第4章

転がり摩擦モデルの比較評価

4.1 緒言

転がり摩擦に関する過去の研究では,モデルの概念や構造が異なる様々な転がり摩擦モデ ルが提案されているが,それらを同一動作条件下で比較評価している研究例は見当たらない。 各種モデルの利点及び欠点を明確にし,それぞれの実機再現性を比較評価することは,高精 度シミュレータ獲得ならびに制御性能向上を目指すにあたって重要な研究課題である。1.2.2 項でも述べた通り,従来研究でその有用性が示されている各種転がり摩擦モデルは,その概 念及び構造から以下の3つのモデルに大別できる。

- 転がり摩擦の特性近似モデル [47,55,65]
- ブラシの概念に基づくモデル [37,39,40,44]
- 多段モデル構造を有するモデル [44,52,54,56]

本章では,上記モデルの中から代表的なモデルとして,小泉モデル(特性近似モデル),LuGre モデル(ブラシの概念に基づくモデル),本研究で提案するレオロジー転がり摩擦モデル(多 段構造モデル)を数値シミュレータに実装し,モデルの実機再現性を複数の動作条件に対し て比較評価する。評価項目は,1)変位に対する転がり摩擦特性(ヒステリシス特性),2)実機 特性解析や制御系設計時に供するプラント周波数特性,3)円運動時の位置決め応答(正弦波 位置応答),4)複雑な転がり摩擦挙動を有するPoint to Point の高速位置決め応答,の4項目 を扱い,時間及び周波数の両領域で評価を実施する。そして,比較評価結果から,各種モデ ルの特性上の差異は転がり摩擦の動的挙動に対して現れ,高精度シミュレータ構築に資する 転がり摩擦モデルは,動的な転がり摩擦挙動に対する再現性から,レオロジーモデルのよう な多段構造のモデルが有用であることを明らかにする。

4.2 転がり摩擦モデル

本研究で比較評価に用いる小泉モデル,LuGre モデル,レオロジーモデルの概要として, モデルの基本概念,数式表現について示す。

4.2.1 小泉モデル

小泉モデル [47-49,99] は,転がり摩擦のヒステリシスループの面積が転がり変位のn乗に 比例するという関係に着目したモデルである。モデルの数式表現を以下に示す。

$$F_{roll-K} = \begin{cases} \operatorname{sgn}(v)(2T_{fc}g(\xi) - F_{r0}) & : & |\delta| < x_r \text{ and } |F_{roll-K}| < T_{fc} \\ \operatorname{sgn}(v)T_{fc} & : & |\delta| \ge x_r \text{ or } |F_{roll-K}| \ge T_{fc} \end{cases}$$
(4.1)

$$g(\xi) = \begin{cases} \frac{1}{2-n} \left(\xi^{n-1} - (n-1)\xi\right) & : & n \neq 2\\ \xi(1-\ln\xi) & : & n = 2 \end{cases}$$
(4.2)

$$\delta = |x - \delta_0|, \quad \xi = \delta/x_r \tag{4.3}$$

ここで, F_{roll-K} :転がり摩擦力,x:テーブル位置 x_T に相当する摩擦境界面の相対変位,v: テーブル速度 v_T に相当する摩擦境界面の相対速度, T_{fc} :クーロン摩擦力, x_r :転がり出し 変位領域幅,n:ヒステリシスの膨らみを決定する係数, $sgn(\cdot)$:符号関数, δ :速度反転後 の変位, F_{r0} :速度反転時の転がり摩擦力 F_{roll-K} , δ_0 :速度反転時の変位xである。小泉モ デルの特徴は,速度反転後の変位 δ に対して一意にヒステリシスカーブが決定される点であ り,3つのパラメータ(x_r ,n, T_{fc})のみで転がり摩擦特性を表現する。図4.1 に,小泉モデ ルの δ に対する転がり摩擦力特性を示す。図から,小泉モデルは δ に対して $|\delta| \ge x_r$ または $|F_{roll-K}| \ge T_{fc}$ の領域では,(4.1)式右辺下項を用いて,クーロン摩擦により速度に対する摩



