

時間的に可変な時系列モデル による適応的同定

正員 松澤 英明^{††} 正員 石井 直宏[†]
正員 岩田 彰[†] 正員 鈴木 宣夫[†]

Adaptive Identification by the Time Variable Model of Time Series

Hideaki MATSUZAWA^{††}, Naohiro ISHII[†], Akira IWATA[†]
and Nobuo SUZUMURA[†], *Regular Members*

あらまし 時間的に可変な時系列モデルとして、自己回帰移動平均過程 (AR-MA) の AR 部の係数が時間に関して変化する AR-MA 形のモデルが提案されている。脳波などの生体非定常時系列の解析では、局所的な非定常区間の検出と解析、あるいは定常な背景脳波上の異常脳波の検出が必要である。本論文では、これらの研究の基礎としてまず Bohlin らによって導入された状態 (信号) の推定誤差の尤度関数を時系列の局所的な非定常さを検出する統計量に拡張した。次に計算機シミュレーションにより非定常時系列を生成し、この統計量を用いて非定常箇所を検出、評価できることを示した。更に時系列モデルが非定常観測値系列によく追従し、時系列のパラメータを把握できるようにカルマンフィルタの中に状態の推定誤差の補償用帰還ループを導入した。その結果、モデルの非定常観測値系列への追従性が一段と改善されることをシミュレーションにより示すことができた。最後に局所的な非定常区間を検出する方法を提案し、光刺激による脳波時系列の解析に適用できることを示した。

1. ま え が き

非定常な観測値系列は種々の分野で見い出され、これらの一般的かつ統一的な解析手法が望まれている。例えば生体情報の1つとして、脳波時系列では定常な背景脳波上に異常脳波が重畳して現れ、又、短時間区間に脳波が非定常的に変化する。このような非定常時系列へ、定常解析的な手法をそのまま適用すると定常性を仮定した上での平均化操作のため、非定常な情報が消されてしまい、特徴的なパラメータを見い出すことができなくなる。これらの問題を解決する基礎として非定常時系列モデルの研究がなされてきている。

時間的に可変な時系列モデルとして自己回帰移動平均過程 (AR-MA) の自己回帰部分 (AR部) の係数が時間に関して変化する AR-MA 形のモデルが提案されている⁽¹⁾。観測時系列がマルコフ過程の状態表現の形

で表されるとき、系の状態 (信号) をアダプティブに推定する方式としてカルマンフィルタ法^{(2),(3)}がある。

本論文では、上に述べた非定常時系列の解析の基礎として、Bohlin らによって導入された系の状態の推定誤差の尤度関数⁽¹⁾を短時間区間の非定常さを検出する統計量に拡張した。次に計算機シミュレーションにより非定常時系列を生成し、この統計量を適用して非定常箇所を検出し、評価できることを示した。更に時系列モデルが非定常観測値系列によく追従し、時系列パラメータを抽出できるようにカルマンフィルタ法の中に状態の推定誤差の補償用帰還ループを導入した。その結果、モデルの非定常観測値系列への追従性が一段と改善されることをシミュレーションにより示すことができた。

最後に局所的な非定常区間を検出する方式を提案し、光刺激による脳波時系列の解析に適用できることを示した。

2. 時間的に可変な時系列モデル

時間に関して可変な特性をもつ時系列モデルとして

[†]名古屋工業大学情報工学科, 名古屋市

Department of Information Engineering, Nagoya Institute of Technology, Nagoya-shi, 466 Japan

^{††}現在, 東北大学大学院工学研究科

論文番号: 昭53-58[A-22]

自己回帰移動平均 (AR-MA) 形のモデルを拡張した次のようなモデルが提案されている⁽¹⁾。

$$y(t) + a_1(t)y(t-1) + \dots + a_n(t)y(t-n) = \lambda \{e_0(t) + c_1 e_0(t-1) + \dots + c_m e_0(t-m)\} + D'(t) \quad (1)$$

ここで, $a_i(t)$ ($i=1, 2, \dots, n$) は自己回帰 (AR部) の係数であり, 時刻 t に依存するものとする。 c_j ($j=1, 2, \dots, m$) は移動平均 (MA部) の係数である。 λ は雑音 $\{e_0(t)\}$ の振幅を表すパラメータである。 $D'(t)$ は低周波の外乱を表す。 $\{y(t)\}$ はこのモデルの出力系列である。出力変数系列 $\{y(t)\}$ に Z 変換を適用し,

$$y(t-k) = Z^{-k} y(t)$$

及び

$$A(Z^{-1}|t) = 1 + a_1(t)Z^{-1} + \dots + a_n(t)Z^{-n} \quad (2)$$

$$C(Z^{-1}) = 1 + c_1 Z^{-1} + \dots + c_m Z^{-m} \quad (3)$$

とおくと, 式(1)は式(4)のように表される。図1にこの方程式の模式図を示す。

$$A(Z^{-1}|t)y(t) = \lambda C(Z^{-1})e_0(t) + D'(t) \quad (4)$$

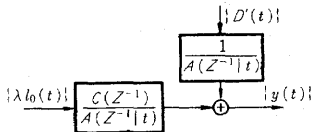


図1 Z変換表示によるAR-MAモデルのブロック線図

Fig.1-Block diagram of the AR-MA model by Z transform representation.

