

論文 鉄筋コンクリート部材におけるダボ効果の非線形解析

片平 直也^{*1}・高橋 之^{*2}・市之瀬 敏勝^{*3}

要旨：鉄筋コンクリート部材が水平方向に変形する場合の鉄筋の抵抗（ダボ効果）は、主に鉄筋の曲げ挙動によって表されることが知られている。本研究では鉄筋のダボ効果を解析的に求めることを目的とし、鉄筋とコンクリートの材料特性を単純化したモデルで仮定し、理論解を算出した。弾性時には鉄筋のたわみ曲線は常微分方程式の解として一般解が定まり、コンクリートが塑性化した際には境界条件を適切に設定し、弾性解を準用することで解が定まる。本研究で得られた解と既往の実験結果とを比較し、その妥当性を検討した。強度はやや高めに評価されたが、初期剛性は実験結果を適切に評価できた。

キーワード：ダボ効果, 非線形解析, 支圧強度, すべり変形, 境界条件

1. はじめに

鉄筋コンクリート造構造物において、プレキャスト部材の接合部ではすべり変形が生じやすい。また、一体打ちしたコンクリート部材においても、ひび割れ面に沿ったずれ変形が生じることがある。これらの変形に対しては、コンクリートの噛み合い抵抗と鉄筋のダボ効果によって抵抗すると考えられる。本研究では、ダボ効果に焦点を当ててすべり変形とせん断力との関係を解析的に求めることを目的とする。

半無限弾性体に支持された線材のたわみ曲線は Timoshenko¹⁾ によって一般解が示されており、これを準用することによって鉄筋およびコンクリートがともに弾性状態である場合の鉄筋のたわみを求めることが出来る。一方、非線形領域まで考慮した鉄筋のダボ効果については実験による検証が行われてきた。Tassios²⁾らは鉄筋の塑性ヒンジ位置を実験的に検証することによってダボ効果によって負担できる水平力の算出を行っている²⁾。松崎³⁾らは、実験において鉄筋の歪を詳細に計測し、得られた結果から鉄筋のモーメント分布を決定する実験式を提案している³⁾。これらの研究はいずれも実験による検証であり、非線形挙動に関する理論的な考察はあまり行われていない。

そこで本研究では、単純化した材料特性をもとに、鉄筋の非線形ダボ効果を解析するための基礎的考察を展開していく。

2. ダボ効果のモデル化

2.1. 材料特性

図-1に本研究で対象とする変形を示す。コンクリートの接合面に直交する接合筋を有している。コンクリート接合面の摩擦はないものとし、水平力に対して接合筋

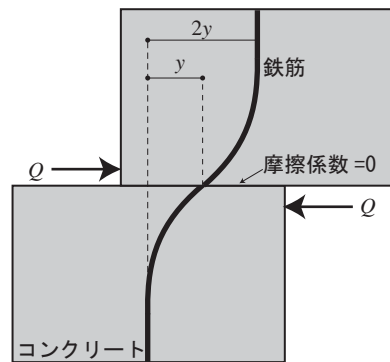


図-1 本研究で対象とする変形

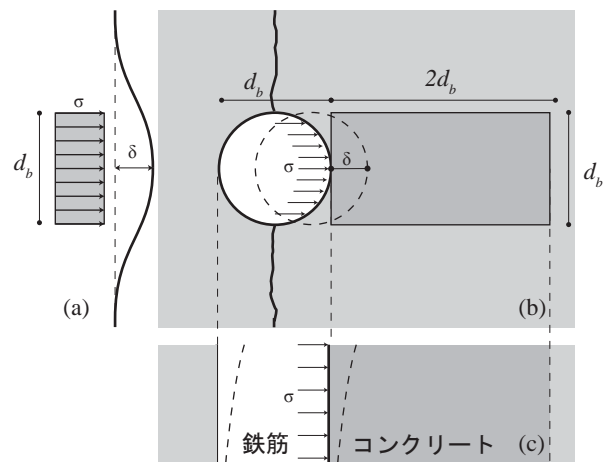


図-2 コンクリートが抵抗する範囲

のみで抵抗する。この時、水平力によって鉄筋が変形した時に抵抗するコンクリートの範囲は、コンクリートを半無限弾性体として考えて求める。図-2に概念図を示す。図-2(a)のように、コンクリートの境界面に接地圧 σ が鉄筋径の長さ d_b で一様に分布していると仮定する。この時応力 σ と変形 δ の関係について、式(1)の関係が成り立つ。

$$\sigma = k_s \times \delta \tag{1}$$

*1 名古屋工業大学大学院生 (正会員)

