

博 士 論 文

クエット・ポアズイユ型乱流
に関する研究

1998年

加 藤 義 孝

名古屋工業大学博士論文

甲第238号(課程修了による)

平成10年3月31日授与

目次

| | |
|------------------------------|-------------|
| 記号 | iii |
| 第 1 章 緒論 | -1- |
| 1.1 本研究の背景および意義 | -1- |
| 1.1.1 平均速度分布法則に関する研究 | -1- |
| 1.1.2 乱れ統計量に関する研究 | -3- |
| 1.2 クエット・ポアズイユ流れの特色および本研究の目的 | -4- |
| 1.3 本論文の構成 | -5- |
| 第 2 章 実験装置および方法 | -6- |
| 2.1 実験装置 | -6- |
| 2.2 熱線流速計による流速分布の測定方法 | -6- |
| 2.3 壁面せん断応力の測定方法 | -8- |
| 第 3 章 平均速度分布 | -13- |
| 3.1 緒言 | -13- |
| 3.2 実験装置および方法 | -13- |
| 3.3 クエット型とポアズイユ型 | -14- |
| 3.4 壁面せん断応力 | -16- |
| 3.5 対数法則 | -17- |
| 3.6 1/2 乗則 | -18- |
| 3.7 乱流コア部の考察 | -19- |
| 3.8 結言 | -20- |
| 第 4 章 乱れ強さ | -28- |
| 4.1 緒言 | -28- |
| 4.2 実験装置及び方法 | -28- |
| 4.3 流れタイプと相似則 | -28- |
| 4.4 実験結果及び考察 | -30- |
| 4.4.1 流れ方向乱れ強さ | -30- |
| 4.4.2 壁垂直方向乱れ強さ | -31- |
| 4.5 結言 | -32- |
| 第 5 章 高次統計量 | -42- |
| 5.1 緒言 | -42- |
| 5.2 相関係数 | -42- |
| 5.3 スキューネス及びフラットネス係数 | -42- |
| 5.4 レイノルズせん断応力の四象限分解 | -43- |
| 5.5 結言 | -45- |

| | |
|------------------------------------|------|
| 第 6 章 結論 | -57- |
| 参考文献 | -59- |
| 謝辞 | -63- |
| Appendix | -64- |
| A X 型熱線による 2 方向速度成分の測定原理及び計算方法 | -64- |
| A-1 記号 | -64- |
| A-2 原理と方法 | -65- |
| A-3 X 型熱線流速計の検定結果 | -68- |
| B 壁面せん断応力こう配を考慮した Van-Driest の式の導出 | -75- |

記号

- A_1 ; u'^+ の壁面におけるこう配 $= du'^+/dy^+(y=0)$
 A^+ ; Van-Driest の減衰係数
 B ; 対数則の付加定数(切片定数)
 C'_f ; $U(h')$ 基準の壁面摩擦係数 $= 2u_*^2/U(h')^2 = \tau_w/\{\rho U(h')^2/2\}$
 C_f ; ベルト速度基準の壁面摩擦係数 $= 2u_*^2/U_b^2 = \tau_w/\{\rho U_b^2/2\}$
 D, D' ; 平均速度分布の速度欠損則のこう配
 $F(u')$; u' のフラットネスファクタ $= \overline{u^4}/u'^4$
 $F(v')$; v' のフラットネスファクタ $= \overline{v^4}/v'^4$
 Fr_i ($i = 1\sim 4$)
 ; u - v 平面における1~4の各象限の頻度
 h ; 流路高さの1/2
 h' ; 平均速度より求めた分割面までの距離
 ポアズイユ型 $= 2u_{*s}^2 h/(u_{*s}^2 + u_{*m}^2)$
 クエット型 $= 2u_{*s} h/(u_{*s} + u_{*m})$
 K_1, K_2 ; 1/2乗則のこう配および付加定数(切片定数)
 n, n' ; 平均速度分布の速度欠損則における指数
 Re^* ; h 基準のレイノルズ数 $= hu_*/\nu = h/\delta_v$
 Re'^* ; h' 基準のレイノルズ数 $= h'u_*/\nu = h'/\delta_v$
 $sgn(\alpha)$; α の符号
 $S(u')$; u' のスキューネスファクタ $= \overline{u^3}/u'^3$
 $S(v')$; v' のスキューネスファクタ $= \overline{v^3}/v'^3$
 U ; 時間平均流速
 U_b ; ベルト速度
 u' ; 流れ方向乱れ強さ $= \sqrt{\overline{u^2}}$
 u_e ; 有効摩擦速度 $= \sqrt{|\alpha|h}$
 u_L ; 局所摩擦速度 $= \sqrt{\tau/\rho}$
 u_* ; 壁面摩擦速度 $= \sqrt{\tau_w/\rho}$
 $-\overline{\rho u'v'}$; レイノルズせん断応力
 $(-uv)_i$ ($i = 1\sim 4$)
 ; u - v 平面での1~4の各象限における $-\overline{uv}$ の値
 v' ; 高さ方向(壁垂直方向)乱れ強さ $= \sqrt{\overline{v^2}}$
 y ; 静止壁からの距離
 ギリシヤ文字
 α ; せん断応力こう配 $= (1/\rho) \cdot (d\tau/dy)$
 β ; h 基準の流れタイプパラメータ
 $= \alpha h/u_*^2 = h/\delta_p \cdot sgn(\alpha)$
 β' ; h' 基準の流れタイプパラメータ
 $= \alpha h'/u_*^2 = h'/\delta_p \cdot sgn(\alpha)$

- δ_p ; せん断応力こう配長さスケール $= |u_*^2/\alpha|$
 δ_v ; 粘性長さスケール $= \nu/u_*$
 ε_T ; 渦動粘性係数
 η ; ポアズイユ型流れのコア領域の乱れ強さを
 整理するために導入した座標 $\eta = y - \delta_p$
 κ ; カルマン定数
 μ ; せん断応力こう配パラメータ
 $= u_*^3/\alpha\nu = \delta_p/\delta_v \cdot \text{sgn}(\alpha)$
 ν ; 動粘性係数
 ρ ; 流体の密度
 τ ; せん断応力
 τ_w ; 壁面せん断応力 $= \tau(y = 0)$

添字

- s, m ; それぞれ静止壁, 移動壁を表す
 $+$; u_*, ν で無次元化した無次元量

第 1 章 緒論

1.1 本研究の背景および意義

本研究は、完全に発達したクエット・ポアズイユ型乱流の平均速度分布の法則および乱れ統計量の分布に及ぼすせん断応力こう配を含むパラメータの影響について、実験的に研究したものである。クエット・ポアズイユ型乱流を対象とした同様の研究には El Telbany & Reynolds⁽¹⁾⁽²⁾の研究があるが、彼らの結果には1.1.1, 1.1.2節で述べるように疑問点があると考えられる。El Telbany & Reynoldsの他にこの流れに注目した研究には次のようなものがある。Corenflos et al.⁽³⁾の実験およびDNS, Kuroda et al.⁽⁴⁾のDNS, Gretler & Meile⁽⁵⁾の $k-\epsilon$ モデルを用いた数値計算などがある。いずれも、数値計算や乱流モデルのためのデータベースの構築のためにクエット・ポアズイユ型乱流へ適用したもので、本論文とは目的が相違する。

クエット・ポアズイユ流れは壁近傍に限れば、平衡条件を満たす乱流境界層流れと比較することができる。平衡条件については幾つかの提案がなされている⁽⁶⁾⁽⁷⁾⁽⁸⁾が、本論文では Kader & Yaglom⁽⁹⁾の提案した次式の「移動平衡(moving-equilibrium)」の条件を満たす流れと比較する。

$$\left(\frac{U_\infty}{\alpha} \frac{d\alpha}{dx}\right)^{-1} \gg \left(\frac{\delta}{\alpha}\right)^{1/2} \quad (1-1)$$

ここで、 U_∞ は主流速度、 α は圧力こう配 $\rho^{-1} \cdot \partial P / \partial x$ (あるいは壁面におけるせん断応力の高さ方向のこう配 $\partial \tau / \partial y (y = 0)$)、 δ は境界層厚さである。彼らは、この条件を満たす流れは、「流れ方向に大きな変化がないので、流れ方向のある位置 x での速度分布や乱流構造は上流の履歴の影響(upstream history)を受けず、その位置で決まる適切な局所パラメータのみで表される」としている。Kader & Yaglomの移動平衡条件を満たす流れは、Clauser⁽⁷⁾や Townsend⁽⁸⁾の条件を満たしているので、適用範囲が広いと考えられる。

以下に、平均速度と乱れ統計量について、移動平衡の条件を満たす乱流境界層流れ、円管内流れ、そして後に述べるようにクエット・ポアズイユ流れの特別な場合である平板チャンネル流れも含めて、これまでに行われてきた研究についての概観と問題点を述べる。

1.1.1 平均速度分布法則に関する研究

クエット・ポアズイユ型乱流の平均速度に関して見出されてきた分布法則には次のものが挙げられる。

1. 壁法則
2. 1/2乗則
3. 速度欠損則

まず、壁法則に影響を与えるパラメータについて Kader & Yaglom⁽⁹⁾, El Telbany & Reynolds⁽¹⁾にならって次元解析の手法を用いてパラメータの検討を行う。クエット・ポアズイユ型流れの時間平均流速 U は5つの変数を用いて次のように表される。

$$U = f_1(y, u_*, \nu, \alpha, h) \quad (1-2)$$

壁近傍を問題にするので、独立次元に u_* , ν をとり上式を無次元化する。

$$\begin{aligned} U^+ &= f_2\left(\frac{yu_*^*}{\nu}, \frac{\alpha\nu}{u_*^3}, \frac{hu_*}{\nu}\right) \\ &= f_2(y^+, \mu, Re^*) \end{aligned} \quad (1-3)$$

上式で $|\mu|, Re^* \rightarrow \infty$ の場合、この2つのパラメータの影響がなくなるのでこれらを消去すると壁法則(壁変数 u_* と ν で無次元化すれば平均速度 U^+ が y^+ のみの関数で表される ($U^+ = f(y^+)$)) が得られるが、 $|\mu|, Re^* \rightarrow \infty$ が満たされない場合はパラメータ μ, Re^* を含むことがわかる。

壁法則より導かれる速度分布法則としては、「直線速度分布」, 「対数速度分布」, 「Van-Driestの式⁽¹⁰⁾」がよく知られている。十分に高レイノルズ数の流れにおいては対数速度分布中のこう配 $1/\kappa$ と付加定数 B はほぼ一定で、 $\kappa \approx 0.4$, $B \approx 5.5$ がよく用いられる。Van-Driestの式中の減衰係数 A^+ は零圧力こう配下の境界層では $A^+ = 26$ となる。そして、この普遍性を利用して壁面せん断応力の決定⁽¹¹⁾⁽¹²⁾⁽¹³⁾ や数値計算における人工壁面境界条件に用いられている⁽¹⁴⁾。

一方、上で述べた定数 κ , B および A^+ の値がパラメータに依存してどのように変化するかが研究されており、種々の条件下では B と A^+ が定数でなくなることが示されている。例えば、順圧力こう配下の乱流境界層では、Blackewkder & Kovaszny⁽¹⁵⁾, Spalart⁽¹⁶⁾ が圧力こう配が大きいとき対数則の付加定数 B が増大することを指摘している。また、逆圧力こう配下の乱流境界層に関して Kays⁽¹⁷⁾ は Van-Driest の減衰係数 A^+ が無次元圧力こう配 $P^+ = \nu(d\bar{P}/dx)/(\rho u_*^3)$ の減少とともに増大し、 $A^+ = 26/(1 + 30.18P^+)$ で与えられると報告している。Nagano et al.⁽¹⁸⁾ は P^+ の増加にともない対数速度分布の付加定数 B が減少することを報告している。円管および平板ポアズイユ流れでは、Patel & Head⁽¹⁹⁾ がレイノルズ数の減少にともない B が増大することを報告している。Huffman & Bradshaw⁽²⁰⁾ は混合距離理論を適用し順圧力こう配下で κ は常に一定、 A^+ は無次元せん断応力こう配 $\langle \partial\tau^+/\partial y^+ \rangle$ が増加すれば増大することを示した。Patel⁽²¹⁾ はまた乱流境界層、円管内乱流の実験結果に混合距離理論を適用し、上で述べたような対数領域における値の上下を確かめ、せん断応力こう配が大きくなることがその主な原因であるとしている。

以上述べたように速度分布法則とパラメータの関係が研究されてきたが、複数のパラメータの間の関係やパラメータと定数に関する定量的な研究は不十分である。

先に引用した研究で使われていたパラメータ P^+ (Kays と Nagano et al.) はクエット・ポアズイユ流れでは次の形になる。

$$P^+ = \nu \frac{d\bar{P}}{dx} \frac{1}{\rho u_*^3} = \nu(\rho\alpha) \frac{1}{\rho u_*^3} = \mu^{-1} \quad (1-4)$$

また、 $\langle \partial\tau^+/\partial y^+ \rangle$ (Huffman & Bradshaw) は、本論文の記号で書き直すと次のようになる。

$$\langle \partial\tau^+/\partial y^+ \rangle = \frac{\partial\tau}{\partial y} \frac{1}{\tau_w} \frac{\nu}{u_*} = \rho\alpha \frac{1}{\rho u_*^2} \frac{\nu}{u_*} = \mu^{-1} \quad (1-5)$$

次に、 $1/2$ 乗則と速度欠損則について示す。壁から離れた領域で、動粘性係数 ν よりせん断応力こう配 α が重要な領域(せん断応力こう配領域)では、 ν の代わりに α を独立次元に選ぶ。この領域の代表長さスケールは $\delta_p = |u_*^2/\alpha|$ である。平均速度(式(1-2))は次の式になる。

$$U^+ = f_3(\alpha y/u_*^2, \mu, \beta) \quad (1-6)$$

上式で、 μ , β が充分大きいときこれらのパラメータを省略できる。さらに、 $\alpha > 0$ かつ $y \gg \delta_p$ (あるいは $\alpha y / u_*^2 \gg 1$)の場合には、せん断応力こう配が u_* に依存しなくなり(壁面せん断応力相似性⁽⁹⁾) $1/2$ 乗則が得られる。いま、 $1/2$ 乗則の導出に当たって省略したパラメータ μ , β が充分大きくないときにはこれらの影響が現れる。Kader & Yaglom⁽⁹⁾は逆圧力こう配下の乱流境界層に対する Samuel & Joubert⁽²²⁾の実験結果などを整理し、 $1/2$ 乗則のこう配に対する β の影響などを考察している。

外部スケール h が支配的な乱流コア領域で、 u_* と h を独立次元に選ぶと式(1-2)は次式になる。

$$U^+ = f_4(y/h, Re^*, \beta) \quad (1-7)$$

上式で Re^* と β が充分大きいとき、これらのパラメータが省略できる。この領域では次の速度欠損則が成立する。

$$\frac{U_c - U}{u_*} = D \left(1 - \frac{y}{h}\right)^n \quad (1-8)$$

上式中の指数 n は渦粘性係数を仮定した理論では平板クエット流れでは1, 平板ポアズイユ流れでは2となるが, El Telbany & Reynolds⁽¹⁾は実験結果からクエット型流れに対し1, ポアズイユ型流れに対し1.9を得ている。

以上のように、次元解析を用いて平均速度分布はどのようなパラメータの影響を受けるかを考察した結果、レイノルズ数 Re^* , せん断応力こう配パラメータ μ , 流れタイプパラメータ β , の3つが挙げられることがわかる。

前述のようにクエット・ポアズイユ型流れに注目し、壁法則のみならず流路全体にわたっての平均速度分布を考察した実験的研究には El Telbany & Reynolds の研究⁽¹⁾が挙げられる。彼らは Kader & Yaglom⁽⁹⁾と Townsend⁽⁸⁾の解析を適用して平均速度分布の法則性を考察した。そして、壁面から順に粘性底層, 遷移, 対数, $1/2$ 乗則($\alpha > 0$)およびコアの各部に分けられることを示した。また、各部でのせん断応力こう配の影響は、粘性底層から対数則の領域では μ で、 $1/2$ 乗則とコア部では β で表され、それぞれ重要なパラメータとなっていることを示した。しかし、パラメータについては Re^* を無視しており、3つのパラメータを系統的に調べてはいない。また、対数速度分布に及ぼす μ の影響について、付加定数 B の変化には言及されていない。

1.1.2 乱れ統計量に関する研究

次に、乱れ統計量についてのこれまでの研究を概観する。まず、次元解析による検討を示すと流れ方向乱れ強さ u' についても平均速度分布の場合と同様、次のように表すことができる。

$$u'/u_* = u'^+ = f_5(y^+, \mu, Re^*) \quad (1-9)$$

上式は、 $|\mu|, Re^* \rightarrow \infty$ の場合、平均速度分布と同様 u'^+ は y^+ のみの関数となる。 y^+ が小さい壁のごく近傍では直線分布になり、 y^+ が充分大きい位置ではパラメータに依存しない一定値となるプラトー領域が存在する。

El Telbany & Reynolds は、乱れ統計量についても測定を行っており⁽²⁾、主に乱れ強さ分布の相似則について考察している。彼らは壁の非常に近傍での乱れ強さ u'^+ の直線分布のこう配が非常に広い範囲で一定であること($-0.376 < \mu < 1.12$ のときこう配が増大する)、プラトー領域は $|\mu| > 200$ において $y^+ > 80$ で存在すること、コア部では式(1-9)の u_* ではなく、別の速

度スケールを用いなければ相似な分布が得られないことを示した。その速度スケールはポアズイユ型流れでは $u_e = (u_{*s}^2 + u_{*m}^2)^{1/2}$ 、クエット型流れでは $u_L = \sqrt{\tau/\rho}$ であるとしている。彼らはさらに、乱れエネルギー、相関係数、乱れの生成項の分布を測定した。しかし、彼らの測定値には助走区間の影響が含まれており⁽²³⁾、特に乱れに関しては再検討が必要である。

他に乱れ統計量に注目した研究には、次のようなものがある。Wei & Willmarth⁽¹³⁾、Antonia et al.⁽²⁴⁾は平板ポアズイユ流れの乱れ強さ分布の測定結果から u^+ が y^+ のみの関数となるのは $y^+ \leq 12$ までであり、これより壁から遠くで分布形状に相違が見られるのはレイノルズ数の影響(低レイノルズ数効果)であるとしている。Nagano et al.⁽¹⁸⁾は逆圧力こう配下の乱流境界層において $P^+ (= \mu^{-1})$ の増加にともなって壁近傍乱れ強さ u^+ の直線分布のこう配の増大を記している。ただし、彼らの $P^+ (= \mu^{-1})$ とこう配との関係は、El Telbany & Reynolds の結果と一致しない。鬼頭・中林⁽²⁵⁾は平板ポアズイユ流れでプラトー領域が存在するのは $Re^* > 1500$ において $y^+ > 80$ の領域であると報告している。以上乱れ強さに関する研究のいくつかを挙げたが、パラメータとの関係について統一的な見方は確立されていない。また、高次統計量や4象限分解を用いた研究に関しては、平板ポアズイユ(Kim et al.⁽²⁶⁾)と平板クエット流れ(Bech et al.⁽²⁷⁾)をDNSにより研究した例やSkåre & Krogstad⁽²⁸⁾、Krogstad & Skåre⁽²⁹⁾の逆圧力こう配下の乱流境界層の実験などにみられるが、パラメータの変化に依存して分布形状がどう変化するかなどを調べた研究は見あたらない。

1.2 クエット・ポアズイユ流れの特色および本研究の目的

円管内流れと平板ポアズイユ流れでは $Re^* = -\mu$ の関係があるので、 Re^* と μ の効果を分離できず、 β の効果を確かめる実験を行うこともできない。一方、クエット・ポアズイユ型流れは次に挙げる特色を持っており、パラメータの影響を分離して、個別にその効果を理解するのに最適である。

1. 3つのパラメータ (Re^* , μ , β) のうちの2つを任意に設定することが容易にでき、系統的な実験ができる。
2. 高さ方向にせん断応力こう配が一定である。

クエット・ポアズイユ型流れは、圧力こう配による流れとせん断応力による流れを組み合わせた流れであり、移動壁の速度と圧力こう配を調整することにより、パラメータを任意に設定できる。平板ポアズイユ流れは純粋圧力こう配流れ ($U_b = 0$) で、平板クエット流れは純粋せん断流れ ($\alpha = 0$) であり、クエット・ポアズイユ型流れの中の2つの特別な例である。平板ポアズイユ流れでは、前述のように $Re^* = -\mu$ あるいは $\beta = \alpha h / u_*^2 = -1$ となり、 Re^* と μ の影響を分離できない。そしてパラメータ β に含まれる u_* , α , h のうちの1つが独立でなくなるので、式(1-2)の5つの物理量のうち1つが減って4つの物理量で表され、次元解析に用いる基本式 (u_* を含む) は次のようになる。

$$U = f_6(y, \nu, u_*, h) \quad (1-10)$$

$$= f_6(y, \nu, u_*, \alpha) \quad (1-11)$$

一方、平板クエット流れでは $\alpha = 0$ なので $\mu = \infty$, $\beta = 0$ である。したがって、パラメータは Re^* のみであり、乱流に及ぼすレイノルズ数のみの影響を調べることができる。次元解析に用いる基本式は式(1-12)となる。

$$U = f_7(y, \nu, u_x, h) \quad (1-12)$$

本論文では、一方が静止し(静止壁)もう一方が流れと同じあるいは逆方向に移動する(移動壁)平行な2枚の平板間で発達したクエット・ポアズイユ型乱流に対し、パラメータ Re^* , μ , β を系統的に変化させた実験を行い、XおよびI型熱線流速計を用いて測定した結果をまとめ、クエット・ポアズイユ型乱流に及ぼすパラメータの影響を明らかにする。はじめに、壁法則に影響を与えるパラメータを定量的に考察する。さらに、流路全体にわたる速度分布法則について考察する。次に、乱れ強さ分布について、これまでは特定の流れ場について報告されてきた結果も含め統一的に考察する。また、乱れの高次統計量とレイノルズせん断応力の四象限分解の結果を考察し、レイノルズせん断応力生成のメカニズムとの関連を明らかにする。

1.3 本論文の構成

本論文は5つの章から成り、次のように構成されている。第1章は、本論文の持つ背景と意義および目的等を述べた。第2章では、研究に用いた実験装置ならびに実験方法について述べる。第3章では、クエット・ポアズイユ型乱流の平均速度分布に及ぼすパラメータ Re^* , μ , β の影響を考察する。第4章では、乱れ強さ分布に及ぼすパラメータの効果について考察する。第5章では、相関係数、スキューネスおよびフラットネス係数、レイノルズせん断応力の四象限分解の結果より得られる各象限における寄与割合・頻度の分布に及ぼすパラメータについて考察する。第6章で本研究より得られた結果について総括する。付録では、X型熱線流速計を用いた測定における計算方法および検定結果と、本文中では煩雑になる式の導出について示した。

第 2 章 実験装置および方法

2.1 実験装置

本実験に使用した実験装置の概略図を図 2-1 に示す。座標系は流れ方向に x ，静止壁から移動壁に向かう方向(高さ方向)に y とする。実験装置は，上壁はアクリル製の静止壁，下壁はベルトによる移動壁である。流路上流と下流には振動が伝わらないよう流路とは別に設置したローラ用の土台があり，ベルトはこのローラによって張力がかけられている。インバータ制御による可変速度モータでローラを回転させることによりベルトを走行させる。側壁は溝型ジュラルミン材であり，流路高さ $2h$ を変えるために高さ 20,40,80 [mm] の3種類を用意した。流路全長(上下ローラ間距離)は 5.4 [m]，スパン方向の幅は 0.85 [m]，速度分布の測定位置は流路入り口より 3 [m] 下流である。流路上流には，インバータを用いた可変速度モータによる送風機を設置し，フィルタ，2次元ディフューザ，整流網を経て流路内に空気を送り込む。ベルトの移動速度は，ベルトに等間隔で貼った反射テープを単位時間内にピックアップがカウントする個数を速度に換算する回転計を使って測定し，所定の速度に設定した。壁面静圧こう配はアルコールを用いたマノメータ型精密微差圧計(1/100 [mm] 精度)で測定した。

本実験では，特に壁近傍において精密な位置設定が必要であり，その基準となる壁面からの距離の測定は以下のように行った。その原理を図 2-2 に示す。この図は上壁がベルトと平行ではない($\theta_w \neq 0$)の場合にも対応できるように描いてある。図に示すようにプリズムに写る熱線感知部の実像と虚像の間の距離を，移動ステージにとりつけた顕微鏡の視野の同一点(ほぼ中央)で捉えるために必要な移動距離 δ を，移動ステージに取り付けたマイクロメータ(1/1000 [mm] 精度)で測る。顕微鏡の倍率は，約 10 倍である。入射角と反射角が等しいという幾何学的関係から， δ の値から壁からの距離 y_0 を求める式は次式で表される。

$$y_0 = \frac{\delta}{2 \sin(2\theta_m - \theta_w)}$$

クエット・ポアズイユ型流れでは静止壁はベルトと水平であり $\theta_w = 0$ なので簡単化され，次式になる。

$$y_0 = \frac{\delta}{2 \sin(2\theta_m)}$$

I型熱線の場合は精度を上げるために，壁からの距離を変えて4箇所(約 1/100 [mm] 間隔)で壁面からの距離を測定する。そして，トラバース装置の示す移動量と壁からの距離の変化量が等しい(得られた値を最小自乗近似して直線に当てはめた時，その傾きと相関係数がほぼ1($\pm 1\%$)になる)ことを確認している。X型熱線は，チャンネル1,2のそれぞれについて感知部の両端(メッキ部の先端)と壁面との距離を測定し，得られた4つの値すべてを平均した値を採用した。

2.2 熱線流速計による流速分布の測定方法

平均速度および乱れ統計量の分布はI型(線径 5 [μm]，感知部長さ(0.8 [mm])及びX型熱線流速計(線径 3 [μm]，感知部長さ 0.5 [mm]，2本の熱線間の距離 0.3 [mm])を用いて測定した。それぞれの形状は図 2-3 2-4 に示す。I型熱線流速計では， u, v, w の合成された速度が検出されるが， $u \gg v, w$ であり，検出された速度はすべて u 成分であるとして，平均値 U ，乱れの実効値 u' など

を測定した。X型熱線流速計では2方向の速度成分を検出できるが、本研究では、流れ方向 x と高さ方向 y の成分を測定し、平均値 U 、乱れの実効値 u', v' 、レイノルズ応力 $-\rho\bar{u}v$ 等を測定した。ここで y 方向(高さ方向)に対する空間分解能(測定領域)を考えると、I型熱線は線径($5\mu\text{m}$)、一方X型熱線は約 0.3 [mm] であり、X型熱線の測定領域はI型のおよそ60倍である。このため壁近傍の速度分布の測定はI型熱線でなければできず、壁面せん断応力の決定(2.3章参照)には壁面近傍の速度分布を用いるので、I型熱線を用いた測定は必要不可欠である。

実験で測定された電圧から速度を求める方法について、I型熱線流速計では熱線の出力電圧と、流速の間に1対1の対応があり、その対応関係を検定によって求めておき、実験に際しては逆に出力電圧から流速を換算する。検定は、予め設定した流速に合わせて何点か行い、途中の値は直線で補間した。X型熱線流速計は、2本の熱線の出力を組み合わせることで2方向速度成分を計算するが、その原理及び具体的な計算方法等は、付録Aで示す。検定は専用風洞を用いて行った。検定風洞におけるX型熱線流速計で設定可能なピッチ角の範囲は、 $-30 \sim +30\text{ [deg]}$ である。

速度分布は、壁に近い位置から遠ざかる方向(y)へ熱線プローブを順次移動させて測定を行い、時間的に定常な速度の高さ方向への分布を得る。測定位置(熱線のある位置の壁からの距離)については次のように決定する。まず最も壁に近い出発点位置は前述の壁からの距離の測定方法で、絶対距離を測定する。それ以降の壁から離れた点は、最初の絶対位置に対して移動装置の指示する相対的な位置から決定する。熱線の移動装置の必要とする精度は、壁からの無次元距離によって異なり壁に近いほど高い精度が必要になる。これを考慮して、熱線の移動装置には、 $1/100\text{ [mm]}$ 精度のデジタルハイトゲージあるいはマイクロメータを改造した装置を使用した。そして、壁近傍は、 $1/1000\text{ [mm]}$ 精度(ストローク 2 [mm])のダイヤルゲージを用いて精度を高めた。

熱線流速計の出力電圧は、I型熱線の場合まずアナログテープ(TEAC/SR30)に記録し、これをA/D変換(マイクロサイエンス/ADM-5298)して光磁気ディスクに記録し直し、ワークステーション(SUN/SP-IPX)で計算処理を行った。X型熱線では、テープのS/N比を考慮して流速計の信号を直接A/D変換し光磁気ディスクに記録する方法をとった。測定値に対する不確かさ(uncertainty)は壁の非常に近傍を除けば、I型熱線では1%以内、X型熱線では約4%であり、グラフ中に示した不確かさの区間(error bar)は95%包括度(20:1 odd)を示す。

実験条件は流れの支配パラメータ Re^* 、 μ 、 β のうちの2つを与えて、その条件に合うベルト速度(U_b)と圧力こう配(α)を求め、ベルトと送風機のモータの回転数を設定する。設定する条件に Re^* と β を選ぶと U_b と α は次式で表される。

$$U_b = Re^* \sqrt{\frac{2\nu}{C_f h}} \quad (2-1)$$

$$\alpha = \beta Re^{*2} \frac{\nu^2}{h^3} \quad (2-2)$$

上式中の $C_f(=2u_*^2/U_b^2)$ は Re^* と β の関数として図3-2に与えられ、この図を用いて C_f を推定した。図3-2は、最初El Telbany & Reynolds⁽¹⁾⁽²⁾の結果をプロットし、実験を行う際の参考にした。そして推定精度を上げるため、実験の度に得られた値を加えて得られたものである。

2.3 壁面せん断応力の測定方法

乱流を特徴づける最も重要な量の1つである壁面せん断応力は、得られた実験結果を無次元化するための基本量の1つであるためデータの信頼性を直接左右する要因であり、またこれを含んだパラメータで流れを評価しようとしているので、精度と信頼性の高い方法で決定する必要がある。本研究では、Bahtia et al.⁽³⁰⁾ が示した原理を応用した Nagano et al.⁽¹⁸⁾ の方法を採用する。

この方法をごく簡単に説明する。熱線流速計の出力電圧は、壁近傍では正しい速度を示さず見かけ上、壁に近づくに従って速度が大きくなるような値を示す。この見かけ上の値は、壁面摩擦速度 u_* と動粘性係数 ν を用いて無次元化すれば、(壁及び熱線の材質、形状が変わらなければ) 流れの速度や圧力こう配などのパラメータによらず普遍的な分布となることが知られている⁽³⁰⁾。すなわち、熱線流速計を用いて測定を行っている以上何らかの補正なしには壁法則の壁のごく近傍での直線分布は測定できない。しかし、測定された速度分布を、壁変数を用いて次式のように整理すれば、関数 f は普遍的になる。

$$U^+ = f(y^+) \quad (2-3)$$

式(2-3)の分布(f の関数形)を u_* が何らかの方法で決定できる流れについて予め求めておく。この曲線を検定曲線として用い、実験で得た速度分布が対応す曲線に最もよく一致するよう無次元化変数 u_* を決定するのが、Nagano et al.⁽¹⁸⁾ の方法である。幾種類も提案されている u_* の求め方のうち、特定の速度分布(例えば対数速度分布)等を仮定せず、様々な流れパラメータに対応させるためには上記の方法が最適であると判断した。但し、 $|\mu|$ が小さい場合、この影響を無視できず、補正項が加わる。そこで、 $|\mu|$ の影響を考慮しなくてよい範囲の検定曲線を便宜上普遍分布と呼ぶ。この普遍分布と、補正項の関係は次のように示される。

