と実験検証", 塑性と加工, **36-410** (1995), 203-210.
- 13) 上森武, 岡田達也, 吉田総仁: "スプリングバック解析におけるバウシinger効果の適切なモデル化の重要性", 塑性と加工, **43-498** (2002), 639-643.
- 14) 日本塑性加工学会編: "加工プロセスシミュレーションシリーズ 1 静的解法 FEM - 板成形", コロナ社, (2004).
- 15) 岩田徳利, 松居正夫, 後藤學: "構成式, 破断判定式の改良と FEM プログラムへの導入", 塑性と加工, **33-381** (1992), 1196-1201.
- 16) 岩田徳利, 松居正夫, 後藤學: "構成式, 四角筒絞り成形問題の弾塑性解析", 塑性と加工, **33-381** (1992), 1202-1207.

- 17) 吉田亨, 伊藤耿一, 栗山幸久, 臼田松男: "板材の破断限界ひずみに及ぼす面内異方性の影響", 塑性と加工, **38-442** (1997), 985-990.
- 18) 山口克彦: "板材の成形限界を向上させるための基本的な考え方", 塑性と加工, **33-372** (1992), 3-12.
- 19) 戸澤康壽: "アルミニウム薄板の成形性から見た材料特性", 塑性と加工, **33-378** (1992), 782-789.
- 20) 桑原利彦: "軽量化材料の材料モデリングと成形シミュレーションへの影響", 塑性と加工, **44-506** (2003), 234-239.
- 21) 山田嘉昭: "引張試験に関して考えていること", 塑性と加工, **6-58** (1965), 666-673.
- 22) 山口克彦: "金属薄板材料の材料特性と成形性試験法", 塑性と加工, **38-432** (1997), 64-70.
- 23) 桑原利彦: "深絞り加工", 塑性と加工, **38-436** (1997), 448-453.
- 24) 小島之夫: "深絞り加工における工具・ブランクの接触状態の解析", 塑性と加工, **34-388** (1993), 544-549.
- 25) 勝田基嗣: "マグネシウム合金板の常温成形性", 塑性と加工, **50-585** (2009), 895-896.
- 26) 千野靖正, 馬淵守: "冷間プレス成形性向上を目指した新 Mg 合金圧延材の開発", 塑性と加工, **50-585** (2009), 897-901.
- 27) 行武栄太郎, 金子純一, 菅又信: "AZ31 マグネシウム合金板の常温および高温における成形限界", 塑性と加工, **44-506** (2003), 276-280.
- 28) 森謙一郎: "高温焼きなまし処理された市販 Mg 合金板の冷間プレス成形", 塑性と加工, **50-585** (2009), 902-905.
- 29) 大上哲郎, 関口昭一, 菊池正夫, 伊藤叡: "AZ31 マグネシウム薄板の温間成形特性", 塑性と加工, **42-482** (2001), 246-248.
- 30) L. Wang, L. C. Chan, T. C. Lee: "Formability analysis of magnesium alloy sheets at elevated temperatures with experimental and numerical method", Journal of Manufacturing Science and Engineering, **130** (2008), 061003, 7 pages.
- 31) 伊藤洋一: "マグネシウム板の塑性異方性と耳形成の関係", 日本金属学会誌, **34** (1970), 866-870.
- 32) W. F. Hosford, R. M. Caddell: "Metal Forming: Mechanics and Metallurgy", Prentice-Hall, (1983), 263-273.
- 33) 桑原利彦: "金属板材の異方性降伏関数", 軽金属, **48-11** (1998), 548-555.

- 34) 仲町英治: "塑性加工解析における材料モデル", 塑性と加工, **37**-421 (1996), 120-126.
- 35) D. Banabic, H. J. Bunge, K. Pöhlandt, A. E. Tekkaya: "Formability of Metallic Materials", Springer, (2000).
- 36) D. Raabe, F. Roters, F. Barlat, L. Q. Chen: "Continuum Scale Simulation of Engineering Materials", WILEY-VCH, (2004), 145-183.
- 37) 桑原利彦: "金属板材の異方性降伏関数の実験検証手法", 塑性と加工, **41**-471 (2000), 313-318.
- 38) T. Kuwabara: "Advances in Experiments on metal sheets and tubes in support of constitutive modeling and forming simulations", International Journal of Plasticity, **23** (2007), 385-419.
- 39) 鳴瀬勝房, B. Dodd, 本木勇二: "面内異方性降伏条件の実験的考察", 日本機械学会論文集 A 編, **57**-543 (1991), 45-49.
- 40) 武田武信, 廣瀬武彦: "応力時効した軟鋼の多軸降伏挙動", 塑性と加工, **34**-395 (1993), 1344-1350.
- 41) 武田武信, 野口尚彦: "比較的低温で応力時効した軟鋼の多軸降伏挙動", 塑性と加工, **35**-397 (1994), 164-169.
- 42) 桑原利彦: "十字形試験片を用いた 2 軸引張試験による冷間圧延鋼板の等塑性仕事面の測定と決定", 塑性と加工, **40**-457 (1999), 145-149.
- 43) 武田武信, 中田信一: "アルミニウム合金 A2024 の多軸強度に及ぼす冷間加工および時効の影響", 塑性と加工, **34**-385 (1993), 185-190.
- 44) 桑原利彦, 薄一平, 池田聡: "十字形試験片を用いた 2 軸引張試験によるアルミニウム合金板 A5182-O の降伏曲面の同定", 塑性と加工, **39**-457 (1998), 56-61.
- 45) 前田恭志, 服部重夫, 林田康宏, 石川孝司: "Al-Mg 合金の降伏曲面形状に及ぼす比例負荷状態での塑性変形の影響", 塑性と加工, **41**-468 (2000), 44-48.
- 46) 村山洋之介, 小原和夫, 池田圭介: "集合組織を有する純チタン板の降伏曲線の形状", 塑性と加工, **35**-399 (1994), 349-354.
- 47) 伊敷万太郎, 桑原利彦, 山口誠, 前田恭志, 林田康宏, 逸見義男: "面内 2 軸応力下における純チタン板の異方硬化挙動", 日本機械学会論文集 A 編, **75**-752 (2009), 491-500.
- 48) W. Hußnätter: "Yielding of magnesium alloy AZ31", Proc. of ICTP2008, 133-138.
- 49) 戸澤康壽, 白井久雄: "塑性変形挙動の系統的表示法", 塑性と加工, **16**-174 (1975),