*2 名古屋工業大学 助教・博士(工学) (正会員)

*3 名古屋工業大学 教授・工学博士 (正会員)

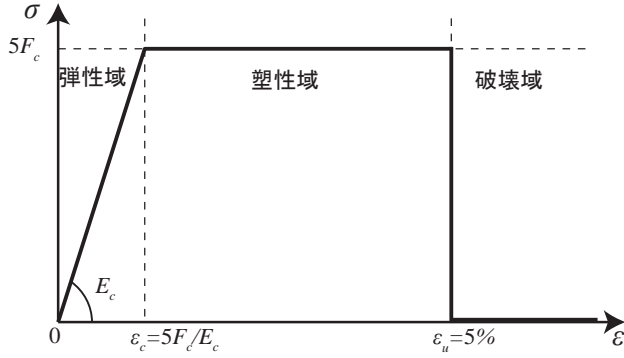


図-3 コンクリートの $\sigma - \delta$ 関係

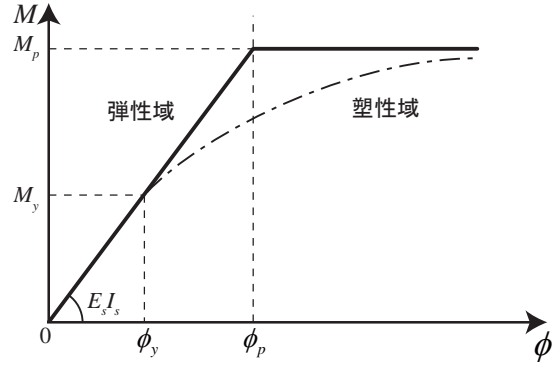


図-4 鉄筋の $M - \phi$ 関係

k_s は地盤係数である。この地盤係数は式(2)で表される⁴⁾。

$$k_s = C_1 \times \frac{E_c}{d_b} \quad (2)$$

C_1 は基礎盤の形状に関する係数、 E_c はコンクリートのヤング係数、 d_b は鉄筋径である。この時、奥行き方向長さを無限大とすると、 C_1 は1/2に収束する。鉄筋が接続されたコンクリートの地盤係数 k_s は式(3)のように表される。

$$k_s = \frac{E_c}{2d_b} \quad (3)$$

以上よりコンクリートの変位は式(4)で表される。

$$\delta = \varepsilon \times 2d_b \quad (4)$$

図-3にコンクリートの $\sigma - \varepsilon$ 関係を示す。コンクリートの状態を1)弾性域、2)塑性域、3)限界域の3つに分類する。弾性域については式(1)により表される。弾性時において、支圧応力を受けるコンクリート最大応力 σ_{cc} は、既往の研究⁵⁾よりコンクリートの圧縮強度の5倍とした。また、 σ_{cc} に達したときのひずみをコンクリートの降伏ひずみとし、式(5)のように表す。

$$\varepsilon_c = \frac{5F_c}{E_c} \quad (5)$$

ε_c はコンクリートの降伏ひずみ、 F_c はコンクリート圧縮強度である。

塑性域では、コンクリートが破壊する限界ひずみまで応力は σ_{cc} で一定になるとする。限界ひずみはTassiosらの研究²⁾より5%とした。破壊域でのコンクリート応力は0とする。

図-4に鉄筋の $M - \phi$ 関係を示す。初期剛性は $E_s I_s$ (E_s は鉄筋のヤング係数、 I_s は鉄筋の断面二次モーメント)とし、全塑性モーメントでモーメントが一定となるバイリニア型とした。全塑性モーメント M_p は式(6)で表される。

$$M_p = Z_p \times \sigma_y = \frac{d_b^3}{6} \times \sigma_y \quad (6)$$

Z_p は鉄筋の塑性断面係数、 σ_y は鉄筋の降伏強度である。

表-1にダボ効果を計算する時のコンクリートと鉄筋の

表-1 鉄筋とコンクリートの状態

		コンクリート		
		弾性域	塑性域	限界域
鉄筋	弾性域	1	2	3
	塑性域	4	5	6

条件を示す。本研究では、1)コンクリートと鉄筋が弾性域、2)コンクリートが塑性域で鉄筋が弾性域の2つの状態についてモデル化を行う。

2.2. コンクリートと鉄筋が弾性域の場合の計算

図-1のように、試験体に水平力 Q が作用し鉄筋がダボ変形した場合、鉄筋は逆対称変形すると考えられる。そのため、コンクリート接合面で分割して変形を算出し、2倍することで全体の変形を求める。