クエット・ポアズイユ型流れのせん断応力こう配は一定なので、壁近傍のレイノルズせん断応力が影響しない領域では、次式が成り立つ。

$$\tau = \tau_w + \rho\alpha y = \rho\nu \frac{dU}{dy} \quad (2-4)$$

$$\nu \frac{dU}{dy} = u_*^2 + \alpha y \quad (2-5)$$

$$\frac{\nu}{u_*^2} \frac{dU}{dy} = 1 + \frac{\alpha y}{u_*^2} \quad (2-6)$$

$$\frac{dU^+}{dy^+} = 1 + \frac{y^+}{\mu} \quad (2-7)$$

$$\therefore U^+ = y^+ + \frac{y^{+2}}{2\mu} \quad (\because U^+(y^+ = 0) = 0) \quad (2-8)$$

$|\mu|$ が充分大きければ、式(2-8)の第2項が無視でき、壁法則の直線速度分布式と同じになる。 $|\mu|$ が小さいとき、式(2-8)のように第2項が付加されるのを考慮して、式(2-3)にこの項を加えて次式とする。

$$U^+ = f(y^+) + \frac{y^{+2}}{2\mu} \quad (2-9)$$

普遍分布 $f(u_*)$ は、専用の検定風洞を製作し、これを用いて決定した。この検定風洞はアスペクト比を35と大きくとっており、ほぼ理想的な2次元流れが実現されている。2次元流れの

N-S 式より流れ方向の静圧勾配(dP/dx)は高さ方向のせん断応力勾配($d\tau/dy$)と等しく、更に上下壁でその絶対値が等しいことから、壁面せん断応力を決定することが出来る。実際には側壁の効果は無視できず、側壁も含めた全周に渡ってせん断応力が等しいと仮定した。この仮定より、N-S 式から得られたせん断応力に $1/\sqrt{1+1/35}$ を乗じた値となる。この方法で求めた壁近傍の無次元速度分布(普遍分布)に、(実際に実験を行った時の)無次元せん断応力勾配を考慮して検定曲線とする。普遍分布を求める際の条件はレイノルズ数($Rec = 2hU_c/\nu$)が15000, 8000, 4000の3種類とし、壁近傍($y^+ = 2 \sim 8$)の無次元速度分布を3次式で最小自乗近似して決定した。ここで、 U_c は流路中央での流速である。実験によって得られた速度分布は、 $y^+ = 2 \sim 8$ の範囲で、上述の3次式に μ の影響を考慮した曲線を検定曲線として用い、曲線との差の自乗の総和が最も小さくなるように、直接探索法を使って決定した。

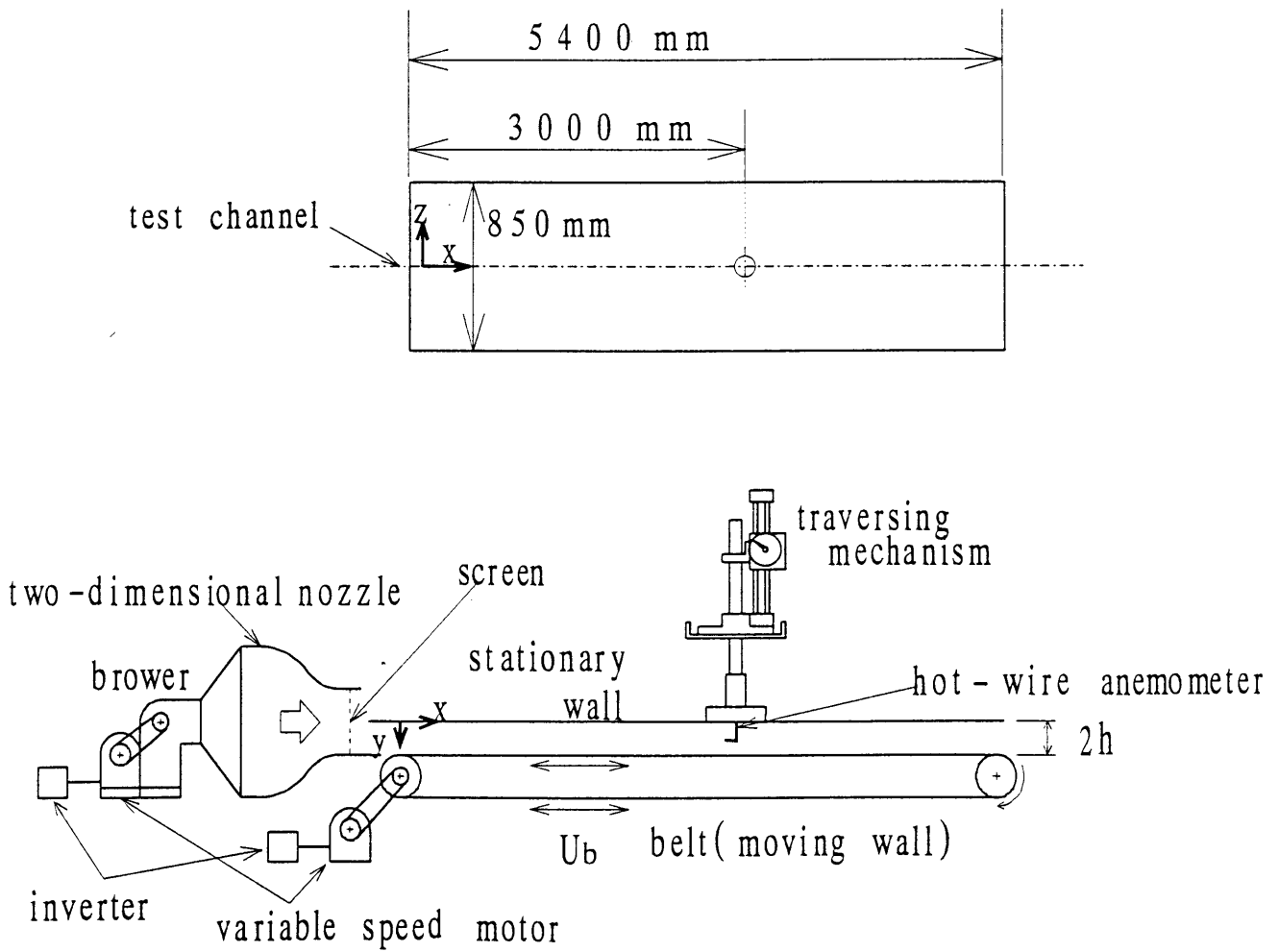
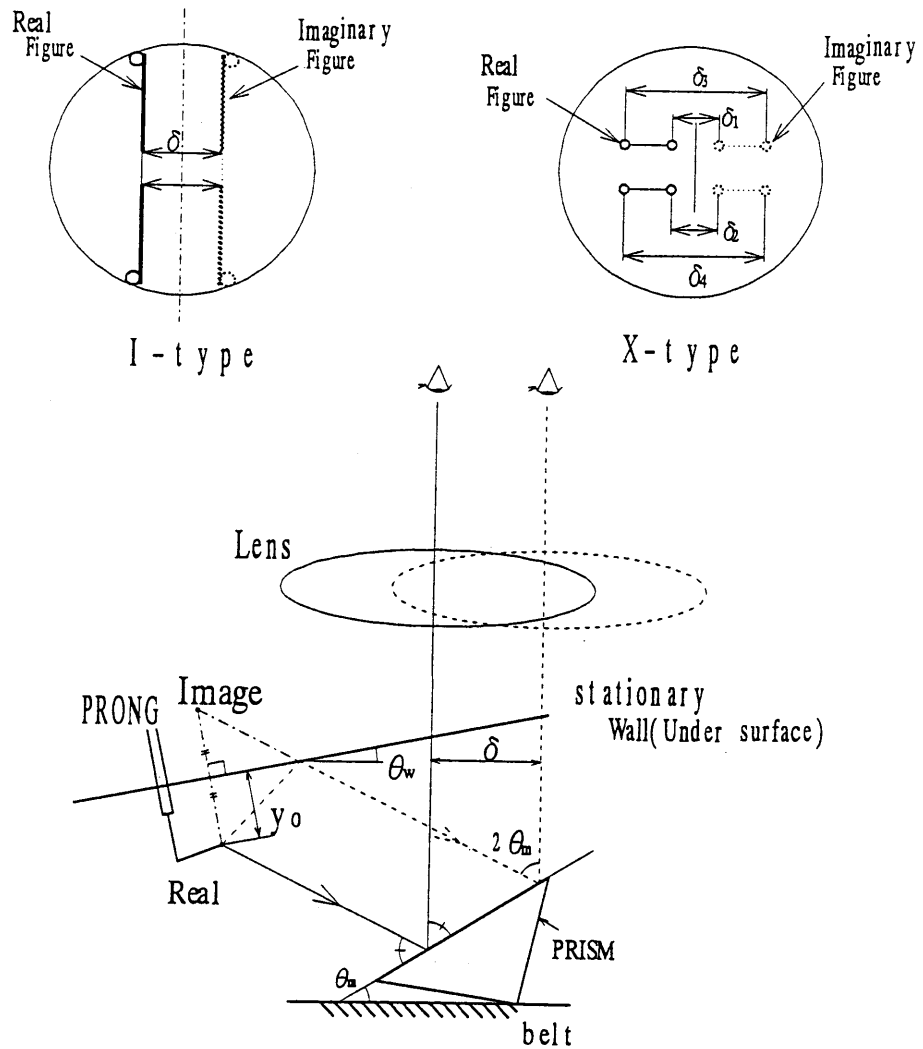


Fig. 2-1 : Experimental apparatus



$$y_0 = \frac{\delta}{2 \sin(2\theta_m - \theta_w)}$$

Fig. 2-2 : Method of measuring the starting-point's distance from wall

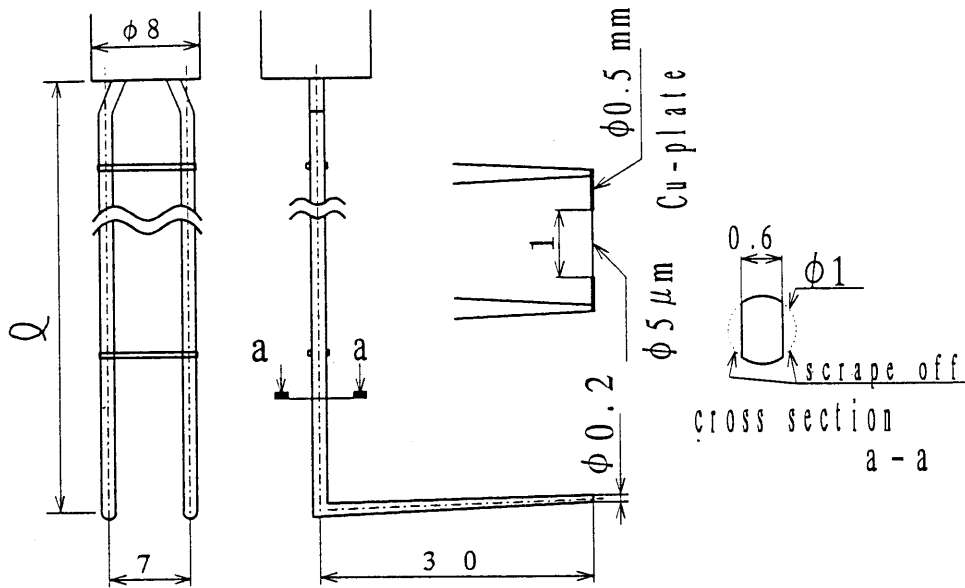


Fig. 2-3 : Shape of I-type Hot-wire

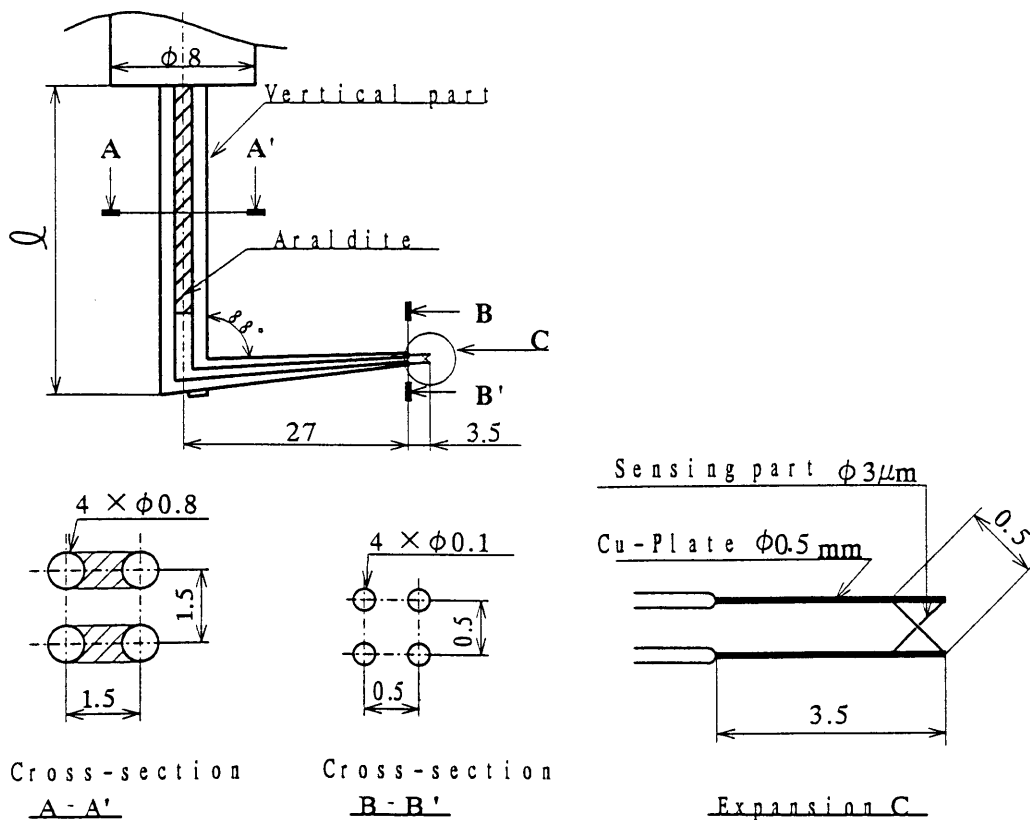


Fig. 2-4 : Shape of X-type Hot wire

第3章 平均速度分布⁽³¹⁾

3.1 緒言

本章ではクエット・ポアズイユ型乱流の平均速度分布の特性を調べたものである。El Telbany & Reynolds⁽¹⁾は種々の条件下でこの流れを調べ、壁面から上方に粘性底層、遷移、対数、1/2乗則及び乱流コア部に分け、各領域についてそれぞれ考察した。そして、せん断応力こう配の影響を表すパラメータは、粘性底層から対数領域の範囲では $\mu [= u_*^3 / \{ \nu(1/\rho \cdot d\tau/dy) \}]$ 、1/2乗則及び乱流コア領域では $\beta [= h/u_*^2 \cdot (1/\rho \cdot d\tau/dy)]$ であることを示した。しかし次元解析によれば低レイノルズ数乱流では μ, β の他に $Re^* (= hu_*/\nu)$ の影響を無視できないはずであるが、彼らはこの影響を考察していない。

この流れは、圧力こう配を伴う乱流境界層と類似点がある。乱流境界層流れの内層では、せん断応力こう配がほぼ一定の薄い層が存在するが、この層内における乱流構造は、本研究で対象としているクエット・ポアズイユ型乱流の壁領域の流れと力学的に相似である。しかし境界層流れの場合は、図3-1(a)に示すようにせん断応力こう配が一定とみなせるのは壁近傍の非常に狭い範囲に限られ、また流れが下流へ発達するので、内層に及ぼすせん断応力こう配のみの影響を抽出し評価することは困難である。一方クエット・ポアズイユ流れは図3-1(b)に示すよう流路全域にわたってせん断応力こう配は一定である。

圧力こう配を伴う乱流境界層に関する研究は多いが、内層の乱流構造、特に対数則と1/2乗則に関する研究では、下記のような研究が挙げられる。順圧力こう配($\alpha \equiv 1/\rho \cdot dP/dx < 0$)の場合には Blackwelder & Kovaszny⁽¹⁵⁾が、逆圧力こう配($\alpha > 0$)に対しては Kays⁽¹⁷⁾や Nagano et al.⁽¹⁸⁾が対数則における μ の影響を明らかにしている。また Kader & Yaglom⁽⁹⁾は過去になされた逆圧力こう配乱流境界層の実験データをまとめ、1/2乗則に及ぼす β の影響を明らかにした。

クエット・ポアズイユ型乱流の壁領域の流れと乱流境界層の内層の流れには力学的に相似性があるにもかかわらず、上記の乱流境界層の結果⁽¹⁵⁾⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾とクエット・ポアズイユ型乱流⁽¹⁾の結果には3.5,3.6節で述べるような相違が見られる。この原因としては、境界層流れでは前述のように流れの下流への発達と、厳密な意味での一定せん断応力こう配層が存在しないことが考えられる。

本研究ではクエット・ポアズイユ型乱流に対し、 Re^*, μ, β のうちの2つを独立のパラメータに選び、それぞれを系統的に変化させて実験を行った。この実験の特色は前述のようにせん断応力こう配及びレイノルズ数を独立に、任意に設定できることである。得られた結果に対しては、El Telbany & Reynolds⁽¹⁾が無視した Re^* の影響についても考察した。さらに、乱流境界層の結果と比較検討することにより、壁乱流に見られる Re^* と μ の普遍的な効果を明らかにする。

3.2 実験装置および方法

実験装置は第2章で述べたように、流路高さはより広い範囲の実験条件を実現するため $2h \approx 20, 40, 80\text{mm}$ の3種類を採用した。上流の送風機より供給される送風量とベルト速度及びチャンネル高さを変化させることで種々の実験条件を設定した。速度分布の測定には、定温度型熱線流速計を用いた。熱線は線径 $5\mu\text{m}$ 感知部長さ 0.8mm のタングステン線である。壁面摩擦速度 u_* の測定は、Bahtia et al.⁽³⁰⁾が示した原理を応用した Nagano et al.⁽¹⁸⁾の方法を採用した。

流れの下流への発達に関しては、中林ら⁽²³⁾によれば、平均速度は $x/2h \geq 34$ 、乱れの実効値は $x/2h \geq 60$ であれば、完全に発達すると報告されている。本実験の流速分布の測定位置は、 $2h$ が 20, 40, 80mm の場合 $x/2h$ がそれぞれ約 184, 92, 46 となり、平均速度分布に関して完全に発達していると考えられる。また、測定位置より約 1m 下流で速度及び乱れ強さの分布を測定し、同じ条件下で同じ分布形状になることでも確かめた。

3.3 クエット型とポアズイユ型

本研究で対象としているクエット・ポアズイユ型乱流の模式図を図3-1(b)に示す。座標系は主流方向に x 軸、壁から垂直方向に y 軸をとる。実験では y 軸は静止壁に固定した。座標系は、移動壁に固定しても静止壁に固定しても、乱流構造に対しガリレイ普遍性が成立するので、壁からの距離に対し全く同じに扱うことができる。ここでいう、静止壁側、移動壁側という区別はあくまでも便宜的なものとして用いることにする。この流れは、図3-1(b)に示すようにクエット型流れとポアズイユ型流れに分類できる。ポアズイユ型流れは流路内に全せん断応力 $\tau (= \rho \nu dU/dy - \rho \overline{uv})$ が零となる位置が存在する場合、クエット型流れはそのような位置が存在しない場合である。またせん断応力こう配 $\alpha (= d\tau/dy)$ はポアズイユ型流れでは常に負、クエット型流れでは(図3-1(b)には負の場合を示しているが)正と負の場合がある。

平板ポアズイユ流れは、流路中央面で対称な速度分布であり、平板クエット流れでは、速度分布形状は点対称な形である。この対称面(点)を分割面として、流れを2つの領域に分けて考えることができる。一般的なクエット・ポアズイユ型乱流ではこのような対称面は無く、分割面は流路中央に一致しない。そこで、適切な分割面の位置 ($y = h'$) を定めることが必要である。この決定方法は、3.7節で示すようにコア領域の流れがクエット型とポアズイユ型でその構造が異なることから流れの型によって相違する。

次式のように平均速度こう配 dU/dy が存在することによる、スパン方向 (z 方向) の平均渦度 Ω_z を壁垂直方向に積分して得られる循環 Γ_z を考える。

$$\Omega_z = \frac{dV}{dx} - \frac{dU}{dy} = -\frac{dU}{dy}$$

$$\Gamma_z = \int_0^y \Omega_z dz$$

上式の積分を渦度の回転方向の等しい場合に限り、 y の値が最も大きいときの循環 Γ_z を最大渦、このときの y の値を最大渦のスケールと呼ぶ。

ポアズイユ型流れでは、せん断応力が零となる位置が流路内に存在し、この位置は最大流速を示す位置 ($y = y_{Umax}$) とほぼ一致する。この位置を境に平均速度こう配の符号が逆転するので、これに対応して最大渦の回転方向も逆になる。よってこの位置を分割面とする。すなわち、 $h' \simeq y_{Umax}$ である。図3-1(b, 実線) より、 $h' = \delta_p (= |u_*^2/\alpha|: \text{せん断応力こう配長さスケール})$ となるが、移動及び静止壁から見た δ_{pm} と δ_{ps} の間には $\delta_{pm} + \delta_{ps} = 2h$ の関係があり、静止壁より測った h' である h'_s は摩擦速度 u_{*m} , u_{*s} を用いて次式で表される。

$$h'_s = 2u_{*s}^2 h / (u_{*s}^2 + u_{*m}^2) \quad (3-1)$$

クエット型流れでは、図3-1(b, 破線) に示すように、どちらの壁から見ても平均速度こう配は正であり、流路内に最大渦が1つだけ存在しているので乱流コア領域の流れを2つに分割する

ことはできない。よって後述する速度欠損則の式(3-22)を用いて分割面を次のように定める。分割面を基準に、静止壁側、移動壁側それぞれに式(3-22)を適用すれば、 h の代わりに h'_s, h'_m を用いて次式のようなになる。

$$\{U(h'_s) - U\}/u_{*s} = D'_s(1 - y/h'_s)^{n'_s} \quad (3-2)$$

$$\{U(h'_m) - U\}/u_{*m} = D'_m(1 - y_m/h'_m)^{n'_m} \quad (3-3)$$

ここで、 $y_m = 2h - y$ 、 $h'_s + h'_m = 2h$ である。式(3-2),(3-3)が形式的に同じであると仮定すると、 $D'_s = D'_m$ 、 $n'_s = n'_m$ となる。更にクエット型流れでは、速度こう配が零になることはないので $n'_s = n'_m = 1$ が得られる。これより、静止壁及び移動壁より測った分割面までの距離 h'_s と h'_m の比は、

$$h'_s/h'_m = u_{*s}/u_{*m} \quad (3-4)$$

となり、 h'_s は、次式となる。

$$h'_s = 2u_{*s}h/(u_{*s} + u_{*m}) \quad (3-5)$$

本実験では速度分布は常に静止壁より測定しているので、これ以降、 h', n', D' における添字は省略する。平板ポアズイユ流れや、平板クエット流れは上下壁のせん断応力の絶対値が同じとなる特別な場合であり、分割面までの距離は $h' = h$ (中央)となる。

ここで導入した分割面により、それぞれの壁側に分けて考察する方法をここでは壁基準と呼ぶ。ポアズイユ型流れでは壁領域もコア領域も、壁基準で考察できる。しかし、クエット型流れでは、壁領域は壁基準で考えるのが適切であるが、コア領域は分割して考えるのは不適切である。壁基準で考える場合、それぞれの側の平均速度こう配に対応する最大の渦のスケールは h'_s, h'_m である。一方クエット型流れにおける最大の渦のスケールは、約 $2h$ と見積もられる。流れの代表スケールとして最大渦スケールを選べば、静止壁から y だけ離れた場所での時間平均速度 U は5つの物理量を用いて次のように表される。

$$U = f_1(y, u_*, \alpha, \nu, h') \quad (\text{壁基準}) \quad (3-6)$$

$$U = f_2(y, u_*, \alpha, \nu, h) \quad (\text{流路全体}) \quad (3-7)$$

α と u_* から作られる長さスケール $\delta_p (= |u_*^2/\alpha|)$ と h' の比 $\beta' = h'/\delta_p \cdot \text{sgn}(\alpha)$ あるいは、 δ_p と h の比 $\beta = h/\delta_p \cdot \text{sgn}(\alpha)$ は流れ場全体に及ぼすせん断応力こう配の影響を表すパラメータである。クエット型とポアズイユ型を β あるいは β' で分類すれば次のようになる。

$$\left. \begin{array}{l} \beta < -0.5 \\ \beta' = -1 \end{array} \right\} \quad \text{ポアズイユ型} \quad (3-8)$$

$$\left. \begin{array}{l} \beta > -0.5 \\ \beta' > -1 \end{array} \right\} \quad \text{クエット型} \quad (3-9)$$

3.4 壁面せん断応力

壁面せん断応力をベルト速度 U_b で無次元化した壁面摩擦係数 $C_f [= \tau_w / (\rho U_b^2 / 2)]$ を $|\beta|$ に対してまとめたものを、図 3-2 に示す。図には El Telbany & Reynolds⁽¹⁾ の実験結果及び Kuroda et al.⁽⁴⁾ による DNS の結果も併せて示した。 C_f は平板ポアズイユ流れ ($U_b = 0, \beta = -1$) のとき無限大になり、また壁面せん断応力零 ($\beta \rightarrow \infty$) のとき零になる。 $\alpha < 0$ の場合 (○) $|\beta| = 1$ を頂点にして $|\beta|$ が 1 から離れるに従って、 C_f は小さくなる。 $\alpha > 0$ の場合 (●) は $\beta \rightarrow 0$ の時最大値で β が大きくなると C_f は小さくなる。 β の値が同じでも C_f の値にばらつきがあるのは、 C_f が Re^* に依存しているためであり Re^* の値が大きければ小さく、小さければ大きくなる傾向にある。図 3-2 中で実験点を結んだ線はほぼ Re^* 一定の条件を結んでありそれぞれ破線は $Re^* = 100 \sim 150$, 実線は $Re^* = 300 \sim 400$, 点線は $Re^* = 400 \sim 500$, 一点鎖線は $Re^* \simeq 800$, を示している。以上述べた傾向は El Telbany & Reynolds⁽¹⁾ 及び Kuroda et al.⁽⁴⁾ の結果とも良く一致する。また平板クエット流れ ($\beta = 0$) の C_f を次式の Robertson⁽³²⁾ の経験式を用いて計算すると、

$$C_f = 2\{0.095/\log(Re_b/4)\}^2 \quad (\text{ここで } Re_b = 2hU_b/\nu) \quad (3-10)$$

図中の $\triangleright (Re^* \simeq 100)$, $\triangleright (Re^* \simeq 300)$, $\blacktriangleright (Re^* \simeq 800)$ となり、本実験結果と良い一致を示している。

次に壁面せん断応力を $U(h')$ で無次元化した $C'_f [= \tau_w / (\rho U(h')^2 / 2)]$ を $Re^{*'}$ に対して示せば図 3-3 のようになる。壁面摩擦係数 C'_f はクエット型もポアズイユ型も $Re^{*'}$ の関数としてほぼ一本の曲線に乗ることがわかる。図 3-3 には El Telbany & Reynolds⁽¹⁾ 及び Kuroda et al.⁽⁴⁾ の結果、およびその他の研究者による平板ポアズイユ流れ⁽²⁴⁾⁽²⁶⁾⁽³³⁾⁽³⁴⁾⁽³⁵⁾⁽³⁶⁾ と平板クエット流れ⁽³⁷⁾⁽³⁸⁾⁽³⁹⁾⁽⁴⁰⁾ の結果も示してある。El Telbany & Reynolds⁽¹⁾ の結果は、ばらつきが大きく本実験結果のように一本の曲線上に乗ってはいない。また Reichardt⁽⁴⁰⁾ の結果は、飛び抜けて異常な値を示す。両者の結果を除けば、他の研究者の結果は、ほぼ本実験結果と一致している。図中には平板ポアズイユ流れ及び平板クエット流れに対する理論及び経験式より得られる曲線も示してある。層流では、平板ポアズイユ流れと平板クエット流れは一致し式 (3-11) となり、点線で示してある。

$$C'_f = 2/Re^{*'}{}^2 \quad (3-11)$$

乱流の場合は、次の 3 つの経験式を用いる。平板クエット流れに対し、式 (3-10) を実線で示す。また平板ポアズイユ流れに対しては、Hussain & Reynolds⁽³³⁾ の式 (3-12) を破線で示す。

$$u_* / U_c = 0.1079(Rec/2)^{-0.089} \quad (\text{ここで } U(h') = U_c, Rec = 2hU_c/\nu) \quad (3-12)$$

また、Dean⁽⁴¹⁾ の経験式 (3-13) を用いれば、 C'_f は一点鎖線となる。

$$C_{fmean} = 0.073Re_{mean}^{-1/4} \quad (3-13)$$

$$U_c / U_{mean} = 1.28Re_{mean}^{-0.116} \quad (3-14)$$

(ここで $C_{fmean} = 2u_*^2 / U_{mean}^2$, $Re_{mean} = 2hU_{mean} / \nu$, U_{mean} は断面平均流速)

3本の曲線はどれもほぼ実験結果のばらつきの範囲内にある。

図 3-3 の結果は、 $\sqrt{C'_f/2} = u_* / U(h')$ [速度の比 ; 内層の代表速度 $u_*(= U(\delta_v))$ と分割面における速度 $U(h')$ との比] と $Re^{*'}$ $= h' / \delta_v$ [長さスケール比 ; 2つの速度を与える壁からの距離 δ_v と h' の比] との関係は、クエット型であるかポアズイユ型であるかにかかわらず同じであることを示している。

3.5 対数法則

壁近傍の流れに対し u_*, ν を用いて式(3-6)を無次元化すれば次のようになる。

$$\begin{aligned} U^+ &= f_3(y/\delta_v, \delta_p/\delta_v \cdot \text{sgn}(\alpha), h'/\delta_v) \\ &= f_3(y^+, \mu, Re^{*'}) \end{aligned} \quad (3-15)$$

ここで $\delta_v = \nu/u_*$, $\delta_p = |u_*^2/\alpha|$ はそれぞれ粘性長さ, せん断応力こう配長さスケールを表す。また, 先述の通り平板ポアズイユ流れ及び平板クエット流れでは $h' = h$ なので $Re^* = Re^{*'}$ となる。上式は μ , $Re^{*'}$ が十分大きい場合には, よく知られた次式の対数速度分布となる。

$$U^+ = 1/\kappa \cdot \ln y^+ + B \quad (3-16)$$

実験結果より, 対数速度分布に現れる μ と $Re^{*'}$ の影響を図3-4に示す。図中の実線はDNSによる平板ポアズイユ流れの結果⁽²⁶⁾である。式(3-16)に従う対数領域を表す直線分布に注目すると, 次の2点の傾向がわかる。(1) μ の絶対値が小さくなると, この直線分布が $\mu < 0$ では上に, $\mu > 0$ では下に平行移動する。(2) $Re^{*'}$ が大きいほど y^+ の大きいところまで対数則が成立し, $Re^{*'}$ による対数則の成立範囲の変化が見られる。(1)の結果は乱流境界層に対する Blackwelder & Kovaszny⁽¹⁵⁾ や, Nagano et al.⁽¹⁸⁾ の結果と一致している。しかし, El Telbany & Reynolds⁽¹⁾ はこの結果を得ていない。また El Telbany & Reynolds⁽¹⁾ は(2)の結果に対して成立範囲の上限を決定するパラメータは μ としている。ポアズイユ型流れの場合は $Re^{*'} = |\mu|$ なので, 彼らの結果は本実験結果と同じであるが, クエット型流れでは $Re^{*'} \neq |\mu|$ であり, 結果が異なる。この原因は, 彼らの実験では, μ と $Re^{*'}$ の影響を互いに分離できるような実験を行っていないので, どちらのパラメータが対数則の上限を決定するかを正確に判断できなかったものと思われる。