いま補助系列 $\{x(t)\}$ を導入し, 式(4)を次のように書換えて MA 部を prefilter として分離する。

$$y(t) = C(Z^{-1})x(t)$$

$$x(t) = A^{-1}(Z^{-1}|t)\{\lambda e_0(t) + D(t)\}$$

$$D(t) = C^{-1}(Z^{-1})D'(t)$$

以上の変換により, モデルの動的な主要部は, 図2の破線内で表される AR 形の時系列モデルとなる。

ここで時間に関して可変な係数 $a_i(t)$ 及び $D(t)$ が簡単な1次の差分方程式に従うマルコフ過程であると仮定して, 次のモデルを脳波の解析に用いる。このモデルは Bohlin のモデルと等しい⁽¹⁾。

$$\left. \begin{aligned} y(t) &= x(t) + c_1 x(t-1) + \dots + c_m x(t-m) \\ x(t) &+ a_1(t)x(t-1) + \dots + a_n(t)x(t-n) \\ &= \lambda e_0(t) + D(t) \\ a_i(t) &= a_i(t-1) + q_i e_i(t-1) \quad i=1, 2, \dots, n \\ D(t) &= D(t-1) + q_{n+1} e_{n+1}(t-1) \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

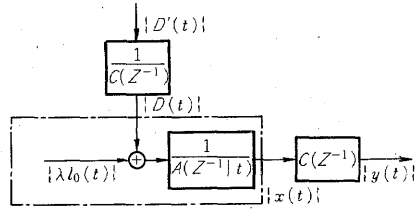


図2 MA部分を分離したAR-MAモデルのブロック線図

Fig.2-Block diagram of the AR-MA model with MA part separated.

ここで $\{e_i(t)\}$ ($i=1, 2, \dots, n$) はそれぞれ $N(0, 1)$ (平均0, 分散1の正規過程) に従う独立で無相関な正規白色雑音である。 q_i は係数 $a_i(t)$ の変化の速さを決定するパラメータであり, 特に $q_1 = q_2 = \dots = q_{n+1} = 0$ の場合は定常な時系列モデルとなる。

次に確率変数のベクトルを次のように定義する。

$$\theta(t) = \begin{bmatrix} a_1(t) \\ a_2(t) \\ \vdots \\ a_n(t) \\ D(t) \end{bmatrix}, \quad v(t) = \begin{bmatrix} e_1(t) \\ e_2(t) \\ \vdots \\ e_n(t) \\ e_{n+1}(t) \end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} q_1^2 & & & 0 \\ & q_2^2 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & q_{n+1}^2 \end{bmatrix}$$

及び

$$x(t) = [-x(t-1), -x(t-2), \dots, -x(t-n), 1]$$

$$e(t) = \lambda e_0(t)$$

上述の定義によって式(5)は次のようなシステムを記述する方程式となる。

$$x(t) = y(t) - c_1 x(t-1) - \dots - c_m x(t-m) \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned} \theta(t+1) &= \theta(t) + v(t) \\ x(t) &= x(t) \theta(t) + e(t) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

ここで $\{v(t)\}$ と $\{e(t)\}$ は相互に独立な白色正規過程で, それぞれ $N(0, Q)$ と $N(0, \lambda^2)$ の分布に従う。時刻 $t=1, 2, \dots, N$ に対して観測値系列 $y(t)$ が式(6), (7)のモデルを満たすとすれば, $\theta(t)$ の最小2乗平均の意味で最良の推定量 $\hat{\theta}(t)$ (この場合, 雑音の正規過程の仮定から最尤推定量でもある) は, カルマンフィルタによる推定の問題に帰着され^{(1)~(3)}, 次の方程式系によって各時刻 t ごとに $\hat{\theta}(t)$ が算出される。

$$\left. \begin{aligned} r^2(t) &= \lambda^2 + \mathbf{x}(t) \boldsymbol{\sigma}(t) \mathbf{x}^T(t) \\ \mathbf{S}(t) &= r^{-1}(t) \boldsymbol{\sigma}(t) \mathbf{x}^T(t) \\ \boldsymbol{\xi}(t) &= r^{-1}(t) \{x(t) - \mathbf{x}(t) \hat{\boldsymbol{\theta}}(t)\} \\ \hat{\boldsymbol{\theta}}(t+1) &= \hat{\boldsymbol{\theta}}(t) + \boldsymbol{\xi}(t) \mathbf{S}(t) \\ \boldsymbol{\sigma}(t+1) &= \boldsymbol{\sigma}(t) + \mathbf{Q} - \mathbf{S}(t) \mathbf{S}^T(t) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