図-5にコンクリートと鉄筋が弾性域での応力モデルを示す。図-5のようにコンクリートと鉄筋が弾性状態の場合の一般解を求めるにあたっては、弾性時に図-5のコンクリート反力は変形に比例するため、式(7)の常微分方程式を解けばよい。

$$E_s I_s \frac{d^4 y}{dx^4} = -ky \quad (7)$$

x はコンクリート境界面からの深さ方向の距離、 k は弾性係数、 y は鉄筋のたわみである。鉄筋にかかるコンクリートによる分布荷重は、鉄筋の変形を負担するコンクリートの幅と応力の積で表される。式(1)から、コンクリートによる分布荷重 w は式(8)で表される。

$$w = \sigma \times d_b = \frac{E_c}{2d_b} y \times d_b = \frac{E_c}{2} y \quad (8)$$

式(7)と式(8)から、 k は式(9)のように表される。

$$k = \frac{E_c}{2} \quad (9)$$

また、式(9)の一般解は、式(10)で表される。

$$y = e^{\beta x} (A \cos \beta x + B \sin \beta x) + e^{-\beta x} (C \cos \beta x + D \sin \beta x) \quad (10)$$

$$\left(\beta = \sqrt[4]{k / (4E_s I_s)} \right)$$

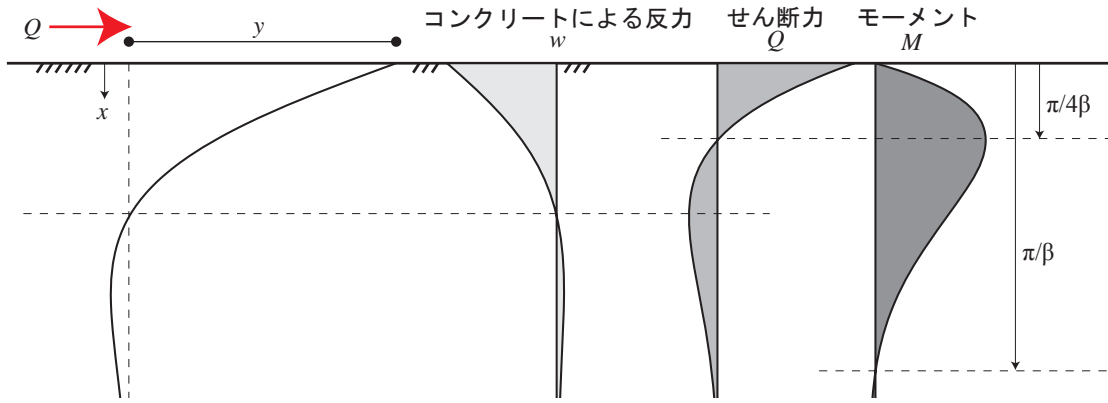


図-5 鉄筋とコンクリートが弾性域での応力モデル

A, B, C, D は積分定数である。

この時の鉄筋が $x=\infty$ で固定端となるような片持ち梁で支持されると仮定する。この時変形はゼロに収束するため、 $A=B=0$ となり、一般解は式 (11) で表される。

$$y = e^{-\beta x} (C \cos \beta x + D \sin \beta x) \quad (11)$$

また、片持ち梁であるため、 $x=0$ での鉄筋にかかる曲げモーメントはゼロであり、せん断力は鉄筋にかかる水平力に等しい。以上から境界条件は式 (12), (13) で表される。

$$\begin{cases} M(0) = E_s I_s \frac{d^2}{dx^2} y|_{x=0} = 0 & (12) \\ Q(0) = \frac{d}{dx} M|_{x=0} = Q & (13) \end{cases}$$

