

荷重積分法による画像の局所アピアランスの  
頑健で正確なパラメトリック記述

Robust and Accurate Parametric Description  
of Local Image Appearance  
by a Weighted Integral Method

2016年

後藤 秀聡



# 目次

<b>第1章</b>	<b>序論</b>	<b>1</b>
1.1	背景	1
1.2	パラメータ推定問題	3
1.3	エッジや尾根線の記述法	4
1.3.1	特徴抽出の基づくパラメータ推定法	4
1.3.2	パラメータ空間の探索法	6
1.3.3	非線形最適化問題に基づくパラメータ推定法	7
1.3.4	従来法の問題点	11
1.4	本論文の目的と構成	12
<b>第2章</b>	<b>荷重積分法による画像の局所アピランスのパラメトリック記述</b>	<b>13</b>
2.1	荷重積分法によるパラメトリック記述	14
2.1.1	定義と問題	14
2.1.2	荷重積分法	15
2.1.3	二次元画像内の線構造を表現するガウス関数をモデルとする場合	19
2.1.4	三次元画像内の線構造を表現するガウス関数をモデルとする場合	23
2.2	パラメータ推定の頑健化のための窓幅選択	29
2.2.1	窓幅選択の目的	29
2.2.2	窓幅選択の評価基準	30
2.2.3	窓幅の候補の選択基準	32
2.3	画像中における推定窓の間引きによるパラメータ推定の冗長性削減	33
2.3.1	パラメータの推定精度に基づく間引き間隔の基準	34
2.4	大局的構造記述のための局所記述の統合	34
2.4.1	折れ線構築に基づく曲線構造記述	36
<b>第3章</b>	<b>実験</b>	<b>39</b>
3.1	シミュレーション画像を用いた評価実験	39
3.1.1	荷重積分法によるパラメータ推定の精度評価	39
3.1.2	窓幅選択の有効性の確認と頑健性の評価	49
3.1.3	推定窓の間引きによるパラメータ推定の冗長性削減の評価	62
3.1.4	推定値統合による画像中の大局構造記述の評価	72

3.2 実画像を用いた評価実験 . . . . .	82
3.2.1 一般画像のエッジのパラメトリック記述 . . . . .	82
3.2.2 眼底画像の血管のパラメトリック記述 . . . . .	84
3.2.3 三次元 X 線 CT 画像の血管のパラメトリック記述 . . . . .	90
<b>第 4 章 結論</b>	<b>95</b>
<b>謝辞</b>	<b>99</b>
<b>業績一覧</b>	<b>101</b>
<b>参考文献</b>	<b>102</b>

# 第1章

## 序論

### 1.1 背景

画像処理および認識システムは文字認識 [1–5] や三次元形状復元 [6–12] , 顔認識 [13–15] , 指紋認証 [16, 17] , 医用画像処理 [18–29] , 画像検索 [30–32] など幅広く普及しており, 応用も多数存在する. この画像処理および認識システムは一般に, 低次から高次に至る階層処理により実現される. 各階層は低層における処理の結果を受け取り, より高層における処理に有用な情報を抽出し, 高次層へと出力する [33]. 低次処理ではピクセル値の補正 [34–38] や雑音除去 [39–45] に加えて, エッジ [39, 46–52] , コーナー [51, 53] , SIFT (Scale Invariant Feature Transform) [54, 55] , HOG (Histogram of Oriented Gradient) [56, 57] など画像中の比較的局所的なパターンの特徴を記述することが多く, 高次処理はそれら局所特徴を組み合わせるにより, より大域的な特徴を記述することが多い. 文献 [58] において, プリミティブと呼ばれる記号により局所特徴を記述した後, 順次プリミティブ同士をボトムアップに統合することにより画像全体を記述する枠組みが提案された. 文献 [58] が発表された当時, このボトムアップな枠組みは人の視覚系のモデルに合致するものであり, 一定の支持を得たが, 実応用に耐えるシステムの構築には不向きであった. その後, 特に例えば人体や顔などを対象とする画像認識において, 記述すべき対象に基づき, 低次処理で記述すべき局所特徴を定める枠組みが主流となってきた [15, 59, 60]. 例えば Active Shape Model [60] や Active Appearance Model [15] においては, 対象の形状モデルを直接画像へと位置合わせすることにより, 対象の切り出しと対象の状態推定を行う. これらトップダウンなアプローチは, 画像のセグメンテーションなど旧来の画像処理の諸問題を完全に解決したわけではなく, 例えば抽出された輪郭線の位置精度は決して高くはなかったが, 解像度や照明条件などの変動に対してある程度頑健に動作するため, 実応用に耐えるシステムの実現に大きく貢献した. 近年では深層学習 [3–5, 32, 61–67] において低次処理と高次処理とを同時にデザインする手法も多くの分野において, 主流となりつつある. しかし深層学習の結果, 得られる低次層には信号の wavelet 変換など, 古典的な特徴抽出器と同等のものが現れることが少なくない. このことは画像処理および認識にシステムにおける低次処理, ならびにボトムアップなアプローチの重要性が, 今日におい

ても失われていないことを示していると考えられる。すなわち、ボトムアップな枠組みが暗に仮定していた通り、認識対象に依存せずに機能する、汎用の初期処理体系が存在する可能性が色濃く存在する。

画像信号の各点周りの局所パターンは、単一のモデル関数で陽 (explicit) に表現できるパターンと、輝度値の分布の統計により陰 (implicit) に表現することが適しているパターンの大きく 2 種類に分類できる [68–71]。前者は点や曲線などに代表され、後者はテクスチャにより代表される。前者の explicit な表現においては、局所パターンの幾何的特徴を正確に記述することが、高次処理のためにも重要である。例えば画像中の曲線の各点は、局所的に尾根状のプロファイルを持つモデル関数で表現できる。曲線全体を記述する手法の多くは、局所的な線分パターンの位置と向き、太さの記述を大局的な構造へと統合することにより得られることが多い [26, 27, 72–76]。このため初期処理の局所的かつ explicit な表現において、曲線上の各点における位置と向き、太さの幾何的特徴を正確に記述できれば、曲線の走行方向や太さが滑らかに変化するなど汎用性の高いモデルに基づき、大局的な構造へとより正確に組み上げることが可能となる。

対象の三次元構造、特に境界や凹凸など形状特徴は、画像信号において点や尾根線、エッジなど explicit に表現できるパターンとして観測されることが多い。このため画像中の認識対象に注目したり、切り出したりする際に、explicit な局所表現の果たす役割は極めて大きい。本研究では、この explicit な表現のために、局所パターンを表現するためのモデル関数を用意する。このモデル関数はパラメータ群を持ち、explicit な表現においては入力されたパターンとモデル関数とが適合するように、これらパラメータの値を推定する。推定されたパラメータの値は入力パターンが有する構造の幾何的特徴を反映するため、パラメータの値が入力パターンの explicit な記述そのものとなる。本論では、このようなパラメータの値による入力パターンの記述を、パラメトリックな記述と呼ぶこととする。用意したモデル関数を入力パターンの生成モデルとみなすとき、パラメトリックな記述とは入力パターンより生成モデルのパラメータを推定する逆問題の解である。パラメトリックな記述のための、逆問題としてのパラメータ推定問題については、次節において論じる。

本研究では後に述べる通り、荷重積分法 [77, 78] をパラメータ推定に採用する。荷重積分法を利用すると、非線形なパラメータ推定問題を、線形な代数解法により解くことができるようになる。このためパラメータ推定の精度や安定性、ならびに計算効率に関する考察が容易になる。荷重積分法は元々一次元信号のパラメトリックな記述のために提案された手法であり、本論ではこの荷重積分法を  $D$  次元信号に拡張する。またパラメータ推定の精度や安定性を向上させる手法と、計算効率を改善する手法を、上記考察に基づき提案する。

本論では、画像の局所パターンのパラメトリックな記述を論ずる。画像の局所パターンのうち、explicit に表現されるものには、塊状や尾根状のパターンなどいくつかの種類が存在する [58, 68, 70, 71]。本論では、これらパターンのうち、線状の構造を有する尾根線とエッジに注目する。いずれも画像中の曲線や輪郭線など、曲線状の構造に対応する局所パターンであり、画像処理の応用上、その正確な記述が極めて重要なパターンである。尾根線やエッジを記述する際には表現すべき幾何的特徴は、位置と走行方向、太さ (スケー

ル)である。従来の尾根線やエッジの記述法の多く [48–50, 79–82] はこれら幾何的特徴量のうち一部のみを推定するが、提案法はこれら幾何的特徴量を表現するパラメータの値を3つ同時に推定する。

ここでエッジの記述法に注目し、従来法を概観する。エッジの記述は画像中の対象領域の決定には不可欠であるが、一方でエッジの記述問題が不良設定問題であることも知られており [83, 84]、エッジを記述するためには、まずエッジを生成するモデルを導入して解を拘束した上で、安定解法を定める必要がある。従来のエッジの記述法の主要なものは、位置のみを推定するものである [39, 46]。例えば Canny のエッジ検出 [46] が有名であり、広く利用されている。走行方向の推定法としては、画像の勾配方向より走行方向を推定するなど、多数の手法が提案されている [47, 51, 52, 85]。またエッジのスケール推定法も、対象領域の抽出や強調、動物体検出、三次元形状復元などに応用できることから、多数の手法が提案されてきた [10, 11, 48–50, 79–82]。これら多数の手法の多くは、パラメータ空間の探索によりパラメータを推定したり [48, 49, 79, 80]、画像雑音に敏感な特徴量を利用して推定したり [50] していた。前者は計算効率と推定精度の間にはトレードオフの関係を生みだし、後者は推定精度の安定性に問題がある。一方の提案法は、パラメータ空間の探索を必要とせず、尚かつパラメータ推定には画像雑音に対して安定して算出できる特徴量を利用する。従来よりエッジの記述のためのモデル関数として、ガウス関数が最も広く利用されている [48–50, 79–82]。本論においても、ガウス関数を採用する。後に説明する通り、ガウス関数はパラメータに関して非線形な関数であり、ガウス関数に基づくパラメトリックな記述においては、線形な逆問題を解く必要がある。非線形な逆問題の解法の主なアプローチはパラメータ空間の探索法であるが、荷重積分法を利用すればこの探索が不要となる。以下、次節においてパラメータ推定問題について述べる。

## 1.2 パラメータ推定問題

観測データを表現するモデル関数を定め、そのモデルパラメータの値を観測データより推定する問題は、理学、工学の広い範囲に存在する。観測データ  $y$  を表現するモデル関数を  $G(\cdot)$  で表すと、観測データ  $y$  とモデル関数  $G(\cdot)$  には次式の関係が成り立つ [86]。

$$y = G(\theta) + \epsilon, \quad (1.1)$$

但し  $\theta$  はモデル関数  $G(\cdot)$  のパラメータであり、 $\epsilon$  は観測値に含まれる雑音を表す。パラメータ推定問題とは、モデル関数  $G(\cdot)$  を定めた上で式 (1.1) に従い、観測値  $y$  を記述するパラメータ  $\theta$  の値を推定することである。ここで  $G(\cdot)$  がパラメータ  $\theta$  に関して非線形である場合、 $\theta$  の最適値の推定が困難になる場合が多い。一方  $G(\cdot)$  が  $\theta$  に関して線形な場合、代数解法を用いて容易に解くことができる。

パラメータ推定問題は、パラメータ  $\theta$  を観測データ  $y$  より解析的に算出できるか否かの2種類に分類できる。前者のモデル関数  $G(\cdot)$  のパラメータ  $\theta$  の値を解析的に算出できる場合の多くは、パラメータ  $\theta$  に関してモデル関数  $G(\cdot)$  が線形な場合である。線形な関

係を導出することができれば，式 (1.1) の関係式を  $y = G\theta + \epsilon$  として表現したとき，次式の通り逆行列を求め，パラメータの値を容易に推定できる．

$$\hat{\theta} = G^+ y, \quad (1.2)$$

ただし  $G^+$  は  $G$  の一般化逆行列である．式 (1.2) は雑音  $\epsilon$  が平均 0，共分散行列が単位行列の定数倍である正規分布に従う場合，最尤推定解に一致する [87, 88]．式 (1.2) は観測データとの誤差  $\|y - G\theta\|^2$  を最小化するパラメータ  $\theta$  を求めることと等価であり，最小二乗法とも呼ばれ，一般化逆行列の算出が容易であるため広く利用されている．提案法におけるモデル関数  $G(\cdot)$  はパラメータ  $\theta$  に関して非線形であるが，荷重積分法 [77, 78] により非線形なパラメータ推定問題を線形化する．

パラメータ推定問題においてモデル関数  $G(\cdot)$  のパラメータ  $\theta$  の値を解析的に算出できない場合の多くは，パラメータ  $\theta$  に関してモデル関数  $G(\cdot)$  が非線形な場合である．非線形なパラメータ推定問題に対するアプローチとして，パラメータの推定に有用な特徴量を観測データ  $y$  より抽出する手法と，コスト関数  $\|y - G(\theta)\|^2$  の非線形最適化問題を解く手法，パラメータ空間の探索法の 3 種類がある．1 つ目の手法は，モデル関数により画像信号のプロファイルを直接記述するのではなく，画像信号より特徴量を抽出し，その特徴量より幾何的特徴量を算出する手法である [50]．2 つ目の手法は，最尤法に代表される手法であり，データとモデルとの適合度を対数尤度で評価し，その尤度を最大にするパラメータを最適化により推定する [80, 87–89]．負の尤度をエネルギーとみなし，エネルギーを最小にするパラメータを最適化により推定する手法も，この手法に含まれる [22, 44, 90–93]．多くの場合，尤度関数はパラメータに関して非線形であり，その最適化は容易ではない．3 つ目の手法は，尤度やコスト関数を最適化するパラメータを，パラメータ空間を探索することにより推定する手法である [48, 49, 79]．2 つ目の手法と異なり，推定されるパラメータの値は本質的に離散化される．推定精度は探索の粒度が細かいほど高精度となるが，一方で計算量が探索の粒度を細くなるにともない大きくなる．次節では，従来の尾根線記述法を，本節で述べたパラメータ推定法の観点より概観する．

### 1.3 エッジや尾根線の記述法

本節では，画像中のエッジや尾根線のスケール推定法の既存手法について概説する．

#### 1.3.1 特徴抽出の基づくパラメータ推定法

Elder と Zucker が提案した手法 [50] は，特徴抽出に基づく手法である．この手法では，エッジ周りの局所パターンをステップ関数とボケ関数とのたたみ込みで表現し，エッジのモデルの一階微分および二階微分を求め，微分により抽出した特徴に注目して，エッジの位置とボケのスケールを推定する．ボケのないエッジをステップ関数  $u(x)$  で表すと，エッジ周りの局所パターンは，次式の通り表現できる．

$$I(x, y, \sigma) = A u(x) \otimes g(x, y, \sigma), \quad (1.3)$$



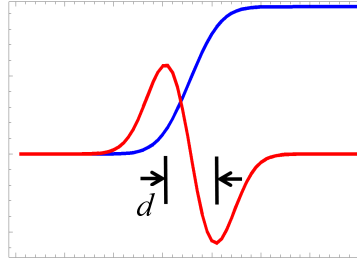


図 1.1 ボケたエッジとその二階微分に関する断面図．青線が輝度値，赤線が二階微分を表す． $d$  は，エッジ周りの二階微分の異符号の極点間の距離を示す．

ただし  $\bar{\sigma}$  はボケのスケールの真値であり， $g(x, y, \bar{\sigma})$  は次式のガウス関数である．

$$g(x, y, \bar{\sigma}) = \frac{1}{2\pi\bar{\sigma}^2} \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2}{2\bar{\sigma}^2}\right\}. \quad (1.4)$$

文献 [50] において Elder と Zucker は，エッジ周りの二階微分の異符号の極点間の距離の二乗が，エッジの局所的なスケールの二乗に比例することを利用する，スケール推定法を提案している．エッジとその二階微分の断面図の例を図 1.1 に示す．

特徴抽出に基づく手法 [50] について概説する．まず入力信号に対してガウス関数の二階微分をたたみ込み，信号の二階微分を求める．エッジ周りの信号の二階微分  $I_2$  とエッジのモデル  $I$ ，ガウス関数の二階微分  $g_{xx}$  には次式の関係が成り立つ．

$$\begin{aligned} I_2(x, y, \sigma_2) &= A u(x) \otimes g(x, y, \bar{\sigma}) \otimes g_{xx}(x, y, \sigma_2) \\ &= A u(x) \otimes g_{xx}(x, y, (\bar{\sigma}^2 + \sigma_2^2)^{1/2}) \\ &= \frac{-Ax}{\sqrt{2\pi}(\bar{\sigma}^2 + \sigma_2^2)^{3/2}} \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2}{2(\bar{\sigma}^2 + \sigma_2^2)}\right\}, \end{aligned} \quad (1.5)$$

ただしガウス関数の二階微分  $g_{xx}$  は次式の通りである．

$$g_{xx}(x, y, \sigma_2) = \frac{x^2 - \sigma_2^2}{2\pi\sigma_2^6} \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma_2^2}\right\}. \quad (1.6)$$

エッジのモデルはステップ関数とスケールが  $\bar{\sigma}$  のガウス関数  $g$  とのたたみ込みであるため，エッジ周りの二階微分  $I_2$  は式 (1.5) のようにステップ関数とスケールが  $(\bar{\sigma}^2 + \sigma_2^2)^{1/2}$  のガウス関数の二階微分  $g_{xx}$  のたたみ込みとして表現できる．信号の二階微分の極値間の距離  $d$  と，スケール  $\bar{\sigma}$ ， $\sigma_2$  には次式の関係が成り立つ．

$$(d/2)^2 = \bar{\sigma}^2 + \sigma_2^2. \quad (1.7)$$

式 (1.7) より，極点を抽出して極点間の距離  $d$  が求まれば，スケール  $\bar{\sigma}^2$  を解析的に計算できる．特徴量を利用する解析計算により，スケールパラメータの推定が実現できている．

極点間の距離  $d$  を求めるには，エッジの法線方向  $\theta$  も推定する必要がある．文献 [50] では，入力信号とガウス関数の一階微分を  $x$  軸と  $y$  軸に関してそれぞれ求め，法線方向  $\theta$  を次式のように求めている．

$$\hat{\theta} = \tan^{-1} \frac{I_y(x, y, \sigma_1)}{I_x(x, y, \sigma_1)}, \quad (1.8)$$

ただし  $I_x(x, y, \sigma_1)$  と  $I_y(x, y, \sigma_1)$  は、次式の通り求める。

$$I_x(x, y, \sigma_1) = I(x, y, \bar{\sigma}) \otimes g_x(x, y, \sigma_1), \quad (1.9)$$

$$I_y(x, y, \sigma_1) = I(x, y, \bar{\sigma}) \otimes g_y(x, y, \sigma_1), \quad (1.10)$$

また  $x$  軸と  $y$  軸それぞれに関するガウス関数の偏微分は、次式の通りである。

$$g_x(x, y, \sigma_1) = \frac{-x}{2\pi\sigma_1^4} \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma_1^2}\right\}, \quad (1.11)$$

$$g_y(x, y, \sigma_1) = \frac{-y}{2\pi\sigma_1^4} \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma_1^2}\right\}. \quad (1.12)$$

式 (1.8) による法線方向  $\theta$  の推定も、スケール推定の際と同様に微分により求めた値を特徴量としており、画像雑音に対する推定精度の安定性は高くない。

微分に基づく特徴量を画像雑音に対して正確に求めるために、文献 [50] では特徴量を計算する前に画像を平滑化する。この平滑化量の決定は多重解像度解析法 [48, 49] によるスケール推定と関係がある。多重解像度解析法 [48, 49] については、次節で概説する。

### 1.3.2 パラメータ空間の探索法

Lindeberg の画像の多重解像度解析に基づく手法は、元画像中のエッジや尾根線のスケール（太さ）を記述する際に利用される手法としては、最も広く知られた手法の一つである。この手法では、元画像を段階的に平滑化して得られる各画像より勾配強度の極大点をエッジとして抽出すると共に、エッジ上の各点において正規化曲率と呼ばれる指標を計算する。そして、平滑化の度合いの変化に対する正規化曲率の極大点を探索する。二次元の画像空間と一次元の平滑化の度合いより構成される空間はスケールスペースと呼ばれており、この三次元スケールスペース中で先の極大点を探索することにより、エッジや尾根線のスケールと位置を推定する。以下、詳細を説明する。

入力画像は濃淡画像であり、エッジを中心とする勾配強度のモデルとして次式の一次元ガウス関数を採用する。

$$g(x, y) = \frac{A}{\sqrt{2\pi\bar{\sigma}^2}} \exp\left\{-\frac{x^2}{2\bar{\sigma}^2}\right\}, \quad (1.13)$$

但し  $\bar{\sigma}$  はスケールの真値である。エッジの曲面の主曲率  $\kappa_1, \kappa_2$  が張る主曲率平面において、原点  $(\kappa_1, \kappa_2) = (0, 0)$  からの距離  $R = (\kappa_1^2 + \kappa_2^2)^{1/2}$  が極大となるスケール  $\sigma_{\max}$  が元画像のスケール  $\bar{\sigma}$  と対応する。スケール  $\sigma$  で平滑化された勾配強度画像を  $g = g(x, y|\sigma)$  とすると、位置  $(x, y)$  における主曲率  $\kappa_1 = \kappa_1(x, y)$ ,  $\kappa_2 = \kappa_2(x, y)$  は次式より求まる。

$$\begin{bmatrix} \kappa_1 \\ \kappa_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{2\sqrt{1 + g_x^2 + g_y^2}} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \left[ g_{xx} + g_{yy}, \sqrt{(g_{xx} + g_{yy})^2 - 4g_{xy}^2} \right]^T, \quad (1.14)$$

但し  $g_x$  は  $g(x, y|\sigma)$  の  $x$  軸方向の偏微分  $\partial g(x, y|\sigma)/\partial x$  を表し,  $g_y, g_{xx}, g_{xy}, g_{yy}$  についても同様である. よって各スケール  $\sigma$  で平滑化された曲面の曲がり具合  $R$  を求め, スケール  $\sigma$  に関して  $R$  が極大となるスケールを求めれば良い. しかし各位置で求められる主曲率  $\kappa_1, \kappa_2$  は, 一般にスケールの増加に伴い単調減少する. そこで平滑化の影響を補正するため, 平滑化した際のスケール  $\sigma$  を用いて  $x, y$  軸方向の偏微分を正規化する. 正規化した偏微分を次式の通りに定義する.

$$\partial_{x,\text{norm}} \equiv \sigma \frac{\partial}{\partial x}, \quad (1.15)$$

$$\partial_{y,\text{norm}} \equiv \sigma \frac{\partial}{\partial y}. \quad (1.16)$$

正規化した偏微分  $\partial_{x,\text{norm}}, \partial_{y,\text{norm}}$  を用いて求めた主曲率を  $\kappa_{1,\text{norm}}, \kappa_{2,\text{norm}}$  で表し, 曲面の曲がり具合を  $R_{\text{norm}} = (\kappa_{1,\text{norm}}^2 + \kappa_{2,\text{norm}}^2)^{1/2}$  で表す. ここでスケール  $\sigma$  における位置  $(x, y)$  での曲面の曲がり具合  $R_{\text{norm}}$  を  $R_{\text{norm}}(x, y|\sigma)$  として表現する.  $x = 0, y = 0$  として, スケール  $\sigma$  における曲面の曲がり具合  $R_{\text{norm}}$  を求めると, 次式が得られる.

$$R_{\text{norm}}(0, 0|\sigma) = A\sigma / \sqrt{2\pi(\sigma^2 + \bar{\sigma}^2)^3}. \quad (1.17)$$

$R_{\text{norm}}$  が極大となるスケール  $\sigma_{\text{max}}$  と真値  $\bar{\sigma}$  には, 次式の関係が成り立つ.

$$\sigma_{\text{max}}^2 = \bar{\sigma}^2/2. \quad (1.18)$$

画像の多重解像度解析法 [48, 49] は多数のスケールで平滑化を行い, 主曲率を求める必要があるため,  $R_{\text{norm}}$  の極大値の探索には多くの計算時間を要するが, 第 3.1.1 節におけるシミュレーション実験において示す通りスケール推定の精度は高いことが知られている.

### 1.3.3 非線形最適化問題に基づくパラメータ推定法

本節では非線形最適化問題に基づく手法に基づく手法を記す. 最大化, または最小化する目的関数は, 入力画像データの生成モデルのモデルパラメータに関する尤度関数, またはエネルギー関数である.

#### 尤度の最大化に基づくパラメータ推定法

Chakrabarti らが提案した手法 [80] は, 尤度の最大化に基づくパラメータ推定法である. 入力画像は濃淡画像であり, 次式の通り画像は位置毎に異なるスケールで平滑化されているとする.

$$I(x, y) = (k_{x,y} \otimes \bar{I})(x, y) + \eta(x, y), \quad (1.19)$$

但し  $\bar{I}(x, y)$  は雑音およびボケが無い画像であり,  $k_{x,y}(x, y)$  は画像中の各位置  $(x, y)$  でスケールの異なる点広がり関数であり, ボケのモデル関数である. 式 (1.19) の  $\eta(x, y)$  は平

均 0 , 分散  $\sigma_\eta^2$  の正規分布  $\mathcal{N}(0, \sigma_\eta^2)$  に従う雑音であり , 位置  $(x, y)$  とは独立である . 動物体の境界に発生するボケのスケールは同じとすると , 各位置  $(x, y)$  のボケ関数  $k_{x,y}(x, y)$  を推定することにより , 同じスケールのエッジで囲んだ領域を動物体として抽出できる . しかし実際に評価する観測値は , 式 (1.19) における濃淡画像  $I(x, y)$  ではなく , その勾配モデル  $\nabla I(x, y)$  である .

以下 , 尤度の最大化に基づく手法 [80] におけるボケのスケール推定法について , 観測値として濃淡画像の勾配を利用する理由に言及した上で説明する . 仮に画像全体でボケ関数  $k_{x,y}(x, y)$  のスケールが同一であれば , フーリエ変換を用いて容易にエッジのスケールが推定できる . しかし実際には各位置にスケールが異なるため , フーリエ変換を用いても位置毎で異なる  $k_{x,y}(x, y)$  のスケールを推定できない . ここで位置  $(x, y)$  周りの局所領域内のボケのスケールが同一とし , この局所領域のみをフーリエ変換することを考える . これを次式によりモデル化する .

$$I_i(x, y) = (\bar{I} \otimes (k_{x,y} \otimes f_i))(x, y) + (\eta \otimes f_i)(x, y), \quad (1.20)$$

但し  $f_i(x, y)$  は次式のとおり定義する .

$$f_i(x, y) = w(x, y) \exp\{-j(\omega_{x,i}x + \omega_{y,i}y)\}, \quad (1.21)$$

ただし  $w(x, y) \in \{0, 1\}$  は窓関数である .  $\omega_{x,i}$  ,  $\omega_{y,i}$  はそれぞれ  $x$  ,  $y$  軸方向の周波数であり ,  $w(x, y)$  の大きさに応じて決定する . ここでフーリエ係数  $I_i$  は真の画像  $\bar{I}$  と正弦波  $f_i$  , ボケ関数  $k_{x,y}$  の畳み込みで計算されるため , 対象の局所領域外の値が必要である . よって式 (1.20) から求めたボケ関数  $k_{x,y}$  が , 正確であるか保証できない .

この問題に対する対処として , 文献 [80] では各ボケ関数に関する元画像の勾配の尤度を求め , 尤度を最大にするモデル関数のスケールを解  $\hat{\sigma}$  として選択する . 対象の局所領域において , 真の画像  $\bar{I}(x, y)$  の勾配  $\nabla \bar{I}(x, y)$  は同一の正規分布  $\mathcal{N}(0, \bar{\sigma}^2)$  に従うとする . このとき勾配のフーリエ係数  $\nabla \bar{I}_i(x, y)$  ,  $\nabla I_i(x, y)$  はそれぞれ平均 0 , 次式に示す分散の正規分布に従う .

$$\mathbb{E}[\nabla \bar{I}_i(x, y)]^2 = \bar{\sigma}^2 \langle f_i, f_i \rangle, \quad (1.22)$$

$$\mathbb{E}[\nabla I_i(x, y)]^2 = \bar{\sigma}^2 \sum_{x,y} |(k_{x,y} \otimes f_i)(x, y)|^2 = \bar{\sigma}^2 \sigma_{ki}^2. \quad (1.23)$$

式 (1.22) , (1.23) より , 任意の周波数  $\omega_i$  において勾配  $\nabla I_i(x, y)$  が従う正規分布の分散は ,  $\nabla \bar{I}_i(x, y)$  が従う正規分布の分散の  $\sigma_{ki}^2 / \langle f_i, f_i \rangle$  倍であるという統計量が得られる . もし  $\nabla \bar{I}_i(x, y)$  が従う正規分布の分散  $\bar{\sigma}^2$  が分かれば ,  $I_i$  と  $f_i$  は既知であるので , ボケ関数のフーリエ係数が従う正規分布の分散  $\sigma_{ki}^2$  を推定でき , エッジのボケを発生させるモデル関数が同定できる . まず  $\sigma_{ki}^2$  を全ての周波数に関して求める .  $f_i$  を  $F$  個用意すると , ボケ関数のフーリエ係数が従う正規分布の  $F$  次元の共分散  $\sigma_{ki}^2 = \{\sum_{x,y} |(k_{x,y} \otimes f_i)(x, y)|^2\}_i$  が求まる . この共分散は事前に用意したボケ関数の個数分存在し , 全ての分布モデルの中から入力画像の勾配を最も良く表現するボケ関数のスケールが , 推定値として選択される .

ここで入力画像の勾配  $\nabla I_i(x, y)$  を次式に従うとする．

$$\nabla I_i(x, y) = (\nabla I \otimes f_i)(x, y) = ((k_{x,y} \otimes \nabla \bar{I}) \otimes f_i)(x, y) + ((\nabla \otimes \eta) \otimes f_i)(x, y). \quad (1.24)$$

式 (1.24) より  $\nabla \bar{I}(x, y)$  の分布が正規分布に従うので，画像の勾配  $\nabla I_i(x, y)$  も正規分布に従う．具体的に勾配  $\nabla I_i(x, y)$  は，各ボケ関数に関して  $\mathcal{N}(0, \bar{\sigma}^2 \sigma_{ki}^2 + \sigma_{\eta,i}^2)$  で表現される分布モデルに従う．但し  $\sigma_{\eta,i}^2 = \sigma_{\eta}^2 \sigma_{\nabla,i}^2$  であり， $\sigma_{\nabla,i}^2 = \sum_{x,y} |(\nabla \otimes f_i)(x, y)|^2$  とする．ここで画像の勾配のフーリエ係数の集合を  $\{\nabla I_i(x, y)\}_i$  とすると， $\{\nabla I_i(x, y)\}_i$  に対して各ボケ関数  $k_{x,y}$  に関して次式に示す尤度を計算し，最適なボケ関数を選択する．

$$p(\{\nabla I_i(x, y)\}_i | k_{x,y}) = \prod_i \mathcal{N}(\nabla I_i(x, y) | 0, \bar{\sigma}^2 \sigma_{ki}^2 + \sigma_{\eta,i}^2), \quad (1.25)$$

但し  $\bar{\sigma}$  は未知であるため  $s = \bar{\sigma}$  とおき，式 (1.25) の近似式を次式に示す．

$$p(\{\nabla I_i(x, y)\}_i | k_{x,y}) \propto \max_{s \in \mathcal{S}} \prod_i \mathcal{N}(\nabla I_i(x, y) | 0, s \sigma_{ki}^2 + \sigma_{\eta,i}^2), \quad (1.26)$$

但し  $\mathcal{S}$  は  $s$  の取り得る範囲である．各ボケ関数  $k_{x,y}$  に関して式 (1.26) の尤度を最大にする  $s$  は，次式の関係を満たす．

$$\begin{aligned} \hat{s} &= \left( \sum_i r_i(\hat{s}) \right)^{-1} \sum_i r_i(\hat{s}) \frac{|\nabla I_i(x, y)|^2 - \sigma_{\eta,i}^2}{\sigma_{ki}^2}, \\ r_i(\hat{s}) &= \left( 1 + \frac{\sigma_{\eta,i}^2}{\hat{s} \sigma_{ki}^2} \right)^{-2}. \end{aligned} \quad (1.27)$$

各モデルに関して  $\bar{\sigma}$  の近似解  $\hat{s}$  を求めると，次式に示すように最尤推定により勾配  $\nabla I_i(x, y)$  の分散  $\sigma_{\nabla I,i}^2$  に関する最尤推定量  $\sigma_{\text{ML}}^2$  が求まる．

$$\sigma_{\text{ML}}^2 = \arg \max_{\sigma_{\nabla I,i}^2} p(\{\nabla I_i(x, y)\}_i | k_{x,y}). \quad (1.28)$$

勾配  $\nabla I_i(x, y)$  の分布  $\mathcal{N}(0, \hat{s} \sigma_{ki}^2 + \sigma_{\eta,i}^2)$  より， $\sigma_{\text{ML}}^2$  と  $\hat{s}$ ， $\sigma_{ki}^2$ ， $\sigma_{\eta,i}^2$  には次式の関係が成り立つ．

$$\sigma_{\text{ML}}^2 = \hat{s} \sigma_{ki}^2 + \sigma_{\eta,i}^2. \quad (1.29)$$

式 (1.29) の関係より，雑音が無い場合にはボケ関数  $k_{x,y}$  のフーリエ係数の分布の分散の最適解  $\hat{\sigma}_{ki}^2$  が求まる．このため，解  $\hat{\sigma}_{ki}^2$  に対応するボケ関数  $k_{x,y}$  のスケールを推定値  $\hat{\sigma}$  として選択する．

尤度関数は推定したいボケ関数に関して非線形であり，その最適化が困難であることは前述した通りである．

### エネルギー関数の最小化に基づくパラメータ推定法

Rhemann らが提案した手法 [81, 82] は, エネルギー関数の最小化に基づくパラメータ推定法である. この手法ではスケール  $\sigma$  に関するエネルギー関数  $E(\sigma)$  を定義し, この値を最小にするスケールを解  $\hat{\sigma}$  として選択する. 入力画像はカラー画像であり, 色の異なる前景と背景の境界におけるボケのスケール  $\sigma$  を推定する. この手法において想定するボケのモデルは次式に示すガウス関数  $g(x, y, \bar{\sigma})$  であり, そのスケール  $\bar{\sigma}$  の値は画像中の各位置  $(x, y)$  で異なる.

$$g(x, y, \bar{\sigma}) = \frac{A}{\sqrt{2\pi\bar{\sigma}^2}} \exp\left\{-\frac{x^2 + y^2}{2\bar{\sigma}^2}\right\}. \quad (1.30)$$

各位置  $(x, y)$  で前景と背景の色の混色度を決定する変数を,  $\alpha = \alpha(x, y)$  とする. この  $\alpha$  の勾配強度が式 (1.30) に示したガウス関数で近似でき,  $\alpha$  の勾配強度のスケールが各位置における局所的なエッジのスケール  $\bar{\sigma}$  と対応するとする. この手法の目的は画像を前景と背景の 2 領域に分割することであり, 後述するエネルギー関数  $E(\alpha)$  を最小化する  $\alpha$  を画像の各位置  $(x, y)$  で推定する.

画像中の位置  $(x, y)$  での色を  $\mathcal{I} = \mathcal{I}(x, y)$  とし, 位置  $(x, y)$  における色  $\mathcal{I}$  に影響を及ぼした前景領域と背景領域の色をそれぞれ  $\mathcal{F} = \mathcal{F}(x, y)$ ,  $\mathcal{B} = \mathcal{B}(x, y)$  とする. このとき  $\mathcal{I}$ ,  $\mathcal{F}$ ,  $\mathcal{B}$  と混色因子  $\alpha$  との間には次式の関係が成り立つ.

$$\mathcal{I} = \alpha\mathcal{F} + (1 - \alpha)\mathcal{B}, \quad (1.31)$$

但し  $\alpha \in [0, 1]$  とする. 文献 [81] では,  $\alpha$  の初期値  $\hat{\alpha}$  を決め, 画像の各位置が前景と背景のいずれかに属するかを表す 2 値の混色因子  $\alpha_b$  を, 次式に示すエネルギー関数  $E$  を最小化することにより求める.

$$E(\alpha_b) = \sum_{x,y} \left\{ D(\alpha_b(x, y)) + \theta_1 F(\alpha_b(x, y)) + \theta_2 \sum_{u,v \in \mathcal{N}(x,y)} V(\alpha_b(x, y), \alpha_b(u, v)) \right\}, \quad (1.32)$$

但し  $\theta_1, \theta_2$  は式 (1.32) の第二項と第三項の値を調整する定数であり, その値は入力画像の分解能により決定される.  $\mathcal{N}(x, y)$  は画像上の位置  $(x, y)$  の 8 近傍の位置  $(u, v)$  の集合である. 式 (1.32) の第一項の  $D$  は  $\alpha_b$  を初期値  $\hat{\alpha}$  に近づけようとする関数であり, 次式の通りに定義する.

$$D(\alpha_b(x, y)) = \delta(\alpha_b(x, y) = 1)L(x, y), \quad (1.33)$$

但し  $\delta$  はクロネッカーのデルタであり,  $L(x, y)$  は次式の通りに定義する.

$$L(x, y) = -\log(2\hat{\alpha}(x, y)) + \log(2 - 2\hat{\alpha}(x, y)). \quad (1.34)$$

$\hat{\alpha} \in [0, 1]$  であるため  $\hat{\alpha}$  を確率分布とみなし,  $L(x, y)$  は  $\hat{\alpha}$  の負の対数尤度の差を求める. 式 (1.32) の第二項の  $F$  は前景領域と背景領域の境界の勾配を強調させようとする関数であり, 次式の通りに定義する.

$$F(\alpha_b(x, y)) = \delta(\alpha_b(x, y) = 0)\text{div}(\nabla L(x, y) \exp\{-|L(x, y)|/2\}), \quad (1.35)$$

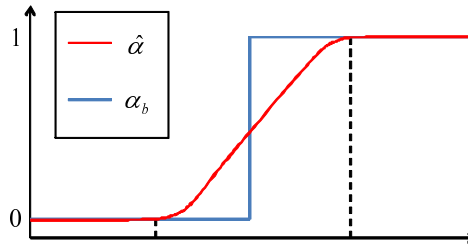


図 1.2  $\alpha_b$  のエッジの法線方向の  $\hat{\alpha}$  と  $\alpha_b$  に関する断面図．赤線が  $\hat{\alpha}$ ，青線が  $\alpha_b$  を表す．

但し  $\nabla L(x, y)$  は  $L(x, y)$  の勾配である．また  $\text{div}$  は位置  $(x, y)$  における  $\hat{\alpha}$  の値が 0.5 に近い値である程， $\nabla L(x, y)$  の勾配を強調する．式 (1.32) の第三項の  $V$  は位置  $(x, y)$  の近傍領域  $\mathcal{N}(x, y)$  の  $\alpha_b$  を考慮し，近傍の  $\alpha_b$  と同じとなるようにする関数であり，次式の通りに定義する．

$$V(\alpha_b(x, y), \alpha_b(u, v)) = \delta(\alpha_b(x, y) \neq \alpha_b(u, v)), \quad \forall (u, v) \in \mathcal{N}(x, y). \quad (1.36)$$

そして画像の各位置でスケールが異なる点広がり関数を求める． $\alpha_b$  のエッジの法線方向の  $\hat{\alpha}$  の最小値  $\hat{\alpha}_{\min}$  と最大値  $\hat{\alpha}_{\max}$  を求め， $\hat{\alpha}_{\min}$  と  $\hat{\alpha}_{\max}$  の比より，スケール  $\sigma$  を決定する．

$$\hat{\sigma} = \frac{\hat{\alpha}_{\max}}{\hat{\alpha}_{\min}}. \quad (1.37)$$

ここで  $\alpha_b$  のエッジの法線方向の  $\hat{\alpha}$  と  $\alpha_b$  の値に関する断面図の例を図 1.2 に示す．このように点広がり関数と  $\alpha_b$  を畳み込むことにより，混色因子  $\alpha$  を求める．

文献 [81, 82] では式 (1.32) のエネルギー関数の最小化のため，グラフカット [22, 44, 90–93] と呼ばれるクラス分類問題の解法を利用している．エネルギー関数が劣モジュラと呼ばれる不等式を満たすとき，グラフカットにより得られる解は大域最適解であることが保証されるが，画像へ適用する場合，劣モジュラが成立しないことが多く，このとき解は近似解法により求められ，局所解となることが知られている [22, 44, 90–93]．またエネルギー関数を導出した背景にあるモデルと観測データとの適合性が，推定性能に影響する．

#### 1.3.4 従来法の問題点

前節ではエッジや尾根線など線構造周りの局所パターンの記述法，特にエッジのスケール推定の従来法の例として特徴抽出に基づく手法 [50]，パラメータ空間の探索法 [48, 49]，非線形最適化問題に基づくパラメータ推定法として尤度の最大化に基づく手法 [80] と，エネルギー関数の最小化に基づく手法 [81, 82] を概説した．4 手法のいずれも画像におけるエッジ周りの局所パターンのモデルや，エッジのボケを発生させるモデルとしてガウス関数を仮定しているため，スケール  $\sigma$  に関するパラメータ推定問題は非線形な問題である．パラメータ推定法のうち，特徴抽出に基づく手法 [50] では極点間の距離を特徴量として抽出するが，特徴抽出に雑音に敏感な微分を用いるため，安定した算出が困難である．次に画像の多重解像度解析法 [48, 49] では，平滑化フィルタのスケールを離散的に用意するため，パラメータ空間を離散的に探索することになり，推定値は本質的に離散化さ

れる．尤度の最大化に基づく手法 [80] では，目的関数の尤度が推定したいパラメータに関して非線形であり，最適化は容易ではない．そしてエネルギー関数の最小化に基づく手法 [81, 82] では，エネルギー関数の最小化にグラフカットの近似解法を利用するため，得られる解は局所解である．

本研究では非線形なパラメータ推定問題の解法のうち，問題を線形化するアプローチについて考える．線形問題に帰着できれば，そのあとの推定計算は容易である．ただし線形問題へと帰着する方法論に関する系統立てられた議論は少ない．本論で提案する手法は，非線形なパラメータ推定問題を線形化するための新たなアプローチを提供するものであり，線形化したパラメータ推定問題では代数解法を利用できるため，従来手法と比べ雑音に対して安定的にパラメータを推定できるようになる．

## 1.4 本論文の目的と構成

本研究の目的は，入力信号中の各点周りの局所パターンをモデルパラメータで正確かつ頑健に記述することである．本論では，信号中の各点周りの局所パターンを記述するモデルパラメータの推定法として，高次元に拡張した荷重積分法を採用する．提案法はモデル関数としてガウス関数を採用し，信号中の各点周りの局所パターンを記述するモデルパラメータの値を推定する．

荷重積分法は，安藤らによって 2008 年に一次元信号の周波数解析法として提案された [77, 78]．周波数解析において入力信号のモデル関数として複素正弦関数が採用されるが，周波数に関してモデル関数が非線形である．荷重積分法 [77, 78] では，モデル関数のパラメータが満たす微分方程式を導出し，周波数に関する線形方程式が得られる．このためフーリエ解析により得られる周波数は離散化されるが，荷重積分法によるパラメータ推定では，瞬時周波数を連続値として推定できる．提案法は，荷重積分法を  $D$  次元信号に拡張する．本論文ではモデル関数としてガウス関数を採用し，画像信号中のエッジや尾根線など線状の構造の位置と走行方向，スケールの推定に応用する．

荷重積分法は，信号中の各点周りの局所パターンをモデルパラメータにより記述する．本論文では，この推定範囲の大きさと線構造の位置やスケールに依存して推定精度が変わることを明らかにする．その上で，推定範囲の大きさを，内部の局所パターンに応じて適応的に決定する方法も提案する．

以下，本論文の構成は次の通りである．第 2 章では，まず荷重積分法によるパラメータ推定法について説明した後で，パラメータ推定の頑健化手法および推定間隔の間引き，推定値統合法について説明する．第 3 章では，荷重積分法によるパラメータ推定の精度評価実験の結果，ならびに頑健化手法と推定間隔の間引きの有効性の確認のための評価実験の結果を報告する．そして実画像に対する評価実験として二次元画像信号では一般画像と眼底画像，三次元画像信号では X 線 CT 画像を用いた評価実験の結果を報告する．最後に，第 4 章において，本論文のまとめと，今後の展望について述べる．



## 第2章

# 荷重積分法による画像の局所アピアランスのパラメトリック記述

本章では，画像中の局所アピアランスを記述するモデル関数のパラメータ推定法としての荷重積分法について説明する．

第1章において述べたように，荷重積分法は安藤らが文献 [77,78] において瞬時周波数解析のために提案した，パラメータ推定問題の線形化手法である．荷重積分法によるパラメータ推定法は，モデル関数のパラメータが満たす微分方程式を導出し，推定したいパラメータに関する線形連立方程式へ変換する．線形連立方程式の各係数は画像の局所アピアランスに対する荷重積分により得ることができる．微分方程式を積分方程式へと変換することにより，荷重積分法はパラメータ推定の安定性と推定精度を改善する．この連立方程式を解くことにより，パラメータの値を推定することができる．尚，荷重積分法によるパラメータ推定は代数的に値を推定するので，その推定値は離散化されず，連続である．本章では，まず荷重積分法を  $D$  次元信号に拡張し， $D$  次元信号の各位置の局所特徴を表現するモデル関数と，そのパラメータ推定法について述べる．その具体的な応用として，二次元画像信号および三次元画像信号内の線構造を記述するための，ガウス関数をモデルとする荷重積分法について説明する．画像信号内の線構造をガウス関数により表現する場合，推定されるパラメータは，線構造の中心位置と走行方向，ならびにガウス関数のスケールである．

荷重積分法は与えられた信号の各点周りの特徴記述のためのパラメータ推定をするために，各点を中心とする窓領域の内部で入力信号の値の荷重積分を計算する．この窓領域の決定法も，本章で説明する．パラメータ推定の精度は，後に報告するとおり荷重積分する窓の大きさに依存する．窓の大きさが，記述する構造の大きさより大き過ぎても小さ過ぎても，パラメータの推定精度が低下する．また実画像中には複数の構造が隣接して存在することが多く，窓を大きくし過ぎると，単一の窓内部において複数の構造が観測される場合があり，このときモデル関数により窓内の信号を記述できなくなるため，やはりパラメータの推定精度が劣化する．パラメータの推定性能を向上させるには，入力画像中の各位置においてパラメータ推定に適した窓の大きさを，その位置周りの入力信号に基づいて

適応的に決定する必要がある。本研究では、窓の大きさを適応的に決定するために、大きさの異なる複数の窓をあらかじめ用意し、それらの中から最適な大きさの窓を、連立方程式の解の良設定性を定量評価することにより選択する。尚、提案法により選択される窓の大きさは、事前に決定した候補より選択されるため離散値となるが、パラメータの推定値は離散値とはならないことに注意する。

複数の窓の候補より推定に最適な窓を選択できることは、計算効率の改善にも利用できる。画像中の全構造を記述することを考える。記述の前には、どのような構造が信号中のどの位置に、どの程度存在するかが不明である。このため、単純には入力信号の全ての位置を中心とする窓領域において荷重積分を実行すれば良い。しかし信号中の隣接する位置を中心とする窓領域において荷重積分を実行すると、それぞれが同一の構造を観測している場合があり、このとき単一構造を記述するパラメータが何度も冗長に推定される。この冗長性は計算効率の観点より望ましくない。そこで推定を信号全域の全点で実行するのではなく、一定間隔で離れた位置でのみ実行し、その上で近接する窓におけるパラメータの推定値の内、最適な結果を選択し、入力信号内の構造記述に採用する。この間隔決定のために、信号中の構造と窓との相対位置関係とパラメータの推定精度との関係をシミュレーションにより調査した。

荷重積分法は入力信号中の局所的な構造を記述する。この局所構造の記述は、入力信号内の広い範囲に渡り存在する大局的な構造に利用できる。本研究では画像信号を対象とし、大局的な構造記述を、荷重積分法により獲得した局所的な構造記述より組み上げる手法も示す。

まず次節では、荷重積分法による  $D$  次元信号中の局所構造のパラメトリックな記述法を述べる。

## 2.1 荷重積分法によるパラメトリック記述

本節では、文献 [77, 78] で提案された一次元信号の瞬時周波数解析のための荷重積分法を  $D$  次元信号へと拡張する。その後、具体的な応用として、二次元画像信号内の線構造を表現する一次元ガウス関数をモデルとする荷重積分法と、三次元画像信号内の線構造を表現するガウス関数をモデルとする荷重積分法を述べる。また二次元荷重積分法と三次元荷重積分法において用いる荷重関数の決定法についても論ずる。

### 2.1.1 定義と問題

与えられた  $D$  次元信号を  $f(\boldsymbol{x})$  ( $\boldsymbol{x} = [x_1, x_2, \dots, x_D]^T \in \mathbb{R}^D$ ) で表す。入力信号中の位置  $\boldsymbol{x}$  近傍の局所的な観測窓を  $\Omega = \Omega(\boldsymbol{x})$  で表す。観測窓  $\Omega$  内の  $\boldsymbol{x}$  を原点とする局所座標系を  $\boldsymbol{u} = [u_1, u_2, \dots, u_D]^T$  ( $u_i \in \mathbb{Z}$ ) で表す。各窓内の局所座標の定義域は  $\Omega = \{\boldsymbol{u} | -W_i \leq u_i \leq W_i, i = 1, \dots, D\}$  とする。即ち窓  $\Omega$  は、画像中において大きさが  $(2W_1+1) \times \dots \times (2W_D+1)$  の局所領域である。ここで窓  $\Omega$  内部の局所パターンを、次式に示す実関数  $f$  で表現でき

るとする .

$$\begin{aligned} f(\mathbf{u}|A, \phi_0, \boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}, \phi) &= \mathcal{R} \left( A e^{j\phi_0} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\mathbf{u} - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{u} - \boldsymbol{\mu}) \right\} \exp \{ j\phi^T \mathbf{u} \} \right) \\ &= \mathcal{R} (A e^{j\phi_0} e^{\alpha(\mathbf{u})} e^{j\phi(\mathbf{u})}), \end{aligned} \quad (2.1)$$

ただし  $\mathcal{R}(\cdot)$  は引数の実部を表し,  $A$  と  $\phi_0$  は実定数であり,  $\boldsymbol{\mu}$  と  $\boldsymbol{\Sigma}$ ,  $\phi$  は推定するパラメータを表す . 式 (2.1) の右辺の  $e^{j\phi_0}$  と  $e^{\alpha(\mathbf{u})}$ ,  $e^{j\phi(\mathbf{u})}$  は, それぞれ信号の位相と強度変化, 振動を表す関数である . また  $\alpha(\cdot)$  と  $\phi(\cdot)$  は  $\mathbf{u}$  の実多項式であり, その係数が  $\boldsymbol{\mu}$  と  $\boldsymbol{\Sigma}$ ,  $\phi$  の関数である . 式 (2.1) の表現にはガウス関数やガボール関数, wavelet 等が含まれる [77]. ここで関数  $f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}, \phi)$  は, 推定したいパラメータ  $\boldsymbol{\mu}$ ,  $\boldsymbol{\Sigma}$ ,  $\phi$  に関して非線形な関数であることに注意する .

パラメータ  $\boldsymbol{\mu}$ ,  $\boldsymbol{\Sigma}$ ,  $\phi$  の値を推定するため, 式 (2.1) の実関数  $f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}, \phi)$  を整理し, 次式のように書き直す .

$$f(\mathbf{u}|A', \boldsymbol{\theta}) = A' \exp \left\{ \sum_{\xi_1} \sum_{\xi_2} \cdots \sum_{\xi_D} \theta_{\xi_1 \xi_2 \cdots \xi_D} \prod_{i=1}^D u_i^{\xi_i} \right\}, \quad (2.2)$$

ただし  $A'$  は実定数かつ信号の振幅を表し,  $\theta_{\xi_1 \cdots \xi_D}$  は  $\prod_{i=1}^D u_i^{\xi_i}$  の係数であり,  $\boldsymbol{\theta} = [\theta_{\xi_1 \cdots \xi_D}]^T$  は未知数  $\theta_{\xi_1 \cdots \xi_D}$  をまとめた  $N$  次元ベクトルである . 尚  $\xi_1, \dots, \xi_D$  はそれぞれ 0 以上の整数であり,  $\sum_{i=1}^D \xi_i \geq 1$  である . 荷重積分法の目的は, 入力信号内の各座標  $x$  を中心とする窓  $\Omega$  毎に式 (2.2) の係数  $\boldsymbol{\theta}$  の値を推定することである . 式 (2.2) の両辺をそれぞれ  $u_1, u_2, \dots, u_D$  で偏微分すると,  $D$  本の微分方程式が得られる . この微分方程式の一般形として, 式 (2.2) の両辺を  $u_t$  ( $t = 1, \dots, D$ ) で偏微分して得られる微分方程式を, 次式に示す .

$$\frac{\partial f(\mathbf{u}|A', \boldsymbol{\theta})}{\partial u_t} = \sum_{\xi_1, \dots, \xi_D} \theta_{\xi_1 \xi_2 \cdots \xi_D} u_i^{\xi_i - 1} \prod_{m=1}^{t-1} u_m^{\xi_m} \prod_{n=t+1}^D u_n^{\xi_n} f(\mathbf{u}|A', \boldsymbol{\theta}), \quad \forall t \in \{1, \dots, D\}, \quad (2.3)$$

ただし  $\theta_{\xi_1 \cdots \xi_D}$  は複素定数である . ここで式 (2.1) より得られた式 (2.3) の微分方程式は, 係数  $\boldsymbol{\theta}$  に関して線形であることに注意する . 係数  $\boldsymbol{\theta}$  の値が推定できれば, パラメータ  $\boldsymbol{\mu}$ ,  $\boldsymbol{\Sigma}$ ,  $\phi$  の値も推定できる .