ここで $\hat{x}(t) = \mathbf{x}(t) \hat{\boldsymbol{\theta}}(t)$ は $x(t)$ の推定値であり、 $\tilde{x}(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ は推定誤差を表す。 $r^2(t)$ は推定された雑音 $\tilde{x}(t)$ の分散 $\text{cov}[\tilde{x}(t), \tilde{x}(t)]$ である。 $\tilde{x}(t)$ を $r(t)$ で正規化した残差 $\boldsymbol{\xi}(t)$ はフィルタの理想状態において、仮定により $N(0, 1)$ に従う正規過程となる。又、 $\mathbf{S}(t)$ はカルマンフィルタの利得であり、 $\boldsymbol{\xi}(t)$ との積により各サンプルごとに推定量 $\hat{\boldsymbol{\theta}}(t)$ を更新する。 $\boldsymbol{\sigma}(t)$ は状態ベクトル $\boldsymbol{\theta}(t)$ の推定誤差の共分散であり

$$\boldsymbol{\sigma}(t) = E[(\boldsymbol{\theta}(t) - \hat{\boldsymbol{\theta}}(t))(\boldsymbol{\theta}(t) - \hat{\boldsymbol{\theta}}(t))^T]$$

である。

3. 短時間尤度関数の導入

モデルを表現する式(5)において、 q_1, q_2, \dots, q_n はこのモデルの本質を決定する重要なパラメータであり、係数 $a_i(t)$ の変化の速さを表す定数である。 q_i ($i = 1 \sim n$) の設定値によってフィルタの同定する状態が大きく変るため、対象となる信号の非定常性の度合いによって適切な値を設定しなければならない。

長いサンプル系列 $Y_N = \{y(t) | t = 1, 2, \dots, N\}$ を与えてフィルタリング、すなわち式(8)を実行した結果得られる残差系列 $\{\boldsymbol{\xi}(t) | t = 1, 2, \dots, N\}$ あるいはイノベーション系列 $\{\tilde{x}(t) | t = 1, 2, \dots, N\}$ に対して最尤法を用い、より適切な q_i の値を設定することが行われている。いまイノベーション系列 $\{\tilde{x}(t) = \boldsymbol{\xi}(t) r(t) | t = 1, 2, \dots, N\}$ の結合分布は仮定より

$$P_N = \prod_{t=1}^N \frac{1}{\sqrt{2\pi} r(t)} \exp \left[-\frac{1}{2} (\boldsymbol{\xi}(t) r(t) - 0) \cdot r^{-2}(t) (\boldsymbol{\xi}(t) r(t) - 0) \right] \quad (9)$$

となるから尤度関数 $L(\lambda, \mathbf{Q} | Y_N)$ の対数をとると

$$\log L(\lambda, \mathbf{Q} | Y_N) = C - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^N \log r^2(t) - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^N \boldsymbol{\xi}^2(t) \quad (10)$$

ここで C は定数で、 $r^2(t)$ 及び $\boldsymbol{\xi}(t)$ は差分方程式(8)によって計算され、パラメータ λ, \mathbf{Q} の最尤推定値は式(10)の最大値を与える値となる。これによって得られるパラメータ q_i の値は、全サンプル ($t = 1, 2, \dots, N$) を通しての平均的な値である。ここで入力信号の

一部の周波数成分が大きく変化する非定常部分に興味の中心があるときのパラメータの設定をいかに行うかという問題がある。更に設定されたパラメータの値に対して、時間の経過と共にカルマンフィルタによる同定の状態がどのように変化するかを評価するために、次のような尤度関数を考慮した指標を用いる。

$$\left. \begin{aligned} \text{KT}(t) &= \frac{1}{M} \sum_{s=t-M+1}^t \log r(S) \\ \text{VT}(t) &= \frac{1}{M} \sum_{s=t-M+1}^t \boldsymbol{\xi}^2(t) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

$$\text{LLT}(t | \lambda, \mathbf{Q}) = -\frac{1}{2} \{ 2\text{KT}(t) + \log \text{VT}(t) \} \quad (12)$$

ここで M は興味ある変化をとらえるのに適当な時間幅であり、 $t \geq M$ に対して $\text{LLT}(t)$ は各サンプルごとに、直前の M 個の系列 $\{\boldsymbol{\xi}(t-M+1), \boldsymbol{\xi}(t-M+2), \dots, \boldsymbol{\xi}(t)\}$ によって計算される。

4. モデルの自己回帰部の次数の検討

本研究に用いられる AR-MA モデルは MA 部分を低域通過の prefilter としてパラメータを設定している。このパラメータ、すなわち MA 部の係数⁽¹⁾は

$$\left. \begin{aligned} C_1 &= -0.31811, C_2 = 1.14471, C_3 = -0.49433 \\ C_4 &= -0.04640, C_5 = 0.17361, C_6 = -0.05430 \\ C_7 &= 0.04739, C_8 = 0.05401, C_9 = -0.03032 \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