境界条件を用いて式 (11) の定数 C, D は求められ、解は式 (14) で表される。よって、 $x=0$ の変位は式 (15) で表される。また、式 (14) を複数回微分することで式 (16) ~ (18) が求められる。

$$y = -\frac{Q}{2E_s I_s \beta^3} e^{-\beta x} \cos \beta x \quad (14)$$

$$y_0 = -\frac{Q}{2E_s I_s \beta^3} \quad (15)$$

$$M = \frac{Q}{\beta} e^{-\beta x} \sin \beta x \quad (16)$$

$$Q = Q e^{-\beta x} (\cos \beta x - \sin \beta x) \quad (17)$$

$$w = -2Q\beta e^{-\beta x} \cos \beta x \quad (18)$$

2.3. コンクリートが塑性化した場合の計算

コンクリートの接合境界面のひずみが ϵ_c を超えた場合、コンクリートは塑性化する。このとき、式 (10) の一般解を適用することが出来ない。そのため、コンクリートの弾性範囲と塑性範囲を分けて考え、弾性範囲に式 (10) の一般解を適用させてモデル化を行う。コンクリートが塑性域で、鉄筋が弾性域の場合の応力モデルを図-6 に示す。

(1) 弾性範囲

ひずみが ϵ_c の点の深さを L とし、そこから深さ方向に x をとる。この時、コンクリートが弾性域の時と同様に、鉄筋が $x=\infty$ で固定端となるような片持ち梁で支持されると仮定することで式 (11) が成り立つ。この時、 ϵ_c の点で

求められる $x=0$ での鉄筋にかかる曲げモーメントとせん断力をそれぞれ Q_y, M_y とすると、境界条件は式 (19), (20) になる。

$$\begin{cases} M(0) = M_y & (19) \\ Q(0) = Q_y & (20) \end{cases}$$

境界条件を用いて式 (11) の定数 C, D は求められ、解は式 (21) で表される。また、式 (21) を複数回微分することで式 (22) ~ (25) が求められる。

$$y = -e^{-\beta x} \left(\frac{Q_y + \beta M_y}{2E_s I_s \beta^3} \cos \beta x - \frac{M_y}{2E_s I_s \beta^2} \sin \beta x \right) \quad (21)$$

$$\theta = e^{-\beta x} \left(\frac{Q_y + 2\beta M_y}{2E_s I_s \beta^2} \cos \beta x + \frac{Q_y}{2E_s I_s \beta^2} \sin \beta x \right) \quad (22)$$

$$M = \frac{e^{-\beta x}}{\beta} \{ \beta M_y \cos \beta x + (Q_y + \beta M_y) \sin \beta x \} \quad (23)$$

$$Q = e^{-\beta x} \{ Q_y \cos \beta x - (Q_y + 2\beta M_y) \sin \beta x \} \quad (24)$$

$$w = 4\beta e^{-\beta x} \{ -(Q_y + \beta M_y) \cos \beta x + \beta M_y \sin \beta x \} \quad (25)$$

式 (21) より、 $x=0$ の変形 y_e は式 (26) のようになる。

$$y_e = -\frac{Q_y + \beta M_y}{2E_s I_s \beta^3} \quad (26)$$

ここで、鉄筋にかかる水平力 Q を求める。コンクリートが塑性化した長さは L で、塑性化した領域による分布荷重を W とすると、 Q_y と M_y はそれぞれ式 (27), (28) のようになる。

$$Q_y = Q - WL \quad (27)$$

$$M_y = -QL + \frac{WL^2}{2} \quad (28)$$

(ただし、 $W=5F_c \times d_b$)

式 (26) を式変形し式 (27), (28) を代入して、鉄筋にかかる水平力 Q を求めると式 (29)

$$Q = \frac{-4E_s I_s \beta^3 y_e + 2WL - WL^2 \beta}{2(1 - L\beta)} \quad (29)$$

(ここで、 $y_e = \epsilon_c \times 2d_b$)

