

FMFB 復調器の準線形近似を用いた スレッシュホールド解析と設計

正 員 岩波 保則[†] 正 員 根元 義章[†] 正 員 佐藤利三郎[†]

Threshold Analysis and Design of a FMFB Demodulator through Quasi-Linear Approximation

Yasunori IWANAMI[†], Yoshiaki NEMOTO[†] and Risaburo SATO[†],
Regular Members

あらまし スレッシュホールド拡張形の FMFB 復調器は、現在まで数多くの研究がなされ、又、実際に衛星通信などの分野で、高感度受信方式として広く用いられてきている。しかし、FMFB 復調器の厳密な動作解析および設計は、内部に存在する複数の非線形要素のために困難であり、動作解析は近似的に行わざるを得ない。現在まで、幾つかの近似解析手法が提案されているが、近似度などの点で十分とはいえず、実際の設計に至っては、少なからず実験結果に頼っているのが現状と思われる。従って、適切な近似理論によるスレッシュホールド特性の解明とそれに基づく理論的な設計法は、FMFB の設計論を一層完全なものにするのに役立つと思われる。そこで、本論文では、まずスレッシュホールド近傍のような軽度の非線形領域に対して良い近似となる準線形近似を用いて、開ループスレッシュホールド及び帰還スレッシュホールドを考慮した FMFB モデルを導出する。次に、このモデルを用い FMFB 復調器のスレッシュホールド特性を決定すると共に設計論を明らかにする。又、具体的設計例として、Enloe のループフィルタの場合を述べている。

1. ま え が き

スレッシュホールド拡張のための FMFB (FM feedback) FM 復調器は、1960 年ごろより現在まで数多くの研究がなされてきており^{(1),(2)~(4)}、又、実際に衛星通信などの分野で欠くことのできない技術となっている。

図 1 に FMFB 復調器のブロック図を示すが、現在までの研究は、スレッシュホールドの原因として、i) 雑音による LD (Limiter Discriminator) の非線形動作^{(2),(3),(6)~(9),(12),(13)}、ii) 帰還雑音の増加による IF フィルタの帯域制限ひずみ^{(5),(9)}あるいは帰還雑音と入力雑音の積による過剰雑音の発生^{(2),(3),(13)}を考えている。通常、i) が原因となって起されるスレッシュホールドは開ループスレッシュホールド (open loop threshold)、ii) が原因となって起されるスレッシュホールドは帰還スレッシュホールド

(feedback threshold) と呼ばれており⁽¹³⁾、実際には i)、ii) 二つの原因が重なってスレッシュホールドが起ると考えられる。従って、これらの要因を考慮に入れたスレッシュホールド特性の解明は、最適なスレッシュホールド拡張機能を有する FMFB 復調器を得るのに欠くべからざるものである。

この立場で多くの研究がなされているが、米国 RCA を中心に用いられている Enloe の設計法^{(2),(3),(13)}は、開ループスレッシュホールド及び帰還スレッシュホールドを考慮しているが、実験結果に基礎を置いている。

小林ら⁽⁷⁾、Frutiger⁽⁸⁾、Schillingら⁽¹²⁾の設計法は、IF フィルタの所用帯域幅を帯域圧縮された FM 信号を無ひずみで伝送する帯域幅として設計を行っているが、帰還スレッシュホールドは考慮していない。

Roberts⁽⁹⁾は、開ループスレッシュホールドと共に帰還雑音の増加に伴う IF フィルタの帯域制限ひずみにより生ずる帰還スレッシュホールドを考慮して設計を行っているが、このひずみの査定に当っては実験結果を用いている。なお、FMFB 復調器の IF フィルタによるひ

[†] 東北大学工学部情報工学教室、仙台市
Faculty of Engineering, Tohoku University, Sendai-shi,
980 Japan
論文番号：昭 55-635[B-200]

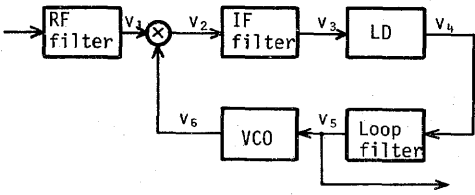


図1 FMFB復調器
Fig.1-FMFB demodulator.