種々の条件の速度分布よりカルマン定数 κ を求めて $Re^{*'}$ に対してプロットすると図3-5となる。図には, 広い範囲の μ が含まれているので, κ は μ , $Re^{*'}$ によらずほぼ一定であるとみなすことができる。

また式(3-16)中の定数 B を $Re^{*'}$ に対して示すと図3-6のようになる。図中の破線は管内流に対する Patel & Head⁽¹⁹⁾ の結果であり, $Re^* = Re^{*'}$ として描いた。いずれの $Re^{*'}$ においてもデータにばらつきが大きく彼らの示すように B を $Re^{*'}$ の関数として表すことはできない。図中, 本実験結果の横の数字は μ の絶対値である。この結果 $|\mu| > 400$ では B は5.5~6.0に分布しているが, $0 < \mu < 400$ では μ が小さい程 B が小さく, $-400 < \mu < 0$ では $|\mu|$ が小さい程 B が大きくなる傾向がある。また図中には平板クエット流れ ($\mu = \infty$) の結果⁽¹⁾⁽³⁷⁾⁽³⁸⁾⁽³⁹⁾⁽⁴⁰⁾ も併せて示してある。Andersson et al.⁽³⁸⁾ の結果を除けば, $Re^{*'}$ の値にかかわらず B はほぼ一定で $|\mu| > 400$ の値に近いことがわかる。すなわち B は μ に依存していると推測される。

図3-6のデータを横軸 $|\mu|$ に対してプロットすると図3-7のようになる。図中の破線は Patel & Head⁽¹⁹⁾ の結果を $Re^{*'} = |\mu|$ とおいて示した結果である。この図より $|\mu| > 400$ では B は約5.5で一定となり, $|\mu| < 400$ では μ の符号により異なった曲線上に分布し, 対数則の B は μ のみに依存している事がわかる。

壁法則の速度分布は, 式(3-17)で示す Van-Driest モデル⁽¹⁰⁾で近似されることも多い。

$$U^+ = \int \frac{2}{1 + [1 + 4(\kappa y^+)^2 \{1 - \exp(-y^+/A^+)\}]^{1/2}} dy^+ \quad (3-17)$$

上式はせん断応力こう配 α が零である流れに対応させた式なので、それ以外の流れにも対応できるように修正した次式を用いる。(式の導出は付録 B を参照)

$$U^+ = \int \frac{2(1+y^+/\mu)}{1 + [1 + 4(\kappa y^+)^2 \{1 - \exp(-y^+/A^+)\}^2 (1+y^+/\mu)]^{1/2}} dy^+ \quad (3-18)$$

実験より得られた速度分布を上式で表現するため式中のパラメータ A^+ を調整し、 U^+ が上式に最もよく一致するよう定める。このようにして得られた A^+ を $|\mu|$ に対して示すと図 3-8 のようになる。ここで破線は Huffman & Bradshaw⁽²⁰⁾ の平板ポアズイユ流れの結果 ($\mu < 0$) および Kays⁽¹⁷⁾ の逆圧力こう配下の境界層の結果である。Antonia et al.⁽²⁴⁾ (平板ポアズイユ流れ) 及び Nagano et al.⁽¹⁸⁾ (逆圧力こう配下の境界層) の実験結果も併せて示した。本実験結果はばらつきが大きいもののほぼ他の研究者と同様の傾向を示している。すなわち A^+ は μ のみに依存し μ の絶対値が小さくなるにつれ $\mu > 0$ では小さく、 $\mu < 0$ では大きくなる。ここで、 $\mu < 0$ の場合はほぼ Huffman & Bradshaw⁽²⁰⁾ の結果と一致しているが、 $\mu > 0$ では Kays⁽¹⁷⁾ の式より A^+ が約 0.5 高い値を示しており、 $|\mu| \rightarrow \infty$ では、零圧力こう配の境界層流れに対し一般に正しいとされる値 $A^+ = 26$ より若干大きくなる傾向にある。平板クエット流れの実験及び計算結果⁽¹⁾⁽³⁷⁾⁽³⁹⁾ に対して A^+ を求めてみると、図 3-8 中右端に示した \blacktriangleleft , \triangleleft , \triangleleft となる。これより境界層流れとクエット・ポアズイユ型乱流の間に違いが予測されるが、詳しくは不明である。図 3-7,8 より、対応する A^+, B を、縦軸に A^+ 、横軸に B をとってプロットすれば図 3-9 になる。図中の実線はこの結果を 2 次式で最小自乗近似した曲線であり、 A^+ と B の関係が 2 次式でよく表されるのが分かる。

次に対数領域の範囲に注目する。前述の通り、対数領域の下限は μ に依存して変化する。一方、上限の値は Re^* によって変化していることを述べた。対数則の上限の値 y_{LT} と分割面長さ h' の比を Re^* に対してプロットした結果を図 3-10 に示す。クエット型とポアズイユ型のいずれにおいても、 Re^* が大きければ ($Re^* > 300$) 対数領域の上限 y_{LT} は h' の約 30% で一定となり、 $Re^* < 300$ では Re^* の低下に従い y_{LT}/h' は大きくなる。

3.6 1/2 乗則

せん断応力の影響が強く現れる領域では α を独立次元に用いるのが都合がよい。式 (3-6) を α, u_* を用いて無次元表示すれば次式となる。

$$\begin{aligned} U^+ &= f_4(y/\delta_p, \delta_v/\delta_p \cdot \text{sgn}(\alpha), h'/\delta_p \cdot \text{sgn}(\alpha)) \\ &= f_4(y/\delta_p, \mu^{-1}, \beta^{-1}) \end{aligned} \quad (3-19)$$

ここで $|\beta'|$, $|\mu|$ が充分大きくかつ u_* の影響が入らない場合には、次式の 1/2 乗則になる⁽¹⁾。

$$U^+ = K_1(\alpha y/u_*^2)^{1/2} + K_2 \quad (3-20)$$

ここで K_1, K_2 は定数であり、上式より明らかなように 1/2 乗則はせん断応力こう配が正の時のみ現れる。

1/2 乗則は、対数則の成立領域を越えたところで成立する。このときの式 (3-20) 中の定数 K_1 を β' に対して示すと図 3-11 のようになる。図には El Telbany & Reynolds⁽¹⁾ の結果と、乱流境界層に対する Kader & Yaglom⁽⁹⁾ および Samuel & Joubert⁽²²⁾ の結果を併せて示す。図より、 K_1

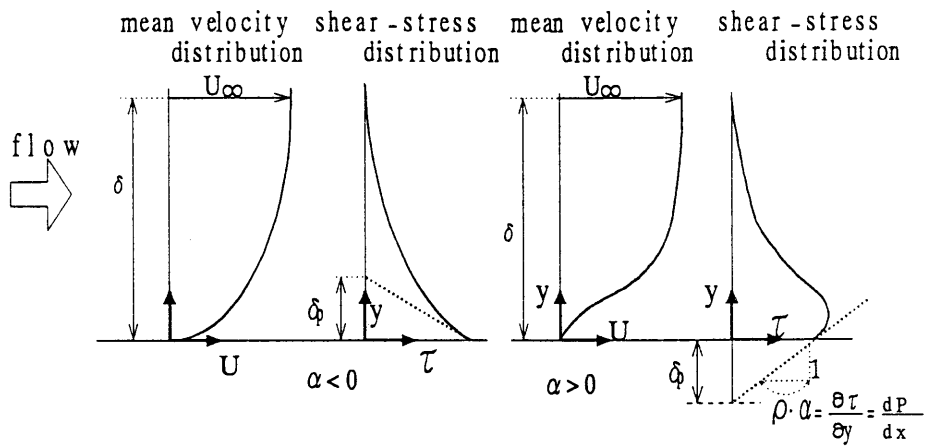
とはできなかった。図中には、El Telbany & Reynolds⁽¹⁾が得た D' の値の範囲を破線で示しているが、非常にばらつきが大きい。彼らはデータの平均値として $D' = 4.4$ を得ている。

次に渦動粘性係数について考察する。ここで代表長さスケールとして、流れ場中の最大渦の大きさを用いて無次元化するのが適切である。ポアズイユ型流れでは、(図3-1(b), 実線) yU_{max} を境にして静止壁側と移動壁側のそれぞれに回転方向が異なる一対の渦が存在すると考えられる。 yU_{max} は分割面なので、最大の渦のスケールは h' である。一方、クエット型流れでは(図3-1(b), 破線)それぞれの壁側の渦の回転方向が同じであるので、流れの中には流路高さ $2h$ のスケールを持つ大きな一方向の渦が存在する。そこで、 ε_T を u_* と最大渦スケール h' (ポアズイユ型) または $2h$ (クエット型) を用いて無次元化した値について、図2-13(a)(b) に示す。図よりポアズイユ型ではどの条件においてもほぼ同じ分布となり、 y/h' が約 0.5 で最大値 0.08~0.09 をもつ。一方、クエット型では β の変化に対し系統的な傾向を示し、 $y/h \geq 0.7$ でほぼ一定となる。ポアズイユ型では最大値を、クエット型ではほぼ一定となる値を代表値に選び、横軸 β に対して示すと図3-14 のようになる。ポアズイユ型流れの ε_T/u_*h' の値は、本実験条件の範囲内では、 Re^*, β によらずほぼ一定である。しかし、クエット型では β が大きくなるにつれ渦動粘性係数は大きくなる傾向がある。平板クエット流れにおいて、 ε_T/u_*2h の値は Re^* が大きいほど低下する⁽³⁷⁾。この傾向は $\beta \neq 0$ においても見られる。上述のように、コア領域の乱流構造はクエット型とポアズイユ型では著しい相違がある。

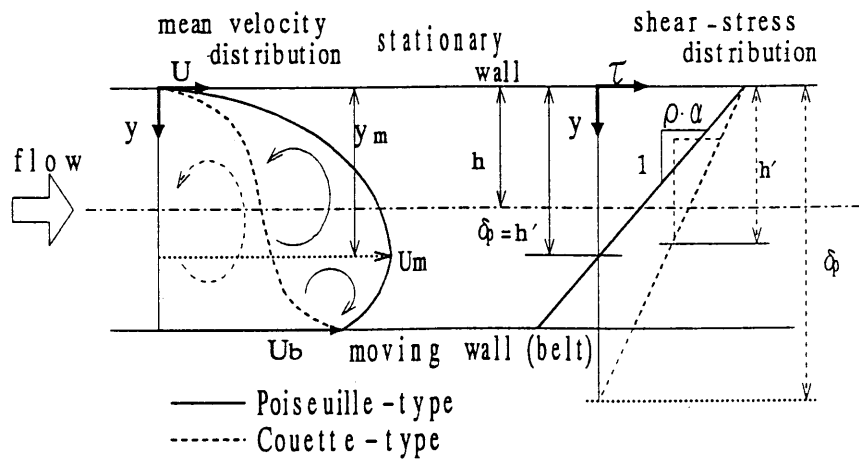
3.8 結言

クエット・ポアズイユ型乱流の平均速度分布を測定し、レイノルズ数 (Re^*, Re'^*)、せん断応力こう配パラメータ (μ) および流れタイプパラメータ (β, β') をパラメータとして整理した結果、以下のような結論を得た。

1. 流路全体で考えた壁面摩擦係数 C_f は β と Re^* の関数である。一方、壁基準で考えた壁面摩擦係数 C'_f は Re'^* のみの関数であり、ポアズイユ型、クエット型にかかわらず同じ関係で与えられる。
2. 壁法則は、乱流境界層の場合と同様に、せん断応力こう配パラメータ μ に依存し、壁基準で整理することができる。カルマン定数 κ は普遍定数であり、付加定数 B は Van-Driest の減衰係数 A^+ と同じく μ のみの関数となる。また対数則の成立する範囲の上限は Re'^* に依存し、 $Re'^* > 300$ では h' の約 30% で一定になり、下限は μ に依存し、 δ_v の 40~60 倍である。
3. 1/2 乗則は壁基準で考えることができ、定数 K_1 は β' と Re'^* の影響を受ける
4. 無次元化した渦動粘性係数 ε_T の代表値は、ポアズイユ型では、 β, Re^* によらずほぼ一定であるが、クエット型では、 β が大きくなるに従い大きくなる傾向がある。コア領域の乱流構造には、クエット型とポアズイユ型に明らかな相違がある。



(a) Turbulent boundary layer flow



(b) Couette-Poiseuille-flow

Fig. 3-1 Couette-Poiseuille-type flow and turbulent boundary layer flow

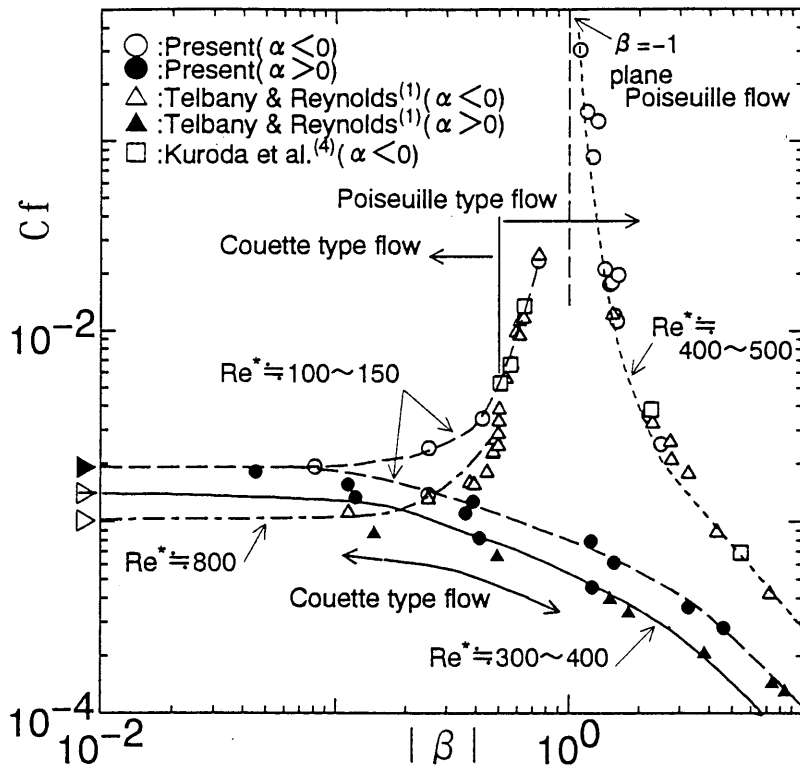


Fig. 3-2 Wall-friction coefficient C_f

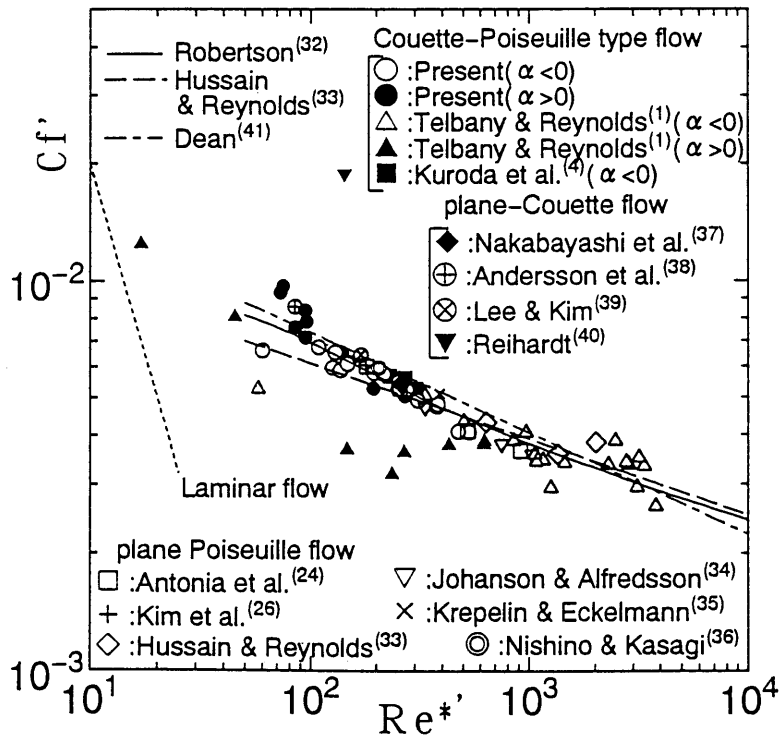


Fig. 3-3 Wall-friction coefficient C_f'

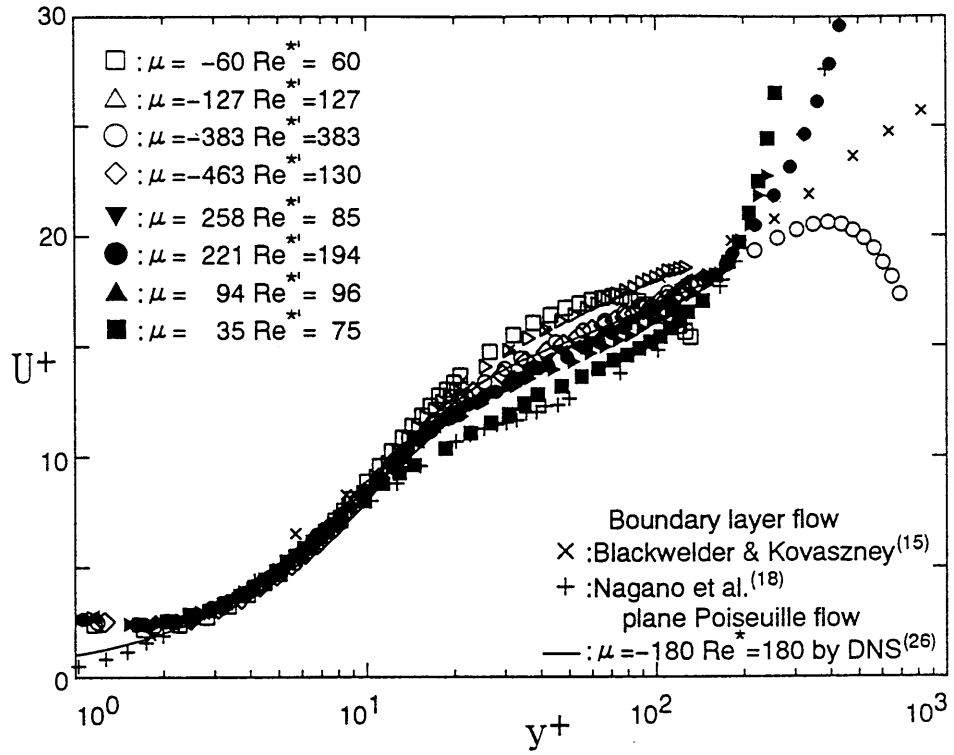


Fig. 3-4 Mean velocity distribution

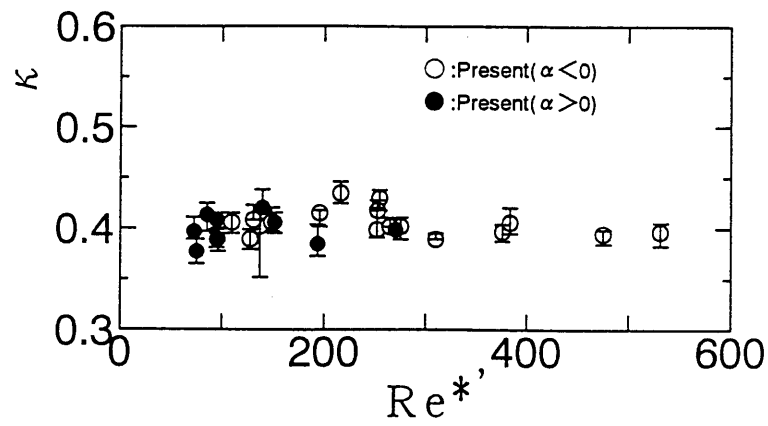


Fig. 3-5 Kármán constant κ

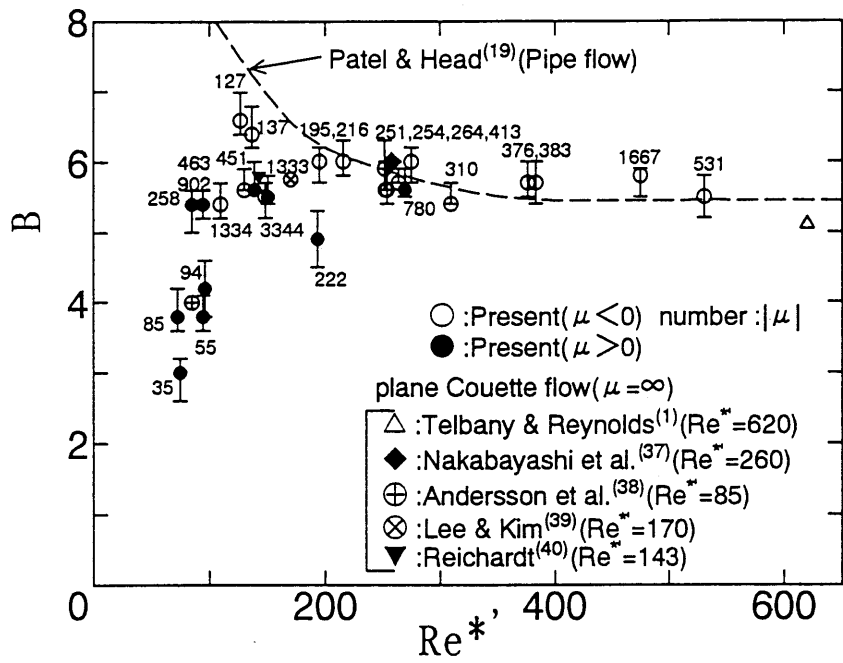


Fig. 3-6 Additive constant B against $Re^{*'}$

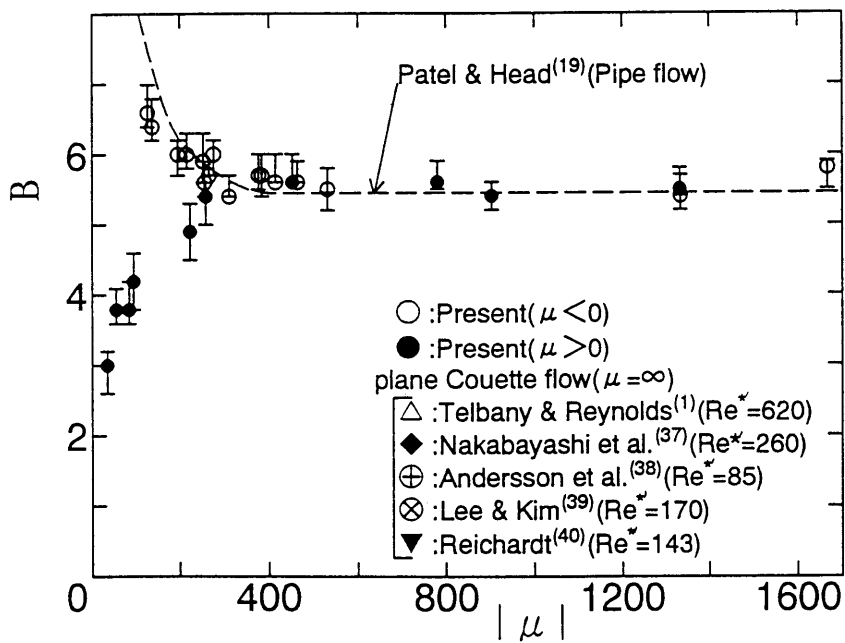


Fig. 3-7 Additive constant B against $|\mu|$

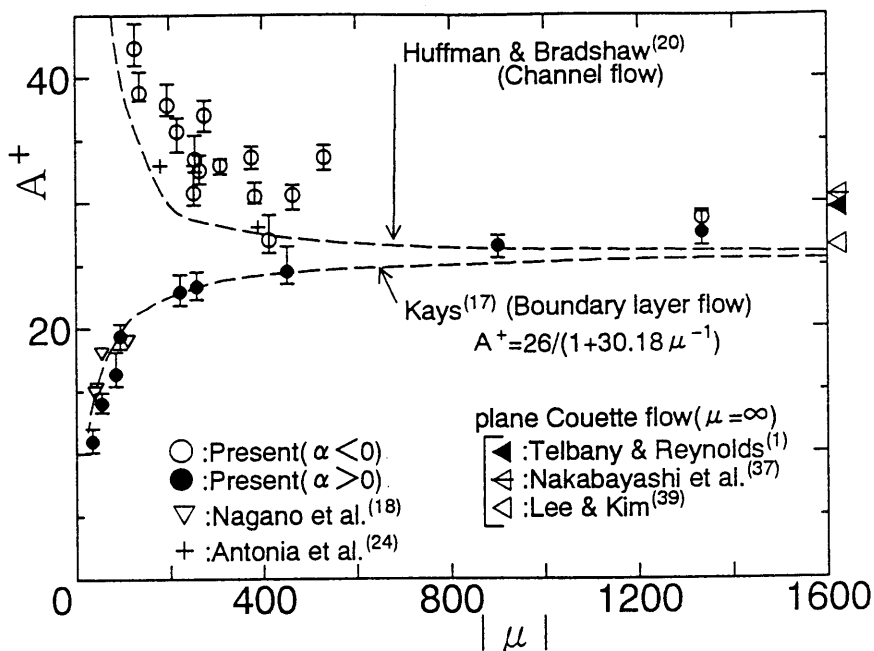


Fig. 3-8 Van-Driest's damping coefficient A^+

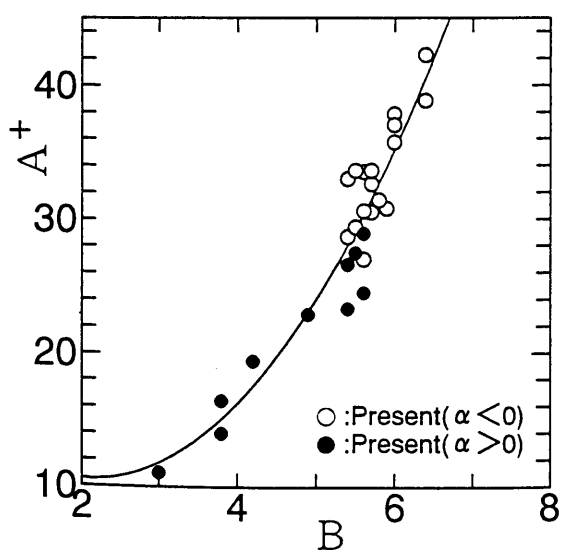


Fig. 3-9 Relation between A^+ and B

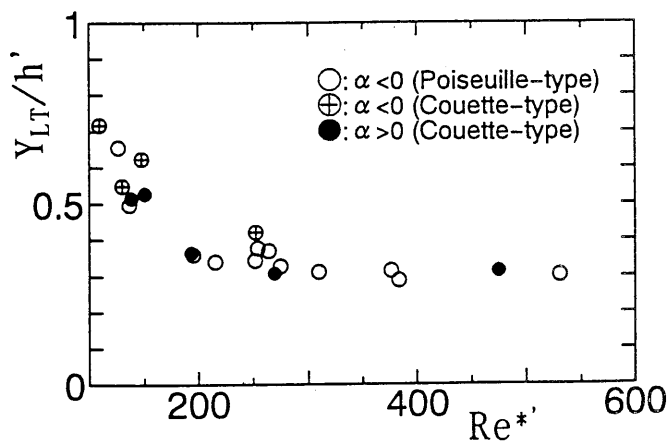


Fig. 3-10 Upper limit of log-region

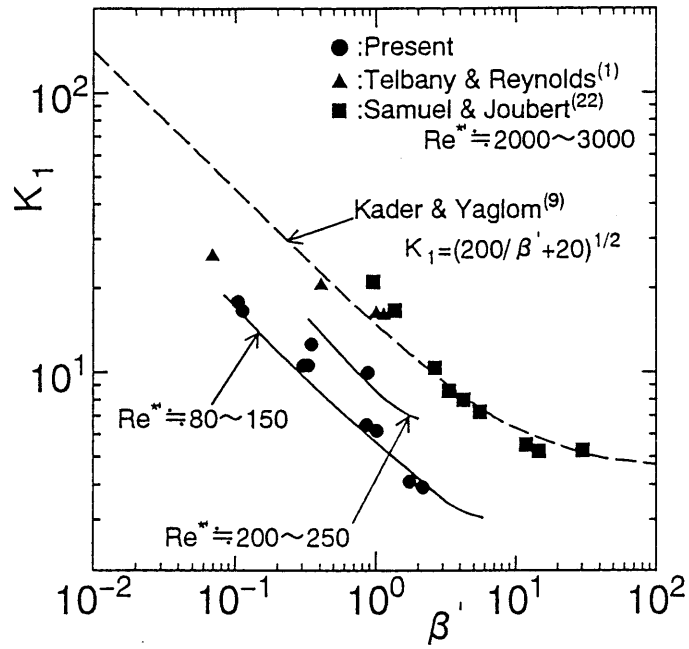
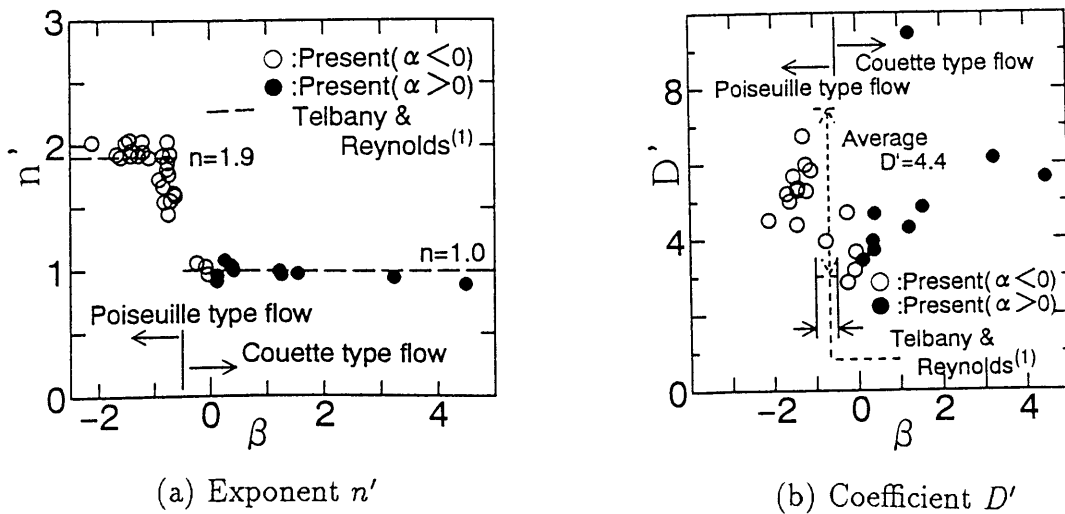


Fig. 3-11 Coefficient K_1 of 1/2-power law



(a) Exponent n'

(b) Coefficient D'