- 550-558.
- 50) D. P. Koistinen, N. M. Wang: "Mechanics of Sheet Metal Forming", Plenum Press, (1978), 81-110.
- 51) 宅田裕彦, 森謙一郎, 広瀬智行, 八田夏夫: "延性破壊を考慮した有限要素シミュレーションによる深絞り加工の成形限界予測", 塑性と加工, **36-416** (1995), 985-990.
- 52) 岩田徳利, 野々山史男, 松居正夫, 牧原一典, 板倉和美, 後藤学: "リング状プレス成形の FEM 解析による最適化", 日本機械学会論文集 (C 編), **62-599** (1996), 2878-2883.
- 53) G. G. Moore, J. F. Wallace: "The Effect of Anisotropy on Instability in Sheet-Metal Forming", Journal of the Institute of Metals, (1964), 33-38.
- 54) T. C. Hsu, S. J. Hsieh: "Theoretical and Experimental Analysis of Failure for the Hemisphere Punch Hydroforming Process", Transactions of the ASME, Journal of Manufacturing Science and Engineering, **118** (1996), 434438.
- 55) 桑原利彦, 関則夫, 高橋進: "金属薄板の2軸引張曲げスプリングバック解析", 塑性と加工, **38-437** (1997), 582-586.
- 56) 高橋寛: "多結晶塑性論", 日本機械学会論文集 A 編, **65-630** (1992), 201-209.
- 57) 上森武, 藤原賢司, 吉田総二: "高張力鋼板の面内応力反転時の弾塑性挙動とそのモデル化", 塑性と加工, **43-494** (2002), 224-228.
- 58) R. Hill: "A Theory of the Yielding and Plastic Flow of Anisotropic Metals", Proceedings of the Royal Society of London, A, **193** (1948), 281-297.
- 59) R. Hill: "The Mathematical Theory of Plasticity", (1950), Oxford University Press.
- 60) R. Hill: "Theoretical plasticity of textured aggregates", Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, **85-1** (1979), 179-191.
- 61) R. Hill: "Constitutive Modeling of Orthotropic Plasticity in Sheet Metals", Journal of the Mechanics and Physics of Solids, **38-3** (1990), 405-417.
- 62) R. Hill: "A User-Friendly Theory of Orthotropic Plasticity in Sheet Metals", International Journal of Mechanical Sciences, **35-1** (1993), 19-25.
- 63) J. F. W. Bishop, R. Hill: "A Theory of the Plastic Distribution of a Polycrystalline Aggregate under Combined Stresses", Philosophical Magazine, Ser. 7, **42-327** (1951), 414-427.
- 64) J. F. W. Bishop, R. Hill: "A Theoretical Derivation of the Plastic Properties of a

- Polycrystalline Face-Centered Metal", *Philosophical Magazine*, Ser. 7, **42**-337 (1951), 1298-1307.
- 65) J. L. Bassani: "Yield Characterization of Metals with Transversely Isotropic Plastic Properties", *International Journal of Mechanical Sciences*, **19** (1977), 651-660.
- 66) W. F. Hosford: "On Yield Loci of Anisotropic Cubic Metals", *Proceedings of the 7th North America Metal Working Research Conference*, Society of Manufacturing Engineers, Dearborn, Michigan, (1979), 191-196.
- 67) R. W. Logan, W. F. Hosford: "Upper-Bound Anisotropic yield Locus Calculations Assuming  $\langle 111 \rangle$ -Pencil Glide", *International Journal of Mechanical Sciences*, **22** (1980), 419-430.
- 68) F. Barlat, J. Lian: "Plastic Behavior and Stretchability of Sheet Metals. Part I: A Yield Function for Orthotropic Sheets under Plane Stress Conditions", *International Journal of Plasticity*, **5** (1989), 51-66.
- 69) F. Barlat, J. C. Brem, J. W. Yoon, K. Chung, R. E. Dick, D. J. Lege, F. Pourboghrat, S. H. Choi, E. Chu: "Plane stress yield function for aluminum alloy sheets - part 1: theory", *International Journal of Plasticity*, **19** (2003), 1297-1319.
- 70) F. Barlat, D. J. Lege, J. C. Brem: "A six-Component yield Function for Anisotropic Materials", *International Journal of Plasticity*, **7** (1991), 693-712.
- 71) F. Barlat, R. C. Becker, Y. Hayashida, Y. Maeda, M. Yanagawa, K. Chung, J. C. Brem, D. J. Lege, K. Matsui, S. J. Murtha, S. Hattori: "Yielding description for solution strengthened aluminum alloys", *International Journal of Plasticity*, **13** (1997), 385-401.
- 72) F. Barlat, Y. Maeda, K. Chung, M. Yanagawa, J. C. Brem, Y. Hayashida, D. J. Lege, K. Matsui, S. J. Murtha, S. Hattori, R. C. Becker, S. Makosey: "Yield function development for aluminum alloy sheets", *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **45** (1997), 1727-1763.
- 73) F. Barlat, H. Aretz, J.W. Yoon, M.E. Karabin, J.C. Brem, R.E. Dick: "Linear transformation-based anisotropic yield functions", *International Journal of Plasticity*, **21** (2005), 1009-1039.
- 74) F. Barlat, J.W. Yoon, O. Cazacu: "On Linear transformation of stress tensor for the description of plastic anisotropy", *International Journal of Plasticity*, **23** (2007), 876-896.
- 75) D. Kim, F. Barlat, S. Bouvier, M. Rabahallah, T. Balan, K. Chung: "Non-quadratic anisotropic potentials based on linear transformation of plastic strain rate", *International*