ずみの解析は、雑音のない場合につき、Hoffman^[5]、Nelin^[6]、Stojanović^[7]、高橋^[8]によってなされている。

Develet^[6]、Schilling^[6]の設計法は、通常、広帯域設計法 (wide-band design method) と呼ばれるものであるが^[10,13]、帰還係数が極めて大きくなり実際的な設計法とは思われない。

又、Gerber^[10]、Cassara^[14]らは、以上のような理論とは別に、実験的な検討により、実質的なFMFB復調器の設計法を明らかにしたものである。

以上のように、FMFB復調器の正確な動作のは握は内部に存在する複数の非線形要素のために困難であるため、動作の解析は近似的に行われてきているが、近似度などの点で十分とはいえず、実際の設計に至っては実験結果に大きく依存しているが現状と思われる^[10,13,16]。

しかし、適切な近似理論によるスレッシュホールド特性の解明とそれに基づく理論的な設計法は、FMFBの設計理論を更に完全なものにするのに役立つと思われる。

そこで、本論文では、スレッシュホールド近傍のような軽度の非線形領域に対して良い近似となる準線形近似 (quasi-linear approximation) を用いて、LDの非線形動作による開ループスレッシュホールド及びIFフィルタの帯域制限ひずみによる帰還スレッシュホールドを考慮した解析、設計のためのFMFBモデルを導出し、スレッシュホールド特性を明らかにすると共に設計理論を明らかにしている。又、ループフィルタとしてEnloeのフィルタ^[13]を考え、具体的に設計例を示すと共に、実験的に補正された文献^[13]の設計値と比較して、本設計法の有効性を確かめている。

2. 準線形近似を用いたFMFBモデルの導出

図1に示すFMFB復調器のブロック図において、

$$\left. \begin{aligned} v_1(t) &= A \cos \{ \omega_i t + \phi_i(t) \} + N(t) \\ N(t) &= x(t) \cos \omega_i t - y(t) \sin \omega_i t \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

とする。但し、 A はFM搬送波の振幅、 ω_i はRFフィ

ルタの中心角周波数、 $\phi_i(t)$ は変調信号位相であり、ある電力スペクトル密度を持つガウス過程を考える。

又、 $N(t)$ は方形RFフィルタにより帯域制限されたガウス雑音、 $x(t)$ 、 $y(t)$ は $N(t)$ の同相成分と直交成分であり、方形の電力スペクトル密度を持つとする。

更に、方形RFフィルタの帯域幅 B_c は、カーソン則より、

$$B_c = 2(1 + \sqrt{10}\beta)f_2, \quad \beta = df_{rms}/f_2 \quad (2)$$

とする^[3]。但し、 β はrms変調指数、 df_{rms} は変調信号のrms周波数偏移、 f_2 は変調信号の最高周波数である。次に、 $v_6(t)$ をVCO(Voltage Controlled Oscillator)の出力とし、

$$v_6(t) = B \cos \{ \omega_r t + \phi_r(t) \} \quad (3)$$

とする。ここで、 B はVCOの出力の振幅、 ω_r はVCOの自走角周波数、 $\phi_r(t)$ は帰還位相である。

すると、掛算器 (mixer) 出力の差の周波数成分でIFフィルタの入力 $v_2(t)$ は、

$$\left. \begin{aligned} v_2(t) &= C \cos \{ \omega_0 t + \phi_e(t) \} \\ &\quad + X(t) \cos \omega_0 t - Y(t) \sin \omega_0 t \\ C &= AB/2, \quad \omega_0 = \omega_i - \omega_r \\ \phi_e(t) &= \phi_i(t) - \phi_r(t) \\ X(t) &= (B/2) \cdot (x \cos \phi_r + y \sin \phi_r) \\ Y(t) &= (B/2) \cdot (-x \sin \phi_r + y \cos \phi_r) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

となる。但し、 ω_0 はIFフィルタの中心角周波数、 $\phi_e(t)$ は位相誤差である。ここで、 $x(t)$ 、 $y(t)$ の帯域幅が $\phi_r(t)$ のそれに比べて十分大きいとすると、

$$\langle x \phi_r \rangle = \langle y \phi_r \rangle = 0 \quad (5)$$

が成立する^[3]。但し、 $\langle \rangle$ は集合平均を表す。

すると、式(5)より、 $X(t)$ 、 $Y(t)$ は、 $x(t)$ 、 $y(t)$ と同様な性質を持つガウス過程と考えられる^[5]。すなわち、

$$\langle XY \rangle = \langle xy \rangle = 0, \quad \langle X^2 \rangle = \langle Y^2 \rangle \quad (6)$$

であり、 $X(t)$ 、 $Y(t)$ は方形の電力スペクトル密度を持つ。

次に、式(4)の $v_2(t)$ がIFフィルタである単一同調フィルタの入力になるわけであるが、本論文では、帰還雑音の増加に伴うIFフィルタの帯域制限ひずみが帰還スレッシュホールドの原因であると考え、スレッシュホールド近傍におけるこのひずみを付録に示す準線形近似を用いた単一同調フィルタモデルを用いて算出する。