(2) 塑性範囲

塑性範囲では、コンクリートのひずみが ϵ_c の点での境界条件を用いてモデル化を行う。図-6 のように、コン

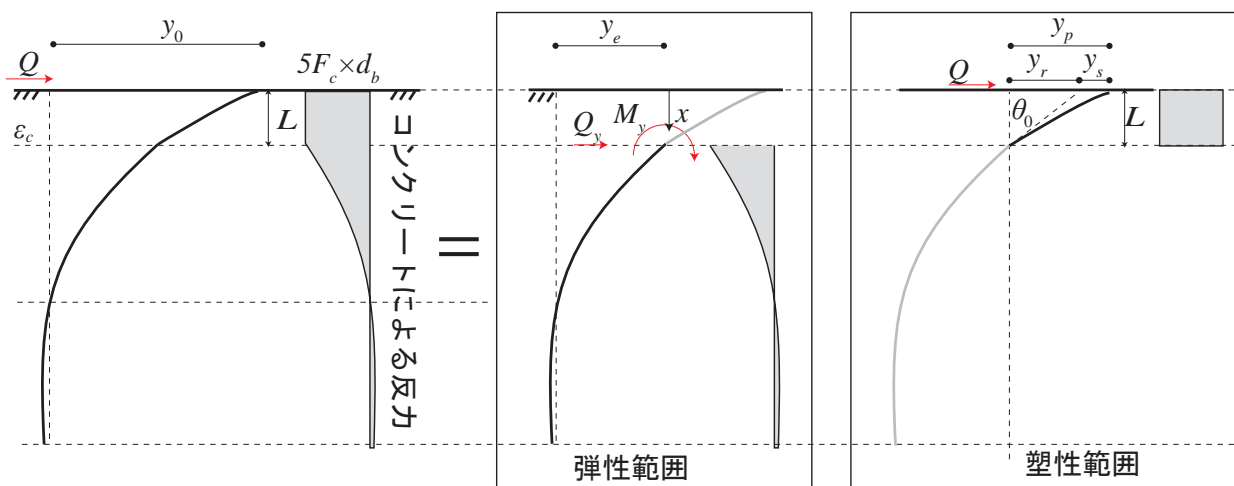


図-6 コンクリートが塑性域での応力モデル

クリートのひずみが ϵ_c の点の回転角で傾いた長さ L の片持ち梁に、コンクリートによる反力 $5F_c$ と鉄筋の頂点に水平力 Q が作用している。また、固定端部に $-Q_y$ と $-M_y$ をかけることで、力の釣り合いを保持する。この時の塑性範囲の変形は、回転角による変形と、鉄筋に作用する力による変形の足し合わせによって表される。

式 (22) から $x=0$ の回転角が求められ、これに長さ L をかけることで回転角による変形 y_r が求められる。式 (30) に回転角による変形 y_r を示す。

$$y_r = \frac{Q_y + 2\beta M_y}{2E_s I_s \beta^2} \times L \quad (30)$$

また、鉄筋に作用する力による変形 y_s を式 (31) に示す。

$$y_s = \frac{8QL^3 - 15F_c d_b L^4}{24E_s I_s} \quad (31)$$

式 (30) と (31) より、コンクリートの塑性範囲での変形 y_p は式 (32) のように表される。

$$y_p = y_r + y_s \quad (32)$$

以上より、コンクリートが塑性化した時の変形 y_0 は式 (33) のように弾性範囲の変形と塑性範囲の変形の足し合わせによって与えられる。

$$y_0 = y_e + y_p \quad (33)$$

3. 解析結果と実験式、実験結果との比較

3.1. 平均せん断応力度－変形量関係

今回の提案式の妥当性の検証に、吉田らによる型枠コンクリートブロック造耐震壁の実験⁶⁾⁷⁾について解析を行い、実験値と比較した。図-7に試験体概要と接合面詳細図を示す。この実験は、試験体を油圧ジャッキを用いて水平方向に荷重して水平変位を測定している。試験体のコンクリートブロック空洞部には、基礎梁まで貫通させた鉄筋を配筋し、コンクリートを全充填している。また、試験体と基礎梁の境界面は金ゴテを用いて平滑に仕上げ、0.1mm と 0.5mm のテフロンシート