### 2.1.2 荷重積分法

$D$  次元信号中の局所パターンを記述する係数  $\boldsymbol{\theta}$  の値を推定するため, 一次元信号の瞬時周波数解析として開発された荷重積分法 [77, 78] を導入する . 荷重積分法によるパラメータ推定法を本節において述べる .

入力信号中の各点周りの局所パターンが式 (2.2) の関数  $f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta})$  で表現できるとすると, 窓内の各位置において式 (2.3) の微分方程式が成り立つ . 窓  $\Omega$  内の各位置における  $\mathbf{u}$ ,  $\partial f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta})/\partial u_t$ ,  $f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta})$  の値は, 入力信号  $f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta})$  より直接求めることができる . このた

め、窓  $\Omega$  内の全ての位置から得られた値を式 (2.3) に代入すれば、 $D \prod_{i=1}^D (2W_i + 1)$  本の  $\theta$  に関する方程式が得られる。それらを連立方程式として解くことにより、係数  $\theta$  の値を求めることが原理的には可能である。しかし  $\partial f(\mathbf{u}|\theta)/\partial u_t$ 、 $f(\mathbf{u}|\theta)$  の値は画像雑音や量子化の影響を受け易く、式 (2.3) の微分方程式を直接用いて得られる連立方程式の係数は、正確ではない場合が多く、結果として得られるパラメータの推定値は正確ではない。そこで荷重積分法は、式 (2.3) の微分方程式の両辺に荷重関数をかけて窓  $\Omega$  内部で積分し、積分方程式へと変換することにより、正確なパラメータ推定を実現する。

式 (2.3) の微分方程式が窓  $\Omega$  内の各位置において成り立つ場合、任意の荷重関数  $c(\mathbf{u})$  に関して次式の積分方程式が成り立つ [77, 78]。

$$\int_{-W_1}^{W_1} \cdots \int_{-W_D}^{W_D} \left\{ \frac{\partial f(\mathbf{u}|\theta)}{\partial u_t} - \sum_{\xi_1, \dots, \xi_D} \theta_{\xi_1, \dots, \xi_D} u_t^{\xi_t-1} \prod_{m=1}^{t-1} u_m^{\xi_m} \prod_{n=t+1}^D u_n^{\xi_n} f(\mathbf{u}|\theta) \right\} \times c(\mathbf{u}) du_1 \cdots du_D = 0, \quad \forall c(\mathbf{u}) \text{ and } t \in \{1, \dots, D\}. \quad (2.4)$$

積分は微分に比べると雑音に対する感度が小さいため、画像雑音を含む場合でも正確なパラメータ推定が可能である。式 (2.4) の積分方程式を整理して、次式のように書き直す。

$$\int_{\Omega} \frac{\partial f(\mathbf{u}|\theta)}{\partial u_t} c(\mathbf{u}) du - \sum_{\xi_1, \dots, \xi_D} \theta_{\xi_1, \dots, \xi_D} \int_{\Omega} u_t^{\xi_t-1} \prod_{m=1}^{t-1} u_m^{\xi_m} \prod_{n=t+1}^D u_n^{\xi_n} f(\mathbf{u}) c(\mathbf{u}) du = 0, \quad (2.5)$$

ただし  $\int_{\Omega} f(\mathbf{u}) du \equiv \int_{-W_1}^{W_1} \cdots \int_{-W_D}^{W_D} f(\mathbf{u}) du_1 \cdots du_D$  である。式 (2.5) の積分項を計算することにより、式 (2.5) は積分項の値を係数とする複素定数  $\theta$  に関する線形方程式となる。式 (2.5) の積分項は、窓  $\Omega$  内の局所信号と荷重関数  $c(\mathbf{u})$  の積の積分により計算できる。この演算を荷重積分と呼ぶ。

式 (2.5) は、任意の荷重関数  $c(\mathbf{u})$  に関して成立する。また任意の関数  $c(\mathbf{u})$  について式 (2.5) が成立する場合に、式 (2.3) が成立していることになる。実用上は、荷重積分計算を容易にするいくつかの荷重関数に対して式 (2.5) が成立すれば、式 (2.3) が成立すると考えて問題ない。荷重積分の計算法は第 2.1.2, 2.1.2 節で示す。

### 積分境界値を未知とする手法

荷重関数  $c(\mathbf{u})$  として文献 [77, 78] と同様に、次式に示す複素正弦波を採用する。

$$c(\mathbf{u}) = e^{-j\omega^T \mathbf{u}}, \quad (2.6)$$

ただし  $\omega = [\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_D]^T$  であり、 $\omega_i = \pi M_i / W_i$  ( $i = 1, \dots, D$ ) である。尚  $M_i$  は 0 を除く任意の整数である。複素正弦波は積分および微分により関数形が変化しないので、

式の導出に便利である．式 (2.5) は，次式のように整理できる．

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \frac{\partial f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta})}{\partial u_t} c(\mathbf{u}) d\mathbf{u} - \sum_{\xi_1, \dots, \xi_D} \theta_{\xi_1, \dots, \xi_D} \int_{\Omega} u_t^{\xi_t-1} \prod_{m=1}^{t-1} u_m^{\xi_m} \prod_{n=t+1}^D u_n^{\xi_n} f(\mathbf{u}) c(\mathbf{u}) d\mathbf{u} \\ &= \int_{\Omega} \frac{\partial f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta})}{\partial u_t} e^{-j\boldsymbol{\omega}^T \mathbf{u}} d\mathbf{u} - \sum_{\xi_1, \dots, \xi_D} \theta_{\xi_1, \dots, \xi_D} g^{\xi_1, \dots, \xi_{t-1}, \xi_t-1, \xi_{t+1}, \dots, \xi_D}, \end{aligned} \quad (2.7)$$

ただし  $g^{\xi_1, \dots, \xi_D}$  は次式の通り定義する．

$$g^{\xi_1, \dots, \xi_D} \equiv \int_{\Omega} f(\mathbf{u}) e^{-j\boldsymbol{\omega}^T \mathbf{u}} \prod_{i=1}^D u_i^{\xi_i} d\mathbf{u}. \quad (2.8)$$

係数  $g^{\xi_1, \dots, \xi_D}$  の値は積分して求めるため， $\partial f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta})/\partial u_t$  と  $f(\mathbf{u})$  の値よりも正確かつ頑健に求めることができる．尚，式 (2.7) の右辺第一項の  $\partial f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta})/\partial u_t$  の値を数値差分で近似的に求める場合，その値は正確ではない．部分積分を用いることにより，式 (2.7) の右辺第一項の値を正確に求めることができる．

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \frac{\partial f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta})}{\partial u_t} e^{-j\boldsymbol{\omega}^T \mathbf{u}} d\mathbf{u} \\ &= \int_{\Omega_{\setminus t}} [f(\mathbf{u}) e^{-j\boldsymbol{\omega}^T \mathbf{u}}]_{-W_t}^{W_t} d\mathbf{u}_{\setminus t} + j\omega_t \int_{\Omega} f(\mathbf{u}) e^{-j\boldsymbol{\omega}^T \mathbf{u}} d\mathbf{u} \\ &= (-1)^{M_t} F_t + j\omega_t \int_{\Omega} f(\mathbf{u}) e^{-j\boldsymbol{\omega}^T \mathbf{u}} d\mathbf{u}, \end{aligned} \quad (2.9)$$

ただし  $\int_{\Omega_{\setminus t}} f(\mathbf{u}) d\mathbf{u}_{\setminus t} \equiv \int_{-W_1}^{W_1} \dots \int_{-W_{t-1}}^{W_{t-1}} \int_{-W_{t+1}}^{W_{t+1}} \dots \int_{-W_D}^{W_D} f(\mathbf{u}) du_1 \dots du_{t-1} du_{t+1} \dots du_D$  である．式 (2.9) の  $F_t$  は積分境界値項であり， $F_t \equiv \int_{\Omega_{\setminus t}} [f(\mathbf{u}) e^{-j\boldsymbol{\omega}^T \mathbf{u}}]_{-W_t}^{W_t} d\mathbf{u}_{\setminus t}$  である．積分境界値項  $F_t$  は積分境界 ( $\mathbf{u} = [*, \dots, *, \pm W_t, *, \dots, *]^T$ ) における入力信号の値であり，信号雑音および量子化の影響を受け易い．よって積分境界値項  $F_t$  の信頼度は小さいため，積分境界値項  $F_t$  は未知数とみなす．式 (2.9) を式 (2.7) に代入すると，式 (2.5) より最終的に次式に示す複素線形方程式が得られる．

$$(-1)^{M_t} F_t + j\omega_t g^{0, \dots, 0} - \sum_{\xi_1, \dots, \xi_D} \theta_{\xi_1, \dots, \xi_D} g^{\xi_1, \dots, \xi_{t-1}, \xi_t-1, \xi_{t+1}, \dots, \xi_D} = 0. \quad (2.10)$$

式 (2.10) の荷重積分の値が求めれば，式 (2.5) は代数方程式となる．複素定数  $\boldsymbol{\theta}$  の個数を  $N$  個とすると，式 (2.10) の未知数は積分境界値項  $\mathbf{F} = [F_1, \dots, F_D]^T$  を加えた  $2N + D$  個である．式 (2.10) の係数  $g^{\xi_1, \dots, \xi_D}$  は複素数である．このため荷重関数  $c(\mathbf{u})$  を 1 つ用いるごとに，式 (2.10) の線形方程式は未知数  $\boldsymbol{\theta}$ ， $\mathbf{F}$  に関する 2 本の実線形方程式に分割できる．周波数  $\omega$  の値を変更することにより，異なる複素正弦波を用意できる．ここで式 (2.10) の複素線形方程式は，元は式 (2.2) のモデル関数の両辺を  $u_t$  ( $t = 1, \dots, D$ ) で偏微分して求めた式 (2.3) の微分方程式より導出したため， $D$  本あることに注意する．異なる周波数  $\omega$  を  $\lceil (2N + D)/(2D) \rceil$  個用意することにより，未知数  $\boldsymbol{\theta}$ ， $\mathbf{F}$  の値を一意に解くために十分な数の方程式を得ることができる．このようにして得られた連立方程式を解くことにより，未知数  $\boldsymbol{\theta}$ ， $\mathbf{F}$  の値を推定し，パラメータ  $\boldsymbol{\mu}$ ， $\boldsymbol{\Sigma}$ ， $\boldsymbol{\phi}$  の値を推定することができる．

## 積分境界値の推定を回避する手法

前節において述べたように荷重関数  $c(\mathbf{u})$  として式 (2.6) の複素正弦波を採用すると、式 (2.5) の左辺第一項の荷重積分を計算する際、余計な未知数として積分境界値項  $F$  が増える問題が生じた。未知数の数を減らすことができれば、パラメータ推定に必要な方程式の本数を減らすことができ、荷重積分の回数も減らすことができる。積分境界値項  $F$  の推定を不要とするため、荷重関数  $c(\mathbf{u})$  として次式を満たす関数を選択する。

$$c(\mathbf{u}) = 0, \quad \text{if } \mathbf{u} \in \partial\Omega, \quad (2.11)$$

ただし  $\partial\Omega$  は、窓  $\Omega$  の境界である。式 (2.11) の条件を満たす荷重関数  $c(\mathbf{u})$  を選択することにより、積分境界値項  $F$  を消去できる。本論文では式 (2.11) を満たす荷重関数  $c(\mathbf{u})$  として、複素正弦波に Hann の窓関数を掛け合わせた関数を採用する。

$$c(\mathbf{u}) = e^{-j\omega^T \mathbf{u}} \prod_{i=1}^D p(u_i), \quad (2.12)$$

ただし  $p(\cdot)$  は次式に示す Hann の窓関数である。

$$p(u_i) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\pi}{W_i} u_i\right), \quad \forall i \in \{1, \dots, D\}. \quad (2.13)$$

ここで  $p(\cdot)$  は  $p(\pm W_i) = 0$  ( $i = 1, \dots, D$ ) を満たすことに注意する。式 (2.5) は次式のように整理できる。

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \frac{\partial f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta})}{\partial u_t} c(\mathbf{u}) d\mathbf{u} - \sum_{\xi_1, \dots, \xi_D} \theta_{\xi_1 \dots \xi_D} \int_{\Omega} u_t^{\xi_t-1} \prod_{m=1}^{t-1} u_m^{\xi_m} \prod_{n=t+1}^D u_n^{\xi_n} f(\mathbf{u}) c(\mathbf{u}) d\mathbf{u} \\ &= \int_{\Omega} \frac{\partial f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta})}{\partial u_t} e^{-j\omega^T \mathbf{u}} \prod_{i=1}^D p(u_i) d\mathbf{u} - \sum_{\xi_1, \dots, \xi_D} \theta_{\xi_1 \dots \xi_D} g^{\xi_1, \dots, \xi_{t-1}, \xi_t-1, \xi_{t+1}, \dots, \xi_D}, \end{aligned} \quad (2.14)$$

ただし  $g^{\xi_1, \dots, \xi_D}$  は次式の通り定義する。

$$g^{\xi_1, \dots, \xi_D} \equiv \int_{\Omega} f(\mathbf{u}) e^{-j\omega^T \mathbf{u}} \prod_{i=1}^D u_i^{\xi_i} p(u_i) d\mathbf{u}. \quad (2.15)$$

部分積分により，式 (2.14) の右辺第一項の荷重積分は次式のように整理できる．

$$\begin{aligned}
& \int_{\Omega} \frac{\partial f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta})}{\partial u_t} e^{-j\boldsymbol{\omega}^T \mathbf{u}} \prod_{i=1}^D p(u_i) d\mathbf{u} \\
&= \int_{\Omega \setminus \mathcal{U}_t} \left[ f(\mathbf{u}) e^{-j\boldsymbol{\omega}^T \mathbf{u}} \prod_{i=1}^D p(u_i) \right]_{-W_t}^{W_t} d\mathbf{u} \\
&\quad - \int_{\Omega} f(\mathbf{u}) e^{-j\boldsymbol{\omega}^T \mathbf{u}} \left\{ \frac{\partial p(u_t)}{\partial u_t} - j\omega_t p(u_t) \right\} \prod_{m=1}^{t-1} p(u_m) \prod_{n=t+1}^D p(u_n) d\mathbf{u} \\
&= - \int_{\Omega} f(\mathbf{u}) e^{-j\boldsymbol{\omega}^T \mathbf{u}} \frac{\partial p(u_t)}{\partial u_t} \prod_{m=1}^{t-1} p(u_m) \prod_{n=t+1}^D p(u_n) d\mathbf{u} + j\omega_t g^{0, \dots, 0}. \tag{2.16}
\end{aligned}$$

式 (2.16) の  $\partial p(u_t)/\partial u_t$  の値は，解析的に求めることができる．即ち数値差分による近似計算を必要としないため， $\partial p(u_t)/\partial u_t$  の値は正確に算出することができる．式 (2.16) を式 (2.14) に代入すると，式 (2.4) より最終的に次式に示す複素線形方程式が得られる．

$$-h^{u_t} + j\omega_t g^{0, \dots, 0} - \sum_{\xi_1, \dots, \xi_D} \theta_{\xi_1, \dots, \xi_D} g^{\xi_1, \dots, \xi_{t-1}, \xi_t-1, \xi_{t+1}, \dots, \xi_D} = 0, \tag{2.17}$$

ただし  $h^{u_t}$  は次式の通り定義する．

$$h^{u_t} \equiv \int_{\Omega} f(\mathbf{u}) e^{-j\boldsymbol{\omega}^T \mathbf{u}} \frac{\partial p(u_t)}{\partial u_t} \prod_{m=1}^{t-1} p(u_m) \prod_{n=t+1}^D p(u_n) d\mathbf{u}. \tag{2.18}$$

式 (2.17) の荷重積分の値が求めれば，式 (2.5) は代数方程式となる．式 (2.11) を満たす荷重関数  $c(\mathbf{u})$  を採用したことにより，積分境界値項  $F$  を消去できたので，式 (2.17) の未知数は複素定数  $\theta$  のみの  $2N$  個である．係数  $g^{\xi_1, \dots, \xi_D}$ ， $h^{u_t}$  ( $t = 1, \dots, D$ ) は複素数である．このため荷重関数  $c(\mathbf{u})$  を 1 つ用いるごとに，式 (2.17) の線形方程式は未知数  $\theta$  に関する 2 本の実線形方程式に分割できる．周波数  $\boldsymbol{\omega}$  の値を変更することにより，異なる荷重関数  $c(\mathbf{u})$  を用意できる．ここで式 (2.17) の複素線形方程式は，元は式 (2.2) のモデル関数の両辺を  $u_t$  ( $t = 1, \dots, D$ ) で偏微分して求めた式 (2.3) の微分方程式より導出したため， $D$  本あることに注意する．異なる周波数  $\boldsymbol{\omega}$  を  $\lceil N/D \rceil$  個用意することにより，未知数  $\theta$  の値を一意に解くために十分な数の方程式を得ることができる．このようにして得られた連立方程式を解くことにより，未知数  $\theta$  の値を推定し，パラメータ  $\boldsymbol{\mu}$ ， $\boldsymbol{\Sigma}$ ， $\phi$  の値を推定することができる．

以下，二次元画像および三次元画像内の線構造を表現するガウス関数をモデル関数とする場合の荷重積分法によるパラメータ推定法について述べる．

### 2.1.3 二次元画像内の線構造を表現するガウス関数をモデルとする場合

第 2.1.1，2.1.2 節において， $D$  次元画像信号中の各点周りの局所アピアランスをパラメトリックに記述するため，式 (2.1) に示したモデル関数の一般形に関して荷重積分法によ

るパラメータ推定法について説明した．本節では，二次元画像信号内の線構造をパラメトリックに記述するため，モデル関数として共分散行列のランクが 1，ならびに固有値  $\lambda_1$ ， $\lambda_2$  が  $\lambda_1 = \infty$  かつ  $\lambda_2 \neq 0$  を満たす二次元ガウス関数を採用する場合の，荷重積分法によるパラメータ推定法について述べる．

入力画像を  $I(\boldsymbol{x}) = I(x, y)$  ( $\boldsymbol{x} = [x, y]^T$ ) で表し，その画像中の局所アピアランスを  $f(\boldsymbol{u})$  で表す．入力画像中の局所的な矩形の観測窓を  $\Omega = \Omega(\boldsymbol{x})$  で表し，窓  $\Omega$  内の局所座標系が  $\boldsymbol{u} = [u, v]^T$  を表す．各窓  $\Omega$  内の局所座標の定義域は  $\Omega = \{\boldsymbol{u} \mid -W \leq u \leq W, -W \leq v \leq W\}$  とする．即ち窓  $\Omega$  は，一辺の大きさが  $2W + 1$  の正方形の局所領域である．ここで次式のガウス関数  $N_2(\boldsymbol{u} \mid \cdot)$  は，尾根線状の曲線構造における局所アピアランス  $I(\boldsymbol{u})$  ( $\boldsymbol{u} \in \Omega$ ) の表現に良く用いられる．

$$N_2(\boldsymbol{u} \mid A, \mu, \theta, \sigma^2) = A \exp \left\{ -\frac{(u \cos \theta + v \sin \theta - \mu)^2}{2\sigma^2} \right\}, \quad (2.19)$$

ただし  $\mu$  は窓  $\Omega$  毎の原点と尾根線との距離， $\theta$  は尾根線の法線方向， $\sigma^2$  はガウス関数の分散を表す（図 2.1 参照）．式 (2.19) のガウス関数は，推定したいパラメータ  $\mu, \theta, \sigma^2$  に関して非線形である．式 (2.19) を整理して，次式のように書き直す．荷重積分により推定すべきパラメータ  $\theta_{\xi_1 \xi_2}$  は第 2.1.1，2.1.2 節とは異なり，実数であり，その数は 5 個である．

$$\begin{aligned} f(\boldsymbol{u} \mid A', \boldsymbol{\theta}) &= N_2(\boldsymbol{u} \mid A', \boldsymbol{\theta}) \\ &= A' \exp \left\{ \frac{1}{2} \theta_{20} u^2 + \theta_{11} uv + \frac{1}{2} \theta_{02} v^2 + \theta_{10} u + \theta_{01} v \right\}, \end{aligned} \quad (2.20)$$

ただし  $\boldsymbol{\theta} = [\theta_{20}, \theta_{11}, \theta_{02}, \theta_{10}, \theta_{01}]^T = [\theta_{\xi_1 \xi_2}]^T$  ( $\xi_1, \xi_2 \in \{0, 1, 2\}$ ， $1 \leq \xi_1 + \xi_2 \leq 2$ ) であり， $\theta_{\xi_1 \xi_2}$  は次式の通り，パラメータ  $\mu, \theta, \sigma$  から成る未知数である．

$$\begin{cases} \theta_{20} = -\cos^2 \theta / \sigma^2, \\ \theta_{11} = -\cos \theta \sin \theta / \sigma^2, \\ \theta_{02} = -\sin^2 \theta / \sigma^2, \\ \theta_{10} = \mu \cos \theta / \sigma^2, \\ \theta_{01} = \mu \sin \theta / \sigma^2. \end{cases} \quad (2.21)$$

式 (2.20) の両辺を  $u, v$  で偏微分して，次式の微分方程式が得られる．

$$\frac{\partial f(\boldsymbol{u} \mid \boldsymbol{\theta})}{\partial u} = (\theta_{20} u + \theta_{11} v + \theta_{10}) f(\boldsymbol{u} \mid \boldsymbol{\theta}), \quad (2.22)$$

$$\frac{\partial f(\boldsymbol{u} \mid \boldsymbol{\theta})}{\partial v} = (\theta_{11} u + \theta_{02} v + \theta_{01}) f(\boldsymbol{u} \mid \boldsymbol{\theta}). \quad (2.23)$$

式 (2.20) のモデル関数  $f(\boldsymbol{u} \mid \boldsymbol{\theta})$  は未知数  $\boldsymbol{\theta}$  に関して非線形であるが，式 (2.22)，(2.23) の微分方程式は未知数  $\boldsymbol{\theta}$  に関して線形であることに注意する．



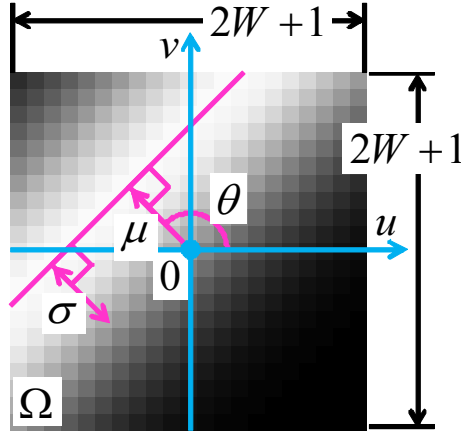


図 2.1 窓  $\Omega$  内の局所アピアランス  $I(u)$  と推定するパラメータ  $\mu$ ,  $\theta$ ,  $\sigma^2$  との関係．窓  $\Omega$  内の局所座標系を  $u$  で示す．緑点  $p$  は窓  $\Omega$  の原点  $u = 0$  近傍の線構造の推定中心に位置する．

式 (2.22), (2.23) の微分方程式が窓  $\Omega$  内の各位置で成り立つ場合, 任意の荷重関数  $c(u)$  に関して次式の積分方程式が成り立つ [77, 78] .

$$\int_{\Omega} \frac{\partial f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta})}{\partial u} c(\mathbf{u}) d\mathbf{u} - \int_{\Omega} (\theta_{20}u + \theta_{11}v + \theta_{10}) f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta}) c(\mathbf{u}) d\mathbf{u} = 0, \quad (2.24)$$

$$\int_{\Omega} \frac{\partial f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta})}{\partial v} c(\mathbf{u}) d\mathbf{u} - \int_{\Omega} (\theta_{11}u + \theta_{02}v + \theta_{01}) f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta}) c(\mathbf{u}) d\mathbf{u} = 0. \quad (2.25)$$

式 (2.24), (2.25) を整理して, 次式のように書き直す .

$$\int_{\Omega} \frac{\partial f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta})}{\partial u} c(\mathbf{u}) d\mathbf{u} - (\theta_{20}g^{1,0} + \theta_{11}g^{0,1} + \theta_{10}g^{0,0}) = 0, \quad (2.26)$$

$$\int_{\Omega} \frac{\partial f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta})}{\partial v} c(\mathbf{u}) d\mathbf{u} - (\theta_{11}g^{1,0} + \theta_{02}g^{0,1} + \theta_{01}g^{0,0}) = 0, \quad (2.27)$$

ただし  $g^{\xi_1, \xi_2}$  は入力画像より値を計算できる量であり, 次式の通り定義する .

$$g^{\xi_1, \xi_2} \equiv \int_{\Omega} u^{\xi_1} v^{\xi_2} f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta}) c(\mathbf{u}) d\mathbf{u}. \quad (2.28)$$

式 (2.26) の左辺第一項の積分内の  $\partial f(\mathbf{u})/\partial u$  を数値差分による近似で求める場合, その値は正確ではない . そこで第 2.1.2 節で述べたように, 式 (2.26) の左辺第一項に関して部分積分を行い, 次式のように整理する .

$$\int_{\Omega} \frac{\partial f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta})}{\partial u} c(\mathbf{u}) d\mathbf{u} = \int_{-W}^W \{f(W, v)c(W, v) - f(-W, v)c(-W, v)\} dv - \int_{\Omega} f(\mathbf{u}) \frac{\partial c(\mathbf{u})}{\partial u} d\mathbf{u}. \quad (2.29)$$

式 (2.29) の右辺第一項は,  $c(\pm W, v) = 0$  を満たす荷重関数  $c(u)$  を採用することで消去できる . 第 2.1.2 節において述べたように荷重関数  $c(u)$  として, 複素正弦波に Hann の窓関

数を掛け合わせた関数を採用する .

$$c(\mathbf{u}) = p(u)p(v)e^{-j\omega^T \mathbf{u}}, \quad (2.30)$$

ただし  $\omega = [\omega_u, \omega_v]^T$  は複素正弦波の周波数であり,  $p(\cdot)$  は次式に示す Hann の窓関数である .

$$p(u) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{\pi}{W}u\right). \quad (2.31)$$

ここで Hann の窓関数  $p(\cdot)$  は,  $p(\pm W) = 0$  を満たすことを注意する . 周波数  $\omega_u, \omega_v$  の値はそれぞれ  $\omega_u = \pi M_u/W, \omega_v = \pi M_v/W$  であり,  $M_u$  と  $M_v$  は 0 を除く整数とする . 式 (2.30) を式 (2.29) に代入すると, 次式のように整理できる .

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \frac{\partial f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta})}{\partial u} p(u)p(v)e^{-j\omega^T \mathbf{u}} d\mathbf{u} \\ &= - \int_{\Omega} f(\mathbf{u}) \left\{ \frac{\partial p(u)}{\partial u} - j\omega_u p(u) \right\} p(v)e^{-j\omega^T \mathbf{u}} d\mathbf{u} \\ &= - \int_{\Omega} f(\mathbf{u}) \frac{\partial p(u)}{\partial u} p(v)e^{-j\omega^T \mathbf{u}} d\mathbf{u} + j\omega_u g^{0,0}. \end{aligned} \quad (2.32)$$

第 2.1.2 節において述べたように式 (2.32) の  $\partial p(u)/\partial u$  の値は, 数値差分による近似計算を必要とせず解析的に求めることができるため, 正確に算出することができる . 最終的に式 (2.24), (2.25) より, 次式に示す複素線形方程式が得られる .

$$-h^u + j\omega_u g^{0,0} - (\theta_{20}g^{1,0} + \theta_{11}g^{0,1} + \theta_{10}g^{0,0}) = 0, \quad (2.33)$$

$$-h^v + j\omega_v g^{0,0} - (\theta_{11}g^{1,0} + \theta_{02}g^{0,1} + \theta_{01}g^{0,0}) = 0, \quad (2.34)$$

ただし  $h^u$  と  $h^v$  は, それぞれ次式の通り定義する .

$$h^u \equiv \int_{\Omega} f(\mathbf{u}) \frac{\partial p(u)}{\partial u} p(v)e^{-j\omega^T \mathbf{u}} d\mathbf{u}, \quad (2.35)$$

$$h^v \equiv \int_{\Omega} f(\mathbf{u}) p(u) \frac{\partial p(v)}{\partial v} e^{-j\omega^T \mathbf{u}} d\mathbf{u}. \quad (2.36)$$

式 (2.33), (2.34) の係数  $g^{\xi_1, \xi_2}$ ,  $h^u, h^v$  は複素数であり, 未知数  $\theta$  は 5 個である . このため異なる周波数  $\omega$  を少なくとも 2 種用意することにより, 未知数  $\theta$  に関する連立方程式を一意に解くために十分な数の方程式を得ることができる . ここで変数  $g$  の実部と虚部をそれぞれ  $g_{\mathcal{R}}, g_{\mathcal{I}}$  として記し, 異なる複素荷重関数  $c_i(\mathbf{u})$  ( $i = 1, 2$ ) に対応する 4 本の線形連立方程式を  $\mathbf{A}_i \boldsymbol{\theta} = \mathbf{b}_i$  として表すこととする . 次式に示す連立方程式を解くことにより, 解  $\hat{\boldsymbol{\theta}} = [\hat{\theta}_{20}, \hat{\theta}_{11}, \hat{\theta}_{02}, \hat{\theta}_{10}, \hat{\theta}_{01}]^T$  を求めることができる .

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_1 \\ \mathbf{A}_2 \end{bmatrix} \boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \end{bmatrix}, \quad (2.37)$$

ただし  $A_i$ ,  $b_i$  はそれぞれ次式の通りである .

$$A_i = \begin{bmatrix} g_{i\mathcal{R}}^{1,0} & g_{i\mathcal{R}}^{0,1} & 0 & g_{i\mathcal{R}}^{0,0} & 0 \\ g_{i\mathcal{I}}^{1,0} & g_{i\mathcal{I}}^{0,1} & 0 & g_{i\mathcal{I}}^{0,0} & 0 \\ 0 & g_{i\mathcal{R}}^{1,0} & g_{i\mathcal{R}}^{0,1} & 0 & g_{i\mathcal{R}}^{0,0} \\ 0 & g_{i\mathcal{I}}^{1,0} & g_{i\mathcal{I}}^{0,1} & 0 & g_{i\mathcal{I}}^{0,0} \end{bmatrix}, \quad (2.38)$$

$$b_i = \begin{bmatrix} -h_{i\mathcal{R}}^u - \omega_{u,i} g_{i\mathcal{I}}^{0,0} \\ -h_{i\mathcal{I}}^u + \omega_{u,i} g_{i\mathcal{R}}^{0,0} \\ -h_{i\mathcal{R}}^v - \omega_{v,i} g_{i\mathcal{I}}^{0,0} \\ -h_{i\mathcal{I}}^v + \omega_{v,i} g_{i\mathcal{R}}^{0,0} \end{bmatrix}. \quad (2.39)$$

ここで  $A = [A_1^T, A_2^T]^T$ ,  $b = [b_1^T, b_2^T]^T$  とすると, パラメータ  $\mu$ ,  $\theta$ ,  $\sigma^2$  の推定値は, 窓  $\Omega$  毎に得られる連立方程式の解  $\hat{\theta} = A^+b$  より次式のように求めることができる .

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}^2 &= \frac{-1}{\hat{\theta}_{20} + \hat{\theta}_{02}}, \\ \hat{\theta} &= \tan^{-1} \frac{\hat{\theta}_{11}}{\hat{\theta}_{20}} = \tan^{-1} \frac{\hat{\theta}_{02}}{\hat{\theta}_{11}}, \\ \hat{\mu} &= \frac{\hat{\theta}_{10} \hat{\sigma}^2}{\cos \hat{\theta}} = \frac{\hat{\theta}_{01} \hat{\sigma}^2}{\sin \hat{\theta}}. \end{aligned} \quad (2.40)$$

式 (2.37) の連立方程式  $A\theta = b$  の解を一般化逆行列  $A^+$  を用いて,  $\hat{\theta} = A^+b$  により求めることは, 次式に示すように  $A\theta$  と  $b$  との二乗誤差を最小化することと等価である .

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta} \|A\theta - b\|^2. \quad (2.41)$$

二乗誤差最小化は, 画像に含まれる雑音は平均0, 共分散行列が単位行列の定数倍である正規分布に従うときには最尤推定と一致することが, 確率統計の観点より保証される [87,88]. しかし本節で述べた荷重積分法では, 誤差が  $A$  と  $b$  の双方に加わり, 仮に雑音が正規分布に従う場合でも, 解  $\hat{\theta}$  が最尤推定により得られた値と一致するとは限らない. 実用上は, 入力画像の SN 比が比較的小さい場合でも, 真値に依存せず推定誤差のバイアスが小さく, 不偏推定できることを実験的に示した結果を報告する. ただし, パラメータ  $\theta$  の内, スケール  $\sigma$  に関する量を正確に推定するためには窓の大きさ  $L \equiv 2W + 1$  の適応的な決定を必要とすることも報告する.

二次元荷重積分法における荷重関数  $c_i(\mathbf{u})$  ( $i = 1, 2$ ) に関して,  $(M_{u,1}, M_{v,1}) = (+1, +1)$  および  $(M_{u,2}, M_{v,2}) = (+1, -1)$  とした. これら荷重関数  $c_i(\mathbf{u})$  の実部と虚部のアピアランスを, 図 2.2 に示す.

#### 2.1.4 三次元画像内の線構造を表現するガウス関数をモデルとする場合

本節では, 三次元画像信号内の線構造をパラメトリックに記述するための荷重積分法について説明する.

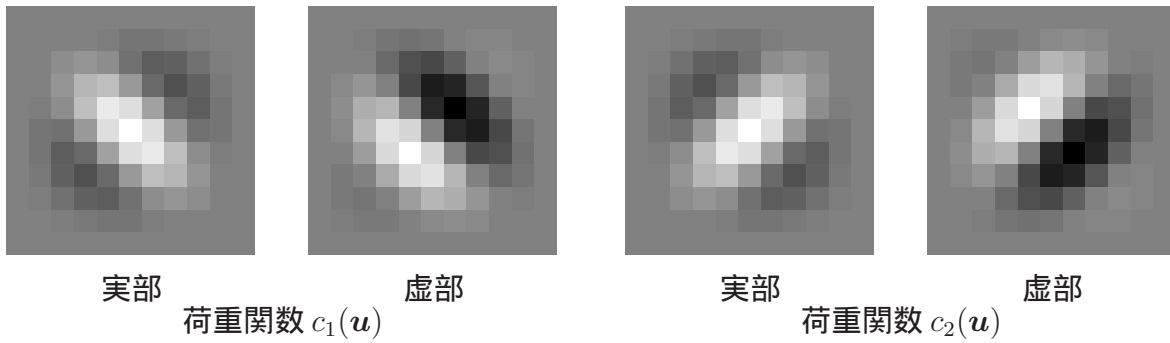


図 2.2 本論文において用いる二次元荷重積分法の荷重関数  $c_i(\mathbf{u})$  ( $i = 1, 2$ ) の例

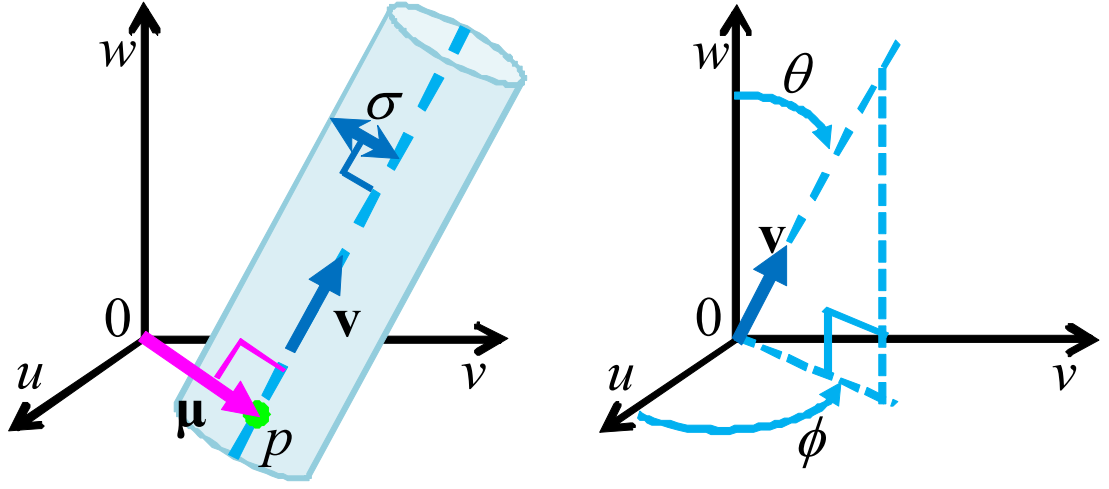
入力画像を  $I(\mathbf{x})$  ( $\mathbf{x} = [x, y, z]^T$ ) で表し, その画像中の局所アピアランスを  $f(\mathbf{u})$  で表す. 入力画像中の位置  $\mathbf{x}$  を中心とする局所的な観測窓を  $\Omega = \Omega(\mathbf{x})$  で表し, 窓  $\Omega$  内の局所座標系を  $\mathbf{u} = [u, v, w]^T$  で表す. 各窓  $\Omega$  内の局所座標の定義域は  $\Omega = \{\mathbf{u} \mid -W \leq u \leq W, -W \leq v \leq W, -W \leq w \leq W\}$  とする. 即ち窓  $\Omega$  は, 一辺の大きさが  $2W + 1$  の立方体の局所領域である. ここで三次元画像信号内の曲線構造における局所アピアランス  $I(\mathbf{u})$  ( $\mathbf{u} \in \Omega$ ) を表現するため, 次式のガウス関数  $N_3(\mathbf{u}|\cdot)$  を採用した.

$$N_3(\mathbf{u}|A, \sigma^2, \theta, \phi, \boldsymbol{\mu}) = A \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \left( (\bar{u} \cos \phi \cos \theta + \bar{v} \sin \phi \cos \theta - \bar{w} \sin \theta)^2 + (\bar{u} \sin \phi - \bar{v} \cos \phi)^2 \right) \right\}, \quad (2.42)$$

ただし  $A, \sigma^2, \theta, \phi, \boldsymbol{\mu}$  はそれぞれ画像信号の強度, ガウス関数の分散, 線構造の進行方向  $v$  に関して  $w$  軸からの角度, 線構造の進行方向  $v$  に関して  $u-v$  平面上における  $u$  軸からの角度, 窓  $\Omega$  の原点から線構造の中心までの最短のベクトル, 即ち窓  $\Omega$  の原点から見た線構造の中心の相対位置である (図 2.3 参照). 尚  $\bar{\mathbf{u}} \equiv [\bar{u}, \bar{v}, \bar{w}]^T = \mathbf{u} - \boldsymbol{\mu}$  である. 式 (2.42) のガウス関数は, 推定したいパラメータ  $\sigma^2, \theta, \phi, \boldsymbol{\mu}$  に関して非線形である. 式 (2.42) を整理して, 次式のように書き直す. 推定すべきパラメータ  $\theta_{\xi_1 \xi_2 \xi_3}$  は実数であり, その数は 9 個である.

$$f(\mathbf{u}|A', \boldsymbol{\theta}) = N_3(\mathbf{u}|A', \boldsymbol{\theta}) = A' \exp \left\{ \frac{\theta_{200}u^2 + \theta_{020}v^2 + \theta_{002}w^2}{2} + \theta_{110}uv + \theta_{011}vw + \theta_{101}uw + \theta_{100}u + \theta_{010}v + \theta_{001}w \right\}, \quad (2.43)$$

ただし  $\boldsymbol{\theta} = [\theta_{200}, \theta_{020}, \theta_{002}, \theta_{110}, \theta_{011}, \theta_{101}, \theta_{100}, \theta_{010}, \theta_{001}]^T = [\theta_{\xi_1 \xi_2 \xi_3}]^T$  ( $\xi_1, \xi_2, \xi_3 \in$



(A) 局所座標系  $u$  における  $\mu$  と  $v$  の関係 (B) 進行方向  $v$  と角度  $\theta, \phi$  の関係

図 2.3 三次元画像中における窓  $\Omega$  内の線構造と推定したいパラメータ  $\sigma^2, \theta, \phi, \mu$  との関係．窓  $\Omega$  内の局所座標系を  $\mathbf{u} = [u, v, w]^T$  で表し，線構造の進行方向を  $v$  で表す．緑点  $p$  は窓  $\Omega$  の原点  $\mathbf{u} = 0$  近傍の線構造の推定中心に位置する．

$\{0, 1, 2\}$  かつ  $1 \leq \xi_1 + \xi_2 + \xi_3 \leq 2$ ) であり， $\theta_{\xi_1 \xi_2 \xi_3}$  は次式の通りである．

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_{200} = (\cos^2 \phi \sin^2 \theta - 1)/\sigma^2, \\ \theta_{020} = (\sin^2 \phi \sin^2 \theta - 1)/\sigma^2, \\ \theta_{002} = -\sin^2 \theta/\sigma^2, \\ \theta_{110} = \cos \phi \sin \phi \sin^2 \theta/\sigma^2, \\ \theta_{011} = \sin \phi \cos \theta \sin \theta/\sigma^2, \\ \theta_{101} = \cos \phi \cos \theta \sin \theta/\sigma^2, \\ \theta_{100} = (\mu_u(1 - \cos^2 \phi \sin^2 \theta) - \mu_v \cos \phi \sin \phi \sin^2 \theta - \mu_w \cos \phi \cos \theta \sin \theta)/\sigma^2, \\ \theta_{010} = (-\mu_u \cos \phi \sin \phi \sin^2 \theta + \mu_v(1 - \sin^2 \phi \sin^2 \theta) - \mu_w \sin \phi \cos \theta \sin \theta)/\sigma^2, \\ \theta_{001} = -\sin \theta(\mu_u \cos \phi \cos \theta + \mu_v \sin \phi \cos \theta - \mu_w \sin \theta)/\sigma^2. \end{array} \right. \quad (2.44)$$

式 (2.43) の両辺を  $u, v, w$  で偏微分して，次式の微分方程式が得られる．

$$\frac{\partial f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta})}{\partial u} = (\theta_{200}u + \theta_{110}v + \theta_{101}w + \theta_{100})f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta}), \quad (2.45)$$

$$\frac{\partial f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta})}{\partial v} = (\theta_{020}v + \theta_{110}u + \theta_{011}w + \theta_{010})f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta}), \quad (2.46)$$

$$\frac{\partial f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta})}{\partial w} = (\theta_{002}w + \theta_{011}v + \theta_{101}u + \theta_{001})f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta}), \quad (2.47)$$

式 (2.43) のモデル関数  $f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta})$  は未知数  $\boldsymbol{\theta}$  に関して非線形であるが，式 (2.45)，(2.46)，(2.47) の微分方程式は未知数  $\boldsymbol{\theta}$  に関して線形であることに注意する．第 2.1.2 節で述べたように，式 (2.45)，(2.46)，(2.47) の  $\partial f(\mathbf{u})/\partial u$  と  $\partial f(\mathbf{u})/\partial v$ ， $\partial f(\mathbf{u})/\partial w$ ， $f(\mathbf{u})$  の値は画像雑音と量子化の影響を受け易く，その値を正確ではない．このため入力信号  $f(\mathbf{u})$  より

求めた式 (2.45), (2.46), (2.47) の微分方程式を連立して解いて得られた未知数  $\theta$  の値も正確ではない．第 2.1.2 節と同様に，式 (2.45), (2.46), (2.47) の微分方程式の両辺に荷重関数を掛けて，積分方程式へと変換し，正確なパラメータ推定法を実現する．

式 (2.45), (2.46), (2.47) の微分方程式が窓  $\Omega$  内の各位置で成り立つ場合，任意の荷重関数  $c(\mathbf{u})$  に関して次式の積分方程式が成り立つ [77, 78] ．

$$\int_{\Omega} \frac{\partial f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta})}{\partial u} c(\mathbf{u}) d\mathbf{u} - \int_{\Omega} (\theta_{200}u + \theta_{110}v + \theta_{101}w + \theta_{100}) f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta}) c(\mathbf{u}) d\mathbf{u} = 0, \quad (2.48)$$

$$\int_{\Omega} \frac{\partial f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta})}{\partial v} c(\mathbf{u}) d\mathbf{u} - \int_{\Omega} (\theta_{020}v + \theta_{110}u + \theta_{011}w + \theta_{010}) f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta}) c(\mathbf{u}) d\mathbf{u} = 0, \quad (2.49)$$

$$\int_{\Omega} \frac{\partial f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta})}{\partial w} c(\mathbf{u}) d\mathbf{u} - \int_{\Omega} (\theta_{002}w + \theta_{011}v + \theta_{101}u + \theta_{001}) f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta}) c(\mathbf{u}) d\mathbf{u} = 0, \quad (2.50)$$

式 (2.48) を整理して，次式のように書き直す．

$$\int_{\Omega} \frac{\partial f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta})}{\partial u} c(\mathbf{u}) d\mathbf{u} - (\theta_{200}g^{1,0,0} + \theta_{110}g^{0,1,0} + \theta_{101}g^{0,0,1} + \theta_{100}g^{0,0,0}) = 0, \quad (2.51)$$

ただし  $g^{\xi_1, \xi_2, \xi_3}$  は次式の通り定義する．

$$g^{\xi_1, \xi_2, \xi_3} \equiv \int_{\Omega} u^{\xi_1} v^{\xi_2} w^{\xi_3} f(\mathbf{u}) c(\mathbf{u}) d\mathbf{u}. \quad (2.52)$$

式 (2.51) の左辺第一項の積分内の  $\partial f(\mathbf{u})/\partial u$  を数値差分による近似で求める場合，その値は正確ではない．そこで第 2.1.2 節で述べたように，式 (2.51) の左辺第一項に関して部分積分を行い，次式のように整理する．

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \frac{\partial f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta})}{\partial u} c(\mathbf{u}) d\mathbf{u} \\ &= \int_{-W}^W \int_{-W}^W \{f(W, v, w)c(W, v, w) - f(-W, v, w)c(-W, v, w)\} dv dw - \int_{\Omega} f(\mathbf{u}) \frac{\partial c(\mathbf{u})}{\partial u} d\mathbf{u}. \end{aligned} \quad (2.53)$$

式 (2.53) の右辺第一項は， $c(\pm W, v, w) = 0$  を満たす荷重関数  $c(\mathbf{u})$  を採用することで消去できる．第 2.1.2 節において述べたように荷重関数  $c(\mathbf{u})$  として，複素正弦波に Hann の窓関数を掛け合わせた関数を採用する．

$$c(\mathbf{u}) = p(u)p(v)p(w)e^{-j\boldsymbol{\omega}^T \mathbf{u}}, \quad (2.54)$$

ただし  $\boldsymbol{\omega} = [\omega_u, \omega_v, \omega_w]^T$  は複素正弦波の周波数であり， $p(\cdot)$  は式 (2.31) に示した Hann の窓関数であり， $p(\pm W) = 0$  を満たすことに注意する．周波数  $\omega_u, \omega_v, \omega_w$  の値はそれぞれ  $\omega_u = \pi M_u/W, \omega_v = \pi M_v/W, \omega_w = \pi M_w/W$  であり， $M_u$  と  $M_v, M_w$  は 0 を除く整

数とする．式 (2.54) を式 (2.53) に代入すると，次式のように整理できる．

$$\begin{aligned}
& \int_{\Omega} \frac{\partial f(\mathbf{u}|\boldsymbol{\theta})}{\partial u} p(u)p(v)p(w) e^{-j\boldsymbol{\omega}^T \mathbf{u}} d\mathbf{u} \\
&= - \int_{\Omega} f(\mathbf{u}) \left\{ \frac{\partial p(u)}{\partial u} - j\omega_u p(u) \right\} p(v)p(w) e^{-j\boldsymbol{\omega}^T \mathbf{u}} d\mathbf{u} \\
&= - \int_{\Omega} f(\mathbf{u}) \frac{\partial p(u)}{\partial u} p(v)p(w) e^{-j\boldsymbol{\omega}^T \mathbf{u}} d\mathbf{u} + j\omega_u g^{0,0,0}. \tag{2.55}
\end{aligned}$$

第 2.1.2 節において述べたように式 (2.55) の  $\partial p(u)/\partial u$  の値は，数値差分による近似計算を必要とせず解析的に求めることができるため，正確に算出することができる．最終的に式 (2.48) ， (2.49) ， (2.50) より，次式に示す複素線形方程式が得られる．

$$-h^u + j\omega_u g^{0,0,0} - (\theta_{200} g^{1,0,0} + \theta_{110} g^{0,1,0} + \theta_{101} g^{0,0,1} + \theta_{100} g^{0,0,0}) = 0, \tag{2.56}$$

$$-h^v + j\omega_v g^{0,0,0} - (\theta_{020} g^{0,1,0} + \theta_{110} g^{1,0,0} + \theta_{011} g^{0,0,1} + \theta_{010} g^{0,0,0}) = 0, \tag{2.57}$$

$$-h^w + j\omega_w g^{0,0,0} - (\theta_{002} g^{0,0,1} + \theta_{011} g^{0,1,0} + \theta_{101} g^{1,0,0} + \theta_{001} g^{0,0,0}) = 0, \tag{2.58}$$

ただし  $h^u$  と  $h^v$  ,  $h^w$  は，それぞれ次式の通り定義する．

$$h^u \equiv \int_{\Omega} f(\mathbf{u}) \frac{\partial p(u)}{\partial u} p(v)p(w) e^{-j\boldsymbol{\omega}^T \mathbf{u}} d\mathbf{u}, \tag{2.59}$$

$$h^v \equiv \int_{\Omega} f(\mathbf{u}) p(u) \frac{\partial p(v)}{\partial v} p(w) e^{-j\boldsymbol{\omega}^T \mathbf{u}} d\mathbf{u}, \tag{2.60}$$

$$h^w \equiv \int_{\Omega} f(\mathbf{u}) p(u)p(v) \frac{\partial p(w)}{\partial w} e^{-j\boldsymbol{\omega}^T \mathbf{u}} d\mathbf{u}. \tag{2.61}$$

式 (2.56) ， (2.57) ， (2.58) の係数  $g^{\xi_1, \xi_2, \xi_3}$  ,  $h^u$  ,  $h^v$  ,  $h^w$  は複素数であり，未知数  $\theta$  は 9 個である．このため異なる周波数  $\boldsymbol{\omega}$  を少なくとも 2 種用意することにより，未知数  $\theta$  に関する連立方程式を一意に解くために十分な数の方程式を得ることができる．ただし本論文では，任意の方向  $v$  に走行する線構造を精度良く推定するため，4 種の荷重関数  $c(\mathbf{u})$  を用意し，それぞれより得られた線形方程式を連立して解き，未知数  $\theta$  の値を求める．ここで変数  $g$  の実部と虚部をそれぞれ  $g_{\mathcal{R}}$  ,  $g_{\mathcal{I}}$  として記し，異なる荷重関数  $c_i(\mathbf{u})$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) に対応する 6 本の線形連立方程式を  $A_i \boldsymbol{\theta} = \mathbf{b}_i$  として表すこととする．次式に示す連立方程式を解くことにより，解  $\hat{\boldsymbol{\theta}} = [\hat{\theta}_{\xi_1 \xi_2 \xi_3}]^T$  を求めることができる．

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \\ A_4 \end{bmatrix} \boldsymbol{\theta} = \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \\ \mathbf{b}_3 \\ \mathbf{b}_4 \end{bmatrix}, \tag{2.62}$$

ただし  $A_i$ ,  $b_i$  はそれぞれ次式の通りである .

$$A_i = \begin{bmatrix} g_{i\mathcal{R}}^{1,0,0} & 0 & 0 & g_{i\mathcal{R}}^{0,1,0} & 0 & g_{i\mathcal{R}}^{0,0,1} & g_{i\mathcal{R}}^{0,0,0} & 0 & 0 \\ g_{i\mathcal{I}}^{1,0,0} & 0 & 0 & g_{i\mathcal{I}}^{0,1,0} & 0 & g_{i\mathcal{I}}^{0,0,1} & g_{i\mathcal{I}}^{0,0,0} & 0 & 0 \\ 0 & g_{i\mathcal{R}}^{0,1,0} & 0 & g_{i\mathcal{R}}^{1,0,0} & g_{i\mathcal{R}}^{0,0,1} & 0 & 0 & g_{i\mathcal{R}}^{0,0,0} & 0 \\ 0 & g_{i\mathcal{I}}^{0,1,0} & 0 & g_{i\mathcal{I}}^{1,0,0} & g_{i\mathcal{I}}^{0,0,1} & 0 & 0 & g_{i\mathcal{I}}^{0,0,0} & 0 \\ 0 & 0 & g_{i\mathcal{R}}^{0,0,1} & 0 & g_{i\mathcal{R}}^{0,1,0} & g_{i\mathcal{R}}^{1,0,0} & 0 & 0 & g_{i\mathcal{R}}^{0,0,0} \\ 0 & 0 & g_{i\mathcal{I}}^{0,0,1} & 0 & g_{i\mathcal{I}}^{0,1,0} & g_{i\mathcal{I}}^{1,0,0} & 0 & 0 & g_{i\mathcal{I}}^{0,0,0} \end{bmatrix}, \quad (2.63)$$

$$b_i = \begin{bmatrix} -h_{i\mathcal{R}}^u - \omega_{u,i} g_{i\mathcal{I}}^{0,0,0} \\ -h_{i\mathcal{I}}^u + \omega_{u,i} g_{i\mathcal{R}}^{0,0,0} \\ -h_{i\mathcal{R}}^v - \omega_{v,i} g_{i\mathcal{I}}^{0,0,0} \\ -h_{i\mathcal{I}}^v + \omega_{v,i} g_{i\mathcal{R}}^{0,0,0} \\ -h_{i\mathcal{R}}^w - \omega_{w,i} g_{i\mathcal{I}}^{0,0,0} \\ -h_{i\mathcal{I}}^w + \omega_{w,i} g_{i\mathcal{R}}^{0,0,0} \end{bmatrix}. \quad (2.64)$$

式 (2.62) の係数  $A_i$ ,  $b_i$  の値は, 荷重積分により画像雑音の影響を緩和できるため, 安定的に求めることができる . ここで  $A = [A_1^T, \dots, A_4^T]^T$ ,  $b = [b_1^T, \dots, b_4^T]^T$  とすると, パラメータ  $\sigma^2$ ,  $\theta$ ,  $\phi$ ,  $\mu_u$ ,  $\mu_v$ ,  $\mu_w$  の推定値は, 窓  $\Omega$  毎に得られる連立方程式の解  $\hat{\theta} = A^+b$  より次式のように求めることができる .