すなわち、式(4)の $\phi_e(t)$ がスレッシュホールド近傍ではガウス過程で近似できるとすると、IFフィルタの出力は、次式で近似される。

$$\left. \begin{aligned} v_3(t) &= D \cos \{ \omega_0 t + \phi'_e(t) \} \\ &\quad + X'(t) \cos \omega_0 t - Y'(t) \sin \omega_0 t \\ D &= C \exp(-\sigma^2/2) \\ \phi'_e(t) &= \{ \alpha / (p + \alpha) \} \phi_e(t) \\ X'(t) &= \{ \alpha / (p + \alpha) \} X(t) \\ Y'(t) &= \{ \alpha / (p + \alpha) \} Y(t) \\ \sigma^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{s}{s + \alpha} \right|^2_{s=j\omega} \cdot |\phi_e(j\omega)|^2 df \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

但し、式(7)で α は単一同調フィルタの半値角帯域幅、 $p = d/dt$ であり、 $|\phi_e(j\omega)|^2$ は $\phi_e(t)$ の電力スペクトル密度である。式(7)では、振幅ひずみを $\exp(-\sigma^2/2)$ という項で、位相ひずみを1次の低域フィルタリングで表している。

次に、式(7)の $v_3(t)$ がLDの入力になるわけであるが、式(7)はLDの非線形動作を表すRiceのクリックモデル¹⁰を適用するのに便利な形になっている。

ここでは、スレッショルド近傍のLDの動作を表すのに、Riceのクリックモデルを用い図2に示すような準線形近似を用いたLDモデルを考える。図2のモデルでは、LDの出力雑音 $N_a(t)$ をガウス過程で近似し、且つその電力スペクトル密度 $N_a(f)$ は、考える帯域内でRiceのクリックモデルにおけるスパイク雑音の電力スペクトル密度 $N_s(f)$ とガウス雑音の電力スペクトル密度 $N_G(f)$ の和で与えられるとしている。

図2のLDモデルを用いると、LDの出力は、

$$\left. \begin{aligned} v_4(t) &= \dot{\phi}_e(t) + N_a(t) \\ N_a(f) &= N_G(f) + N_s(f), \quad |f| \leq B_c/2 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

となる。但し、 $\dot{}$ は時間微分を表す。

ここで、式(8)の $N_G(f)$ は、3角雑音理論^{12,13}を用いることにより次式のようになる。

$$\left. \begin{aligned} N_G(f) &= \frac{\omega^2 |Y'(j\omega)|^2}{D^2} = \frac{\exp(\sigma^2)}{4f_2\rho} \frac{\alpha^2 \omega^2}{\omega^2 + \alpha^2} \\ |f| &\leq B_c/2, \quad \rho = (A^2/2)/(2\eta \cdot 2f_2) \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

但し、 $|Y'(j\omega)|^2$ は $Y'(t)$ の電力スペクトル密度、 2η は $x(t)$ 、 $y(t)$ の電力スペクトル密度、 ρ は $2f_2$

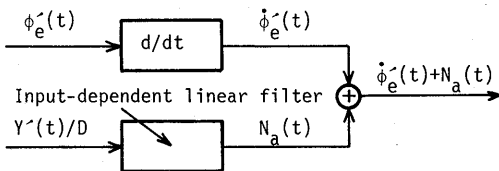


図2 準線形近似を用いたLDモデル
Fig.2-LD model using quasi-linear approximation.

帯域幅当りのCN比である。

次に、式(8)の $N_s(f)$ はRiceのクリックモデルを用いることにより、次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} N_s(f) &= (2\pi)^2 2r \exp(-r) \{ (1+2dr)/(4\pi r) \}^{1/2} \\ |f| &\leq B_c/2, \quad r = \alpha / (2\pi \sqrt{2 \ln 2}) \\ d &= \frac{\langle (\dot{\phi}'_e)^2 \rangle}{(2\pi r)^2} = \frac{1}{(2\pi r)^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{\alpha s}{s + \alpha} \right|^2_{s=j\omega} \cdot |\phi_e(j\omega)|^2 df \\ &= (2 \ln 2) \sigma^2 \\ r &= \frac{C^2 \exp(-\sigma^2)}{2} \left/ \left\{ 2 \left(\frac{B}{2} \right)^2 \eta \int_{-B_c/2}^{B_c/2} \left| \frac{\alpha}{s + \alpha} \right|^2_{s=j\omega} df \right\} \right. \\ &= \frac{f_2}{\exp(\sigma^2)} \frac{\rho}{\{ \alpha / (2\pi) \} \cdot \tan^{-1} \{ (2\pi/\alpha) \cdot (B_c/2) \}} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

但し、 r は単一同調フィルタの回転半径 (radius of gyration) であるが、単一同調フィルタの回転半径は計算できないので、3 dB帯域幅が同一のガウス形フィルタのそれで近似した。又、式(10)の r は、単一同調フィルタ出力でのCN比である。

式(8)~(10)より直ちに図3の解析、設計のためのFMFBモデルが得られる。

但し、図3の $N_1(t)$ 、 $N_2(t)$ はそれぞれ式(9)、(10)の雑音成分に相当するガウス過程であり、電力スペクトル密度をそれぞれ $N_1(f)$ 、 $N_2(f)$ とすると、

$$\left. \begin{aligned} N_1(f) &= \{ (\omega^2 + \alpha^2) / (K_1^2 \alpha^2 \omega^2) \} N_G(f) \\ N_2(f) &= N_s(f) \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

