

技術談話室

—研究速報・新提案・ 問題提起・紙上討論—

UDC 621.376.3 : 621.391.883.2

FM方式のブレーキ領域をも対象 とした最適なエンファシス関数

についての一検討

岩波 保則 根元 義章 佐藤利三郎

岩波保則, 根元義章, 佐藤利三郎: 正員 東北大学工学部情報工学教室

A Consideration of Optimum Emphasis Functions for the Region Below and Above Threshold in FM System.

By Yasunori IWANAMI, Yoshiaki NEMOTO and Risaburo SATO, Regular Members (Faculty of Engineering, Tohoku University, Sendai-shi, 980 Japan).

論文番号: 昭 54-268[A-69]

あらまし FM方式のブレーキ領域における出力SN比改善にエンファシスが有効であることを示す。又、最適なエンファシス関数についても検討を加える。

1. まえがき

従来FM方式で音声信号などを伝送する場合、プリエンファシス-ディエンファシス回路を用いることにより出力SN比の改善が試みられている⁽¹⁾。しかしその場合、ブレーキ領域と呼ばれるスレッシュヨルド以下の領域のエンファシス特性についてはあまり検討がなされていない。そこで本論文では、FM方式のブレーキ領域におけるエンファシス関数を決定する出力SN比改善度の評価式を新たに導出する。そしてその評価式から最適なエンファシス関数が存在することを示し、同時にスレッシュヨルド以上の最適なエンファシス関数も示す。この結果、従来スレッシュヨルド拡張に用いられてきたPLL⁽¹⁾やFMフィードバック⁽¹⁾のような複雑な装置のほかにエンファシス回路のような簡単なものでもブレーキ領域における出力SN比改善が可能であることが示される。

2. 本論

解析に当っては、図1に示す通常のFMモデルを考えることにする。すると、図1のディスクリミネータ出力において、スレッシュヨルド以上の領域では、出力雑音は f^2 の電力スペクトル密度を持つ定常的ガウス雑音といえ、又、スレッシュヨルド以下のブレーキ領域では、出力雑音はベースバンドフィル

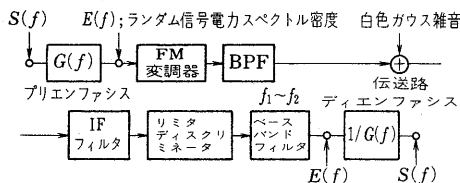
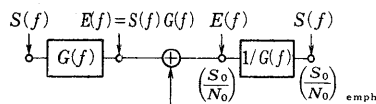


図1 解析に当てるモデル
Fig.1 - Model for analysis.



ガウス雑音電力スペクトル密度 f^2 (スレッシュヨルド以上)
スパイク雑音電力スペクトル密度1(スレッシュヨルド以下)

図2 解析に当てる信号と雑音の電力スペクトル密度の等価モデル(帯域は $f_1 \sim f_2$)
Fig.2 - Equivalent model of spectral density for analysis.

タの帯域幅にわたって平坦な電力スペクトル密度を持つスパイク雑音であるということが出来る^{(1)~(3)}。以上から解析に当てる信号と雑音の電力スペクトル密度の等価モデルは図2のようになる。

図2より、FM信号の伝送に必要な帯域幅を同じとした場合、エンファシスによるブレーキ領域における出力SN比改善度の評価式 R 及びスレッシュヨルド以上の領域における出力SN比改善度の評価式 Q は次式のように導出される。

$$R = \frac{\left(\frac{S_0}{N_0}\right)_{\text{emph}}}{\left(\frac{S_0}{N_0}\right)} = \frac{\int_{f_1}^{f_2} S(f) df}{\int_{f_1}^{f_2} 1/G(f) df} \cdot \frac{\int_{f_1}^{f_2} df}{\int_{f_1}^{f_2} E(f) df} \quad (1)$$

$$Q = \frac{\left(\frac{S_0}{N_0}\right)_{\text{emph}}}{\left(\frac{S_0}{N_0}\right)} = \frac{\int_{f_1}^{f_2} S(f) df}{\int_{f_1}^{f_2} f^2/G(f) df} \cdot \frac{\int_{f_1}^{f_2} f^2 df}{\int_{f_1}^{f_2} E(f) df} \quad (2)$$