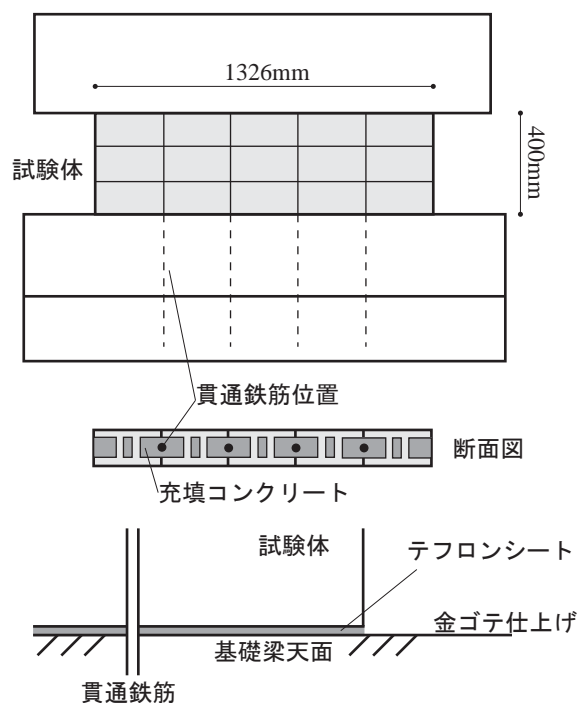


図-7 試験体概要と接合面詳細図

を重ねて配置することで境界面の摩擦の影響をなくしている。以上のことから、試験体に荷重された水平荷重を壁縦筋のダボ効果で抵抗していると考えられ、提案式の妥当性を検証に最適だと考えられる。また、松崎らによるプレキャスト RC 部材接合部のすべり変形を考慮した耐力の算定式³⁾ (以下松崎式とよぶ) についても吉田らの実験の解析を行い、提案式と比較した。

図-8に、各鉄筋径について提案式と松崎式、実験値の平均せん断応力度－変形量関係とコンクリートの塑性点、鉄筋の局部全塑性点について示す。吉田らの研究に従い、平均せん断応力度は試験体に荷重された水平荷重を鉄筋の全断面積で除したものである。変形量は、接合面での鉄筋の水平変位である。なお提案式は、鉄筋が局部全塑性モーメントに達するまで解析を行った。

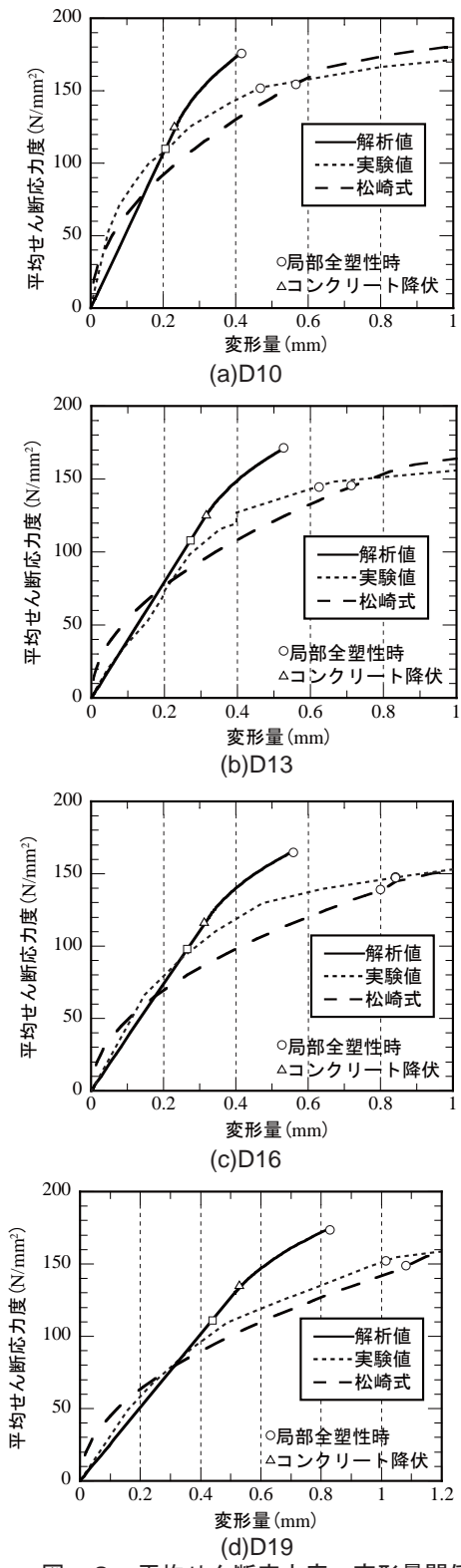


図-8 平均せん断応力度-変形量関係

鉄筋径ごとの提案式の解析結果を見ると、鉄筋径が細いほど初期剛性は高くなる傾向がみえる。これは、初期剛性 $1/(2E_s I_b^3)$ で表されるように、鉄筋の断面二次モーメントに依存しているため、鉄筋径が細いほど初期剛性は高くなると思われる。コンクリートの塑性点をみると、D10～D16の鉄筋では 120N/mm^2 付近であり、鉄筋径の太いD19では 129N/mm^2 付近であった。実験値と比