である。

なお、図3で $\alpha \rightarrow 0$ の極限を考えるとDeveletのFMFBモデル⁵となり、又、図3で、 $\sigma^2 \rightarrow 0$ 且つ $\rho \gg 1$ とすると線形FMFBモデル¹³が得られる。

3. スレッショルド解析および設計法

図3のFMFBモデルより、

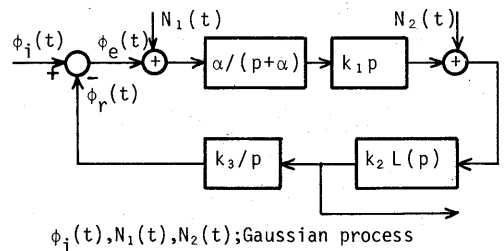


図3 準線形近似を用いた解析、設計のためのFMFBモデル

Fig.3-FMFB model through quasi-linear approximation for analysis and design.

$$\left. \begin{aligned} \phi_i(s) &= p(s)\phi_i(s) - H(s)N_1(s) - Q(s)N_2(s) \\ p(s) &= 1 - H(s), \quad Q(s) = \{(s+\alpha)/(as)\}H(s) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

が成り立つ。但し、 $s=j\omega$ 、 $H(s)$ は閉ループ伝達関数であり、 $\phi_i(s)$ 、 $\phi_i(s)$ 、 $N_1(s)$ 、 $N_2(s)$ はそれぞれ $\phi_i(t)$ 、 $\phi_i(t)$ 、 $N_1(t)$ 、 $N_2(t)$ のフーリエ変換である。

すると、 $\phi_i(t)$ 、 $N_1(t)$ 、 $N_2(t)$ は互いに独立なガウス過程であり、 σ^2 は、式(7)と式(12)より、

$$\left. \begin{aligned} \sigma^2 &= \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{s}{s+\alpha} p(s) \right|^2 \cdot |\phi_i(j\omega)|^2 df \\ &+ \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{s}{s+\alpha} H(s) \right|^2 \cdot N_1(f) df \\ &+ \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{H(s)}{a} \right|^2 \cdot N_2(f) df \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

と表せる。式(13)は、更に整理されて、

$$\left. \begin{aligned} \sigma^2 &= U + \frac{\exp(\sigma^2)}{\rho} V + \nu W \\ U &= \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{s}{s+\alpha} p(s) \right|^2 \cdot |\phi_i(j\omega)|^2 df \\ V &= \frac{1}{4f_2} \int_{-B_c/2}^{B_c/2} \left| \frac{s}{s+\alpha} H(s) \right|^2 df \\ W &= \frac{1}{a^2} \int_{-B_c/2}^{B_c/2} |H(j\omega)|^2 df \\ \nu &= (2\pi)^2 2r \exp(-r) \{ (1+2dr)/(4\pi r) \}^{1/2} \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

となる。式(14)が図3のFMFBモデルを表す方程式であり超越方程式になっている。

次に、スレッシュヨルドの基準であるが、本論文では通常の定義¹³⁾に従い、スレッシュヨルドを“線形FMFBモデルの出力SN比に比べ、図3のFMFBモデルの出力SN比が1dB減少する地点”と定義する。

但し、線形FMFBモデル及び図3のFMFBモデルにおいて、それらの出力SN比に対し、閉ループ応答の影響は補償され除かれているとする。

すると、図3のFMFBモデルの出力SN比は、

$$\left(\frac{S_0}{N_0} \right) = \frac{2 \int_{f_1}^{f_2} \omega^2 |\phi_i(j\omega)|^2 df}{\frac{\exp(\sigma^2)}{4f_2\rho} 2 \int_{f_1}^{f_2} \omega^2 df + \nu \cdot 2 \int_{f_1}^{f_2} \frac{\omega^2 + \alpha^2}{a^2} df} \quad (15)$$

となる。但し、 $f_1 \sim f_2$ は情報信号帯域、 ν は式(14)のものである。次に、線形FMFBモデルの出力SN比は、式(15)で、 $\nu \rightarrow 0$ 、 $\sigma^2 \rightarrow 0$ とすれば得られる。

すると、スレッシュヨルドの定義よりスレッシュヨルドの基準を表す方程式は次式となる。

$$\exp(\sigma^2) + 4f_2\rho\nu \int_{f_1}^{f_2} \frac{\omega^2 + \alpha^2}{a^2} df \Bigg/ \int_{f_1}^{f_2} \omega^2 df = 10^{0.1} \quad (16)$$