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}^2 &= \frac{-2}{\hat{\theta}_{200} + \hat{\theta}_{020} + \hat{\theta}_{002}}, \\ \hat{\theta} &= \tan^{-1} \sqrt{\frac{\hat{\sigma}^2 \hat{\theta}_{002}}{\hat{\sigma}^2 (\hat{\theta}_{200} + \hat{\theta}_{020} + 1)}}, \\ \hat{\phi} &= \tan^{-1} \frac{\hat{\theta}_{011}}{\hat{\theta}_{101}} = \tan^{-1} \frac{\hat{\sigma}^2 \hat{\theta}_{110}}{\hat{\sigma}^2 \hat{\theta}_{200} + 1} = \tan^{-1} \frac{\hat{\sigma}^2 \hat{\theta}_{020} + 1}{\hat{\sigma}^2 \hat{\theta}_{110}}, \\ \begin{bmatrix} \hat{\mu}_u \\ \hat{\mu}_v \\ \hat{\mu}_w \end{bmatrix} &= \frac{1}{Z} \begin{bmatrix} \hat{\theta}_{020} \hat{\theta}_{002} - \hat{\theta}_{011}^2 & \hat{\theta}_{011} \hat{\theta}_{101} - \hat{\theta}_{002} \hat{\theta}_{110} & \hat{\theta}_{110} \hat{\theta}_{011} - \hat{\theta}_{020} \hat{\theta}_{101} \\ \hat{\theta}_{011} \hat{\theta}_{101} - \hat{\theta}_{002} \hat{\theta}_{110} & \hat{\theta}_{200} \hat{\theta}_{002} - \hat{\theta}_{101}^2 & \hat{\theta}_{110} \hat{\theta}_{101} - \hat{\theta}_{200} \hat{\theta}_{011} \\ \hat{\theta}_{110} \hat{\theta}_{011} - \hat{\theta}_{020} \hat{\theta}_{101} & \hat{\theta}_{110} \hat{\theta}_{101} - \hat{\theta}_{200} \hat{\theta}_{011} & \hat{\theta}_{200} \hat{\theta}_{020} - \hat{\theta}_{110}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\theta}_{100} \\ \hat{\theta}_{010} \\ \hat{\theta}_{001} \end{bmatrix}, \quad (2.65) \end{aligned}$$

ただし  $Z$  は次式の通りである .

$$Z = \hat{\theta}_{200} \hat{\theta}_{011}^2 + \hat{\theta}_{020} \hat{\theta}_{101}^2 + \hat{\theta}_{002} \hat{\theta}_{110}^2 - \hat{\theta}_{200} \hat{\theta}_{020} \hat{\theta}_{002} - 2 \hat{\theta}_{110} \hat{\theta}_{011} \hat{\theta}_{101}. \quad (2.66)$$

式 (2.65) の  $Z$  は, 走行方向  $v$  が  $x$ ,  $y$ ,  $z$  軸のいずれかに平行なときに  $Z = 0$  となる . このため走行方向の推定値  $\hat{v}$  がいずれかの軸に平行なとき, 相対位置の各成分  $\mu_u$ ,  $\mu_v$ ,  $\mu_w$



は次式の通り場合分けして求める必要がある．

$$\begin{aligned} \hat{\mu}_u &= \begin{cases} 0, & \text{if } \hat{\phi} = 0, \\ \hat{\sigma}^2 \hat{\theta}_{100}, & \text{if } \hat{\phi} = \pm\pi/2, \\ \hat{\mu}'_u, & \text{otherwise,} \end{cases} \\ \hat{\mu}_v &= \begin{cases} \hat{\sigma}^2 \hat{\theta}_{010}, & \text{if } \hat{\phi} = 0, \\ 0, & \text{if } \hat{\phi} = \pm\pi/2, \\ \hat{\mu}'_v, & \text{otherwise,} \end{cases} \\ \hat{\mu}_w &= \begin{cases} 0, & \text{if } \hat{\theta} = 0, \\ \hat{\sigma}^2 \hat{\theta}_{001} / \sin^2 \hat{\theta}, & \text{if } \hat{\theta} = \pi/2 \cap (\hat{\phi} = 0 \cup \hat{\phi} = \pm\pi/2), \\ \hat{\mu}'_w, & \text{otherwise,} \end{cases} \end{aligned} \quad (2.67)$$

ただし  $\hat{\mu}'_u$ ,  $\hat{\mu}'_v$ ,  $\hat{\mu}'_w$  は式 (2.65) より求めた値である．第 2.1.3 節においても述べたとおり，式 (2.62) の連立方程式  $A\theta = b$  の解を一般化逆行列  $A^+$  を用いて， $\hat{\theta} = A^+b$  により求めることは，(2.41) の二乗誤差を最小化することと等価である．二乗誤差最小化は，画像に含まれる雑音が平均 0，共分散行列が単位行列の定数倍である正規分布に従うときには最尤推定と一致することが，確率統計の観点より保証される [87, 88]．しかし本節で述べた荷重積分法では，誤差が  $A$  と  $b$  の双方に加わり，仮に雑音が正規分布に従う場合でも，解  $\hat{\theta}$  が最尤推定により得られた値と一致するとは限らない．実用上は，入力画像の SN 比が比較的小さい場合でも，真値に依存せず推定誤差のバイアスが小さく，不偏推定できることを実験的に示した結果を報告する．ただし，パラメータ  $\theta$  の内，スケール  $\sigma$  に関する量を正確に推定するためには窓の大きさ  $L \equiv 2W + 1$  の適応的な決定を必要とすることも報告する．

三次元荷重積分法における荷重関数  $c_i(\mathbf{u})$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) に関して， $(M_u, M_v, M_w) = (+1, +1, +1), (+1, +1, -1), (+1, -1, +1), (-1, +1, +1)$  とした．これら荷重関数  $c_i(\mathbf{u})$  の実部と虚部のアピアランスを，図 2.4 に示す．

## 2.2 パラメータ推定の頑健化のための窓幅選択

前節では荷重積分法による画像中の局所アピアランスのパラメトリックな記述について述べた．本節では荷重積分法によるパラメトリック記述の頑健化のため，荷重積分の範囲を決定する窓  $\Omega$  の大きさを画像中の各位置の局所アピアランスに応じて決定する方法について述べる．

### 2.2.1 窓幅選択の目的

第 2.1.3, 2.1.4 節において示した式 (2.33), (2.34), (2.56), (2.57), (2.58) の線形方程式の係数  $g^{\xi_1, \dots, \xi_D}$ ,  $h^u$ ,  $h^v$ ,  $h^w$  は，窓  $\Omega$  内の局所アピアランスを荷重積分することにより求める．ここで窓  $\Omega$  の一辺の大きさは  $L (\equiv 2W + 1)$  である．窓  $\Omega$  内部の線構造のスケール

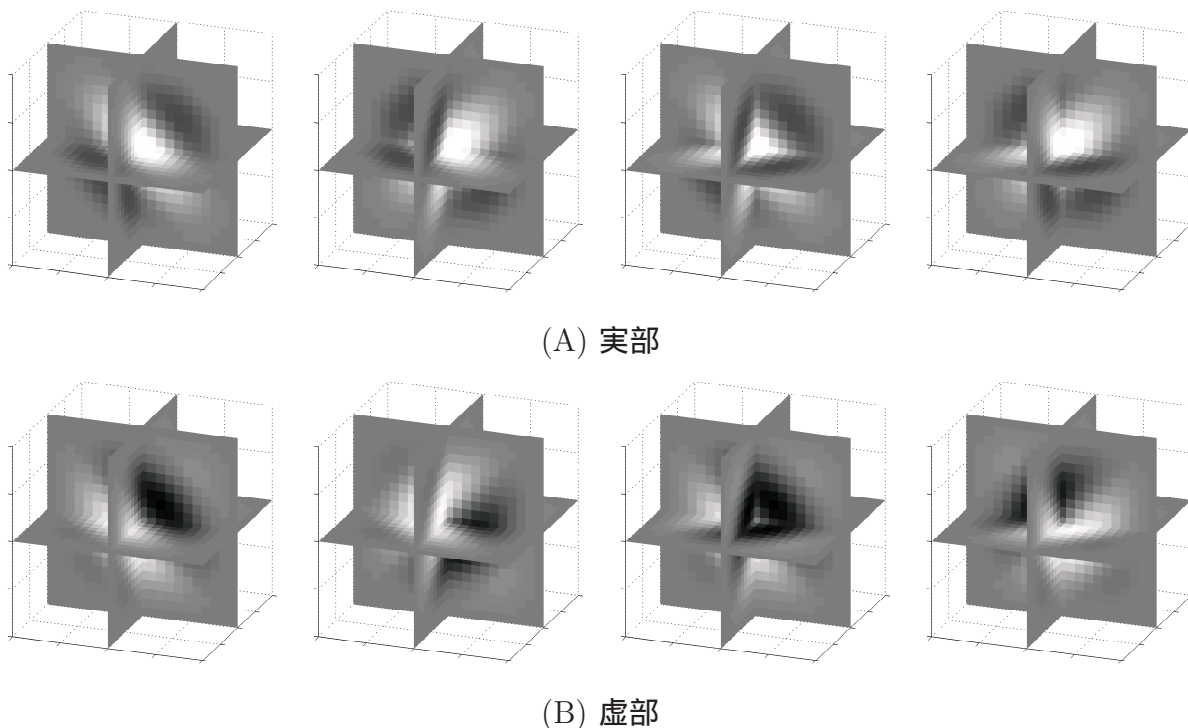


図 2.4 本論文で用いる三次元荷重積分法の荷重関数  $c_i(\mathbf{u})$  ( $i = 1, \dots, 4$ ) の例．左から順に,  $i = 1, \dots, 4$  の荷重関数  $c_i(\mathbf{u})$  のアピランスを示す．

ル  $\sigma$  の真値に対して窓幅が小さ過ぎる場合, 窓が線構造の一部しか観測できず, 推定精度が劣化する．一方, スケール  $\sigma$  の真値に対して窓幅が大き過ぎる場合にも, 窓  $\Omega$  内部の線構造以外の画像パターンの影響を強く受けてしまい, 推定精度が劣化する．即ち窓幅の値を固定すると, 正確に推定できるスケール  $\sigma$  の範囲が限定される．次章の第 3.1.1 節において, 窓幅に対して正確に推定できる線構造のスケール  $\sigma$  の範囲について実験的に確認し, 報告する．

次節以降において, 正確に推定できるスケール  $\sigma$  の範囲を拡張, および線構造以外の画像パターンを含む画像に対するパラメトリックな記述の頑健化のため, 大きさの異なる複数の窓を用意し, 画像中の各位置でパラメトリックな記述に適した窓幅を選択する手法について, 窓幅選択の評価基準および窓幅候補の選択基準について述べる．

## 2.2.2 窓幅選択の評価基準

窓幅  $L$  のときに正確に推定できるスケール  $\sigma$  の範囲を  $\alpha L \leq \bar{\sigma} \leq \beta L$  と表すこととする．ただし  $\alpha < \beta$  である．また式 (2.1) のモデル関数の一般形に関する荷重積分法により導出される連立方程式を,  $A\theta = b$  ( $A \in \mathbb{R}^{M \times N}$ ,  $\theta \in \mathbb{R}^N$ ,  $b \in \mathbb{R}^M$ ) として表す．

提案法は, 大きさの異なる窓を  $K$  種用意し, それらの中よりパラメータ推定に適したものを画像中の各位置で選択する．その窓幅の候補を  $L^{(0)}, L^{(1)}, \dots, L^{(K-1)}$  で表し,  $L^{(k-1)} < L^{(k)}$  ( $k = 1, 2, \dots, K-1$ ) とする．候補の総数は  $K$  である．尚, 画像中の座標  $x$  を中

心とする一辺の大きさが  $L^{(k)}$  の窓を  $\Omega^{(k)} = \Omega^{(k)}(\boldsymbol{x})$  で表し、窓  $\Omega^{(k)}$  より求まる式 (2.37), または式 (2.62) の線形連立方程式を  $A^{(k)}\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{b}^{(k)}$  で表す。窓幅選択法は、線形連立方程式  $A^{(k)}\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{b}^{(k)}$  の解の良設定性を定量評価する。

連立方程式の良設定性は、解の存在性と一意性により評価する。荷重積分法により導出した連立方程式  $A\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{b}$  を整理して、次式のように書き直す。

$$[A, -b]\boldsymbol{\theta}' = 0, \quad (2.68)$$

ただし  $\boldsymbol{\theta}' = [\boldsymbol{\theta}^T, 1]^T \in \mathbb{R}^{N+1}$  であり、 $A' = [A, b] \in \mathbb{R}^{M \times (N+1)}$  とする。式 (2.68) の連立方程式が解を一意的に持つ場合、 $A \in \mathbb{R}^{M \times N}$  ( $M \geq N$ ) であり、尚かつ  $b$  は  $A$  の列ベクトルの線形和で表現できるはずであるため、 $\text{rank}(A') = N$  が成り立つ。ここで  $A'$  の特異値を  $s'_1, s'_2, \dots, s'_N, s'_{N+1}$  で表し、 $s'_i \geq s'_{i+1}$  ( $i = 1, 2, \dots, N$ ) とする。このとき次式に示す評価関数  $F(A, b)$  を用いて、荷重積分法により導出した連立方程式  $A\boldsymbol{\theta} = \boldsymbol{b}$  の解の一意性を定量的に評価する。

$$F(A, b) = \frac{s'_{N+1}}{s'_N}. \quad (2.69)$$

$\text{rank}(A') = N$  であるとき  $s'_N > 0$  かつ  $s'_{N+1} = 0$  が成り立ち、式 (2.69) の評価関数  $F(A, b)$  の値は 0 となる。窓幅選択法は式 (2.69) の評価関数  $F(A, b)$  の値が 0 に近いほど、窓  $\Omega$  内部の局所アピランスがモデルパラメータ  $\boldsymbol{\theta}$  の推定に適していると判定する。

式 (2.69) の評価関数  $F(A, b)$  が 0 より大きくなる場合には、 $s'_N$  と同程度に  $s'_{N+1}$  の値が 0 よりも大きくなる場合と、その逆に  $s'_{N+1}$  と同程度に  $s'_N$  の値も 0 に近くなる場合の 2通りがある。前者は  $\text{rank}(A')$  が  $N$  ではなく  $N+1$  に近くなる場合であり、 $\text{rank}(A') = N+1$  のときには式 (2.68) の連立方程式を満たす解  $\hat{\boldsymbol{\theta}}'$  は厳密には存在せず、窓  $\Omega$  内部の局所アピランスをモデル関数により表現することが不適切であると判断できる。一方、後者は  $\text{rank}(A')$  が  $N$  よりも小さくなる場合であり、式 (2.68) の連立方程式を満たす解  $\boldsymbol{\theta}'$  を一意に決定することが困難となり、やはり窓  $\Omega$  内部の局所アピランスをモデル関数により表現することが不適切であると判断できる。ところで、後者のランクの低下の程度は、条件数  $s'_1/s'_N$  により定量評価することが多い。条件数の大きさは  $\text{rank}(A')$  が  $N$  よりも低下することに伴い増加し、このときの行列の各成分に加わる雑音に対する解の安定性が低下する。実用上、窓  $\Omega$  内部の局所アピランスがパラメトリックな記述に不適切な場合は、次章の第 3.1.1 節において報告するように窓幅  $L$  に対して線構造のスケールの真値  $\bar{\sigma}$  が大き過ぎたり小さ過ぎたりする場合ではなく、むしろ窓  $\Omega$  内部の局所アピランスがそもそも単一のガウス関数では表現できない場合が多い。このような状況では、式 (2.68) の連立方程式の解  $\hat{\boldsymbol{\theta}}'$  が不定となるのではなく、解が存在しなくなると考えることが自然である。そこで本論文では、 $\text{rank}(A')$  が  $N$  よりどの程度大きいかを評価できる式 (2.69) の評価関数  $F(A, b)$  を採用する。ただし、連立方程式の不良設定性の評価には、本論文で提案する評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  よりも条件数  $s'_1/s'_N$  の方が広く採用されている。そこで窓幅選択の基準の観点において評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  と条件数を比較し、評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の有意性を確認する実験について、第 3.1.2 節において報告する。

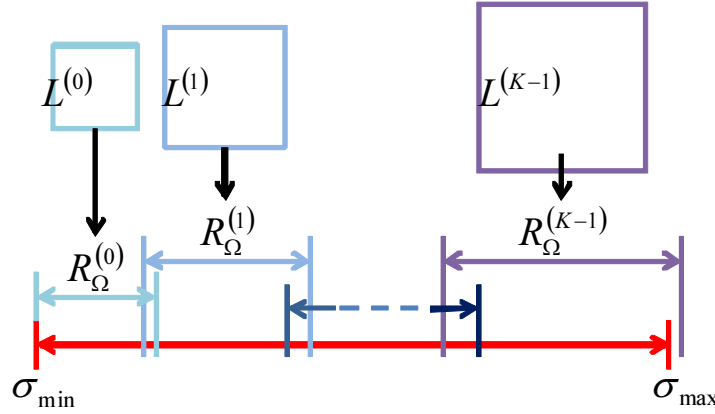


図 2.5 正確な推定が必要なスケールの範囲  $R_\sigma$  と大きさ  $L^{(k)}$  の窓  $\Omega^{(k)}$  の関係 .

窓幅選択法は入力画像中の各位置  $x$  において, 連立方程式  $A\theta = b$  の各係数  $g^{\xi_1, \dots, \xi_D}$ ,  $h^{u_i}$  の値を求めるため, 評価関数  $F(A^{(k)}, b^{(k)})$  の値が最小となる窓幅  $L(x)$  を選択する .

$$\hat{k} = \arg \min_{k=0,1,\dots,K-1} F(A^{(k)}, b^{(k)}), \quad (2.70)$$

$$L(x) = L^{(\hat{k})}. \quad (2.71)$$

窓幅選択法により選択された窓幅は, 事前に決定した候補より選択されるため離散値となるが, その窓幅を用いて得られる推定値は離散化されないことに注意する .

### 2.2.3 窓幅の候補の選択基準

本節では, 正確に推定したいスケール  $\sigma$  の範囲を数少ない候補の窓幅で効率的に網羅するための窓幅候補の選択基準について述べる .

正確な推定が必要なスケール  $\sigma$  の範囲を  $R_\sigma = \{\sigma | \sigma_{\min} \leq \sigma \leq \sigma_{\max}\}$  で表す . ただし  $\sigma_{\min}$  と  $\sigma_{\max}$  は, それぞれ正確な推定が必要なスケール  $\sigma$  の最小値と最大値を表すこととする . 前節において述べたように,  $k$  番目の大きさの窓  $\Omega^{(k)}$  ( $k = 0, 1, \dots, K-1$ ) を用いる場合,  $R_\Omega^{(k)} = \{\sigma | \alpha L^{(k)} \leq \sigma \leq \beta L^{(k)}\}$  の範囲に含まれるスケール  $\sigma$  を正確に推定できる . 従って  $R_\sigma$  の範囲内のスケール  $\sigma$  を正確に推定するためには, 次式の関係を満たすように窓幅の候補  $\{L^{(k)}\}$  を選択する必要がある (図 2.5 参照) .

$$R_\sigma \subseteq \bigcup_{k=0}^{K-1} R_\Omega^{(k)}. \quad (2.72)$$

まずスケールの最小値  $\sigma_{\min}$  が, 候補  $\{L^{(k)}\}$  の中で最小の窓幅  $L^{(0)}$  で正確に推定できるスケールの範囲  $R_\Omega^{(0)}$  に収まるように, 最小の窓幅  $L^{(0)}$  を選択する . 最小の窓幅  $L^{(0)}$  は  $\alpha L^{(0)} \leq \sigma_{\min}$  を満たす必要があるため,  $L^{(0)} = \sigma_{\min} / \alpha$  となる . 尚, 最小の窓  $\Omega^{(0)}$  を用いる場合,  $R_\Omega^{(0)} = \{\sigma | \alpha L^{(0)} = \sigma_{\min} \leq \sigma \leq \beta L^{(0)}\}$  の範囲内のスケール  $\sigma$  を正確に推定できる . 2 番目に小さな窓幅  $L^{(1)}$  で正確に推定できるスケールの最小値  $\alpha L^{(1)}$  が,  $\beta L^{(0)} \geq \alpha L^{(1)}$

の関係を満たす必要がある．本論文では，範囲  $R_{\Omega}^{(0)}$ ,  $R_{\Omega}^{(1)}$  が重複するように 2 番目に小さな窓幅  $L^{(1)}$  を選択することとし，その重複の割合を  $r$  ( $0 < r < 1$ ) とする．即ち， $\alpha L^{(1)} = (r\alpha + (1-r)\beta)L^{(0)}$  の関係を満たす．同様に拡張することにより， $k$  番目の窓幅  $L^{(k)}$  は次式の関係を満たす．

$$L^{(k)} = \rho^k L^{(0)}, \quad \forall k \in \{0, 1, \dots, K-1\}, \quad (2.73)$$

ただし  $\rho = r + (1-r)\beta/\alpha$  である． $K-1$  番目の窓幅  $L^{(K-1)}$  は窓幅の候補  $\{L^{(k)}\}$  の中で最大であるため，正確な推定が必要なスケールの最大値  $\sigma_{\max}$  に対して不等式  $\beta L^{(K-1)} > \sigma_{\max}$  を満たす必要がある． $k = K-1$  として  $\rho^{K-1}$  に関して式 (2.73) を整理すると，次式の不等式が得られる．

$$\rho^{K-1} = \frac{L^{(K-1)}}{L^{(0)}} > \frac{\alpha\sigma_{\max}}{\beta\sigma_{\min}}. \quad (2.74)$$

以上の基準を満たすように窓幅の候補  $\{L^{(k)}\}$  を選択すると，窓幅の候補数  $K$  は次式の間関係を満たす．

$$\begin{aligned} K-1 &> \log_{\rho} \frac{\alpha\sigma_{\max}}{\beta\sigma_{\min}}, \\ K &= \left\lceil \log_{\rho} \frac{\alpha\sigma_{\max}}{\beta\sigma_{\min}} \right\rceil + 1. \end{aligned} \quad (2.75)$$

例えば  $\alpha = 1/6$ ,  $\beta = 1/4$ ,  $\sigma_{\min} = 2.0$ ,  $\sigma_{\max} = 20.0$ ,  $r = 1/4$  とした場合， $K = 7$  となる．最後に，正確な推定が必要なスケールの範囲が広い場合でも多くの窓幅の候補を必要としないことに注意する．

## 2.3 画像中における推定窓の間引きによるパラメータ推定の冗長性削減

荷重積分法は信号中の各位置近傍の局所パターンを記述するモデルパラメータを推定する．信号全域のパターンを記述するための単純な手法は，信号中の全点に荷重積分法を適用することである．しかし全点に荷重積分法を適用すると，同一構造を複数の隣接する窓で観測し記述することになるため，推定が冗長に行われる．そこで，信号中の全構造を記述できる範囲で，荷重積分法を適用する位置を間引くことを考える．間引く間隔は，構造に対する窓  $\Omega$  の相対位置と推定精度の関係に基づき決定する．後に述べるとおり，窓の中央に構造が位置するとき，推定精度は最良となり，中央からずれるのにもとない，推定精度が劣化する．そして推定精度の低下にもとない，式 (2.69) の評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の値が増加する．そこで推定精度の許容範囲に基づき間引く間隔を決定し，同一構造に対する複数の記述が得られたときには評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の値が最良なものを採用する．以下，詳細を述べる．

### 2.3.1 パラメータの推定精度に基づく間引き間隔の基準

本節では、画像中の線構造を記述するモデルパラメータの推定位置の間隔を間引くための、窓  $\Omega$  の設置間隔について述べる。第 2.1.3, 2.1.4 節において述べた荷重積分法は、線構造のスケール  $\sigma$  と走行方向  $v$  に加えて、各窓  $\Omega$  の中心からの線構造の中心位置の相対位置ベクトル  $\mu$  を推定できる。ただし、窓  $\Omega(x)$  の中心と線構造の中心が離れるほど、後に示すとおり、パラメータの推定精度は劣化する。相対位置ベクトルの推定値  $\hat{\mu}$  により窓  $\Omega$  と線構造の相対位置を評価できるため、 $\|\hat{\mu}\|$  の値が大きいときほど、その位置におけるパラメータの推定精度が低いと判定できる。本提案法では、窓  $\Omega$  と線構造の中心が一致するとき、即ち  $\hat{\mu} = 0$  のときの推定精度を、パラメータの推定位置間隔を間引いた後も保証できるように、窓の間隔を決定する。

入力画像の SN 比をある値に設定したとき、 $\mu = 0$  の位置に窓がある場合と同程度の推定精度でパラメータを推定できる  $\|\mu\|$  の最大値  $\mu_{\max}$  を、実験的に決定することができる。後に示すとおり、実験の結果、 $\mu_{\max}$  の値は線構造のスケール  $\sigma$  の真値に比例することが判明した。すなわちスケールの真値を  $\bar{\sigma}$  で表し、比例定数を  $\lambda_\sigma$  で表すとき、 $\mu_{\max} = \lambda_\sigma \bar{\sigma}$  が成立する。そこで画像中の任意の線構造に対して次式を満たすように窓を配置する。

$$\|\mu\| \leq \mu_{\max} = \lambda_\sigma \bar{\sigma}. \quad (2.76)$$

先に述べたとおり、窓  $\Omega$  の大きさが一辺  $L$  のとき、その窓で精度良く推定できる線構造のスケールの範囲は次式を満たす。

$$\alpha L \leq \bar{\sigma} \leq \beta L. \quad (2.77)$$

すなわち、 $\mu_{\max} \leq \lambda_\sigma \alpha L^{(k)}$  を満たすとき、推定精度を維持できる。格子状に窓を配置することを考えると、一辺  $L^{(k)}$  の窓を格子幅  $\Delta^{(k)}$  で配置すれば、線構造の位置や走行方向に限らず、任意の線分が近傍のいずれかの窓の中心から距離  $\Delta^{(k)}/2$  以内に位置することになる。そこで提案法は、大きさ  $L^{(k)}$  の窓  $\Omega^{(k)}$  をそれぞれ格子間隔が  $\Delta^{(k)} \leq 2\lambda_\sigma \alpha L^{(k)}$  を満たす間隔で配置することとする（図 2.6 参照）。

後に報告する実験では、大きさの異なる窓  $\{\Omega^{(k)} | k = 0, 1, \dots, K-1\}$  を全て最小間隔  $\Delta^{(0)}$  で配置する場合と、大きさの異なる窓をそれぞれ異なる間隔  $\Delta^{(k)}$  で配置する場合の 2 通りを試す。推定窓の間引きを窓幅選択と組み合わせた場合の配置間隔の戦略の概略図を、図 2.7 に示す。後者の方が大きい窓をより疎に配置できるため、計算効率がより良いが、窓幅選択に工夫を要する。

## 2.4 大局的構造記述のための局所記述の統合

本節では、荷重積分法により記述した局所的な構造を、大局的な記述へ統合する方法を述べる。各窓  $\Omega$  において荷重積分法により推定し得られたモデルパラメータの値は、窓  $\Omega(x)$  の中心位置  $x$  周りの局所構造を記述する。本論文では、Bismuth らが提案した折れ

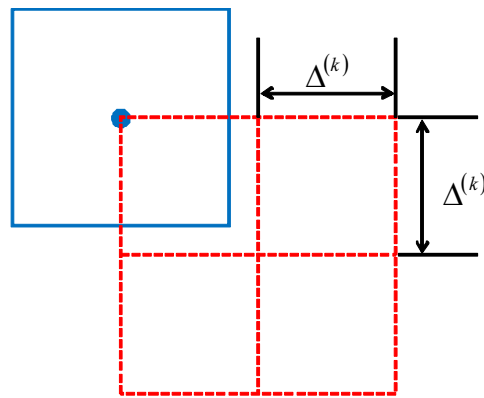
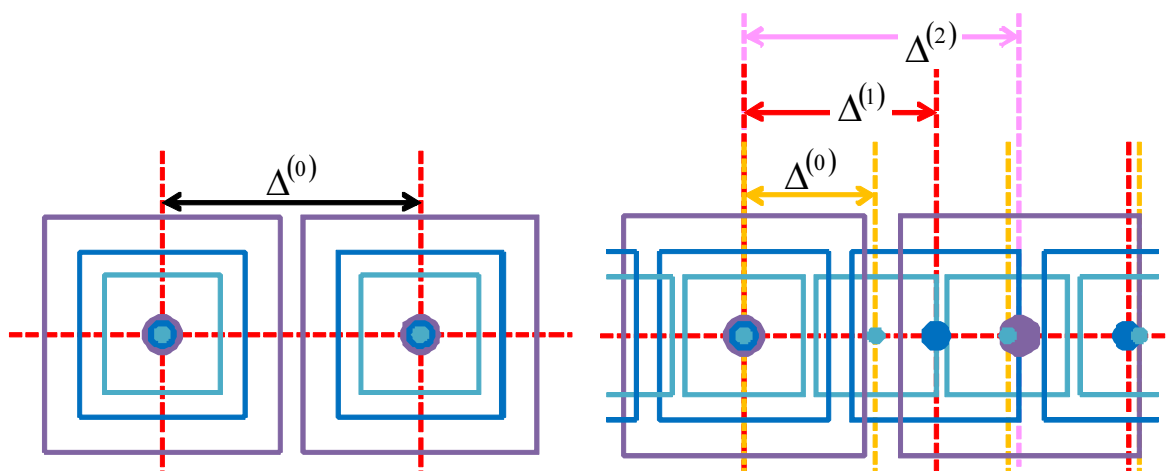


図 2.6 一辺  $L^{(k)}$  の窓と格子幅  $\Delta^{(k)}$  の格子の関係 .



(A) 最小窓の間隔に合わせて配置 ( $\Delta^{(0)}$ ) (B) 異なる窓ごとに間隔を変更 ( $\Delta^{(k)}$ )

図 2.7 推定窓の間引きを窓幅選択と組み合わせた場合の配置間隔の戦略の概略図 .

線構築法 [26, 27] を拡張することにより, これら局所構造の記述を大局的な構造記述へ統合する .

Bismuth らの折れ線構築法 [26, 27] は, 画像中の各位置を起点とする折れ線を構築し, 折れ線が通る位置に投票することにより, 画像中の曲線構造を強調する . 以下, Bismuth らの折れ線構築法 [26, 27] に関して, 概説する .

まず各位置  $p_i$  を起点として長さ  $l$  の線分を構築する . このとき二点間  $p_i, p_j$  ( $j \neq i$ ) の線分の曲線らしさとして, 線分上の輝度値  $I(x)$  に基づき尤度を計算する . この尤度は, 線分上の各位置が画像中の曲線構造の位置と一致するほど, 大きくなる . 次に各位置  $p_i$  を起点とする折れ線の候補の中で, 尤度の総和が最大となる折れ線を選択する . ここで尤度が大きな折れ線ほど画像中の曲線構造上を通過すると言えるため, 各位置  $p_i$  を起点とする折れ線は画像中の曲線構造に収束することに注意する (図 2.8(A), (B) 参照) . そして各位置  $p_i$  で構築した折れ線が通る位置  $x$  に関して投票することにより, 画像  $I(x)$  中の曲線構造を強調できる .

次節では, 線構造を表現するガウス関数をモデル関数とした荷重積分法により画像中

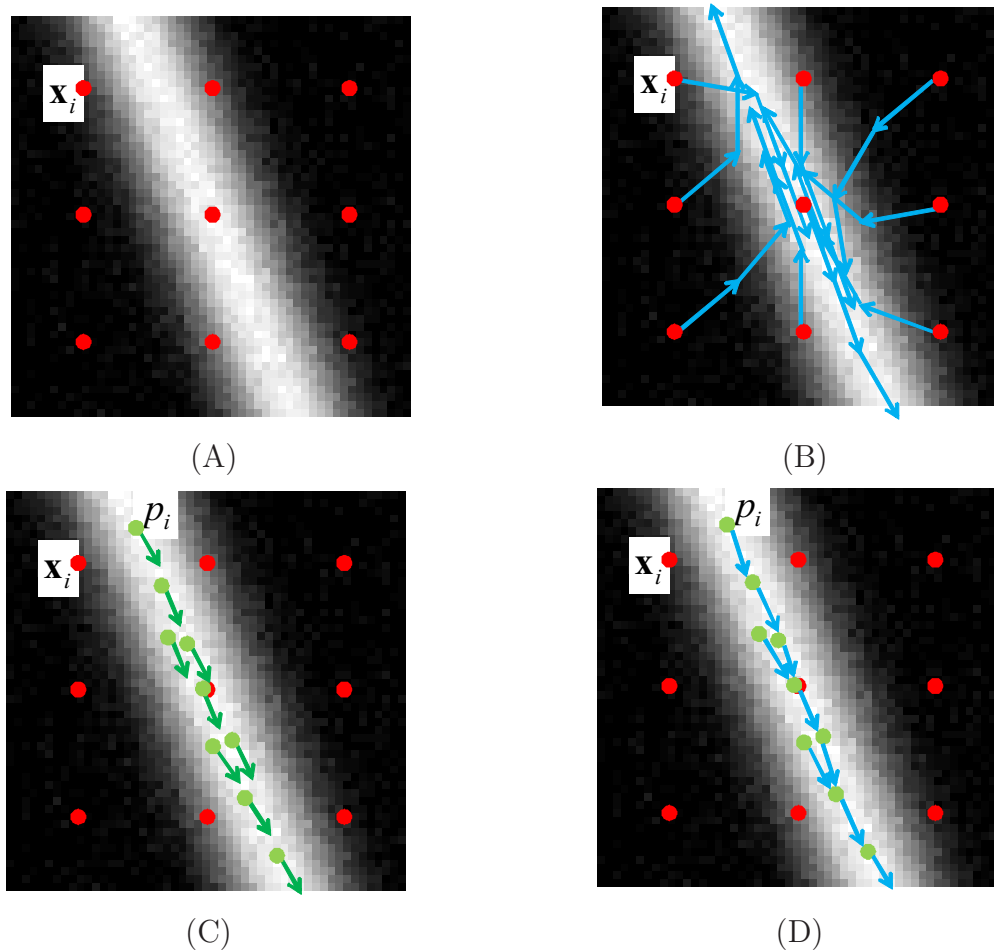


図 2.8 Bismuth らの折れ線構築法 [26, 27] と提案法の違い . (A) 入力画像 . 赤点  $x_i$  は画像中の位置を示す . (B) Bismuth らの折れ線構築 [26, 27] . 青矢印は , 点  $x_i$  を起点とする折れ線を示す . (C) 荷重積分法より推定された線構造の局所記述  $p_i$  . 緑の点と矢印はそれぞれ線構造  $p_i$  と走行方向の推定値  $\hat{v}_i$  を示す . (D) 提案法の結果 . 青の折れ線は線構造  $p_i$  間を結ぶ .

の各位置において推定したパラメータの値を大局的な曲線構造の記述へ統合するため , Bismuth らの折れ線構築法 [26, 27] を拡張した方法について述べる .

### 2.4.1 折れ線構築に基づく曲線構造記述

本節では , Bismuth らが提案した折れ線構築法 [26, 27] を拡張し , 荷重積分法による局所的な記述を大局的な曲線構造の記述へと統合する方法について述べる . ここで述べる手法は , 画像の次元を問わず実行できる .

図 2.8 に示した通り , Bismuth らの折れ線構築法 [26, 27] とは異なり , 折れ線は画像中の各位置を基準に構築するのではなく , 画像中の各窓  $\Omega$  内部の局所アピランスに対して荷重積分法により得られたパラメータの推定値  $\hat{\theta} = [\hat{\sigma}^2, \hat{v}, \hat{\mu}]^T$  が記述する局所的な線



構造に基づき構築する．画像中の任意の位置  $x_i$  を中心とする窓  $\Omega(x_i)$  において推定された線構造  $p_i$  の中心位置は， $\hat{x}_i \equiv x_i + \hat{\mu}_i$  として記述できる．入力画像に対して荷重積分法によるパラメトリックな記述を行えば，分散と走行方向の推定値が付与された線構造の集合  $\{p_i = (\hat{x}_i, \hat{\sigma}^2, \hat{\mu}_i) | i = 1, 2, \dots, P\}$  が得られる．尚  $P$  は推定して得られた局所的な線構造の数を表す．ただし第 2.3 節において述べた推定窓の間引きを行う場合， $P$  は入力画像のピクセル数とは一致しないことに注意する．提案法は，推定された各線構造を起点として他の線構造を通る折れ線を構築することにより，局所的な線構造の記述を大局的な曲線構造の記述へ統合する．

折れ線は，推定された各線構造  $p_i$  を起点として， $n$  個の線分から成るとする．尚，折れ線の各線分の長さは  $l \pm \delta l$  とする．提案法は，各点  $\hat{x}_i$  から伸びる折れ線の候補の中より，尤度が最大となるものを選択する．各折れ線の尤度の計算法は，次の通りである．異なる 2 点  $\hat{x}_i, \hat{x}_j$  ( $j \neq i$ ) 間を結ぶ線分を  $S_{ij}$  で表すとき，線分  $S_{ij}$  の尤度  $\mathcal{L}(S_{ij})$  は線分  $S_{ij}$  の近傍の線構造の集合  $\{p_k | k \neq i, j\}$  と対応付けられたモデルパラメータの推定値を用いて計算する．線分  $S_{ij}$  の尤度は，線分の近傍の任意の線構造  $p_k$  に関して次式のように定義する（図 2.9(A)，(B) 参照）．

$$\mathcal{L}_k(S_{ij}) = -\gamma_d D^2(\hat{x}_k, S_{ij}) - \gamma_\sigma D_\sigma^2(\hat{\sigma}_i, \hat{\sigma}_j, \hat{\sigma}_k) - \gamma_v D_v^2(\hat{v}_k, S_{ij}), \quad (2.78)$$

ただし係数  $\gamma_d, \gamma_\sigma, \gamma_v$  の値は事前に決定する．式 (2.78) の関数  $D(\hat{x}_k, S_{ij})$  は点  $\hat{x}_k$  と線分  $S_{ij}$  間の最短距離であり，関数  $D_\sigma(\hat{\sigma}_i, \hat{\sigma}_j, \hat{\sigma}_k)$ ， $D_v(\hat{v}_k, S_{ij})$  は次式の通り定義する．

$$D_\sigma(\hat{\sigma}_i, \hat{\sigma}_j, \hat{\sigma}_k) = \sqrt{(\hat{\sigma}_k - \hat{\sigma}_i)^2 + (\hat{\sigma}_k - \hat{\sigma}_j)^2}, \quad (2.79)$$

$$D_v(\hat{v}_k, S_{ij}) = 1 - \frac{1}{\|\hat{x}_j - \hat{x}_i\|} |\hat{v}_k^T (\hat{x}_j - \hat{x}_i)|. \quad (2.80)$$

式 (2.78) の関数  $D(\cdot)$ ， $D_\sigma(\cdot)$ ， $D_v(\cdot)$  の値が 0 に近づくほど，即ち点  $\hat{x}_k$  が線分  $S_{ij}$  に密集し，かつ線構造  $p_i, p_j, p_k$  に付与されたパラメータの推定値の差が小さいほど，式 (2.78) の尤度  $\mathcal{L}_k(\cdot)$  の値は大きくなる．線分  $S_{ij}$  の尤度は，次式のように線分  $S_{ij}$  の近傍領域内の全ての線構造  $p_k$  に関する尤度  $\mathcal{L}_k(S_{ij})$  の総和を計算する．

$$\mathcal{L}(S_{ij}) = \sum_{p_k \in \Gamma_{ij}} \mathcal{L}_k(S_{ij}), \quad (2.81)$$

ただし  $\Gamma_{ij}$  は線分  $S_{ij}$  を中心とする円柱または矩形の局所領域（図 2.9(A)，(B) 内の青色の領域）であり， $D(\hat{x}_k, S_{ij}) \leq \delta r$  を満たす点  $\hat{x}_k$  を内包する．

次に点  $\hat{x}_i$  を起点として， $l \pm \delta l$  離れた点  $\hat{x}_j$  と結んだ線分  $S_{ij}$  を構築する．ここで点  $\hat{x}_j$  は局所領域  $C_i$ （図 2.9(C) 内の桃色の領域）内に存在し，領域  $C_i$  内にある点は  $\|\hat{x}_j - \hat{x}_i\| \leq l + \delta l$  かつ  $\delta\theta \leq \cos^{-1}(D_v(\hat{v}_i, S_{ij})) \leq \pi/2$  を満たすとする．領域  $C_i$  内の各点  $\hat{x}_j$  に関して，線分  $S_{ij}$  を構築し，線分  $S_{ij}$  の尤度を計算する．点  $\hat{x}_i$  を起点とする 2 個の線分を持つ折れ線を構築するには，点  $\hat{x}_j$  と  $l \pm \delta l$  離れた点  $\hat{x}_l$  ( $l \neq i, j$ ) を結ぶ線分  $S_{jl}$  を探索し，異なる 2 個の線分を繋げるにより構築できる．同様に， $n$  個の線分を持つ折れ線を構築し，候補の

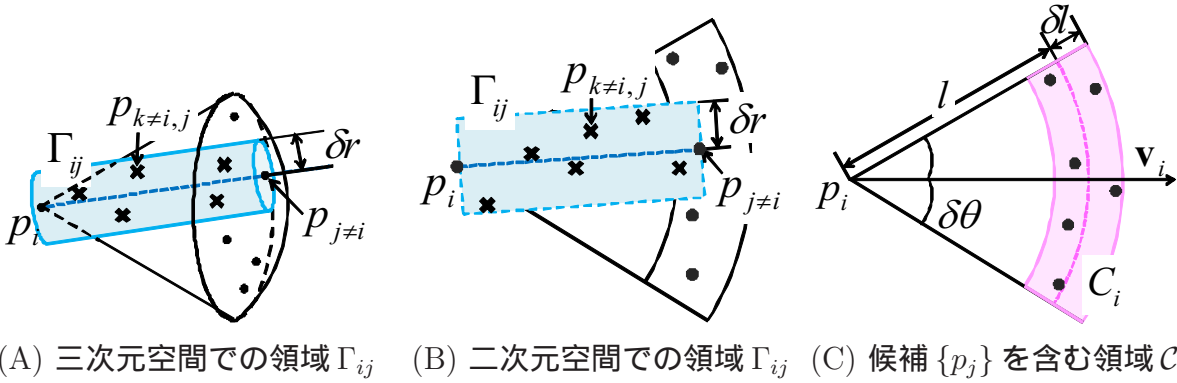


図 2.9 推定値統合における推定された線構造  $p_i, p_j, p_k$  ( $i \neq j \neq k$ ) 間の関係. (A) および (B) における青色の領域  $\Gamma_{ij}$  は, 式 (2.78) の尤度計算において使用する領域である. (C) における桃色の領域  $C_i$  は, 線分  $S_{ij}$  を構築するときに点  $p_i$  と組を成す点  $p_j$  の候補が存在する領域である.

中より最大の尤度を持つ折れ線を点  $\hat{x}_i$  を起点とする折れ線として選択する. 文献 [26, 27] では, ある 2 点間の線分の尤度  $\mathcal{L}(\cdot)$  は一度計算した後は定数としてみなせることを利用して, 効率的に  $n$  個の線分を持つ折れ線を構築する方法も提案されており, この効率化法は本節において拡張した折れ線構築法に関しても同様に適用することができる.

パラメータの推定精度を尤度計算に組み込みことも可能である. 荷重積分法より得られたパラメータの推定値は,  $\|\mu\|$  の値が大きくなるほど, 推定精度が劣化する. 推定精度が劣化するスピードは, 次章の第 3.1.1 節において報告するとおり, 線構造のスケールの真値  $\bar{\sigma}$  に依存する. この荷重積分法の推定特性を積極的に利用して, 各窓におけパラメータの推定精度を評価する. 具体的には, 窓  $\Omega$  の原点からの線構造の相対位置ベクトル  $\mu$  の推定値の大きさに関して閾値を設け, 不等式  $\|\hat{\mu}\| > \hat{\sigma}T$  を満たすときの窓から得られたモデルパラメータの推定値を無視, または線分の尤度  $\mathcal{L}(\cdot)$  が極めて小さい値を取るようにするために, 式 (2.78) の係数  $\gamma_d, \gamma_\sigma, \gamma_v$  の値を適応的に変化させる. 次章の第 3.1.1 節の実験結果によれば, 窓と線構造の中心が一致するときの推定精度を保証できる距離が, スケールの真値  $\bar{\sigma}$  で正規化した距離に関して 1.5 であった. このため閾値  $T$  の値は,  $T = 1.5$  とする.