- Journal of Plasticity, **23** (2007), 1380-1399.
- 76) F. Grytten, B. Holmedal, O. S. Hopperstad, T. Borvik: "Evaluation of identification methods for YLD2004-18p", International Journal of Plasticity, **24** (2008), 2248-2277.
- 77) T. Giagmouris, S. Kyriakides, Y. P. Korkolis, L. H. Lee: "On the Localization and Failure in Aluminum Shells Due to Crushing Induced Bending and Tension", International Journal of Solids and Structures, **47** (2010), 2680-2692.
- 78) O. Cazacu, B. Plunkett, F. Barlat: "Orthotropic yield criterion for hexagonal closed packed metals", International Journal of Plasticity, **22** (2006), 1171-1194.
- 79) B. Plunkett, O. Cazacu, F. Barlat: "Orthotropic yield criteria for description of the anisotropy in tension and compression of sheet metals", International Journal of Plasticity, **24** (2008), 847-866.
- 80) 後藤學: "4次降伏関数の導入による直交異方性理論の改良(平面応力) I", 塑性と加工, **19-208** (1978), 377-385.
- 81) 後藤學: "4次降伏関数の導入による直交異方性理論の改良(平面応力) II", 塑性と加工, **19-210** (1978), 598-605.
- 82) 後藤學: "四次降伏関数に基づく深絞りフランジ部の剛塑性変形解析", 日本機械学会論文集, A編, **46-404** (1980), 449-457.
- 83) 武田武信, 白鳥英亮, 辛島誠一, 那須康雄: "偏差応力の第3不変量を含む異方性降伏条件式についての一考察", 塑性と加工, **24-268** (1983), 442-448.
- 84) 斎藤浩一, 井垣久, 杉本正勝: "最大せん断応力説をもとにした異方性塑性理論", 日本機械学会論文集 第1部, **32-234** (1966), 203-208.
- 85) 山口克彦, 川口達治, 白川信彦: "等二軸と一軸引張降伏応力の比(X値)をもとにした金属薄板の異方性降伏関数", 塑性と加工, **33-383** (1992), 1412-1417.
- 86) 川口達治, 山口克彦, 白川信彦: "等二軸と一軸引張降伏応力の比(X値)をもとにした金属薄板の異方性降伏関数についての考察", 塑性と加工, **34-388** (1993), 493-499.
- 87) 青木顯一朗, 堀内良: "基礎機械材料学", 朝倉書店, (2000).
- 88) 広沢栄一: "Al合金押出板の集合組織について", 住友軽金属技報, (1964), 105-109.
- 89) 三宅裕彦, 菊池潮美, 八田夏夫: "薄板連続鑄造法で製造されたステンレス鋼板の鑄造, 冷延および焼鈍集合組織", 塑性と加工, **33-380** (1992), 1069-1073.
- 90) 前田恭志: "アルミニウム板における集合組織予測の現状", 塑性と加工, **40-467** (1999), 1164-1170.

- 91) 河合望, 林伸和, 村田吉則, 岩田久雄, 栗田幹哉: "軟鋼板と工業用純アルミニウム板の一軸引張予ひずみ板の  $r$  値と集合組織変化", 塑性と加工, **32-362** (1991), 326-333.
- 92) 村山洋之介, 小原和夫, 池田圭介: "集合組織を有する純チタン板の液圧バルジ試験における変形挙動", 塑性と加工, **35-397** (1994), 119-124.
- 93) 秀嶋保利, 富村宏紀, 平松直人: "SUS430 のリジニングおよび  $r$  値に及ぼす ( $\alpha+\gamma$ ) 温度域での熱処理を伴う製造プロセスの影響", 日新製鋼技報, **85** (2004), 1-10.
- 94) 鎌土重晴: "熱間加工によるマグネシウム合金素材の組織制御技術と高性能部材創製加工", 日本金属学会・日本鉄鋼協会東海支部 若手材料研究会資料, (2007).
- 95) 小島秀伸, 陳中春, 西村圭央, 池田圭介: "Mg 合金の温間圧縮における加工軟化に及ぼす初期集合組織の影響", 塑性と加工, **49-564** (2008), 61-65.
- 96) 西澤正行, 森宏治, 大石幸広, 河部望, 鎌土重晴: "マグネシウム合金再結晶挙動のEBSD その場観察", **59-7** (2009), 333-338.
- 97) W. F. Hosford, W. A. Backofen: "集合組織を有する金属の強さと塑性", 塑性と加工, **6-52** (1965), 285-292.
- 98) 吉永日出男: "面心, 体心および六方晶金属の結晶塑性", 軽金属, **21-12** (1971), 836-849.
- 99) 高橋寛: "多結晶塑性論", コロナ社, (1999).
- 100) 本橋元, 高橋寛, 土田信: "有限要素多結晶モデルによる塑性変形解析およびそのシステム化", 塑性と加工, **37-421** (1996), 201-206.
- 101) 仲町英治, 濱田佳紀: "有限要素法・離散化最適化手法に基づく板材結晶集合組織の最適設計", 塑性と加工, **39-446** (1998), 252-256.
- 102) 前田恭志, 服部重夫, 石川孝司: "Al-Mg 合金における冷延集合組織予測シミュレーション", 塑性と加工, **40-461** (1999), 591-595.
- 103) J. V. Bernir, N. R. Barton, J. Knap: "Polycrystal Plasticity Based Predictions of Strain Localization in Metal Forming", Transactions of the ASME, Journal of Engineering Materials and Technology, **130** (2008), 021020, 5 pages.
- 104) A. M. Maniatty, D. J. Littlewood, J. Lu: "Polycrystal Simulations Investigating the Effect of Additional Slip System Availability in a 6063 Aluminum Alloy at Elevated Temperature", Transactions of the ASME, Journal of Engineering Materials and Technology, **130** (2008), 021019, 9 pages.
- 105) K. Kondo: "Improvement of Product Accuracy in Cold Die Forging", Advanced