ここで、スレッシュヨルド基準方程式(16)について考察してみると、左辺第1項の $\exp(\sigma^2)$ は IF フィルタの帯域制限ひずみによる雑音の増加を、又、左辺第2項は LD の非線形動作による雑音の増加を表しているといえる。つまり、式(16)で $\sigma^2 \rightarrow 0$ のときは、スレッシュヨルドへの寄与は LD のみで IF フィルタの寄与はなく、 $\sigma^2 \rightarrow 0.1 \ln 10$ のときは、スレッシュヨルドへの寄与は IF フィルタのみで LD の寄与はないといって良い。

このことから、 σ^2 の値 ($0 < \sigma^2 < 0.1 \ln 10$) により、二つの非線形要素である IF フィルタと LD のどちらがスレッシュヨルドに大きく寄与しているかを定量的に知ることができる。

式(14)及び式(16)が、図3のFMFBモデルのスレッシュヨルド特性を決定する方程式であり、スレッシュヨルド解析は、式(14)と式(16)の2元連立超越方程式を解くことで行える。

次に、式(14)と式(16)の2元連立超越方程式の最適化による低スレッシュヨルド設計法であるが、これは、次の3段階に従うとする。

(1st step) σ^2 を一定とし、各々の α の値に対し、式(14)の W を最小化する (雑音帯域¹³⁾ 最小化)。その結果、 U 、 V 、 W は α と ω_n の関数になり、式(14)は α 、 ρ 、 ω_n の関数になる。但し、 ω_n は閉ループ伝達関数の固有角周波数。なお、ループフィルタの形によっては (1st step) は省略される場合もある。

(2nd step) ある α の値に対し、式(14)の ρ を最小にする ω_n を決定する。この結果、式(14)は、 α 及び ρ の関数になる。

(3rd step) (2nd step) で求めた式(14)を α と ρ に関する式(16)と連立させて解き、スレッシュヨルド値 σ_{th} を求める。

4. 設計例

4.1 Enloe のループフィルタ¹³⁾を用いた場合

3.で述べた設計法において、具体的にループフィルタ $L(s)$ として、Enloe のフィルタ¹³⁾を考えると、

$$L(s) = \frac{\{(s+\alpha)/a\} \{s/(a\omega_2) + 1\}}{(s/\omega_2)^2 + 2\eta(s/\omega_2) + 1}, \quad \eta = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (17)$$

となる。すると、図3より、閉ループ伝達関数 $H(s)$ は次式のようなになる。

$$\left. \begin{aligned} H(s) &= \frac{\phi_r(s)}{\phi_i(s)} = \frac{F-1}{F} \frac{(\omega_n/a_0)s + \omega_n^2}{s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2} \\ \omega_n &= \omega_2 \sqrt{F}, \quad \zeta = \{2\eta + (F-1)/\alpha\} / (2\sqrt{F}) \\ a_0 &= a/\sqrt{F}, \quad F=1+K, \quad K=K_1K_2K_3 \end{aligned} \right\} (18)$$

但し、 K はループゲイン、 F は帰還係数 (feedback factor) である。式(18)より、式(14)における W が具体的に計算され、

$$W = \frac{1}{2} \frac{1}{\alpha^2} \left(\frac{F-1}{F} \right)^2 \omega_n \left[\frac{F\sqrt{F}(1+a_0^2)}{a_0\{2\eta a_0 F + (F-1)\sqrt{F}\}} \right] \quad (19)$$

となる。ここで、3.で述べた設計法の(1st step)に従って、ある α と F の値に対し、式(18)の a_0 によって W を最小化する(雑音帯域最小化)。この最小化は、

$$a_0 = 2\eta \frac{\sqrt{F}}{F-1} \left[1 + \left\{ 1 + \frac{(F-1)^2}{4\eta^2 F} \right\}^{\frac{1}{2}} \right] \quad (20)$$

なる値のときなされ¹³⁾、式(20)を式(19)に代入すればそのときの W の値が求まる。

又、このとき式(14)の V は、

$$V = \frac{1}{2f_2} \left(\frac{F-1}{F} \right)^2 \frac{\omega_n^2 \{(1+1/a_0)\omega_n + 2\zeta\alpha/a_0\}}{8\zeta(\omega_n^2 + 2\zeta\omega_n\alpha + \alpha^2)} \quad (21)$$

となる。但し、式(19)及び式(21)の導出に当り、 $B_c/2 > \omega_n/(2\pi)$ とした。更に、式(14)の U は、

$$\left. \begin{aligned} U &= \frac{2}{F^2} \int_{f_1}^{f_2} \left| \frac{s}{s+a} \frac{(s/\omega_n)^2 + 2\eta(s/\omega_n) + 1}{(s/\omega_n)^2 + 2\zeta(s/\omega_n) + 1} \right|^2_{s=j\omega} \\ &\quad \cdot |\phi_i(j\omega)|^2 df \\ |\phi_i(j\omega)|^2 &= \frac{\beta^2 \omega_n^2}{2 \int_{f_1}^{f_2} s(f) df} \frac{s(f)}{\omega_n^2} \end{aligned} \right\} (22)$$