## 第3章

### 実験

本章では、シミュレーションにより生成した画像と実画像を用いて、荷重積分法によるパラメータの推定性能、窓幅選択、推定窓の間引き、ならびに大局的曲線構造への組み上げに関する実験の結果を報告する。シミュレーションにより生成した画像を用いた評価実験では、まず線構造を表現するガウス関数をモデルとした荷重積分法によるパラメータの推定精度の評価実験について報告した後で、窓幅選択によるパラメータ推定の精度向上と頑健化に関する評価実験を報告し、推定窓の間引きと推定値統合法の有効性を報告する。次に、実画像を用いた評価実験では、まず一般画像のエッジのパラメトリック記述の評価実験について報告した後で、医用画像として眼底画像および三次元 X 線 CT 画像内の血管のパラメトリック記述の評価実験について報告する。

#### 3.1 シミュレーション画像を用いた評価実験

本節では、シミュレーションにより生成した画像を用いた荷重積分法によるパラメータ推定の精度および頑健性の評価実験に関して報告する。まず荷重積分法によるパラメータ推定の精度評価を行った後で、窓幅選択の有効性と頑健化についての実験を行い、推定窓の間引きによるパラメータ推定の冗長性削減の評価実験について報告する。最後に、荷重積分法による窓内部の局所アピラランスに関するモデルパラメータの推定値に基づく大局的な曲線構造記述の評価実験について報告する。

##### 3.1.1 荷重積分法によるパラメータ推定の精度評価

二次元画像に対する荷重積分法

二次元画像中の線構造の記述の推定精度評価実験の結果を報告する。まず線構造の法線方向とスケールの真値  $\bar{\theta}$ ,  $\bar{\sigma}$  をそれぞれ  $0 \leq \bar{\theta} \leq \pi/2$ ,  $2/3 \leq \bar{\sigma} \leq 5$  の範囲で等間隔に変化させ、線構造の中心位置  $\bar{\mu}$  は線構造が画像の中心を通るように設定することにより、線構造の雑音無し画像を生成した。それら雑音無し画像の例を図 3.1 に示す。それら雑音無し画像に対して、平均 0 の正規分布に従う雑音を各ピクセルに独立に付与する

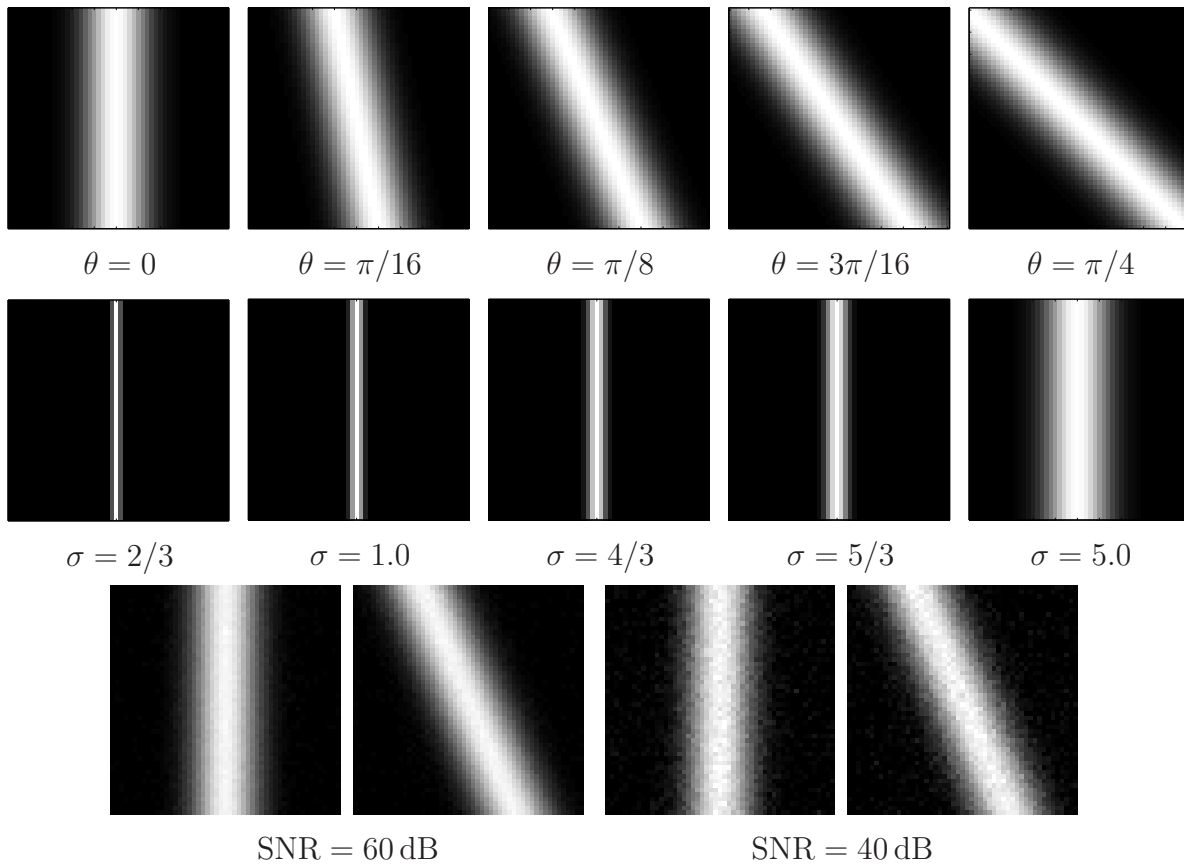


図 3.1 シミュレーションにより生成した二次元画像の例

ことにより，実験用に雑音を含む画像を生成した．雑音の標準偏差を  $(10^{-3} \times V[\bar{I}])^{1/2}$ ， $(10^{-2} \times V[\bar{I}])^{1/2}$  と変化させることにより，SN 比が 60，40 dB の画像を生成した．尚  $V[\bar{I}]$  は，雑音無し画像  $\bar{I}$  の分散を表す．これに雑音付加前の画像を SN 比が  $\infty$  dB の例として加え，SN 比の変化に対する各パラメータの推定精度を評価した．各 SN 比の画像例を図 3.1 に示す．線構造の法線方向  $\theta$  の推定精度評価実験のため，法線方向の真値  $\bar{\theta}$  を  $0, \pi/16, \pi/8, 3\pi/16, \pi/4$  とした．またスケール  $\sigma$  の推定精度評価実験のため，スケールの真値  $\bar{\sigma}$  を  $2/3, 1, 4/3, 5/3, 2, 7/3, 8/3, 3, 10/3, 11/3, 4, 13/3, 14/3, 5$  とした．

線構造の法線方向の真値と推定値を，それぞれ  $\bar{\theta}, \hat{\theta}$  で表す．パラメータ推定のため荷重積分法で用いる窓  $\Omega$  の一辺の大きさは  $L$  であり， $L = 11$  として固定した．線構造のスケールの真値を  $\bar{\sigma} = 5.0$  として固定し，線構造の法線方向に関する評価実験用の雑音無し画像を生成した．パラメータ推定の精度評価のため，入力した画像群の例を図 3.1 に示す．

まず線構造の法線方向の推定精度に関する評価実験を報告する．第 2.1.3 節において述べた線構造を表現するガウス関数をモデルとする荷重積分法は式 (2.37) の線形連立方程式の解  $\hat{\theta}$  の値を求め，線構造の法線方向  $\theta$  の値を推定する．異なる SN 比ごとに 500 枚の画像を入力したときに得られた法線方向の推定誤差分布の結果を，図 3.2 に示す．図 3.2 のグラフの横軸は法線方向の真値  $\bar{\theta}$  を示し，縦軸は推定値  $\hat{\theta}$  を示す．図 3.2 中の黒線は， $\hat{\theta} = \bar{\theta}$  のグラフを示すため，いずれの推定値も黒線  $\hat{\theta} = \bar{\theta}$  に沿って分布している．図 3.2

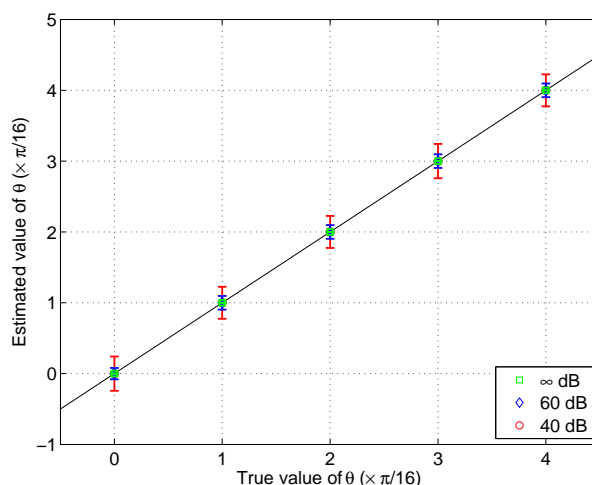


図 3.2 二次元画像内の線構造の法線方向  $\theta$  の推定精度評価実験の結果

を見ると，SN 比が小さくなるほど，法線方向の推定誤差分布の標準偏差が大きくなるが，法線方向の真値に対してほとんどバイアスが生じていないことが確認できる．

次に，線構造のスケール  $\sigma$  の推定精度を評価した．また荷重積分法によるスケール推定結果を，多重解像度法 [48] と比較した．その比較実験の結果を，図 3.3 に示す．図 3.3 のグラフの横軸はスケールの真値  $\bar{\sigma}$  を示し，縦軸は推定値  $\hat{\sigma}$  を示す．図 3.3 中の黒線は， $\hat{\sigma} = \bar{\sigma}$  のグラフを示す．荷重積分法によるパラメータ推定に関して，荷重積分法を適用する前に，入力画像に対してスケールの小さなガウシアンフィルタで平滑化を行った．ガウシアンフィルタのスケールを  $\sigma_0$  とすると，このとき得られたスケールの推定値  $\hat{\sigma}$  は， $\hat{\sigma}^2 \leftarrow \hat{\sigma}^2 - \sigma_0^2$  として修正した．多重解像度法 [48] では，入力画像と平滑化フィルタとの畳み込みを多数繰り返し，正規化曲率の極大点を探索することにより，スケール推定を実現する．本実験では文献 [48] に従い，離散信号に対する熱拡散方程式より導出した平滑化フィルタを採用した．その平滑化フィルタを次式に示し， $\Delta t = \gamma = 1/3$  として実験を行った．

$$\begin{bmatrix} \gamma\Delta t/4 & (1-\gamma)\Delta t/2 & \gamma\Delta t/4 \\ (1-\gamma)\Delta t/2 & 1-(2-\gamma)\Delta t & (1-\gamma)\Delta t/2 \\ \gamma\Delta t/4 & (1-\gamma)\Delta t/2 & \gamma\Delta t/4 \end{bmatrix}. \quad (3.1)$$

図 3.3 を見ると，荷重積分法によるスケール推定の精度は，多重解像度法と同程度の精度を実現することが確認できる．次に，大きさが  $50 \times 50$  の雑音画像を 1000 枚の処理したときの処理時間を，表 3.1 にまとめた．表 3.1 の計算時間を計ったマシン環境は，CPU が Intel Xeon X5590 (3.33 GHz) であり，並列化処理無し，かつフーリエ空間で畳み込みの計算を行わずに MATLAB 上で実装して計算を行った．表 3.1 を見ると，提案法の方が多重解像度法と比べて極めて効率的に処理できたことが確認できる．これは，多重解像度法 [48] はスケール推定のため，式 (3.1) の平滑化フィルタとの畳み込みを極めて多くの回数を繰り返し行う必要があるためである．ここで，多重解像度法 [48] によるスケール推定は平滑化フィルタのスケールの刻み幅  $\Delta t$  に依存して，その精度および計算時間が変化

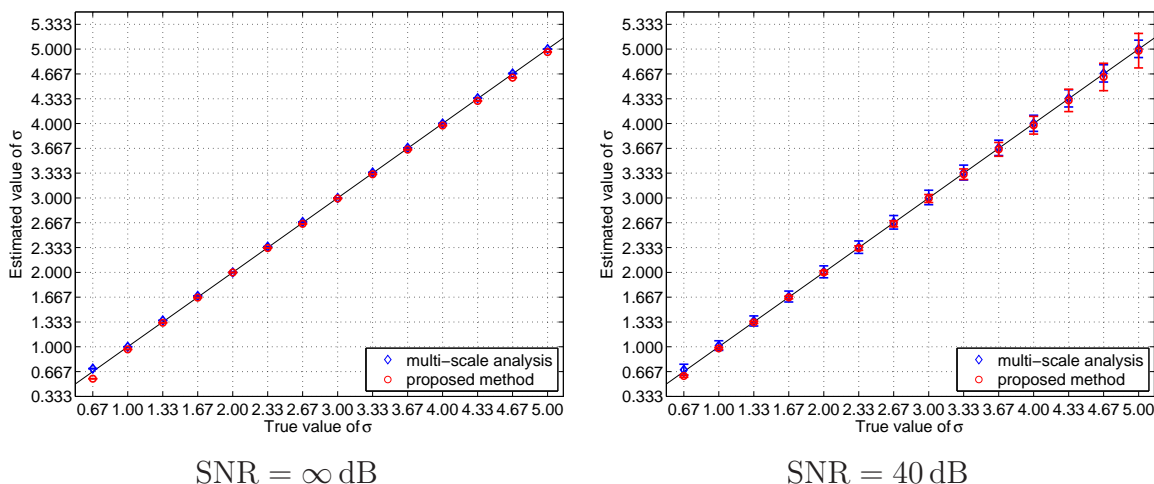


図 3.3 スケール推定精度の比較実験の結果

表 3.1 1000 枚の画像を処理するのに掛かった計算時間の比較

	計算時間
多重解像度法 [48]	137 分 34.0 秒
提案法	8 分 43.2 秒

する．図 3.3 の結果は  $\Delta t = 1/3$  の平滑化フィルタでの結果であり，両手法の推定誤差分散が同程度であったため，表 3.1 の計算時間の比較は，公正な比較である．一方の提案法の推定精度および計算時間は，後に報告する通り窓の大きさに依存するが，パラメータ空間の探索を必要とせず，連立方程式を一度解くだけで線構造の位置と向き，スケールの 3 つを同時に推定できることに注意する．

窓の一辺の大きさ  $L$  がスケール推定に与える影響の評価実験を報告する．スケール推定の精度評価実験の結果である図 3.3 の SN 比が小さいときの結果を見ると，窓幅  $L$  に対してスケールの真値  $\bar{\sigma}$  が小さ過ぎ，大き過ぎるとき，スケールの推定値  $\hat{\sigma}$  の誤差分布の標準偏差が大きくなったり，推定値の平均が真値よりずれてしまっていることが確認できる．スケールの真値を  $\bar{\sigma} = 5.0$  として固定したとき，窓幅  $L$  を様々に変化させて得られたスケールの推定精度の結果を，図 3.4 に示す．図 3.4 に関して，横軸はスケールの真値  $\bar{\sigma}$  に対する窓幅  $L$  の比率を示し，縦軸はスケールの推定値  $\hat{\sigma}$  を示す．図 3.4 を見ると，SN 比が小さくなるほど，スケール推定が窓幅に関して敏感になっていくことが確認できる．雑音無し画像を入力したときの結果（図 3.4(A)）を見ると，窓幅  $L$  の値に関わらず，スケール推定は精度良く行える．入力画像の SN 比が 60 dB のときの結果（図 3.4(B)）を見ると，窓幅が小さい，具体的には  $L < 3\bar{\sigma}$  のとき，推定値  $\hat{\sigma}$  の誤差分布の標準偏差が大きくなり，バイアスが生じている．入力画像の SN 比が 40 dB のときの結果（図 3.4(C)）を見ると，窓幅が  $4\bar{\sigma} \leq L \leq 6\bar{\sigma}$  の時，バイアスが生じず，安定性の高い推定値を得ることができる．これらの実験は，入力画像の SN 比が小さいときには特に，窓幅  $L$  を線構造のスケール  $\bar{\sigma}$  に応じて適応的に変化させる必要があることを示唆している．実際には窓内

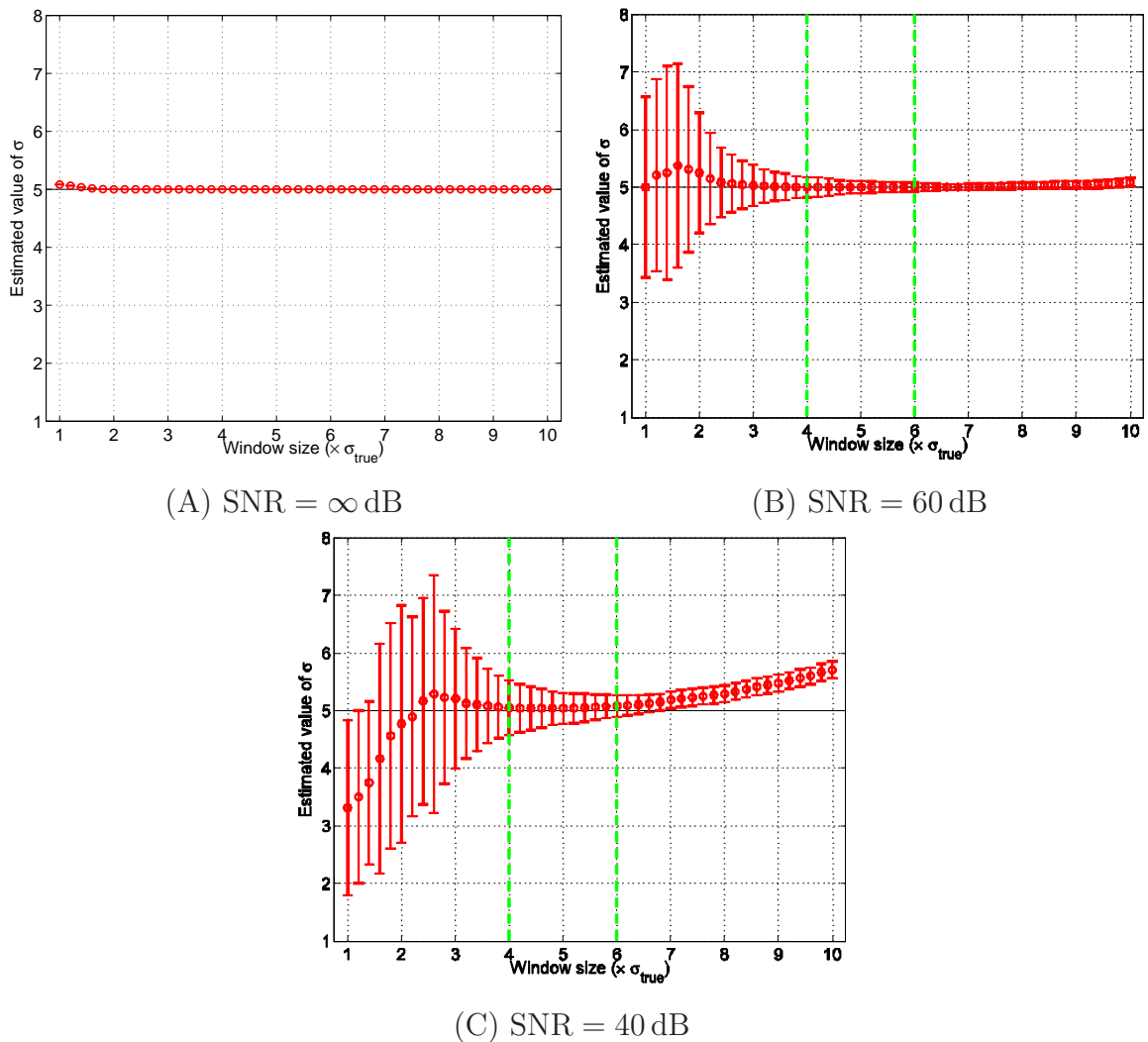


図 3.4 スケール推定に与える窓幅の影響の評価実験結果．(B)，(C)の緑線は，大きさ  $L$  の窓で正確に推定できるスケールの範囲 ( $\alpha L \leq \bar{\sigma} \leq \beta L$ ) だと判断した範囲を示す．

部の線構造のスケール  $\bar{\sigma}$  は未知であるため，スケールの値を具体的に推定することなく画像の各位置において窓幅  $L$  を変化させる必要がある．この窓幅選択法は第 2.2 節において説明した．その評価に関する評価実験は，第 3.1.2 節において報告する．

### 三次元画像に対する荷重積分法

三次元画像中の線構造の記述性能についても，二次元画像の場合と同様にシミュレーション画像を用いて評価した．式 (2.42) に従うガウス関数のパラメータの値を無作為に変化させることにより，線構造の雑音無し画像を生成した．それら雑音無し画像に対して，平均 0 の正規分布に従う雑音を各ピクセルに独立に生成することにより，雑音を含む画像を実験用に生成した．このようにシミュレーションにより生成した画像に対して三次元荷重積分法によるパラメータ推定を適用することにより，三次元荷重積分法による

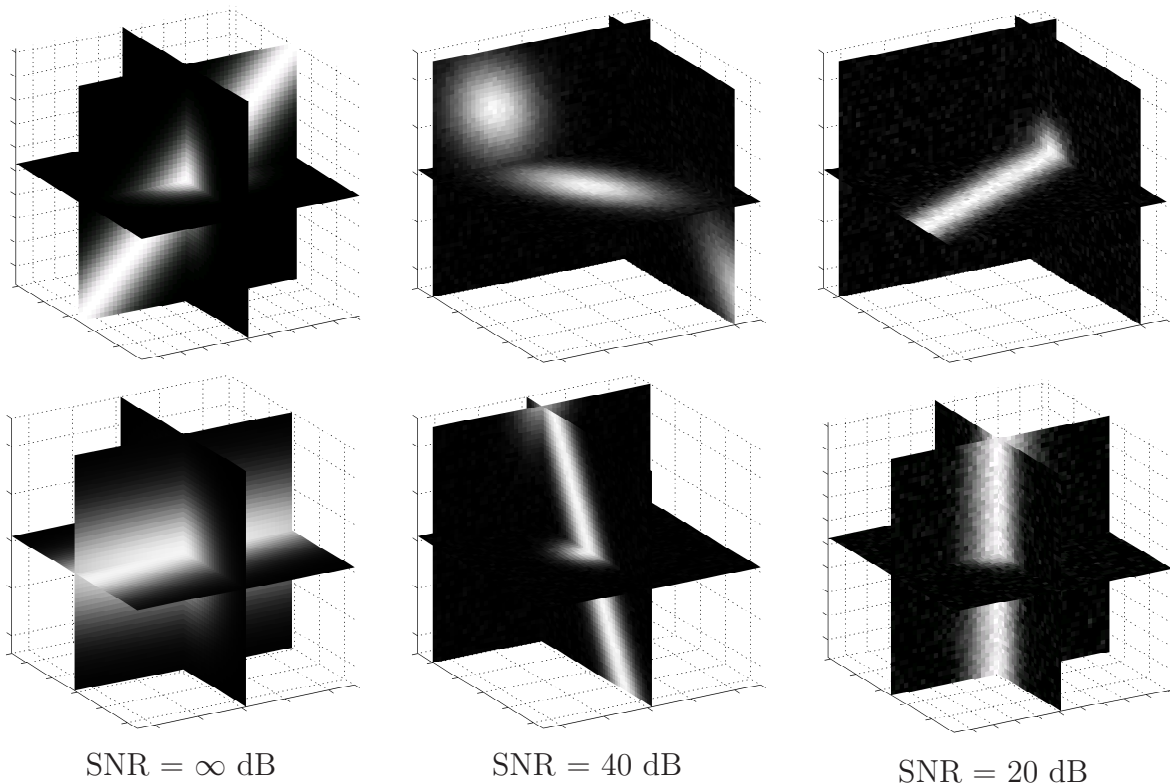


図 3.5 シミュレーションにより生成した三次元画像の例

パラメータ推定の精度を評価した．線構造の走行方向  $v$  は，図 2.3 に示したように角度  $\theta$ ， $\phi$  で表現でき，真値の候補  $\bar{\theta} \in \{\pi/16, \pi/8, 3\pi/16, \pi/4, 5\pi/16, 3\pi/8, 7\pi/16, \pi/2\}$ ， $\bar{\phi} \in \{0, \pi/16, \pi/8, 3\pi/16, \pi/4, 5\pi/16, 3\pi/8, 7\pi/16, \pi/2\}$  よりランダムに選択し， $\|\bar{v}\| = 1$  を満たすようにした．またスケール  $\sigma$  の真値の候補は， $\bar{\sigma} \in \{4/3, 5/3, 2, 7/3, 8/3, 3, \dots, 9\}$  とした．

線構造の走行方向の真値と推定値を，それぞれ  $\bar{v}$ ， $\hat{v}$  で表す．パラメータ推定のため，荷重積分法で用いる窓  $\Omega$  の一辺の大きさを  $L = 21$  として固定し，シミュレーションにより生成した線構造のスケールの真値を  $\bar{\sigma} = 5.0$  として固定した．図 3.5 は，異なる SN 比のシミュレーション画像の例を示す．

まず図 2.3 に示したように，走行方向  $v$  の角度  $\theta$ ， $\phi$  の推定精度評価実験の結果を報告する．走行方向  $v$  は単位ベクトルであり，単位球上の一点として表現できる．入力画像内の線構造の走行方向の真値  $\bar{v}$  に対応する単位球上の点を， $\bar{v}_s$  で表す．走行方向の推定値  $\hat{v}$  の誤差分布を評価するため，単位球の点  $\hat{v}$  を  $\bar{v}_s$  における単位球の接平面に射影し，射影後の点の分布の平均と共分散を評価する（図 3.6 参照）．尚，単位球の点  $\bar{v}_s$  での接平面を張る基底ベクトルを  $e_0$ ， $e_1$  で表す．SN 比が異なる画像を入力し，走行方向  $v$  に関する推定精度の評価実験の結果を，図 3.7 に示す．SN 比ごとに入力画像を，500 枚用意した．図 3.7 の色分けに関して，赤，緑，青はそれぞれ SN 比が  $\infty$ ，40，20 dB の画像を入力した時に得られた走行方向の推定値と，その分布の平均からのマハラノビス距離が 1 となる



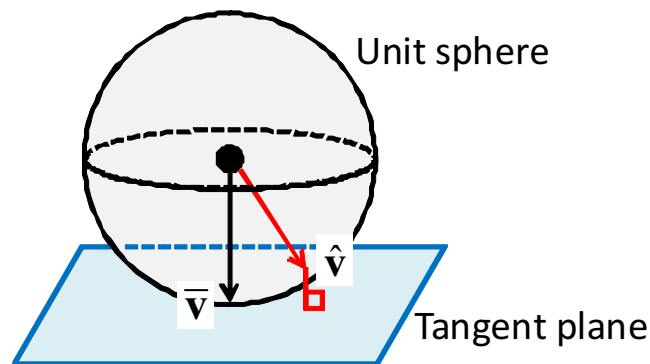


図 3.6 線構造の走行方向の真値  $\hat{v}$  と推定値  $\hat{v}$ ，ならびに単位球と接平面の関係．接平面は，真値  $\hat{v}$  に対応する単位球上の点  $\hat{v}_s$  で接する．

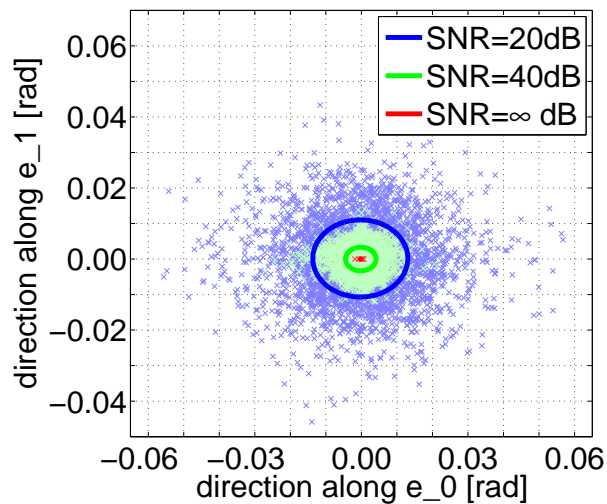


図 3.7 三次元画像内の線構造の走行方向  $v$  の推定精度評価実験の結果．横軸と縦軸は，真値に対応する単位球上の点での接平面を張る基底ベクトル  $e_0, e_1$  に対する相対位置 [rad] を示し，原点は点  $\hat{v}_s$  に対応する．“x” 点は推定値  $\hat{v}$  を接平面に射影した点であり，楕円は接平面上での推定値の分布の平均からのマハラノビス距離が 1 となる距離を示す．

距離を示す．図 3.7 内の “x” 点は入力画像ごとに得られた推定値を接平面に射影した後の点であり，実線の楕円は推定値の分布を評価して得られた平均と共分散を用いて，平均よりマハラノビス距離が 1 となる位置を示す．図 3.7 を見ると，SN 比が小さくなるほど推定誤差分散が大きくなることが確認できるが，偏差は生じていないことが分かる．ただし平均からマハラノビス距離が 1 となる位置を結んだ円は，真円ではなく楕円である．これは走行方向  $v$  を推定する際に，現在，走行方向の角度成分として  $z$  軸からの角度  $\theta$  を求めた後で， $x-y$  平面上の  $x$  軸からの角度  $\phi$  を求めている．このため，角度  $\theta$  の推定誤差が角度  $\phi$  の推定に伝播してしまったためである．

線構造のスケール  $\sigma$  の推定精度の評価のため，線構造のスケールの真値  $\bar{\sigma}$  を様々に変化させて生成した画像を入力した．荷重積分法によるスケール推定の精度評価実験の結果を，図 3.8 に示す．図 3.8 の横軸は，スケールの真値  $\bar{\sigma}$  を示し，縦軸はスケールの真値  $\bar{\sigma}$

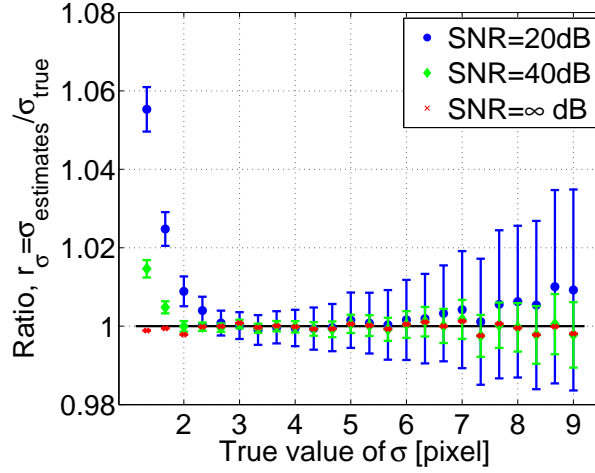


図 3.8 三次元画像内の線構造のスケール  $\sigma$  の推定精度評価実験の結果

と推定値  $\hat{\sigma}$  の比  $r_\sigma = \hat{\sigma}/\bar{\sigma}$  を示す．図 3.8 のグラフ中の赤，緑，青はそれぞれ SN 比が  $\infty$ ，40，20 dB の画像を入力した時に得られた推定値の誤差分布を示す．図 3.8 の雑音無し画像を入力したときの結果を見ると，提案法はスケールの真値  $\bar{\sigma}$  に関わらず，スケールの値を精度良く推定できたことが確認できる．図 3.8 の SN 比が小さいときの結果を見ると，真値が  $\bar{\sigma} < L/6$  および  $\bar{\sigma} > L/4$  のときに推定精度が低下している．ここで図 3.8 は，荷重積分法によるパラメータ推定において用いる窓  $\Omega$  の一辺の大きさを  $L$  として固定した時に得られた結果である事に注意する．図 3.8 により，式 (2.77) の  $\alpha$ ， $\beta$  の値を定める．具体的には図 3.8 の結果より， $\alpha = 1/6$ ， $\beta = 1/4$  とした．

荷重積分法のパラメータ推定の頑健性の評価のため，荷重積分法のモデル関数として採用したガウス関数に従わない画像を入力したときのパラメータ推定の精度評価実験について報告する．今回の実験では，画像の断面が次式の矩形関数に従う画像を生成し，正規分布に従う雑音を加えて入力画像を生成した．

$$I(\mathbf{x}|\sigma) = \begin{cases} 1, & \text{if } x^2 + z^2 < \sigma^2, \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (3.2)$$

式 (3.2) のスケールの真値  $\bar{\sigma}$  を 2, 3, 4, 5, 6, 7 とし雑音無し画像を生成し，平均 0 の正規分布に従う雑音を各ピクセルで独立に生成して，雑音を含む画像を 500 枚生成した．荷重積分法によるパラメータ推定を適用する前に，スケールが小さなガウスフィルタで入力画像を平滑化した．フィルタのスケールを  $\sigma_0$  とすると，スケールの推定値  $\hat{\sigma}$  は， $\hat{\sigma}^2 \leftarrow \hat{\sigma}^2 - \sigma_0^2$  とすることにより修正した．評価実験の結果を，図 3.9 に示す．図 3.9(A) のスケール推定の結果を見ると，どの真値に対してもスケール推定は誤った値を推定している．但しスケールの真値が窓幅に対して不等式  $L/3 \leq \bar{\sigma} \leq L/5$  を満たすとき，スケールの推定値は真値に対して比例している．ここでスケール推定法として最も信頼される多重解像度法 [48, 49] も，画像の断面がガウス関数に従わない場合，推定値にはバイアスが生じるが，スケールの真値に比例することが知られている [94]．図 3.9(B) の走行方向の

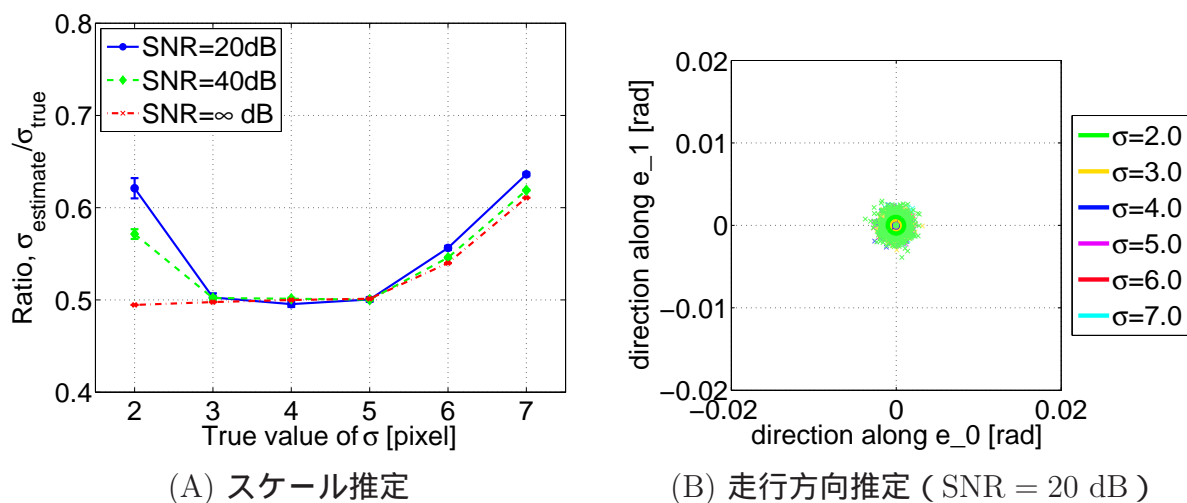


図 3.9 式 (3.2) に従う画像を入力したときに得られたパラメータの推定精度

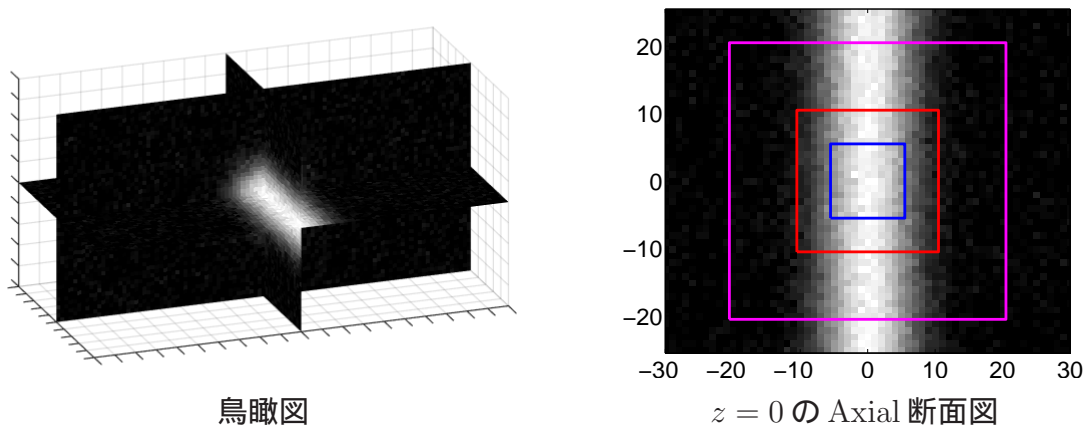


図 3.10 窓  $\Omega$  の中心を線構造の中心から離れたときの推定精度の評価するための入力画像の例．線構造のスケールの真値が  $\bar{\sigma} = 5$  のときの鳥瞰図と  $z = 0$  の Axial 断面 ( $x$ - $y$  平面) のスライス画像を示す．スライス画像内の矩形に関して，青，赤，桃は窓幅  $L$  がそれぞれ 10, 20, 40 の窓を示す．

推定結果を見ると，入力画像はガウス関数に従わないにも関わらず，バイアスは生じていない．

窓の中心が線構造の中心から離れたときの，窓の位置と荷重積分法によるパラメータの推定精度，ならびに評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の値の関係の評価実験の結果を報告する．スケールの真値  $\bar{\sigma}$  を変化させて生成した画像を入力画像とした．入力画像の SN 比は 20 dB であり，画像例を図 3.10 に示す．荷重積分法によるパラメータ推定で用いる窓  $\Omega$  の大きさを  $L = 10, 14, 20, 28, 40$  として，それぞれ固定長の窓としてパラメータ推定を行った．式 (2.77) に  $\alpha = 1/6$ ,  $\beta = 1/4$  を代入したとき，各大きさの窓が高精度に推定するであろうスケールの範囲  $R_\Omega$  を表 3.2 に示す．評価実験の結果を図 3.11 ~ 3.15 に示す．図 3.11 の左列と右列はそれぞれ，スケールの真値  $\bar{\sigma}$  と推定値  $\hat{\sigma}$  の比と，評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の結果を示す．図 3.11, 3.12 の横軸は，窓の走査方向  $v_\Omega$  と相対位置の真値  $\bar{\mu}$  の比  $r_\Omega$  をスケールの

表 3.2 式 (2.77) の  $\alpha = 1/6$ ,  $\beta = 1/4$  のときの各窓幅  $L$  と  $R_\Omega$  の関係

$L$	$R_\Omega$
10	$5/3 \leq \bar{\sigma} \leq 5/2$
14	$7/3 \leq \bar{\sigma} \leq 7/2$
20	$10/3 \leq \bar{\sigma} \leq 5$
28	$14/3 \leq \bar{\sigma} \leq 7$
40	$20/3 \leq \bar{\sigma} \leq 10$

真値  $\bar{\sigma}$  で正規化した値  $r_\Omega/\bar{\sigma}$  を示す．窓の走査方向  $v_\Omega$  は単位ベクトルであり，本実験では  $x$  軸に平行な方向のみ，すなわち  $v_\Omega = [1, 0, 0]^T$  として走査方向を限定した．さらに窓の中心が線構造の中心を通る走査を評価対象に限定したため，窓の走査方向  $v_\Omega$  と相対位置の真値  $\bar{\mu}$ ，その比  $r_\Omega$  は，次式の関係を満たす．

$$\bar{\mu} = r_\Omega v_\Omega. \quad (3.3)$$

比  $r_\Omega$  が  $r_\Omega = 0$  のとき，窓と線構造の中心位置が一致し， $r_\Omega > 0$  のとき窓  $\Omega(x)$  の中心  $x$  は  $x$  軸の正の側に位置する．相対位置の推定値の評価のため，線構造の走行方向の真値  $\bar{v}$  に直交する平面に射影し，射影後の点の分布の平均と共分散行列を調査した．走行方向の真値  $\bar{v}$  は  $y$  軸に平行としたため，相対位置の評価は  $x, z$  軸方向の推定誤差を評価したことになる．図 3.11 のスケールの真値  $\bar{\sigma}$  が 5, 8 のときのスケールの推定値と真値の比のグラフでは識別しづらい箇所があったため，窓幅ごとに分けたグラフを図 3.12 に示す．相対位置の推定値の評価結果は，図 3.13 ~ 3.15 のそれぞれ下段に示した．それら相対位置の推定結果の図の見方は走行方向の推定結果の図と同様であり，“×” 点は平面に射影した後の点を示し，楕円は推定値の分布の平均よりマハラノビス距離が 1 となる位置を示す．また横軸および縦軸の原点に推定値が位置する場合，線構造の中心位置を正しく推定できたことを示す．図 3.11 ~ 3.15 の色分けに関して，青，緑，赤，水，桃は窓幅  $L$  がそれぞれ 10, 14, 20, 28, 40 のときの結果を示す．

スケールの真値が  $\bar{\sigma} = 2$  に対する結果（図 3.11(A), 3.13）に注目すると，窓の中心と線構造の中心位置と一致するとき推定精度が最良であり，評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の値も最小である．窓の中心と線構造の中心が離れるにともない推定精度が低下しており，比  $r_\Omega/\bar{\sigma}$  が  $|r_\Omega/\bar{\sigma}| \leq 1.5$  を満たす範囲であれば，そのときの推定結果は信用しても良いと判断した．しかし本来，窓と線構造の相対位置関係はパラメータの推定値より判断するしかできない．線構造が入力信号中のどこに位置するか不明なとき，式 (2.76) より求めた不等式  $\|\hat{\mu}\|/\hat{\sigma} \leq 1.5$  を満たす結果のみを評価対象としたときに推定精度が改善できるか否かの評価実験を第 3.1.3 節において報告する．また窓の中心と線構造の中心が離れるにともない評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の値も次第に大きくなっていくことが確認できる．また  $\bar{\sigma} = 5, 8$  の結果 (3.11(B), (C), 3.12, 3.14, 3.15) も見ると， $\bar{\sigma} = 2$  のときと同様の傾向があることが確認できる．これらの結果より，近傍領域内の各点を中心とする窓より得られたパラメータの推定に関して，評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の値が最小となる窓幅の結果の信頼度が大きく，窓と線

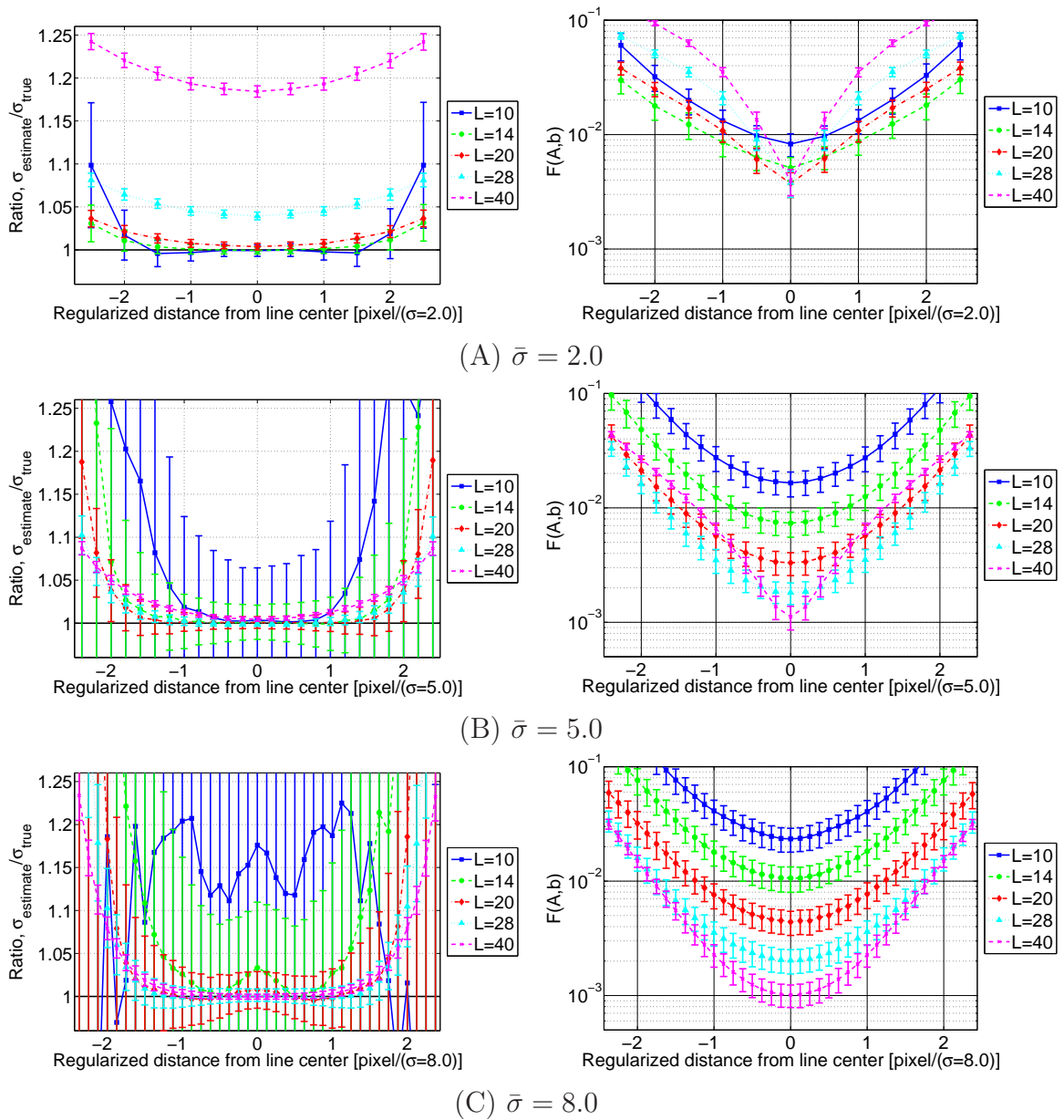


図 3.11 窓  $\Omega$  の中心を線構造の中心から離れたときの推定精度の評価実験の結果．左列と右列はそれぞれ，スケールの推定値  $\hat{\sigma}$  と真値  $\bar{\sigma}$  の比と，評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の値に示す．

構造の中心がより近いと判断できる．

### 3.1.2 窓幅選択の有効性の確認と頑健性の評価

本節では，シミュレーションにより生成した画像を用いた窓幅選択の有効性と，パラメータ推定の精度向上と頑健化に関する評価実験の結果を報告する．第 2.2 節において述べたように，大きな窓では記述対象の線構造の近傍にある構造も同時にその内部に含んでしまい，式 (2.19)，(2.42) の単一ガウス関数とは不整合となるため，推定精度が劣化する

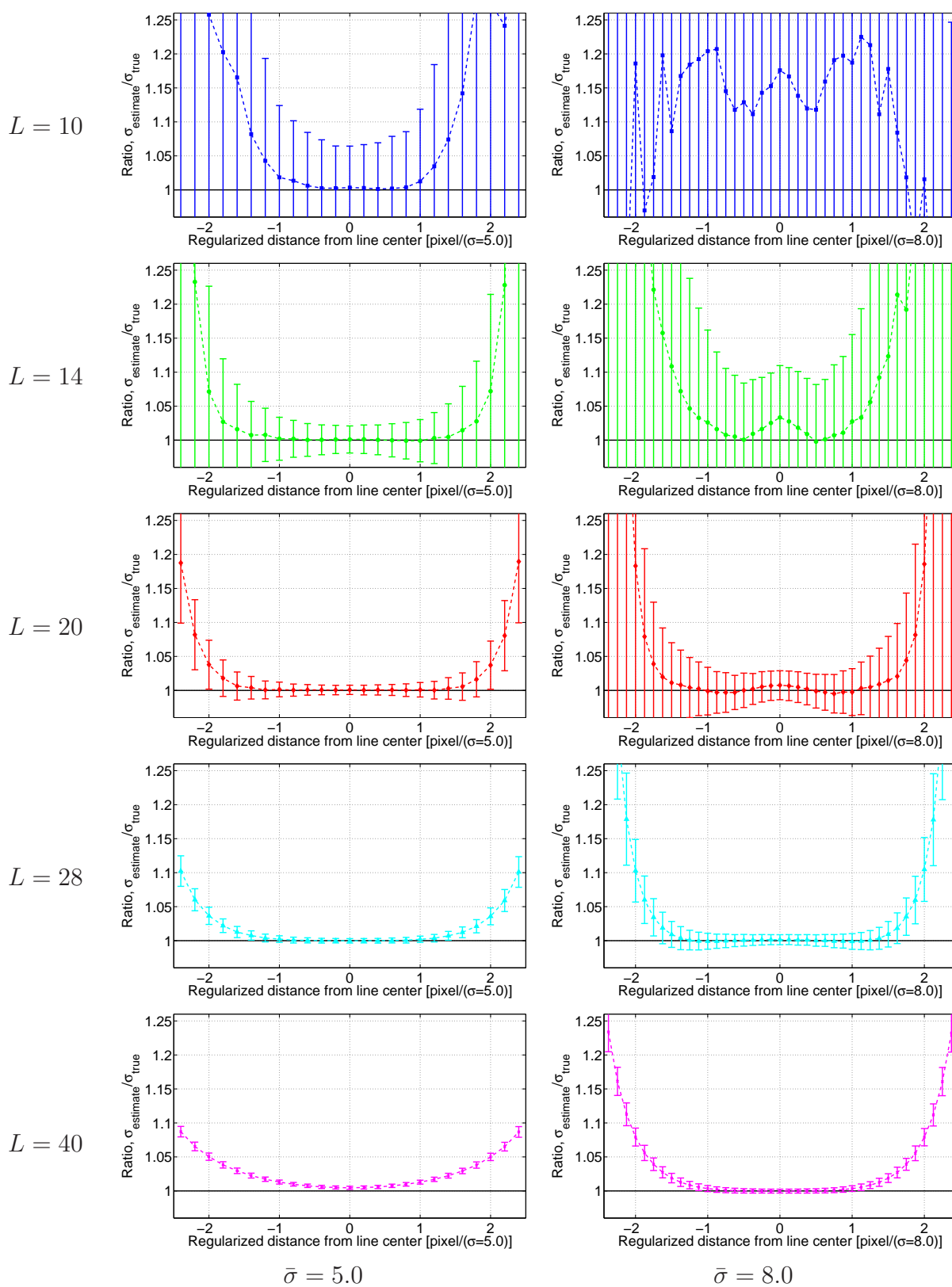


図 3.12 窓  $\Omega$  の中心を線構造の中心から離れたときの推定精度の評価実験の結果。

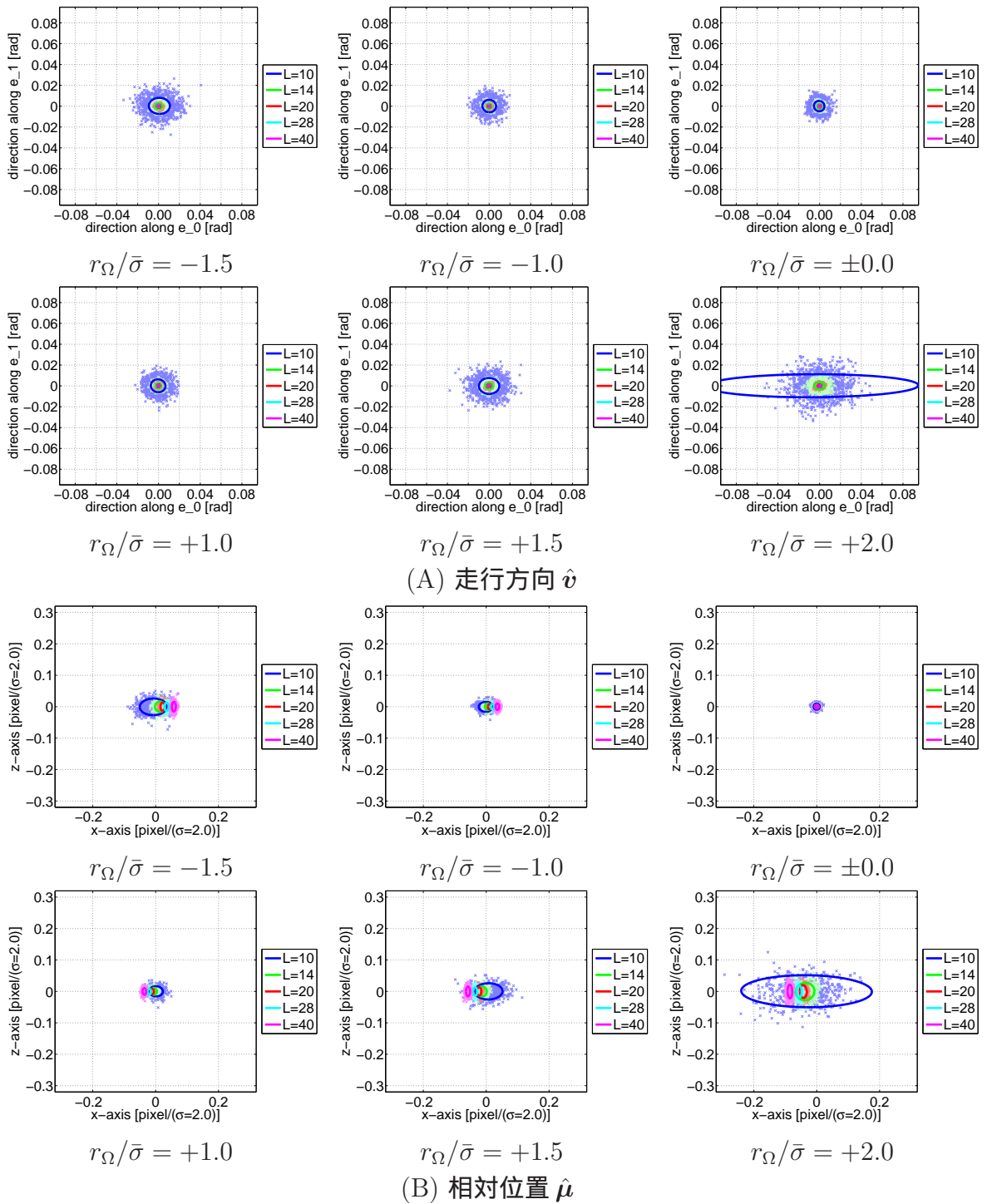


図 3.13 窓  $\Omega$  の中心を線構造の中心から離れたときの精度評価実験の結果．スケールの真値が  $\bar{\sigma} = 2.0$  の結果の内，走行方向  $v$  と相対位置  $\mu$  の結果を示す．走行方向のグラフの原点は真値  $\bar{v}$  に一致し，相対位置  $\mu$  の原点は線構造の中心と一致することを示す．

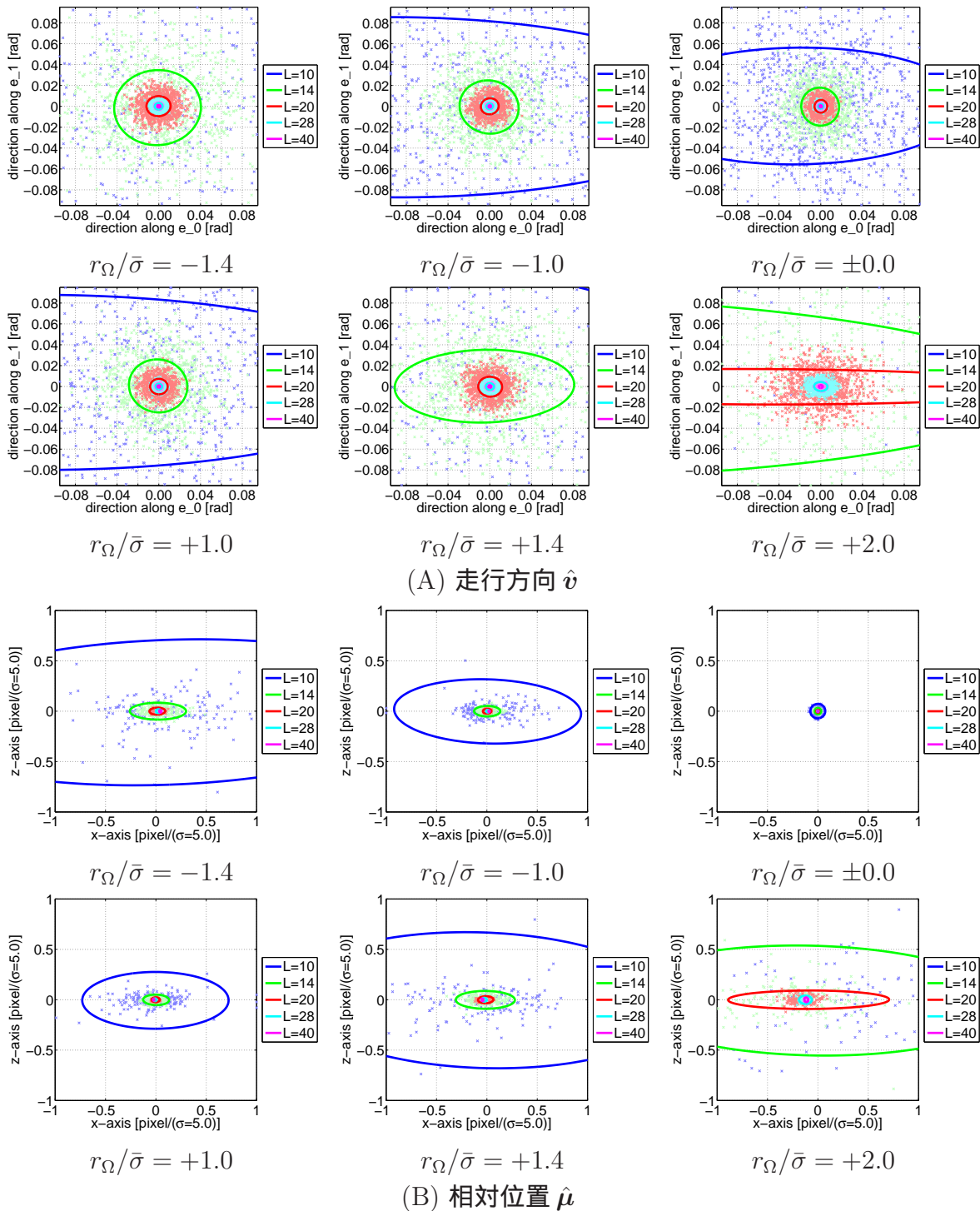


図 3.14 窓  $\Omega$  の中心を線構造の中心から離れたときの精度評価実験の結果，スケールの真値が  $\bar{\sigma} = 5.0$  の結果の内，走行方向  $\hat{v}$  と相対位置  $\hat{\mu}$  の結果を示す．走行方向のグラフの原点は真値  $\hat{v}$  に一致し，相対位置  $\hat{\mu}$  の原点は線構造の中心と一致することを示す．