Fig. 3-12 Constants of velocity defect-law

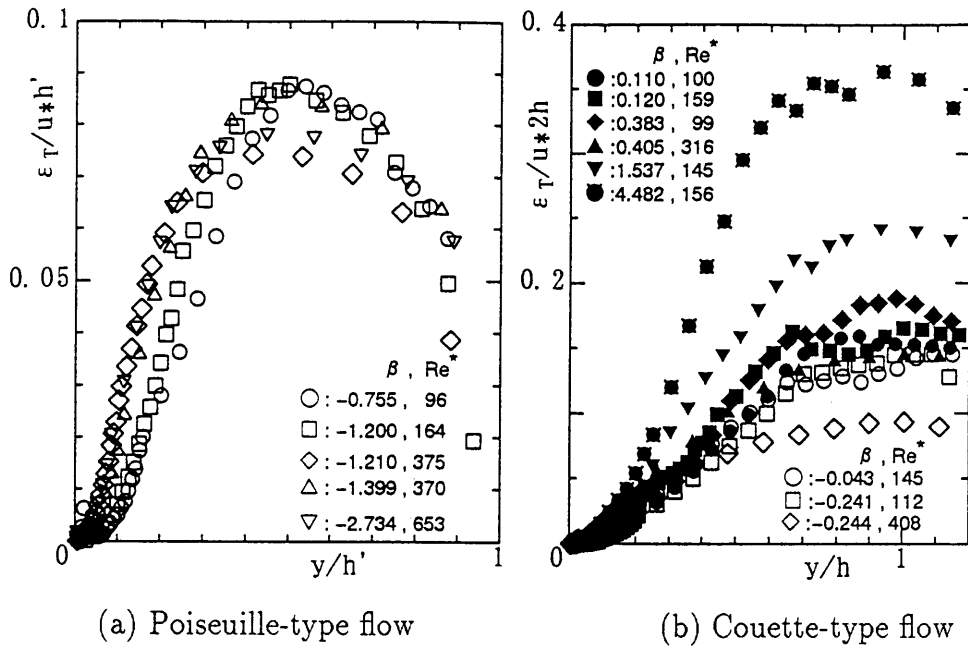


Fig. 3-13 Distribution of kinematic eddy-viscosities

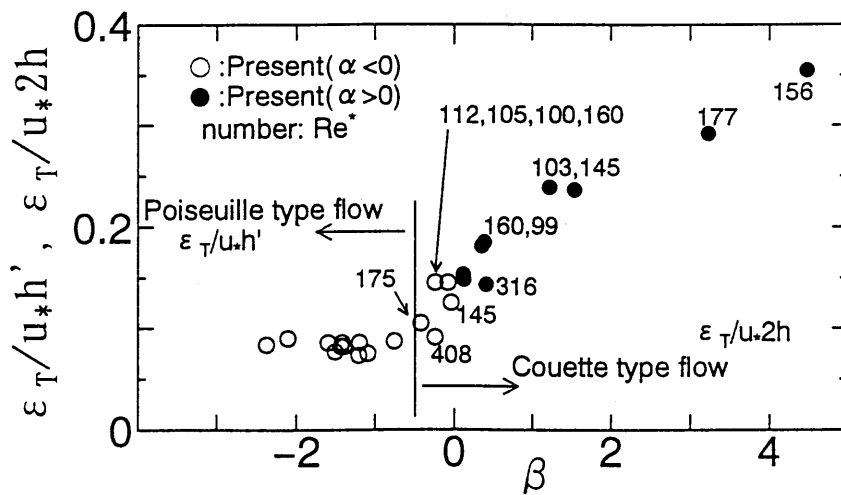


Fig. 3-14 Kinematic eddy-viscosities $\epsilon_T/u_*h', \epsilon_T/u_*2h$

第4章 乱れ強さ⁽⁴²⁾

4.1 緒言

クエット・ポアズイユ型乱流の乱れ構造に関する研究では、実験的研究として El Telbany & Reynolds⁽²⁾の研究が代表的であり、これ以外には Kuroda et al.⁽⁴⁾が数値シミュレーションを用いて壁乱流に及ぼす平均せん断率の効果を調べている。しかし乱れ統計量について、系統的に考察した研究は、El Telbany & Reynolds 以外には見あたらない。彼らは、乱れ強さ分布の相似則について考察し、乱れエネルギーと相関係数の分布とを合わせて、すきま流れの乱れ構造を明らかにした。しかし、彼らの測定値には助走区間の影響が含まれているので⁽²³⁾、この点を考慮した再検討が必要である。

前章において平均速度分布則(壁法則, 1/2乗則, 速度欠損則)に及ぼす流れのパラメータ(せん断応力こう配パラメータ μ , 流れタイプパラメータ β 及びレイノルズ数 Re^*)の影響を調べた。そして、壁法則では流れのタイプによらず μ が重要なパラメータであることを明らかにした。一方, 1/2乗則と速度欠損則では $\beta = Re^*/\mu$ が重要なパラメータであり, 速度欠損則の指数および係数がポアズイユ型とクエット型では相違することを明らかにした。

本章ではI型およびX型熱線を用いて実験を行い, 流れ方向及び高さ方向の乱れ強さについて考察した。

4.2 実験装置及び方法

実験装置は前章と同じである。X型熱線は線径, 感知部長さ, 2本の感知部間の距離がそれぞれ $5\mu\text{m}$, 0.8mm , 0.5mm のものと, $3\mu\text{m}$, 0.5mm , 0.3mm のものとの2種類を用いた。前者は流路高さ約 80mm , 後者は約 40mm , 20mm での実験に使用した。X型熱線を用いた測定は, 前章のI型熱線による平均速度分布の計測の場合と同じ条件で行なった。この時の壁面摩擦速度は前章で求めた壁面摩擦係数より算出した。実験条件(パラメータ)と図中のシンボルを表1に示す。

4.3 流れタイプと相似則

図4-1に, クエット・ポアズイユ型乱流のせん断応力分布を静止壁側が高せん断応力壁である場合について示す。図にみられるように静止壁側と移動壁側にそれぞれ粘性長さスケール δ_{vs} と δ_{vm} が支配的な壁領域が存在し, 流路中央部には流路高さの1/2で代表される外部スケール h が支配的な乱流コア領域が存在する。流れ場を特徴づける長さスケールは, これ以外にせん断応力こう配長さスケール $\delta_p (= |u_*^2/\alpha|)$ が考えられる。これは全せん断応力が零になる位置までの無次元距離である。前章で述べたように流れのタイプはせん断応力が零となる位置が流れ場中にあればポアズイユ型, 無ければクエット型になる。これについて図示したのが図4-2である。

考察の対象としている場所(壁からの距離 y)が, 上記の3つの長さスケール間の関係に加えて, どの位置にあるかによって乱れ強さに対する相似則の式の形が相違する。しかし, El Telbany & Reynolds⁽²⁾には明確な結論が示されていない。そこで, 次節では筆者らが得た実験結果に基づいてこの点を考察するが, その前に関係式の整理をしておく。

壁領域では一般に、 u_* と v を独立次元として、次式のように表される。

$$\frac{u'}{u_*} = u'^+ = f_1(y^+, \mu, Re^*) \quad (4-1)$$

後述するように、 Re^* は μ と比べてその影響の現れ方がはるかに小さいので、この効果を見捨てることと次式のように書ける。

$$u'^+ = f_2(y^+, \mu) \quad (4-2)$$

さらに壁面のごく近傍で y^+ について展開すれば、次式のようになる。

$$u'^+ = A_1(\mu)y^+ + A_2(\mu)y^{+2} \dots \quad (4-3)$$

y^+ の高次の項を省略すれば、次式になる。

$$u'^+ = A_1(\mu)y^+ \quad (4-4)$$

μ および y^+ が充分大きい場合プラトー領域が見られるが、その場合は式(4-2)が次式となる。

$$u'^+ = B_1 = constant \quad (4-5)$$

プラトー領域の外側(流路中央部)に乱流コア領域が存在する。乱流コア部では、流れタイプに応じた速度スケールおよび座標を用いる必要がある。ポアズイユ型流れではせん断応力が零になる位置($y = \delta_p$)が原点となるような新たな座標 $\eta (= y - \delta_p)$ をとり、速度スケールは有効摩擦速度 $u_e (= \sqrt{|\alpha|h})$ を採用する。クエット型流れでは、せん断応力が零となる位置は流路の外なのでこの点を基準とするような座標系は意味を持たない。そこで座標は壁からの距離 y を用い、速度スケールには局所摩擦速度 $u_L (= \sqrt{\tau/\rho})$ を採用する。長さスケールはどちらも、外部スケールである h を用いて無次元化する。従って、それぞれ次式のように書ける。

$$\frac{u'}{u_e} = f_3(\eta/h, \beta) \quad \text{Poiseuille-type} \quad (4-6)$$

$$\frac{u'}{u_L} = f_4(y/h, \beta) \quad \text{Couette-type} \quad (4-7)$$

クエット型流れに対しては、せん断応力こう配が常に負になるようにまとめた。そのため高せん断応力壁が $y = 0$ となるように座標変換をおこなった。表2には表1のクエット型流れのパラメータを、高せん断応力壁側の摩擦速度を基準にしたパラメータに書き直したものである。

4.4 実験結果及び考察

4.4.1 流れ方向乱れ強さ

図4-3(a)(b)に流れ方向乱れ強さの、流路内の分布を示す。ポアズイユ型(a)では壁近傍で極大値を持ち $y = \delta_p$ で明瞭な極小値を持つ。一方、クエット型(b)では μ または β によって分布形状が大きく変わり、壁近傍極大値のない場合もある。まず壁領域に注目して、式(4-2)の形式で整理する。図4-3(a)(b)の分布の中で、 μ および Re^* の影響を比較し易い条件を選んで横軸 $\log y^+$ に対してプロットすると図4-4になる。ここで $\mu = \infty$ の曲線は平板クエット流れの実験結果 ($Re^* = 192$)⁽⁴³⁾ である。まず始めに Re^* の影響を調べる。図より μ が等しく Re^* の異なる結果を比較すると、分布形はあまり変わらず、 Re^* の影響は小さい。したがって、式(4-2)の妥当性が理解できる。次に μ の影響に注目すれば、 u'^+ の値は $\mu = \infty$ を境に $\mu > 0$ では上に、 $\mu < 0$ では下に分布し、 $|\mu|$ が小さいほど平板クエット流れの分布から大きくずれる。平板ポアズイユ流れは、 $Re^* = -\mu$ の関係があるので、これまで低レイノルズ数効果として指摘されてきた分布形状の変化⁽¹³⁾⁽²⁴⁾ は μ の効果によるものと理解するのが妥当である。

図4-5,6は式(4-4)の係数 A_1 と u'^+ の極大値 u'_{peak}^+ および極大値の壁からの距離 $y_{u'_{peak}^+}$ と $|\mu|$ の関係を示す。図4-4より、式(4-4)が $y^+ < 6$ で適用できることがわかる。これらの図にはこれまでに報告された平板ポアズイユ流れの結果⁽¹³⁾⁽²⁴⁾⁽²⁶⁾⁽⁴⁴⁾⁽⁴⁵⁾ と Nagano et al.⁽¹⁸⁾ による逆圧力こう配下の乱流境界層の結果を併せて示した。 A_1 の値は境界層に対する値と比較的よく一致し、 $|\mu|$ が小さくなるにつれて、 $\mu > 0$ では値が増大し、 $\mu < 0$ では減少する傾向がある。しかし、El Telbany & Reynolds⁽²⁾ は $|\mu| > 11$ では、 A_1 の値が μ の正負にかかわらず一定で、 $-0.4 < \mu < 1.2$ に対してのみ増大すると報告しており、本実験結果とは異なる。極大値の位置と値におよぼす μ の影響は、図4-6に見られるように A_1 のそれと似ているが、ばらつきが大きい。また、クエット・ポアズイユ型流れと境界層の結果は明らかに傾向が相違する。これは壁面のごく近傍への漸近挙動には両者の間に共通性があるものの、 $y^+ \simeq 15$ 付近ではすでに乱れ構造に相違があることを示唆するものである。 $\mu < 0$ での $y_{u'_{peak}^+}$ の値はほとんど変化していないのに対し、 $\mu > 0$ では $y_{u'_{peak}^+}$ 、 u'_{peak}^+ とともに μ に対する変化が大きい。これより、乱れ強さ u'^+ の壁近傍における分布に及ぼす μ の影響の現れる程度は μ の正負によって相違し、 μ が正の場合の方が負の場合よりずっと強く現れることがわかる。

プラトー領域(式(4-5))は図4-7に示されている。図中には平板クエット流れと El Telbany & Reynolds の結果も併せて示されている。El Telbany & Reynolds の結果では $|\mu| > 200$ の場合 $y^+ > 80$ においてプラトー領域が存在し、その値は $u'^+ \simeq 2.4$ である。一方、鬼頭・中林⁽²⁵⁾ は平板チャンネル乱流について、このプラトー領域が $Re^* > 1500$ のとき $y^+ > 80$ で現れると報告している。しかし、壁領域では前述のように Re^* の影響は小さいので、プラトー領域の存在は $|\mu|$ に対する条件 ($|\mu| > 1500$) で表わすべきものである。本実験で最も $|\mu|$ が大きな値の条件は μ の正負ともに $|\mu| \simeq 1300$ であり、鬼頭・中林の条件の下限に近い。 $\mu = 1333$ では平板クエット流れの分布に近く、図中に示す範囲にプラトー領域が存在する。図中のコア領域は平均速度分布より決定した。なお、 $\mu = -1334$ の場合には分布は平板クエット流れの分布より明らかにその値が低く、 μ の依存性が現れているのでプラトー領域ではない。 $|\mu|$ の値がほぼ等しいにもかかわらず、 $\mu = 1333$ と $\mu = -1334$ ではその分布形状に相違が見られるのは、壁から離れた領域 ($y^+ > 80$) においてもせん断応力こう配の正負によって μ の影響の現れ方に相違があるからで

ある。

平均速度分布に見られる普遍則(対数則)と乱れ強さ分布の普遍則(プラトー領域)の関係について、Perry & Abell⁽⁴⁶⁾は、充分高い Re^* の円管内流れでは対数領域とプラトー領域が重なることを示している。対数速度分布は $|\mu| \geq 400$ では μ に依存せず普遍的になる⁽³¹⁾が、 u'^+ についてはこれよりずっと大きな $|\mu|$ の値でなければ普遍的な分布は成り立たないことがわかる。

乱流コア部の乱れ強さ分布は、図4-3(a)(b)からわかるとおり形状が非常に異なっているので、ポアズイユ型流れとクエット型流れを分けて考察する。ポアズイユ型流れでは、流路内にせん断応力が零となる位置($y = \delta_p$)が存在し、ここで乱れ生成が零になるので乱れ強さは明瞭な極小値を持つ。そこで、先述のようにここを原点とする座標 $\eta (= y - \delta_p)$ を導入し、この座標に対し有効摩擦速度 $u_e (= \sqrt{|\alpha|h})$ で無次元化した乱れ強さ u'/u_e をプロットしたのが図4-8(a)である。ここで有効摩擦速度 u_e は、El Telbany & Reynoldsが定義した $u_e = \sqrt{u_{*s}^2 + u_{*m}^2}$ と、 $\sqrt{2}$ 倍だけ相違している。ここでは平板ポアズイユ流れにおいて u_e が壁面摩擦速度 u_* に一致するように定義している。図中、一点鎖線で示した範囲(1.0~1.8)はEl Telbany & Reynoldsの結果の分布幅を示す。彼らの結果は $-7.2 \leq \beta \leq -1$ の範囲のデータに対しばらつきが大きい。本実験の結果は彼らの結果よりよくまとまっており、図中実線で示した平板ポアズイユ乱流の結果(DNS, $Re^* = 180$)に近い。しかし、 u'/u_e が極小となる位置とその値は実験条件ごとに若干相違している。位置が相違する原因は、全せん断応力、レイノルズ応力、粘性せん断応力が零となる位置が一致しないためである。また、値が相違する理由は、 u'/u_e の極小値が β に依存しており、0.8~0.9の間で $|\beta|$ が大きいほど値が増大するからである。粘性応力とレイノルズ応力がそれぞれ零となる位置($(y_{U_{max}} = y_1; \circ)$ と $(y_{\bar{u}} = y_2; \diamond)$)および u'^+ が極小となる位置($y_{u'^+_{bottom}} = y_3; \bullet$)の、全せん断応力が零となる位置 δ_p との差を $\Delta y_i = y_i - \delta_p$ ($i = 1 \sim 3$)とする。図4-8(b)は Δy_i と h との比 $\Delta y_i/h$ を β に対して示す。平板ポアズイユ流れ($\beta = -1$)では、3つの Δy_i すべてが零である。粘性応力が零になる位置 y_1 は、 β が-1より小さくなると、高せん断応力壁側にずれる($\Delta y_1 > 0$)が、乱れ強さが極小となる位置 y_3 は低せん断応力壁側にずれる($\Delta y_3 < 0$)傾向がある。レイノルズ応力が零になる位置 y_2 は δ_p からほとんどずれていない($\Delta y_2 \approx 0$)。全せん断応力と粘性応力零の位置のずれはEl Telbany & Reynoldsと同じ傾向である。

クエット型流れでは u_e より u_L を用いて無次元化した方が良い結果が得られたので、図4-9には u'/u_L と y/h の関係を示す。流路中央部では Re^* が増大するにつれ u'/u_L も増大する傾向があり、1.8~2.2の範囲に分布する。 β が零に近づくにつれ平板クエット流れ⁽⁴³⁾の曲線に近づく傾向があるが、 Re^* も影響しており、両者を分離して明確な結論を得ることは出来なかった。El Telbany & Reynoldsの結果(一点鎖線)は $0.65 < y/h < 1.35$ の範囲で $u'/u_L = 1.7 \sim 1.8$ であり、本実験結果より値が少し低い。

4.4.2 壁垂直方向乱れ強さ

壁垂直方向(以下高さ方向という)の乱れ速度 v' の測定結果は壁近傍で誤差が大きいので、精度よく測定されている $y^+ > 40$ の範囲を考察の対象とする。 v'^+ と y^+ の関係を図4-10に示す。これより壁領域では μ に依存して分布形状が変わることがわかる。平板クエット流れ($\mu = \infty$)の分布を境に μ が正では上に負では下に分布し、そのずれは $|\mu|$ が減少するにつれて大きくなる。 μ が同じであれば、 Re^* が異なっても分布形に相違が見られないので、 Re^* の影響が大きいことがわかる。

乱流コア領域の分布形状を、ポアズイユ型に対し図4-11に、クエット型に対し図4-12に示す。図4-11中の実線は平板ポアズイユ流れ($\beta = -1$)のDNS⁽⁴⁵⁾の結果である。ポアズイユ型流れでは、平板ポアズイユ流れに近い条件である $\beta = -1.1$ の結果(\oplus)は、DNSの分布より少し低い。さらに β が減少するにつれ、 v'/u_e の分布は上へずれる。 v'/u_e におよぼす Re^* の効果は β に比べ小さい。El Telbany & Reynolds⁽²⁾の結果は一点鎖線で示した広い範囲に分布している。これは彼らの結果が β の広い範囲($-7.2 \leq \beta \leq -1.0$)のものを含んでいるためである。本実験結果では v'/u_e の極小値は0.55~0.7の範囲にある。

クエット型流れでは本実験の結果はEl Telbany & Reynoldsの結果(一点鎖線)より大きく、1.1~1.3でやや右上がりの分布である。これらの分布は β の他に Re^* の影響も受けるので、明瞭な傾向は見出だせなかった。

4.5 結言

クエット・ポアズイユ型流れの乱れ強さ分布を測定し、その分布形状の変化をパラメータ Re^*, μ, β を用いて整理し、以下のような結論を得た。

1. 壁領域での乱れ強さ u^+, v^+ の分布形状は μ に強く依存しており、 Re^* の影響は小さい。そして、これらの分布形状は平板クエット流れ($\mu = \infty$)の値を境にして、 $\mu > 0$ では上に、 $\mu < 0$ では下に分布し、そのずれ量は $|\mu|$ が減少するにつれ増大する。
2. 流れ方向成分 u^+ のプラトー領域は、 $\mu > 0$ の場合 $\mu \simeq 1300$ で存在する。一方、 $\mu < 0$ の場合 $\mu \simeq -1300$ では存在しない。
3. u^+ の分布におよぼす μ の効果についてクエット・ポアズイユ型流れと平衡乱流境界層流れを比較すると、 $y^+ \leq 6$ の壁のごく近傍では共通性が見られるが、 $y^+ \simeq 15$ 付近では違いが現れる。
4. 乱流コア領域におけるポアズイユ型流れの乱れ強さを有効摩擦速度 $u_e = (|\alpha|h)^{1/2}$ で無次元化した $u'/u_e, v'/u_e$ は、 η/h で整理すれば平板ポアズイユ流れの分布に近いが、 $|\beta|$ が大きくなると、わずかに増大する。それぞれの極小値の値は $-2.37 \leq \beta \leq -1.1$ の範囲で $u'/u_e = 0.8 \sim 0.9, v'/u_e = 0.55 \sim 0.7$ の値を持つ。クエット型流れでは局所摩擦速度 $u_L = (\tau/\rho)^{1/2}$ で無次元化した u'/u_L と v'/u_L の各成分はそれぞれ1.8~2.2および1.1~1.3の値を持つが、パラメータ β に対する依存性は明確ではない。

Table 4-1 Parameters and symbols

| Poiseuille-type | | | Couette-type | | | |
|-----------------|--------|---------|--------------|--------|---------|-------|
| μ | Re^* | β | μ | Re^* | β | |
| ● | -60 | 100 | ☒ | -1334 | 105 | -0.08 |
| ⊙ | -127 | 96 | ☒ | -464 | 112 | -0.24 |
| ⊖ | -137 | 164 | ☒ | -413 | 175 | -0.42 |
| ⊗ | -195 | 277 | ■ | 35 | 156 | 4.48 |
| ⊕ | -216 | 455 | □ | 55 | 177 | 3.23 |
| ⊖ | -264 | 370 | ☒ | 85 | 103 | 1.22 |
| ⊕ | -275 | 653 | ☒ | 94 | 145 | 1.54 |
| ⊖ | -376 | 568 | ☒ | 222 | 278 | 1.25 |
| ⊕ | -383 | 421 | ☒ | 258 | 99 | 0.38 |
| ⊗ | -531 | 679 | ☒ | 451 | 160 | 0.35 |
| | | | ☒ | 780 | 316 | 0.41 |
| | | | ☒ | 902 | 100 | 0.11 |
| | | | ☒ | 1333 | 159 | 0.12 |

Table 4-2 Parameters and symbols of Couette-type flow based on high shear stress wall side

| μ | Re^* | β | μ | Re^* | β | |
|-------|--------|---------|-------|--------|---------|-------|
| ☒ | -1334 | 105 | ☒ | -1456 | 521 | -0.36 |
| ☒ | -464 | 112 | ☒ | -605 | 131 | -0.22 |
| ☒ | -413 | 175 | ☒ | -1009 | 210 | -0.21 |
| ■ | -1092 | 491 | ☒ | -1901 | 426 | -0.22 |
| ☒ | -1115 | 482 | ☒ | -1216 | 110 | -0.09 |
| ☒ | -541 | 192 | ☒ | -1839 | 177 | -0.10 |
| ☒ | -774 | 292 | ☒ | | | |

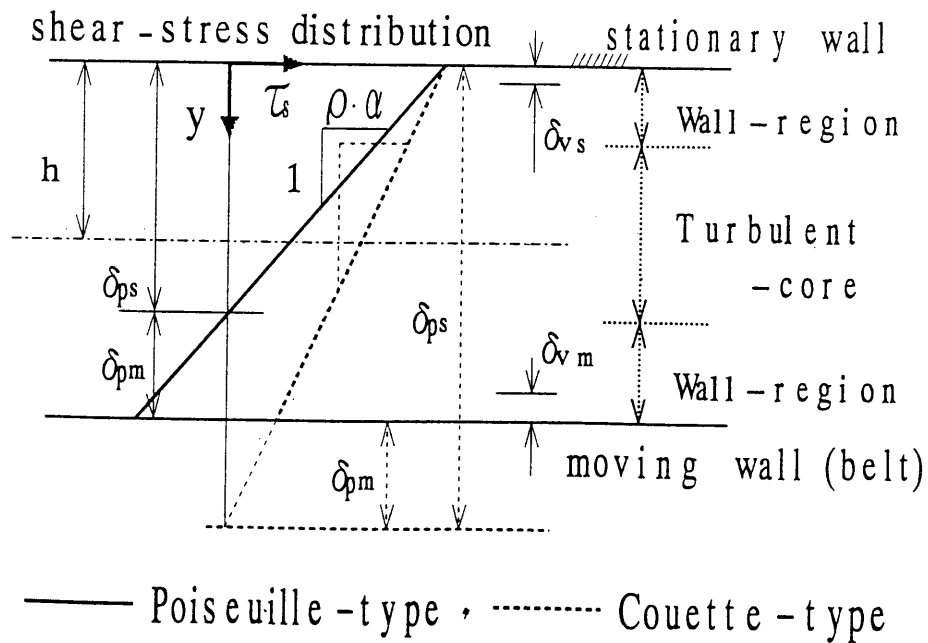


Fig. 4-1 Shear stress distributions and flow types

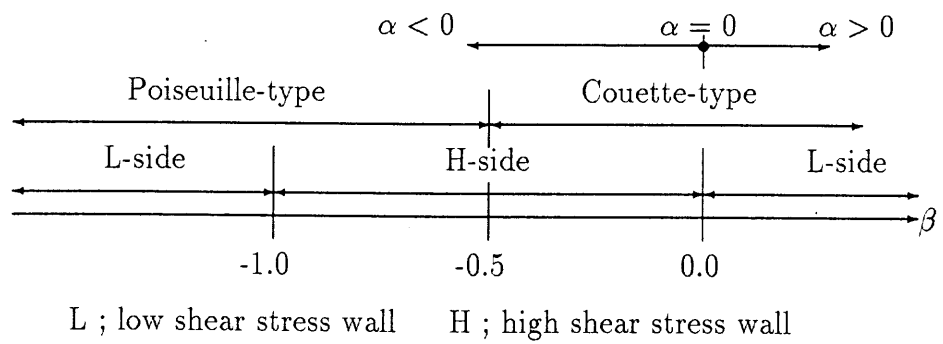
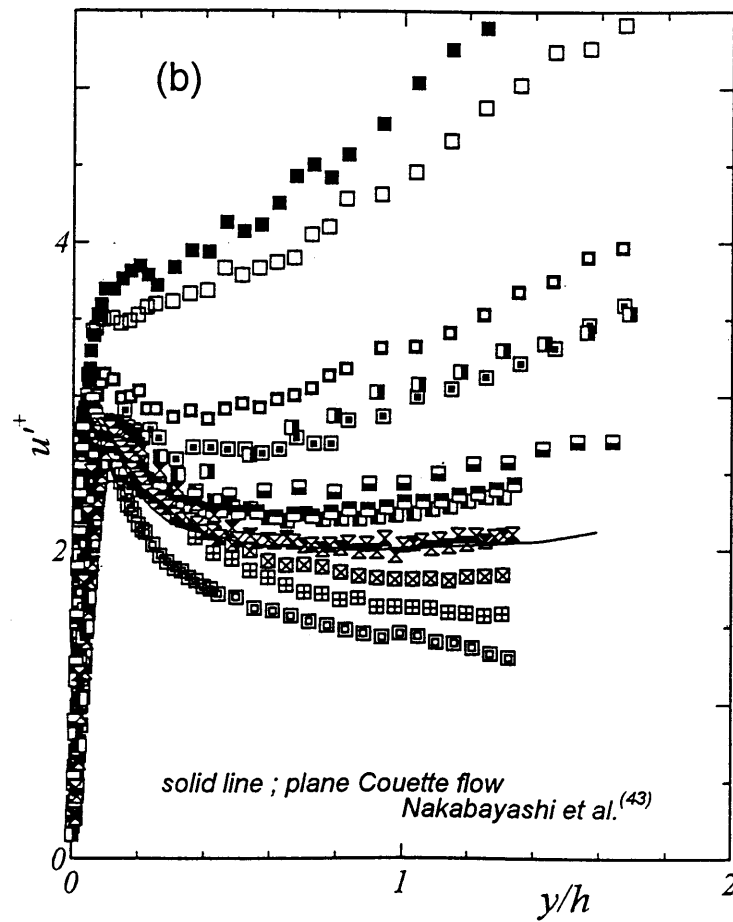
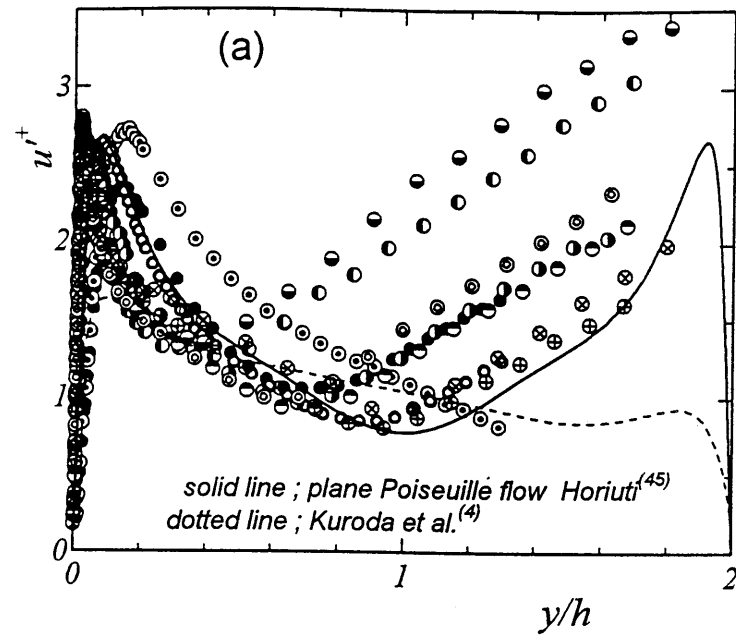


Fig. 4-2 Relation between flow-type and β



(a) Poiseuille-type flow

(b) Couette-type flow

Fig. 4-3 Turbulence intensities u'