となる。但し、 $s(f)$ は変調信号の電力スペクトル密度である。

次に、3.の設計法の(2nd step)以後は、数値計算による最適化を行う。(2nd step)以後の数値計算アルゴリズムを図4に示す。但し、図4の流れ図において、式(14)の右辺の ω_n による最小化および $\Delta\rho_i$ の選定に当っては、Fibonacci探索法¹⁰⁾を用いて計算の能率化を行っている[†]。

4.2 数値計算結果

Enloeのフィルタの場合、数値計算を行った結果を図5～8に示す。

図5は、rms変調指数 β に対するスレッシュホルド特性をLDの場合¹³⁾および本設計法を1次RC低域フィルタに適用して同様の計算を行った場合と比較したものである。

† 設計に要する時間は、FACOM 230-38Sで2～3分である。

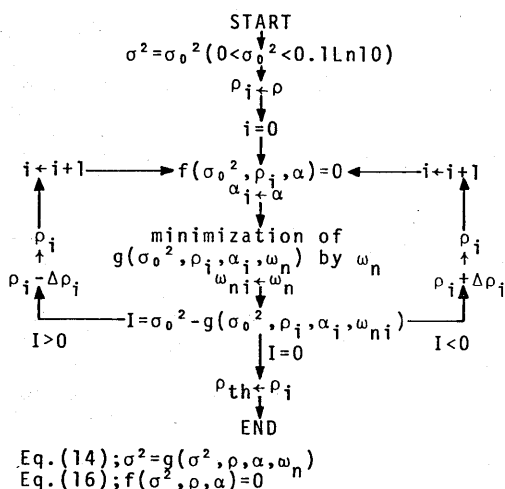


図4 3.の設計法の(2nd step)以後の数値計算アルゴリズム

Fig.4-Algorithm of evaluation subsequent to the 1st step of the design method of 3.

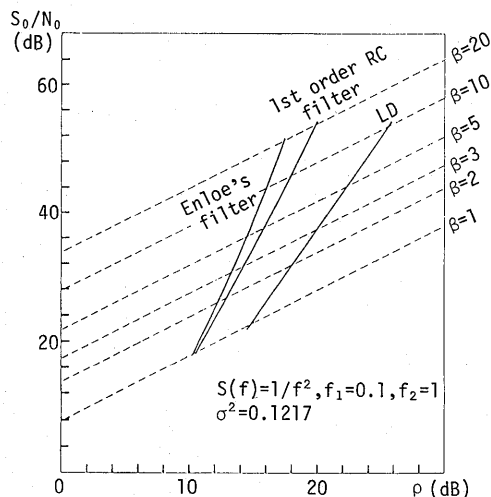


図5 本設計法によるスレッシュホルド特性
Fig.5-Threshold characteristics of this design method.

図6は、本設計法の設計値を、文献(13)に示されたEnloeの設計法の設計値と、全く同一の条件下で比較して示したものである。

図7は、スレッシュホルドに対するIFフィルタとLDの寄与の割合を決定する σ^2 に対して、設計値を示したものである。

図8は、ループ定数が設計値からずれた場合の例として、帰還係数が本設計法による設計値からずれた場合、スレッシュホールド特性の変化を示したものである。

図5より、 β が大きい程LDに比べスレッシュホールド

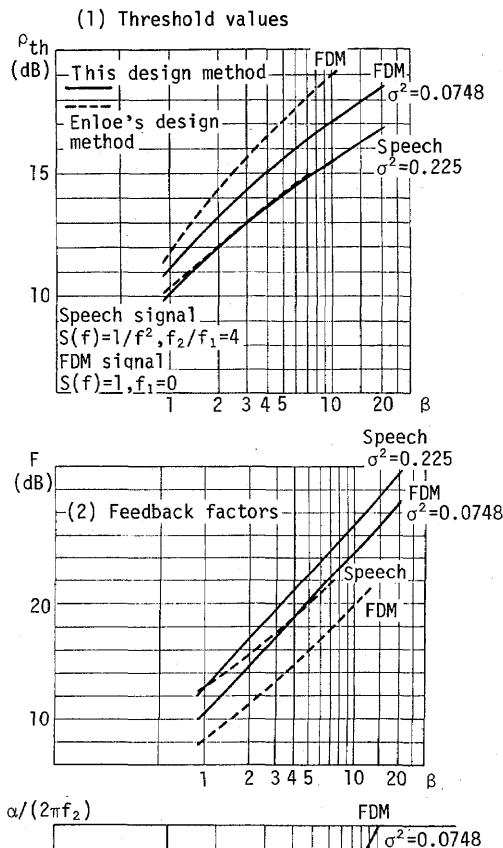


図6 本設計法による設計値とEnloeの設計法による設計値¹³⁾の比較

Fig.6-Comparison of design parameters between this design method and Enloe's one.