である。ここでは AR 部分の次数の長さを調べるため計算機シミュレーションによる実験的検討を試みた。

本論文で適用する AR-MA モデルは主に光刺激による誘発脳波の周波数の弁別を明確にし、そのパワスペクトルを算出するねらいがある。そこで少なくともも接近した4つの周波数成分を正しく同定しなければならない。ここでは表1に示すような簡単な合成波を計算機で生成し、モデルの AR の次数とパワスペクトルの関係を調べた。

合成波は4つの定常正弦波を合せたもので、時刻

表1 4つの正弦波からなる合成波の周波数成分

t (sec)	4個の正弦波の周波数 (Hz)
0~10	4, 6, 8, 10
10~20	6, 8, 10, 12
20~30	8, 10, 12, 14
30~40	10, 12, 14, 16

$t = 10$ 秒, 20 秒, 30 秒 で合成する波の周波数成分を変えたものである。

図3に表1の合成波の時系列を示す。図3の矢印↓の部分が合成波の周波数成分が切換るところ、すなわち非定常部分を示している。

脳波の時系列モデルのAR部の次数 n の設定で、 $n = 14$ あるいは $n = 6 \sim 7$ が脳波の場合に適当とされてきた。このことを検討するため、以下に $n = 14$ の場合と $n = 24$ の場合について調べる。

$n = 14$ でのパワースペクトルの時間的変化を図4に示す。図4において、縦軸の値はパワースペクトル $\varphi(f|t)$ を示し、

$$\varphi(f|t) = \lambda^2 h \left| \frac{C(Z^{-1})}{A(Z^{-1}|t)} \right|^2 \quad (14)$$

h : サンプル周期10msec, y_e : 観測信号のrms値である⁽¹⁾。

図4では4つの周波数成分のうち外側の2成分は正しく同定されても、内側の2成分は分離できず、そ

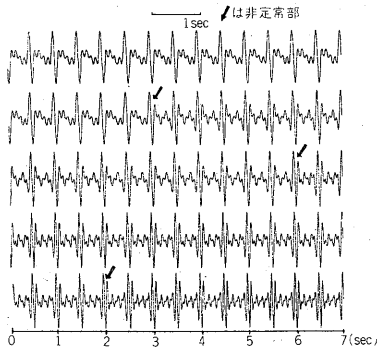


図3 正弦波から合成された時系列
Fig.3-Time series composed of sine waves.

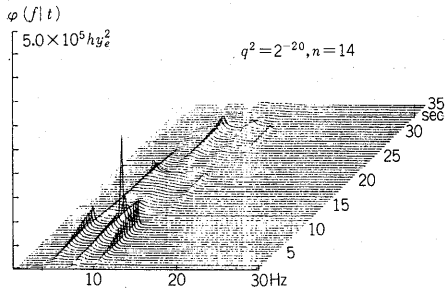


図4 AR-MA (AR部の $n = 14$) モデルによる合成波のパワースペクトル
Fig.4-Power spectrum of the composed sine waves calculated from AR-MA model.

の2つの中間の周波数付近のピークが生じ、パワースペクトルでは3つまでのピークしか現れない。

そこで図5にはAR部分 $n = 24$, $q^2 = 2^{-20}$ としてパワースペクトル $\varphi(f|t)$ を計算した結果を示す。

図5では、表1の4個の周波数が分離されているのが分かる。従って脳波の情報として $0 \sim 25$ Hzの間を4個の周波数成分に分離するために $n = 24$ 程度の次数を必要とする。次に非定常性の検出について考える。雑音過程 $\{v(t)\}$ の共分散行列 $Q = q^2 I$ (I : 単位行列) で q^2 はモデルの非定常性の指標となり、 q^2 が大きくなれば式(5)より $a_i(t)$ の変化も早くなる。そこで $n = 24$, $q^2 = 2^{-15}$ として算出した結果を図6に示す。図6は図5に比べパワースペクトルの各ピーク値が鋭くなってきていることが分かる。

モデルによる同定の状態の推移を見るために誤差 $\varepsilon(t)$ の2乗の平均値関数 $VT(t)$ と式(12)のLLT(t)を

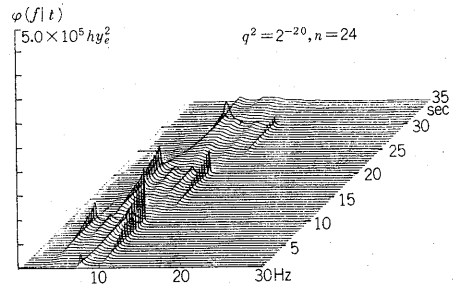


図5 AR-MA (AR部の $n = 24$) モデルによる合成波のパワースペクトル
Fig.5-Power spectrum of the composed sine waves calculated from AR-MA model.