- Technology of Plasticity, **1** (1999), 41-48.
- 106) Hiroshi Takahashi, Hunhi Moro, Shin Tsuchida: "Plastic Anisotropy in Aluminum Drawn Tubes", *Metals and Materials*, **4-3** (1998), 380-385.
- 107) 山田賢治, 水越秀雄, 岡田英人: "ハイドロフォーミング用アルミニウム合金管の機械的性質", 第 51 回塑性加工連合講演会論文集, (2000), 349-350.
- 108) 近江弘章, 森孝男: "自由バルジ変形挙動に基づく鋼管の材料特性評価方法", *CAMP-ISIJ*, **18** (2005), 1189-1192.
- 109) 佐藤一雄, 高橋壮治: "パイプの曲げ加工による肉厚変化に及ぼす異方性の影響", *塑性と加工*, **23-252** (1982), 17-22.
- 110) 林清隆, 中村雅勇, 牧清二郎, 原田泰典: "浮動拡管プラグ曲げ加工の初等理論解析", *塑性と加工*, **38-442** (1997), 1024-1028.
- 111) 杉本正勝, 板倉良清, 斎藤浩一: "内圧を受ける異方性円管の塑性変形について", *日本機械学会論文集 (第 1 部)*, **39-328** (1973), 3609-3618.
- 112) Y. M. Hwang, Y. K. Lin: "Evaluation of Flow Stresses of Tubular Materials Considering Anisotropic Effects by Hydraulic Bulge Tests", *Transactions of the ASME, Journal of Engineering Materials and Technology*, **129** (2007), 414-421.
- 113) 日本塑性加工学会編: "チューブフォーミング-管材の二次加工と製品設計-", コロナ社, (1998).
- 114) K. Manabe, Y. Yoshida: "Evaluation of Hydroformability of Steel Pipes by Conical Flaring Test", *International workshop TUBEHYDRO2007*, (2007), 1-6.
- 115) 阿部秀明, 古堅宗勝: "ジルコニウム合金管の冷間ピルガ圧延における加工性評価方法の提案", *塑性と加工*, **49-572** (2008), 906-910.
- 116) 水村正昭, 栗山幸久: "ハイドロフォーミングの成形余裕度に及ぼす  $r$  値の影", *塑性と加工*, **45-517** (2004), 103-107.
- 117) 水村正昭, 井口敬之助, 栗山幸久, 澤田真也: "鋼管の管端を固定した自由バルジ試験", *CAMP-ISIJ*, **18** (2005), 1185-1188.
- 118) 武田武信, 那須康雄: "軸対称異方性を有する軟鋼の多軸降伏挙動", *塑性と加工*, **28-323** (1987), 1282-1288.
- 119) M. G. Stout, S. S. Hecker, R. Bourcier: "An Evaluation of Anisotropic Effective Stress-Strain Criteria for the Biaxial Yield and Flow of 2024 Aluminum Tubes", *Transactions of the ASME, Journal of Engineering Materials and Technology*, **105** (1983), 242-249.

- 120) 武田武信, 大橋紀之: "アルミニウム合金亜時効材および過時効材の変形特性", 塑性と加工, **35-407** (1994), 1426-1431.
- 121) 桑原利彦, 成原浩三, 吉田健吾, 高橋進: "軸力と内圧を受ける 5000 系アルミニウム合金管の塑性変形特性の測定と解析", 塑性と加工, **44-506** (2003), 281-286.
- 122) J. F. Bratt, Ö. Kanan: "Determination of the Yield Condition in the Third Quadrant of the Stress Plane", Transactions of the ASME, Journal of Applied Mechanics, (1966), 228.
- 123) 佐藤一雄, 内田史彦, 高橋壮治, 落合和泉, 大泉清: "銅パイプの異方性に及ぼす造管工程の影響", 塑性と加工, **23-252** (1982), 57-62.
- 124) 小嶋昌俊, 戸澤康壽: "引抜予加工材のすえ込み時における異方性", 塑性と加工, **13-133** (1972), 131-138.
- 125) 佐藤浩一, 吉田亨, 水村正昭, 末廣正芳, 伊藤耿一, 植村元: "3 次元局所分岐理論を用いた据え込み加工の破断限界予測", 第 61 回塑性加工連合講演会論文集, (2010), 351-352.
- 126) D. Bhattacharyya: "Influence of Specimen Orientation on the Deformation of Rings", Annals of the CIRP, **30** (1981), 139-142.
- 127) H. Han: "Influence of Material Anisotropy and Friction on Ring Deformation", Transactions of ASME, Journal of Tribology, **124** (2002), 637-644.
- 128) P. Huml, H. Han: "Influence of Anisotropy on Friction Estimated by the Ring Test", Transactions of the North American Manufacturing Research Institution of SEM, **29** (2001), 43-50.
- 129) K. Pöhlandt, K. Lange, M. Zucko: "Concepts and experiments for characterizing plastic anisotropy of round bars, wires, and tubes", Steel Research, **69** (1998), 170-174.
- 130) K. Pöhlandt, T. Oberländer: "Concepts for the Description of Plastic Anisotropy in Cold Bulk Metal Forming", Journal of Materials Processing Technology, **34** (1992), 187-194.
- 131) B. Carlsson, P. Huml: "Determination of the Material Properties of an Anisotropic Metal Wire", Annals of the CIRP, **45** (1996), 231-233.
- 132) G. Wsserman, (訳: 増田良道): "アルミニウムおよびその合金の集合組織とその工業的意義", 軽金属, **17-1** (1967), 5-13.
- 133) 水野高爾, 北村憲彦, 夏国洋: "棒・管材の塑性異方性について", 第 51 回塑性加工連合講演会論文集, (2000), 173-174.
- 134) 平尾雅彦, 原規彰, 福岡秀和, 藤沢和夫: "超音波による冷延鋼板集合組織の非破壊評価", 日本機械学会論文集 (A 編), **54-505** (1988), 1814-1820.