拡張量が大きくなること、Enloeのフィルタの場合の方が1次RCフィルタの場合よりも若干スレッシュホールド拡張量が大きくなることと分かる。

図6より、本設計法による設計値は、米国RCAを中心に用いられ、実験的に補正されているEnloeの設計法の設計値とほぼ一致した値をとることが分かり、これは本設計法の妥当性を表しているといえる。ただ、本設計法の方が、帰還係数およびIFフィルタの帯域幅を若干大きくする傾向がある。又、数値計算の結果、Enloeのフィルタを用いた場合は、スレッシュホールド値、帰還係数、IFフィルタの帯域幅の設計値は、変調信号の電力スペクトル密度特性 $s(f)$ にはほとんど依存しないことが分かっている。図6では、便宜上変調信号電力スペクトル密度特性を区別した。

図7より、 σ^2 が大きい帰還スレッシュホールド形の設計

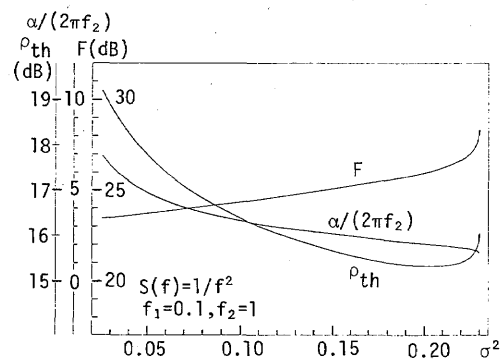


図7 σ^2 に対する設計値の変化

Fig.7-Variation of design parameters due to σ^2 .

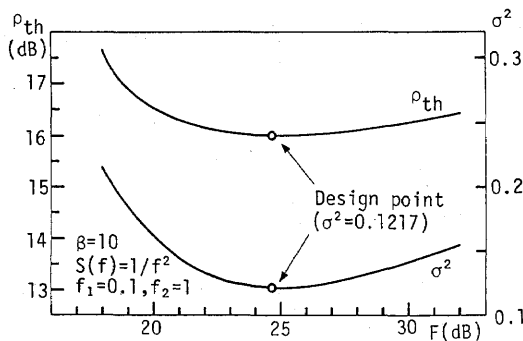


図8 帰還係数が設計値からずれた場合のスレッシュホールド特性

Fig.8-Threshold characteristics due to the deviation of the feedback factor from the original design point.

における設計値と、 σ^2 が小さい開ループスレッシュヨルド形の設計における設計値の違いが明らかとなる。

図8より、帰還係数の設計値からのずれに対して、スレッシュヨルド値はあまり変化しないことが分かるが、これは、従来、小林ら⁽⁷⁾によって指摘されている結果と一致する。

5. む す び

従来、スレッシュヨルド拡張機能を有するFMFB復調器の研究は数多くなされてきた^{(2)~(8)}。しかし、スレッシュヨルド特性の厳密な解析は困難であるため、解析は近似的に行われてきているが、手法として十分ではなく、設計に至っては実験に頼っていることが多い。

そこで、本論文では、スレッシュヨルド近傍のような軽度の非線形領域に対して良い近似と考えられる準線形近似を用い、LDの非線形動作による開ループスレッシュヨルド及びIFフィルタの帯域制限ひずみによる帰還スレッシュヨルドを考慮した解析、設計のためのFMFBモデルを導出し、理論的な設計法を明らかにした。

その結果、変調信号特性、帰還係数、IFフィルタの帯域幅とスレッシュヨルド値間の関係が一層明らかになると共に、スレッシュヨルドが開ループ形か帰還形かの定量的な判定法などが明らかになった。

本設計法は、ここで述べたEnloeのループフィルタ以外に対しても適用可能であり、本論文に述べたとおり1次RCループフィルタに対する適用も行ったが、これについては紙面の都合上改めて報告したい。又、その他のループフィルタに対する適用も必要であろう。

謝辞 有益な御提言を頂きました本学工学部重井芳治教授および日ごろ御指導頂く名古屋工大池田哲夫教授ならびに本学佐藤研究室の諸兄に感謝します。

文 献

- (1) 森田, 伊藤: "周波数変調高感度受信方式", 電学誌, 42, 8, pp. 737-744 (昭34-08).
- (2) Enloe, L.H.: "Decreasing the threshold in FM by frequency feedback", Proc. IRE, 50, pp. 18-30 (1962).
- (3) Enloe, L.H.: "The synthesis of frequency feedback demodulators", Proc. Nat. Electron. Conf., 18, pp. 477-497 (1962).
- (4) Ginger, A.J. and Chaffe, J.G.: "The FM demodulator with negative feedback", Bell Syst. Tech. J., 42, pp. 1109-1135 (1963).
- (5) Develet, A.J.: "Statistical design and performance of high-sensitivity frequency-feedback receivers", IEEE Trans. Military Electronics, MIL-7, 4, pp. 281-284 (Oct. 1963).