図 4.1: 小泉モデルの速度反転後の変位に対する摩擦特性



図 4.2: 小泉モデルのヒステリシス特性

擦の静的特性を示す。一方, $|\delta| < x_r$ かつ $|F_{roll-K}| < T_{fc}$ の領域では,(4.1)式右辺上項を用いて,速度反転後の変位 δ に対する転がり摩擦の非線形ばね特性を表現する。

小泉モデルのヒステリシス特性の一例として, $T_{fc} = 16.5$ N と固定し, 非線形ばね特性 に関するパラメータである x_r 及び n を変化させた場合のヒステリシス特性を, それぞれ図 4.2(a) 及び図 4.2(b) に示す。ここで, ヒステリシス特性を描く際には, 振幅 0.2 mm, 周波 数 0.02 Hz のテーブル位置 x_T 及びテーブル速度 v_T を用いている。図から, 小泉モデルは x_r で転がり出し変位領域を, n でヒステリシスカーブの膨らみを変化させることができ, この 2 つのパラメータが転がり摩擦の非線形ばね特性を表現するための自由度となる。

4.2.2 LuGre モデル

LuGre モデル [29,40-42] は,摩擦境界面における諸現象を図 4.3 に示すようにブラシとブ ラシをかみ合わせたモデルで表現する。以下に,LuGre モデルの数式表現を示す。

$$F_{roll-L} = \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \sigma_2 v \tag{4.4}$$

$$g(v) = \operatorname{sgn}(v) \left(T_{fc} + (T_{fs} - T_{fc})e^{-|v|/v_s} \right)$$
(4.5)

$$\frac{dz}{dt} = v - \frac{\sigma_0 |v|}{q(v)} z \tag{4.6}$$

ここで, F_{roll-L} : 転がり摩擦力, z: ブラシに生ずる弾性変位の平均値, σ_0 : ブラシの等価ば ね定数, σ_1 : ブラシの等価減衰係数, σ_2 : 粘性摩擦係数, T_{fs} : 最大静止摩擦力, v_s : ストライ ベック速度である。(4.4) 式中の右辺第1項はブラシの弾性力, 第2項はブラシの粘性力, 第 3項は粘性摩擦力であり, これらの総和が転がり摩擦力 F_{roll-L} となる。(4.5) 式は速度関数 として表現できる粗動領域における摩擦の静的特性(静止摩擦,ストライベック効果,クー ロン摩擦)を, (4.6) 式は応力ひずみ特性に起因する関数として微動領域における転がり摩擦 の非線形ばね特性をそれぞれ表現する。LuGre モデルの特徴は, (4.4) 式~(4.6) 式を切り替 えることなく転がり摩擦の粗動・微動特性を表現する点であり,計6 個のモデルパラメータ (σ_0 , σ_1 , σ_2 , T_{fs} , T_{fc} , v_s)の内, 転がり摩擦特性に関するパラメータは3 個 (σ_0 , σ_1 , T_{fc}) である。

LuGre モデルのヒステリシス特性の一例として, $T_{fs} = 16.5$ N, $T_{fc} = 16.5$ N, $v_s = 0$ mm/s と固定し,非線形ばね特性に関するパラメータである σ_0 及び σ_1 を変化させた場合のヒステ リシス特性を,それぞれ図 4.4(a) 及び図 4.4(b) に示す。ここで,ヒステリシス特性を描く際 に用いる x_T 及び v_T は,4.2.1 項の小泉モデルの場合と同等である。図から,LuGre モデル は, σ_0 で変位に対するヒステリシスカーブの膨らみを, σ_1 で速度に対するヒステリシスカー ブの膨らみを変化させることができ,この2つのパラメータが転がり摩擦の非線形ばね特性 を表現するための自由度となる。