但し、 $E(f) = S(f)G(f)$

変調信号の電力スペクトル密度 $S(f)$ が与えられたとき、式(1)、(2)の最大値 R_{max} 、 Q_{max} 及び最適なエンファシス関数(電力伝達関数) $G_{\text{opt}}(f)$ は、整合フィルタの理論⁽⁴⁾と同じように、シュバルツの不等式を用いることにより、

$$R_{\text{max}} = \int_{f_1}^{f_2} S(f) df / \left\{ \int_{f_1}^{f_2} \sqrt{S(f)} df \right\}^2, G_{\text{opt}}(f) = \frac{1}{\sqrt{S(f)}} \quad (3)$$

$$Q_{\text{max}} = \int_{f_1}^{f_2} S(f) df / \left\{ \int_{f_1}^{f_2} f \sqrt{S(f)} df \right\}^2, G_{\text{opt}}(f) = \frac{f}{\sqrt{S(f)}} \quad (4)$$

となる。さて、これらの $G_{\text{opt}}(f)$ は一般に無理関数となり、物理的に実現するのは困難である。そこで $S(f)$ の形が与えられた場合、エンファシス関数 $G(f)$ を f^2 の多項式の比[†]として、 $G(f)$ が2次あるいは4次の場合につき、 R あるいは Q を

† $G(f) = \{|N(s)/D(s)\}_{s=j2\pi f}$ とした場合、 $N(s)$ 、 $D(s)$ はフルビッツ多項式とした。

表1 出力SN比を最大にする最適なエンファシス関数

$S(f)$	Rによる最適化	Qによる最適化
$\frac{1}{f^4}$	$G_{opt}(f) = f^2$ $R_{max} = 5.68, Q = 11.36$ (dB)	$G_{opt}(f) = f^3$ $Q_{max} = 13.21, R = 3.75$ (dB)
$f_1 = 0.1, f_2 = 1$ 12 dB/oct.	$G(f) = f^2$ $R = 5.68, Q = 11.36$ (dB)	$G(f) = (0.100 + f^2)^2$ $Q = 13.08, R = 4.45$ (dB)
$\frac{1}{1+f^4}$	$G_{opt}(f) = \sqrt{1+f^4}$ $R_{max} = 5.57, Q = 13.63$ (dB)	$G_{opt}(f) = f\sqrt{1+f^4}$ $Q_{max} = 17.22, R = -1.67$ (dB)
$f_1 = 0$ $f_2 = 10$	㉑ $G(f) = \frac{0.220 + 0.702f^2 + f^4}{0.189 + f^2}$ $R = 5.56, Q = 13.43$ (dB)	㉒ $G(f) = \frac{0.604 + 4.59f^2 + f^4}{57.2 + f^2}$ $Q = 17.20, R = 0.99$ (dB)
通常のエンファシスの例 $G(f) = 1 + f^2, R = 5.51, Q = 13.11$ (dB)		
$\frac{1}{1+f^2}$	$G_{opt}(f) = \sqrt{1+f^2}$ $R_{max} = 2.14, Q = 5.26$ (dB)	$G_{opt}(f) = f\sqrt{1+f^2}$ $Q_{max} = 7.77, R = -5.96$ (dB)
$f_1 = 0$ $f_2 = 10$	㉓ $G(f) = \frac{3.12 + f^2}{33.2 + f^2}$ $R = 2.13, Q = 5.16$ (dB)	㉔ $G(f) = 0.230 + f^2$ $Q_{max} = 7.76, R = -2.82$ (dB)
通常のエンファシスの例 $G(f) = 1 + f^2, R = 0, Q = 7.60$ (dB)		