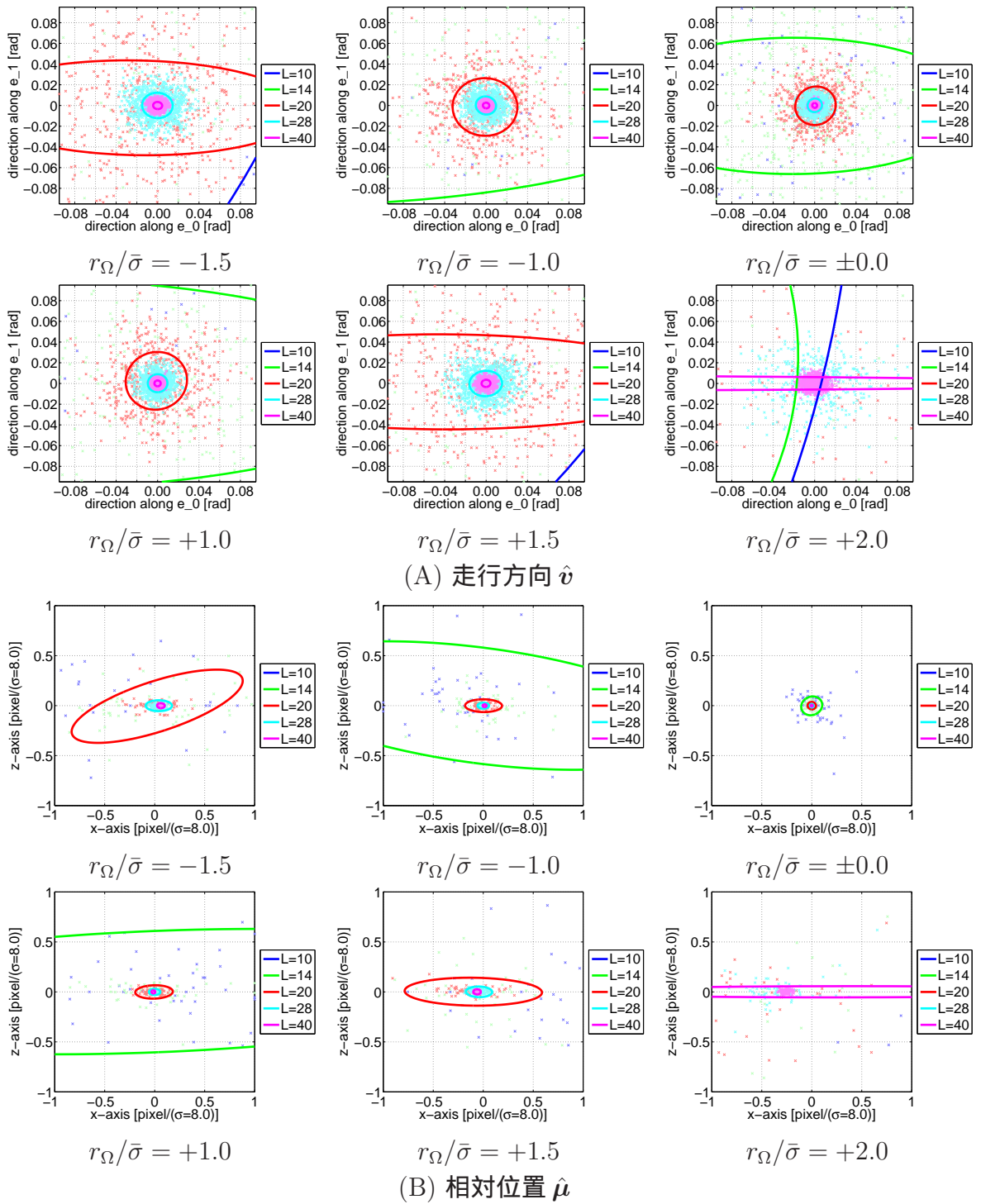


図 3.15 窓  $\Omega$  の中心を線構造の中心から離れたときの精度評価実験の結果．スケールの真値が  $\bar{\sigma} = 8.0$  の結果の内，走行方向  $\hat{v}$  と相対位置  $\hat{\mu}$  の結果を示す．走行方向のグラフの原点は真値  $\hat{v}$  に一致し，相対位置  $\hat{\mu}$  の原点は線構造の中心と一致することを示す．

る．また小さな窓では画像雑音に対して敏感になってしまい，推定精度が劣化する．このため各位置の局所アピランスに応じて，パラメータ推定に適した窓幅を選択する必要がある．

二次元荷重積分法のための窓幅選択の有効性と頑健性の評価のため，入力画像として画像群を3種類用意した．単一の線構造のみを含む画像と，2本の線構造が隣接する画像と，法線方向が異なる3本の線構造が隣接する画像の3種類である．図3.16の上段に，単一の線構造のみを含む画像と，2本の線構造が隣接する画像の例を示す．入力画像のSN比は40 dBであり，500枚の画像を入力したときに得られた値の分布を評価した．まず図3.16の左列に示した単一の線構造のみを含む画像を入力したときの実験を報告する．線構造の中心において，異なる大きさの窓 $\Omega$ 内部のアピランスより得られる式(2.37)の連立方程式を求め，式(2.69)の評価関数 $F(\cdot, \cdot)$ の値を評価した．図3.16の中段と下段のグラフは，それぞれスケールの真値 $\sigma$ に対する推定値 $\hat{\sigma}$ の比 $\hat{\sigma}/\sigma$ と，窓幅 $L$ に関する評価関数 $F(\cdot, \cdot)$ の値を示す．図3.16のグラフの横軸は窓幅 $L$ を示し，中段の縦軸はスケールの真値に対する推定値 $\hat{\sigma}/\sigma$ の比，下段の縦軸は評価関数 $F(\cdot, \cdot)$ の値を示す．実験で使用した窓幅は， $L = 10, 12, 16, 20, \dots, 40$ である．図3.16の左列のグラフを見ると，窓幅 $L$ が大きくなるほど，評価関数 $F(\cdot, \cdot)$ の値が単調減少すると共に，スケールの推定精度がより正確になっていることが確認できる．次に図3.16の右列に示した2本の線構造が隣接する画像に対して，同様の評価実験を行った．図3.16の右上段の画像中の太い線構造の中心に窓 $\Omega$ が位置する場合，特に窓幅が $L \geq 30$ のとき，隣接する線構造も窓 $\Omega$ 内部に含み同時に観測してしまうため，窓 $\Omega$ 内部の局所アピランスが式(2.19)のモデル関数であるガウス関数に適合しない．図3.16の右列のグラフが，2本の線構造が隣接する画像を入力したときの実験結果である．図3.16の右列のグラフを見ると，窓幅が $L \geq 30$ のとき，評価関数 $F(\cdot, \cdot)$ の値が大きくなると共に，スケールの推定が不正確になっていくことが確認できる．複数の構造を同時に観測する，即ちモデル関数に適合しない場合，パラメータの推定精度が不正確となるので，評価関数 $F(\cdot, \cdot)$ の値に基づきパラメータ推定に適した窓幅を選択できる．

図3.16に示した実験に関して，異なる窓幅の窓 $\Omega$ より得られた式(2.68)の行列 $A'$ の特異値 $s'_1, \dots, s'_6$ の値を表3.3と図3.17にまとめた．表3.3(A)は窓幅 $L$ の値に関わらず，窓 $\Omega$ 内部のアピランスが単一の線構造のみを含む場合の特異値の平均値を示す．表3.3(A)を見ると，窓幅 $L$ が大きくなるほど，特に $s'_6$ と比べて $s'_5$ の値が大きくなっていることが分かる．このため $\text{rank}(A')$ が6より5に近づき，評価関数 $F(\cdot, \cdot)$ の値が小さくなり，解 $\theta$ の一意性がより強くなったと判断できる．一方，表3.3(B)は窓幅が特に $L \geq 30$ のとき，隣接する線構造もその窓 $\Omega$ 内部に含まれるようになり，窓 $\Omega$ 内部のアピランスが式(2.19)のモデルであるガウス関数では表現できなくなった場合の特異値の変化を示す．表3.3(B)を見ると，窓幅 $L$ の増大にともなう $s'_6$ の増加速度が $s'_5$ と比べると，極めて大きいことが確認できる．即ち $\text{rank}(A')$ が5よりも6へと近づき，式(2.68)の連立方程式が解 $\theta$ を持たなくなったことにより，評価関数 $F(\cdot, \cdot)$ の値が大きくなったことが分かる．図3.17のグラフに関して，横軸は特異値 $s'_i$  ( $i = 1, \dots, 6$ )の添え字 $i$ を示し，縦軸が対応する特異値それぞれの値を示す．図3.17(A)に関して，全てのプロットの右端部が急激

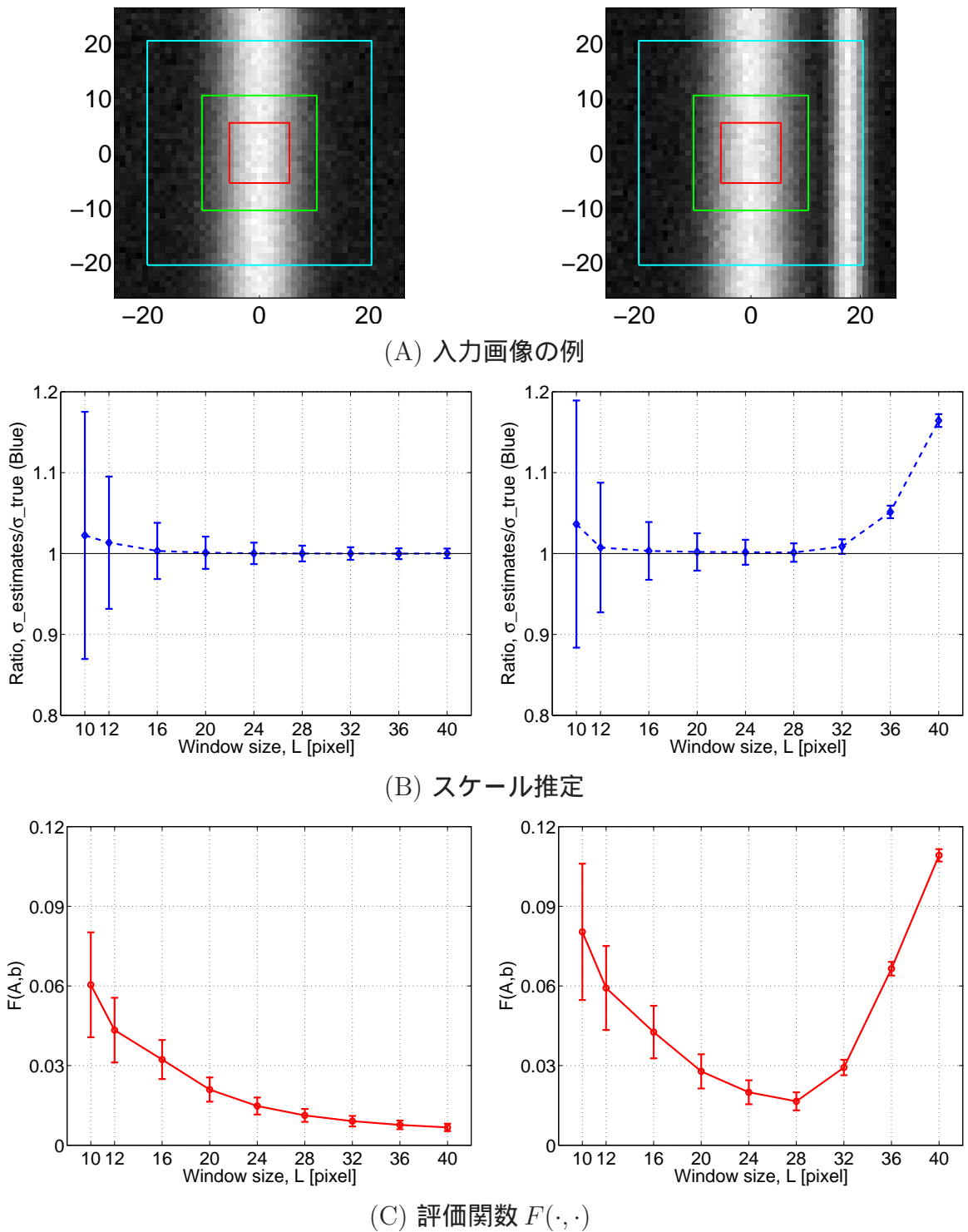


図 3.16 評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  とスケール  $\sigma$  の推定精度の関係の評価実験の結果．左列と右列には，それぞれ単一の線構造のみを含む場合と 2 本の線構造が隣接する場合を示す．上段は入力画像の例を示し，画像内の矩形は実験で用いた窓幅の最小値，中央値，最大値を示す．中，下段は，それぞれスケールの真値  $\bar{\sigma}$  に対する推定値  $\hat{\sigma}$  の比，式 (2.69) の評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の値を示す．

表 3.3 図 3.16 に示した実験において様々な大きさの窓  $\Omega$  より得られた行列  $A'$  の特異値  $s'_i$  ( $i = 1, \dots, 6$ ) の平均値の例．各セルの値は  $\log_{10} s'_i$  の値を示す．

(A) 単一の線構造のみを含む場合

$L$	$s'_1$	$s'_2$	$s'_3$	$s'_4$	$s'_5$	$s'_6$
10	3.50	3.37	3.33	2.98	2.98	1.76
28	4.79	4.72	4.48	3.89	3.87	1.92
32	4.94	4.89	4.60	4.01	3.97	1.93
40	5.20	5.16	4.79	4.19	4.14	1.97

(B) 2本の線構造が隣接する場合

$L$	$s'_1$	$s'_2$	$s'_3$	$s'_4$	$s'_5$	$s'_6$
10	3.49	3.36	3.33	2.98	2.95	1.76
28	4.75	4.67	4.49	3.82	3.74	1.96
32	4.92	4.84	4.64	3.94	3.84	2.31
40	5.18	5.11	4.90	4.11	3.99	3.03

に減少しているのは、窓  $\Omega$  内部に単一の線構造のみが存在する場合、窓幅  $L$  の値に関わらず  $s'_5$  と比べて  $s'_6$  が極めて小さくなることを示している．一方、図 3.17(B) の全ての窓幅  $L$  および特異値  $s'_i$  に関して最大値を取るプロット（窓幅が  $L = 40$  のときの結果）は、右端部の減少の程度が緩やかである．これは  $s'_5$  に対して  $s'_6$  の値が大きくなり、 $\text{rank}(A')$  が 6 へと近づいていたことに対応している．第 2.2 節において述べた通り、本論文で提案した評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  は、 $\text{rank}(A')$  が 5 より 6 へと近づく度合いを定量的に評価できる．一方、条件数  $s'_1/s'_5$  に注目すると、図 3.17 のグラフの形状より、窓幅  $L$  の増大にともなう特筆すべき変化は確認できない．これらの実験結果は、荷重積分法によるパラメータ推定のための窓幅選択に関して、条件数  $s'_1/s'_5$  よりも提案した評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の方が優れていることを支持している．

ところで、線形連立方程式の解の安定性、また解が存在するか否かに関して論ずる際には、特異値の大きさの比を基準に論ずるべきであり、各特異値の大きさだけで論ずることはできない．例えば、 $\text{rank}(A')$  が 5 から 6 へと近づくとき、 $s'_6$  の値は 0 から次第に大きくなる．しかし  $s'_6$  の値そのものの大小は、濃淡スケールや画像内の雑音強度などアピアランス内のプリミティブな構造以外の影響に左右されて変化するものであり、連立方程式の解の一意性や安定性の指標とはならない．条件数は  $s'_1$  の大きさを  $s'_5$  により正規化した値であり、同様に評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  は  $s'_5$  により  $s'_6$  の大きさを正規化した値である．このような正規化は、線形連立方程式の解の安定性および解が存在するか否かを評価する際には必須である．

窓内部に複数の構造を同時に内包する可能性を考慮する必要がある場合に関して、窓幅選択による荷重積分法のパラメータ推定の精度および頑健性の向上に関する評価実験

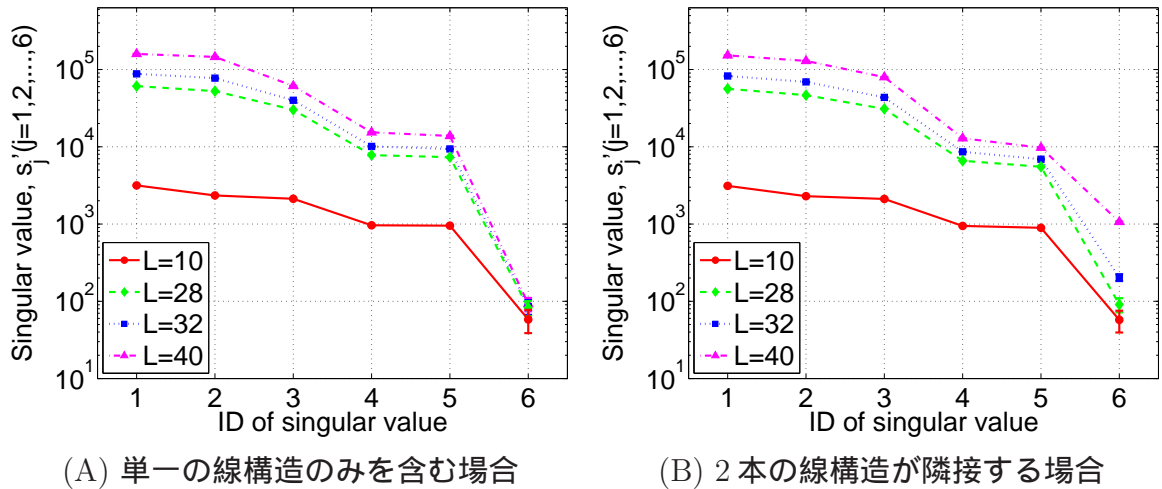


図 3.17 図 3.16 に示した実験において様々な大きさの窓  $\Omega$  より得られた行列  $A'$  の特異値  $s'_i$  ( $i = 1, \dots, 6$ ) の統計値の例。

を報告する．入力画像として，スケールおよび法線方向の異なる 3 本の線構造が隣接する画像をシミュレーションにより生成した．雑音無し画像を，図 3.18(A) に示す．窓幅を  $L = 10$  として固定した場合の荷重積分法によるパラメータ推定を適用することにより得られたパラメータ  $\mu, \theta, \sigma$  の推定値の例を，図 3.18(A) において矩形と円，線分を用いて示した．図 3.18 における緑の矩形は各位置において推定に用いた窓  $\Omega$  とその大きさを示し，赤の円と線分はその近傍に位置する窓  $\Omega$  で得られたパラメータ  $\mu, \theta, \sigma$  の推定値に基づき描画した．具体的には，各窓  $\Omega(x)$  の中心が  $x$  に位置する場合，円の中心は  $\hat{x} = x + \hat{\mu}[\cos \hat{\theta}, \sin \hat{\theta}]^T$  に位置し，線分の傾きは  $\hat{\theta} + \pi/2$  であり，線構造の走行方向の推定値  $\hat{v}$  を示す．そして円の半径はスケールの推定値  $\hat{\sigma}$  を示す．雑音無し画像を入力した場合の推定結果（図 3.18(A)）を見ると，各線構造のスケールおよび走行方向の真値に関わらず，各位置の窓  $\Omega$  近傍の線構造の中心位置と走行方向，スケールを正確に推定できていることが確認できる．しかし入力画像の SN 比が 40 dB の場合の結果である図 3.18(B) を見ると，特に窓幅に対してスケールの真値が大きな線構造に対する推定結果が不正確である．ここで第 3.1.1 節の図 3.4 に関する実験において，窓幅  $L$  に応じて正確に推定できるスケール  $\sigma$  の範囲が決定され，その範囲は  $R_\Omega = \{\sigma | L/6 \leq \sigma \leq L/4\}$  であると報告した．図 3.4, 3.18(B) の結果より，窓幅  $L$  はスケールの真値  $\bar{\sigma}$  に対して，少なくとも  $L > 2\bar{\sigma}$  とすればスケール推定がより正確になると判断できる．窓幅選択を用いた荷重積分法により得られた推定値の例を，図 3.18(C) に示す．図 3.18(C) における緑の矩形は，各位置において窓幅  $L$  の候補  $\{10, 14, 20, 28, 40\}$  より選択された窓幅を示す．図 3.18(C) を見ると，窓幅選択により選択された窓幅  $L$  の窓  $\Omega$  内部には隣接する線構造を内包しておらず，得られたパラメータの推定値は線構造の中心位置と走行方向，スケールの値を正確に記述している．窓幅選択により各位置の局所アピランスに適した窓幅を選択することにより，パラメータ推定の精度と頑健性が向上したと言える．

図 3.18(A) に示した画像に正規分布に従う雑音を付加して生成した画像を入力画像とし

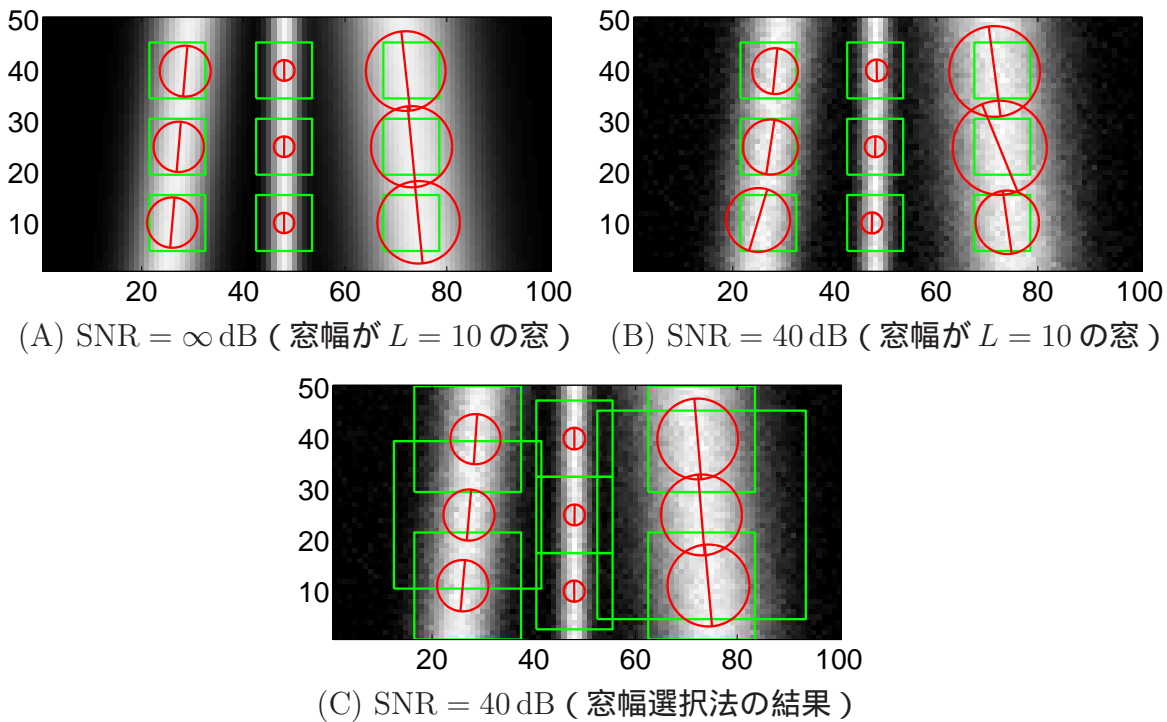


図 3.18 窓幅選択法によるパラメータの推定精度および頑健性の評価実験の結果。(A) と (B) は窓幅を  $L = 10$  として固定したときの荷重積分法により得られたパラメータの推定値の例を示し、(C) は窓幅選択法を用いた場合に得られた推定値の例を示す。

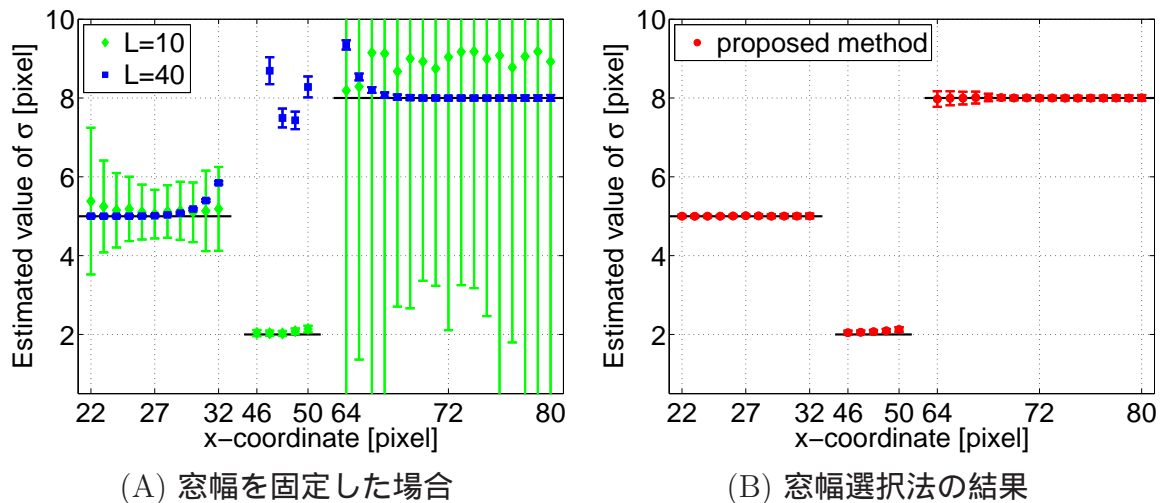


図 3.19 窓幅を固定した場合と窓幅選択法を組み合わせた場合の荷重積分法によるスケール推定の比較実験結果。入力画像の例を図 3.18(B), (C) に示す。横軸は窓  $\Omega$  の中心が  $y = 25$  に位置するときの  $x$  座標を示す。黒の線分は、各位置におけるスケールの真値  $\bar{\sigma}$  を示す。緑、青のプロットは、それぞれ窓幅  $L$  を 10, 40 として固定したときの結果であり、赤は窓幅選択法の結果を示す。

て、窓幅を固定した場合の荷重積分法と窓幅選択を用いた荷重積分法によるパラメータ推定の精度比較実験を行った。図 3.18(A) の画像に SN 比が 40 dB の正規分布に従う雑音を付加した画像を 1000 枚生成し、各入力画像において窓  $\Omega$  の中心が  $y = 25$  に位置するときのスケール推定の比較実験結果を、図 3.19 に示す。雑音画像の例は図 3.18(B), (C) である。図 3.19 に関して、横軸は窓  $\Omega(x)$  の中心  $x$  の  $x$  座標 ( $y = 25$  で固定) の値を示し、縦軸がスケールの推定値  $\hat{\sigma}$  の統計値を示す。グラフ内の色分に関して、黒の線分が各位置におけるスケールの真値  $\sigma$  を示し、緑と青はそれぞれ窓幅を  $L = 10, 40$  として固定した場合の荷重積分法により得られた推定値を示し、赤が窓幅選択を用いた荷重積分法により得られた推定値を示す。まず窓幅を  $L = 10$  として固定した場合の推定結果 (図 3.19(A) 内の緑のプロット) を見ると、細い線構造のスケール  $\sigma$  は正確に推定できているのに対して、太い線構造に対する推定値の誤差分布の標準偏差が大きい。一方、窓幅を  $L = 40$  として固定した場合の推定結果 (図 3.19 内の青のプロット) を見ると、太い線構造のスケール  $\sigma$  は正確に推定できているのに対して、中央の線構造に対する推定は窓内部に隣接する構造を内包してしまうため、真値よりも大きな値として誤った値を推定している。そして、窓幅選択を用いた荷重積分法により得られた推定結果 (図 3.19(B) の赤のプロット) を見ると、直線構造のスケールの真値に関わらず、スケール推定が正確である。即ち式 (2.69) の評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の値を比較して最小となる窓幅  $L$  を選択することにより、各位置においてパラメータ推定に適した窓幅を選択できる。

三次元荷重積分法のための窓幅選択の有効性と頑健性の評価のため、入力画像として画像群を 2 種類用意した。2 本の線構造が隣接する画像と、曲線を含む画像の 2 種類である。図 3.20 の上列は、2 本の線構造が隣接する画像の例を示し、下列は  $z = 0$  の Axial 断面のスライス画像と、実験で用いた異なる大きさの窓を 3 例示した。図 3.20 に示した様に、大きな窓はその内部に隣接する線構造も観測してしまう。固定長の窓を用いた荷重積分法と窓幅選択を用いた荷重積分法の推定結果を、図 3.21 に示す。入力画像の SN 比は 40 dB として、500 枚の画像を入力して得られた推定値の分布を評価した。窓幅選択のための窓幅の候補は、 $\{10, 14, 20, 28, 40\}$  とした。図 3.21(A) を見ると、窓幅選択の結果の方が、固定長の窓幅を用いたときよりも推定精度が良いことが分かる。図 3.21(B) は、窓幅  $L$  に関する評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の変化の例を示す。図 3.21(B) を見ると、隣接の線構造を含まない大きさの窓の中で大きな窓より得られた評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の値が最小である。固定長の窓の結果、復元誤差と評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  を合わせて見ると、2 本の線構造の走行方向の差に関して、復元誤差と評価関数の大小関係が同じである。この実験結果より、評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の値が最小となる窓幅より得られた推定値を選択することにより、パラメータの精度と頑健性を向上させると言える。

モデル関数に合致しない局所パターンを入力したとき、評価関数の値が最小となる窓幅選択することで、推定の頑健性が向上するか評価するための実験の結果を報告する。図 3.22 の上列は、曲線を含む画像の例を示し、下列は  $z = 0$  の Axial 断面のスライス画像と、実験で用いた異なる大きさの窓を 3 例示した。図 3.22 の曲線を含む画像は、次式に従い、

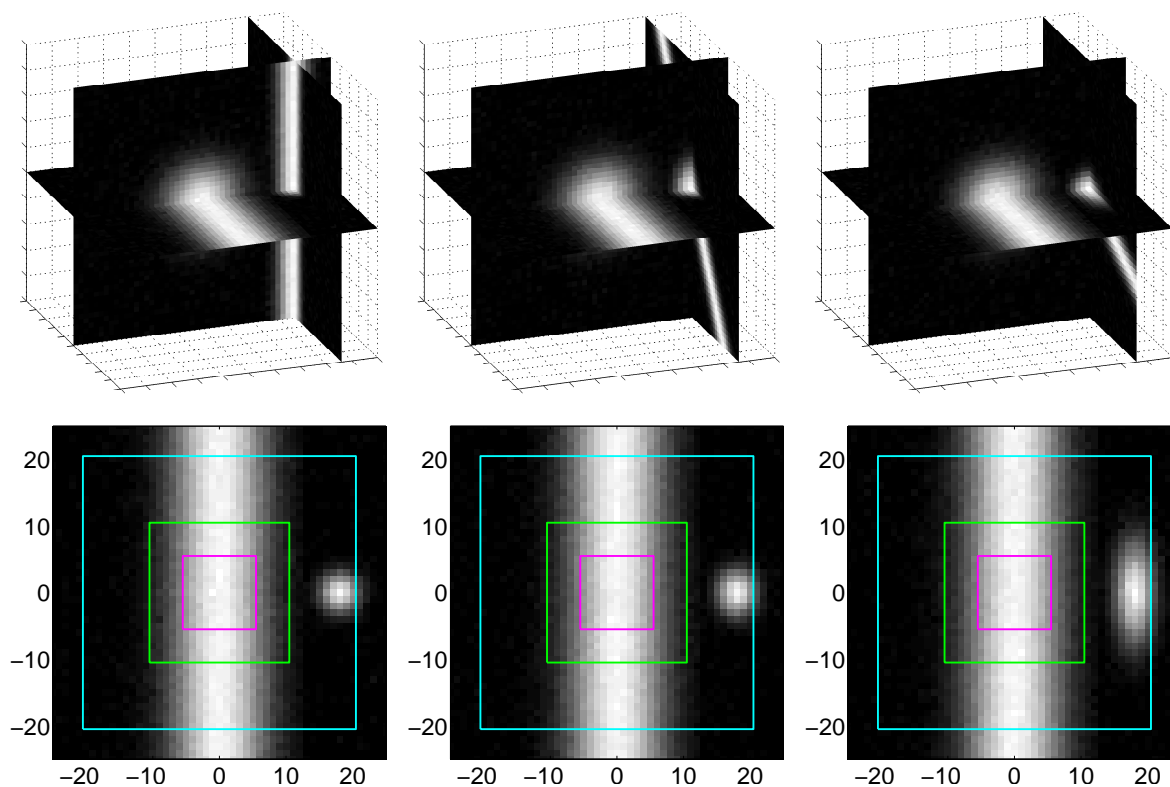


図 3.20 2本の線構造が隣接する画像の例. 下列の二次元画像は,  $z = 0$  の Axial 断面 ( $x$ - $y$  平面) のスライス画像を示す. スライス画像内の矩形は, 実験で使用した窓幅の最小値, 中央値, 最大値を示す.

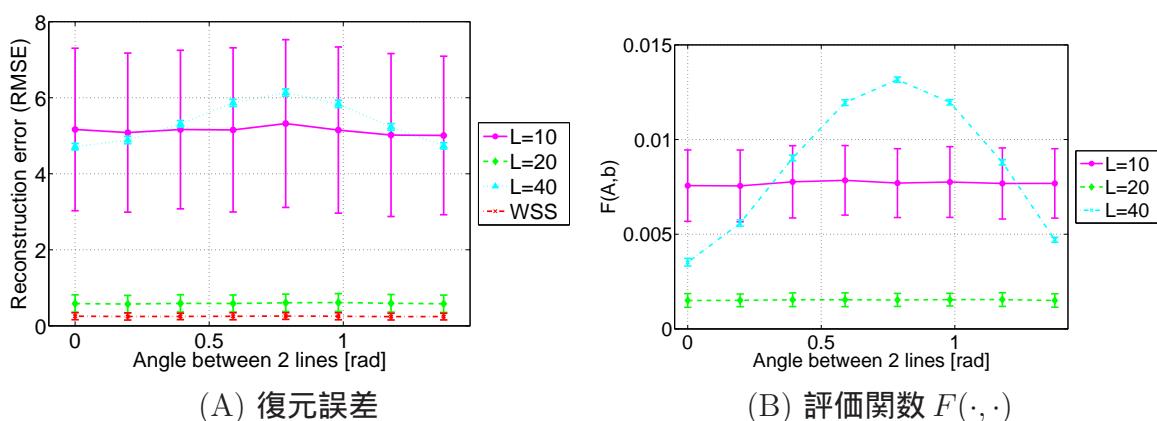


図 3.21 図 3.20 の 2本の線構造が隣接する画像を入力したときの窓幅選択に関する実験結果. 凡例の“WSS”は, 窓幅選択法 (Window Size Selection) を用いたときに得られた結果を示す.



生成した .

$$I(\mathbf{x}|A, \sigma, r) = A \exp \left\{ -\frac{\tilde{x} + y^2}{2\sigma^2} \right\}, \quad (3.4)$$

但し  $r$  は曲率半径であり,  $\tilde{x}$  は次式の通りである .

$$\tilde{x} = \begin{cases} (x - r \cos t)^2 + (z - r \sin t)^2, & \text{if } -3\pi/4 \leq t \leq -\pi/4, \\ (x - z - \sqrt{2}r)^2/2, & \text{if } |t| < \pi/4 \cap x \geq 0, \\ (x + z + \sqrt{2}r)^2/2, & \text{if } |t| < 3\pi/4 \cap x < 0, \end{cases} \quad (3.5)$$

但し  $t = \tan^{-1}(z/x)$  である . 任意の曲率半径  $r (< \infty)$  の曲線を含む画像を入力した時, 窓幅が大きくなるほど, 窓内部のアピアランスは式 (2.42) の線構造との差が大きくなる と考えるのが自然である . 曲線が窓  $\Omega$  内部に観測されている, または曲線の中心から窓 が離れたということが評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の値に注目するだけにより評価できる, また曲線 が存在する場合でも式 (2.42) のモデル関数に近いアピアランスを観測する窓を選択する ことによりパラメータ推定の頑健性が向上するかを確認するための実験を行った . 異なる 曲率半径  $r$  の曲線を含む画像を入力したとき, 窓  $\Omega$  の中心を曲線の中心から離れたとき の, パラメータの推定値, ならびに評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の値を, 図 3.23 ~ 3.27 に示す . 入力 画像内の曲線の曲率半径  $r$  の候補は 160, 80, 40, 20 であり, 線構造のスケールの真値は  $\bar{\sigma} = 5.0$  として固定し, SN 比が 20 dB として, 雑音画像を 500 枚入力した . 窓の大きさ  $L$  は 10, 14, 20, 28, 40 であり, それぞれの結果を図 3.23 ~ 3.27 において青, 緑, 赤, 水 色, 桃で示した . 図 3.23 には, 異なる曲率半径  $r$  の曲線を含む画像を入力したときの結 果のうち, スケールの推定値  $\hat{\sigma}$  と真値  $\bar{\sigma}$  の比および評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の値を示す . 図 3.23 の横軸は, 窓の走査方向  $v_\Omega$  と相対位置の真値  $\bar{\mu}$  の比  $r_\Omega$  をスケールの真値  $\bar{\sigma}$  で正規化し た値  $r_\Omega/\bar{\sigma}$  を示す . 図 3.11 ~ 3.15 に示した実験と同様に, 窓の中心が曲線の中心を通る操 作のみを評価対象と限定したため,  $r_\Omega = 0$  のとき窓と曲線の中心が一致し,  $r_\Omega$  のとき窓 の中心は  $z$  軸の正の側, すなわち内接円の内側に位置する . また窓の走査方向  $v_\Omega$  を  $z$  軸 に平行な方向に限定した . 図 3.24 ~ 3.27 はそれぞれ曲率半径  $r$  が 160, 80, 40, 20 のとき の, 走行方向  $v$  と相対位置  $\mu$  の推定値を示す . 走行方向の推定値  $\hat{v}$  は, 曲線の接線方向 を走行方向の真値  $\bar{v}$  として推定精度を評価した . 相対位置の推定値  $\hat{\mu}$  は, この実験では 曲線の接線方向が  $x$  軸に平行としたため,  $y$ - $z$  平面に射影し, 射影後の点の分布の平均と 共分散行列を求め, 評価した . 走行方向の原点は曲線の接線方向に一致し, 相対位置の原 点は曲線の中心に一致する .

まず曲率半径が  $r = 160$  の結果 (図 3.23(A), 3.24) を見ると, 窓と曲線の中心が一致 するときの推定精度が最良であり, 評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の値も最小である . 評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  に 関して, 線構造を入力したときの結果 (図 3.11(B)) と比べると, 窓幅が大きくなるにと もない, 線構造を入力したときの値よりも大きくなっている . これは窓の大きさが大きくなる ほど, その窓内部の画像パターンが直線から逸脱した部分を観測し易くなるため, モ デル関数では表現できなくなることに対応している . また同様に曲率半径  $r$  が 80, 40, 20 の結果を見ると, 窓の中心と曲線の中心が一致するときの推定精度が最良であるが, 評価 関数  $F(\cdot, \cdot)$  の値は曲率半径  $r$  が小さくなるにともない, 最小となる位置が  $z$  軸の負の側に

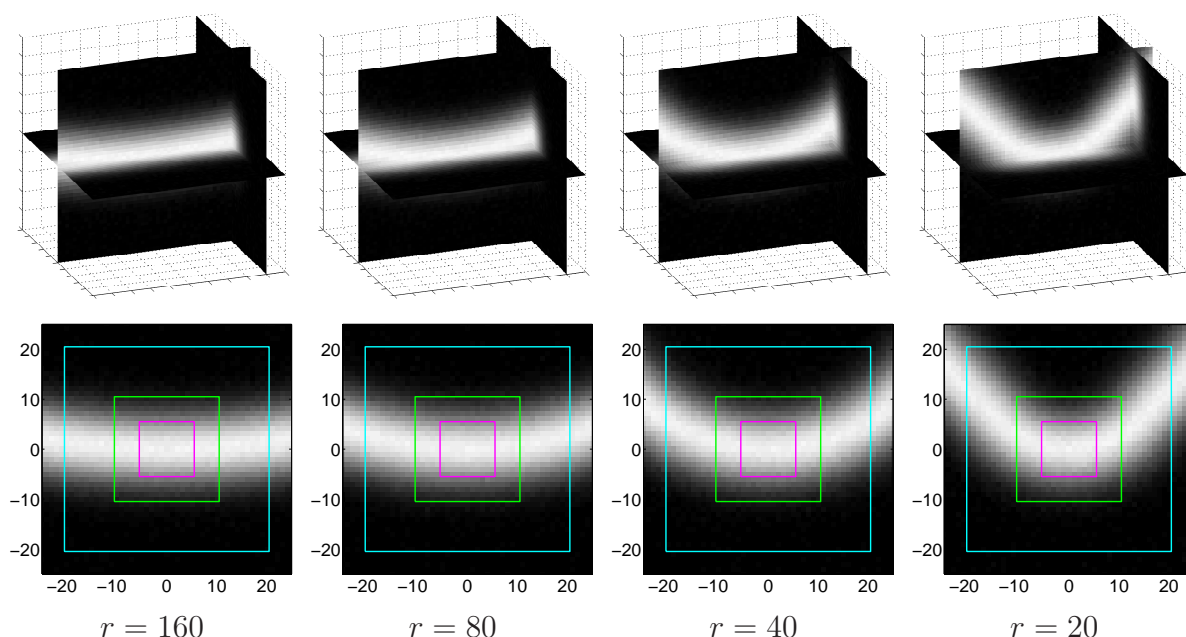


図 3.22 式 (3.4) に従う曲線を含む画像の例．下列の二次元画像は， $y = 0$  の Coronal 断面 ( $x$ - $z$  平面) のスライス画像を示す．スライス画像内の矩形は，実験で使用した窓幅の最小値，中央値，最大値を示す．

ずれていく．窓中心が  $z$  軸の負の側にずれるのは，窓が曲線から離れることにより，窓内部の画像パターンが曲線よりも線構造に近づき，モデル関数で表現できるようになることに対応している．また曲率半径  $r$  が小さくなるにともない，評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の値が最小となる窓の大きさ  $L$  が小さくなることも確認できる．これら結果より，評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の値が最小となるときの窓幅を選択することにより，窓内部のアピランスが式 (2.42) のモデル関数に近くなり，より頑健なパラメータ推定を実現できると判断した．

### 3.1.3 推定窓の間引きによるパラメータ推定の冗長性削減の評価

本節では，シミュレーションにより生成した画像を入力して，推定窓の間引きの有効性，ならびに窓幅選択と組み合わせた場合の有効性に関する評価実験の結果を報告する．第 2.3 節において述べたように，荷重積分法は入力信号中の各点周りの局所パターンを記述するモデルパラメータの値を推定する．しかし信号の全点に荷重積分法を適用すると，同一構造を複数の隣接する窓で観測し記述することになるため，推定が冗長に行われる．このため信号中の全構造を記述できる範囲で，荷重積分法を適用する点を間引くことにより，推定の冗長性を削減できる．

図 3.11 に示した通り，窓を線構造から離すと，荷重積分法の推定精度は低下する．また本来，線構造から窓がどのくらい離れたかは，パラメータの推定値より判定するしかない．入力画像中の線構造がどこに位置するか不明であり，かつスケール  $\sigma$  と相対位置  $\mu$  の推定値に誤差が生じたとき，式 (2.76) より求めた不等式  $\|\hat{\mu}\|/\hat{\sigma} \leq \lambda_\sigma$  によりどの程度，推定精度を改善できるかを調査した．式 (2.76) の比例定数  $\lambda_\sigma$  を変化させ，不等式  $\lambda_\sigma \geq \|\hat{\mu}\|/\hat{\sigma}$

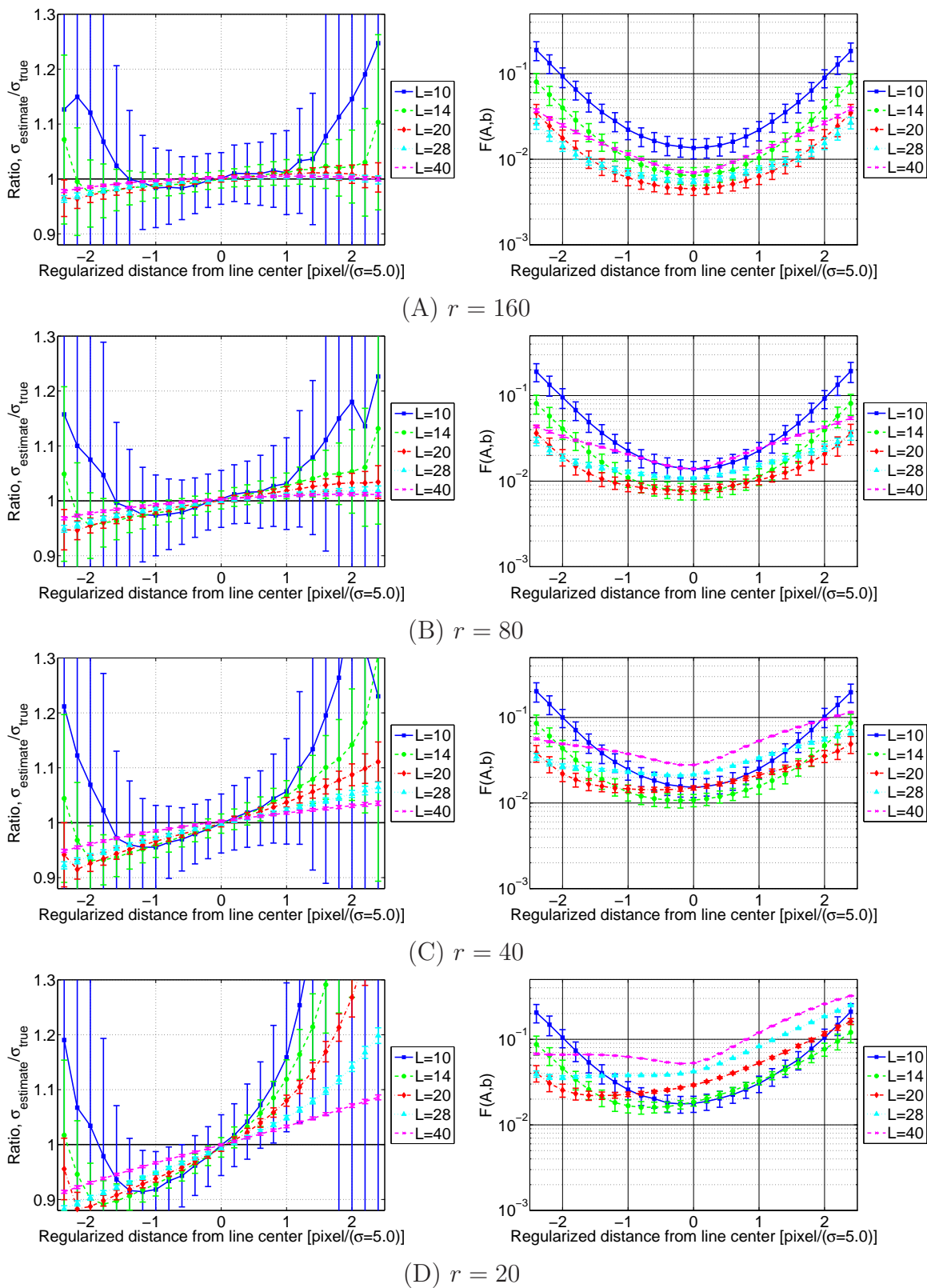


図 3.23 図 3.22 の曲線を含む画像を入力したときの精度評価実験の結果．異なる曲率半径  $r$  の曲線に対する結果の内，スケールの推定値と真値の比と，評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の値を示す．

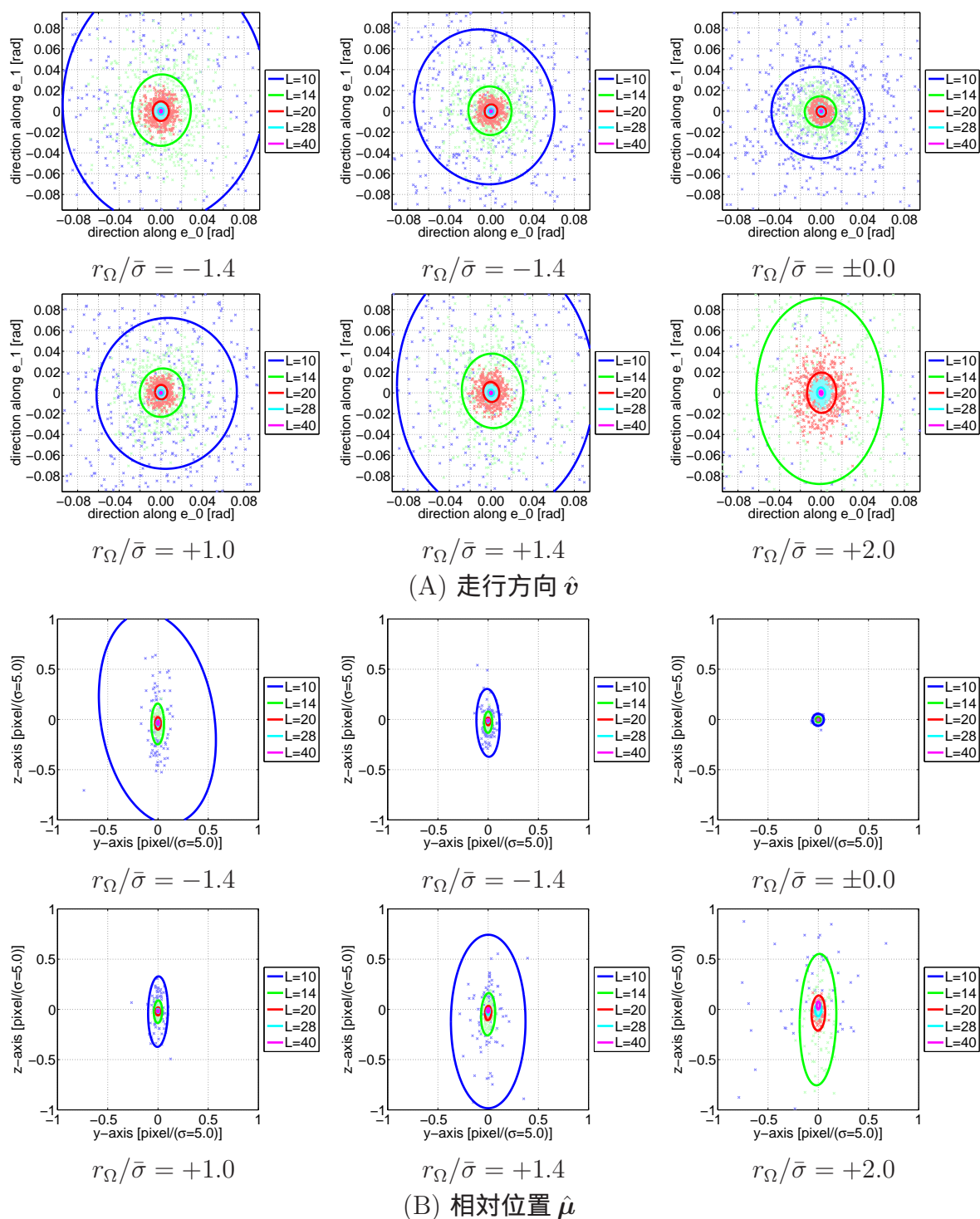


図 3.24 図 3.22 の曲線を含む画像を入力したときの精度評価実験の結果．曲率半径が  $r = 160$  の曲線に対する結果のうち，走行方向と相対位置の推定値の結果を示す．走行方向の原点は曲線の接線方向に一致し，相対位置の原点は曲線の中心に一致する．

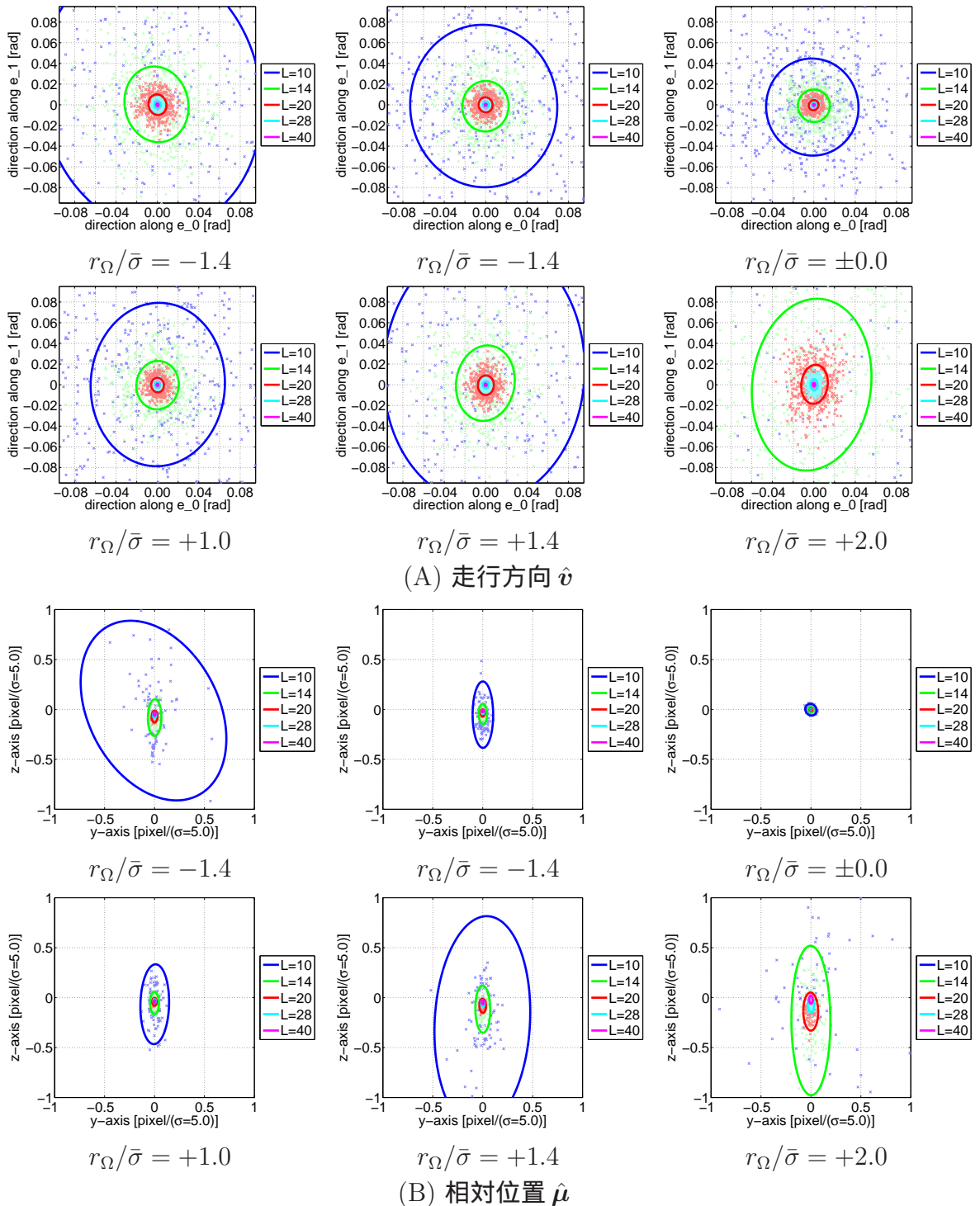


図 3.25 図 3.22 の曲線を含む画像を入力したときの精度評価実験の結果．曲率半径が  $r = 80$  の曲線に対する結果のうち，走行方向と相対位置の推定値の結果を示す．走行方向の原点は曲線の接線方向に一致し，相対位置の原点は曲線の中心に一致する．