- 135) 小林道明, 野呂田博文, 道端久紀, 三浦節男, 大森誠一: "超音波によるランクフォード値の非破壊評価", 日本機械学会論文集 (A 編), **59-564** (1993), 1901-11908.
- 136) 戸澤康壽, 中村雅勇: "異方性材料のビッカースかたさ", 塑性と加工, **8-82** (1967), 631-638.
- 137) 工藤英明, 小沢貞夫: "面心立方金属の塑性変形とビッカース硬さ", 硬さと強さの研究, (1969), 11-20.
- 138) 広沢栄一: "Al 合金押出棒の繊維組織", 日本金属学会誌, **27** (1963), 95-98.
- 139) 井上博史: "アルミニウム合金押出材の集合組織", 軽金属, **52-11** (2002), 524-529.
- 140) 高橋恒夫, 小林義一: "アルミニウムの押し出し条件と集合組織について", 軽金属, **18-2** (1968), 81-87.
- 141) 高橋恒夫, 小林義一: "Al-Mg-Si 合金押し出し材の機械的性質と集合組織について", 軽金属, **19-1** (1969), 17-23.
- 142) 高橋恒夫, 小林義一, 時沢貢: "カムプラスチックメータによる 6063 合金の押し出し集合組織と機械的性質について", 軽金属, **23-6** (1973), 248-254.
- 143) 片山傳生, 仲町英治, 中村康範, 中栖一郎, 榎真一, 河村理恵: "SEM・EBSD 観察による冷間鍛造加工の材料流れと微視結晶集合組織の関係解明に関する研究", 塑性と加工, 第 55 回塑性加工連合講演会論文集, (2004), 453-454.
- 144) E. Yukutake, J. Kaneko, M. Sugamata: "Anisotropy and non-uniformity in plastic behavior of AZ31 magnesium alloy plates", Materials Transactions, **44-4** (2003), 452-457.
- 145) R. Matsumoto, K. Osakada: "Lubrication and Friction of Magnesium Alloys in Warm Forging", Annals of the CIRP, **51-1** (2002), 223-226.
- 146) R. Matsumoto, K. Osakada: "Development of Warm Forging Method for Magnesium Alloy", Materials Transactions, **45-9** (2004), 2838-2844.
- 147) 松本良: "AZ31 マグネシウム合金の鍛造特性に及ぼす熱処理の影響", 軽金属, **57-7**(2007), 274-279.
- 148) R. Matsumoto, H. Kawashima, K. Osakada: "Friction and Adhesion in Dry Warm Forging of Magnesium Alloy with Coated Tools", Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering, **1-4** (2007), 397-405.
- 149) R. Lapovok, P. D. Hodgson: "Determination of lower-bound ductility for AZ31 magnesium alloy by use of the bulge specimens", Transactions of the ASME, Journal of Engineering Materials and Technology, **129** (2007), 407-413.
- 150) 北村憲彦, 水野高爾, 夏国洋, 寺野元規: "管・棒材の軸対称塑性異方性", 塑性と

- 加工, 52-601 (2011)掲載日予定.
- 151) 山田嘉昭: "塑性力学", 日刊工業, (1971).
- 152) 寺野元規, 北村憲彦, 深津隆明: "小立方体圧縮試験による棒材の塑性異方性の測定", 塑性と加工, 投稿中.
- 153) M. Terano, K. Kitamura, T. Fukatsu, T. Mizuno: "Bulk Deformation in Cube and Ring compression for Materials with Anisotropy" Proceedings of the 5th JSTP International Seminar on Precision Forging (2009), 141-146
- 154) 吉田総二: "板材成形技術の現状と将来ビジョン", 塑性と加工, 49-574(2008), 1039-1043.
- 155) 寺野元規, 北村憲彦: "板材の塑性異方性", 平成 18 年度塑性加工学会春季講演会講演論文集, (2006), 337-338.
- 156) M. Terano, K. Kitamura: "Hill's Quadratic Anisotropy Parameter of Bar Materials", Proc. of international session in the 57th Japanese Joint Conference for the Technology of Plasticity (2006), 269-270.
- 157) K. Kitamura, M. Terano, T. Fukatsu, T. Mizuno: "Determination of Anisotropic Coefficients of Hill's Quadratic Yield Criterion for Bar Material", Proc. of the 9th International Conference on Technology of Plasticity, (2008), 2300-2305.
- 158) 寺野元規, 北村憲彦: "棒材におけるヒルの二次降伏異方性係数", 平成 19 年度塑性加工学会春季講演会講演論文集, (2007), 139-140.
- 159) M. Terano, K. Kitamura: "Measurement of Planar Anisotropy of Tube Material", Proc. of international session in the 56th Japanese Joint Conference for the Technology of Plasticity (2005), 225-226.
- 160) 寺野元規, 深津隆明, 北村憲彦: "棒材における塑性異方性パラメータ比の分布", 平成 16 年度塑性加工学会春季講演会講演論文集, (2004), 245-246.
- 161) M. Terano, K. Kitamura, T. Fukatsu, T. Mizuno: "Influence of Friction and Anisotropy on Cube- and Ring-compression Test", Proceedings of the 3rd JSME/ASME International Conference on Material and Processing, (2008), MSEC\_ICMP2008-72494, 7pages.
- 162) M. Terano, K. Kitamura, T. Fukatsu, T. Mizuno: "Influence of Friction and Anisotropy on Cube- and Ring-compression Test", Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering, Vol. 3 - No. 2 (2009), 256-266.
- 163) K. Kitamura, M. Terano, T. Fukatsu, T. Mizuno: "Influence of Friction and Anisotropy on Bulk Deformation of Metal" Proc. of the International Conference on Tribology in