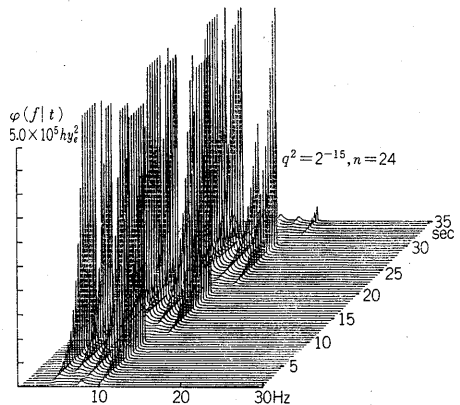


図6 AR-MA ($n = 24$, $q^2 = 2^{-15}$) モデルによる合成波のパワースペクトル
Fig.6-Power spectrum of the composed sine waves calculated from AR-MA model.

図7に示す。図7の(a)は時刻 t における直前の1秒間の推定誤差の平均2乗値 $VT(t|M=100)$ を表す。 $M=100$ は10ms サンプリングで100個、従って1秒間を表す。同じ条件で図7の(b)は $LLT(t|q^2=2^{-15}, n=24)$ を表す。図7の(c)は観測値系列 $Y_N = \{y(t)|t=1, 2, \dots, N\}$ に対して

$$\hat{\xi}^2(t) = \xi^2(t) / \frac{1}{N} \sum_{s=1}^N \xi^2(s) \quad (15)$$

を表す。 $\hat{\xi}^2(t)$ は N が十分大となると式(15)の分母が中心極限定理より定数に近づき、ほぼ分子のみの振舞いとなり正規分布に従う。従って一定のしきい値を設けて、異常値の検出のための統計量として用いることができる。この場合、異常値とは、信号の測定、処理の段階で外部より混入したと思われる生理学的には考えられないような値や、あるいは背景波としての脳波から外れた突発性のスパイクなど⁽⁴⁾のとる値である。図3の合成波のシミュレーションでは、時刻 $t=10$ 秒、20秒および30秒において周波数成分が急激に変化するため、それらの時刻で推定誤差が大きくなり、同定の状態は極めて悪くなる。

5. パラメータ q の自動設定ループを有するカルマンフィルタ

前章までのモデルにおいて、雑音過程 $\{v(t)\}$ の要素である正規白色雑音 $\{e_i(t)\} (i=1, 2, \dots, n)$ は $N(0, q^2)$ に従い、 q^2 は定数であると仮定してきた。本論文では非定常さの指標となるパラメータ q^2 を時間に関する変数とみなし、式(15)の $\hat{\xi}^2(t)$ を用いて、

$$q^2(t) = q_c^2 \hat{\xi}^2(t), \quad (q_c^2 \text{ は定数}) \quad (16)$$

に従って変化すると仮定する。又、異常値の検出は

$$\hat{\xi}^2(t) > \text{Threshold} \quad (17)$$

によって行う。もし式(17)の関係により異常値が検出されたときは、 t 時刻以後の同定のための影響をなくするため

$$q^2(t) = q^2(t+1)$$

として、同時に式(8)において、カルマンフィルタの利得を $S(t)=0$ とすることによって、異常値による同定への悪影響を除くようにする。カルマンフィルタの特徴であり、最大の利点は過去の観測値を保存する必要のないことである。従って $\hat{\xi}^2(t)$ の計算は式(15)の代りに次の式から計算できる。

$$V(t) = \frac{1}{t} \sum_{s=1}^t \xi^2(s)$$

とおくと、

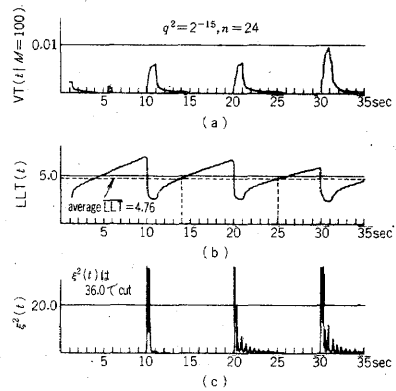


図7 合成波の短時間尤度関数 $VT(t)$ 及び $LLT(t)$ と推定誤差 $\hat{\xi}^2(t)$ の算出

Fig.7- Calculation of the short-time likelihood functions $VT(t)$ and $LLT(t)$, and of the estimate $\hat{\xi}^2(t)$.

$$V(t) = V(t-1) + \frac{1}{t} [\xi^2(t) - V(t-1)] \quad (18)$$

従って、

$$\hat{\xi}^2(t) = \xi^2(t) / V(t) \quad (19)$$

このときのモデルとカルマンフィルタを表す構成図を図8に示す。

図8の破線で囲まれた部分は式(18)及び式(19)を表したものである。これらの破線の部分を除くと式(7)のモデルと式(8)のカルマンフィルタの関係を表している。破線部分の補償では、同定の途中で入力値と推定値との間の推定誤差が大きくなった場合、時間的に可変なAR部分の係数 $a_i(t)$ の推定誤差の共分散 $\sigma(t)$ を強制的に増大させて、 $a_i(t)$ が早く変化するようにフィードバックさせることを示す。このことは時系列に対する追従性を改善することを意味する。