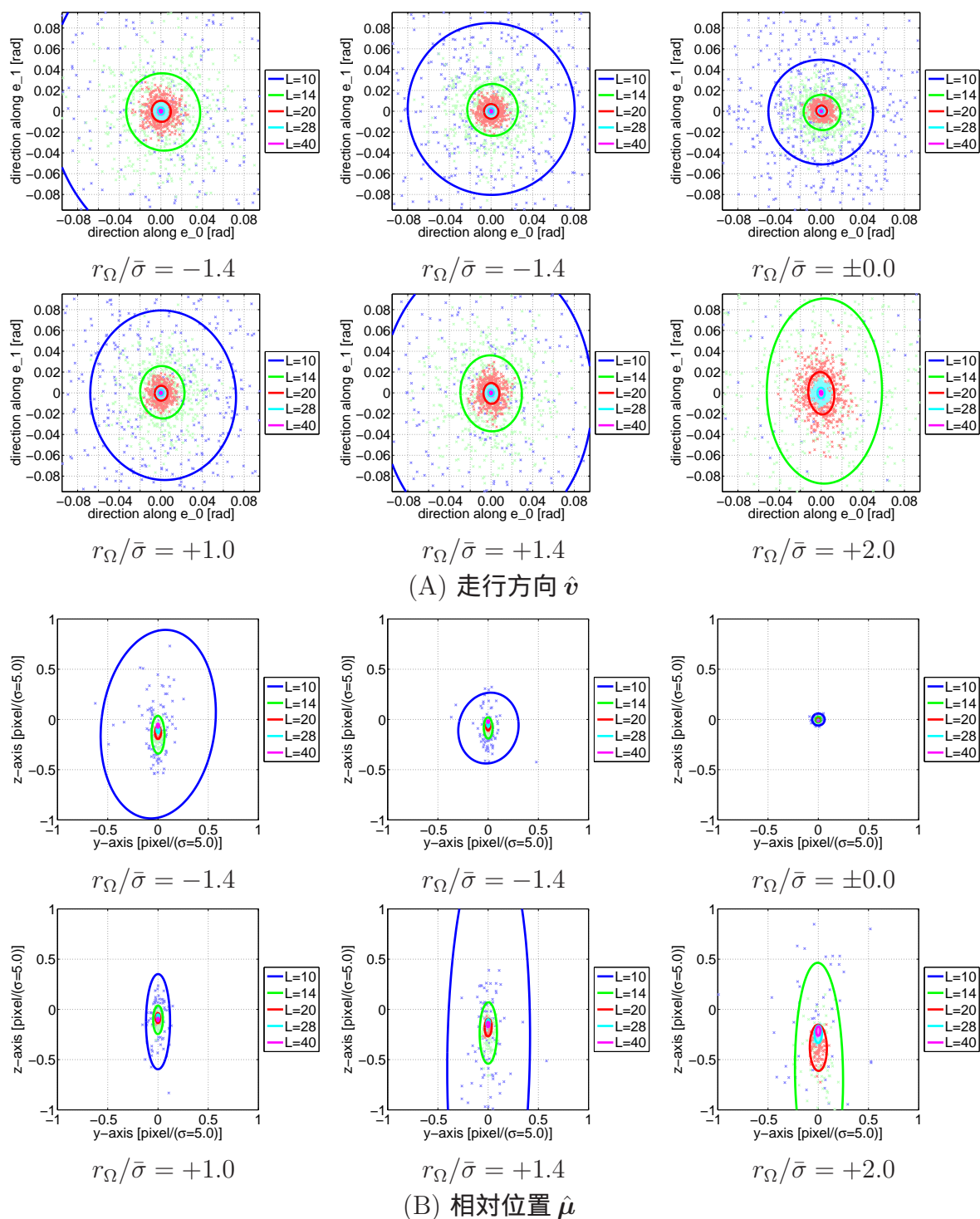


図 3.26 図 3.22 の曲線を含む画像を入力したときの精度評価実験の結果．曲率半径が  $r = 40$  の曲線に対する結果のうち，走行方向と相対位置の推定値の結果を示す．走行方向の原点は曲線の接線方向に一致し，相対位置の原点は曲線の中心に一致する．

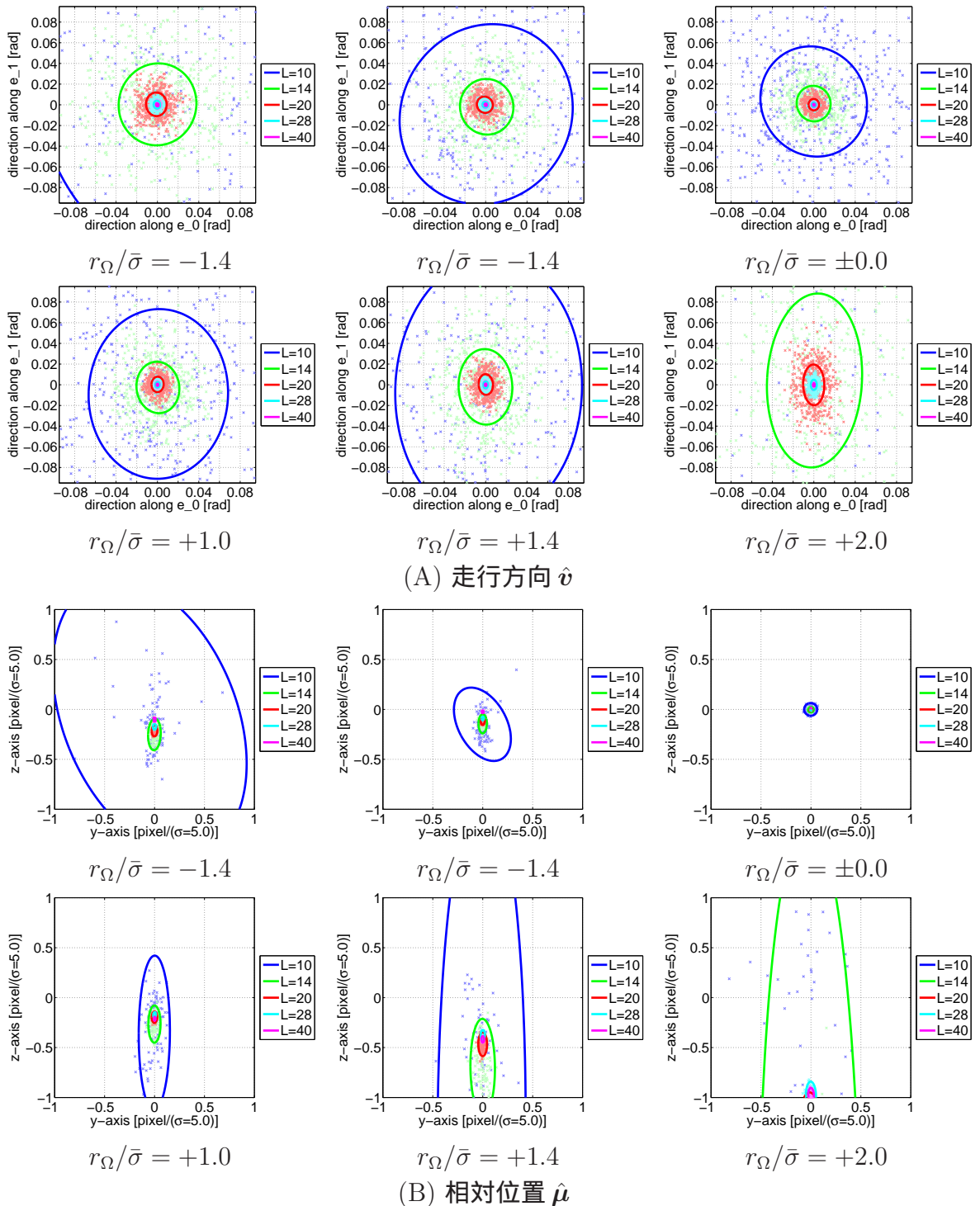


図 3.27 図 3.22 の曲線を含む画像を入力したときの精度評価実験の結果．曲率半径が  $r = 20$  の曲線に対する結果のうち，走行方向と相対位置の推定値の結果を示す．走行方向の原点は曲線の接線方向に一致し，相対位置の原点は曲線の中心に一致する．

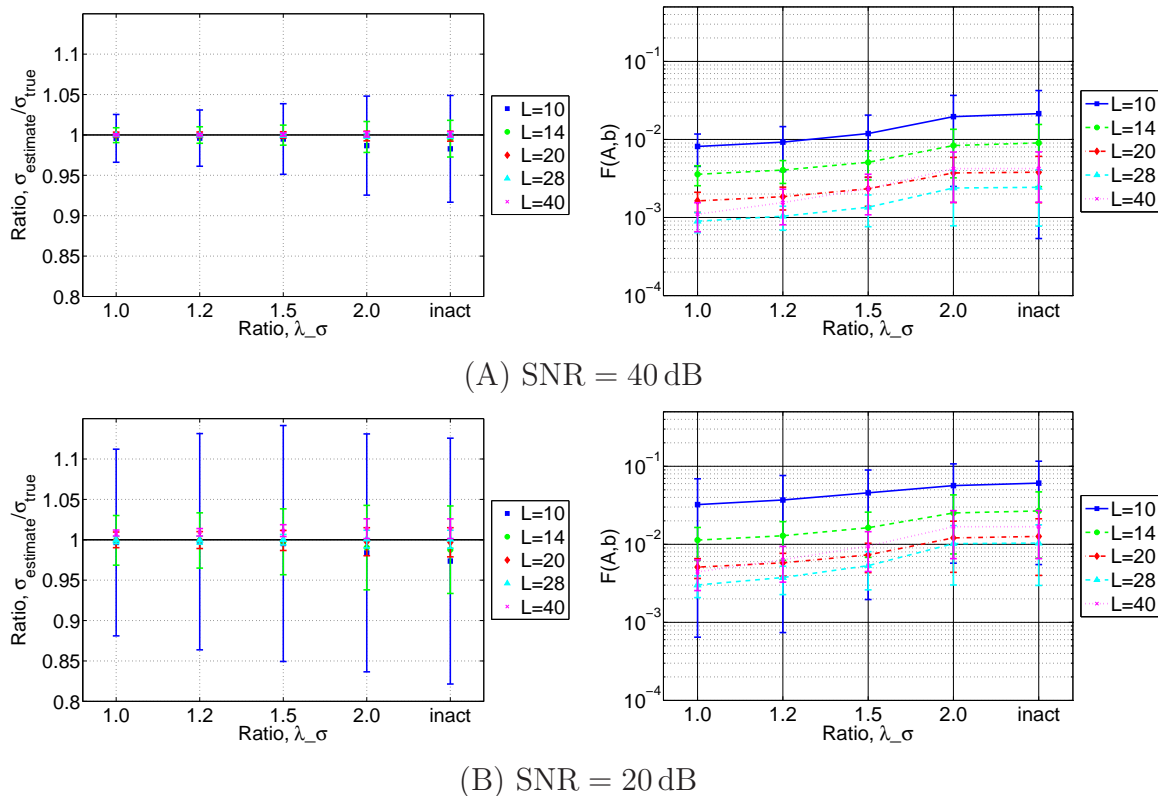


図 3.28 式 (2.76) の比例定数  $\lambda_\sigma$  の値を変化させ、不等式  $\lambda_\sigma \geq \|\hat{\mu}\|/\hat{\sigma}$  を満たす推定結果のみを評価対象とした場合の精度評価実験の結果。横軸の “inact” は不等式が無効、すなわち  $\lambda_\sigma = \infty$  のときであり、全ての推定結果を評価対象としたときの結果である。

を満たす推定結果のみを統計値の評価対象としたときの結果を、図 3.28 に示す。入力画像はスケールの真値を  $\bar{\sigma} = 5$  として固定し、SN 比を 40, 20 dB として雑音レベルごとに 500 枚の画像を用意した。図 3.10 が、入力画像の例である。窓  $\Omega(x)$  の中心位置  $x$  は、線構造の中心位置を 0 とすると、 $x = \{(x, y, z) | -10 \leq x \leq 10, -10 \leq y \leq 10, -10 \leq z \leq 10\}$  である。図 3.28 のグラフを見ると、窓幅によらず、比例定数  $\lambda_\sigma$  の減少にともない、スケールの推定誤差の標準偏差、ならびに評価関数の平均値と標準偏差が小さくなっている。窓幅  $L = 40$  の評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の値は、 $L = 28$  の窓よりも大きくなっている。ここで、窓を線構造から離れたときの推定精度評価実験の結果である図 3.11 を見ると、窓が線構造から離れるほど、大きい窓 ( $L = 40$ ) の評価関数の値が小さな窓の値により大きくなるのが分かる。これら結果より、入力画像中の線構造がどこに位置しているかが不明な状況において、推定窓を間引き、かつ窓幅選択を行う場合、評価関数の値が最小となる窓幅を選択することにより、推定に適した窓幅を選択できると言える。また相対位置  $\mu$  とスケール  $\sigma$  の推定値の比  $\|\hat{\mu}\|/\hat{\sigma}$  に対して、閾値を設けることにより、より精度の良い推定結果のみを残すことができる。

次に、推定窓の間引きの有効性を評価するため、窓幅を固定し、窓の配置間隔  $\Delta$  を変化させた場合の評価実験の結果を報告する。入力画像は、図 3.28 に示した実験で使用した画像を使用した。窓  $\Omega(x)$  の中心位置  $x$  は、先ほどと同様に窓幅によらず、 $x = \{(x, y, z) | -10 \leq$



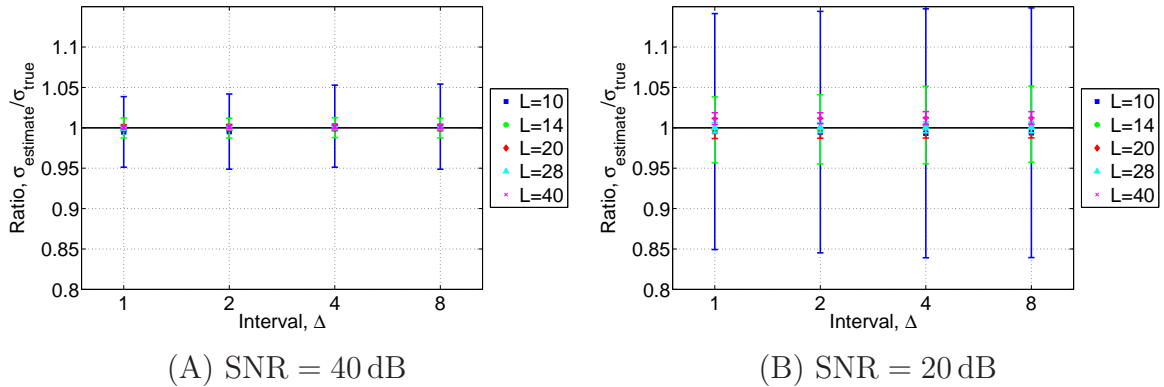


図 3.29 窓幅を固定し，窓の配置間隔  $\Delta$  を変化させたときの推定精度評価実験の結果．横軸は，窓幅によらず窓を  $\Delta$  pixel ずつ走査したときの結果を示す．

$x \leq 10, -10 \leq y \leq 10, -10 \leq z \leq 10$  である．この中心位置  $x$  の範囲において，配置間隔  $\Delta$  を変化させて得られた推定結果のうち， $\|\hat{\mu}\|/\hat{\sigma} \leq 1.5$  を満たす推定結果のみを残して，平均値と標準偏差を調査した．配置間隔が  $\Delta$  のときの窓の中心位置  $x$  の候補は， $x = \{(x, y, z) | x \in \{-10, -10 + \Delta, -10 + 2\Delta, \dots\}, y \in \{-10, -10 + \Delta, \dots\}, z \in \{-10, -10 + \Delta, \dots\}\}$  である．実験結果を，図 3.29 に示す．図 3.29 の横軸は，窓を  $\Delta$  pixel ずつ走査したときの結果を示す．今回，第 2.3 節に述べた間引き間隔の戦略に従い推定窓を間引き，かつ不等式  $\|\hat{\mu}\|/\hat{\sigma} \leq 1.5$  を満たす推定結果のみを評価することで，間引く前と比較して推定精度が同程度または劣化しても，その劣化の程度は小さいと予想して実験を行った．図 3.29 を見ると，推定窓を間引いたときの結果が間引く前の結果 ( $\Delta = 1$ ) と比べて，同程度または劣化の程度が小さい．

推定窓の間引きを窓幅選択法と組み合わせた場合の推定精度評価実験の結果を報告する．入力画像は，図 3.28 に示した実験で使用した画像を使用した．窓  $\Omega(x)$  の中心位置  $x$  は，先ほどと同様に  $x = \{(x, y, z) | -10 \leq x \leq 10, -10 \leq y \leq 10, -10 \leq z \leq 10\}$  である．この中心位置  $x$  の範囲において，配置間隔  $\Delta$  を変化させて得られた推定結果のうち， $\|\hat{\mu}\|/\hat{\sigma} \leq 1.5$  を満たす推定結果のみを残して，平均値と標準偏差を調査した．窓幅の候補は  $\{10, 14, 20, 28, 40\}$  である． $\Delta^{(0)} = 1$  として推定窓の間引きをせずに窓幅選択法のみを適用した場合と，窓幅候補の全ての窓を最小間隔で配置した場合 ( $\Delta^{(0)} = 5$ )，異なる大きさの窓ごとに配置間隔を変えた場合 ( $\Delta^{(k)} = \lfloor 2\alpha\lambda_\sigma L^{(k)} \rfloor$ ,  $\alpha = 1/6$ ,  $\lambda_\sigma = 1.5$ ) に得られたスケールの推定精度と評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の値の結果を，図 3.30 に示す．異なる大きさの窓ごとに配置間隔を変えた場合，大きさの異なる窓  $\Omega^{(k)}(x)$  の中心  $x^{(k)}$  が同じ位置にないため，中心位置の異なる窓より得られた推定値が同一構造を記述している保証がない．このため式 (2.70), (2.71) の評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  のみを単純に比較するだけでは，各位置でパラメータ推定に適した窓幅は選択できず，工夫が必要である．以下，その工夫について説明する．本実験において，小さな窓はそれより大きな窓の内側に位置し，かつパラメータの推定値の差が小さい場合に，評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の比較を行った．次式に示すように

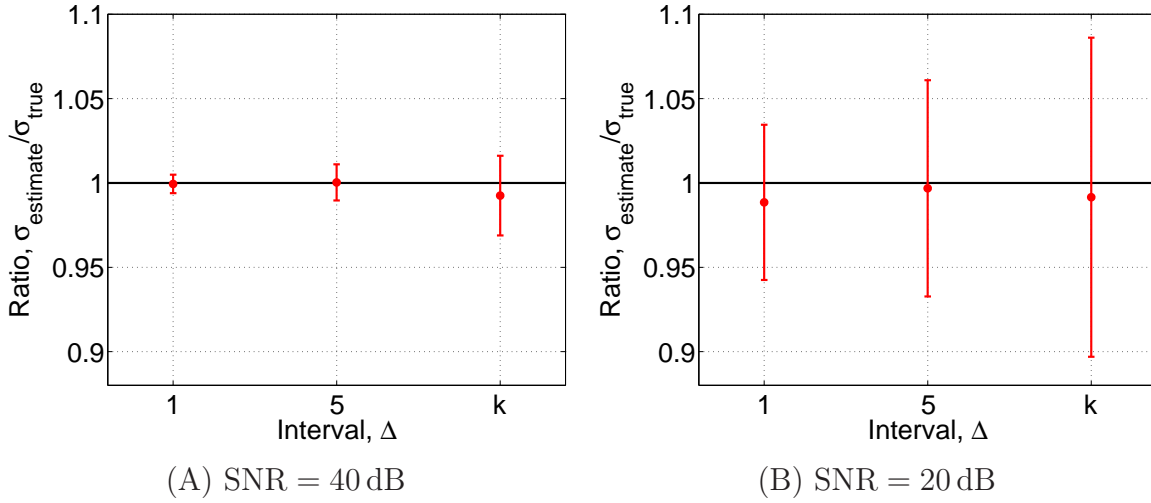


図 3.30 推定窓の間引きと窓幅選択法を組み合わせたときの推定精度評価実験の結果．横軸は窓の配置間隔  $\Delta$  [pixel] を示し，“k” は異なる大きさの窓ごとに配置間隔を変えたときの結果を示す．

式 (2.70) に制約条件を加えて，評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の値が最小となる窓幅を選択した．

$$\hat{k} = \arg \min_{k=0,1,\dots,K-1} F(\mathbf{A}^{(k)}, \mathbf{b}^{(k)}),$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \|\mathbf{x}^{(i)} - \mathbf{x}^{(j)}\| \leq |L^{(i)} - L^{(j)}|/2, \\ \cos^{-1} |\hat{\boldsymbol{\mu}}^{(i)T} \hat{\boldsymbol{\mu}}^{(j)}| / (\|\hat{\boldsymbol{\mu}}^{(i)}\| \|\hat{\boldsymbol{\mu}}^{(j)}\|) \leq T_{\mu}, \\ \cos^{-1} |\hat{\mathbf{v}}^{(i)T} \hat{\mathbf{v}}^{(j)}| \leq T_{\nu}, \\ |\hat{\sigma}^{(i)} - \hat{\sigma}^{(j)}| \leq T_{\sigma}, \end{cases} \quad \forall i, j \in \{0, 1, \dots, K-1\}, \text{ and } i \neq j.$$

(3.6)

本実験では，式 (3.6) の閾値  $T_{\mu}$ ,  $T_{\nu}$ ,  $T_{\sigma}$  は， $T_{\mu} = T_{\nu} = \pi/18$ ,  $T_{\sigma} = 0.25$  とした．図 3.30 を見ると，推定窓の間引きを行わなかった場合 ( $\Delta^{(0)} = 1$ ) と比べて，推定窓を間引いた場合の推定誤差の標準偏差が大きくなっている．

次に推定窓の間引きを行うことで，推定の冗長性をどの程度削減できるかについて評価した．画像のピクセル数を  $N^3$  で表し，一般化逆行列およびパラメータの算出，評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の値の比較にかかる時間を無視できるとすると，計算時間は次式に従う．

$$\frac{CN^3}{(\Delta^{(0)})^3} (L^{(0)})^3 + \frac{CN^3}{(\Delta^{(1)})^3} (L^{(1)})^3 + \dots + \frac{CN^3}{(\Delta^{(K-1)})^3} (L^{(K-1)})^3 = CN^3 \sum_{k=0}^{K-1} \left( \frac{L^{(k)}}{\Delta^{(k)}} \right)^3, \quad (3.7)$$

ただし  $C$  は基底関数  $c(\mathbf{u})$  との荷重積分の回数を表し，連立方程式の係数は 7 個あり，周波数の異なる 4 種の基底関数は複素数であるため， $C = 56$  である．式 (3.7) に従い，推定窓を間引かない場合と最小窓に配置間隔を合わせる場合，異なる大きさの窓ごとに配置間隔を決定する場合の計算時間を，表 3.4 にまとめた．表 3.4 を見ると，今回の実験では間引き無しに対して最小の窓に合わせた場合は  $1/125$ ，窓ごとに決定した場合は約  $1/2400$  に

表 3.4 推定窓の間引きと窓幅選択法を組み合わせたときの計算時間の比較．図 3.30 に示した条件において式 (3.7) に従い算出した．

	計算時間	間引き無しに対する比
間引き無し ( $\Delta^{(0)} = 1$ )	$97696CN^3$	1
最小の窓に統一 ( $\Delta^{(0)} = 5$ )	$781.568CN^3$	1/125
窓毎に決定 ( $\Delta^{(k)}$ )	$40CN^3$	5/12212

計算回数を抑えることができた．窓ごとに配置間隔を決定した場合で計算回数を大幅に抑えることができたのは，間引き間隔の決定に関わる定数を  $\alpha = 1/6$ ,  $\lambda_\sigma = 1.5$  としたとき，式 (3.7) が  $CK(2N)^3$  となるためである．以上の結果より，第 2.3 節において述べた戦略に従い，推定窓の間引きを行うことで，窓幅選択法を適用した場合でも，窓を間引き無しと比べて推定精度の劣化の程度を抑えたまま，計算効率を大幅に向上できると判断した．

最後に，従来手法との計算量について比較する．従来手法として多重解像度解析法 [48,49] を比較対象とした．今回，平滑化フィルタとのたたみ込み演算をフーリエ空間で行うものとし，両手法共に各途中の演算の計算量を無視せず，全体の計算量を算出した．まず多重解像度解析法 [48,49] の計算量について算出する．フーリエ変換および逆フーリエ変換に必要な計算量は  $N^3 \log N$  であり，フーリエ空間での要素積は  $N^3$  である．画像空間での一階，二階微分は  $N^3$  であり，それぞれ 3, 6 回行い，主曲率  $\kappa_1, \kappa_2, \kappa_3$  それぞれの計算は  $N^3$  である．スケール方向の極大点の探索に  $N^3$  掛かる．ここまでが 1 回のたたみ込みごとに画像全域でスケール方向の極大点を探索した場合の計算であり， $2N^3 \log N + N^3 + 3N^3 + 6N^3 + 3N^3 + N^3 = 2N^3(\log N + 7)$  である．スケールの真値が  $\bar{\sigma}$ ，平滑化フィルタのスケールが  $\Delta t$  とすると， $\bar{\sigma}^2 = t_\sigma \Delta t$  となるときの，極大点が見つかる．よって，三次元画像信号に対する多重解像度法の計算量は， $2t_\sigma N^3(\log N + 7)$  である．一方の提案法に関して，表 3.4 では連立方程式の解算出と窓幅選択の計算量を無視した．まず連立方程式の解算出に特異値分解を利用すると，行列  $A \in \mathbb{R}^{M \times 9}$  の特異値分解が  $9^3$  であるので，画像全域で  $K \sum_{k=0}^{K-1} (9N/\Delta^{(k)})^3$  である．窓幅選択法が  $(K-1) \sum_{k=0}^{K-1} (N/\Delta^{(k)})^3$  である．画像の一辺が  $N = 100$ ，スケールの真値が  $\bar{\sigma} = 10$  のとき，窓幅の候補を  $\{10, 14, 20, 28, 40\}$  とすると，総数は  $K = 5$  であり，推定窓の間引き間隔を窓毎に決定した場合 ( $\Delta^{(k)} = \lfloor 2\alpha\lambda_\sigma L^{(k)} \rfloor$ ,  $\alpha = 1/6$ ,  $\lambda_\sigma = 1.5$ ) に対して，多重解像度法の平滑化フィルタのスケールを  $\Delta t = 1/3$  としたときの計算量の比較を，表 3.5 にまとめた．表 3.5 より，提案法は窓毎に配置間隔を変えたときに，多重解像度解析よりも効率的にパラメータ推定できる．ただし，多重解像度解析法 [48,49] はスケール推定において必ずスケールが小さい方からパラメータ空間を探索する必要があり，なおかつ推定できるのは線構造の位置とスケールだけであり，推定値は本質的に離散化される．一方の提案法は，スケール推定に関して広い範囲を精度良く推定するには大きさの異なる複数の窓での推定を行う必要があるが，得られる推定値は連続であり，ならびに線構造の位置と走行方向，スケールの 3 パラメータを連立方程式を一度だけ解くだけで推定できることに注意する．

表 3.5 三次元画像に対する提案法と多重解像度解析 [48, 49] の計算量の比較．提案法は窓毎に配置間隔を決定し，窓幅選択法を適用した．その他の詳しい条件は，本文に記した．

	計算量	従来法に対する比
多重解像度解析 [48, 49]	$5400N^3$	1
提案法	$2245.8384N^3$	0.416

### 3.1.4 推定値統合による画像中の大局構造記述の評価

本節では，シミュレーションにより生成した画像を入力して，局所記述統合法の推定精度，ならびに窓幅選択法と推定窓の間引きを組み合わせた場合の精度評価実験の結果を報告する．荷重積分法は，入力画像中の各点周りの局所パターンを記述するモデルパラメータの値を推定する．第 2.4 節に述べたとおり，推定値の類似度や位置関係に基づき推定値を統合することにより，大局構造記述が獲得できる．

入力画像には，線構造のスケールと走行方向が異なり，曲線構造を含む画像をシミュレーションにより生成した．入力画像の例を，図 3.31 に示す．図 3.31(A) には雑音無し画像を示し，赤の円柱は線構造の中心からスケールの真値と同じ距離離れた位置を描画して得られた．線構造のスケールの真値は，太い構造が  $\bar{\sigma} = 5$ ，細い構造が  $\bar{\sigma} = 2$  である．雑音無し画像に対して，平均 0 の正規分布に従う雑音を各ピクセルに独立に付与して，雑音を含む画像を 500 枚生成した．窓幅  $L$  は 10, 14, 20, 28, 40 のいずれかに固定し，入力画像に提案法を適用して得られた大局構造記述の結果を，図 3.32 に示す．また窓幅選択法と推定窓の間引きを組み合わせた場合に得られた大局構造記述の結果を，図 3.33 に示す．荷重積分法によるパラメータ推定の結果のうち， $\|\hat{\mu}\|/\hat{\sigma} > 1.5$  を満たす結果のみを用いて推定値の統合を行った．推定窓を間引いた場合は， $\|\hat{\mu}\|/\hat{\sigma} > 1.4$  を満たす結果のみを用いて推定値の統合を行った．窓幅選択の候補は  $\{10, 14, 20, 28, 40\}$  として，推定窓の間引きを行わなかった場合と，最小の窓の配置間隔に合わせた場合，大きさの異なる窓ごとに配置間隔を決定した場合の 3 通りを実験した．最小窓に合わせた場合の間隔は  $\Delta^{(0)} = 5$  であり，異なる大きさの窓ごとに間隔を決定した場合は  $\alpha = 1/6$ ， $\lambda_\sigma = 1.4$  として，第 2.3 節で述べた間引き間隔の戦略に従って間隔  $\Delta^{(k)} = \lfloor 2\alpha\lambda_\sigma L^{(k)} \rfloor$  の値を決定した．第 2.4 節において述べた推定値統合法における定数の値は，図 3.31(A) の雑音無し画像に対する実験を通じて決定し，SN 比が 20 dB の雑音を含む画像に対しても，ならびに全ての提案法においても同じ値を設定した．ただし推定窓の間引きを行った場合，推定結果を折れ線へ統合する際のパラメータ  $l$ ， $\delta l$  (図 2.9(C) 参照) を間引かなかった場合と大きく異なる値を設定する必要があった．間引かなかった場合では  $l = 3.0$ ， $\delta l = 1.0$  で比較的短い線分で滑らかに折れ線を構築することができたが，最小間隔の場合では  $l = 7.0$ ， $\delta l = 6.0$ ，窓ごとに決定した場合は  $l = 7.0$ ， $\delta l = 3.0$  として，窓の間引き間隔に対応できるように広範囲を折れ線構築において探索する必要があった．現在の Bismuth らの折れ線構築法 [26, 27] を拡張した推定値統合法では，窓の間引きをせずに局所記述が密に得られることを想定しており，窓の間引きをしたときの疎に記述が得られる場合の柔軟に対応できる

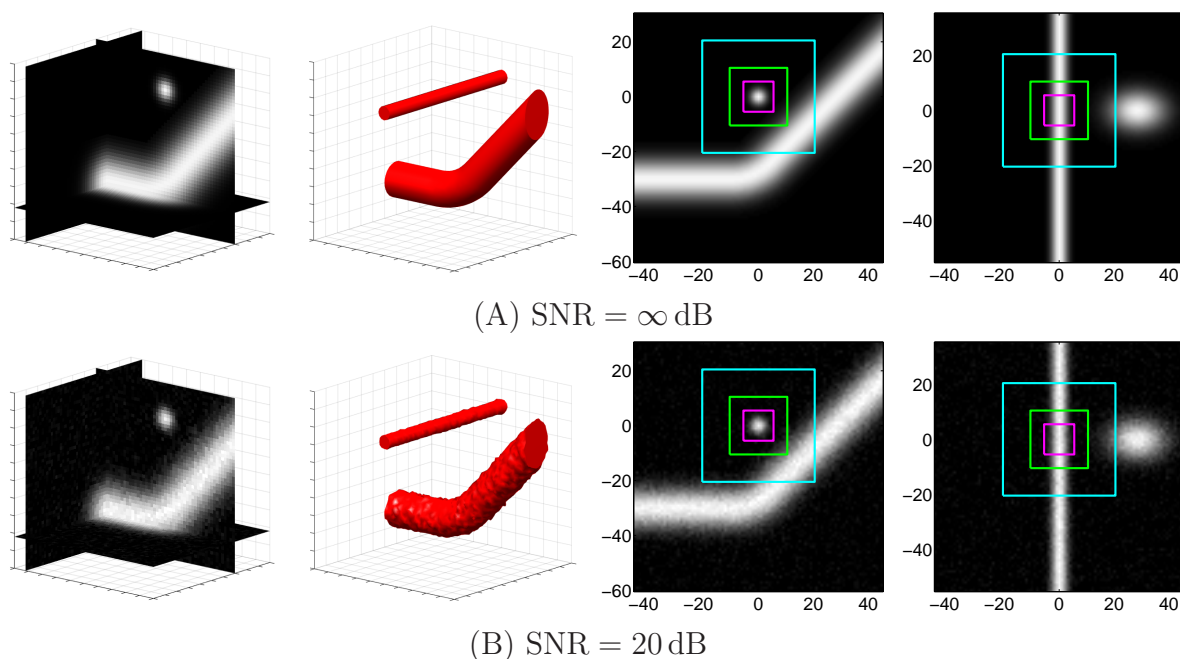


図 3.31 局所記述統合法の精度評価のための入力画像の例．2 列目の赤の円柱は輝度値が  $e^{-1/2}$  の等値面を示す．3 列目の二次元画像は，太い線構造の中心位置を通る Coronal 断面 ( $x-z$  平面) のスライス画像を示す．4 列目の二次元画像は，細い線構造の中心位置を通る Axial 断面 ( $x-y$  平面) のスライス画像を示す．スライス画像中の矩形は実験で用いた窓幅の最小値と中央値，最大値を示し，横軸と縦軸の座標は細い線構造の中心を原点とみなした場合の相対座標である．

ように改善することも，今後の課題の一つである．窓ごとに配置間隔を変えた場合，閾値を  $T_\mu = T_v = \pi/9$ ,  $T_\sigma = 0.25$  と設定して式 (3.6) より評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の値が最小となる窓幅を選択した．

図 3.32, 3.33 の (A), (B) それぞれの 1 段目は提案法による大局構造記述の結果を示し，色分けはスケールの推定値  $\sigma$  に応じ，例えば水色は細い構造に対応し，推定値が大きくなるとともに水色，から青，紫，桃，赤，黄へと変化する．まず単一窓による記述結果である図 3.32 を見ると，復元誤差など入力画像との比較を行っていないにもかかわらず，パラメータ推定の結果のみを参照するだけで精度の良い大局構造記述が得られたことが確認できる．ただし窓幅が大きくなるにともない，特に  $L = 40$  の結果では，細い構造のスケールを過大評価してしまったため，本来 1 本のまっすぐな線構造であるが，スケールの異なる 2 本の構造を記述してしまった．また SN 比が 20 dB の場合では，本来存在しない構造も記述してしまっている．これは復元誤差など入力画像との比較を行わずに，パラメータ推定の結果のみを参照して大局構造記述を構築したためであり，復元誤差なども考慮することで，図 3.32 において枝毛のように表示されている構造記述も排除することができ，より精度の高い大局構造記述が得られる．これは，今後の課題の一つである．次に窓幅選択，および推定窓の間引きを組み合わせた場合の結果 (図 3.33) を見ると，単一窓の結果と比べ，大局構造記述の精度が向上していることが分かる．ただし推定窓を間引かずに窓幅選択をした結果では，SN 比が小さい時， $L = 40$  の単一窓での結果で見られた本

来存在しない構造を記述してしまっている．これは，現在の窓幅選択法では各窓より得られた解が存在すれば，評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の値がどんなに大きかろうが，最小となる窓幅の結果を選択してしまうためである．これに対して，窓を間引いた場合には，枝毛の様な大局構造記述が少ない．窓を最小間隔で配置し，SN比が小さいときの結果では，太い構造に対する記述の折れ線が滑らかに接続していない．これに対して，上述した通り，推定窓の間引きにより局所記述が疎に得られた場合でも，柔軟に対応できるように推定値統合法を改善する必要がある．

図 3.32, 3.33 の 2 段目の緑の構造は，1 段目の大局構造記述に対応付いたパラメータの推定値に基づき，線構造を復元し，輝度値が  $e^{-1/2}$  となる等値面を描画して得られた．復元画像を  $\hat{I}$  で表し， $\hat{I} \geq e^{-1/2}$  を満たす領域を  $I_{re}$  で表す．同様に図 3.31(A) の雑音無し画像を  $\bar{I}$  で表し， $\bar{I} \geq e^{-1/2}$  を満たす領域を  $I_{true}$  で表す．このとき真の領域  $I_{true}$  と復元領域  $I_{re}$  の差分を  $\Delta_I$  で表し，差分  $\Delta_I$  を二値化して強調した結果を図 3.32, 3.33 の 3 段目に示す．図 3.32, 3.33 の 3 段目の色分に関して，桃は  $\Delta_I < 0$  の領域，水色は  $\Delta_I > 0$  の領域，灰色は  $I_{true}$  の領域を示す．桃 ( $\Delta_I < 0$ ) と水色 ( $\Delta_I > 0$ ) のいずれも，線構造の位置が真値よりずれて推定されたことを示すが，特に桃 ( $\Delta_I < 0$ ) はスケールが真値よりも大きく推定されたことを示し，水色 ( $\Delta_I > 0$ ) はスケールが真値よりも小さく推定されたことを示す．このため灰色の領域が多いほど大局構造記述の精度が高いことを示す．図 3.32, 3.33 の差分結果を見ると，窓ごとに配置間隔を変えて窓幅を選択した場合の結果が，最も精度の高い構造記述を構築できた．窓幅選択において最小間隔で配置した場合において，構造記述が大きく欠損している箇所がある．これはパラメータの推定値に基づき線構造を復元した際，構造の長さを  $\theta$  として固定したためである．ただし復元時の構造長をより長くしてしまうと，局所構造記述の局所性が失われて，今回の実験のように曲線を含む画像に対して復元精度が低下するため，最小間隔で配置する場合は構造記述間の補間など改善が必要である．

図 3.31 の入力画像は，線構造の位置と走行方向，スケールを変化させて生成した．推定値統合法により選択された線構造記述に対応付いたパラメータの推定値に対して，その推定誤差を調査した．推定された線構造記述の推定中心位置に応じて，細い線構造と， $x$  軸に平行な太い線構造，斜めに走る線構造，曲線の 4 部位に分け，パラメータの推定誤差を各部位に分けて評価した結果を，図 3.35 ~ 3.38 に示す．入力画像を 4 部位に分割して色分けした図を，図 3.34 に示す．図 3.34 において，濃い青，青，水色はそれぞれ細い線構造， $x$  軸に平行な太い線構造，斜めに走る線構造の領域を示し，曲線の領域はさらに 3 分割して，それぞれ黄，橙，茶色で示した．曲線の領域をさらに 3 分割した理由は，後で説明する．スケールの推定精度は，各 4 部位のスケールの真値  $\sigma$  に対する推定値  $\hat{\sigma}$  の比を評価した．走行方向  $v$  の推定精度の評価では，各 4 部位の接線方向を走行方向の真値  $\bar{v}$  とした．また相対位置  $\mu$  の推定精度の評価では，走行方向の真値  $\bar{v}$  に直交する面に射影し，線構造の中心位置の真値を原点とした．ただし曲線の部位に関しては，さらに 3 分割し，各部位の中心の接線方向を走行方向の真値とした．まず窓幅を固定したときの結果（図 3.35, 3.36），特に線構造がまっすぐに走行している部位に関する結果を見ると， $L = 40$  と大きな窓の結果を除いて，パラメータが精度良く推定できている． $L = 40$  の大きな窓



図 3.32 図 3.31 を入力画像としたときの提案法の大局構造記述の評価実験の結果例．1 段目は推定値統合による大局構造記述の結果を示し，色分けはスケールの推定値  $\hat{\sigma}$  に応じ，例えば青は構造が細いことを示す．2 段目は大局構造記述に対応付いたパラメータの推定値に基づき，線構造を復元し， $e^{-1/2}$  となる等値面を描画した．3 段目は真の領域  $I_{\text{true}}$  と復元領域  $I_{\text{re}}$  の差分を示し，桃は  $\Delta_I < 0$  の領域，水色は  $\Delta_I > 0$  の領域，灰色は  $I_{\text{true}}$  の領域を示す．

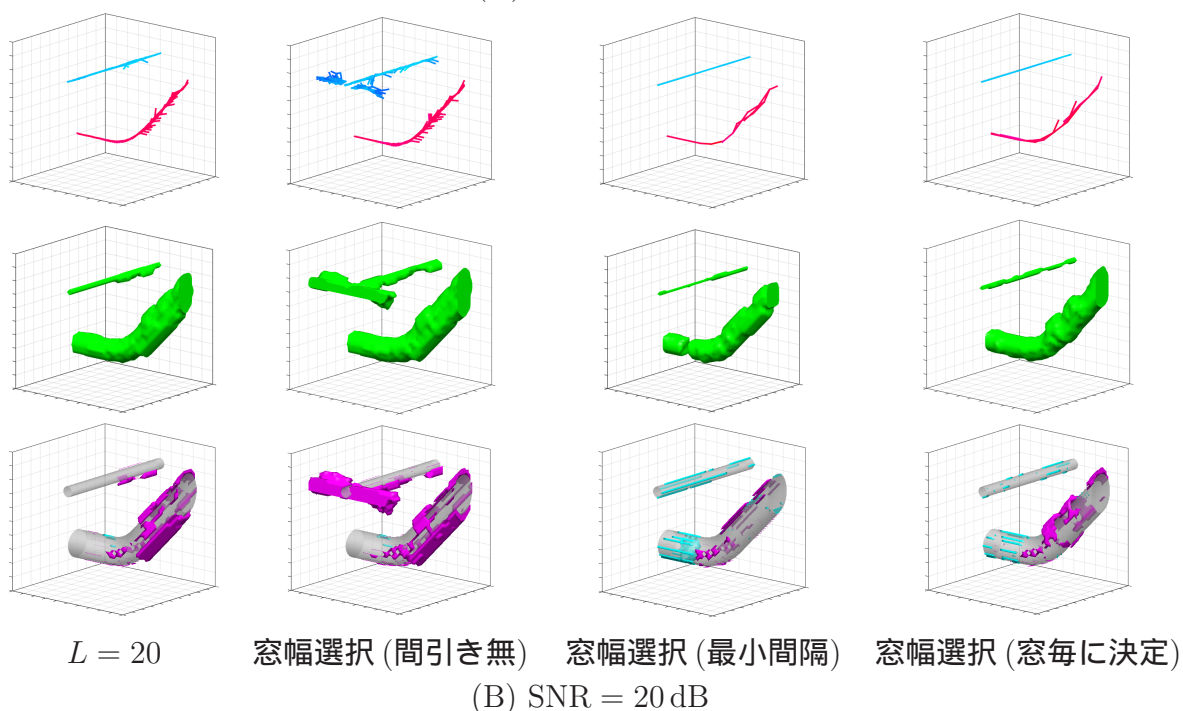
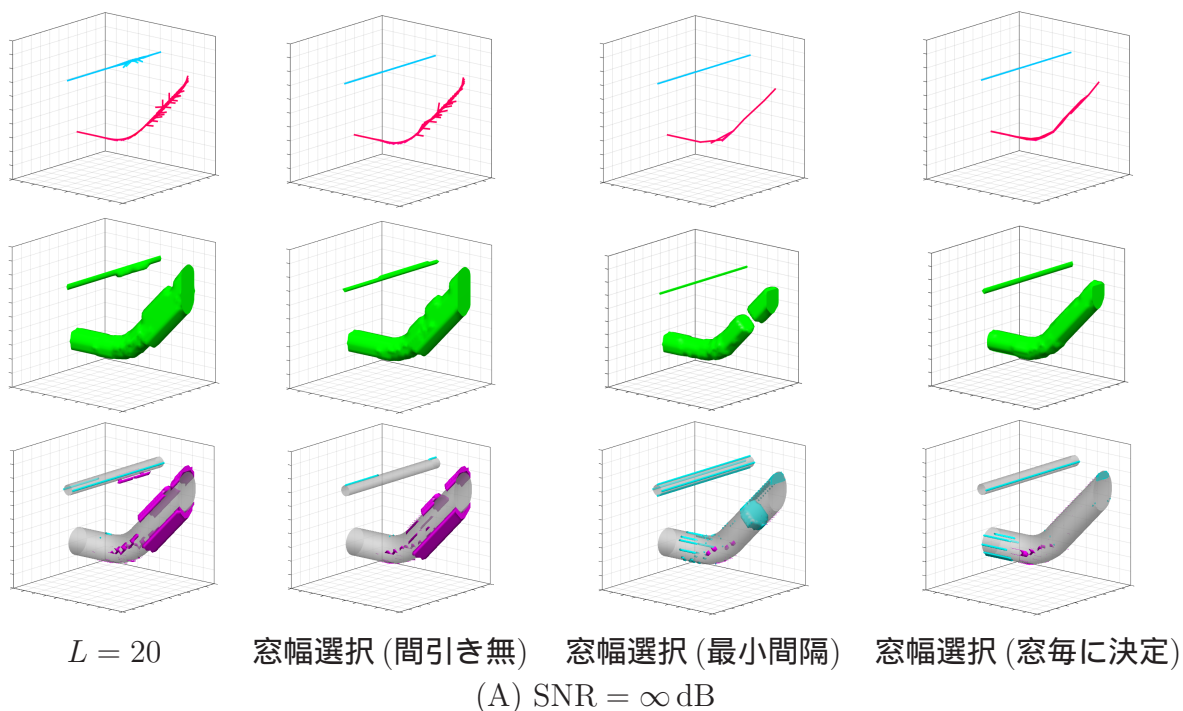


図 3.33 図 3.31 を入力画像としたときの提案法の大局構造記述の評価実験の結果例．1 段目は推定値統合による大局構造記述の結果を示し，色分けはスケールの推定値  $\sigma$  に応じ，例えば青は構造が細かいことを示す．2 段目は大局構造記述に対応付いたパラメータの推定値に基づき，線構造を復元し， $e^{-1/2}$  となる等値面を描画した．3 段目は真の領域  $I_{\text{true}}$  と復元領域  $I_{\text{re}}$  の差分を示し，桃は  $\Delta_I < 0$  の領域，水色は  $\Delta_I > 0$  の領域，灰色は  $I_{\text{true}}$  の領域を示す．





Coronal 断面 ( $x$ - $z$  平面) のスライス画像    Axial 断面 ( $x$ - $y$  平面) のスライス画像

図 3.34 図 3.35 ~ 3.38 に示すパラメータ推定の精度評価実験のために分割した領域を示す．左図と右図はそれぞれ，図 3.31(A)，(B) のスライス画像に対する分割領域を示す．横軸と縦軸の単位は図 3.31(A)，(B) のスライス画像と同様に pixel であり，座標の原点も同じである．各図において濃い青，青，水色はそれぞれ細い線構造， $x$  軸に平行な太い線構造，斜めに走る線構造の領域を示し，曲線の領域はさらに 3 分割して，それぞれ黄，橙，茶色で示した．

では図 3.32 で示した通り，窓の中心が細い線構造周りに位置するとき，隣接の太い構造も同時に窓内部に含めやすく，このとき窓内部の画像パターンがモデル関数と適合しないため，推定精度が劣化した．曲線の部位に関する結果（図 3.35(D)，3.36(D)）を見ると，いずれの窓幅の結果も，走行方向の  $z$  軸方向に関して真値よりも 0.15 [rad] 大きいと誤推定してしまった．またスケールの推定結果を見ると，他のまっすぐな構造に対する結果よりも推定誤差の標準偏差が大きく，相対位置の推定結果では窓幅が大きくなるにともない，構造の中心位置が真値よりも曲線の内接円の方向にあると誤推定されている．ここで曲線に対する走行方向の結果の横軸と縦軸の方向は，それぞれ  $y$ ， $z$  軸方向の単位ベクトルに一致する．また曲線の曲率半径  $r$  は  $r = 20$  である．図 3.23 ~ 3.27 に示した曲線を含む画像に対する実験の結果を踏まえると， $r = 20$  と曲率半径が小さい曲線周りに窓の中心が位置する場合，その窓内部のパターンがモデル関数に適合しないため，推定精度が劣化した．次に窓幅選択法と推定窓の間引きを組み合わせたときに得られた推定結果に対する結果（図 3.37，3.38）を見ると，推定窓の間引き無しの結果に対して各パラメータの推定精度は同程度，または無視できる程度の劣化に抑えられた．ただし (B) の  $x$  軸に平行な太い構造に対する結果において，間引き無しの結果に対して最小窓の間引き間隔に合わせた結果の方が，推定精度が向上した．この原因を考察する．固定幅の窓の結果（図 3.36）と比べると，固定幅の窓には最小窓の間引き間隔の結果と同等なものがない．このため， $\Delta^{(0)} = 5$  の間引き間隔で得られた結果に対して，不等式  $\|\hat{\mu}\|/\hat{\sigma} \leq 1.4$  を満たす推定結果のみに推定値統合法を適用したことで，精度の良い推定結果のみを選別できたためだと考える．以上の結果より，推定値統合法を適用することで，より精度の高い推定結果を残すことができる．また推定窓の間引きを行っても，推定精度が同程度，また劣化が無視できる程度に抑えることも確認した．