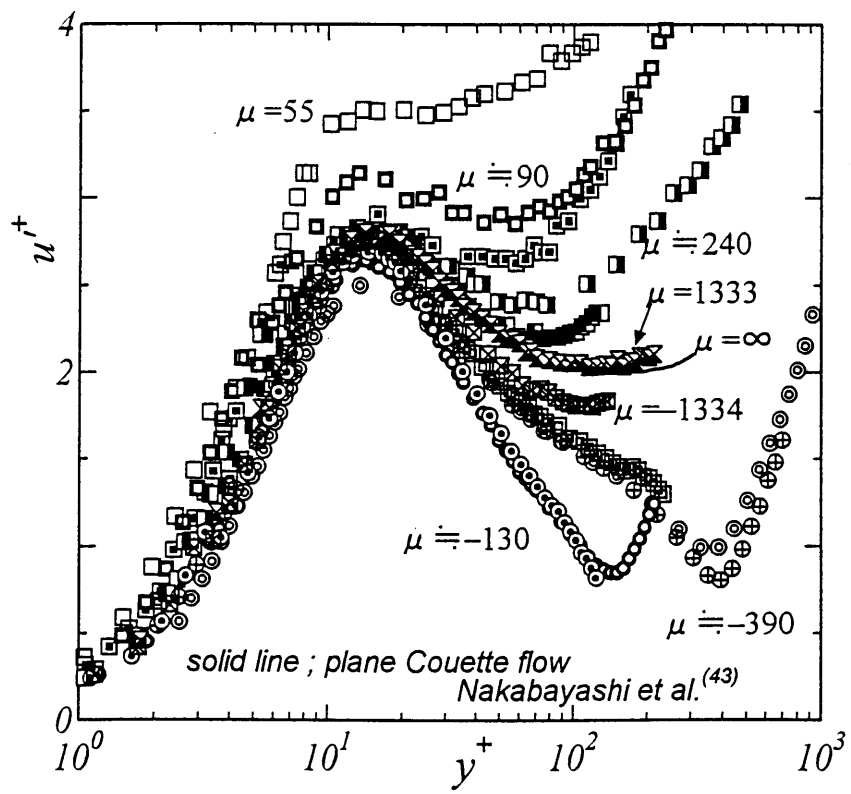


Fig. 4-4 Turbulence intensities u'^+

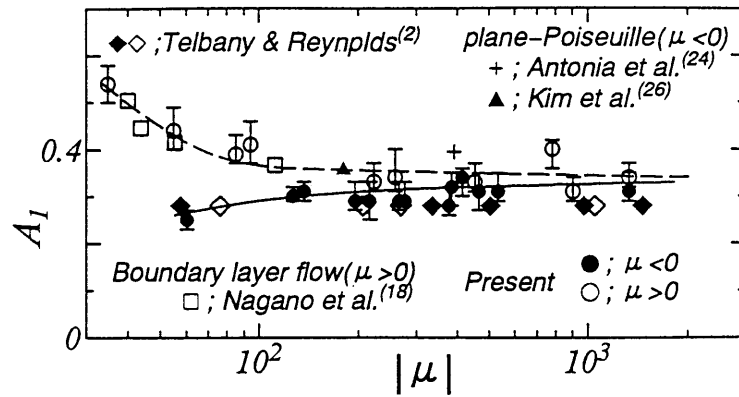


Fig. 4-5 Coefficient A_1

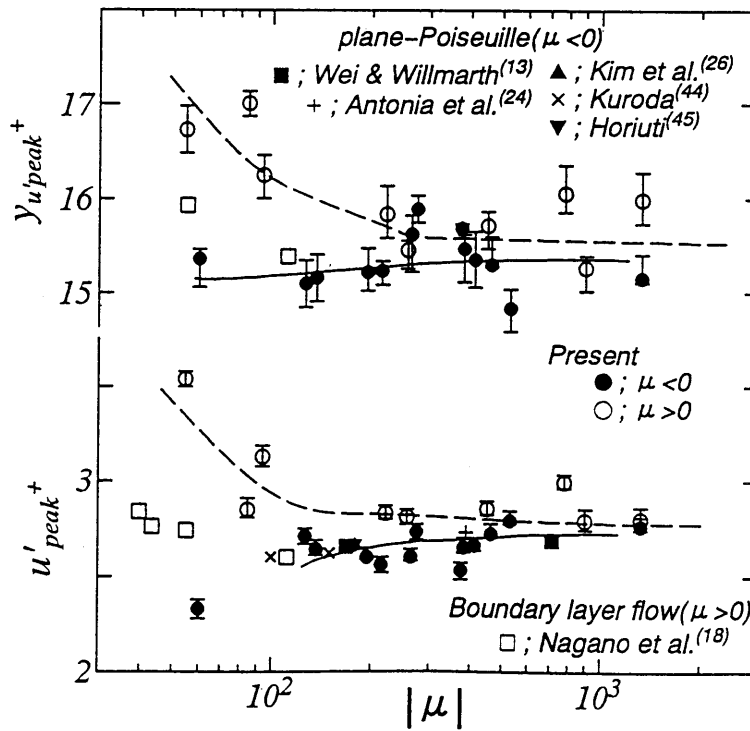


Fig. 4-6 Peak values and locations of u'^+

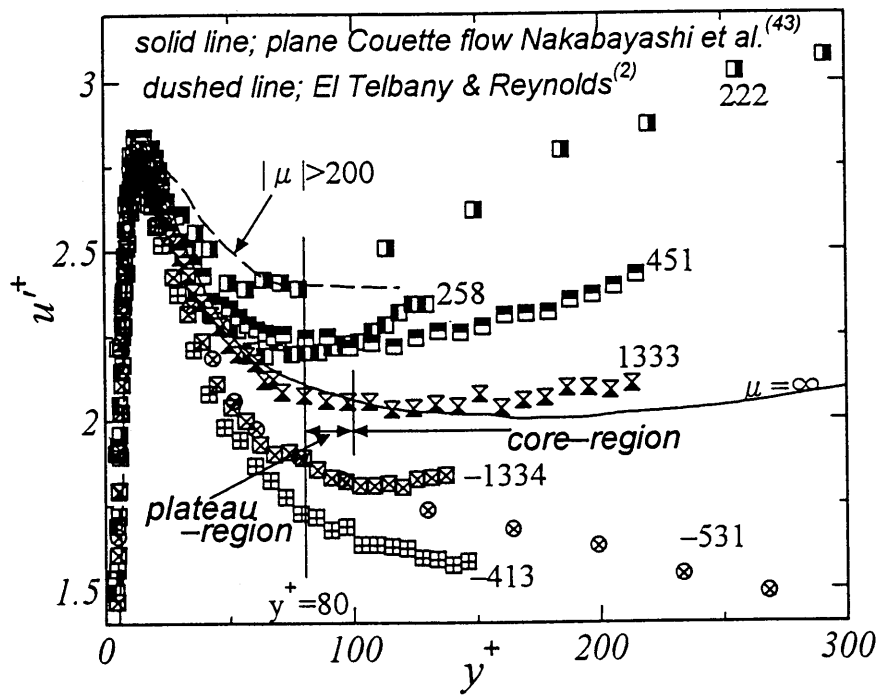
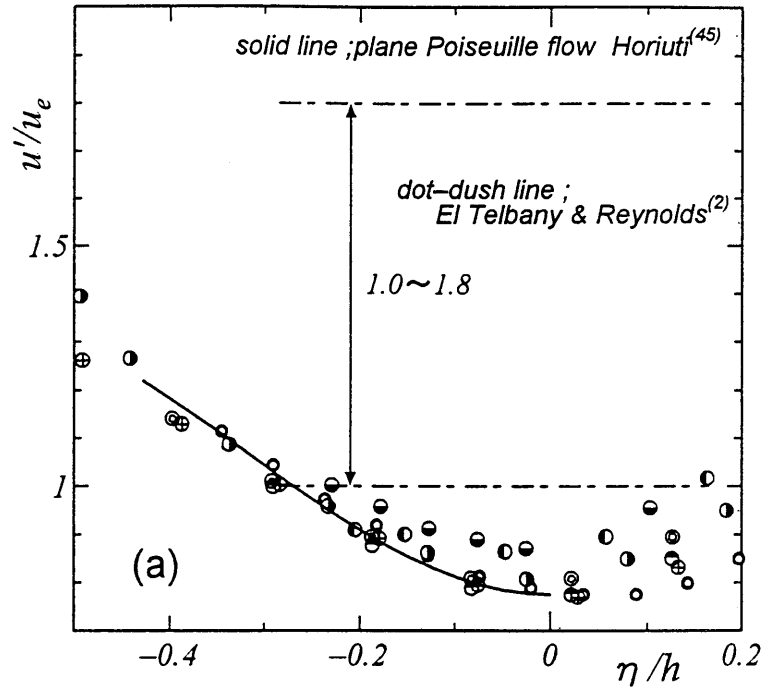
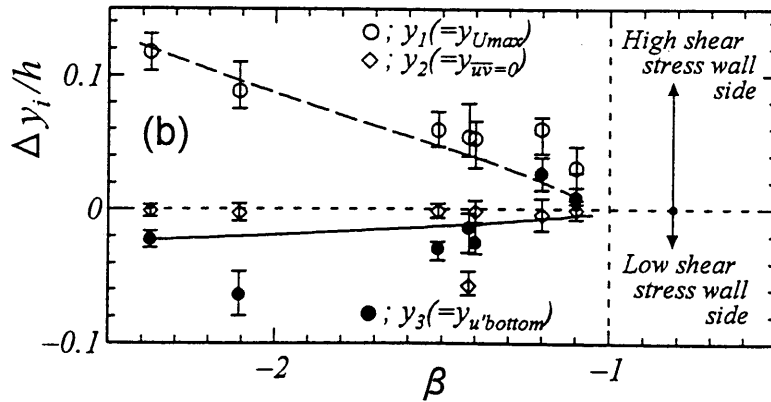


Fig. 4-7 Plateau region of u'^+



(a) Turbulence intensities of core-region



(b) $\Delta y/h$

Fig. 4-8 Core-region of u' for Poiseuille-type flow

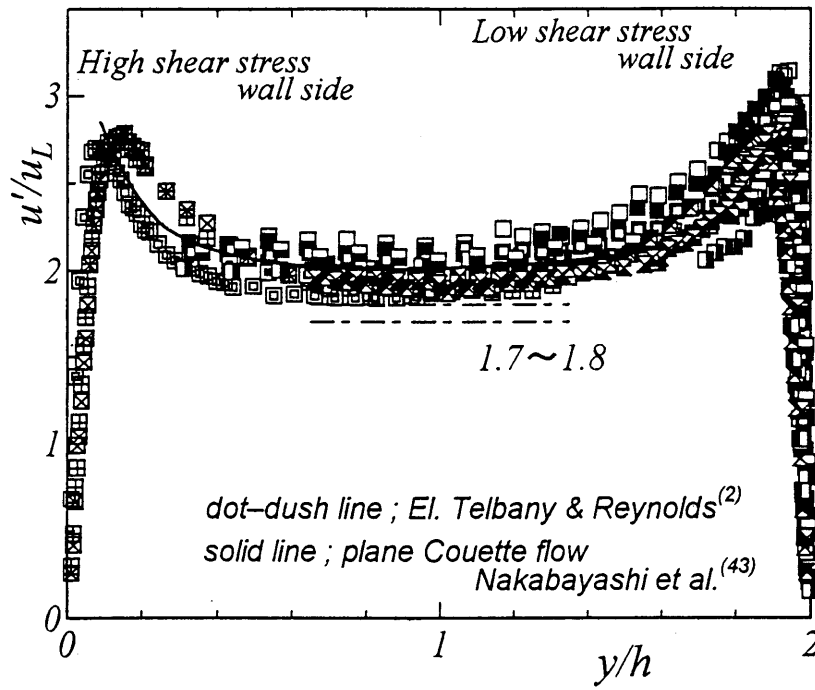


Fig. 4-9 Core-region of u' for Couette-type flow

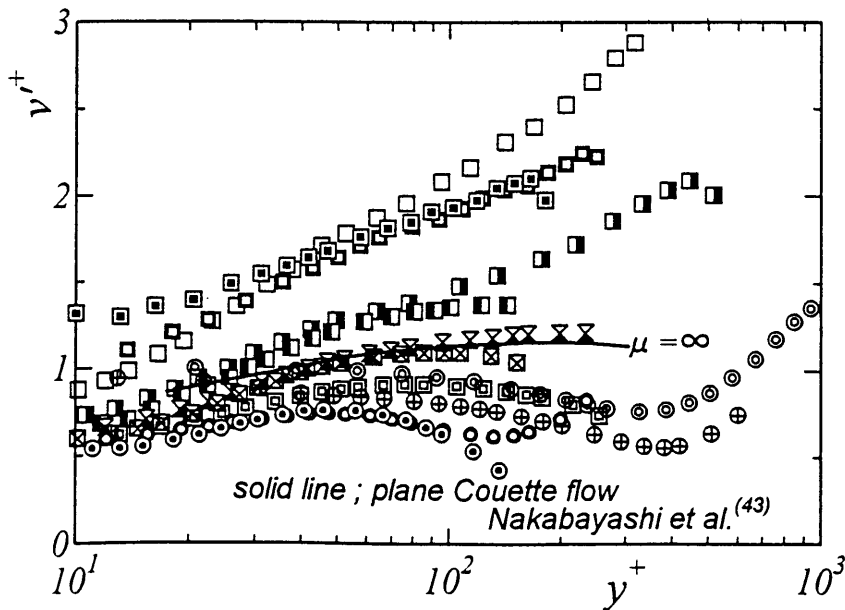


Fig. 4-10 Turbulence intensities v'^+

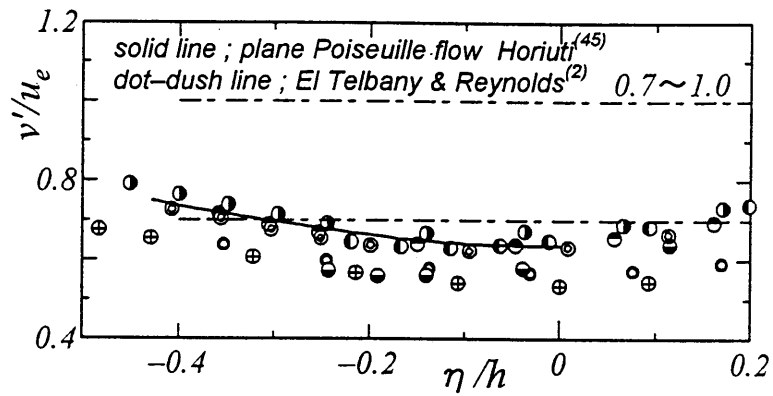


Fig. 4-11 Core-region of v' for Poiseuille-type flow

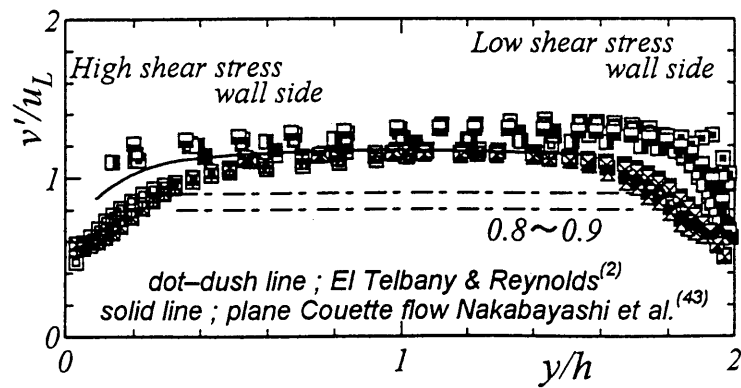


Fig. 4-12 Core-region of v' for Couette-type flow

第5章 高次統計量⁽⁴⁷⁾

5.1 緒言

前章では、クエット・ポアズイユ型乱流の乱れ強さ分布におよぼす流れパラメータ (Re^*, μ, β) の影響を調べ、その結果を平板ポアズイユ流れ、平板クエット流れおよび El Telbany & Reynolds の結果⁽²⁾と比較検討した。そして、壁領域の乱れ強さ分布に及ぼす μ と Re^* の効果を明らかにした。また、乱流コア領域における速度スケールがポアズイユ型とクエット型とで異なることを示した。しかし、壁近傍におけるレイノルズせん断応力生成のメカニズムに対する考察や μ の影響などは議論されていない。また、乱流コア領域の乱れ構造に与える β の効果も不明である。

そこで、本章では相関係数、スキューネス及びフラットネス係数の分布、レイノルズ応力を四象限分解し各象限の成分の寄与割合と傾度の分布におよぼす各種パラメータの影響について考察し、壁乱流の高次乱れ統計量分布におよぼすせん断応力こう配の効果を明らかにする。本章のような、高次統計量や四象限分解を用いた研究には、Kim et al.⁽²⁶⁾による平板ポアズイユ流れのDNSや、Beck et al.⁽²⁷⁾による平板クエット流れのDNSなどがあるのみで、クエット・ポアズイユ型流れに対するせん断応力こう配の影響を扱った系統的な研究は他に見あたらない。

5.2 相関係数

相関係数 $-\overline{uv}/(u'v')$ を横軸 y/h に対して図5-1に示す。図5-1(a)はポアズイユ型流れの相関係数の分布を示す。実線で示した平板ポアズイユ流れのDNS⁽⁴⁵⁾の結果にみられる壁のごく近傍の極大値が実験結果に現れないのは、高さ方向乱れ強さをX型熱線流速計で測定する際、壁近傍での値を過大に見積ってしまうためである。 β が増大すると相関係数が零になる位置が壁から遠ざかる。これは、せん断応力 $\tau = 0$ となる位置が $y = \delta_p = |\beta|h$ であることから明らかである。

クエット型流れ(図5-1(b))では、高せん断応力壁を原点 ($y/h = 0$) になるよう座標変換して、相関係数分布を示した。図中の実線は平板クエット流れの実験結果⁽⁴³⁾ ($Re^* = 192, \beta = 0$) である。クエット型流れでは流路内に $\tau = 0$ となる位置が存在しないので、相関係数の分布はポアズイユ型流れに比べ平坦であるが、高せん断応力壁側では低せん断応力壁側に比べ相関係数が大きくなり、流路中央部のこう配は負になる。 β が零から減少する程、このこう配は急になる。また、 β の値が近い条件の分布を比べると、 Re^* が大きいほどその値が減少する傾向がある。El Telbany & Reynolds⁽²⁾の結果は、本実験結果の値より非常に大きい。

5.3 スキューネス及びフラットネス係数

図5-2,3,5,6に流れ方向および高さ方向のスキューネス係数、フラットネス係数を y^+ に対して示す。高さ方向成分の分布については $y^+ < 40$ では十分な精度が得られなかったので、 $y^+ \geq 40$ の範囲を示した。図には平板クエット流れの実験結果⁽⁴³⁾(実線)と平板ポアズイユ流れのDNS⁽⁴⁵⁾の結果(破線)も併せて示した。これらの分布におよぼす μ, Re^* の影響を、パラメータ μ の影響の現れ方を考慮しながら考察する。

図5-2は流れ方向成分のスキューネス係数 $S(u')$ の分布を示す。図より壁領域での $S(u')$ の分布形状は μ の値により変化する。しかし、 μ の値がほぼ等しくて Re^* の値が異なる場合[例えば

(⊕)と(⊖)], その分布形状はほぼ同じであることより, 分布形状への Re^* の依存性はみられない. $y^+ \leq 12$ の壁のごく近傍では $S(u')$ は y^+ が増大するにつれ減少するが, その値はいずれの場合も正であり, この領域ではスweep現象が支配的であると考えられる. $\mu < 0$ では分布形状への μ の影響はみられないが, $\mu > 0$ では $S(u')$ の値は μ が小さくなるに従い大きくなる. これについて図5-4に乱れの生成項 $-\overline{uv}^+ dU^+/dy^+$ を示す. $\mu > 0$ の場合, μ が小さいほど生成項の値が大きくバッファ領域の乱れのアクティビティが高いため, より高速の (u' が大きい) 流体塊が壁のごく近傍まで入り込み強いスweepが現れるためである. $12 < y^+ \leq 30 \sim 40$ での $S(u')$ の分布は, $\mu = \infty$ の平板クエット流れ (実線) の分布を境に $\mu > 0$ ではこれより上に, $\mu < 0$ では下に分布し, 実線からのずれは $|\mu|$ が小さいほど大きい. この領域では $S(u') < 0$ となる場合が多く, イジェクションの寄与が大きくなっていると考えられる. しかし, $\mu > 0$ の場合 μ が減少するにつれ $S(u')$ が増大し, $\mu \leq 94$ では $S(u')$ は全領域で正となり, この場合には後に四象限分解の章で述べるように, イジェクションよりスweepの寄与が大きい. $y^+ > 40$ では $\mu = \infty$ の平板クエット流れの分布を境にして $\mu > 0$ では上に, $\mu < 0$ では下に分布し, $|\mu|$ が減少するにしたがい平板クエット流れの分布との差は拡大する.

図5-3は流れ方向フラットネス係数 $F(u')$ の分布を示す. $y^+ < 12$ での $F(u')$ は y^+ が大きくなるにつれ減少する. $\mu > 0$ の場合, μ の減少にしたがい $F(u')$ は増大する. $12 < y^+ \leq 30$ では, $\mu > 0$ では μ の減少にしたがい $F(u')$ は増大するが, $\mu < 0$ の場合は μ の変化に対する $F(u')$ の変化は小さい. また, $y^+ = 12 \sim 20$ において $F(u')$ の極小値を持つ場合が多い. $y^+ \simeq 30 \sim 40$ ではいずれの場合もほぼ同じ値 ($F(u') = 2.6 \sim 2.8$) であり, ここを境に $F(u')$ の値の μ による大小関係が逆転する. $y^+ > 40$ では, 低レイノルズ数のポアズイユ型流れを除き $F(u')$ の y^+ に対する変化は小さい. クエット型流れの $F(u')$ はほぼ一定値 (2.6~2.8) である. ポアズイユ型流れは, 乱流コア部で $F(u') > 3$ となる. μ が大きい ($|\mu| \geq 216$) 場合には, ポアズイユ型流れでもクエット型流れと同様, ほぼ一定 ($F(u') = 2.8 \sim 3.0$) となる領域が現れる.

高さ方向成分のスキューネス係数 $S(v')$ (図5-5) は, クエット型流れでは y^+ に対しほぼ一定 ($-0.4 \sim 0.4$) であり, 平板クエット流れの値を境に $\mu > 0$ では上に, $\mu < 0$ では下に分布し, 平板クエット流れからのずれは $|\mu|$ が減少するにつれ拡大する. ポアズイユ型流れでは流路中央部 ($y^+ \simeq |\mu|$) で $S(v')$ が零になる. $|\mu|$ が大きい ($|\mu| \geq 216$) 場合には, $y^+ > 40$ でクエット型流れと同様ほぼ一定になる領域が見られる. 高さ方向成分のフラットネス係数 $F(v')$ (図5-6) は, 壁から離れるにしたがい値が減少するが常に3より大きい. ポアズイユ型流れでは流路中央部で値が増大するのに対し, クエット型流れではほぼ一定であり流れタイプにより相違が見られる.

5.4 レイノルズせん断応力の四象限分解

図5-7に, ポアズイユ型流れとクエット型流れの4つの象限とイベントの名称 (スweep, イジェクション, インタアクション) の関係を示す. 静止壁側から移動壁側への座標変換の式がポアズイユ型とクエット型で異なるので, 移動壁側の各象限とイベントの対応が, 流れタイプによって異なる. ポアズイユ型流れではイジェクションもスweepも反対壁ではインタアクションに相当し, クエット型流れのスweepとイジェクションは反対壁ではイジェクションとスweepに対応している.

ポアズイユ型流れとクエット型流れのそれぞれについて, 各象限における寄与割合と頻度の

分布例を $\mu = -195$ と $\mu = 780$ に対して図5-8,9に示す。寄与割合は壁面せん断応力との比で表してある。寄与割合に関して、後述するように $0 < \mu \leq 94$ ではスweepがイジェクションより大きくなるが、この例ではいずれの流れタイプにおいても壁のごく近傍を除けば、第2象限(イジェクション)が第4象限(スweep)より大きく、レイノルズせん断応力の生成に対し主要な役割を果たしている。第1,3象限(インタアクション)は値が小さく、その絶対値は断面にわたりほぼ一定である。頻度分布については、第4象限が第2象限より値が大きい。スweepは頻度が高いもののレイノルズせん断応力の生成に対する寄与は小さく、これより頻度は低い、強いイジェクションがレイノルズせん断応力に大きく寄与していることがわかる。ポアズイユ型流れでは、寄与割合も頻度分布も $y/h = \delta_p/h = |\beta|$ で各象限が持っている作用の役割が入れ替わるが、クエット型流れでは各象限の作用の役割が入れ替わる位置がはっきりしない。ポアズイユ型流れでは寄与割合と頻度の第2象限と第4象限に現れる値の差が比較的大きいが、クエット型流れでは寄与割合も頻度も第2象限と第4象限との差が小さい。

第2象限と第4象限の寄与割合と頻度の分布が μ によってどのように変化するかを調べるため、これらを壁変数 $y^+(\geq 40)$ に対し図5-10から図5-17に示した。寄与割合についてはレイノルズせん断応力 $-\rho\bar{uv}$ との比を用いた。それぞれの分布の μ による変化の傾向をわかりやすくするため、ポアズイユ型(図5-10~13)とクエット型(図5-14~17)を別々の図に示す。ポアズイユ型流れの寄与割合(図10,11)にはKim et al.⁽²⁶⁾の平板ポアズイユ流れのDNSも併せて示した。ポアズイユ型流れの寄与割合 $\overline{(-uv)}_i/(-\bar{uv})$ が壁から離れた位置で急激に増大するのは、流路中央部で $\bar{uv} = 0$ となる位置が存在するためである。この領域での寄与割合の増大につれ頻度は低下する。

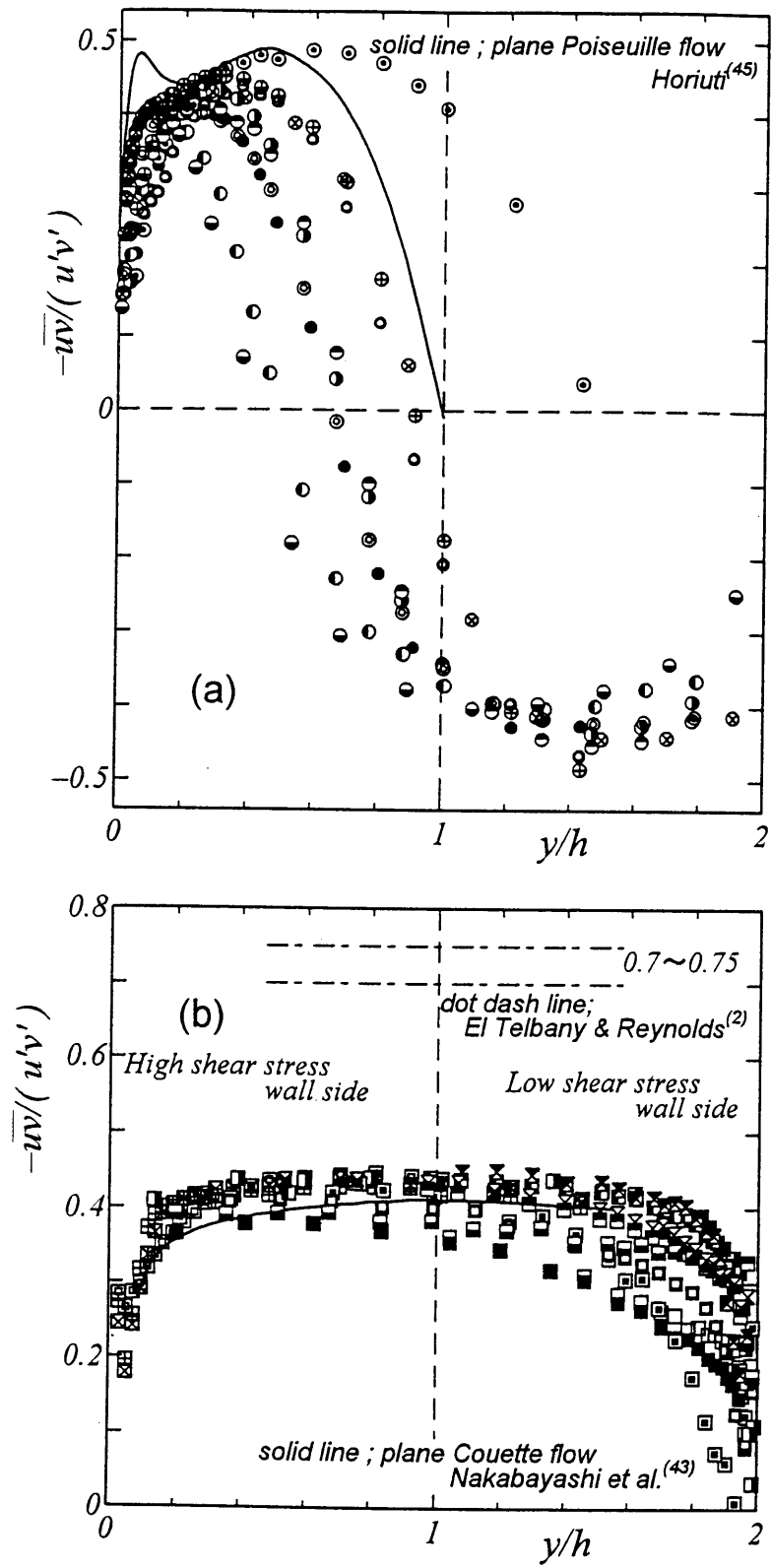
ポアズイユ型流れでは第2象限の寄与割合と頻度は、乱流コア部を除けば μ に対する依存性に定まった傾向は見られず、寄与割合は約0.75~0.85、頻度は約0.25~3.3の値となる。これに対し第4象限では壁領域において $|\mu|$ が減少するにつれて、寄与割合は低下し、頻度は増加する。この結果、 $40 \geq y^+ \geq 100$ の壁領域では、 $|\overline{(-uv)}_2| > |\overline{(-uv)}_4|$ が成立し、両者の差は $|\mu|$ が減少するにつれ拡大する。

クエット型流れでは、第2象限の寄与割合と頻度の分布(図5-14,16)のパラメータ μ に対する依存性は小さく明確でないが、 μ の値にかかわらず、寄与割合は y^+ に対し右下がり、頻度は右上がりに分布している。一方、第4象限の寄与割合と頻度の分布(図5-15,17)はパラメータ μ の影響を強く受ける。寄与割合は $|\mu|$ の減少につれて、 $|\mu| \simeq 1300$ の分布を境に $\mu < 0$ の場合には下へずれ、 $\mu > 0$ の場合には上へずれる傾向を持つ。この結果、 $0 < \mu \leq 94$ の場合第4象限の寄与割合が第2象限のそれよりも大きくなる($|\overline{(-uv)}_4| > |\overline{(-uv)}_2|$)。一方、頻度分布も μ の絶対値が小さい場合その符号にしたがって値が上下する。その際のずれる方向は寄与割合とは逆に、 $|\mu| \simeq 1300$ の分布を境に $\mu < 0$ の場合には上にずれ、 $\mu > 0$ の場合には下にずれる傾向を持つ。よって、 $\mu > 0$ でその値が小さい場合には頻度が小さいが強いスweepがレイノルズせん断応力の生成に大きく寄与していることが知られる。

5.5 結言

クエット・ポアズイユ型流れの高次乱れ統計量を測定し、その分布形状におよぼすパラメータ Re^*, μ, β の影響を調べ、以下のような結論を得た。

1. レイノルズせん断応力生成のメカニズムは、 $0 < \mu \leq 94$ の場合には頻度が低い強いスイープが支配的である。しかし、それ以外の μ の範囲ではチャンネル乱流と同じくイジェクションの効果が大きい。
2. 壁領域ではレイノルズせん断応力の四象限分解におけるパラメータ μ の影響は、第4象限の寄与割合と頻度の分布に大きく現れるのに対し、第2象限にはほとんど現れない。 $|\mu|$ の減少にともなって、 $\mu < 0$ では第4象限の寄与割合が減少するのに対し、 $\mu > 0$ ではそれが増大する。
3. 流れ方向成分のスキューネス $S(u')$ およびフラットネス係数 $F(u')$ の分布形状はバッファ領域 ($y^+ \leq 30 \sim 40$) で μ に依存して変化し、 Re^* には依存しない。 $y^+ \leq 12$ では、 $\mu < 0$ の場合には分布形状が変化しないが、 $\mu > 0$ の場合には μ が減少するにしたがい $S(u')$ 、 $F(u')$ は増大する。
4. 相関係数は、クエット型流れでは低せん断応力壁側より高せん断応力壁側で値が大きい。乱流コア部での相関係数は、 β が零から減少するにつれ平坦な分布からこう配を持つ分布になる。