図 4.3: LuGre モデルの基本構造



図 4.4: LuGre モデルのヒステリシス特性

4.2.3 レオロジーモデル

3.3 節で述べた通り,レオロジーモデルは表面粗さを有する摩擦境界面の微小接触部での レオロジーを考慮した多段モデル構造の摩擦モデルであり,基本特性はGMSモデル[45], VNLSモデル[54],深田や堤らが提案するモデル[52,56]とほぼ同等である。本モデルの詳 細については 3.3 節と重複するため割愛するが,その特徴は多段モデル構造を有することで 転がり摩擦のヒステリシスカーブに対する近似能力が高く,さらに,3.3.3 項で示した通り各 要素モデルがそれぞれ状態量を持つことで履歴依存特性を表現できる点である。その反面, パラメータ数は要素数Nのモデルで 3N 個 (F_{mi} , K_i , D_i , i = 1, ..., N)であり,要素数に よっては小泉モデルやLuGre モデルよりパラメータ数が格段に多くなる。

4.2.4 転がり摩擦モデルのパラメータ同定

供試装置である図 2.1 のリニアモータ駆動テーブル装置に対し,各種転がり摩擦モデルの パラメータ同定を行う。

小泉モデルは, T_{fc} は一定速度駆動試験による測定値 $T_{fc} = 16.5$ N を用いる。 $x_r \ge n$ は,速度反転直後のヒステリシスカーブの立ち上がり波形に対する再現性を重視して, $x_r = 2.5$ mm, n = 1.3 と同定した。

LuGre モデルは,摩擦の静的特性に対する T_{fs} , v_s , T_{fc} , σ_2 は2.4.2項で示した一定速度駆動 試験による測定値を用いて, $T_{fs} = 19.5$ N, $v_s = 15.0$ mm/s, $T_{fc} = 16.5$ N, $\sigma_2 = 0.01$ Ns/mm と同定した。一方,非線形ばね特性に対応する σ_0 , σ_1 は,速度反転直後のヒステリシスカー ブに対する再現性を重視して, $\sigma_0 = 5250$ N/mm, $\sigma_1 = 0.001$ Ns/mm と同定した。

レオロジーモデルは, 3.3 節及び 3.4 節と同様に N = 10 とし, モデルパラメータは表 3.4 を用いた。

なお,小泉モデルとレオロジーモデルにおける速度に対する静的摩擦モデル(静止摩擦モ デル,ストライベック効果モデル,粘性摩擦モデル)は(2.4)式及び(2.6)式のモデルを適用 し,各パラメータ値 T_{fs} , v_s , $D_v(=\sigma_2)$ はLuGre モデルと同等とした。

4.3 実機再現性の比較評価

構築した各種転がり摩擦モデルをシミュレータに実装し,転がり摩擦モデルとしての実機 再現性を比較評価する。評価項目は,過去の摩擦モデリング・補償に関する研究を参考に, 以下の時間・周波数領域の両特性を評価する。

- 1) 転がり摩擦のヒステリシス特性 転がり摩擦の領域遷移特性,速度依存特性,履歴依存特性に対する評価
- 2) プラント周波数特性
 粗動・微動領域でプラント周波数特性変化を招く転がり摩擦挙動に対する評価
- 3)正弦波位置応答
 動跡制御の評価に用いられる円運動時の転がり摩擦挙動に対する評価
- 4) 高速位置決め応答

複雑な速度反転を有する Point to Point の高速位置決め動作時の転がり摩擦挙動に対 する評価

4.3.1 転がり摩擦特性に対する評価

領域遷移特性に対する評価

転がり摩擦のヒステリシス特性に対する再現性を評価するため,図3.23と同様に振幅3mm, 周波数0.06 Hzの正弦波位置指令を与えてシミュレーションを行った場合の,テーブル位置 に対する摩擦力特性を図4.5 に,速度反転後の変位に対する各 region における転がり摩擦力 特性を図4.6 に示す。図から,小泉モデル(Koizumi)とLuGre モデル(LuGre)は表現できる ヒステリシスカーブ形状の自由度が小さく,速度反転直後のヒステリシスカーブに重点をお いてモデル化すると,淡線(experiment)で示す実機の領域遷移特性を再現できない。一方, レオロジーモデル(rheology)は複数の要素モデル(N = 10)を仮定することで,転がり摩擦 の非線形ばね特性を微動領域から粗動領域まで精度良く再現できている。