図9は図6の合成波のパワースペクトルの変化が分かりやすいように図6の $1/10$ のパワの上限を設けて上の値をカットしたものである。図9では時刻10秒、20秒および30秒で合成波の周波数を切替えたのに対し、 ± 0.2 Hz 以内に周波数成分のパワースペクトルが見い出されたときの時刻が各々13.5秒、23.5秒および34.5秒の立上りを示している。すなわち、各々3.5秒、3.5秒および4.5秒の遅れ時間を示している。これに対し式(18)及び式(19)のような補償をすることにより、図3で表される合成波の時系列は図10のようなパワースペクトルの変化を示す。

図10では時刻 $t=10$ 秒、20秒および30秒の周

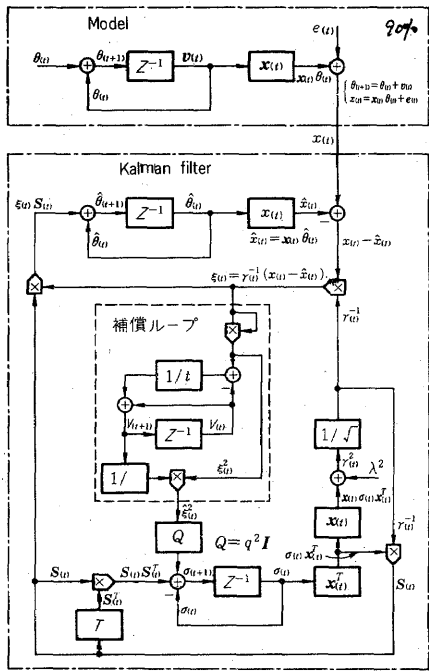


図8 推定誤差 $\hat{\xi}^2(t)$ の補償 (帰還) ループをもつカルマンフィルタの構成

Fig.8-Construction of kalman filter with feedback loop of the estimate $\hat{\xi}^2(t)$.

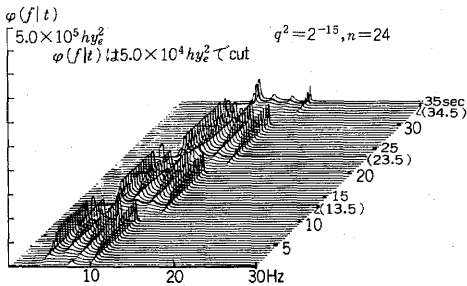


図9 補償ループのないときのカルマンフィルタによるパワースペクトルの立ち上がり

Fig.9-Tracking of power spectrum by Kalman filter without feedback loop.

波数成分の変化に対し、4個の周波数成分がほぼ正確な位置にパワースペクトルが分離される。前と同じ条件で周波数成分のパワが検出される時間が各々11.5秒、21.5秒および32秒となる。すなわち各々1.5秒、1.5秒および2秒の遅れ時間を持って立ち上ることを示している。このことは同じ条件の時系列に対しカルマンフィルタで補償のない場合の結果(図9の場合)

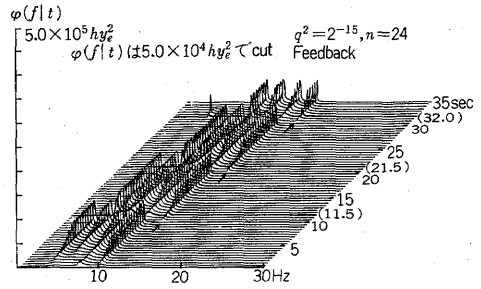


図10 補償ループのあるときのカルマンフィルタによるパワースペクトルの立ち上り

Fig.10-Tracking of power spectrum by Kalman filter with feedback loop.

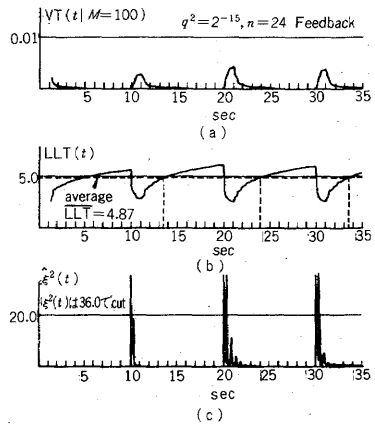


図11 補償ループのあるときの短時間尤度 $VT(t)$ 及び $LLV(t)$ と推定誤差 $\hat{\xi}^2(t)$ の算出

Fig.11-Calculation of the short-time likelihood functions $VT(t)$ and $LLV(t)$ and of the estimate $\hat{\xi}^2(t)$.