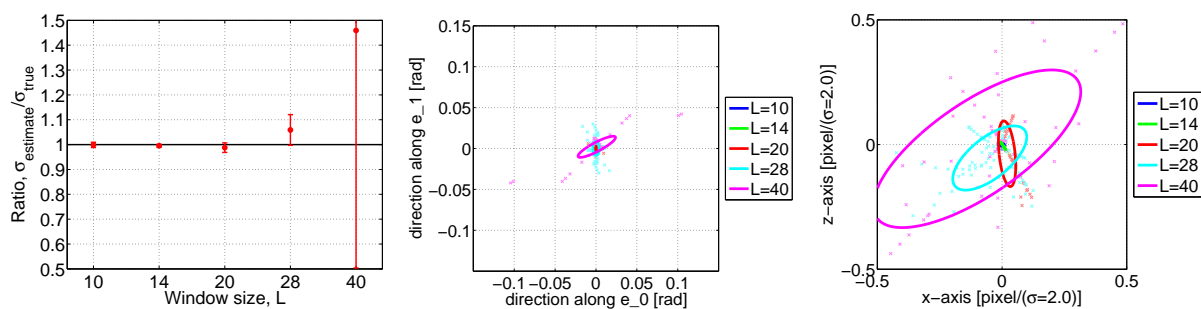
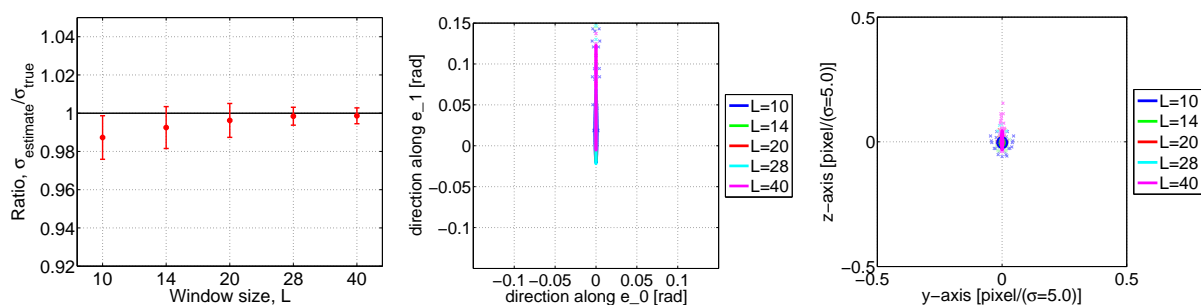
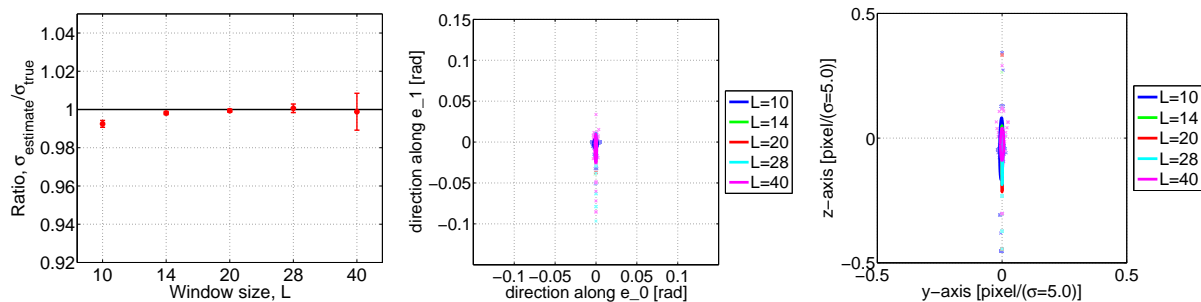
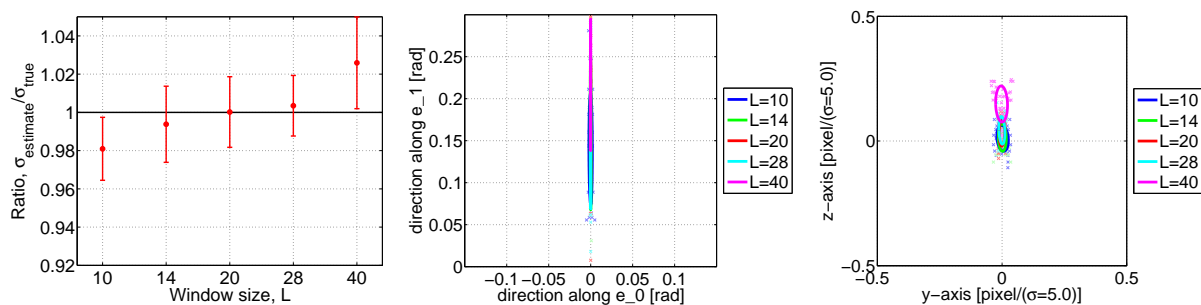
(A) 細い線構造に対する結果 ( $\bar{\sigma} = 2$ )(B)  $x$  軸に平行な太い線構造に対する結果 ( $\bar{\sigma} = 5$ )(C) 斜めに真っ直ぐな太い線構造に対する結果 ( $\bar{\sigma} = 5$ )(D) 曲線に対する結果 ( $\bar{\sigma} = 5$ )

図 3.35 雑音無し画像 (図 3.31(A)) に対する提案法の大局構造記述結果に対するパラメータ推定精度評価の結果。1~4 段目は、それぞれ細い線構造,  $x$  軸に平行な太い線構造, 斜めに走る線構造, 曲線の 4 部位に分けてパラメータの推定精度の評価結果を示す。

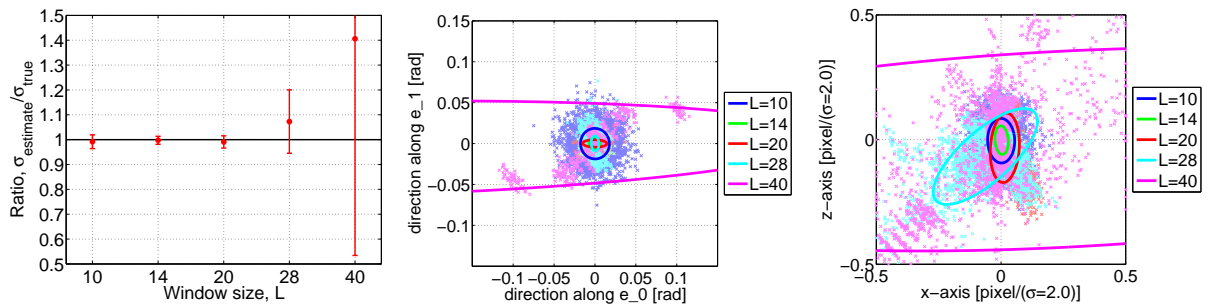
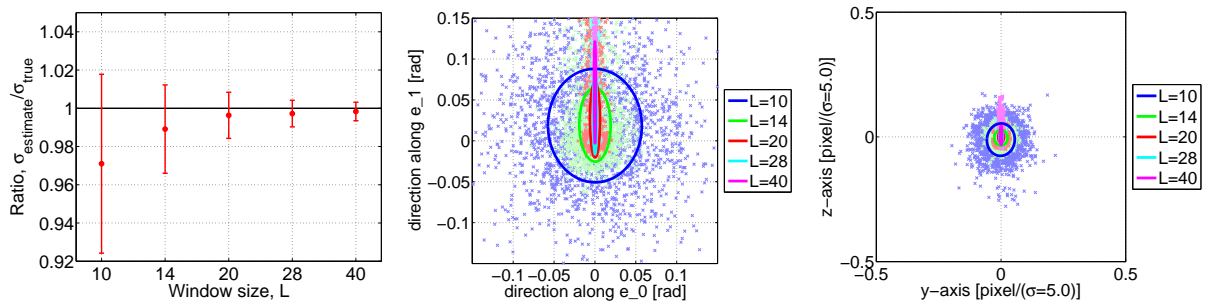
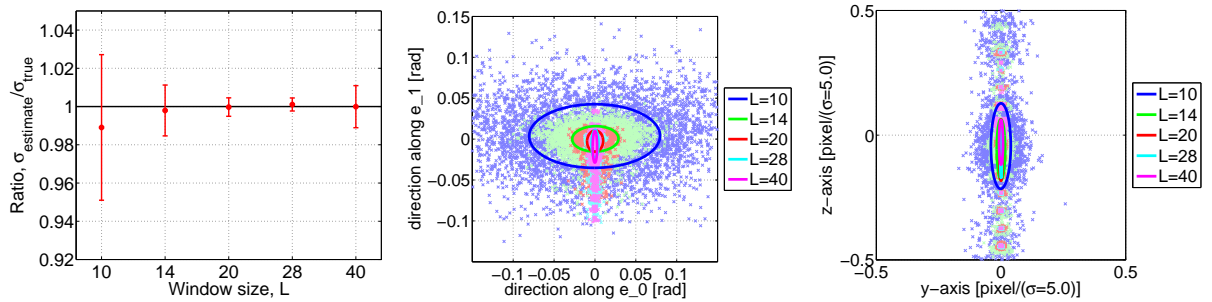
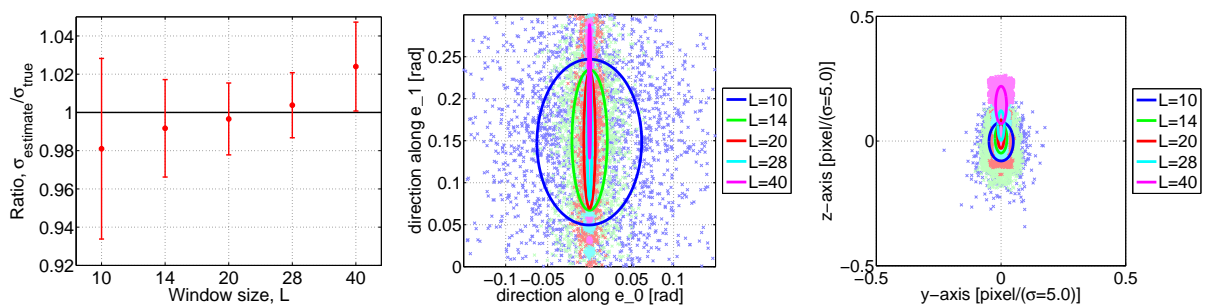
(A) 細い線構造に対する結果 ( $\bar{\sigma} = 2$ )(B)  $x$  軸に平行な太い線構造に対する結果 ( $\bar{\sigma} = 5$ )(C) 斜めに真っ直ぐな太い線構造に対する結果 ( $\bar{\sigma} = 5$ )(D) 曲線に対する結果 ( $\bar{\sigma} = 5$ )

図 3.36 SN 比が 20 dB の雑音を含む画像 (図 3.31(B)) に対する提案法の大局構造記述結果に対するパラメータ推定精度評価の結果。1~4 段目は、それぞれ細い線構造,  $x$  軸に平行な太い線構造, 斜めに走る線構造, 曲線の 4 部位に分けてパラメータの推定精度の評価結果を示す。

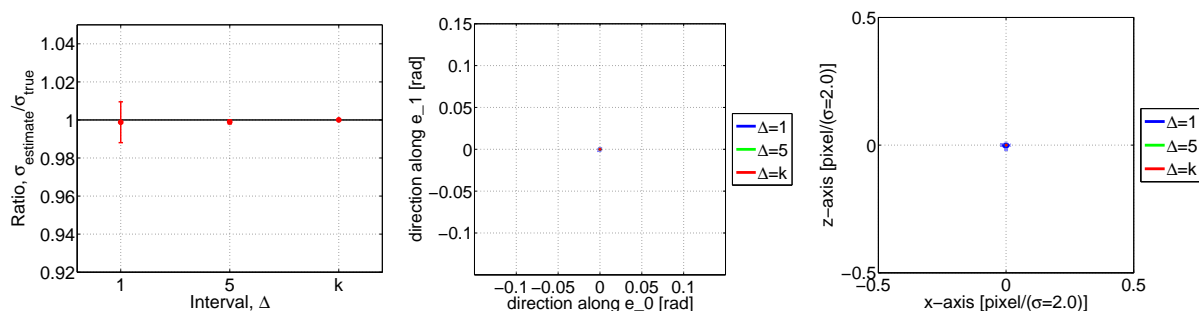
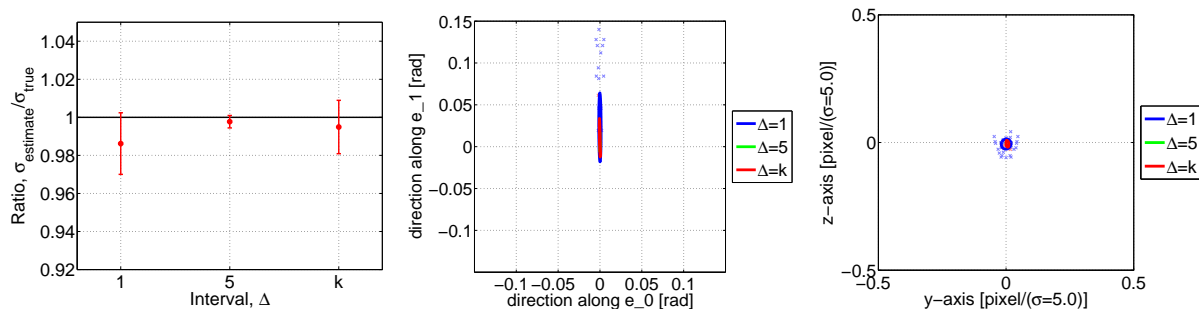
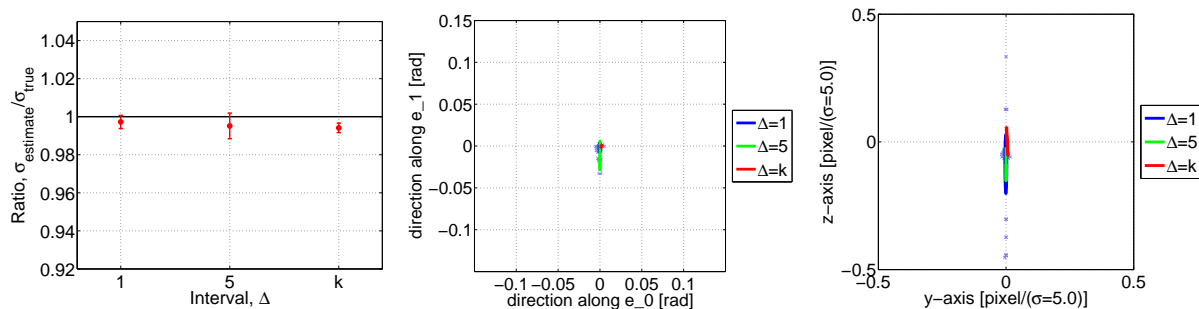
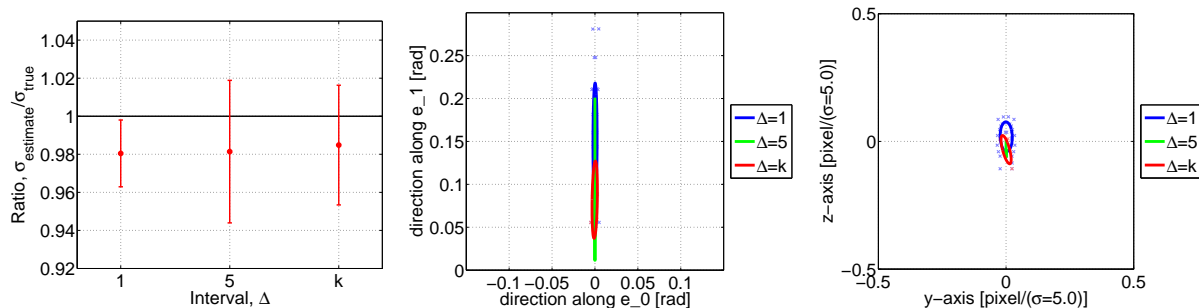
(A) 細い線構造に対する結果 ( $\bar{\sigma} = 2$ )(B)  $x$  軸に平行な太い線構造に対する結果 ( $\bar{\sigma} = 5$ )(C) 斜めに真っ直ぐな太い線構造に対する結果 ( $\bar{\sigma} = 5$ )(D) 曲線に対する結果 ( $\bar{\sigma} = 5$ )

図 3.37 雑音無し画像 (図 3.31(A)) に対する窓幅選択法を組み合わせた提案法の大局構造記述結果に対するパラメータ推定精度評価の結果。1~4 段目は、それぞれ細い線構造、 $x$  軸に平行な太い線構造、斜めに走る線構造、曲線の 4 部位に分けてパラメータの推定精度の評価結果を示す。1 列目のグラフの横軸、および 2、3 列目の凡例の  $\Delta$  は推定窓の配置間隔 [pixel] を示し、“k” は異なる大きさの窓毎に配置間隔を決定したときの結果を示す。

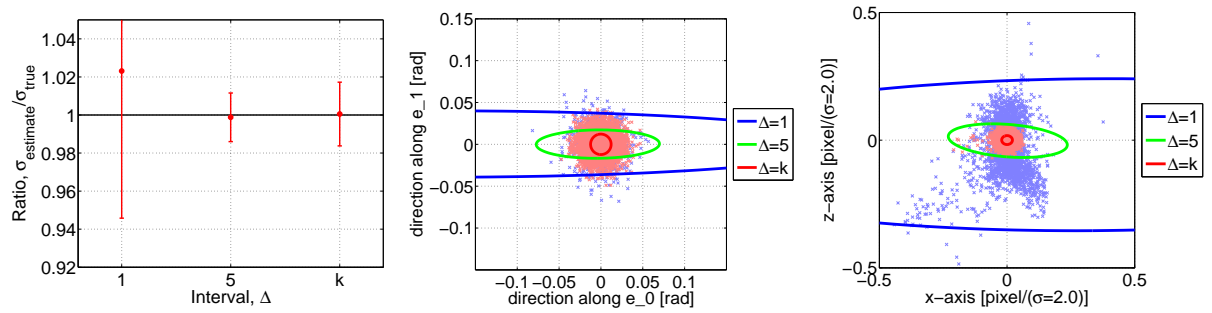
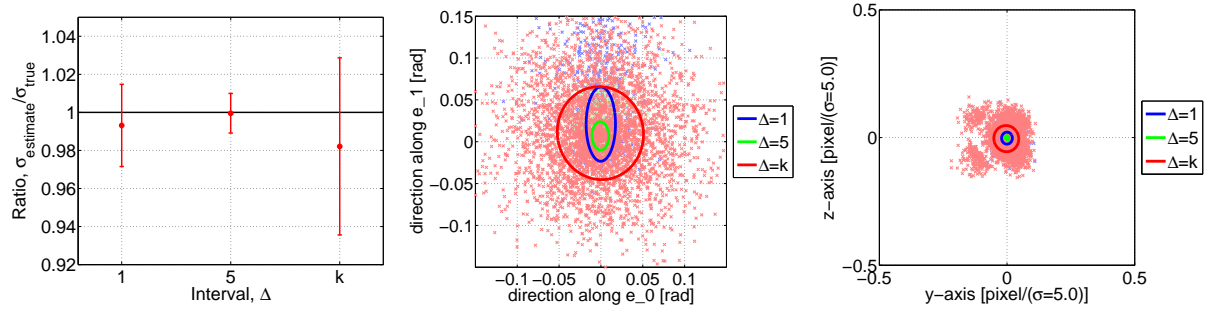
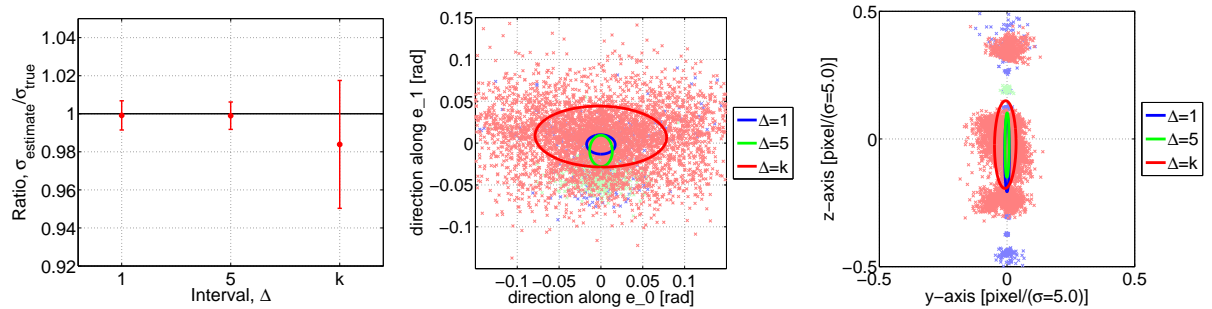
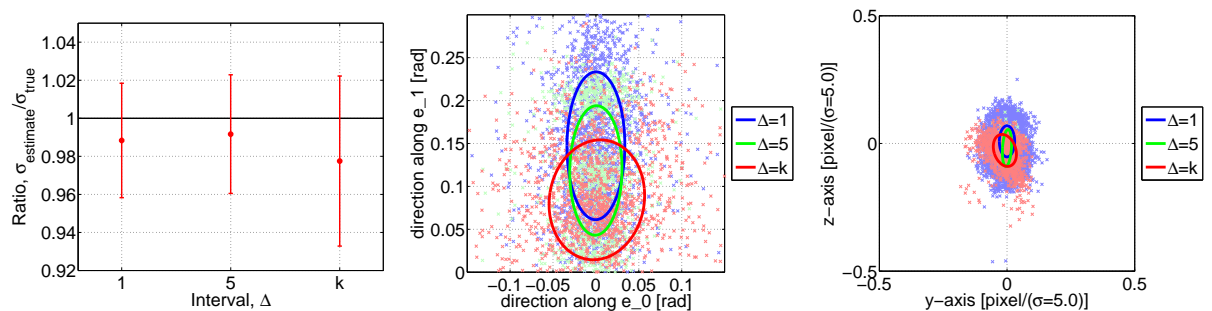
(A) 細い線構造に対する結果 ( $\bar{\sigma} = 2$ )(B)  $x$  軸に平行な太い線構造に対する結果 ( $\bar{\sigma} = 5$ )(C) 斜めに真っ直ぐな太い線構造に対する結果 ( $\bar{\sigma} = 5$ )(D) 曲線に対する結果 ( $\bar{\sigma} = 5$ )

図 3.38 SN 比が 20 dB の雑音を含む画像 (図 3.31(B)) に対する窓幅選択法を組み合わせさせた提案法の大局構造記述結果に対するパラメータ推定精度評価の結果。1~4 段目は、それぞれ細い線構造,  $x$  軸に平行な太い線構造, 斜めに走る線構造, 曲線の 4 部位に分けてパラメータの推定精度の評価結果を示す。1 列目のグラフの横軸, および 2, 3 列目の凡例の  $\Delta$  は推定窓の配置間隔 [pixel] を示し, “k” は異なる大きさの窓毎に配置間隔を決定したときの結果を示す。

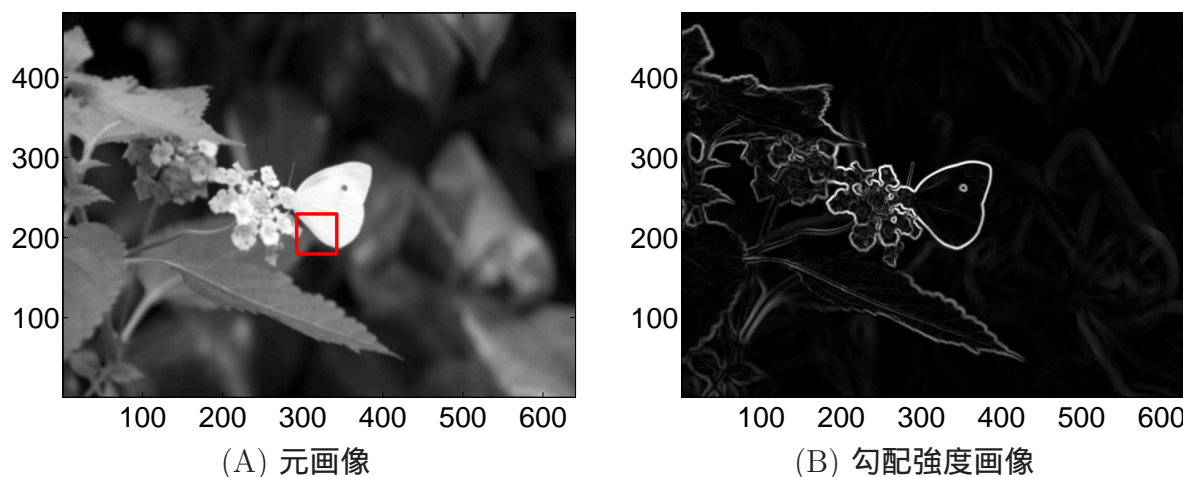


図 3.39 実験で使った一般画像とその勾配強度画像の例

## 3.2 実画像を用いた評価実験

本節では、荷重積分法による画像中の線構造のパラメトリック記述を実画像に適用し、提案法によるパラメトリック記述が頑健で精度が良いことを確認する。次節以降において、まず一般画像内のエッジを対象とした荷重積分法によるパラメトリック記述、眼底画像の血管のパラメトリック記述に関する評価実験について報告した後で、三次元 X 線 CT 画像内の血管のパラメトリック記述に関する評価実験について報告する。

### 3.2.1 一般画像のエッジのパラメトリック記述

本節では、一般画像中のエッジのパラメトリック記述を行い、窓幅選択と推定値統合法に関する評価実験を報告する。

本実験で使った一般画像  $I(x)$  とその勾配強度画像  $f(x) = \|\nabla I(x)\|$  を、図 3.39, 3.42 に示す。図 3.39(A) 内に示した矩形の詳細に関して、対応する領域内における推定結果を図 3.40 に示す。図 3.40(A) は、局所領域内の各位置において選択された窓幅とその窓により得られたパラメータの推定値の例を、図 3.18 と同様に矩形と円、線分を用いて示す。但し線分の傾き、即ち線構造の走行方向  $v$  の推定値を識別し易くするため、図 3.40(A) 中の線分は図 3.18 とは異なり、円の直径を超える長さで描画した。本実験における窓幅選択のための窓幅  $L$  の候補は  $\{10, 14, 20\}$  であり、図 3.40(A) 内の矩形と円、線分の色分けに関して、緑、青、赤がそれぞれ  $L = 10, 14, 20$  の窓幅の窓により得られたパラメータの推定値を示す。図 3.40(A) を見ると、ボケの量がより大きいエッジに対して大きな窓が選択されていると共に、近傍の曲線構造を窓内部に含まないように適切な窓幅が選択されている。図 3.40(B) は、窓幅選択を用いた荷重積分法により得られた曲線構造記述の結果を示す。第 2.4 節において述べた推定値統合法における定数の値は、実験的に決定し、図 3.40, 3.41, 3.43 に示した結果は共に同じ値を設定した。色見本は、スケールの推定値  $\hat{\sigma}$  を示し、例えばボケが小さいエッジは青色、ボケの大きなエッジは赤色で示した。図 3.40(B) を見

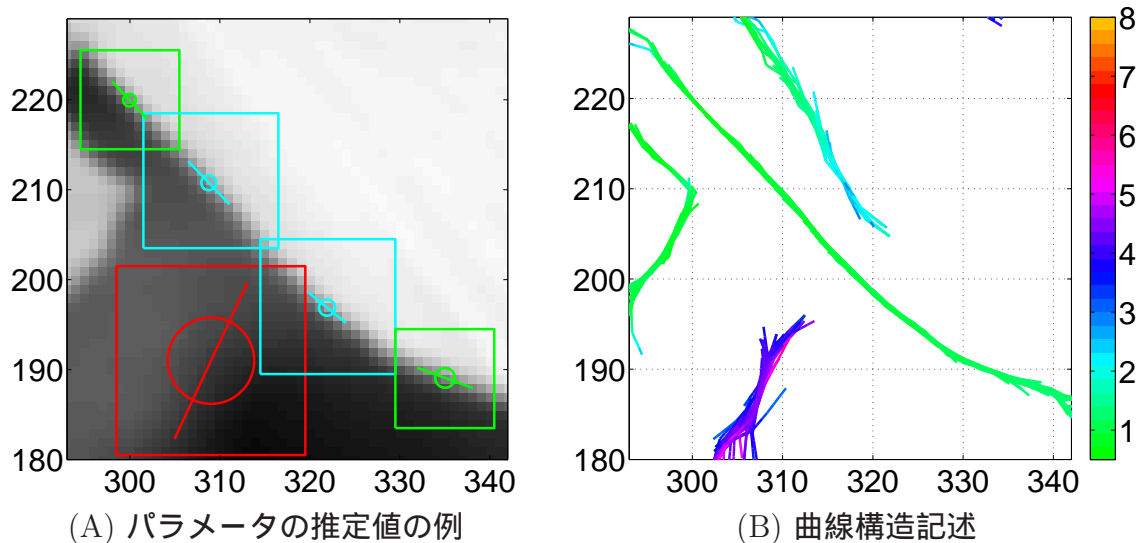


図 3.40 図 3.39(A) の矩形内の領域における窓幅選択を用いた荷重積分法より得られたパラメータの推定値の例と曲線構造記述の結果

ると、窓幅選択により線構造の走行方向およびスケールの値を正確に推定できていることが確認できる。但し座標におけるチョウの羽とボケた葉っぱの交差部に関して、曲線構造記述の構築に失敗している。この交差部における大局構造記述の構築失敗の課題解決には、推定値統合の際に、分岐や交差、ループなどを考慮した大局構造・グラフ構造構築法 [72–76] を参考に、新たな推定値統合が必要であり、今後の課題の一つである。

窓幅を固定した場合と窓幅選択をした場合の荷重積分法より得られた曲線構造記述の結果を、図 3.41 に示す。図 3.41 を見ると、小さな窓 ( $L = 10$ ) の結果は背景のボケた葉っぱのスケールを過小評価しており、一方大きな窓 ( $L = 20$ ) の結果は手前側にあるチョウや花など細かな構造の記述に失敗している。これら窓幅を固定した場合の結果に対して、窓幅選択を用いた結果 (図 3.41(C)) を見ると、細かな構造および背景のボケたエッジのスケールに対する記述は共に成功しており、より精度が良い記述が得られたことが確認できる。

チョウの画像の他に、一般画像を用意し、その勾配強度画像に対して提案法を適用した。一般画像とその勾配強度画像を図 3.42 に示し、それに対する実験結果を図 3.43 に示す。図 3.43 を見ると、特に背景においてボケの量が多い領域ほど、スケールの値も大きく推定されていることが確認できる。また第 2.4 節において述べた折れ線構築法は、入力画像内の輪郭線に関する特徴を用いないにも関わらず、線構造の局所的な特徴として中心位置と走行方向、スケールのみを用いるだけで、入力画像内の輪郭線を精度良く記述することができた。但し、特に水泳の画像の結果を見ると、偽陽性の大局構造記述が多く存在することも確認できる。これは、Bismuth らの折れ線構築法 [26, 27] では、入力する医用画像内に存在する真の曲線構造は少なく、偽の曲線構造よりも長いと想定していることが原因の一つである。そこで、より一般的な状況にも対応できるようにするため、分岐や交差、ループなどを考慮した大局構造・グラフ構造構築法 [72–76] を拡張した新たな推定

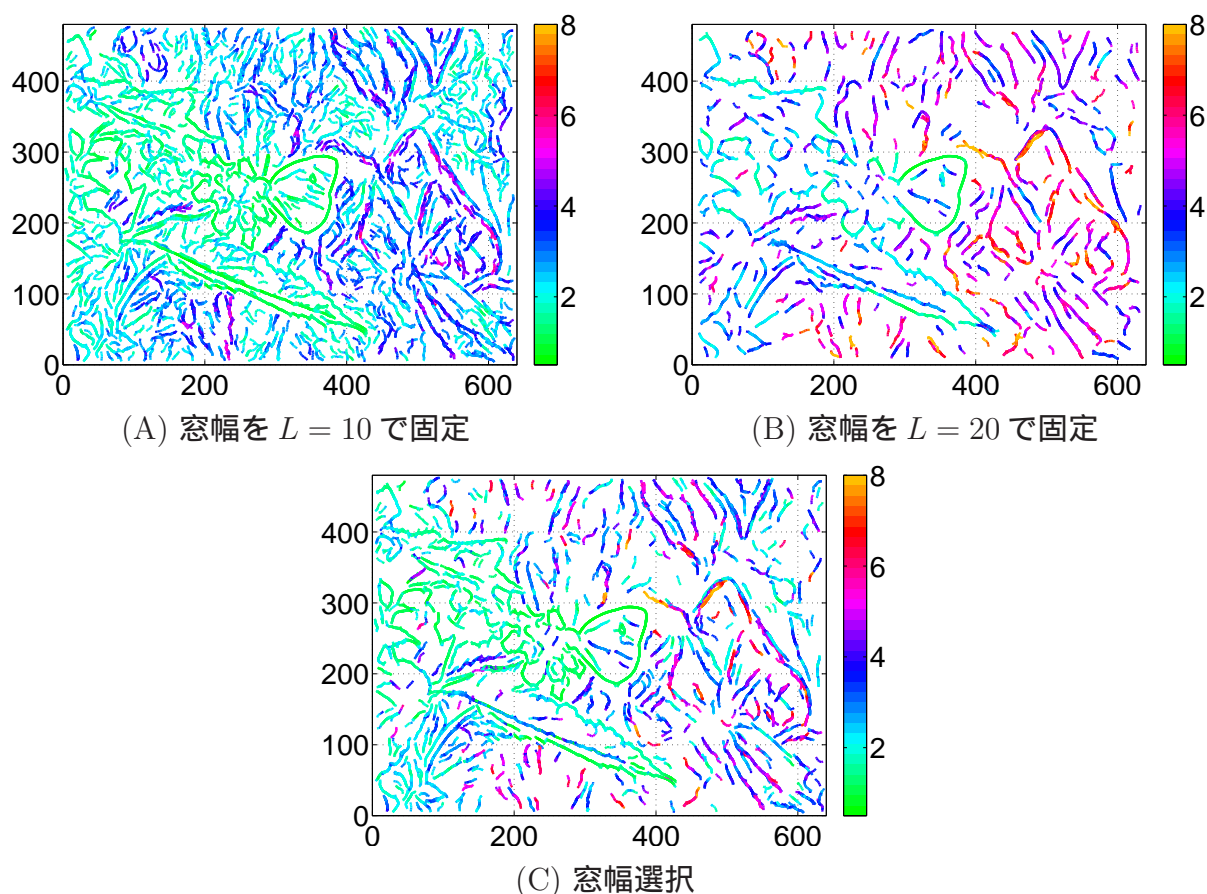


図 3.41 図 3.39(B) の勾配強度画像に対して荷重積分法を適用した得られた曲線構造記述の結果．窓幅を固定した場合と窓幅選択を用いた場合を示す．

値統合法の実現が，今後の課題の一つである．

### 3.2.2 眼底画像の血管のパラメトリック記述

本節では，眼底画像中の血管のパラメトリック記述を行い，窓幅選択と推定値統合法に関する評価実験を報告する．

実験で使用した眼底画像の例を，図 3.44 に示す．図 3.44 の 2 枚の眼底画像中に示した矩形内部の局所アピアランスに対する荷重積分法によるパラメトリック記述および曲線構造記述の結果を，図 3.45，3.46 に示す．尚，窓幅選択のための窓幅  $L$  の候補は  $\{10, 12, 16\}$  とした．図 3.45，3.46 の各列は，それぞれ図 3.44 の眼底画像中の矩形内の局所アピアランスと，対応する実験結果を示す．図 3.45，3.46 の上段から順に，図 3.44 の眼底画像中の矩形内の局所アピアランスの拡大図，各位置において窓幅選択により選択された窓幅とその窓幅の窓でより得られたパラメータの推定値の例，窓幅を  $L = 16$  として固定した場合の曲線構造記述の結果，窓幅選択を用いた場合の曲線構造記述の結果を示す．図 3.45，3.46 の 2 段目の各画像内の矩形と円，線分の色分けに関して，緑，青，赤がそれぞれ窓幅  $L$  が 10，12，16 の窓と，その窓により得られたパラメータの推定値の例を示す．図 3.45，



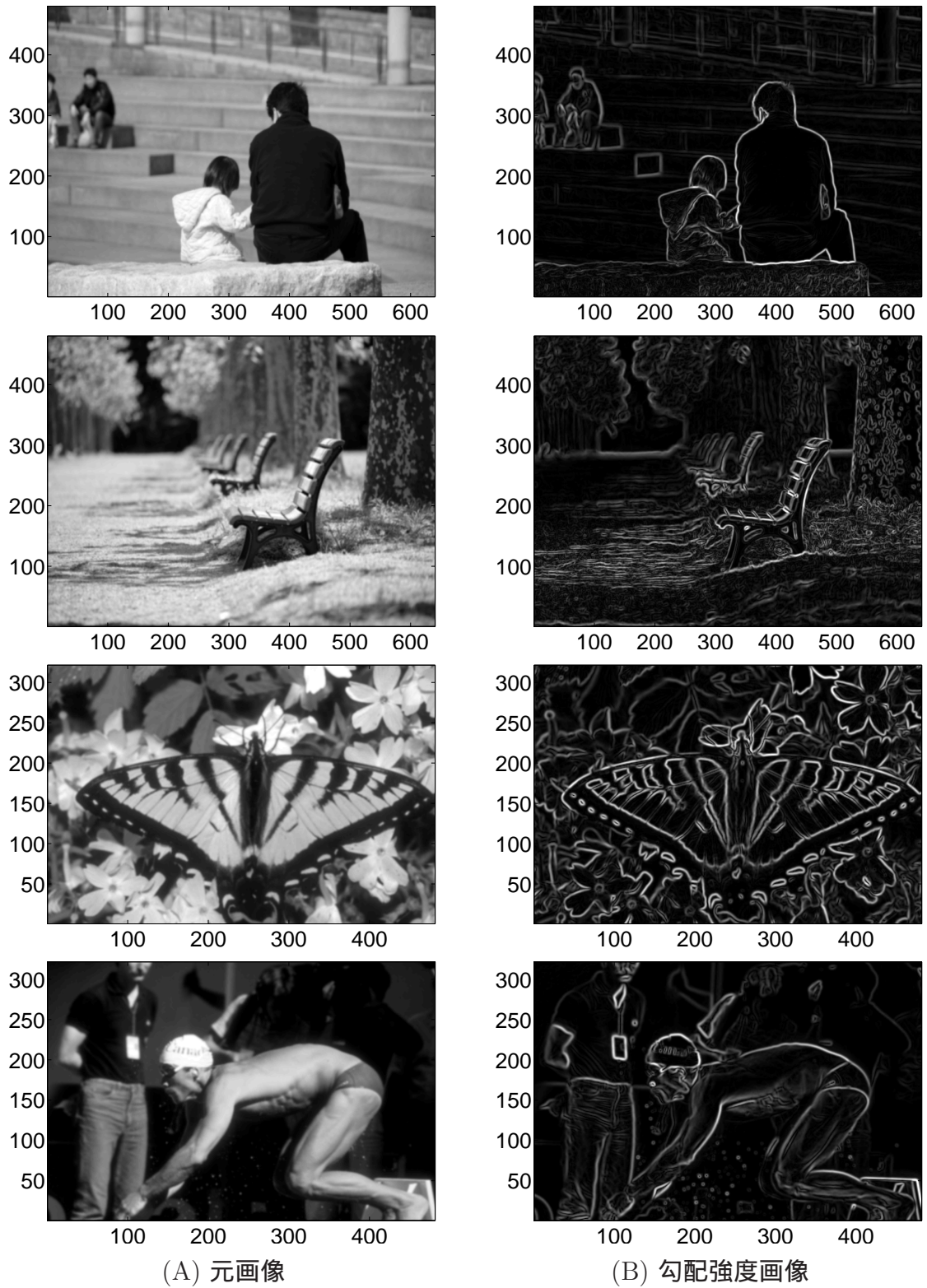


図 3.42 実験で使った一般画像とその勾配強度画像の例

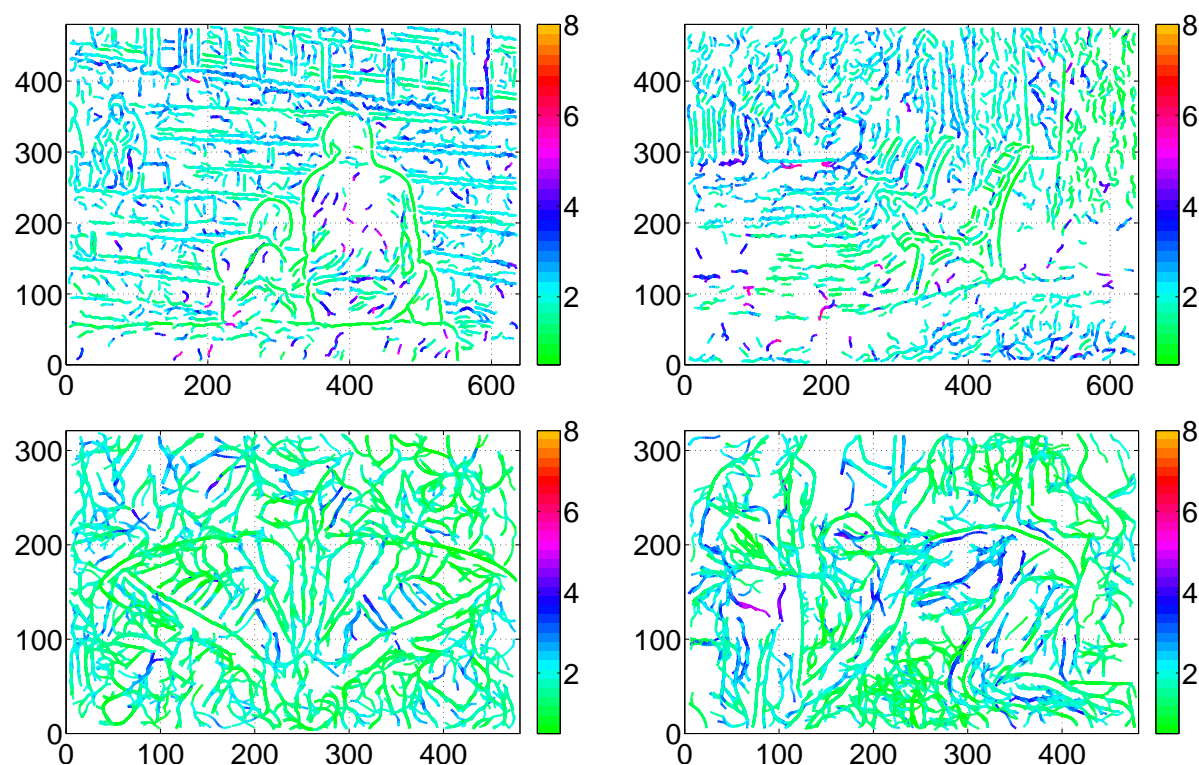


図 3.43 図 3.42 の勾配強度画像に対して窓幅選択を用いた荷重積分法を適用した曲線構造記述結果

3.46 の 2 段目を見ると、近傍の線構造を窓内部に含まないように適切な窓幅が選択されていることが確認できる。図 3.45, 3.46 の 3, 4 段目は、第 2.4 節において述べた推定値統合法による曲線構造記述の結果を示し、色見本は式 (2.19) のガウス関数のスケールの推定値を示す。推定値統合法における定数の値は、実験的に決定し、図 3.45, 3.46 の 3, 4 段目に示した結果共に、同じ値を設定した。図 3.45, 3.46 を見ると、窓幅選択を用いた場合の結果の方が、曲線構造記述がより長く、かつより滑らかに連続している。これらの結果は、窓幅選択法が荷重積分法によるパラメータ推定の精度と頑健性を向上させることを支持している。

荷重積分法のモデル関数として採用した式 (2.19) のガウス関数は単一の線構造を表現するため、交差や分岐など大局的な構造を窓内部に含む場合、窓内部の局所アピランスがモデル関数と合致しない。血管の交差部における荷重積分法によるパラメータ推定の精度および頑健性に関する評価実験結果を、図 3.47 と表 3.6 に示す。図 3.47(C) には、窓幅  $L$  を固定したときの線構造の推定結果を示す。分岐点以外では血管の走行方向など適切に推定できているが、分岐点における三叉路の大局的な構造は表現できていない。上述した通り、荷重積分法は単一ガウス関数による表現法であるため、分岐点においては、窓幅  $L$  をどんな値に設定しても窓  $\Omega$  内部のアピランスがモデル関数に合致しない。このため窓幅選択の枠組みに関して言えば、分岐点においては候補のどの窓幅でも分岐点を観測してしまうため、如何なる窓幅も選択しないという決定を下せる、または窓内部におい

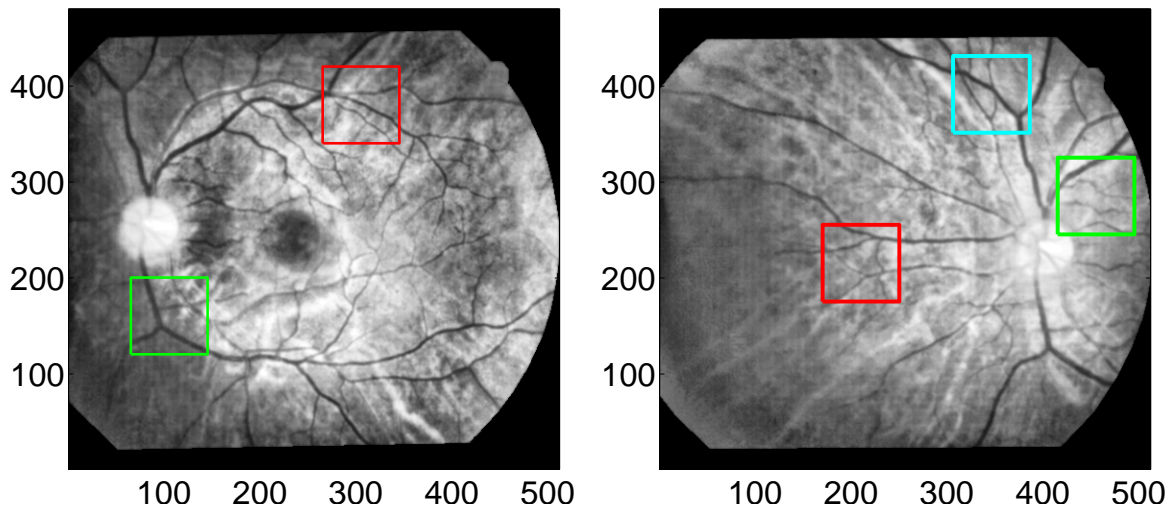


図 3.44 実験で使用した眼底画像の例．左側の画像を用いた実験結果は図 3.45, 3.47 に示し，右側の画像を用いた実験結果は図 3.46 に示す．

て分岐点が占める領域を定量的に評価できる手法が望ましい．しかし本論文で提案する手法は，どのようなアピランスが入力されても，評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の値を最小とする窓幅  $L$  を選択し，その窓幅  $L$  の窓  $\Omega$  より得られたパラメータの推定値を用いてモデルの単一ガウス関数により表現する．より正確に入力画像を表現するためには，モデル関数と合致する窓幅が存在しない場合にモデルパラメータによるアピランスの記述を行わずに，別のモデルによる記述へと切り替えるなどの戦略を実現する手法が新たに必要である．そのような手法の開発は今後の課題である．

表 3.6 は，三叉路の中央に窓  $\Omega$  の中心を配置し，窓幅  $L$  を変化させたときの評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  および条件数  $s'_1/s'_5$  の変化と，パラメータの推定値を示す．窓幅が小さいとき ( $L = 10$ ) には，図 3.47(A) に示す様に三叉路の一部分だけが窓  $\Omega$  内部に内包される．このときの評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の値は約 0.038 であり，第 3.1.2 節において報告した単一の線構造のみを含む場合の結果である図 3.16(C) の窓幅が  $L = 16$  のときの値と同程度である．窓幅が線構造の太さと同程度のときには，評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の値のみでは単一の線構造であるか，分岐など大局構造であるかの判定ができず，いずれの場合にも評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の値が 0.03 程度の大きな値になることが分かる．単一の線構造のみを含む場合の結果である図 3.16(B) を参照すると，窓幅が  $L = 16$  のとき，線構造の太さに対して窓幅が小さ過ぎるため，パラメータの推定精度は高くない．モデル関数に合致するか否かに関わらず，評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の値に閾値を設け，例えば 0.03 として，閾値より評価関数の値が大きいときには推定を行わないという戦略には検討の余地の可能性はある．ただし，そのような適切な閾値を適応的に設定できるか否かの判断には，さらなる実験が必要である．三叉路で窓幅  $L$  を大きくしていくと，次第に分岐構造が窓内部で観測できるようになるため，モデル関数との不整合が明白となり，評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  および条件数  $s'_1/s'_5$  の値が大きくなる（表 3.6 参照）．これは，評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  または条件数  $s'_1/s'_5$  がモデル選択の指標として利用できる可能性を示している．尚，表 3.47 の窓幅が  $L = 12$  の欄の推定値が空欄

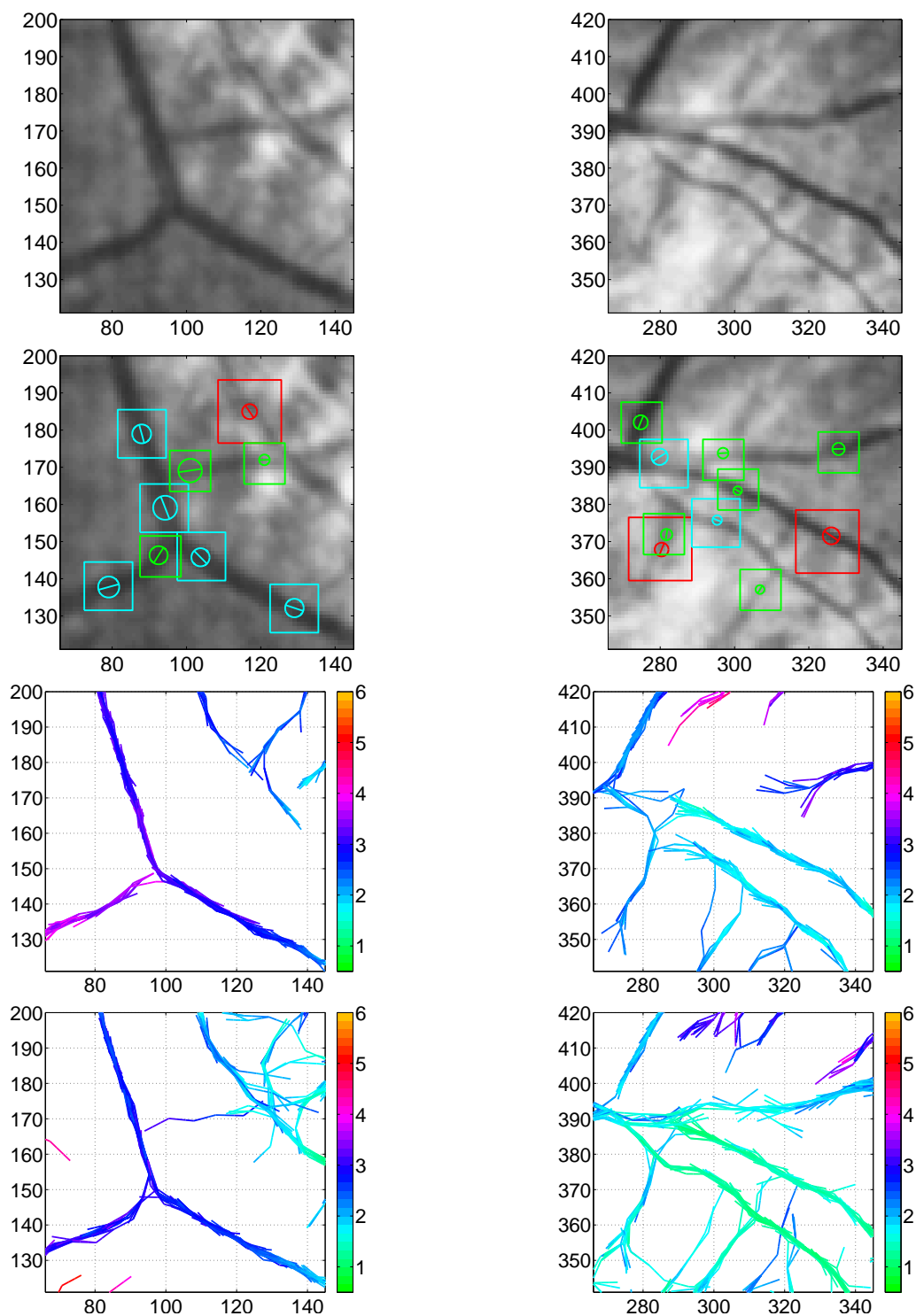


図 3.45 図 3.44 の左側の眼底画像に対する実験結果の例．図 3.44 左側の画像内の赤と緑の矩形内の領域に対する結果を，それぞれ左列と右列に示す．上段から入力画像と，窓幅選択により選択された窓幅と得られたパラメータの推定値の例，固定長の窓を用いた場合と窓幅選択の場合の血管記述の結果を示す．

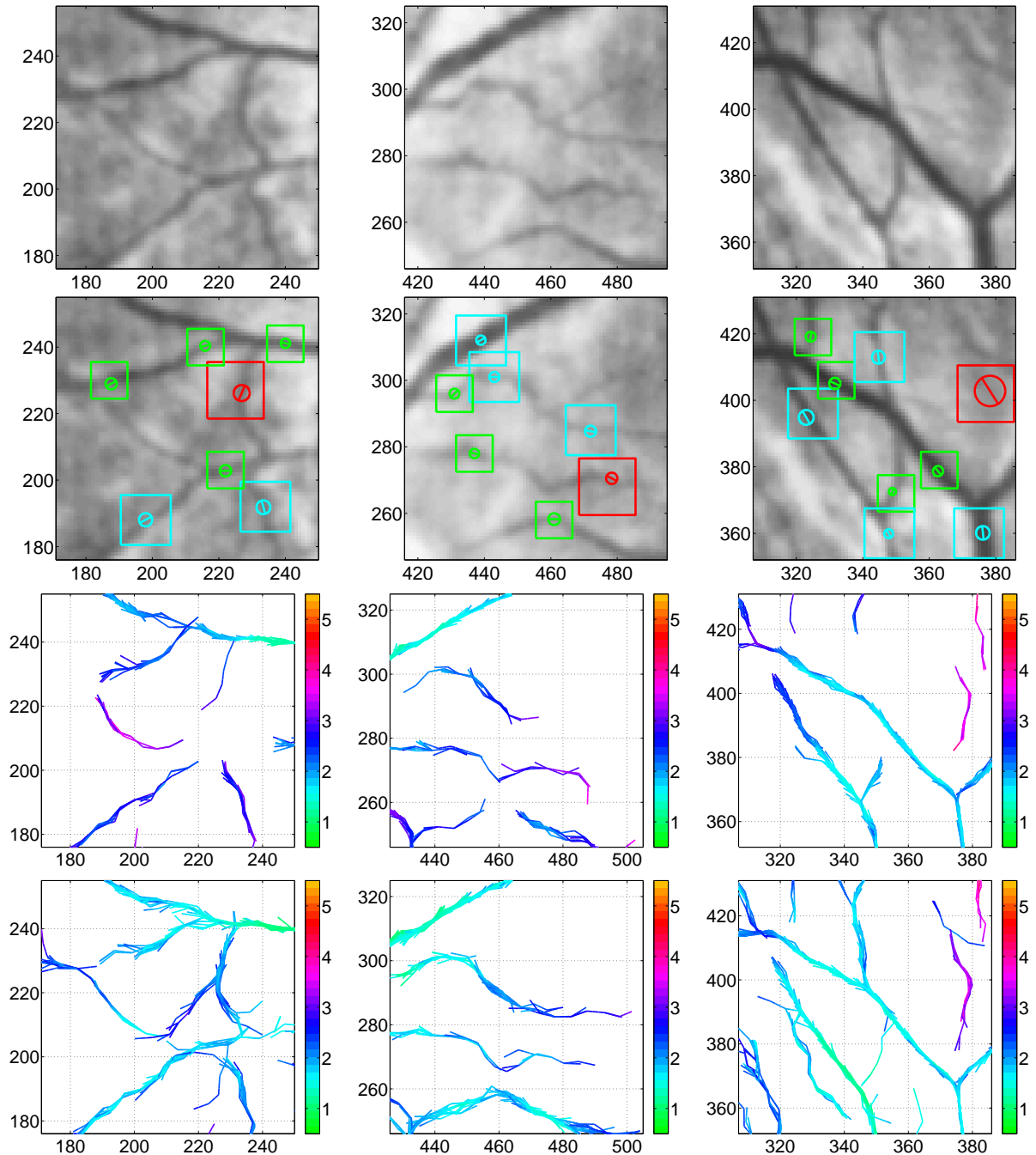


図 3.46 図 3.44 の右側の眼底画像に対する実験結果の例．図 3.44 右側の画像内の赤と緑，青の矩形内の領域に対する結果を，それぞれ左と中央，右に示す．上段から入力画像と，窓幅選択により選択された窓幅と得られたパラメータの推定値の例，固定長の窓を用いた場合と窓幅選択の場合の血管記述の結果を示す．