- Manufacturing Processes, (2007), 227-232.
- 164) 寺野元規, 北村憲彦: "小立方体圧縮試験とリング圧縮試験に及ぼす塑性異方性と摩擦の影響", 第 58 回塑性加工連合講演会講演論文集, (2007), 577-578.
- 165) M. Terano, K. Kitamura, T. Fukatsu, T. Mizuno: "Estimation of Frictional Coefficient by Ring Compression Test for Metal with Axial-Symmetric Plastic Anisotropy", Proceedings of the 11th Asian Symposium on Precision Forging (ASPF2010), (2010), 72-75.
- 166) M. Terano, K. Kitamura, R. Matsumoto, Y. Mizuno: "Estimation of Plastic Anisotropy and Compressive Stress-Strain Curve of AZ31B Magnesium Alloy Extruded Bar for High-Accuracy FE Analysis", Steel Research International, **81-9** (2010), 1263-1266.
- 167) M. Terano, R. Matsumoto, K. Kitamura: "Forgeability and Plastic Anisotropy for Extruded bar of AZ31B Magnesium alloy", Proc. of international session in the 59th Japanese Joint Conference for the Technology of Plasticity (2008), 291-292.
- 168) 寺野元規, 北村憲彦, 松本良, 水野嘉人: "小立方体圧縮試験による AZ31B マグネシウム合金押し棒の塑性異方性", 日本機械学会 2010 年度年次大会講演論文集(6), (2010), 253-254.
- 169) H. Yoshinaga, R. Horiuchi: "Deformation Mechanisms in Magnesium Single Crystals Compressed in the Direction Parallel to Hexagonal Axis", Trans. JIM. 4 (1963), 1-8.
- 170) Y. Mizuno, M. Terano, K. Kitamura, R. Matsumoto: "Influence of Forging Temperature on Plastic Anisotropy for Extruded Bar of Mg-alloy AZ31B", Proc. of international session in the 60th Japanese Joint Conference for the Technology of Plasticity, (2009), 71-72.
- 171) M. Terano, K. Kitamura: "Simple Measurement of Plastic Anisotropy for Tube", Proc. of international session in the 61th Japanese Joint Conference for the Technology of Plasticity, (2010), pp. 81-82.
- 172) L. Xu, F. Barlat: "Disk Compression Testing and Constitutive Modeling of TWIP Sheet Sample", Proc. of the 9th International Conference on Technology of Plasticity, (2008), 2312-2317.

## 付録

### A リング圧縮試験のバッチファイル

#### A-1 リング形状比（高さ:内径:外径 = 1:2:4）

商用 FEM コード ANSYS-v11, v12 で、リング圧縮試験の解析に用いたバッチファイルを以下に示す。

```
1 /batch,list
2 /filename,AnalysisNo
3
4 /filename,mu0,1
5 /prep7
6
7 rxx=1.0
8 ryy=1.0
9 rzz=1.0
10 rxxy=1.0
11 ryz=1.0
12 rxz=1.0
13
14 et,1,182
15 keyopt,1,3,1
16 et,2,169
17 et,3,172
18 keyopt,3,9,0
19 keyopt,3,10,1
20 r,3
21 MPTEMP,1,0
22 MPDATA,EX,1,,70000
23 MPDATA,PRXY,1,,0.3
24
25 TB,BISO,1,1,2,
26 TBTEMP,0
27 TBDATA,,200,0,,,,
28
29 TB,HILL,1,1,6,
30 TBTEMP,0
31 TBDATA,,rxx,ryy,rzz,rxxy,ryz,rxz
32 mp,mu,2,0
33
34 k,1,4,1,5
35 BLC4,2,0,2,1
36 BLC4,0,1,8,1
37 esize,0.1
38 mat,1
39 type,1
40 amesh,1
41 mat,2
42 type,2
43 esize,0.1
44 lmesh,5,8
45 *get,PilotID,node,,num,max
46 PilotID=PilotID+1
47 nkpt,PilotID,1
48 tshap, pilo
49 e,PilotID
50 type,3
51 lsel,,,2,4
52 nsll,,1
53 esln,,0
54 esurf
55 alls
56 d,PilotID,ux,0,0
```

```

57 d,PilotID,uy,-0.5
58 d,PilotID,rotz,0.0
59 lsel,,1
60 nsl,,1
61 d,all,uy,0.0
62 alls
63 finish
64 /solution
65 rescontrol,,all,last
66 pred,off
67 nlgeom,on
68 time,1
69 NSUBST,50,200,20
70 outres,all,all
71 solv
72 finish
73
74 *get,substepNo,active,0,set,sbst
75 /POST26
76 NUMVAR,200
77 FILLDATA,191,,,,1,1
78 REALVAR,191,191
79 NSOL,2,236,U,Y, UY_2
80 STORE,MERGE
81 NSOL,3,32,U,X, UX_3
82 STORE,MERGE
83 NSOL,4,1,U,X, UX_4
84 STORE,MERGE
85 *CREATE,scratch,gui
86 *DEL,_P26_EXPORT
87 *DIM,_P26_EXPORT,TABLE,substepNo,4
88 VGET,_P26_EXPORT(1,0),1
89 VGET,_P26_EXPORT(1,1),2
90 VGET,_P26_EXPORT(1,2),3
91 VGET,_P26_EXPORT(1,3),4
92 /OUTPUT,'mu0_displacement','csv',''

93 *VWRITE,'TIME','UY_2','UX_3','UX_4'
94 %C, %C, %C, %C
95 *VWRITE,_P26_EXPORT(1,0),_P26_EXPORT
    (1,1),_P26_EXPORT(1,2),_P26_EXPORT(1,3)
96 %G, %G, %G, %G
97 /OUTPUT,
98 *END
99 /INPUT,scratch,gui
100 finish
101 save
102
103 /com start new program
104 /filename,mu002,1
105 /prep7
106 mp,mu,2,0.02
107 /solution
108 NSUBST,200,500,100
109 solv
110 finish
111 *get,substepNo,active,0,set,sbst
112 /POST26
113 NUMVAR,200
114 FILLDATA,191,,,,1,1
115 REALVAR,191,191
116 NSOL,2,236,U,Y, UY_2
117 STORE,MERGE
118 NSOL,3,32,U,X, UX_3
119 STORE,MERGE
120 NSOL,4,1,U,X, UX_4
121 STORE,MERGE
122 *CREATE,scratch,gui
123 *DEL,_P26_EXPORT
124 *DIM,_P26_EXPORT,TABLE,substepNo,4
125 VGET,_P26_EXPORT(1,0),1
126 VGET,_P26_EXPORT(1,1),2
127 VGET,_P26_EXPORT(1,2),3