に比べ各々2秒間ほどの時間を短縮したことを示している。又、補償ループを加えた場合、時刻 $t = 10$ 秒、20秒および30秒の非定常部分で新しく加わった高い周波数成分に対する感度が(図9に比べ)図10の矢印(→)で示すように改善されている。この補償があるときの同定状態の評価として、推定誤差の平均2乗値 $VT(t|M=100)$ と $LLT(t|n=24, q^2=2^{-15})$ 及び $\xi^2(t)$ の結果を図11に示す。

補償ループの有効性を明らかにするため、図7と図11の各々の(a)及び(b)の比較したものを図12に示す。

図12の(a)では補償ループによる結果が太線で示されており、(b)では対応する $LLT(t)$ の結果も太線で示す。(a)より補償ループにより非定常部分での推定誤差 $V(t)$ が小さくなり、(b)図の $LLT(t)$ の対応する部分

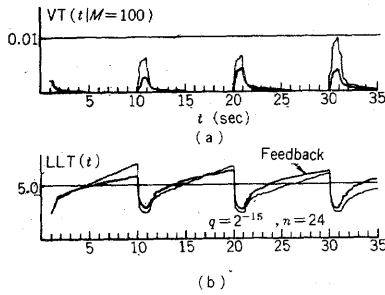


図12 補償ループのあるときとないときの短時間尤度関数の比較

Fig.12- Comparison of $VT(t)$ with and without feed-back loop of the estimate $\hat{e}^2(t)$.

の立上りが改善されている。

6. 非定常区間の推定と脳波への適用

2. で展開したイノベーション系列の尤度関数を最大にすることがモデルを観測時系列へより正確に近づけることを意味している。定常区間については式(5)のモデルのパラメータ q^2 が小さい値でよく、LLT(t)の値が大、すなわち尤度の高い値を示す。このとき q^2 を大きな値で設定すると式(5)の $a_i(t)$ の変動が大きくなり、 $\hat{e}^2(t)$ の値も大きくなり LLT(t)の値が小さくなる。非定常区間については、もし q^2 の値を小さく設定すると $a_i(t)$ の大きな変動が要求されたにもかかわらず追従性が悪くなり $\hat{e}^2(t)$ が大、LLT(t)の値が小さくなる。このとき q^2 の値を大きく設定すると $\hat{e}^2(t)$ は小、LLT(t)は大きくなる。従って q^2 の値を大、小2つ設定しておき、フィルタを構成し観測時系列を通すことによって定常区間、非定常区間の分類が可能となる。図13に光刺激による脳波時系列を示す。

次に図14に図13の脳波に対するパラメータ q^2 の大小2つの値 $q^2 = 2^{-16}$ 、 $q^2 = 2^{-20}$ を設定し、LLT(t)の値を示す。

図14の矢印(↔)で示した①、②及び③の区間はパラメータ $q^2 = 2^{-16}$ の方の LLT(t)の値が大きい、すなわち非定常性の区間を示す。図15に図13の脳波のバースペクトルを示す。更に図中に図14の①、②及び③の対応する箇所を示す。図15では $t = 16.5$ 秒までは α 波の鋭いピークが10 Hz付近にあり、その高調波が20 Hz付近に見られる。6 Hzの光刺激が加わると刺激周波数および高調波6、12、18、24 Hzの成分と α 波の成分が不安定な現れ方をようになる。

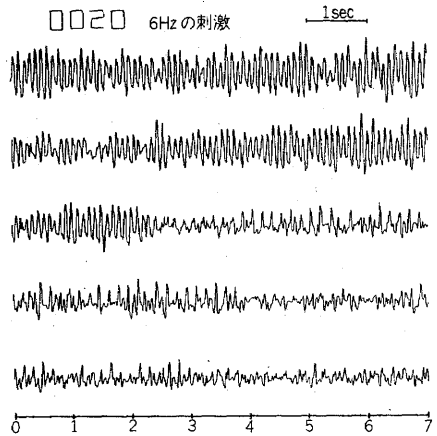


図13 6Hz光刺激による脳波時系列
Fig.13- Time series of the EEG driven by 6Hz photic stimulation.

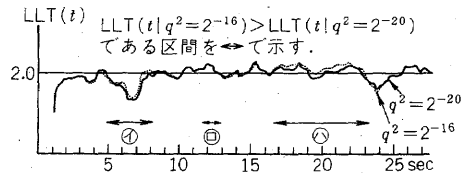


図14 LLT(t)による非定常区間の検出
Fig.14- Detection of the nonstationary sections by LLT(t).

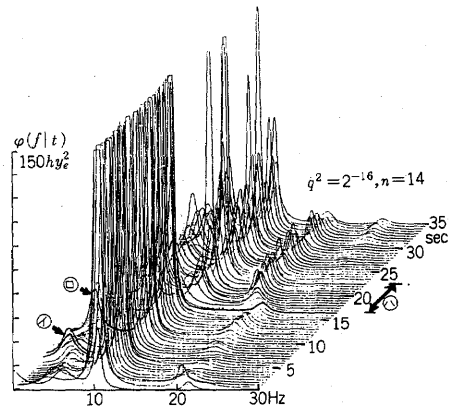


図15 6Hz光刺激による脳波のバースペクトルと非定常部位
Fig.15- Power spectrum of the EEG and the nonstationary sections of it.