(注) R, Qの収束判定は約 10^{-5} とした。

最大にする $G(f)$ の係数を計算機による傾斜法 (gradient method) ⁽⁵⁾ のアルゴリズムを用いることにより求めた[†]。この結果を表1に示す。表1より $R > 1$ とするエンファシス関数 $G(f)$ が f^2 の多項式の比としても存在し、ブレーキ領域でも出力SN比が改善できることが分かる。又、参考のために通常のエンファシスの例⁽¹⁾も同表に示す。さて、式(1)、(2)のR, Qの値を用いて広帯域FMにおける出力SN比^{(1)~(3)}は、図1のIFフィルタの出力のCN比 r の関数として次式のように導出される。(導出略)

$$\frac{S_o}{N_o} = \frac{13.8Q\beta^3 r \{1 - \exp(-r)\}^2 / \left\{1 - \left(\frac{1}{\lambda}\right)^3\right\}}{1 + 27.6 \frac{Q}{R} \beta^2 \left(\frac{\lambda^2}{\lambda^2 + \lambda + 1}\right) r \cdot e^{-r} \{[(4.6)^2 + 24r] / [12\pi(4.6)r]^{1/2}} \quad (5)$$

但し、 $\beta = \Delta f_{rms} / f_2$ 、 $\lambda = f_2 / f_1$ であり、 β はrms変調指数⁽¹⁾、 Δf_{rms} はrms周波数偏移⁽¹⁾である。

表1の㉑~㉔の場合に対し、式(5)を用いて求めた出力SN比曲線を図3に示す。図3よりブレーキ領域でエンファシスにより出力SN比が効果的に改善される様子が分かる。

又、同図の $\beta = 3$ に対応するシャノンの出力SN比改善限界曲線⁽⁶⁾(帯域幅比13.8)も同時に示す。

更に式(5)の分母の第1項と第2項のCN比 r に対する大小関係から、スレッシュホールド以上では出力SN比は β^3 に比例するのに対し、ブレーキ領域では β に比例するといえる。これから、ブレーキ領域における出力SN比のR倍の改善は β をR倍にしたのと同価であり、この領域でのエンファシスの有

[†] $G(f)$ の係数に対するR, Qの傾斜情報は式(1)及び式(2)において微積分順序を交換すれば容易に得られる。

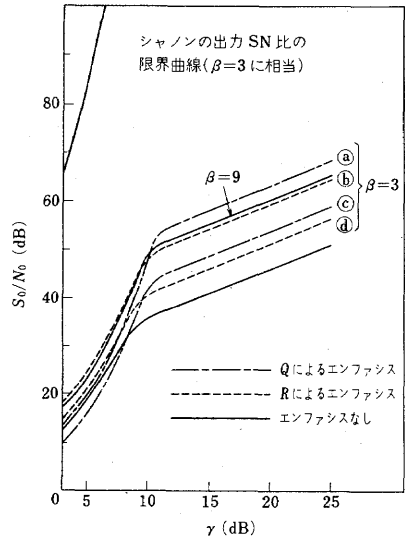


図3 ブレーキ領域を含めたエンファシスによる出力SN比の改善
Fig. 3 - Output SNR improvement due to emphasis below and above threshold.

効性が分かる。

謝辞 常々御指導頂く名古屋工大池田哲夫教授、本学長沢庸二助教授に感謝します。

文献

- (1) Taub, H. and Schilling, D.L.: "Principle of communication systems", McGraw-Hill, Inc., New York (1971).
- (2) Schwartz, M., Bennett, W.R. and Stein, S.: "Communication systems and techniques", McGraw-Hill, Inc., New York (1966).
- (3) Rice, S.O.: "Noise in FM receivers", p.395, in "Proceedings symposium of time series analysis", M. Rosenblatt, John Wiley & Sons, Inc. (1963).
- (4) 電子通信学会編, 蘆保夫: "通信方式", 電子通信学会大学講座19, コロナ社 (昭38).
- (5) 成田誠之助: "システム工学の手法", コロナ社 (昭45).
- (6) 池田, 佐藤: "情報通信入門", マグロウヒル好学社 (昭53).
- (7) 岩波, 佐藤: "エンファシスによるブレーキ領域をも含めたFM出力SN比改善についての検討", 昭53東北支部連大, (昭和53年9月21日受付, 12月20日再受付)