```

```

128  VGET,_P26_EXPORT(1,3),4
129  /OUTPUT,'mu002_displacement','csv',''
130  *VWRITE,'TIME','UY_2','UX_3','UX_4'
131  %C, %C, %C, %C
132  *VWRITE,_P26_EXPORT(1,0),_P26_EXPORT
      (1,1),_P26_EXPORT(1,2),_P26_EXPORT(1,3)
133  %G, %G, %G, %G
134  /OUTPUT,
135  *END
136  /INPUT,scratch,gui
137  finish
138  save

```

- 1 行目…………… バッチ処理の宣言
- 2 行目…………… ファイル名の作成 (バッチファイル(txt形式)名と同一)
- 4 行目…………… ファイル名の変更 (与えるクーロン摩擦係数 $\mu$ の値を記す)
- 7-12 行目…………… Hill のオプション定数の入力
- 14-31, 34-63 行目 …… 解析モデルの作製
- 32 行目…………… 摩擦係数の入力 (ここでは $\mu=0$ )
- 64-72 行目…………… 解析条件の入力, 解析の実行
- 74-101 行目…………… 解析結果の出力 (工具の変位量, 内径変化量)
- 103-138 行目…………… 摩擦係数を変えて解析 (ここでは $\mu=0.02$ )

さらに摩擦係数を変えて解析する場合は, 103-138 行目で $\mu$ の値を変更し, 繰り返せば良い. 入力が必要なのは 2, 4, 7-12, 32, 92, 104, 106, 129 行目の下線部である.

#### Hill のオプション定数の算出法

ANSYS では, Hill の 2 次異方性降伏関数は次式で表される.

$$f(\sigma_{ij}) = \sqrt{F_A(\sigma_y - \sigma_z)^2 + G_A(\sigma_z - \sigma_x)^2 + H_A(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 2L_A\tau_{yz}^2 + 2M_A\tau_{zx}^2 + 2N_A\tau_{xy}^2} - C \quad (\text{A-1})$$

ここで,  $C$  は特定方向の降伏応力である. ここでの塑性異方性係数  $F_A-N_A$  は等方性材料であれば,  $F_A = G_A = N_A = 0.5, L_A = M_A = N_A = 1.5$  のときであり, 3 章で求めた係数 (例えば, Table3-7 など) の半分の値となる. ここで, Hill のオプション定数  $r_{xx}, r_{yy}, r_{zz}, r_{xy}, r_{yz}, r_{zx}$  を次式のように定義する.

$$\begin{aligned}
r_{xx} &= Y_x / \sigma_0 = \sqrt{\frac{1}{G+H}} \\
r_{yy} &= Y_y / \sigma_0 = \sqrt{\frac{1}{H+F}} \\
r_{zz} &= Y_z / \sigma_0 = \sqrt{\frac{1}{F+G}} \\
r_{xy} &= \sqrt{3} Y_{xy} / \sigma_0 = \sqrt{\frac{3}{2N}} \\
r_{yz} &= \sqrt{3} Y_{yz} / \sigma_0 = \sqrt{\frac{3}{2L}} \\
r_{zx} &= \sqrt{3} Y_{zx} / \sigma_0 = \sqrt{\frac{3}{2M}}
\end{aligned}
\tag{A-2}$$

ここで、 $\sigma_{ij}$  は  $I$  面  $j$  方向の垂直（もしくはせん断）降伏応力である。また、 $\sigma_0$  と  $Y_x, Y_y, Y_z$  の間には塑性異方性係数  $F, G, H$  を介し、次の関係が成り立つ。

$$\sigma_0^2 = (G_A + H_A) Y_x^2 = (H_A + F_A) Y_y^2 = (F_A + G_A) Y_z^2
\tag{A-3}$$

ANSYS では、軸対称解析では、回転軸が  $y$  軸とし、 $xy$  平面で解析を行わなければならない。したがって、ANSYS での  $x$  軸は半径方向、 $y$  軸は軸方向、 $z$  軸は円周方向となる。