(a) Poiseuille-type flow

(b) Couette-type flow

Fig. 5-1 Shear correlation coefficient

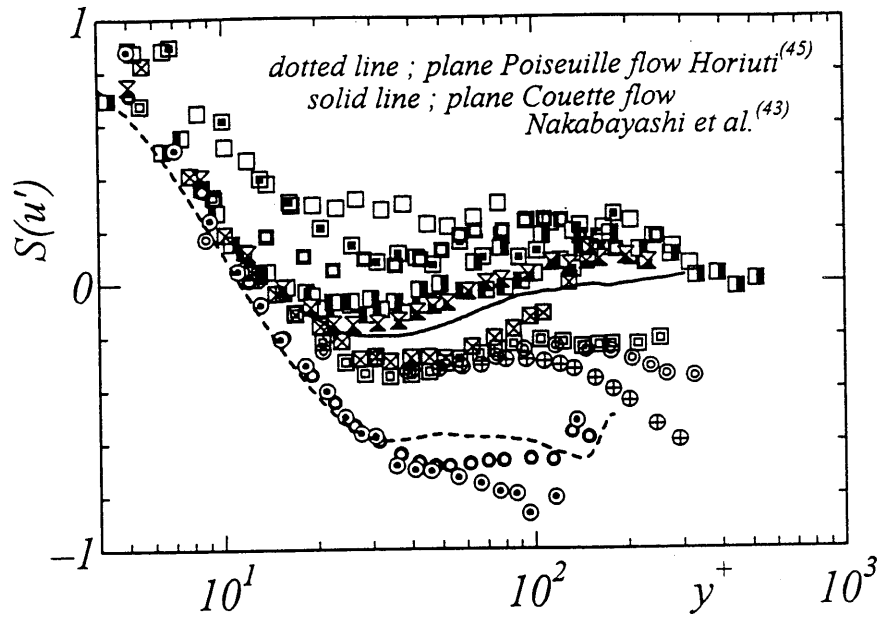


Fig. 5-2 Skewness factor of u'

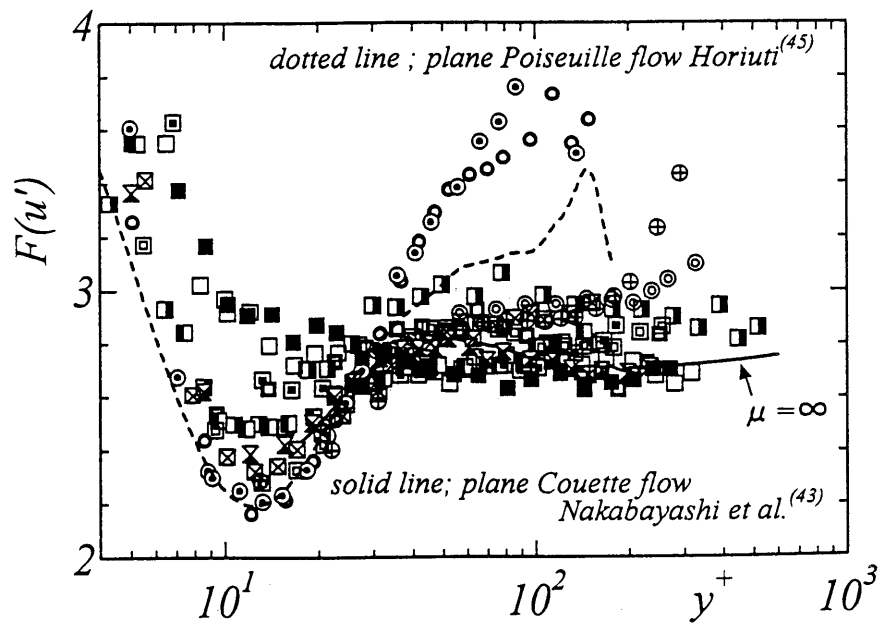


Fig. 5-3 Flatness factor of u'

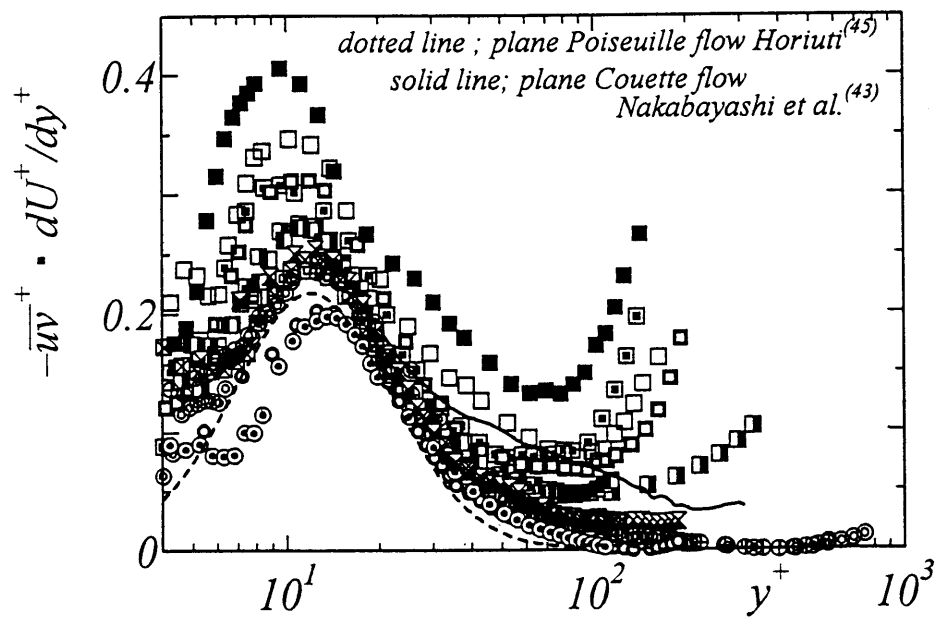


Fig. 5-4 Production term

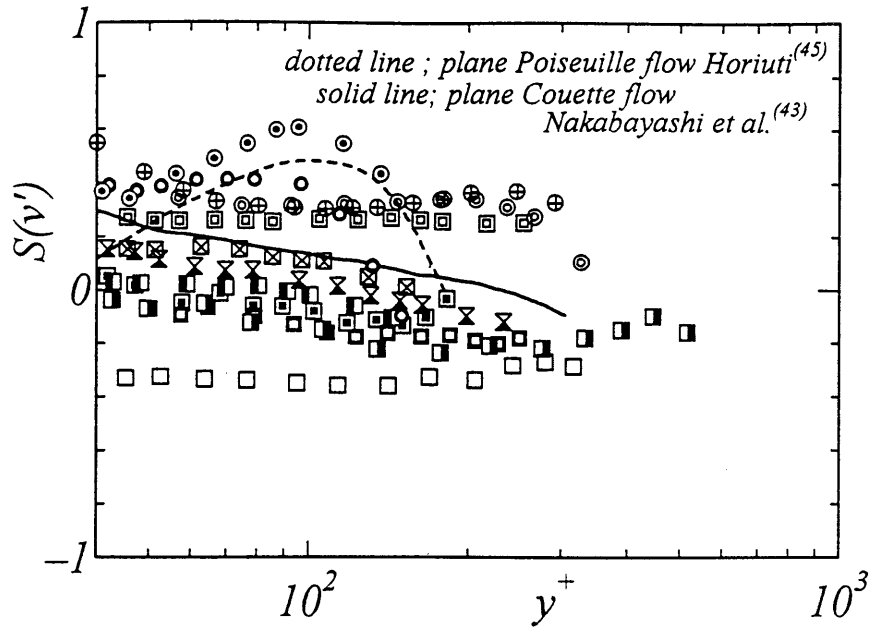


Fig. 5-5 Skewness factor of v'

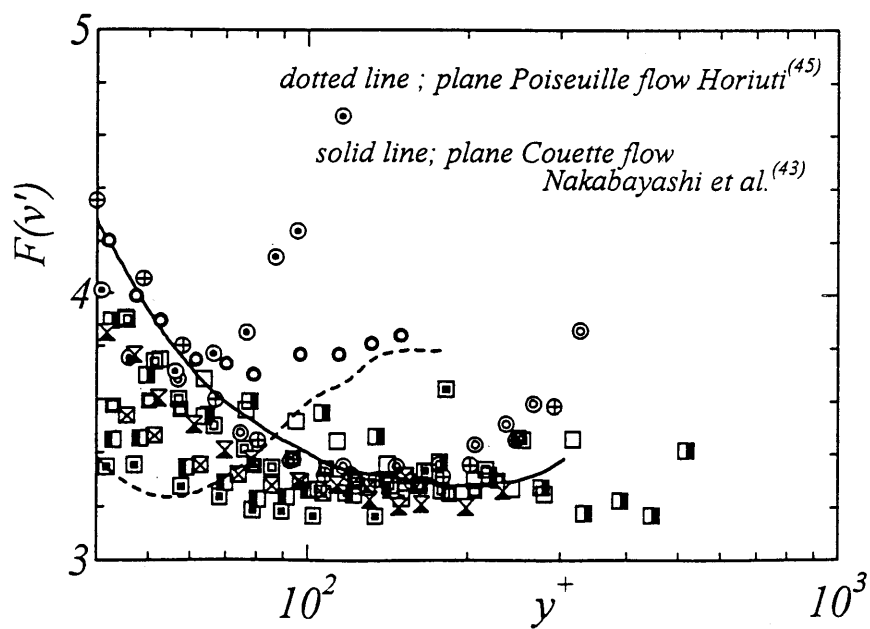
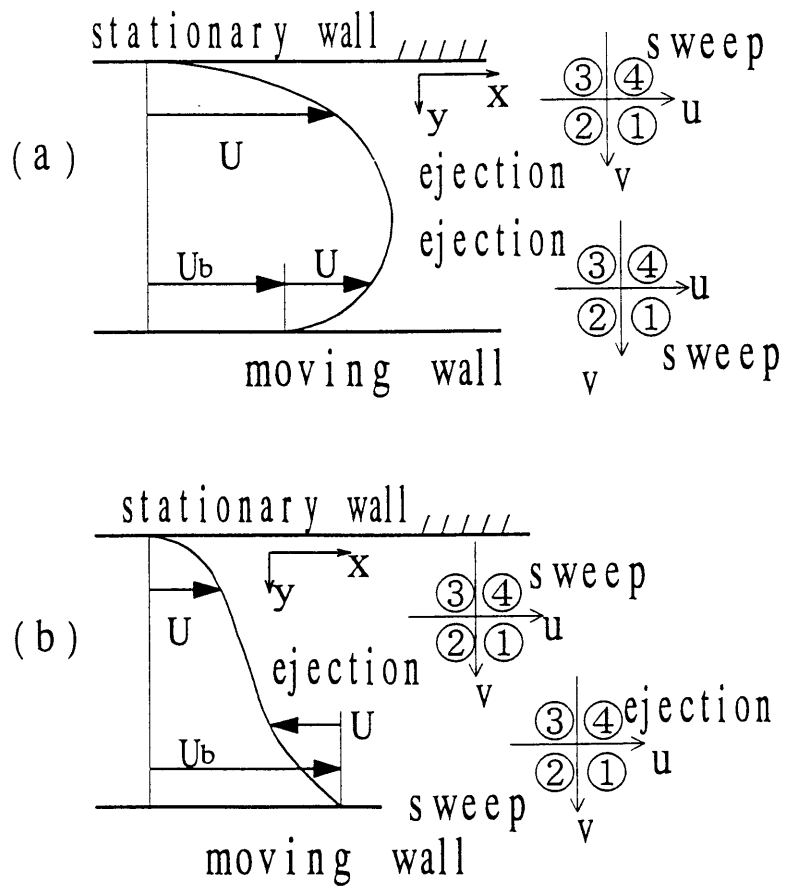


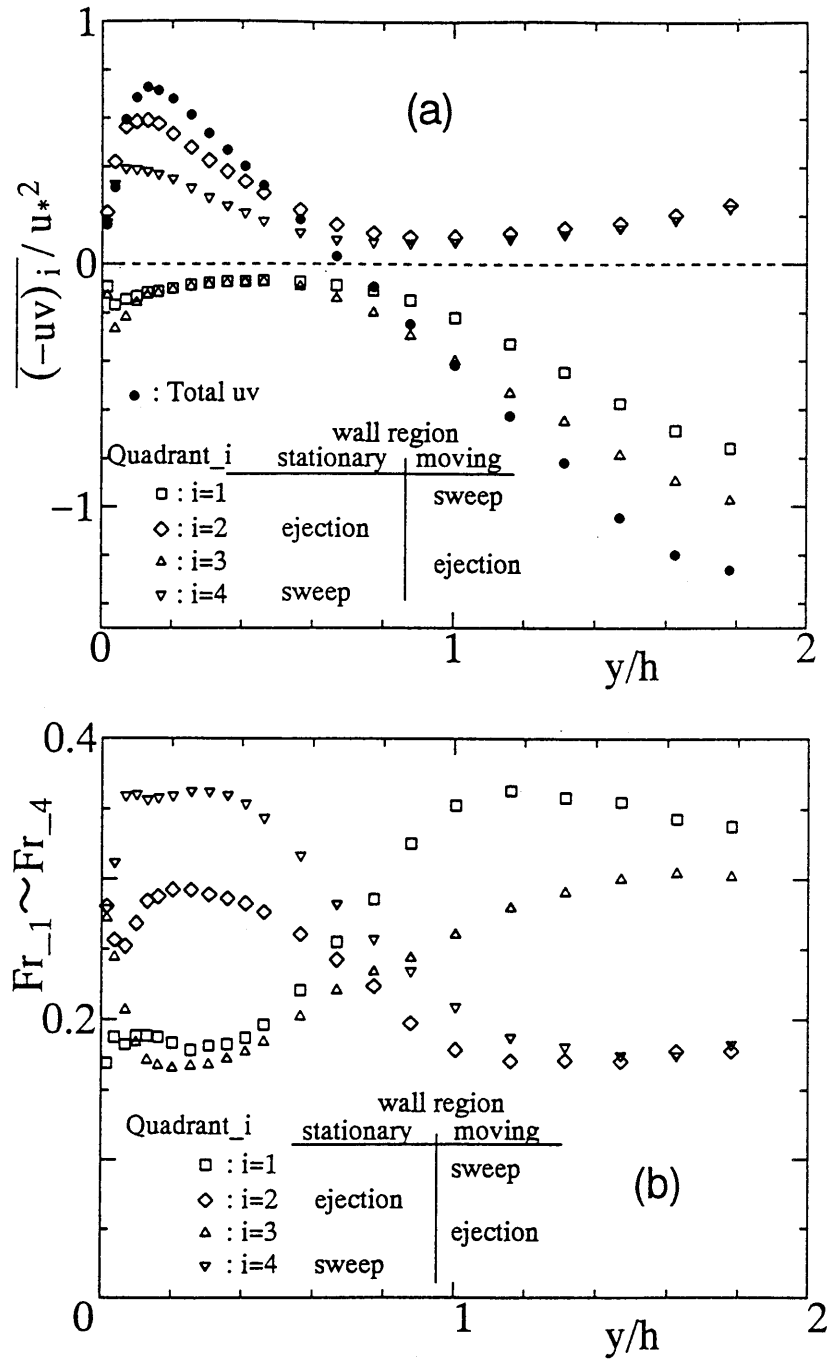
Fig. 5-6 Flatness factor of v'



(a) Poiseuille-type flow

(b) Couette-type flow

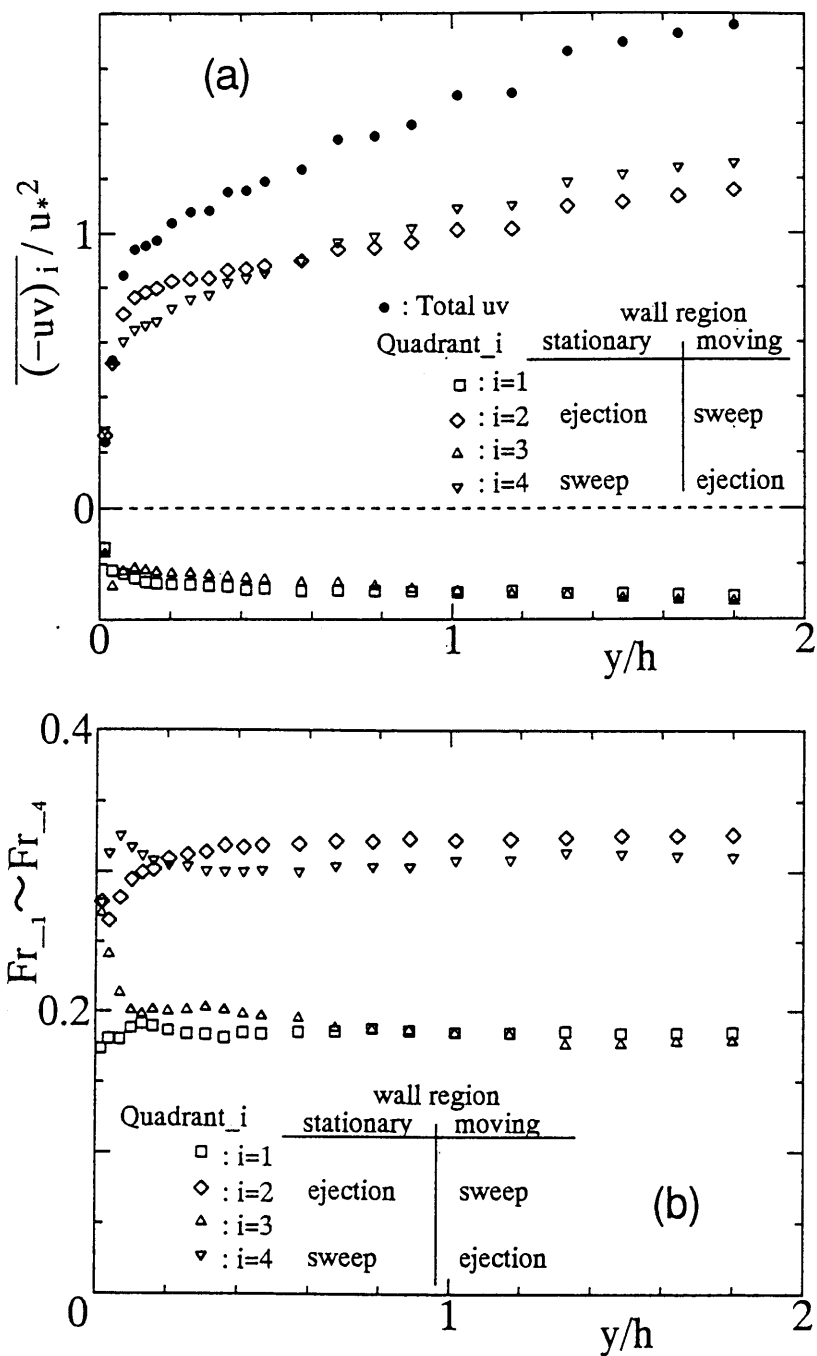
Fig. 5-7 Classification of turbulent events



(a) Fractional contribution

(b) Frequency of occurrence

Fig. 5-8 Examples of four-quadrant analysis
Poiseuille-type flow ($Re^* = 277, \mu = -195$)



(a) Fractional contribution

(b) Frequency of occurrence

Fig. 5-9 Examples of four-quadrant analysis

Couette-type flow ($Re^* = 316, \mu = 780$)

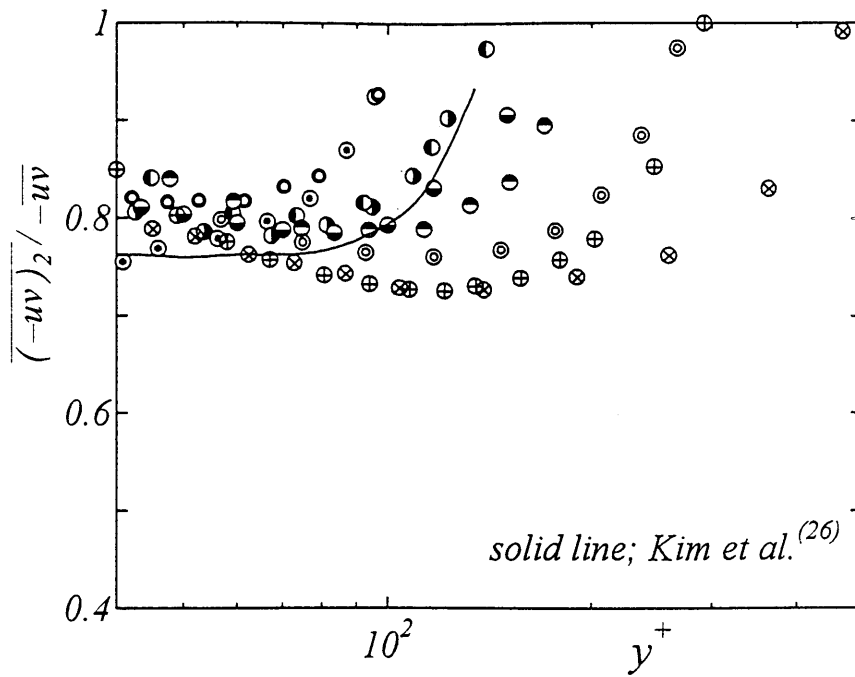


Fig. 5-10 Fractional contribution from quadrant-2 of Poiseuille-type flow

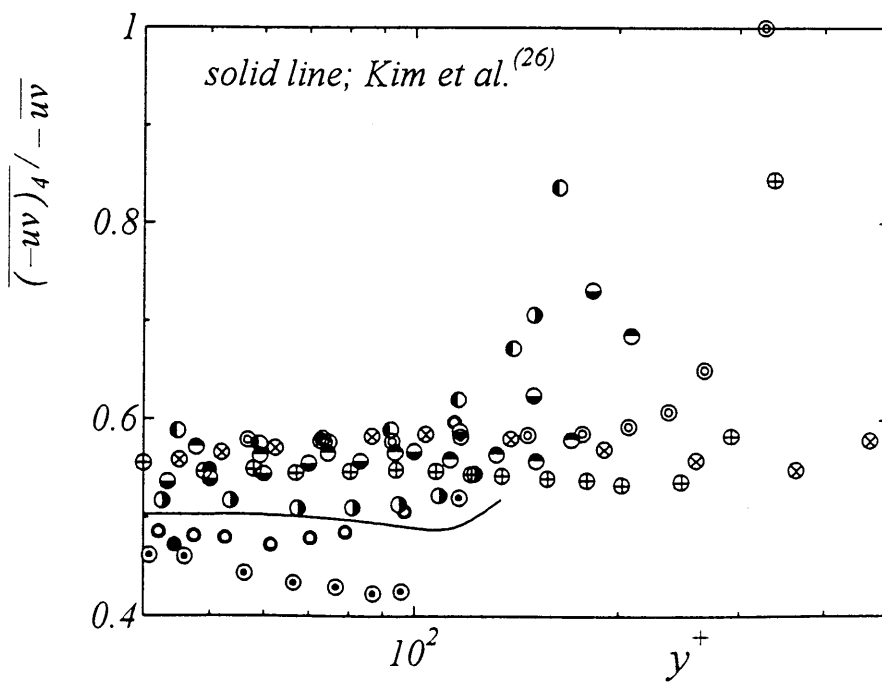


Fig. 5-11 Fractional contribution from quadrant-4 of Poiseuille-type flow

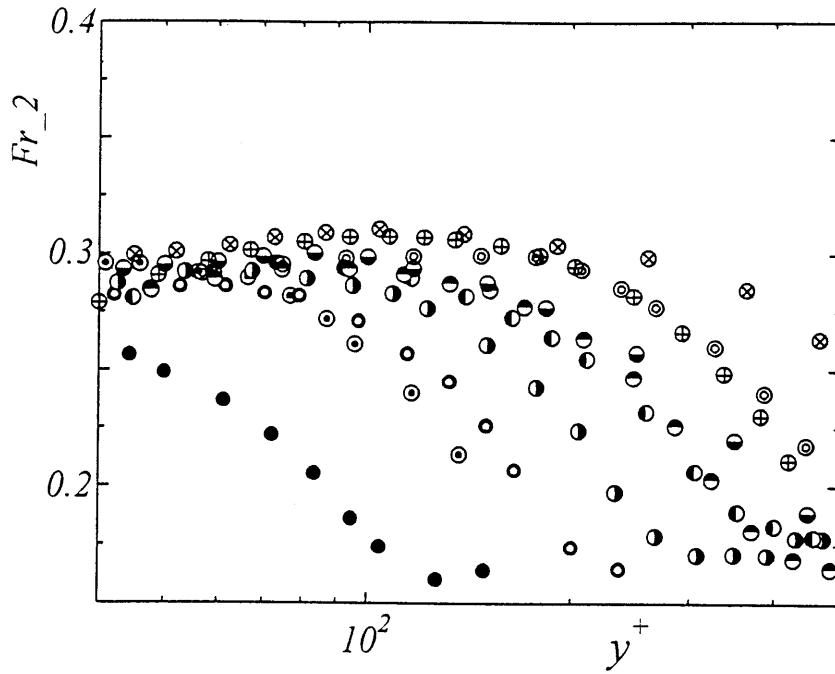


Fig. 5-12 Frequency from quadrant-2 of Poiseuille-type flow

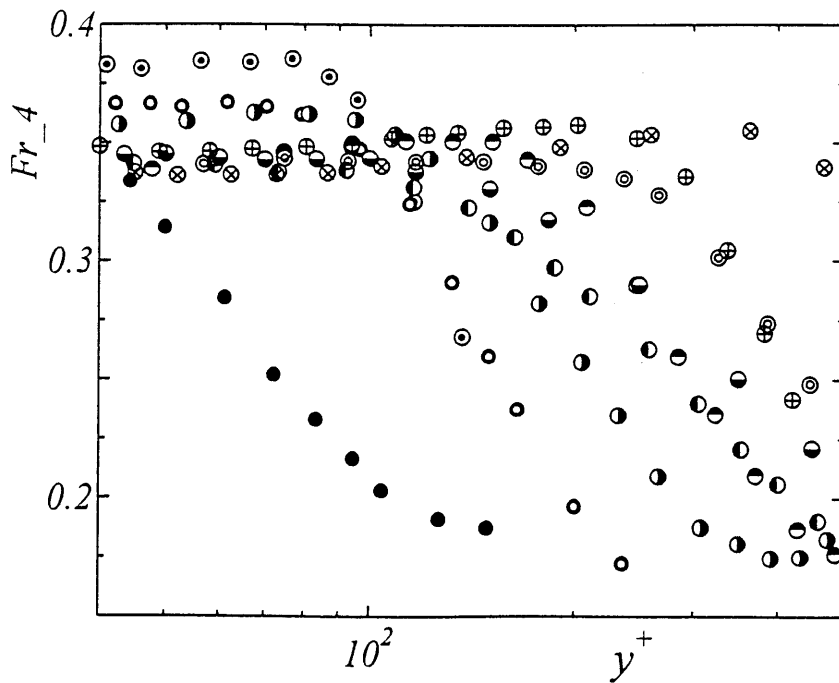


Fig. 5-13 Frequency from quadrant-4 of Poiseuille-type flow

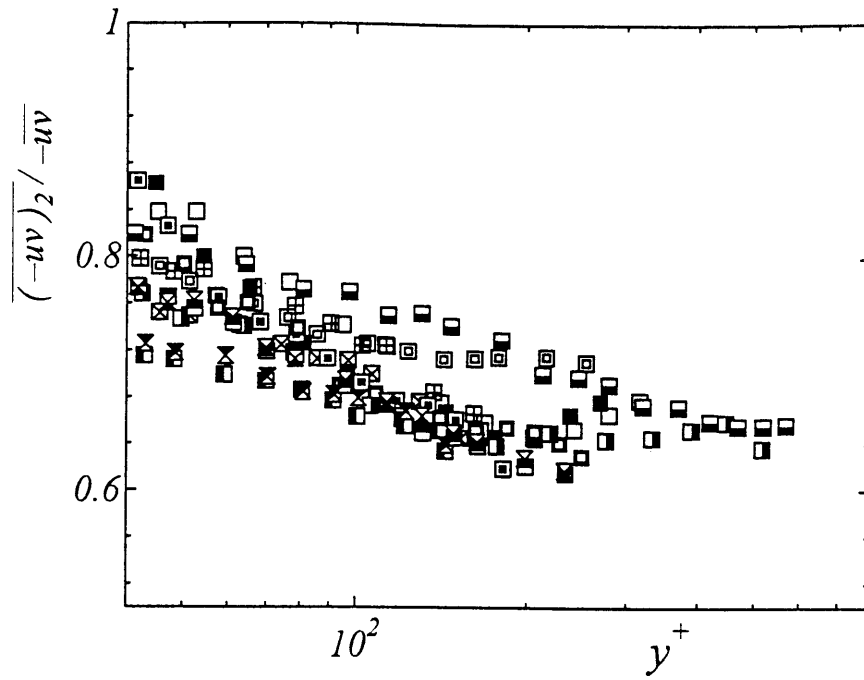


Fig. 5-14 Fractional contribution from quadrant-2 of Couette-type flow

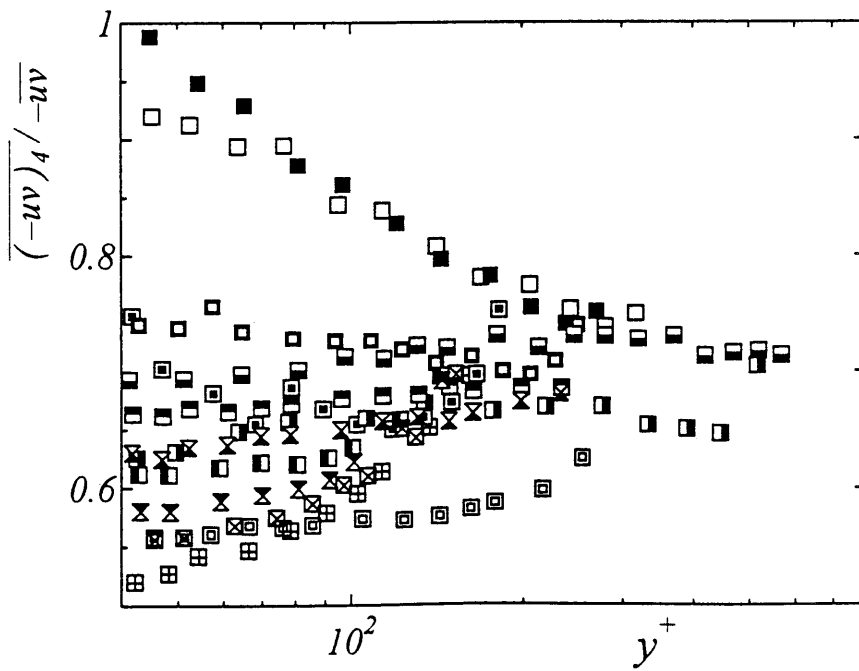


Fig. 5-15 Fractional contribution from quadrant-4 of Couette-type flow

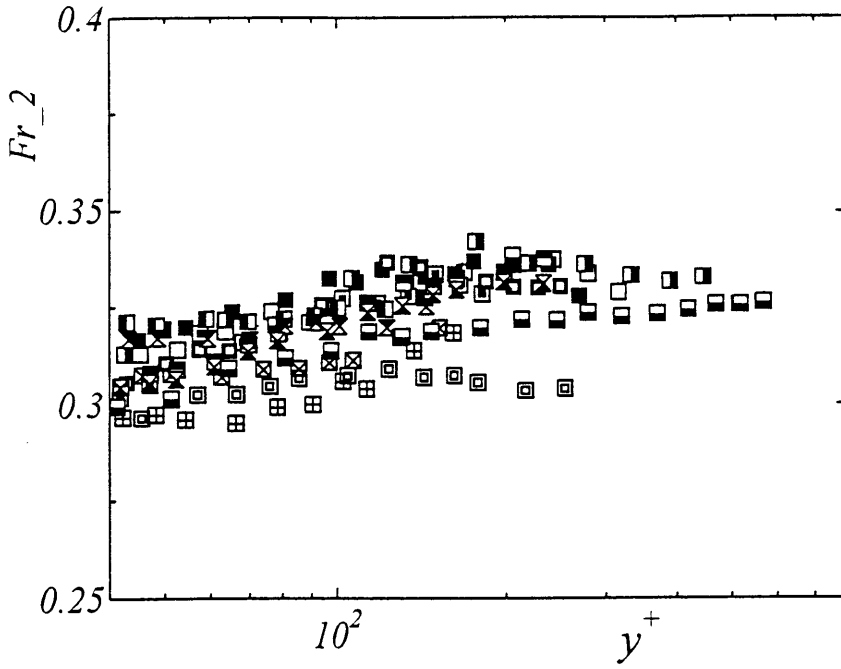


Fig. 5-16 Frequency from quadrant-2 of Couette-type flow

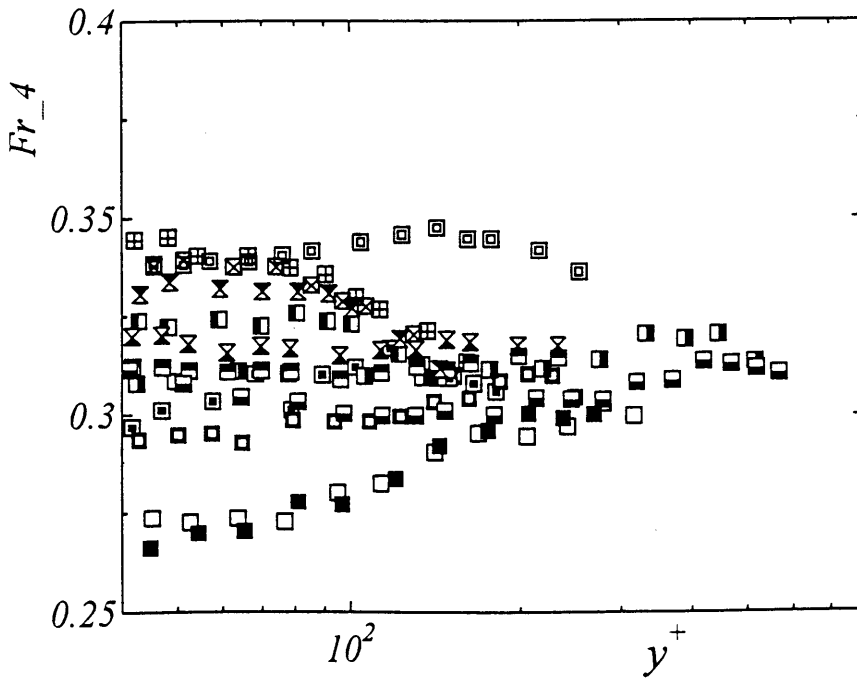


Fig. 5-17 Frequency from quadrant-4 of Couette-type flow

第6章 結論

本論文は、クエット・ポアズイユ型乱流について系統的にパラメータ Re^* , μ , β を変化させた流れ場の、平均速度および乱れ統計量の分布を測定し、速度分布則や乱流構造におよぼすせん断応力こう配、レイノルズ数の影響を考察したものである。以下、本研究によって明らかになった諸点について総括する。