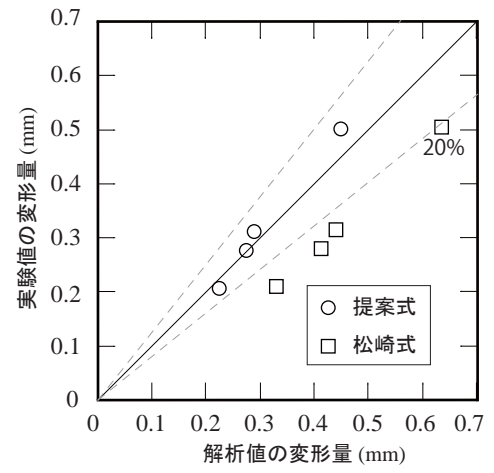


図-9 鉄筋降伏時の変形量の比較

較すると、D13～D19の鉄筋については、平均せん断応力度がD13の鉄筋は 95N/mm^2 、D19の鉄筋は 73N/mm^2 以下の点での初期剛性はよく一致しているが、D10の鉄筋では、提案式の初期剛性は実験式に比べて約0.6倍であった。図中の□は、鉄筋の最外縁が降伏応力度に達した時のモーメントに対応する平均せん断応力度を示している。□印の平均せん断応力度の時の提案式と松崎式の変形量と実験値の変形量を比較を行った。その結果を図-9に示す。図-9から、全ての試験体において提案式は誤差20%未満であるのに対し、松崎式は誤差20%以上であることがわかる。以上のことから、□印以前では提案式の方が実験値を良好に評価できていたと言える。

また、提案式の鉄筋が局部全塑性点での変形量をみると、D10では 0.42mm 、D13では 0.53mm 、D16では 0.56mm 、D19では 0.86mm となり、鉄筋径が大きくなるに従い変形量が多くなる傾向がみられる。これは、局部全塑性モーメント M_p が鉄筋径に大きく依存しており、鉄筋径が大きくなるほど M_p が大きくなるためである。実験値にも同様に、鉄筋径が大きくなるに従い局部全塑性点での変形量が多くなる傾向がみられるが、提案式と比較してそれぞれD10で約 0.05mm 、D13では約 0.1mm 、D16では約 3.0mm 、D19では約 1.5mm ほど変形量が多いことが確認できる。一方、局部全塑性時の平均せん断応力度をみると、D10の鉄筋では、提案式で 176N/mm^2 となり、実験値と比較して約15%ほど大きい結果となった。この傾向はD13とD16においても同様の傾向を示している。

提案式と松崎式の解析結果を比較すると、すべての鉄筋径において、松崎式のほうが初期剛性は高いが、耐平均せん断応力度が大きくなるほど剛性が低下していき、平均せん断応力度がD10で 75N/mm^2 、D13で 75N/mm^2 を超えると提案式の剛性より低くなる。松崎式の初期剛性が高い理由は3.2で説明する。鉄筋の局部全塑性点を比べると、松崎式も提案式も鉄筋径が大きくなるほど変形

量が大きくなる傾向が見えるが、その増加量は松崎式のほうが0.1mm大きい。平均せん断応力度は、松崎式は実験値に近い値を示しているため、提案式のほうが15%ほど大きい。初期剛性に関しては、松崎式よりも提案式の方が良好に評価できていたが、図-8の□印以降は松崎式のほうが実験結果と合っていた。

3.2. 全塑性点での提案式と松崎式のモーメント分布

D10とD19の鉄筋の提案式と松崎式について、局部全塑性点に達した時のコンクリート境界面からモーメントが0になる点までの鉄筋にかかるモーメント分布を図-10に示す。

図-10より、鉄筋径によるモーメント分布の関係を考察する。D10の鉄筋における提案式のモーメント分布を見ると、コンクリート境界面からの深さ5.5mmの点までコンクリートが塑性化しており、10.8mmの点で全塑性モーメントに達した。D19の鉄筋では、コンクリート境界面からの深さ8.6mmの点までコンクリートが塑性化しており、19.9mmの点で全塑性モーメントに達した。また、D10の鉄筋では42.3mm、D19の鉄筋では78.8mmの深さでモーメントが0になった。これらのことから、コンクリートの塑性点の深さと全塑性モーメントに達する深さ、モーメントが0になる深さは、鉄筋径に比例して長くなることが確認できる。