刺激の加えられ始めの③の部分は特に強い非定常性を示す。①及び②の非定常性の部分は支配的な α 波の中

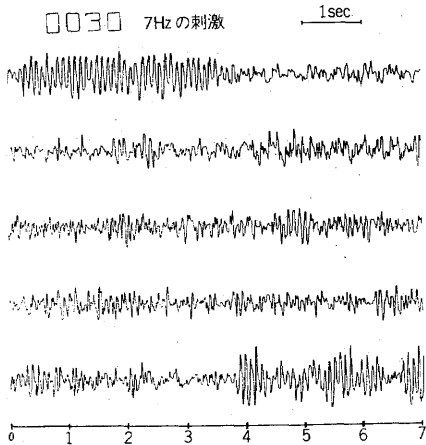


図16 7Hz 光刺激による脳波時系列
Fig.16-Time series of the EEG driven by 7Hz photic stimulation.

で $t=5$ 秒付近より始まる低周波成分の変化と対応している。しかし AR 部の次数として $n=14$ の場合 3 つまでのピークしか正確に分離されないの興味のある中心となる 10 Hz, 12 Hz 成分の変化が平均化されて 11 Hz 付近にピークが現れている。

図 16 にやや複雑な変化をする光刺激 7Hz に対する脳波を示す。 $t=9$ 秒および 18 秒付近には α 波の形が見られる。 $t=15\sim 16$ 秒には高周波成分が強くなり現れている。

図 17 は $q^2=2^{-20}$ の場合で、全般的な変化を見るこ

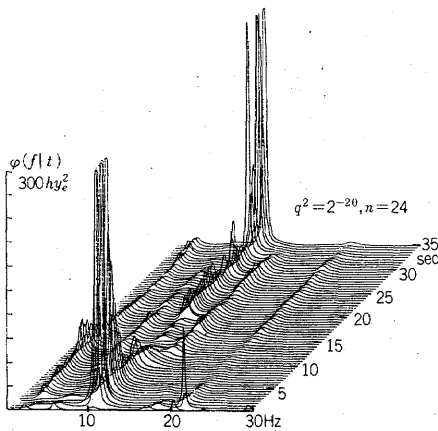


図17 7Hz 光刺激による脳波時系列のパワースペクトル ($q^2=2^{-20}$)
Fig.17-Power spectrum of the EEG driven by 7Hz photic stimulation.

とができる。 α 波成分が強い $t=5$ 秒付近より刺激周波数 7 Hz とその高調波 14, 21 Hz 及び低周波 3.5 Hz へと変化し $t=18$ 秒付近より再び 10 Hz の成分が現れ、刺激の終了と共に α 波の強い脳波にもどる。

図 18 に $q^2=2^{-16}$ と設定して、更に詳しい変化がとらえられていることを示す。矢印 (\rightarrow) は 9 秒 および 19 秒 近くに α 波のするどいピークを検出している。

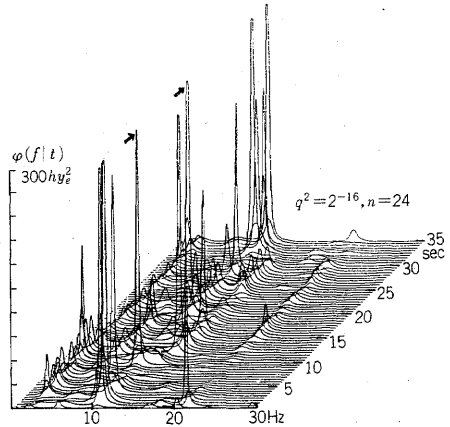


図18 7Hz 光刺激による脳波のパワースペクトル ($q^2=2^{-16}$)
Fig.18-Power spectrum of the EEG driven by 7Hz photic stimulation.

7. むすび

時間的に可変な時系列モデルによる系の適応的同定として、カルマンフィルタ法を取上げ、非正常箇所の検出、系への追従性の改善、および非正常区間の推定の方式を提案し、計算機シミュレーションと脳波時系列により、これらの方式の有効性を明らかにした。今後の問題としては、任意の非定常時系列へ適用する際のモデルの選択の問題、およびモデルの振舞いについて定量的な解析が必要と思われる。

文 献

- (1) T. Bohlin: "Four cases of identification of changing systems", System Identification, R.K.Mehra and D.G.Lainiotis, Academic Press (1976).
- (2) K.J. Åström: "Introduction to stochastic control theory", Academic Press (1970).
- (3) 有本卓: "カルマン・フィルタ", 産業図書 (昭52).
- (4) 斎藤, 吉川: "脳波の時系列解析と計量診断", 産業図書 (昭47).

(昭和52年8月19日受付)