まず第1章で本研究の背景となるこれまでに報告された関連する分野の研究の概要とそこから導かれた研究の意義、および具体的な目的と本研究の特徴について述べた。第2章では、実験に用いた装置および実験方法について述べた。

第3章では、平均速度分布に関して考察し、以下の結論を得た。

1. ベルト速度 U_b を代表速度とする壁面摩擦係数 $C_f = 2u_*^2/U_b^2$ は $\beta = \alpha h/u_*^2$ と $Re^* = hu_*/\nu$ の関数である。これは、 C_f の値が流れタイプ(ポアズイユ型とクエット型)に依存することを意味している。一方、壁基準で考え、平均速度分布の分割面における速度 $U(h')$ を代表速度に用いた壁面摩擦係数 $C_f' = 2u_*^2/U(h')^2$ は $Re^{*'} = h'u_*/\nu$ のみの関数であり、ポアズイユ型、クエット型にかかわらず同じ関係で与えられる。
2. 壁法則は、乱流境界層の場合と同様、せん断応力こう配パラメータ μ に依存し、壁基準で整理することができる。カルマン定数 κ は普遍定数であり、付加定数 B は Van-Driest の減衰係数 A^+ と同じく μ のみの関数となる。 B は、 $|\mu|$ が充分大きい ($|\mu| > 400$) とき $B \simeq 5.5$ で一定となるが、 $|\mu| < 400$ では絶対値の減少にともない $\mu >$ では値が増加し、 $\mu < 0$ では値が減少する。また、対数則の成立する範囲の上限は $Re^{*'}$ に依存し、 $Re^{*' > 300$ では h' の約30%で一定になる。一方、下限は μ に依存し、 $\mu < 0$ では壁から遠ざかり、 $\mu > 0$ では壁に近づく。その範囲はおよそ、 δ_v の40~60倍である。
3. $1/2$ 乗則は壁基準で考えることができ、定数 K_1 は β' と $Re^{*'}$ の影響を受ける。 β' の増大あるいは $Re^{*'}$ の減少にともなってその値は減少する。
4. 乱流コア部の考察のために導入した、無次元化した渦動粘性係数 ε_T/u_*h' (ポアズイユ型)、 ε_T/u_*2h (クエット型) の代表値は、ポアズイユ型(極大値)では、 β, Re^* によらずほぼ一定であるが、クエット型(ほぼ一定となる値)では、 β の増大あるいは Re^* の減少にともない、値が増大する傾向がある。コア領域の乱流構造には、クエット型とポアズイユ型に明らかな相違がある。

第4章では、乱れ強さ分布を考察して、次の結論を得た。

1. 壁領域での乱れ強さ u^+, v^+ の分布形状は μ に強く依存しており、 Re^* の影響は小さい。そして、これらの分布形状は平板クエット流れ ($\mu = \infty$) の値を境にして、 $\mu > 0$ では上に、 $\mu < 0$ では下に分布し、そのずれ量は $|\mu|$ が減少するにつれ増大する。
2. 流れ方向成分 u^+ のプラトー領域は、 $\mu > 0$ の場合 $\mu \simeq 1300$ で存在する。一方、 $\mu < 0$ の場合 $\mu \simeq -1300$ では存在しない。

3. u^+ の分布におよぼす μ の効果についてクエット・ポアズイユ型流れと平衡乱流境界層流れを比較すると、 $y^+ \leq 6$ の壁のごく近傍では共通性が見られるが、 $y^+ \simeq 15$ 付近では違いが現れる。
4. 乱流コア領域におけるポアズイユ型流れの乱れ強さを有効摩擦速度 $u_e = (|\alpha|h)^{1/2}$ で無次元化した u'/u_e , v'/u_e は、 η/h で整理すれば平板ポアズイユ流れの分布に近いが、 $|\beta|$ が大きくなると、わずかに増大する。それぞれの極小値の値は $-2.37 \leq \beta \leq -1.1$ の範囲で $u'/u_e = 0.8 \sim 0.9$, $v'/u_e = 0.55 \sim 0.7$ の値を持つ。クエット型流れでは局所摩擦速度 $u_L = (\tau/\rho)^{1/2}$ で無次元化した u'/u_L と v'/u_L の各成分はそれぞれ $1.8 \sim 2.2$ および $1.1 \sim 1.3$ の値を持つが、パラメータ β に対する依存性は明確ではない。

第5章では、高次乱れ統計量分布について考察し以下の結論を得た。

1. レイノルズせん断応力生成のメカニズムは、 $0 < \mu \leq 94$ の場合には頻度が低いが強いスイープが支配的である。しかし、それ以外の μ の範囲ではチャンネル乱流と同じくイジェクションの効果が大である。
2. 壁領域ではレイノルズせん断応力の四象限分解におけるパラメータ μ の影響は、第4象限の寄与割合と頻度の分布に大きく現れるのに対し、第2象限にはほとんど現れない。 $|\mu|$ の減少にともなって、 $\mu < 0$ では第4象限の寄与割合が減少するのに対し、 $\mu > 0$ ではそれが増大する。
3. スキューネスおよびフラットネス係数の分布形状はバッファ領域($y^+ \leq 30 \sim 40$)で μ に依存して変化し、 Re^* には依存しない。 $y^+ \leq 12$ では、 $\mu < 0$ の場合には分布形状が変化しないが、 $\mu > 0$ の場合には μ が減少するにしたがい $S(u')$, $F(u')$ は増大する。
4. 相関係数は、クエット型流れでは低せん断応力壁側より高せん断応力壁側で値が大きい。乱流コア部での相関係数は、 β が零から減少するにつれ平坦な分布からこう配を持つ分布になる。

参考文献

- (1) M.M.M. EL Telbany and A.J. Reynolds. Velocity distributions in plane turbulent channel flows. *J. Fluid Mech.*, Vol. 100, pp. 1–29, 1980.
- (2) M.M.M. EL Telbany and A.J. Reynolds. Turbulence in plane channel flows. *J. Fluid Mech.*, Vol. 111, pp. 283–318, 1981.
- (3) K. Corenflos, S. Rida, J.C. Monnier, P. Dupont, K. Dang Tran, and M. Stanislas. Experimental and numerical study of a plane Couette-Poiseuille flow as a test case for turbulence modeling. *Engineering Turbulence Modelling and Experiments 2*, (Rodi, W. and Martelli, F. eds.) Elsevier, pp. 499–508, 1993.
- (4) A. Kuroda, N. Kasagi, and M. Hirata. Direct numerical simulation of turbulent Couette-Poiseuille flows: Effect of mean shear rate on the near-wall turbulent structures. *9th Turbulent Shear Flows*, (Durst, F. et al. eds.), Springer, Berlin, pp. 241–257, 1995.
- (5) W. Gretler and W. Meile. Calculation of plane turbulent Couette-Poiseuille flows with a modified $k-\varepsilon$ model. *Fluid Dynamics Research*, Vol. 21, pp. 263–283, 1997.
- (6) J.C. Rotta, (訳) 大路通雄. [乱流]. 岩波書店, 1976.
- (7) F.H. Clauser. The turbulent boundary layer. *Advance in Applied Mechanics 4*, Academic press., pp. 1–51, 1956.
- (8) A.A. Townsend. Equilibrium layers and wall turbulence. *J. Fluid Mech.*, Vol. 11, pp. 97–120, 1961.
- (9) B.A. Kader and A.M. Yaglom. Similarity treatment of moving-equilibrium turbulent boundary layers in adverse pressure gradients. *J. Fluid Mech.*, Vol. 89, pp. 305–343, 1978.
- (10) E.R. van Driest. On turbulent flow near a wall. *J. of Aeronaut. Sci.*, Vol. 23, pp. 1007–1011, 1036, 1956.
- (11) F.H. Clauser. Turbulent boundary layers in adverse pressure gradients. *J. of Aeronaut. Sci.*, Vol. 21, pp. 91–108, 1954.
- (12) A.D. Cutler and J.P. Johnston. The relaxation of a turbulent boundary layer in an adverse pressure gradient. *J. Fluid Mech.*, Vol. 200, pp. 367–387, 1989.
- (13) T. Wei and W.W. Willmarth. Reynolds number effects on the structure of a turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.*, Vol. 204, pp. 57–95, 1989.
- (14) 森西洋平, 小林敏雄. [人工壁面境界条件を用いた LES の構成およびその評価]. 日本機械学会論文集(B編), Vol. 57, No. 540, pp. 2595–2601, 1991.

- (15) R.F. Blackwelder and L.S.G. Kovasznay. Large-scale motion of a turbulent boundary layer during relaminarization. *J. Fluid Mech.*, Vol. 53, pp. 61–83, 1972.
- (16) P.R. Spalart. Numerical study of sink-flow boundary layers. *J. Fluid Mech.*, Vol. 172, pp. 307–328, 1986.
- (17) W.M. Kays. Heat transfer to the transpired turbulent boundary layer. *ASME Paper*, 1971. No.71-HT-44.
- (18) Y. Nagano, M. Tagawa, and T. Tsuji. Effects of adverse pressure gradients on mean flows and turbulence statistics in a boundary layer. *8th Turbulent Shear Flows*, (Durst, F. et al. eds.) Springer, Berlin, pp. 7–21, 1993.
- (19) V.C. Patel and M.R. Head. Some observations on skin friction and velocity profiles in fully developed pipe and channel flows. *J. Fluid Mech*, Vol. 38, pp. 181–201, 1969.
- (20) G.D. Huffman and P. Bradshaw. A note on von-Kármán's constant in low Reynolds number turbulent flows. *J. Fluid Mech*, Vol. 53, pp. 45–60, 1972.
- (21) V.C. Patel. A unified view of the law of the wall using mixing-length theory. *Aeronautical Quarterly*, Vol. 24, pp. 55–70, 9 1973.
- (22) A.E. Samuel and P.N. Joubert. A boundary layer developing in an increasingly adverse pressure gradient. *J. Fluid Mech*, Vol. 66, pp. 481–505, 1974.
- (23) 中林功一, 鬼頭修己, 岩田裕司, 加藤英司, 上原年. 「乱流潤滑に関する基礎研究 (第1報, 平板間乱流クエット流れ)」。日本機械学会論文集(B編), Vol. 54, No. 499, pp. 547–552, 1988.
- (24) R.A. Antonia, M. Teitel, J.Kim, and L.W.B. Browne. Low-Reynolds-number effects in a fully developed turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.*, Vol. 236, pp. 579–605, 1992.
- (25) 鬼頭修己, 中林功一. 「発達チャネル乱流の乱れ特性におよぼすレイノルズ数の効果」。日本機械学会論文集(B編), Vol. 59, No. 564, pp. 2443–2449, 1998.
- (26) J. Kim, P. Moin, and R. Moser. Turbulence statistics in fully developed channel flow at low Reynolds number. *J. Fluid Mech.*, Vol. 177, pp. 133–166, 1987.
- (27) K.H. Bech, N. Tillmark, P.H. Alfredsson, and H.I. Andersson. An investigation of turbulent Couette flow at low Reynolds numbers. *J. Fluid Mech.*, Vol. 286, pp. 291–235, 1995.
- (28) P. Skåre and P. Krogstad. A turbulent equilibrium boundary layer near separation. *J. Fluid Mech.*, Vol. 272, pp. 319–348, 1994.
- (29) P. Krogstad and P. Skåre. Influence of a strong adverse pressure gradient on turbulent structure in a boundary layer. *Phys. Fluids*, Vol. 7, No. 8, pp. 2014–2024, 8 1995.

- (30) J.C. Bahtia, F. Durst, and J. Jovanovic. Corrections of hot-wire anemometer measurements near walls. *J. Fluid Mech.*, Vol. 122, pp. 411–431, 1982.
- (31) 中林功一, 鬼頭修己, 加藤義孝. [クエット・ポアズイユ形乱流の平均速度分布]. 日本機械学会論文集(B編), Vol. 61, No. 589, pp. 3122–3129, 1995.
- (32) J.M. Robertson. On turbulent plane-Couette flow. *Proc. of the 6th Midwestern Conference on Fluid Mechanics*, Univ. Texas Austin, pp. 169–182, 1959.
- (33) A.K.M.F. Hussain and W.C. Reynolds. Measurements in fully developed turbulent channel flow. *Trans. of the ASME, J. of Fluids Engineering*, Vol. 97-4, pp. 568–580, 11 1975.
- (34) A.V. Johansson and P.H. Alhredsson. On the structure of turbulent channel flow. *J. Fluid Mech.*, Vol. 122, pp. 295–314, 1982.
- (35) H.P. Kreplin and H. Eckelmann. Behavior of the three fluctuating velocity components in the wall region of a turbulent channel flow. *Phys. of Fluids*, Vol. 22, pp. 1233–1239, 7 1979.
- (36) 西野耕一, 笠木伸英. [三次元画像処理流速計による二次元チャンネル乱流の乱流統計量の測定]. 日本機械学会論文集(B編), Vol. 56, No. 525, pp. 1338–1347, 1990.
- (37) 中林功一, 鬼頭修己, 足立昌俊, 池谷徹. [平行平板間乱流クエット流れの乱れ構造]. 日本機械学会論文集(B編), Vol. 60, No. 578, pp. 3249–3255, 1994.
- (38) H.I. Andersson, K.H. Bech, and R. Kristoffersen. Reynolds-stress budgets in plane Couette flow: direct simulation and second-moment modelling. *Proc. 2nd International Symposium on Engineering Turbulence Modelling and Experiments*, (Rodi, W. et al. eds.), Elsevier, pp. 293–302, 1993.
- (39) M.J. Lee and J. Kim. The structure of turbulence in a simulated plane Couette flow. *Proc. 8th Symposium of Turbulent Shear Flows*, Munich, Germany, pp. 5–3–1—5–3–6, 1991.
- (40) H. Von Reichardt. Gesetzmässigkeiten der geradlinigen turbulenten Couetteströmung. *Mitt. Max-Planck-Institut für Strömungsforschung Nr.22*, pp. 1–45, 1959.
- (41) R.B. Dean. Reynolds number dependence of skin friction and other bulk flow variables in two dimensional rectangular duct flow. *Trans. of the ASME, J. of Fluids Engineering*, Vol. 100, pp. 215–223, 6 1978.
- (42) 中林功一, 鬼頭修己, 加藤義孝. [クエット・ポアズイユ形乱流の乱れ統計量(第1報, 乱れ強さ)]. 日本機械学会論文集(B編), 1998. 投稿中.
- (43) K. Nakabayashi, O. Kitoh, and F. Nishimura. Experimental study of a turbulent Couette flow at low-Reynolds number. *Proc. of 11th Symp. on Turbulent Shear Flows Grenoble*, France, pp. 11–10—11–15, 1997.

- (44) 黒田明慈. 「クエット・ポアズイユ乱流の直接数値シミュレーション」. PhD thesis, 東京大学, 1990.
- (45) 堀内潔. 「直接数値シミュレーションによる乱流輸送現象のデータベース構築に関する研究(研究課題番号 02302043)平成3年度科学研究費補助金(総合研究(a))研究成果報告書」. 研究代表者 笠木伸英, 1990-1992.
- (46) A.E. Perry and C.J. Abell. Scaling laws for pipe-flow turbulence. *J. Fluid Mech.*, Vol. 67, pp. 257-271, 1975.
- (47) 中林功一, 鬼頭修己, 加藤義孝. 「クエット・ポアズイユ形乱流の乱れ統計量(第2報, 高次統計量)」. 日本機械学会論文集(B編), 1998. 投稿中.
- (48) J.O.Hinze. *Turbulence*. McGRAW-HILL BOOK COMPANY, 2nd edition, 1975.
- (49) R.M. Lueptow, K.S. Breuer, and J.H. Haritonidis. Computer-aded calibration of X-probes using a look-up table. *Experiments in Fluids*, Vol. 6, pp. 115-118, 1988.
- (50) F.M.White. *Viscous Fluid Flow*. McGRAW-HILL BOOK COMPANY, 2nd edition, 1991.

謝辞

本論文は、平成4年4月から平成9年3月にかけて名古屋工業大学大学院・工学研究科博士後期課程・生産システム工学専攻(専攻分野 生産基礎学)に在籍中、機械工学科流体工学研究室において行った研究をまとめたものである。

入学を認めていただき、以来懇篤な指導を賜った中林功一教授に謹んで感謝の意を表します。鬼頭修己教授には、実験の計画・実行、得られた結果の整理・考察にわたり指導していただきました。この際の議論を通して研究のなんたるかを教えていただいたと思います。長野靖尚教授には本論文作成にあたり親切な御助言、指導を賜りました。森西洋平助教授には、数式の展開、実験結果を整理するためのプログラムの開発などを通し貴重なアドバイスをいただくとともに、公私にわたりお世話になりました。また、同研究室の土田陽一助教授、余偉明助手の研究に対するサポートに感謝します。装置製作において機械・工具の使い方といった基本的なことを指導していただくとともに、やっかいな仕事を引き受けていただき実験の遂行に力を貸していただいた祖父江人司技官、ワークステーションを管理していただいた橋本茂弘技官、そして工作・試験センターの藤井、坂井両技官に感謝いたします。

時として深夜にも及ぶ実験に協力し、お互いに力を合わせ研究に取り組んでくれた、博士前期課程の齊藤正哉君、岡本和彦君、学部生の、峰英生君、岡本育志君、真島哲志君、藪内直也君、鈴木正純君、栗本力君、石黒三雄君、近藤英司君、野田裕道君、栗岡宏樹君、山田聡一郎君に感謝するとともに、共に苦労もしましたが楽しい思い出もたくさん残すこともできました研究室に在籍された諸君を代表して、西村太志君に感謝いたします。

最後に、このような研究の機会を与えてくれて、黙って見守るとともに有形・無形の精神的サポートをくれた両親に心より感謝します。

Appendix

A X型熱線による2方向速度成分の測定原理及び計算方法

X型熱線流速計を用いた測定の原理および計算方法を以下に示すが、この章のみで用いる記号を次に示す。

A-1 記号

- $a_{,0} \sim a_{,m}$; φ に対する多項式の係数
- C ; 熱線の U_v に対する(ゲイン)係数
- E ; 熱線流速計の瞬時出力電圧
- k ; 熱線の接線速度成分に対する係数(U_e の式を参照のこと)
- Nd ; デジタルデータの点数
- U_a ; 瞬時流速ベクトル
- U_e ; 有効冷却速度 $U_e^2 = U_a^2 (\cos^2 \theta + k^2 \sin^2 \theta)$
- U_v ; 瞬時流速ベクトルの $x - y$ 平面内成分
- dU_v ; U_v の変動速度成分
- U ; 瞬時速度のX軸方向成分
- \bar{U} ; X軸方向成分の平均速度
- u ; X軸方向成分の変動速度成分
- V ; 瞬時速度のY軸方向成分
- \bar{V} ; Y軸方向成分の平均速度
- v ; Y軸方向成分の変動速度成分
- φ ; U_v と $x - y$ 平面との成す角度
- θ ; 熱線の法線ベクトルが U_v と成す角度
- 添字 1 ; チャンネル1
- 2 ; チャンネル2
- n ; デジタルデータの通し番号(0~Nd)
- ; 速度あるいは出力電圧の平均値

A-2 原理と方法

図 A-1 のように流れに対し異なる角度で置かれた2本1組の熱線を用いて、ある一点における流れの速度を2つの方向成分に分離する原理及びその計算方法を述べる。ここでは U と V を分離する場合を対象とする。座標系と流れおよび熱線との関係は図 A-2 に示す。ここで、 x 軸から y 軸へ向かう方向(図では時計回り)を角度 φ の正とする(図 A-3)。 $\varphi = 0$ の流れを基準にして、速度は変えないまま角度のみ変化させたとき、 $\varphi > 0$ に対して出力が増加する側をチャンネル1、減少する側をチャンネル2とする。今、2本の熱線の間隔は考えないものとして、どちらも $x - y$ 平面の流れ面内にあると仮定する。

X型熱線は、2本の熱線の出力電圧の差と絶対値を基に速度ベクトルを2方向に分解するのであるが、ここで得られる出力電圧の差は、流れに対する感知部の角度が2本の熱線で異なることによって生じているので、流れと熱線感知部の角度の変化に対する出力電圧の変化がわかっていないなければならない。この角度特性として出力電圧を次式で定義する有効冷却速度に対応させる方法がよく知られている⁽⁴⁸⁾。

$$U_e^2 = U_a^2 (\cos^2 \theta + k^2 \sin^2 \theta) \quad (\text{A-1})$$

ここで、 k は U_a の関数として決まる定数である。そして出力電圧は U_e の関数として与えられる。熱線流速計のリニアライザを通し、 U_e に比例する電圧を出力させるので、比例係数を C とすれば、出力電圧 E は次式で与えられる。

$$E = C \cdot U_e = C \cdot \sqrt{U_a^2 (\cos^2 \theta + k^2 \sin^2 \theta)} \quad (\text{A-2})$$

この式を検定結果に当てはめてみると、高流速即ち出力電圧が大きい場合には角度 θ の変化に対する電圧の変化はこの式で精度よく近似できるが、流速が低くなる(出力電圧が小さくなる)に従って近似の精度が悪くなることがわかった。

そこで、Lueptow et al.⁽⁴⁹⁾のテーブル参照法(Look-up table method)と同様、検定結果をもとに実験で得られた1組の電圧 E_1, E_2 から直接 U_v 、 φ を求める方法を考案した。検定によって得られた熱線流速計の出力電圧 E_1 、 E_2 の角度特性の結果を三角関数ではなく、 φ に対する多項式を用いて近似する。一様流中($U_v = \text{constant}$)で角度 φ を変えたときの出力電圧 E_1 、 E_2 を次式のように表す。

$$\begin{aligned} E_1 = E_{1,\varphi=0} + \Delta E_1 &= U_v \cdot C_1 + a_{1,1}\varphi + a_{1,2}\varphi^2 + \dots \\ &= U_v \cdot C_1 + \sum_{i=1}^m a_{1,i}\varphi^i \end{aligned} \quad (\text{A-3})$$

$$\begin{aligned} E_2 = E_{2,\varphi=0} + \Delta E_2 &= U_v \cdot C_2 + a_{2,1}\varphi + a_{2,2}\varphi^2 + \dots \\ &= U_v \cdot C_2 + \sum_{i=1}^m a_{2,i}\varphi^i \end{aligned} \quad (\text{A-4})$$

ここで、係数 $C_1, C_2, a_{1,1} \sim a_{1,m}, a_{2,1} \sim a_{2,m}$ は全て U_v の関数であり、検定結果を最小自乗近似して求めた。検定結果については、その1例をA-3で述べる。実験では、検定とは逆に1組の電圧 E_1, E_2 が得られ、これらが与えられたとき上の2元連立非線形高次方程式を解いて、これを満たす U_v, φ を求めればよい。そこで連立1次方程式の反復解法を参考にして考案した次の手

順で解く。(A-3)(A-4)を次のように変形する。

$$C_1 \cdot U_v + a_{1,1} \cdot \varphi = E_1 - \sum_{i=2}^m a_{1,i} \varphi^i \quad (\text{A-5})$$

$$C_2 \cdot U_v + a_{2,1} \cdot \varphi = E_2 - \sum_{i=2}^m a_{2,i} \varphi^i \quad (\text{A-6})$$

上式を行列の形に書けば次のようになる。

$$\begin{bmatrix} C_1 & a_{1,1} \\ C_2 & a_{2,1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_v \\ \varphi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_1 - \sum_{i=2}^m a_{1,i} \varphi^i \\ E_2 - \sum_{i=2}^m a_{2,i} \varphi^i \end{bmatrix} \quad (\text{A-7})$$

ここで、右辺の $\sum_{i=2}^m a_{1,i} \varphi^i$ 、 $\sum_{i=2}^m a_{2,i} \varphi^i$ が零であれば U_v と φ に対して線形方程式であり、1回の計算で解析的に解を求めることができる。しかし、実際には φ の高次の項を含み、かつ係数($a_{1,i}, a_{2,i}, i = 1 \sim m$)は U_v に依存する非線形方程式であるので、式(A-7)を満たす $[U_v, \varphi]$ の値は繰り返し計算を行って収束する値としてでなければ求められない。 $[U_v, \varphi]$ の第1次近似(初期値)を与え、対応する係数の値は検定結果を補間して求める。そして、式(A-7)を満たしているか判定する。満たしていなければ、係数に対応する値として式(A-7)より改めて $[U_v, \varphi]$ を計算し、補間、判定の手順を繰り返す。

上で述べた計算のステップの進め方と収束条件について具体的に説明する。いま、左辺の行列を $C, [U_v, \varphi]$ のベクトルを x 、右辺のベクトルを b と置き、計算のステップ数を k で表わして式(A-7)を次のように書き換える。

$$x^{k+1} = [C^k]^{-1} \cdot b \quad (\text{A-8})$$

そして、収束条件は、式(A-7)の「右辺と左辺の残差ベクトルの自乗ノルム」を「右辺の自乗ノルム」で割った値が十分小さくなることであるので、次式となる。

$$\frac{\|C^k \cdot x^k - b^k\|_2}{\|b^k\|_2} < \varepsilon \quad (\text{A-9})$$

非線形性が弱く解が安定であれば、ステップは式(A-8)のまますすめて収束値を得ることができる。しかし、非線形性が強い場合は解が安定しない(実際に安定な解が得られなかった)。故に、非線形性を考慮してステップを進める手順を変更し、ステップの進行に伴う x の変化を式(A-8)より緩やかにする。そのため減速緩和係数($0 < \omega < 1$)を導入した。 x の変化は次式である。

$$x^{k+1} - x^k = \Delta x^k \quad (\text{A-10})$$

上式の Δx^k に ω をかけて $k+1$ 番目の x を次のように定義し直す。

$$x^{k+1} = x^k + \omega \Delta x^k \quad (\text{A-11})$$

式(A-10)と式(A-8)より、 Δx^k は次式となる。

$$\Delta x^k = [C^k]^{-1} \cdot b^k - x^k \quad (\text{A-12})$$

式(A-11)に代入すると、次式のように表される。

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^{k+1} &= \mathbf{x}^k + \omega \{ [\mathbf{C}^k]^{-1} \cdot \mathbf{b}^k - \mathbf{x}^k \} \\ &= (1 - \omega) \mathbf{x}^k + \omega [\mathbf{C}^k]^{-1} \cdot \mathbf{b}^k \end{aligned} \quad (\text{A-13})$$

式(A-13)に従ってステップを進め係数を補間した後、式(A-9)より判定し、条件を満たすまで図A-4に示すフローチャートに従い計算を続ける。減速緩和係数 ω の値が1の時、式(A-12)は式(A-8)と一致し、 $\omega = 0$ では時間ステップが進行しないことになる。ここでは $\omega = 0.5$ とした。

この計算方法で与える U_v, φ の初期値(第1次近似値)は次のように決定した。 U_v についてはまず、式(A-3),(A-4)において ΔE_1 と ΔE_2 を零とおいて連立させ、次式のように変形する。

$$U_{v0} = \frac{(a_{1,0}/C_1 + a_{2,0}/C_2)}{2} \quad (\text{A-14})$$

さらに $a_{1,0} = a_{2,0} = a_m$ と仮定すれば $a_m = (E_1 + E_2)/2$ であり、これを上式に代入して決定した。

$$U_{v0} = \frac{((E_1 + E_2)/C_1 + (E_1 + E_2)/C_2)}{4} \quad (\text{A-15})$$

ここで C_1, C_2 は $a_m \equiv (E_1 + E_2)/2$ に対応する値を補間して用いる。また φ は $\Delta E_1 = \Delta E_2 = 0$ に対応する値として零と置いた。

U_v と φ が求まれば、図A-3の関係を参考に x 軸方向と y 軸方向の速度成分 U, V は次のように表される。

$$U = U_v \cos \varphi \quad (\text{A-16})$$

$$V = U_v \sin \varphi \quad (\text{A-17})$$

U, V の値は、各瞬間ごとに求め、平均値及び変動値は次のようにして求めた。

$$\bar{U} = \frac{1}{Nd} \sum_{n=0}^{Nd-1} U_{(n)} \quad (\text{A-18})$$

$$\bar{V} = \frac{1}{Nd} \sum_{n=0}^{Nd-1} V_{(n)} \quad (\text{A-19})$$

$$u = U - \bar{U} \quad (\text{A-20})$$

$$v = V - \bar{V} \quad (\text{A-21})$$

検定は、専用の検定風洞を用い U_v, φ をいろいろ変えて設定し、熱線流速計のチャンネル1,2の出力電圧を記録する。 U_v 一定で φ を変えた場合の出力電圧に対して、最小自乗法を用いて多項式の係数を決定した。速度の範囲は0.4 ~ 10 [m/s]、角度の範囲は $-30^\circ \sim 30^\circ$ とし、多項式の係数は、5次(即ち $m = 5$)とした。10 [m/s]で $\varphi = 0$ のときの熱線の出力電圧は線径 $3\mu\text{m}$ の場合は約4V、 $5\mu\text{m}$ では約10Vに設定した。検定で得られた係数のオーダーより式(A-9)の収束性を検討することができるが、そのポイントは次の2点である。

1. 式(A-8)の逆行列 $[\mathbf{C}^k]^{-1}$ が求められるか否か
2. 式(A-8)右辺の非線形項($\sum_{i=2}^m a_{1,i} \varphi^i, \sum_{i=2}^m a_{2,i} \varphi^i$)が係数行列に比べ小さいこと。