一方松崎式をみると、D10の鉄筋は深さ5.6mm、D19の鉄筋は深さ10.4mmの点で全塑性モーメントに達した。また、モーメントが0になる深さは、D10の鉄筋で46.7mm、D19の鉄筋で86.3mmの点であった。

提案式と松崎式を比較すると、モーメントが0になる点はおおむね一致していることが確認できる。しかし、モーメント分布の形もおおむね一致しているものの、全塑性モーメントに達するコンクリート境界面までの深さは松崎式が提案式の約2倍ほど深くなっている。これは、提案式がコンクリートや鉄筋の状態によってモーメント分布が変わるのに対し、松崎式はいかなる状態においても終局状態のモーメント分布を仮定しているためだと考えられる。3.1で述べた、実験値と比較して松崎式の初期剛性が高いことも上記の理由によると考えられる。

4. まとめ

鉄筋コンクリート部材における鉄筋のダボ効果について理論解を算出し、既往のダボ効果実験と松崎らによる実験式と比較することで、その妥当性を検証した。

鉄筋が全塑性モーメントに達するときの変形は実験結果よりも小さくなった。鉄筋の最外縁が降伏ひずみに達する点以降では、松崎らの実験式の方が実験結果を良好に評価できていた。しかし、初期剛性に関しては松崎らの実験式では高く評価しているのに対して、本研究での

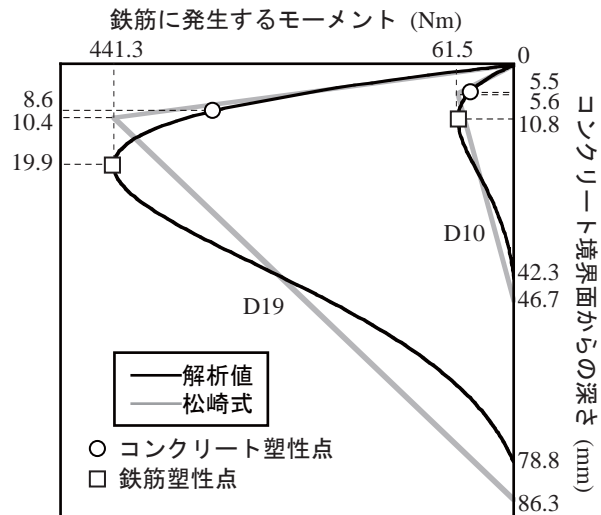


図-10 局部全塑性点でのモーメント分布

計算値は実験結果を適切に評価できていた。

5. 今後の課題

今回は、コンクリートが塑性化した後、鉄筋が塑性化するまでをモデル化したため、小変形時の検討のみ行った。今後は、変形量が1mmを超える大変形時についても検討を行う必要がある。

参考文献

- 1) S.Timoshenko and J. M. Lessels: *Applied Elasticity*, Westinghouse Technical Night School Press, pp. 133-141, 1925
- 2) Vintzeleou E.N. and Tassios T.P.: *Mathematical Models for Dowel Action under Monotonic and Cyclic Conditions*, *Magazine of Concrete Research*, Vol.38, No.134, pp.13-22, March.1986
- 3) 大淵英夫ほか：ずれ変形を考慮したプレキャスト部材接合面におけるせん断伝達に関する研究，日本建築学会構造系論文報告集，第491号，pp.97-104，1997.1
- 4) 日本建築学会：鉄筋コンクリート造計算規準・同解説，2010.2
- 5) 望月重，榎谷栄次，永坂具也：壁式プレキャスト構造の鉛直接合部のせん断耐力 - ダウエル効果および圧縮拘束力を考慮した場合 -，日本建築学会構造系論文報告集，第424号，pp.11-21，1991.6
- 6) 中野裕二ほか：型枠コンクリートブロック造耐震壁のすべり破壊性状に関する研究（その5，6），日本建築学会学術講演集，C-2，pp.887-890，2009.8
- 7) 吉田正人，菊池健児，吉田和彦，黒木正幸：型枠コンクリートブロック造耐震壁のすべり破壊性状に関する研究（その7，8），日本建築学会学術講演集，C-2，pp.879-882，2010.9