速度依存特性に対する評価

転がり摩擦の速度依存特性に対する評価を行うために,図 3.25 と同様に振幅 $100 \mu m$,周 波数 0.08 Hz 及び 0.5 Hz の正弦波位置指令を与え,転がり摩擦のヒステリシスループを描か せたシミュレーション結果を,図 4.7 に示す。小泉モデル (Koizumi)は,(4.1)式~(4.3)式に 示すように速度に依存する項を持たないため,駆動速度によってヒステリシスカーブの膨ら みは変化しないのに対し,LuGre モデル (LuGre)は速度に依存した膨らみの変化が確認でき る。しかし,両モデルとも,実機 (experiment)のヒステリシスカーブそのものを表現できて いない。一方,レオロジーモデル (rheology)は,要素モデルが速度の項を有するため,速度 依存特性を含む実機の非線形ばね特性を表現できている。



図 4.5: 転がり摩擦の非線形ばね特性(領域遷移特性)





(c) region 3 and rolling region

図 4.6: 速度反転後の変位に対する転がり摩擦力特性(領域遷移特性)

履歴依存特性に対する評価

複雑な速度反転を伴う転がり摩擦の履歴依存特性を評価するために,図 3.26 と同様に振幅と周波数がそれぞれ 200 μ m と 0.05 Hz,35 μ m と 0.4 Hz の合成正弦波を位置指令として与えた場合の転がり摩擦特性を,図 4.8 に示す。図 4.8(a) はヒステリシス特性の全体図,図 4.8(b) は -0.08 mm 付近における拡大図である。図 4.8(a) から,小泉モデルとLuGre モデルは内部ループを含むヒステリシス特性を表現できていない。これは,各モデルの数式表現から明らかなように,小泉モデルはブラシの平均たわみ量 z しか過去の速度反転や変位量の動作履歴を表す状態量がないため,本質的に転がり摩擦の動的挙動である履歴依存特性を考慮できないからである。さらに,LuGre モデルは,文献 [44] で指摘されているように,図 4.8(b) のように微小変位領域で速度反転しても内部ループを形成できていない。これに対し,レオロジーモデルは,過去の動作履歴を各要素モデルの状態量 x_i として保持するため,内部ループを含む実機の履歴依存特性を表現可能である。



図 4.7: 転がり摩擦の速度依存特性



図 4.8: 転がり摩擦の履歴依存特性

4.3.2 プラント周波数特性に対する評価

各転がり摩擦モデルを実装したシミュレータに対する,粗動・微動領域でのプラント周波数特性を図 4.9(i) 及び図 4.9(ii) に示す。3.5.2 項と同様に時間領域での再現性評価を行うために,一例として,入力周波数 5 Hz の場合の,(a) テーブル位置応答 x_T ,(b) モータ推力指令 u_M ,(c) 外乱オブザーバによる摩擦推定値 \hat{d} の時間応答波形を,粗動・微動のそれぞれの変位領域に対して図 4.10 及び図 4.11 に示す。

粗動領域に対する図 4.9(i)の周波数特性は,各モデルとも実機 (experiment)の 10 Hz 以下 の低周波数域におけるゲイン低下を表現できている。しかし,図 4.10 の時間応答に着目す ると,小泉モデルとLuGre モデルは応答波形中の高調波成分を表現できていない。これは, 同図 (c) に濃点線 (friction model)で示す摩擦力波形から明らかなように,両転がり摩擦モデ ルが領域遷移特性や履歴依存特性を含む動的な転がり摩擦挙動を表現できないことが原因で あり,転がり摩擦がプラント周波数特性へ与える影響を再現できていない。これに対し,レ オロジーモデルは,時間・周波数領域の両者で実機特性を良く再現できている。