ここで、係数のオーダーと符号を示すと次のようになる。

$$\begin{aligned} C_1, C_2 &\sim O(10^{-1}) && (C_1, C_2 > 0) \\ a_{1,1}, a_{2,1} &\sim O(10^{-1} \sim 10^{-2}) && (a_{1,1} > 0, a_{2,1} < 0) \\ a_{1,2} \sim a_{1,5} &\sim \pm O(10^{-1} \sim 10^{-3}) \\ a_{2,2} \sim a_{2,5} & \end{aligned}$$

ポイント(1)については 2×2 行列の行列式の値が零でなければ良く、 $C_1 \cdot a_{2,1} - C_2 \cdot a_{1,1} > 0$ であるので、必ず行列式が求められる。ポイント(2)については上の係数のオーダーはどれも同じであるが、設定角度 φ は最大でも $0.33[\text{rad}]$ であり、非線形項のオーダーは上の係数より小さくなるので収束性が悪くなるほど非線形性は強くない。この手法で収束性も良く信頼性の高い結果を得ることができた。

A-3 X型熱線流速計の検定結果

A-2節で述べたように、X型熱線流速計を用いた流速測定に関して新しい手法を導入した。ここで、検定結果の例を示す。

検定中は横軸に熱線流速計のチャンネル1の出力電圧を、縦軸にはチャンネル2の出力電圧をとってグラフを描きながら行う。その結果の例を図A-5～A-7に示す。検定風洞の設定流速は $0.4 \sim 10 [\text{m/s}]$ 、ピッチ角の設定は $\pm 30 [\text{deg}]$ で $5 [\text{deg}]$ 刻みとした。ここでは、検定結果のグラフを高速域(図A-5)、中速域(図A-6)、低速域(図A-7)の3つの速度領域に分けて示す。ある設定速度に対し、13点ピッチ角度を変えて出力電圧を記録する。このときの電圧変化の様子は高速域では滑らかな扇形(凸型)をしているのに対し、低速域では設定角度が0度のときにへこんだ凹型になる。この図を描くことにより、図A-5に○で示したような異常なデータを記録してしまわないよう確認しながら検定を行うことができる。

ある設定流速においてピッチ角度 φ を横軸に、設定ピッチ角度に対応したそれぞれのチャンネルの出力電圧 E_1, E_2 を縦軸にとってグラフにすると図A-8, A-9になる。この図では設定流速が $10 [\text{m/s}]$ と $0.4 [\text{m/s}]$ の場合を示す。図中○と□は実際に記録された電圧、+と×はA-2節で説明したように出力電圧を5次式で近似した結果、実線は電圧の平均値である。どちらの図も、多項式で近似した結果が実際に記録された速度とよく一致していることを示している。設定流速が高速の場合(図A-8)は式(A-1)のように三角関数の和で表せるものの、低速の場合(図A-9)は多項式で近似しなければこのように精度のよい一致は得られない。

図A-10からA-15に近似曲線の係数 $C_1, C_2, a_{1,1} \sim a_{1,5}, a_{2,1} \sim a_{2,5}$ を示す。 $a_{2,1}$ は負なのでマイナス1を乗じて示す。 C_1, C_2 はピッチ角が零度の時の電圧を設定流速で割った値である。高速域ではこれらの値が一定で、設定流速と出力電圧が1次の比例関係にあるが、低速域ではこの関係が成り立たなくなることを示している。これは、I型熱線で得られる設定流速と出力電圧の関係と同じである。係数 a は多少のばらつきがあるもののチャンネル1と2でほぼ同じような値をとり、次数が高くなるにつれてオーダーは小さくなることがわかる。

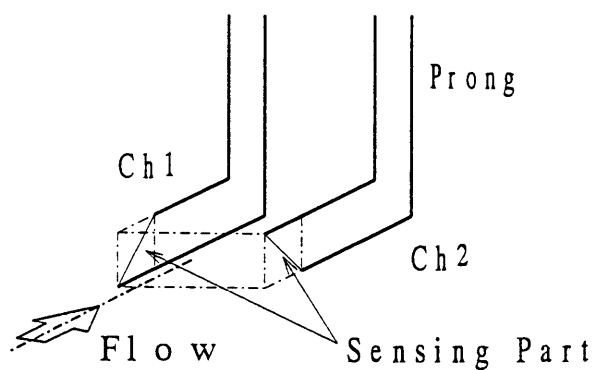


Fig. A-1 : Arrangement of X-type Hot-wire

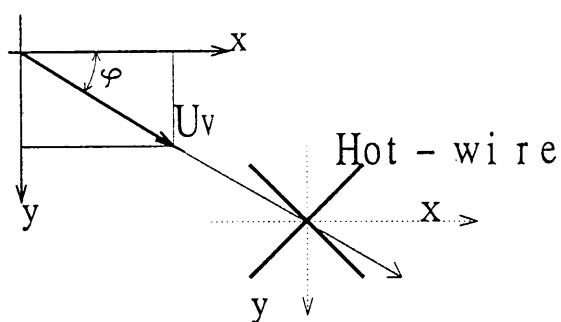


Fig. A-2 : Coordinates and Location of flow & X-type Hot wire

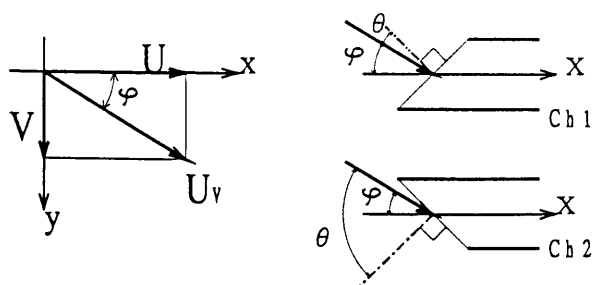


Fig. A-3 : Definition of φ

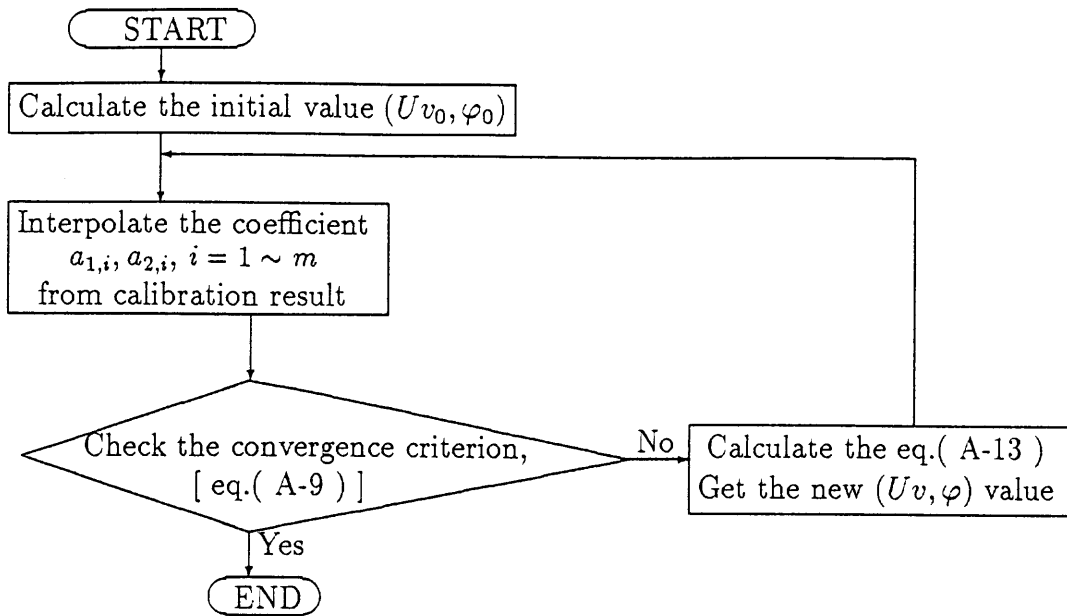


Fig. A-4 : Flow chart of calculation for X-type Hot wire

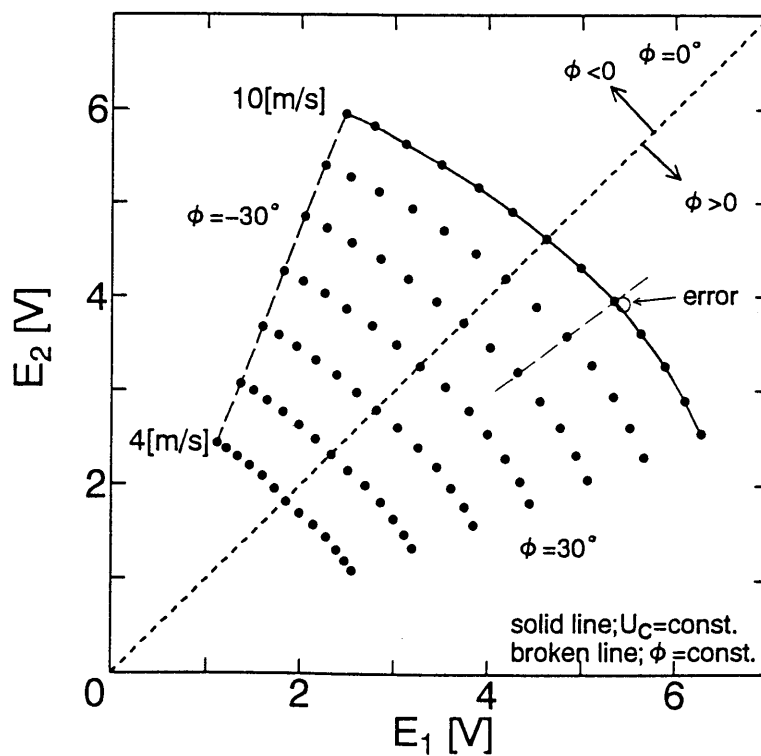


Fig. A-5 : Calibration results at High-speed $U_c = 10 \sim 4$ [m/s]

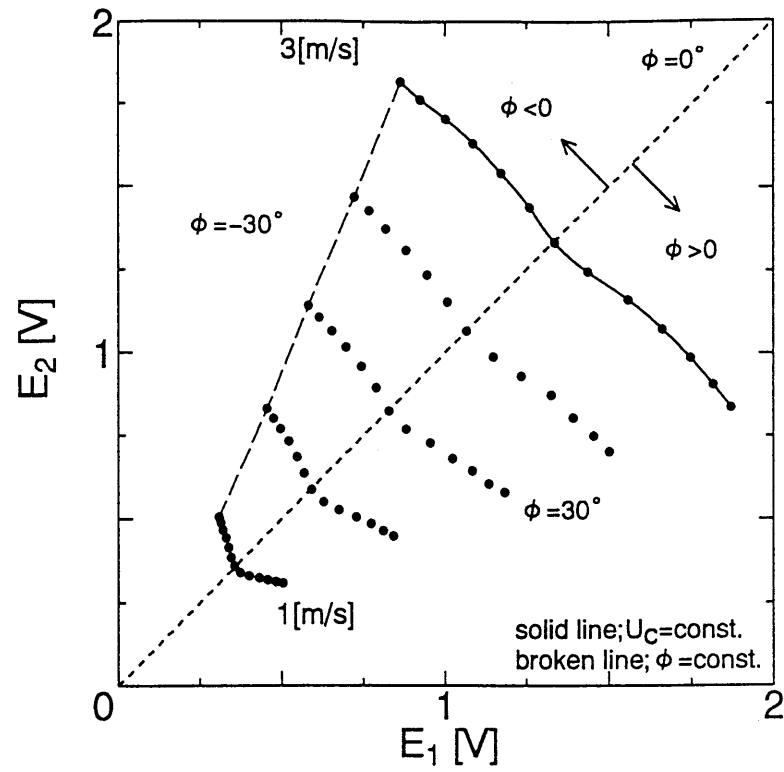


Fig. A-6 : Calibration results at Middle-speed $U_c = 3 \sim 1$ [m/s]

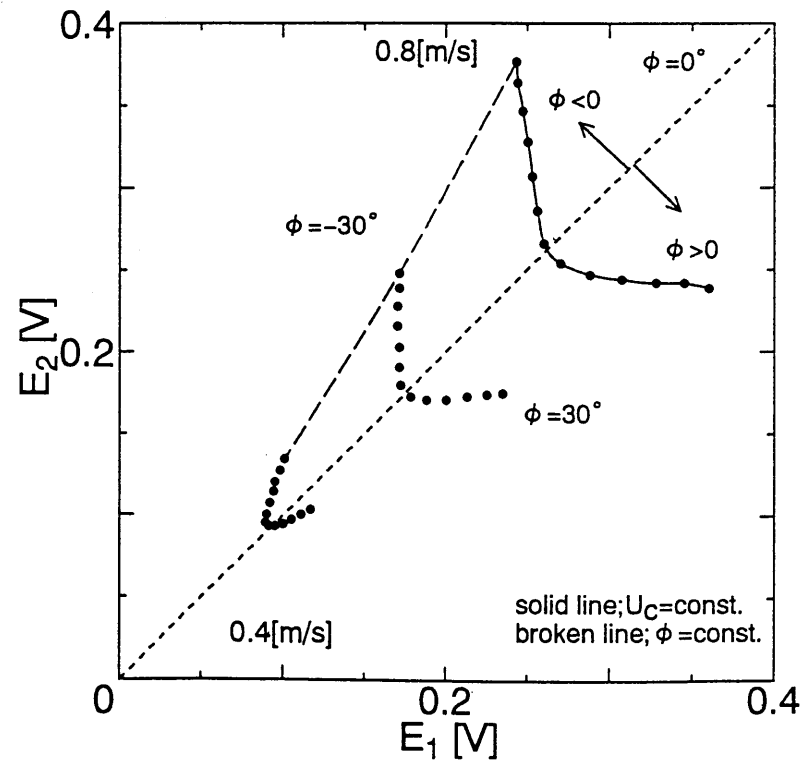


Fig. A-7 : Calibration results at Low-speed $U_c = 0.8 \sim 0.4$ [m/s]

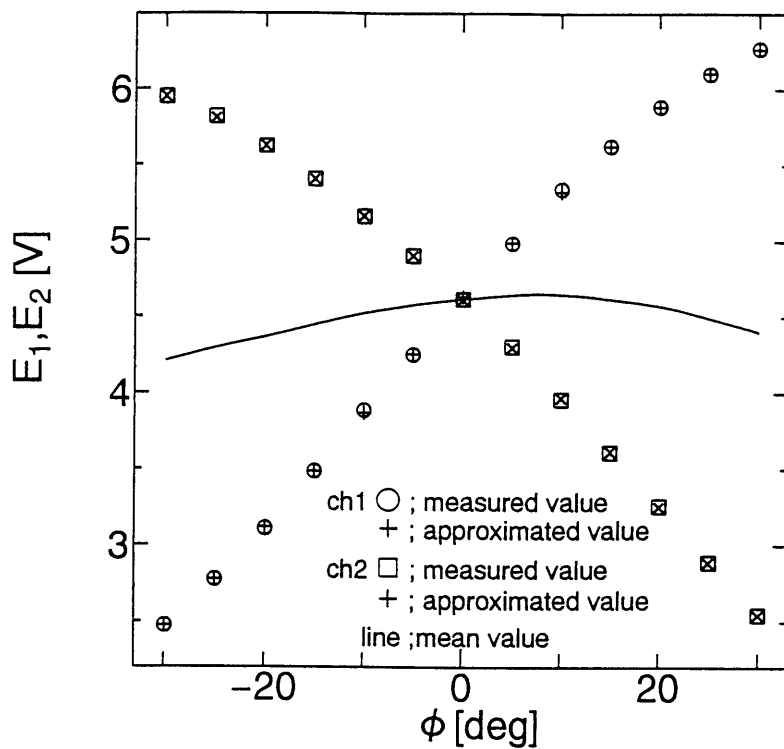


Fig. A-8 : Relation of output-voltage and pitch angle at High-speed $U_c=10$ [m/s]

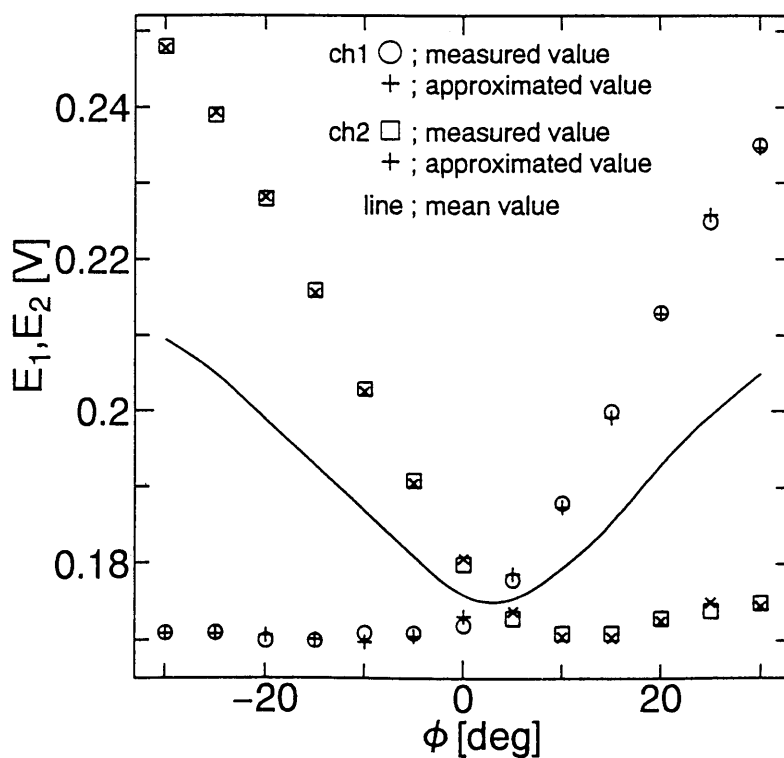


Fig. A-9 : Relation of output-voltage and pitch angle at Low-speed $U_c=0.4$ [m/s]

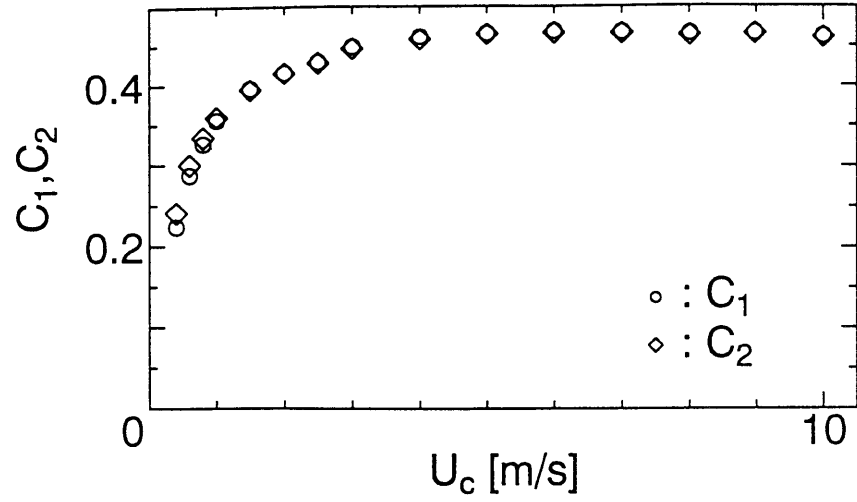


Fig. A-10 : Coefficient C_1, C_2

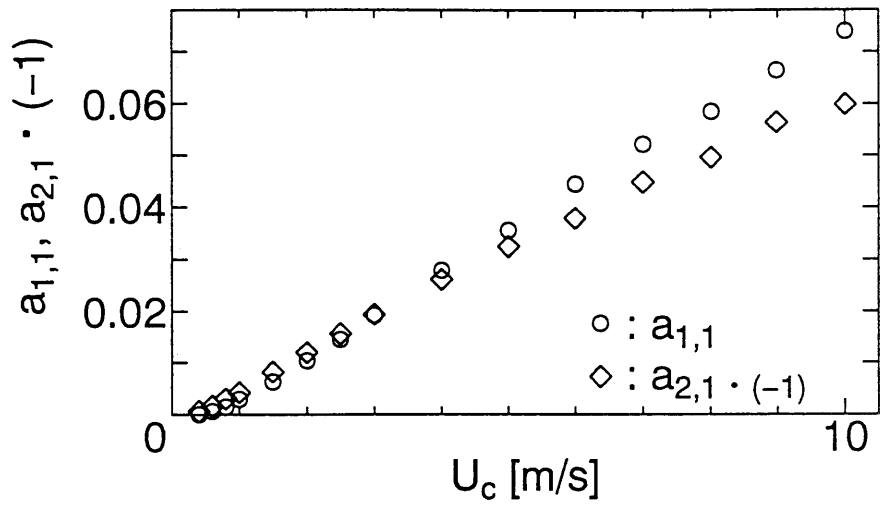


Fig. A-11 : Coefficient of 1st-order, $a_{1,1}, a_{2,1}$

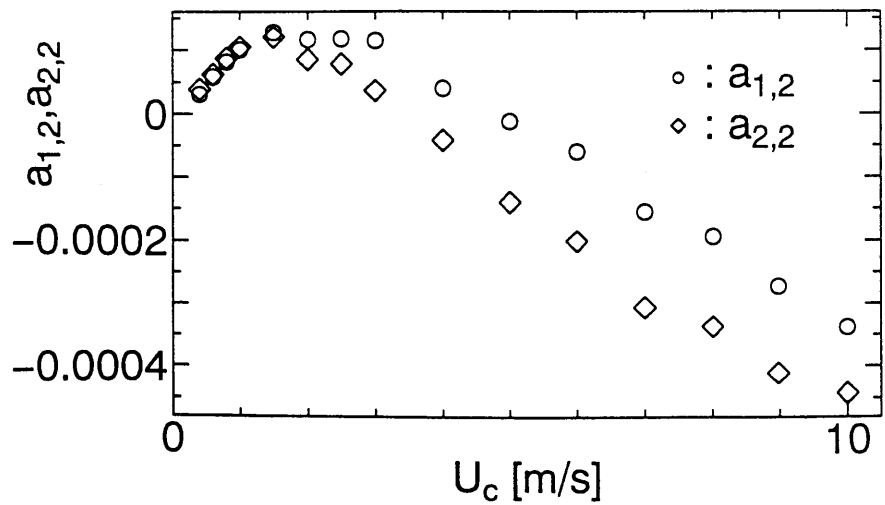


Fig. A-12 : Coefficient of 2nd-order, $a_{1,2}, a_{2,2}$

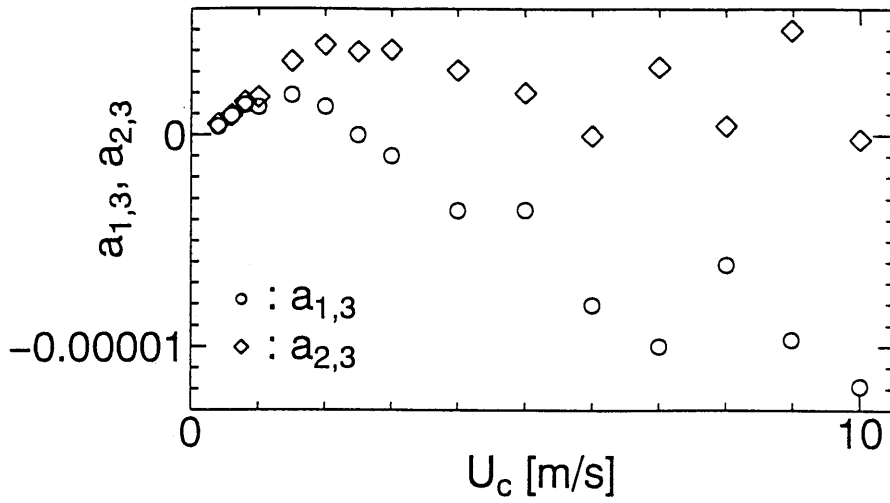


Fig. A-13 : Coefficient of 3rd-order, $a_{1,3}, a_{2,3}$

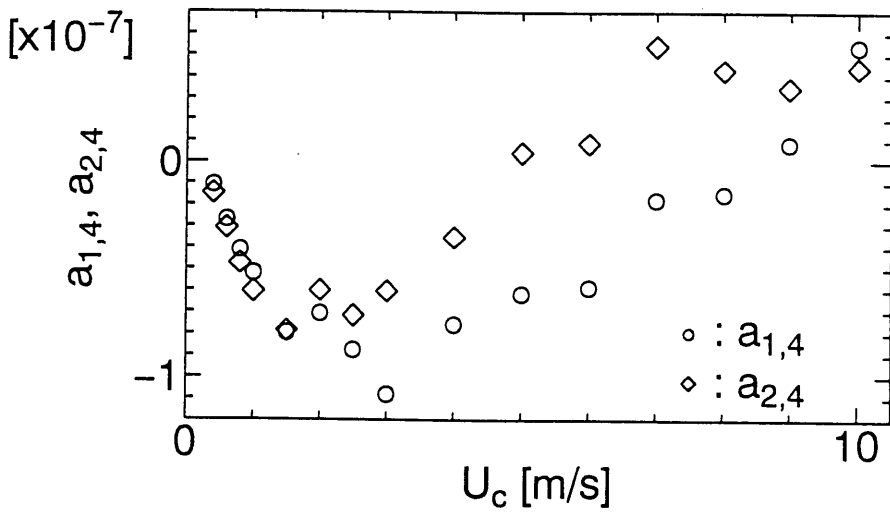


Fig. A-14 : Coefficient of 4th-order, $a_{1,4}, a_{2,4}$

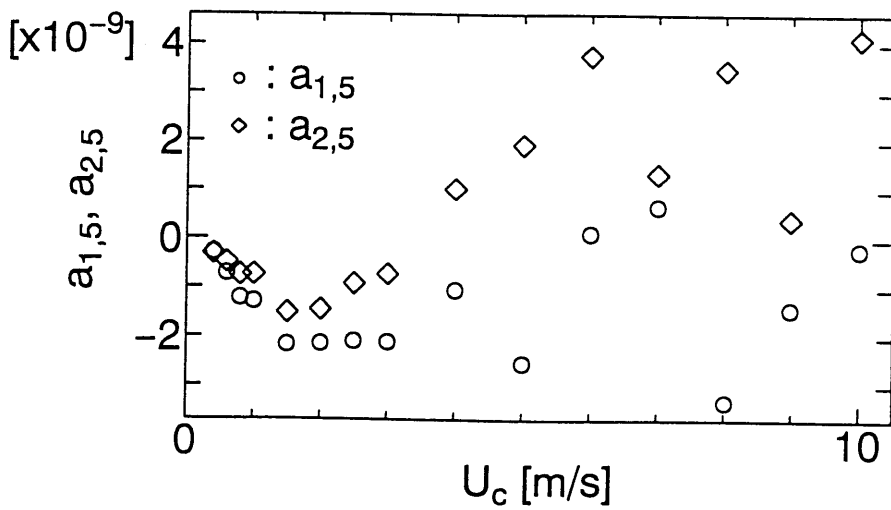


Fig. A-15 : Coefficient of 5th-order, $a_{1,5}, a_{2,5}$

B 壁面せん断応力こう配を考慮した Van-Driest の式の導出

(記号は本文と同じ)

3.5節で示した, せん断応力こう配 α が零でない場合に対応する Van-Driest の式(3-18)の導出を示す. 壁から y だけ離れた点におけるせん断応力は, 壁面せん断応力こう配 α と y を用いて以下のように表される. この式は, クエット・ポアズイユ型流れでは流路全域で正しいが, 境界層流れなどでは適用範囲は壁近傍に限られる.

$$\tau = \tau_w + \frac{\partial \tau}{\partial y}(y=0) \cdot y = \tau_w + \rho \alpha y$$

$$\therefore \frac{\tau}{\tau_w} = 1 + \frac{\rho \alpha y}{\rho u_*^2} = 1 + \frac{\alpha \nu y u_*}{u_*^3 \nu} = 1 + \frac{y^+}{\mu} \quad (\text{B-1})$$

また, 全せん断応力を粘性応力とレイノルズ応力 $-\rho \overline{uv}$ とに分け, レイノルズ応力を渦動粘性係数 ε_T を用いて表し, 混合距離理論を適用する⁽⁵⁰⁾. 混合距離を ℓ_m とすると次のようになる⁽¹⁰⁾. ただし, $dU/dy > 0$ とする.

$$\tau = \rho \nu \frac{dU}{dy} - \rho \overline{uv}$$

$$-\rho \overline{uv} = \rho \varepsilon_T \frac{dU}{dy} \quad (\text{B-2})$$

$$= \rho \ell_m^2 \left(\frac{dU}{dy} \right)^2 \quad (\text{B-3})$$

$$\ell_m = \kappa y [1 - \exp(-y^+/A^+)] \quad (\text{B-4})$$

$$\begin{aligned} \therefore \tau/\tau_w &= \frac{\nu}{u_*^2} \frac{dU}{dy} + \frac{\{\kappa y [1 - \exp(-y^+/A^+)]\}^2}{u_*^2} \left(\frac{dU}{dy} \right)^2 \\ &= \frac{dU^+}{dy^+} + \left\{ \kappa \frac{y u_*}{\nu} [1 - \exp(-y^+/A^+)] \right\}^2 \left(\frac{\nu}{u_*^2} \frac{dU}{dy} \right)^2 \\ &= \frac{dU^+}{dy^+} + (\kappa y^+)^2 [1 - \exp(-y^+/A^+)]^2 \left(\frac{dU^+}{dy^+} \right)^2 \end{aligned} \quad (\text{B-5})$$

式(B-1)と式(B-5)を等号で結び変形する.

$$\begin{aligned} \frac{dU^+}{dy^+} + (\kappa y^+)^2 [1 - \exp(-y^+/A^+)]^2 \left(\frac{dU^+}{dy^+} \right)^2 &= 1 + \frac{y^+}{\mu} \\ (\kappa y^+)^2 [1 - \exp(-y^+/A^+)]^2 \left(\frac{dU^+}{dy^+} \right)^2 + \frac{\partial U^+}{\partial y^+} - \left(1 + \frac{y^+}{\mu} \right) &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B-6})$$

上式を dU^+/dy^+ を変数とする2次方程式と考え, 解の公式を用いて dU^+/dy^+ に対する式を導く.

$$\frac{dU^+}{dy^+} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4(\kappa y^+)^2 [1 - \exp(-y^+/A^+)]^2 (1 + y^+/\mu)}}{2(\kappa y^+)^2 [1 - \exp(y^+/A^+)]^2} \quad (\text{B-7})$$

上式の複合 \pm は $dU^+/dy^+ > 0$ から $+$ となる. 分子を有理化するために分母分子に次の量を掛ける.

$$-1 - \sqrt{1 + 4(\kappa y^+)^2 [1 - \exp(-y^+/A^+)]^2 (1 + y^+/\mu)}$$

結果を整理して次のように式(3-18)が得られる.

$$\frac{\partial U^+}{\partial y^+} = \frac{2(1 + y^+/\mu)}{1 + \{1 + 4(\kappa y^+)^2 [1 - \exp(-y^+/A^+)]^2 (1 + y^+/\mu)\}^{1/2}}$$

$$U^+ = \int \frac{2(1 + y^+/\mu)}{1 + \{1 + 4(\kappa y^+)^2 [1 - \exp(-y^+/A^+)]^2 (1 + y^+/\mu)\}^{1/2}} dy^+$$

式(3-18)は(3-17)と比べると、分母と分子に $(1 + y^+/\mu_w)$ を含む。括弧内は $\mu \rightarrow \infty$ の時1となり、(3-17)と一致する。また、クエット・ポアズイユ型流れ以外の流れ場に適用する際、壁面せん断応力こう配(1次のこう配)よりもさらに高次の項を考慮する場合も同じ括弧の中で加えればよい。