#### A-2 リング形状比（高さ:内径:外径 = 2:3:6）

1	/batch,list	16	et,2,169
2	/filnam, <b>AnalysisNo</b>	17	et,3,172
3		18	keyopt,3,9,0
4	/FILENAME, <b>mu0,1</b>	19	keyopt,3,10,1
5	/prep7	20	r,3
6		21	MPTEMP,1,0
7	<b>rxx=1.0</b>	22	MPDATA,EX,1,,70000
8	<b>ryy=1.0</b>	23	MPDATA,PRXY,1,,0.3
9	<b>rzz=1.0</b>	24	
10	<b>rxxy=1.0</b>	25	TB,BISO,1,1,2,
11	<b>ryz=1.0</b>	26	TBTEMP,0
12	<b>rxz=1.0</b>	27	TBDATA,,200,0,,,
13		28	
14	et,1,182	29	TB,HILL,1,1,6,
15	keyopt,1,3,1	30	TBTEMP,0

```

31  TBDATA,,rxx,ryy,rzz,rxy,ryz,rxz
32  mp,mu,2,0
33
34  k,1,4.5,2.5
35  BLC4,3,0,3,2
36  BLC4,0,2,9,1
37  esize,0.1
38  mat,1
39  type,1
40  amesh,1
41  mat,2
42  type,2
43  esize,0.1
44  lmesh,5,8
45  *get,PilotID,node,,num,max
46  PilotID=PilotID+1
47  nkpt,PilotID,1
48  tshap, pilo
49  e,PilotID
50  type,3
51  lsel,,,,2,4
52  nsl,,1
53  esln,,0
54  esurf
55  alls
56  d,PilotID,ux,0.0
57  d,PilotID,uy,-1.0
58  d,PilotID,rotz,0.0
59  lsel,,,,1
60  nsl,,1
61  d,all,uy,0.0
62  alls
63  finish
64  /solution
65  rescontrol,,all,last
66  pred,off
67  nlgeom,on
68  time,1
69  NSUBST,50,200,20
70  outres,all,all
71  solv
72  finish
73
74  *get,substepNo,active,0,set,sbst
75  /POST26
76  NUMVAR,200
77  FILLDATA,191,,,,1,1
78  REALVAR,191,191
79  NSOL,2,656,U,Y, UY_2
80  STORE,MERGE
81  NSOL,3,52,U,X, UX_3
82  STORE,MERGE
83  NSOL,4,1,U,X, UX_4
84  STORE,MERGE
85  *CREATE,scratch,gui
86  *DEL,_P26_EXPORT
87  *DIM,_P26_EXPORT,TABLE,substepNo,4
88  VGET,_P26_EXPORT(1,0),1
89  VGET,_P26_EXPORT(1,1),2
90  VGET,_P26_EXPORT(1,2),3
91  VGET,_P26_EXPORT(1,3),4
92  /OUTPUT,'mu0_displacement','csv','.'
93  *VWRITE,'TIME','UY_2','UX_3','UX_4'
94  %C, %C, %C, %C
95  *VWRITE,_P26_EXPORT(1,0),_P26_EXPORT
(1,1),_P26_EXPORT(1,2),_P26_EXPORT(1,3)
96  %G, %G, %G, %G
97  /OUTPUT,
98  *END
99  /INPUT,scratch,gui
100  finish
101  save

```

```

102
103 /com start new program
104 /FILENAME,mu01,1
105 /prep7
106 mp,mu,2,0,1
107 /solution
108 NSUBST,200,500,100
109 solv
110 finish
111 *get,substepNo,active,0,set,sbst
112 /POST26
113 NUMVAR,200
114 FILLDATA,191,,,,1,1
115 REALVAR,191,191
116 NSOL,2,656,U,Y, UY_2
117 STORE,MERGE
118 NSOL,3,52,U,X, UX_3
119 STORE,MERGE
120 NSOL,4,1,U,X, UX_4
121 STORE,MERGE
122 *CREATE,scratch,gui
123 *DEL,_P26_EXPORT
124 *DIM,_P26_EXPORT,TABLE,substepNo,4
125 VGET,_P26_EXPORT(1,0),1
126 VGET,_P26_EXPORT(1,1),2
127 VGET,_P26_EXPORT(1,2),3
128 VGET,_P26_EXPORT(1,3),4
129 /OUTPUT,'mu01_displacement','csv','.'
130 *VWRITE,'TIME','UY_2','UX_3','UX_4'
131 %C, %C, %C, %C
132 *VWRITE,_P26_EXPORT(1,0),_P26_EXPORT
(1,1),_P26_EXPORT(1,2),_P26_EXPORT(1,3)
133 %G, %G, %G, %G
134 /OUTPUT,
135 *END
136 /INPUT,scratch,gui
137 finish
138 save

```

各行の内容はリング形状比（高さ:内径:外径 = 1:2:4）と同じである。解析モデル形状が異なるだけである。

## 謝辞

本論文の作成に当たって終始御懇篤なるご指導を賜りました名古屋工業大学の北村憲彦准教授に謹んで感謝の意を表します。また、本論文をまとめるにあたり、多大なご教示とご助言を賜りました名古屋工業大学の堂田邦明教授、中村隆教授、ならびに吉成修教授に深く感謝いたします。

また、研究を遂行するに当たって、ご協力をいただきました大阪大学の松本良助教、ならびに名古屋工業大学の水野高爾名誉教授、小島之夫准教授、牧野武彦助教、加藤千代一技官に深く感謝いたします。

材料を御提供頂くとともに御討論頂きました住友軽金属工業株式会社の関係各位に深く感謝いたします。また、実験にご協力いただいた深津隆明殿、山田哲史殿、石川泰輔殿、松井秀徳殿、水野嘉人殿、宮田修作殿、中嶋昌平殿、NGUYEN HUY HIEP殿に深く感謝いたします。

最後にご協力いただきました名古屋工業大学の成形加工学研究室所属の学生諸君に深く感謝いたします。