一方,微動領域に対する図 4.9(ii) 及び図 4.11 でも同様に,小泉モデルと LuGre モデルは 実機の2次遅れ周波数特性ならびに時間応答特性を表現できていないのに対し,レオロジー モデルは実機特性を良く表現できている。なお,本検証では入力周波数5 Hz の場合の時間 応答波形を示したが,共振モード周波数を含む他の周波数(3,10,30,40,50 Hz)でも同様の 結果が得られていることを付記しておく。



図 4.9: 粗動・微動領域におけるプラント周波数特性



図 4.10: 正弦波掃引時の時間応答特性(粗動領域,周波数5Hz)



図 4.11: 正弦波掃引時の時間応答特性(微動領域,周波数5Hz)

4.3.3 正弦波位置応答に対する評価

XY 軸動作による円運動時の片軸動作に相当する,正弦波位置応答の再現性評価を行う。図 2.13 の 2 自由度位置決め制御系に対し,振幅 5 mm,周波数 0.5 Hz の正弦波を位置指令r と して与えて軌跡制御を行った場合の,(a) テーブル位置応答: x_T ,(b) 軌跡追従誤差: $x_T^* - x_T$,(c) 外乱オブザーバによる摩擦推定値: \hat{d} を,図 4.12 に示す。図中(b) の軌跡追従誤差波形から,小泉モデルとLuGre モデルは,図中垂直点線で示す速度反転直後の軌跡誤差振幅及び収束特性に誤差が見られる。これは,図中(c) の外乱オブザーバ出力波形から明らかなように,転がり摩擦の領域遷移特性を含む非線形ばね特性を表現できていないことが原因である。なお,速度反転直後のヒステリシスカーブに重点を置いたパラメータ同定を行わない場合は,軌跡誤差振幅に対する再現性が更に劣化することを付記しておく。一方,レオロジーモデルは,実機の転がり摩擦挙動ならびに速度反転時の軌跡追従誤差を精度良く再現できている。

異なる駆動条件として,振幅5 mm,周波数2 Hzの正弦波位置指令rを与えて軌跡制御を 行った場合の応答特性を,図4.13 に示す。0.5 Hzの場合と同様に,レオロジーモデルは異な る条件でも実機特性を良く再現できることが確認される。なお,文献 [26] では,LuGre モデ ルを異なる駆動条件に対応可能とするために,平均たわみ量zに対する係数 σ_0 を次式に示 すようにzの関数で表現する手法を提案している。

$$\sigma_0(z) = a_1 + a_2 e^{-(z/a_3)^2} \tag{4.7}$$

ここで, a_1 , a_2 , a_3 は微動領域で $\sigma_0(z)$ を大きく,粗動領域で $\sigma_0(z)$ を小さくするための定 数パラメータである。しかし,(4.7)式の改良を適用した場合でも,文献 [26]では軌跡誤差 の収束特性は表現できていない。それは本供試装置の場合でも同様であり,(4.7)式の改良を 加えた LuGre モデルを適用しても,速度反転時の軌跡誤差振幅及び収束特性を再現するこ とは困難であった。



図 4.12: 正弦波位置指令に対する位置決め応答特性(周波数: 0.5 Hz)



図 4.13: 正弦波位置指令に対する位置決め応答特性(周波数: 2 Hz)

4.3.4 高速位置決め応答に対する評価

Point to Point の高速位置決め応答の再現性評価として,図 2.13 の 2 自由度位置決め制御 系を用いて制御仕様 I に相当するストローク $X_r = 1.0 \text{ mm}$ の位置決め動作を行った場合の, (a) テーブル位置応答: x_T ,(b) テーブル位置偏差: $X_r - x_T$,(c) テーブル軌跡追従誤差: $x_T^* - x_T$,(d) 外乱オブザーバによる摩擦推定値: \hat{d} の時間応答波形を,図 4.14 に示す。図から,実機応答 (experiment) は転がり摩擦の影響で過渡応答時に最大 23 μ m 程度の軌跡追従 誤差が,整定時に約 3.5 μ m のオーバーシュート後から遅い応答が発生しているのに対し,小 泉モデルとLuGre モデルは過渡・整定の両領域において実機応答を再現できていない。これは,位置決め過渡応答ならびに整定時に,両モデルは転がり摩擦の領域遷移特性と履歴依存 特性を表現できないためである。