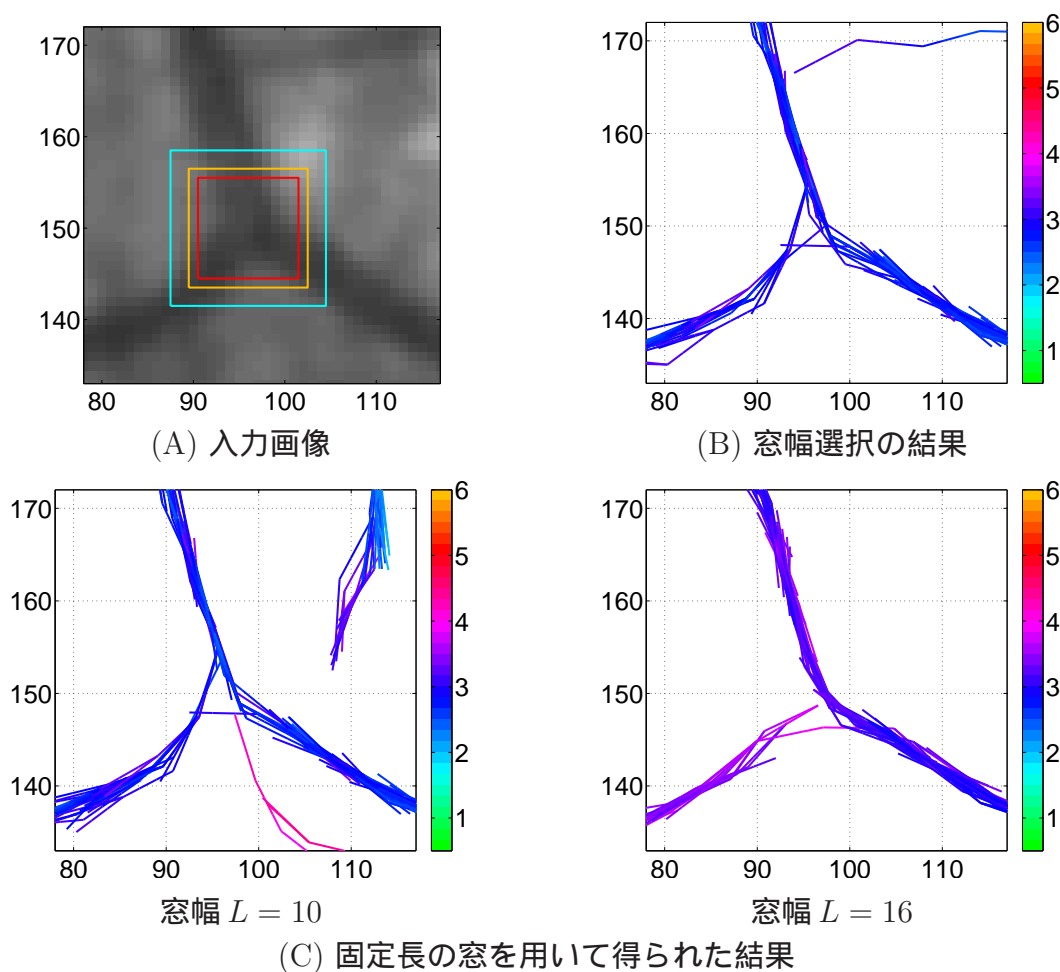


図 3.47 血管の分岐点を中心に拡大した眼底画像と対応する実験結果の例．分岐点は，図 3.44 の左側に示した眼底画像中の  $x = [96, 150]^T$  に位置する．(A) 内の矩形は，中心が分岐点に位置する窓を示す．

なのは，スケールなどパラメータの推定値が複素数となったためである．荷重積分法は，式 (2.1) で表現できるモデル関数に対して，パラメータに関する線形連立方程式を導出できる．第 2.1.2 節において述べた通り，ガボール関数や wavelet などこのモデル関数で表現できる関数群に含まれており，多数のモデル関数を用意し，窓幅選択とモデル関数の選択を行うと共に，いずれの関数でも表現できないアピランスの位置も同定する手法の実現も，先に述べた通り今後の課題である．例えば Zhu らの手法 [70, 71] は，このようなモデル選択の参考になると考えている．

### 3.2.3 三次元 X 線 CT 画像の血管のパラメトリック記述

医用画像内の血管構造記述のため，線構造を表現するガウス関数をモデルとする荷重積分法を三次元 X 線 CT 画像に適用した結果を報告する．

図 3.48 は入力した三次元 X 線 CT 画像のスライス画像の例を示し，図 3.49，3.50 は提

表 3.6 血管の分岐点を窓の中心としたとき，異なる窓幅窓を用いて得られたパラメータの推定値と評価関数  $F(\cdot, \cdot)$  の値，条件数  $s'_1/s'_5$  の例．図 3.44 の左側に示した眼底画像の  $x = [96, 150]^T$  を各窓の中心とした．

$L$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\theta}$	$\hat{\mu}$	$F(\cdot, \cdot)$	$s'_1/s'_5$
10	4.43	1.54	-1.34	$3.83 \times 10^{-2}$	3.35
12	-	-	-	$4.55 \times 10^{-2}$	3.96
16	3.74	-1.53	0.50	$6.38 \times 10^{-2}$	5.12

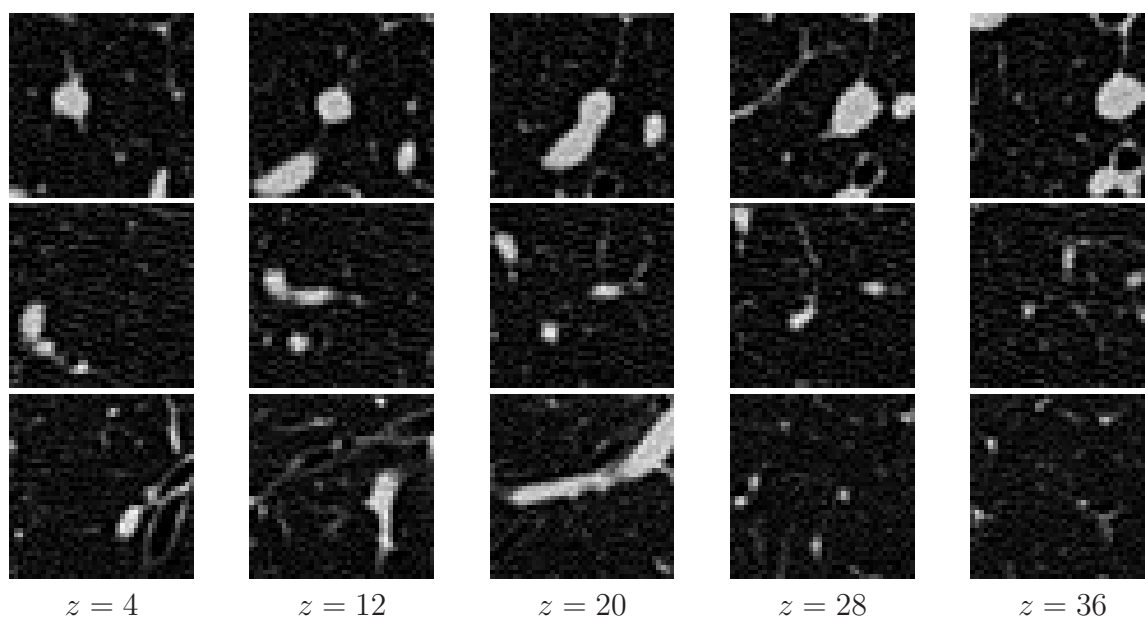


図 3.48 実験で用いた三次元 X 線 CT 画像の例．Axial 断面のスライス画像を数例示す．

案法により得られた医用画像内の血管記述の結果を示す．図 3.48 の 1 段目の医用画像に対する結果を図 3.49 に示し，2，3 段目の医用画像に対する結果を図 3.50 に示す．図 3.49，3.50 の左から 2，3，4 列目は，それぞれ窓幅を 10，12，16 として固定したときの荷重積分法により得られた結果を示し，右端の 5 列目は窓幅選択を用いた荷重積分法により得られた結果を示す．窓幅選択のための窓幅候補は， $\{10, 12, 16\}$  とした．図 3.49，3.50 の 1 段（4 段）目は，提案法による大局的な曲線構造記述の結果を示し，色付きの折れ線で示した．折れ線の色分けは，線構造のスケールの推定値  $\hat{\sigma}$  に応じ，例えば青色なら推定した線構造は細く，赤色なら推定した線構造は太いことを表す．折れ線に対応付いたパラメータの推定値  $\hat{\mu}$ ， $\hat{\nu}$ ， $\hat{\sigma}$  を用いて，線構造を復元した．この再構築した線構造に対して  $e^{-1/2}$  となる等値面を緑で描画したものを，図 3.49，3.50 の 2 段（5 段）目に示す．この再構築画像と入力画像を比較した．再構築画像を  $I_{re}$ ，対応する入力画像を  $I_{input}$ ，再構築画像と入力画像との差分を  $\Delta_I$  で表す．再構築画像と入力画像との差分  $\Delta_I$  を強調するため，差分画像を二値化し，図 3.49，3.50 の 3 段（6 段）目に示した．二値化画像の色分に関して，青と桃はそれぞれ  $\Delta_I > 0$  と  $\Delta_I < 0$  の領域を示す．

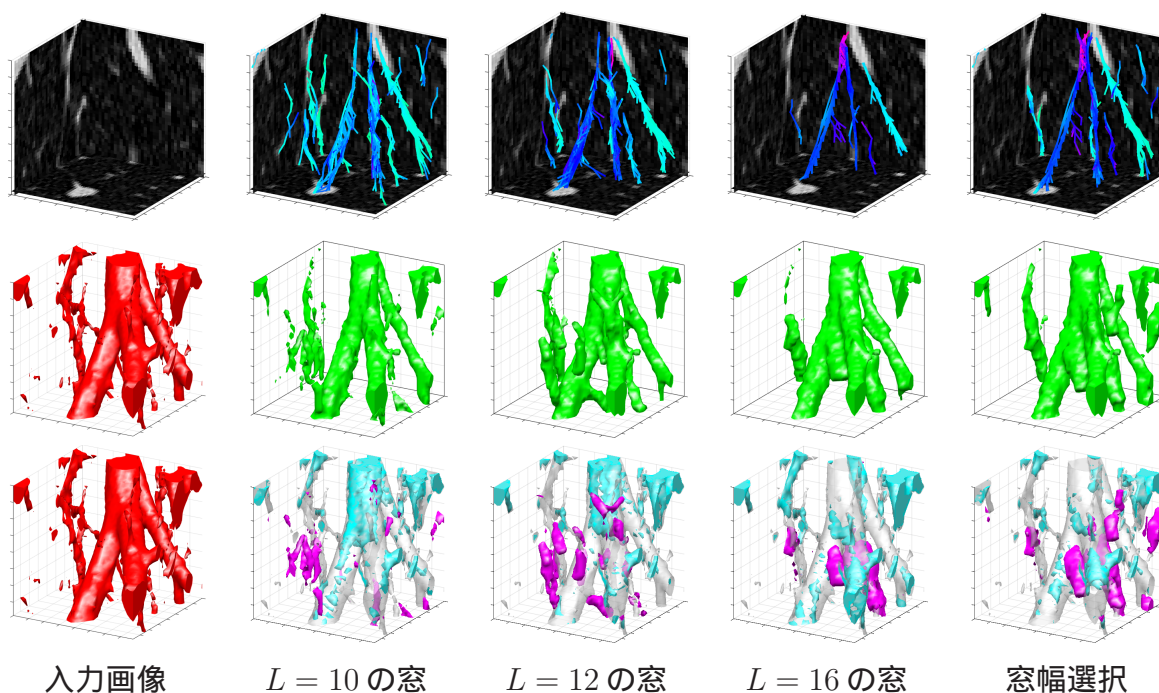


図 3.49 図 3.48 の 1 段目の医用画像より得られた記述の結果．左から 2~5 列目は，それぞれ窓幅を 10, 12, 16 に固定したときと，窓幅選択を用いた荷重積分法より得られた結果を示す．1 段目の色分はスケールの推定値の値を示し，例えば青色は細い線構造を示す．2 段目の色分は赤，緑がそれぞれ  $I_{\text{input}}$ ,  $I_{\text{re}}$  の領域を示す．3 段目の色分は赤，青，桃がそれぞれ  $I_{\text{input}}$ ,  $\Delta_I > 0$ ,  $\Delta_I < 0$  の領域を示し，透明の灰色は  $I_{\text{input}}$  の領域を示す．

図 3.49, 3.50 において，まず窓幅を 10 で固定した場合の結果では線構造のスケールを過小評価しており，窓幅を 12, または 16 で固定した場合の結果では細い血管に対する構造記述を構築できていない．一方の窓幅選択を用いた荷重積分法の結果では，各位置周りの局所パターンに応じた窓幅を選択できたので，より精度良く血管を記述できた．ただし窓幅選択法による結果においても，桃の領域があり，これは本来存在しない構造を記述してしまったことを示す．これは推定値統合法において，パラメータの類似度と推定位置の関係のみを考慮したためであり，復元誤差も考慮するように改善することで，より精度の高い構造記述を獲得できる．また水色の領域は，血管のスケールを過小評価したためと，現在推定値統合の際に折れ線が指定の長さには達しない場合は，血管ではない偽の構造を記述していると判断して，短い構造記述は排除したためである．このためパラメータの推定精度向上，ならびに分岐点周りの短い構造に対しても柔軟に大局的構造記述を構築できるように改善することも，今後の課題の一つである．



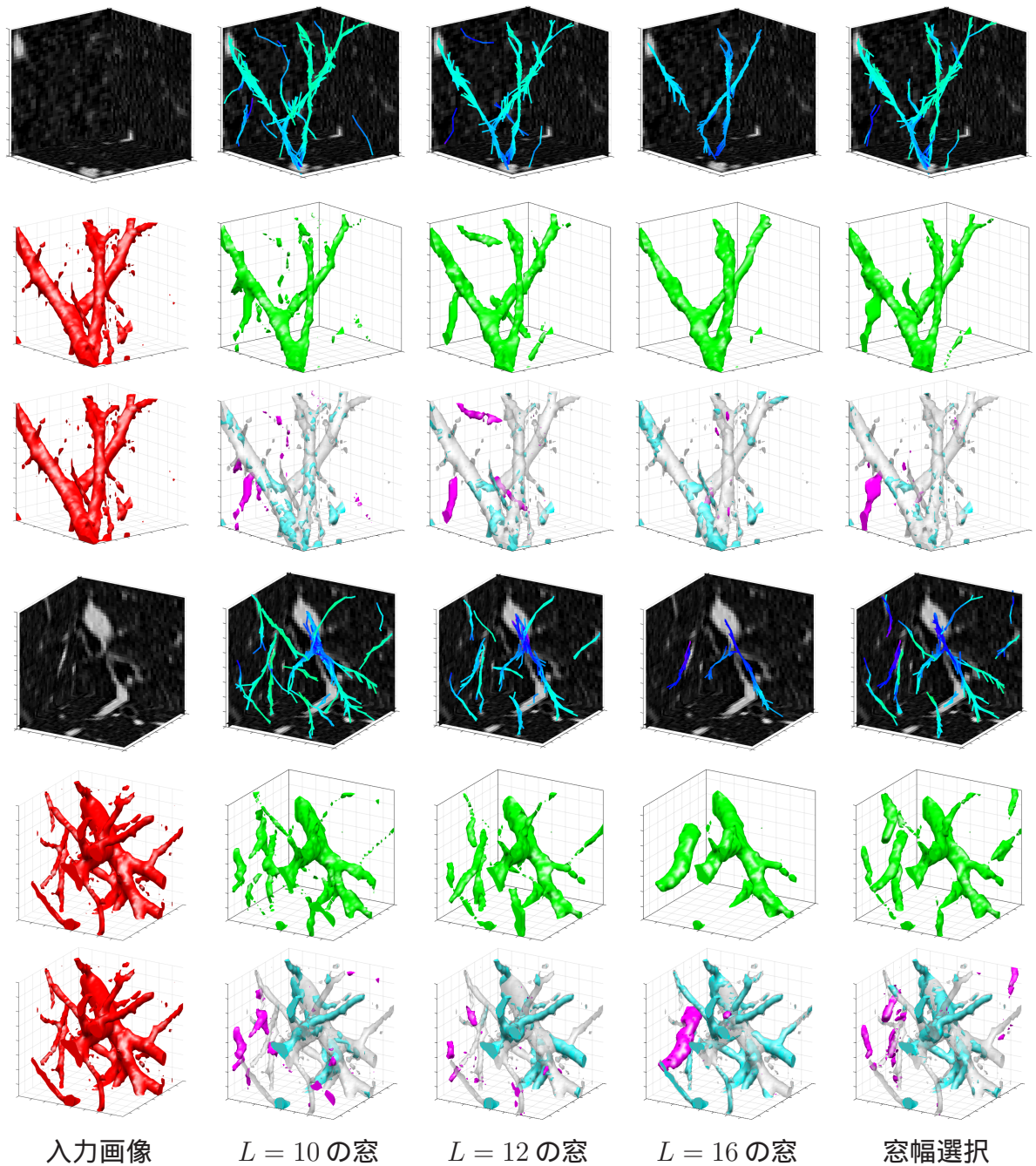


図 3.50 図 3.48 の 2, 3 段目の医用画像より得られた記述の結果．左から 2~5 列目は，それぞれ窓幅を 10, 12, 16 に固定したときと，窓幅選択を用いた荷重積分法より得られた結果を示す．1, 4 段目の色分はスケールの推定値の値を示し，例えば青色は細い線構造を示す．2, 5 段目の色分は赤，緑がそれぞれ  $I_{\text{input}}$ ,  $I_{\text{re}}$  の領域を示す．3, 6 段目の色分は赤，青，桃がそれぞれ  $I_{\text{input}}$ ,  $\Delta_I > 0$ ,  $\Delta_I < 0$  の領域を示し，透明の灰色は  $I_{\text{input}}$  の領域を示す．



## 第4章

### 結論

本論文では、荷重積分法による画像中の各位置の局所アピアランスの頑健で正確なパラメトリック記述について論じた。局所アピアランスの正確なパラメトリック記述は、画像中の領域セグメンテーションや認識対象の抽出など画像の高次処理には欠かすことができない必須の前処理である。例えば一般画像や医用画像への応用を考えたとき、局所的な線構造の記述精度が、それぞれ輪郭線の大局的な曲線構造の記述精度と、血管や気管支など大局的な木構造の記述精度に大きな影響を与える。このためエッジや尾根線など線状構造のパラメトリック記述は、今日の画像処理においてもその重要性は失われていない。従来の単純な閾値処理やエッジ抽出 [46] により記述できるのは、線構造の中心位置など限られた特徴のみである場合が多い。構造が有する様々な特徴を記述する際には、各特徴に特化した推定法を別途適用していた [48, 49, 79–82]。本研究では、画像中の局所構造の正確な記述を実現するため、文献 [77, 78] において一次元信号の瞬時周波数解析のために提案された荷重積分法を  $D$  次元信号に拡張した。荷重積分法を利用すると、非線形なパラメータ推定問題を線形化でき、代数解法により入力信号中の各点周りの局所パターンを記述するパラメータの値を推定できる。この代数解法は、モデル関数のパラメータが満たす微分方程式を求め、基底関数を掛けた局所パターンを荷重積分することにより、パラメータに関する線形連立方程式を導出し、パラメータの推定値を求める。これにより、パラメータ空間の探索を必要としないため、推定値が離散化されず、連続である。連立方程式の解を最小二乗法により求める場合、解が最尤推定値と一致するとは限らない。第 3.1.1 節において示した通り、実用上、入力信号の SN 比が比較的小さい場合でも、真値に依存せず推定誤差のバイアスが小さく、不偏推定できることを示した。また提案法は連立方程式の解の良設定性を定量評価することにより、各点で得られたパラメータの推定値の確度も自己評価することができる。パラメータの推定値の確度が大きい結果を選択することにより、パラメータ推定の精度および頑健性が向上した事を実験的に確認した。

本論文で提案した荷重積分法は、代数解法によるパラメータ推定を実現するため、パラメータ空間の探索を必要とせず、推定値は離散化されず連続である。このため提案法は、画像中の各位置の局所アピアランスを頑健かつ正確に記述することができる。加えて、実用上、有用であるパラメータの推定精度の確度も自己評価することができる。これらを達

成した信号中の各点周りの局所パターンのパラメトリック記述法は、本論文で提案した手法以外には、著者が知る限り存在しない。また、この手法は特定の状況だけを想定した画像信号に特化した方法ではなく、一般画像および医用画像など幅広い画像群に適用できる枠組みである。本論文が提案・指摘した内容により、非線形なパラメータ推定問題の線形化法に関する議論が進み、画像処理に限らず認識対象に依存せず機能する、汎用の初期処理体系の確立に役立つと考える。

大きさが異なる複数の窓の候補より、パラメータ推定に適した窓を選択できる事は、計算効率ならびに構造記述の冗長性の改善に利用できる。信号中の各点は単一のモデル関数で記述可能な領域に属しており、信号中で隣接する複数の点で荷重積分法による推定を行うと、いずれの点を中心とする窓も同一の構造を観測している場合があり、このとき単一構造を記述するパラメータが何度も冗長に推定される。このため入力信号中の全構造を記述するためには、荷重積分法によるパラメータ推定を全ての位置で実行する必要はない。そこで本研究では、パラメータ推定を信号の全点で行うのではなく、一定間隔で離れた位置でのみ推定した後で、近接する窓におけるパラメータの推定値の内、確度の大きな結果を選択し、入力信号内の構造記述に採用する。本論文では窓の大きさに応じた窓間の間隔を最大幅を決定するため、窓の中心を線構造の中心からずらしたときの推定精度の劣化の程度を調査した結果、推定精度の劣化のスピードは線構造のスケールの真値に比例することが判明した。また上述した通り、正確に推定できるスケールの範囲は、窓の大きさに依存する。以上の結果を踏まえて、推定間隔の間引きに関する実験を行った結果、入力信号中の全点で推定を行った場合と同程度の推定精度を保ったまま、パラメータ推定の冗長性を削減できる事を確認した。窓幅選択法と組み合わせたとき、異なる大きさの窓ごとに配置間隔を決定した場合、推定の冗長性を最も削減でき、多重解像度解析法 [48, 49] に対して約2倍の計算の効率化を見込めることを確認した。

実画像を用いた実験では、一般画像と医用画像を入力し、提案法を適用したとき、それぞれ輪郭線記述と血管記述を行った。一般画像および医用画像の幅広い画像を入力した場合でも、提案法は頑健で正確な構造記述が可能なことを確認した。

## 今後の展望

本論文では、画像中の局所アピランスのパラメトリックな記述法として、荷重積分法によるパラメータ推定法を採用し、同手法が頑健で正確な構造記述を実現することを示した。画像中の局所アピランスの頑健で正確なパラメトリック記述は、対象領域の同定や識別など高次処理のさらなる高精度化には欠かせない技術である。

本論文では最後に、荷重積分法によるパラメトリック記述と、Zhuら [70, 71] のexplicitおよびimplicitな局所パターンの記述と、フィルタバンクによる局所パターンの表現 [95–105] との関連性について述べた後で、今後の展望について述べる。

まず各手法について、局所パターンの記述法について簡単にまとめる。Zhuらの局所パターンの記述 [70, 71] では、explicitな局所パターンとimplicitなもので異なる戦略を採用している。前者のexplicitな局所パターンに対しては、単一のガボール関数の位置と向き、

スケールを変化させて、最も適合するときのパラメータの値を選択し、記述する。後者の implicit なものに対しては、ガボール関数を基底とするフィルタバンクを事前に用意し、フィルタバンクの出力の統計値で記述する。explicit と implicit の記述の戦略の切り替えは、フィルタバンクのうち、単一のフィルタだけの出力値が大きくなる場合は explicit、複数のフィルタの出力値が大きくなる場合は implicit であると判断して記述を行っている。フィルタバンクによる局所パターン表現 [95–98] では、ガボール関数や wavelet を基底群としてフィルタバンクを事前に生成し、各フィルタとの内積値をパラメータとして出力する。これら手法は信号中の各点周りの局所パターンに対する周波数解析を可能にし、周波数分解能を向上させた curvelet [99–102] や shearlet [103, 104], bandelet [105] などが提案されている。Zhu らの局所パターンの記述 [70] やフィルタバンクによる局所パターンの表現 [95–105] では、explicit および implicit の局所パターンを表現・識別するため、周波数空間を密にサンプリングしていた。

一方の提案法では基底関数を掛けた窓内部の局所パターンを積分して、線形連立方程式の係数を求め、代数的にパラメータの値を推定する。窓幅選択法では異なる大きさの窓より求めた連立方程式の良設定性を評価し、評価値が最小となる窓を選択してパラメータを推定する。ここで基底関数は複素正弦関数と窓関数との積であり、ガボール関数に相当するパターンを持つ。このため基底関数は比較手法におけるフィルタバンクだとみなすと、各点周りの局所パターンに対して小さな窓では高周波成分の解析、窓が大きくなるほど低周波成分の解析をしていたことになる。このため荷重積分法によるパラメータ推定を利用すると、explicit な局所パターンの記述は、周波数空間を密にサンプリングせずに、安定的かつ高精度に記述できるといえる。特に線構造を記述したい場合は、周波数空間において線構造の法線方向にあるフィルタとの出力値が大きくなるので、特定方向のみの1つ、または2つの少ない基底関数の出力値のみが大きくなるか否かを評価すれば良い。また explicit と implicit の局所パターンの識別に関して言えば、異なる大きさの基底関数との出力値を評価して、異なる大きさかつ複数方向の基底関数の出力値が大きくなる場合は implicit であると判断できると考える。すなわち、荷重積分法によるパラメータ推定を、周波数空間において解析し、従来の局所パターン表現に対する解釈を進めることにより、ボトムアップなアプローチにおける記述対象を限定しない汎用の初期処理法の解明および確立につながると考える。



## 謝辞

本研究は、名古屋工業大学本谷秀堅教授のもとで博士後期課程の3年間で行われた研究成果をまとめたものです。本谷秀堅教授には、その間の熱心な御指導ならびに御助言を賜りましたことに心から感謝します。この3年間で学会発表のチャンスを数多く頂き、その度に丁寧に御指導いただき、深く感謝致します。博士後期過程の3年間は、非常に有意義な時間でした。

本論文の審査をして頂くと共に、有益なご意見を頂きました本学梅崎太造教授、佐藤淳教授にお礼申し上げます。

日頃から多方面にわたり、有益な御協力を頂いた本学佐藤淳教授、坂上文彦助教に深く感謝します。佐藤淳教授には、本論文の審査以外に、ゼミ合宿など研究室合同の発表会において研究に関する有益な意見を頂きました。また、坂上文彦助教には、博士後期課程の3年間同室だったこともあり、研究以外にも日々の生活などでとてもお世話になりました。心から感謝致します。

また、佐藤研究室、本谷研究室の新旧メンバーにも深く感謝致します。特に、学会などで様々なアドバイスを頂いた小塚和紀氏と澤田好秀氏、実験データの作成や評価実験に協力してくれた内藤拓未氏に深く感謝致します。皆様のおかげで、博士論文を書き上げることができました。ありがとうございました。

最後に、私をここまで常に温かく見守ってくださった両親に深く感謝いたします。





## 業績一覧

本研究における成果の一部は，以下の学術論文，国際学会及び国内学会において掲載・発表された．

### 学術論文 [査読有]

- 後藤秀聡，本谷秀堅，“荷重積分法による局所アピアランスのパラメトリックな記述の頑健化のための窓幅推定”，電子情報通信学会論文誌 D，vol. J98-D，no. 4，pp.571–584，2015．
- Hidetoshi Goto and Hidekata Hontani, “A Weighted Integral Method for Parametrically Describing Local Image Appearance”, IPSJ Transactions on Computer Vision and Applications, vol. 5, pp.70–74, 2013.

### 国際会議 [査読有]

- Hidetoshi Goto, Takumi Naito, and Hidekata Hontani, “A New Parametric Description for Line Structures in 3D Medical Images by means of A Weighted Integral Method”, the 11th International Joint Conference on Computer Vision, Imaging and Computer Graphics Theory and Applications (VISAPP 2016), Feb. 2016. ( ショートペーパーとして採録決定，かつ口頭発表予定 )
- Hidetoshi Goto and Hidekata Hontani, “Description of Retinal Blood Vessels Using the Weighted Integral Method”, 2015 Joint Conference of IWAIT and IFMIA, IFMIA PS.1 (457), pp. 1–3, 2015.
- Hidetoshi Goto and Hidekata Hontani, “Weighted Integral Method for Describing Edges”, in Proceedings, SICE Annual Conference 2013, pp. 2481–2488, 2013.

### 国内会議

- 後藤秀聡，内藤拓未，本谷秀堅，“3次元CT画像中の肺野の局所構造のパラメトリックな記述のための荷重積分法”，第32回センシングフォーラム計測部門大会，1C1-4，2015年9月．

- 後藤秀聡, 本谷秀堅, “荷重積分法による局所アピランスのパラメトリックな記述のための窓幅推定”, 第33回日本医用画像工学会大会 (JAMIT2014), OP3-2, 2014年7月.
- 後藤秀聡, 本谷秀堅, “荷重積分法による局所アピランスのパラメトリックな記述のための窓幅推定”, 医用画像研究会 (MI), 信学技報, vol. 114, no. 42, MI2014-9, pp. 43-48, 2014年5月 (研究会奨励賞受賞)
- Hidetoshi Goto and Hidekata Hontani, “Weighted Integral Method for Parametrically Describing Local Image Appearance”, Meeting on Image Recognition and Understanding (MIRU2013), vol. 2013, OS2-2, July 2013.
- 後藤秀聡, 本谷秀堅, “医用画像中の曲線構造のパラメトリックな記述”, 医用画像研究会 (MI), 信学技報, vol. 113, no. 146, MI2013-19, pp. 1-6, 2013年7月.
- 後藤秀聡, 本谷秀堅, “荷重積分法を用いた画像中のエッジのパラメトリックな記述”, パターン認識・メディア理解研究会 (PRMU), 信学技報, vol. 113, no. 63, PRMU2013-17, pp. 79-84, 2013年5月.
- 後藤秀聡, 小河雅司, 本谷秀堅, “画像中のエッジのパラメトリックな記述のための荷重積分法”, 画像の理解・認識シンポジウム (MIRU2012), vol. 2012, IS1-09, 2012年8月.
- 小河雅司, 後藤秀聡, 本谷秀堅, “荷重積分法を用いた画像中の輪郭のガウス関数に基づくパラメトリック表現”, コンピュータビジョンとイメージメディア研究会 (CVIM), vol. 2012-CVIM-181, no. 14, pp. 1-8, 2012年3月.
- 小河雅司, 後藤秀聡, 本谷秀堅, “荷重積分法を用いたガウス関数による局所的アピランスの表現”, 画像の理解・認識シンポジウム (MIRU2011), vol. 2011, IS-55, 2011年7月.

## 参考文献

- [1] J.J. Leimer, “Design factors in the development of an optical character recognition machine,” *IRE Transactions on Information Theory*, vol. 8, no. 2, pp. 167–171, Feb. 1962.
- [2] G.J. Balm, “An introduction to optical character reader considerations,” *Pattern Recognition*, vol. 2, no. 3, pp. 151–166, 1970.
- [3] Y. LeCun, L. Bottou, Y. Bengio, and P. Haffner, “Gradient-based learning applied to document recognition,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 86, no. 11, pp. 2278–2324, Nov. 1998.
- [4] R. Salakhutdinov and G.E. Hinton, “Deep Boltzmann machines,” *International Conference on Artificial Intelligence and Statistics*, pp. 448–455, 2009.
- [5] P. Sermanet, S. Chintala, and Y. LeCun, “Convolutional neural networks applied to house numbers digit classification,” *21st International Conference on Pattern Recognition (ICPR 2012)*, pp. 3288–3291, Nov. 2012.
- [6] C. Tomasi and T. Kanade, “Shape and motion from image streams under orthography: a factorization method,” *International Journal of Computer Vision*, vol. 9, no. 2, pp. 137–154, 1992.
- [7] P.J. Besl and N.D. McKay, “Method for registration of 3-D shapes,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 14, no. 2, pp. 239–256, 1992.
- [8] H. Hoppe, T. DeRose, T. Duchamp, J. McDonald, and W. Stuetzle, “Surface reconstruction from unorganized points,” *ACM SIGGRAPH Computer Graphics*, vol. 26, no. 2, pp. 71–78, July 1992.
- [9] H. Delingette, “General object reconstruction based on simplex meshes,” *International Journal of Computer Vision*, vol. 32, no. 2, pp. 111–146, 1999.

- [10] A.N. Rajagopalan, S. Chaudhuri, and U. Mudenagudi, “Depth estimation and image restoration using defocused stereo pairs,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 26, no. 11, pp. 1521–1525, 2004.
- [11] P. Favaro and S. Soatto, “A geometric approach to shape from defocus,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 27, no. 3, pp. 406–417, 2005.
- [12] K. Ni, D. Steedly, and F. Dellaert, “Out-of-core bundle adjustment for large-scale 3D reconstruction,” *11th International Conference on Computer Vision (ICCV 2007)*, pp. 1–8, Oct. 2007.
- [13] A. Samal and P.A. Iyengar, “Automatic recognition and analysis of human faces and facial expressions: a survey,” *Pattern Recognition*, vol. 25, no. 1, pp. 65–77, 1992.
- [14] R. Chellappa, C.L. Wilson, and S. Sirohey, “Human and machine recognition of faces: a survey,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 83, no. 5, pp. 705–741, May 1995.
- [15] T.F. Cootes, G.J. Edwards, and C.J. Taylor, “Active appearance models,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 23, no. 6, pp. 681–685, 2001.
- [16] S. Shigematsu, H. Morimura, Y. Tanabe, T. Adachi, and K. Machida, “A single-chip fingerprint sensor and identifier,” *IEEE Journal of Solid-State Circuits*, vol. 34, no. 12, pp. 1852–1859, Dec. 1999.
- [17] D. Maltoni, D. Maio, A.K. Jain, and S. Prabhakar, *Handbook of fingerprint recognition*, Springer Science & Business Media, 2009.
- [18] 金華 栄, 小畑秀文, “多重構造要素を用いたモルフォロジーフィルタによる微小石灰化像の抽出,” *電子情報通信学会論文誌. D-II, 情報・システム, II-情報処理*, vol. 75, no. 7, pp. 1170–1176, July 1992.
- [19] Y. Sato, S. Nakajima, N. Shiraga, H. Atsumi, S. Yoshida, T. Koller, G. Gerig, and R. Kikinis, “Three-dimensional multi-scale line filter for segmentation and visualization of curvilinear structures in medical images,” *Medical Image Analysis*, vol. 2, no. 2, pp. 143–168, 1998.
- [20] A.F. Frangi, W.J. Niessen, K.L. Vincken, and M.A. Viergever, “Multiscale vessel enhancement filtering,” *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI 1998)*, vol. 1496, pp. 130–137, *Lecture Notes in Computer Science*, Springer Berlin Heidelberg, 1998.

- [21] M.A. Audette, F.P. Ferrie, and T.M. Peters, “An algorithmic overview of surface registration techniques for medical imaging,” *Medical Image Analysis*, vol. 4, no. 3, pp. 201–217, 2000.
- [22] Y. Boykov and M.-P. Jolly, “Interactive organ segmentation using graph cuts,” *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI 2000)*, vol. 1935, pp. 276–286, *Lecture Notes in Computer Science*, Springer Berlin Heidelberg, 2000.
- [23] T. Walter and J.C. Klein, “Segmentation of color fundus images of the human retina: Detection of the optic disc and the vascular tree using morphological techniques,” *Medical Data Analysis*, vol. 2199, pp. 282–287, *Lecture Notes in Computer Science*, Springer Berlin Heidelberg, 2001.
- [24] M. Descoteaux, E. Angelino, S. Fitzgibbons, and R. Deriche, “Apparent diffusion coefficients from high angular resolution diffusion imaging: Estimation and applications,” *Magnetic Resonance in Medicine*, vol. 56, no. 2, pp. 395–410, 2006.
- [25] P. Risholm, S. Pieper, E. Samsset, and W.M. Wells III, “Summarizing and visualizing uncertainty in non-rigid registration,” *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI 2010)*, vol. 6362, pp. 554–561, *Lecture Notes in Computer Science*, Springer Berlin Heidelberg, 2010.
- [26] V. Bismuth, R. Vaillant, H. Talbot, and L. Najman, “Curvilinear structure enhancement with the polygonal path image — application to guide-wire segmentation in X-ray fluoroscopy,” *Medical Image Computing and Computer-Assisted Intervention (MICCAI 2012)*, vol. 7511, pp. 9–16, *Lecture Notes in Computer Science*, Springer Berlin Heidelberg, 2012.
- [27] V. Bismuth, “Image processing algorithms for the visualization of interventional devices in X-ray fluoroscopy,” PhD thesis, Université Paris-Est, 2012.
- [28] H. Hontani, T. Matsuno, and Y. Sawada, “Robust nonrigid ICP using outlier-sparsity regularization,” *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR 2012)*, pp. 174–181, June 2012.
- [29] H. Hontani, Y. Tsunekawa, and Y. Sawada, “Accurate and robust registration of nonrigid surface using hierarchical statistical shape model,” *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR 2013)*, pp. 2977–2984, June 2013.
- [30] W. Xiaoling, “A novel circular ring histogram for content-based image retrieval,” *First International Workshop on Education Technology and Computer Science (ETCS 2009)*, vol. 2, pp. 785–788, March 2009.

- [31] S. Wang and H. Qin, “A study of order-based block color feature image retrieval compared with cumulative color histogram method,” Sixth International Conference on Fuzzy Systems and Knowledge Discovery (FSKD 2009), vol. 1, pp. 81–84, Aug. 2009.
- [32] C. Farabet, C. Couprie, L. Najman, and Y. LeCun, “Learning hierarchical features for scene labeling,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 35, no. 8, pp. 1915–1929, Aug. 2013.
- [33] G. Papari and N. Petkov, “Edge and line oriented contour detection: State of the art,” *Image and Vision Computing*, vol. 29, no. 2-3, pp. 79–103, 2011.
- [34] H. Farid, “Blind inverse gamma correction,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 10, no. 10, pp. 1428–1433, Oct. 2001.
- [35] S.-C. Huang, F.-C. Cheng, and Y.-S. Chiu, “Efficient contrast enhancement using adaptive gamma correction with weighting distribution,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 22, no. 3, pp. 1032–1041, March 2013.
- [36] J.-Y. Kim, L.-S. Kim, and S.-H. Hwang, “An advanced contrast enhancement using partially overlapped sub-block histogram equalization,” *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, vol. 11, no. 4, pp. 475–484, April 2001.
- [37] N. Bassiou and C. Kotropoulos, “Color image histogram equalization by absolute discounting back-off,” *Computer Vision and Image Understanding*, vol. 107, no. 1-2, pp. 108–122, 2007.
- [38] J.-H. Han, S. Yang, and B.-U. Lee, “A novel 3-D color histogram equalization method with uniform 1-D gray scale histogram,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 20, no. 2, pp. 506–512, Feb. 2011.
- [39] P. Perona and J. Malik, “Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 12, no. 7, pp. 629–639, 1990.
- [40] C. Tomasi and R. Manduchi, “Bilateral filtering for gray and color images,” Sixth International Conference on Computer Vision, pp. 839–846, Jan. 1998.
- [41] Z. Farbman, R. Fattal, D. Lischinski, and R. Szeliski, “Edge-preserving decompositions for multi-scale tone and detail manipulation,” *ACM Transactions on Graphics*, vol. 27, no. 3, pp. 67:1–67:10, Aug. 2008.

- [42] V. Katkovnik, A. Foi, K. Egiazarian, and J. Astola, “From local kernel to nonlocal multiple-model image denoising,” *International Journal of Computer Vision*, vol. 86, no. 1, pp. 1–32, 2010.
- [43] E.S. Gastal and M.M. Oliveira, “Domain transform for edge-aware image and video processing,” *ACM Transactions on Graphics*, vol. 30, no. 4, pp. 69:1–69:12, July 2011.
- [44] H. Ishikawa, “Transformation of general binary MRF minimization to the first-order case,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 33, no. 6, pp. 1234–1249, June 2011.
- [45] K. He, J. Sun, and X. Tang, “Guided image filtering,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 35, no. 6, pp. 1397–1409, June 2013.
- [46] J. Canny, “A computational approach to edge detection,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. PAMI-8, no. 6, pp. 679–698, 1986.
- [47] W.T. Freeman and E.H. Adelson, “The design and use of steerable filters,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 13, no. 9, pp. 891–906, 1991.
- [48] T. Lindeberg, *Scale-Space Theory in Computer Vision*, Kluwer Academic Publishers, 1994.
- [49] T. Lindeberg, “Edge detection and ridge detection with automatic scale selection,” *International Journal of Computer Vision*, vol. 30, no. 2, pp. 117–156, 1998.
- [50] J.H. Elder and S.W. Zucker, “Local scale control for edge detection and blur estimation,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 20, no. 7, pp. 699–716, 1998.
- [51] S. Ando, “Image field categorization and edge/corner detection from gradient covariance,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 22, no. 2, pp. 179–190, Feb. 2000.
- [52] P. Meer and B. Georgescu, “Edge detection with embedded confidence,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 23, no. 12, pp. 1351–1365, Dec. 2001.
- [53] C. Harris and M. Stephens, “A combined corner and edge detector,” *Proceedings of Fourth Alvey Vision Conference*, pp. 147–151, 1988.

- [54] D.G. Lowe, “Object recognition from local scale-invariant features,” Proceedings, IEEE International Conference on Computer Vision, vol. 2, pp. 1150–1157, 1999.
- [55] D.G. Lowe, “Distinctive image features from scale-invariant keypoints,” International Journal of Computer Vision, vol. 60, no. 2, pp. 91–110, 2004.
- [56] N. Dalal and B. Triggs, “Histograms of oriented gradients for human detection,” IEEE Computer Society Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR 2005), vol. 1, pp. 886–893, June 2005.
- [57] N. Dalal, B. Triggs, and C. Schmid, “Human detection using oriented histograms of flow and appearance,” European Conference on Computer Vision (ECCV 2006), vol. 3952, pp. 428–441, Lecture Notes in Computer Science, Springer Berlin Heidelberg, 2006.
- [58] D. Marr, *Vision: A Computational Investigation into the Human Representation and Processing of Visual Information*, W. H. Freeman and Company, 1982.
- [59] M. Kass, A. Witkin, and D. Terzopoulos, “Snakes: Active contour models,” International Journal of Computer Vision, vol. 1, no. 4, pp. 321–331, 1988.
- [60] T.F. Cootes, C.J. Taylor, D.H. Cooper, and J. Graham, “Active shape models – their training and application,” Computer Vision and Image Understanding, vol. 61, no. 1, pp. 38–59, 1995.
- [61] G.W. Taylor, R. Fergus, Y. LeCun, and C. Bregler, “Convolutional learning of spatio-temporal features,” European Conference on Computer Vision (ECCV 2010), vol. 6316, pp. 140–153, Lecture Notes in Computer Science, Springer Berlin Heidelberg, 2010.
- [62] A. Krizhevsky, I. Sutskever, and G.E. Hinton, “ImageNet classification with deep convolutional neural networks,” *Advances in Neural Information Processing Systems 25*, pp. 1097–1105, Curran Associates, Inc., 2012.
- [63] D. Ciresan, A. Giusti, L.M. Gambardella, and J. Schmidhuber, “Deep neural networks segment neuronal membranes in electron microscopy images,” *Advances in Neural Information Processing Systems 25*, pp. 2843–2851, Curran Associates, Inc., 2012.
- [64] R. Girshick, J. Donahue, T. Darrell, and J. Malik, “Rich feature hierarchies for accurate object detection and semantic segmentation,” *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR 2014)*, pp. 580–587, June 2014.



- [65] M. Ozeki and T. Okatani, “Understanding convolutional neural networks in terms of category-level attributes,” 12th Asian Conference on Computer Vision (ACCV 2014), vol. 9004, pp. 362–375, Lecture Notes in Computer Science, Springer International Publishing, 2014.
- [66] A. Karpathy, G. Toderici, S. Shetty, T. Leung, R. Sukthankar, and L. Fei-Fei, “Large-scale video classification with convolutional neural networks,” IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR 2014), pp. 1725–1732, June 2014.
- [67] S.M.Ali Eslami, N. Heess, C.K. Williams, and J. Winn, “The shape Boltzmann machine: A strong model of object shape,” International Journal of Computer Vision, vol. 107, no. 2, pp. 155–176, 2014.
- [68] Y.N. Wu, Z. Si, H. Gong, and S.-C. Zhu, “Learning active basis model for object detection and recognition,” International Journal of Computer Vision, vol. 90, no. 2, pp. 198–235, 2010.
- [69] S.C. Zhu, X.W. Liu, and Y.N. Wu, “Exploring texture ensembles by efficient Markov chain Monte Carlo — toward a “Trichromacy” theory of texture,” IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 22, no. 6, pp. 554–569, June 2000.
- [70] S.C. Zhu, K. Shi, and Z. Si, “Learning explicit and implicit visual manifolds by information projection,” Pattern Recognition Letters, vol. 31, no. 8, pp. 667–685, 2010.
- [71] Z. Si and S.C. Zhu, “Learning hybrid image templates (HIT) by information projection,” IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, vol. 34, no. 7, pp. 1354–1367, July 2012.
- [72] B.B. Kimia, I. Frankel, and A.-M. Popescu, “Euler spiral for shape completion,” International Journal of Computer Vision, vol. 54, no. 1-3, pp. 159–182, 2003.
- [73] A. Tamrakar and B.B. Kimia, “No grouping left behind: From edges to curve fragments,” IEEE International Conference on Computer Vision, pp. 1–8, 2007.
- [74] G. Harary and A. Tal, “3D euler spirals for 3D curve completion,” Computational Geometry, vol. 45, no. 3, pp. 115–126, 2012.
- [75] Y. Guo, N. Kumar, M. Narayanan, and B. Kimia, “A multi-stage approach to curve extraction,” European Conference on Computer Vision (ECCV 2014), pp. 663–678, Springer, 2014.

- [76] E. Türetken, F. Benmansour, B. Andres, H. Pfister, and P. Fua, “Reconstructing loopy curvilinear structures using integer programming,” *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR 2013)*, pp. 1822–1829, June 2013.
- [77] 安藤 繁, 栗原 徹, “荷重積分法に基づく周波数変調信号の短時間厳密パラメータ推定,” 第25回センシングフォーラム資料, 第25巻, pp. 19–24, 2008.
- [78] S. Ando and T. Nara, “An exact direct method of sinusoidal parameter estimation derived from finite Fourier integral of differential equation,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 57, no. 9, pp. 3317–3329, 2009.
- [79] S. Bae and F. Durand, “Defocus magnification,” *Computer Graphics Forum*, vol. 26, pp. 571–579, 2007.
- [80] A. Chakrabarti, T. Zickler, and W.T. Freeman, “Analyzing spatially-varying blur,” *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR 2010)*, pp. 2512–2519, 2010.
- [81] C. Rhemann, C. Rother, J. Wang, M. Gelautz, P. Kohli, and P. Rott, “A perceptually motivated online benchmark for image matting,” *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR 2009)*, pp. 1826–1833, June 2009.
- [82] C. Rhemann, C. Rother, P. Kohli, and M. Gelautz, “A spatially varying PSF-based prior for alpha matting,” *IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR 2010)*, pp. 2149–2156, 2010.
- [83] T. Poggio, V. Torre, and C. Koch, “Computational vision and regularization theory,” *Nature*, vol. 317, no. 26, pp. 314–319, 1985.
- [84] M. Bertero, T.A. Poggio, and V. Torre, “Ill-posed problems in early vision,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 76, no. 8, pp. 869–889, Aug. 1988.
- [85] S. Ando, “Consistent gradient operators,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 22, no. 3, pp. 252–265, March 2000.
- [86] R.C. Aster, B. Borchers, and C.H. Thurber, *Parameter Estimation and Inverse Problems*, Academic Press, 2013.
- [87] R. Hartley and A. Zisserman, *Multiple View Geometry in Computer Vision*, second edition, Cambridge University Press, 2004.
- [88] 金谷健一, *空間データの数理*, 朝倉書店, 1995.
- [89] C.M. Bishop, *Pattern Recognition and Machine Learning*, springer, 2006.

- [90] Y. Boykov, O. Veksler, and R. Zabih, “Fast approximate energy minimization via graph cuts,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 23, no. 11, pp. 1222–1239, Nov. 2001.
- [91] Y. Boykov and G. Funka-Lea, “Graph cuts and efficient N-D image segmentation,” *International Journal of Computer Vision*, vol. 70, no. 2, pp. 109–131, 2006.
- [92] V. Kolmogorov and R. Zabih, “What energy functions can be minimized via graph cuts?,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 26, no. 2, pp. 147–159, Feb. 2004.
- [93] O. Woodford, P. Torr, I. Reid, and A. Fitzgibbon, “Global stereo reconstruction under second-order smoothness priors,” *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, vol. 31, no. 12, pp. 2115–2128, Dec. 2009.
- [94] 本谷秀堅, “多重解像度解析による図形形状の記述の研究,” PhD thesis, 東京大学, 2000.
- [95] J.G. Daugman, “Uncertainty relation for resolution in space, spatial frequency, and orientation optimized by two-dimensional visual cortical filters,” *Journal of the Optical Society of America A*, vol. 2, no. 7, pp. 1160–1169, July 1985.
- [96] J.G. Daugman, “Complete discrete 2-D Gabor transforms by neural networks for image analysis and compression,” *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, vol. 36, no. 7, pp. 1169–1179, July 1988.
- [97] S. Mallat, *A wavelet tour of signal processing*, Academic press, 1999.
- [98] M.W. Marcellin, M.J. Gormish, A. Bilgin, and M.P. Boliek, “An overview of JPEG-2000,” *Proceedings, Data Compression Conference*, pp. 523–541, 2000.
- [99] E.J. Candès and D.L. Donoho, “Curvelets – a surprisingly effective nonadaptive representation for objects with edges,” *Technical report*, Vanderbilt University Press, 2000.
- [100] J.-L. Starck, E.J. Candès, and D.L. Donoho, “The curvelet transform for image denoising,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 11, no. 6, pp. 670–684, June 2002.
- [101] E.J. Candès, L. Demanet, D.L. Donoho, and L. Ying, “Fast discrete curvelet transforms,” *Multiscale Modeling & Simulation*, vol. 5, no. 3, pp. 861–899, 2006.
- [102] A. Woiselle, J.-L. Starck, and J. Fadili, “3-D data denoising and inpainting with the low-redundancy fast curvelet transform,” *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, vol. 39, no. 2, pp. 121–139, 2011.

- [103] K. Guo, D. Labate, W.-Q. Lim, G. Weiss, and E. Wilson, “Wavelets with composite dilations and their MRA properties,” *Applied and Computational Harmonic Analysis*, vol. 20, no. 2, pp. 202–236, 2006.
- [104] S. Yi, D. Labate, G.R. Easley, and H. Krim, “A shearlet approach to edge analysis and detection,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 18, no. 5, pp. 929–941, May 2009.
- [105] E. Le Pennec and S. Mallat, “Sparse geometric image representations with bandelets,” *IEEE Transactions on Image Processing*, vol. 14, no. 4, pp. 423–438, April 2005.