整定時の遅い応答に対する再現性評価を行うため,整定位置付近におけるテーブル位置 x_T と摩擦力 \hat{d} によるリサージュ波形を,図4.15に示す。図中,垂直点線は目標位置 $X_r = 1.0$ mm であり,それより右側の領域は目標位置に対してオーバーシュートしていることを意味する。 図から,実機応答は約3.5 μ m のオーバーシュートに伴う速度反転から遅い応答を示しながら目標位置方向へ戻る際に,摩擦力符号は反転しないまま[1]の領域でばね特性を示す。このときのばね特性の傾きは,図4.6(a)に示す転がり摩擦の速度反転直後のヒステリシスカーブの傾きとほぼ一致する。これに対し,小泉モデルとLuGre モデルはオーバーシュート後に摩擦力符号が反転し,実機の転がり摩擦挙動を表現できていない。これは, \hat{d} の代わりに摩擦モデル出力 (F_{roll-K} , F_{roll-L} , F_{roll-R})を用いた場合のリサージュ波形である濃点線 (friction model) から明らかなように,履歴依存特性に対する再現性の欠如が,複雑な速度反転を含む整定時の遅い応答特性の再現性劣化に繋がっている。一方,レオロジーモデルは過渡及び整定時の転がり摩擦挙動を精度良く再現できており,優れた実機再現性を示している。



図 4.14: 高速位置決め応答特性



図 4.15: 整定位置付近における変位 – 摩擦力特性

4.4 結言

本章では,従来研究で転がり摩擦モデルとしての有用性が示されている小泉モデル,LuGre モデルに加えて,本研究で提案するレオロジーモデルを数値シミュレータに実装し,モデル の実機再現性を複数の動作条件に対して比較評価した。本評価により得られた結論を以下に 示す。

- 小泉モデルは、モデル構造が最も単純でパラメータ数が少なく(3個),静的な転がり摩擦特性を表現可能である。しかし、単純なモデル構造故に、領域遷移特性や履歴依存 特性を含む動的な転がり摩擦挙動は再現できない。
- LuGre モデルは、モデル構造が比較的単純でパラメータ数も少ない(転がり摩擦特性に 関するパラメータは3個)。しかし、ブラシの平均たわみ量 zのみに依存した非線形ば ね特性を示す数式の性質上、小泉モデルと同様に、領域遷移特性や履歴依存特性を含 む動的な転がり摩擦挙動を再現することはできない。
- レオロジーモデルは今回評価した転がり摩擦モデルの中で、シミュレータとして最も 高精度である。特に、要素モデルを多段化することで転がり摩擦の履歴依存特性を表 現可能なことから、動的な摩擦挙動も精度良く再現できる。しかし、モデルパラメータ 数は最も多く(本研究では30個)、手動によるパラメータ調整は煩わしい場合もある。

以上のことから,転がり摩擦を有する位置決め装置に対する高精度シミュレータの構築に あたっては,本研究で提案したレオロジーモデルを始め,GMSモデル,VNLSモデル,粘弾 塑性モデルのような多段構造のモデルが,領域遷移特性ならびに履歴依存特性を含む動的な 転がり摩擦挙動に対する再現性から有利である。しかし,モデルパラメータ数が多いため, 適切なモデル次数の決定方法やパラメータ同定方法に関する検討が必須となる。一方,小泉 モデルやLuGreモデルは,転がり摩擦のヒステリシス形状が単純で,複雑な速度反転を有す る動作をしない場合においては,モデルの簡単さという面で有用である。従って,転がり摩 擦特性やシミュレータの目的に応じて,モデルを適切に選択することが肝要であろう。