- (6) Schilling, D.L. and Billing, J.: "A comparison of the threshold performance of the frequency demodulator using feedback and the phase-locked loop", International Space Electronics Symp. Rec., p. 3-E1 (1965).
- (7) 小林, 斎藤: "FM負帰還方式の最適設計", 電学誌, 49, 2, pp. 249-256 (昭41-02).
- (8) Frutiger, P.: "Noise in FM receivers with negative feedback", Proc. IEEE, 54, 11, pp. 1506-1520 (1966).
- (9) Roberts, J.H.: "Frequency-feedback receiver as a low threshold demodulator in FM/FDM satellite systems", Proc. Inst. Electr. Eng., 115, pp. 1607-1618 (1968).
- (10) Hoffman, E. and Schilling, D.L.: "Higher order frequency demodulators with feedback", Proc. Nat. Electron. Conf., Chicago Illinois, pp. 534-538 (Dec. 1969).
- (11) Gerber, M.M.: "A universal threshold extending frequency-modulated feedback demodulator", IEEE Trans. Commun., COM-18, 4, pp. 276-280 (Aug. 1970).
- (12) Taub, H. and Schilling, D.L.: "Principles of Communication Systems", McGraw-Hill (1971).
- (13) Klapper, J. and Frankle, J.T.: "Phase-Locked and Frequency-Feedback Systems", Academic Press (1972).
- (14) Cassara, F.A. and Hess, D.T.: "FM threshold performance of the frequency demodulator with feedback", IEEE Trans. Aerosp. & Electron. Syst., AES-8, 5, pp. 596-601 (1972).
- (15) Hoffman, E. and Schilling, D.L.: "Distortion in the frequency demodulator using feedback", IEEE Trans. Commun., COM-20, 2, pp. 157-165 (April, 1972).
- (16) Nelin, B.: "Baseband modeling and distortion equalization of the feedback FM demodulator by functional methods", IEEE Trans. Aerosp. & Electron. Syst., AES-10, 1, pp. 149-152 (1974).
- (17) Stojanović, Z.D.: "Nonlinear distortion analysis in the frequency demodulator using feedback", IEEE Trans. Commun., COM-23, 9, pp. 884-891 (Sept. 1975).
- (18) 高橋, 増尾: "周波数帰還形FM復調器の高調波ひずみ", 信学論(B), J62-B, 8, pp. 729-735 (昭54-08).
- (19) Rice, S.O.: "Noise in FM Receivers", pp. 395-422 in "Proceedings Symposium of Time Series Analysis", M. Rosenblatt, John Wiley & Sons, Inc. (1963).
- (20) 成田誠之助: "システム工学の手法", コロナ社 (昭45).
- (21) Schwartz, M., Bennett, W.R. and Stein, S.: "Communication Systems and Techniques", McGraw-Hill (1966).

- (22) Gelp, A. and Vander Verde, W. E.: "Multiple-Input Describing Function and Non-Linear System Design", McGraw-Hill (1968).
 (23) 岩波, 根元, 佐藤: "FMFB 復調器の準線形近似によるスレッショルド解析と設計法", 信学技報, GS80-24 (1980-05).

付 録

角度変調信号入力に対する単一同調フィルタの準線形近似を用いたモデル化

単一同調フィルタへ入力される角度変調信号を,

$$v_{in}(t) = A \cos \{ \omega_0 t + \phi_{in}(t) \} \quad (A.1)$$

単一同調フィルタの出力を,

$$v_{out}(t) = B(t) \cos \{ \omega_0 t + \phi_{out}(t) \} \quad (A.2)$$

とし, 単一同調フィルタの伝達関数を,

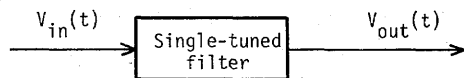
$$T(p) = \frac{2\lambda\omega_0 p}{p^2 + 2\lambda\omega_0 p + \omega_0^2} \quad (A.3)$$

とする。但し, $\phi_i(t)$ はガウス過程であり, ω_0 は単一同調フィルタの中心角周波数, λ は制動係数, $p = d/dt$ である。ここで, 等価低域系の概念を用いると, 入出力間に次式が成立する。

$$\left. \begin{aligned} \alpha A \cos \phi_{in} &= (p + \alpha) B \cos \phi_{out} \\ \alpha A \sin \phi_{in} &= (p + \alpha) B \sin \phi_{out} \end{aligned} \right\} \quad (A.4)$$

但し, $\alpha = \lambda\omega_0$ 。式 (A.4) を更に整理すると,

$$\left. \begin{aligned} \sin \varepsilon(t) &= B(t) \dot{\phi}_{out}(t) / (\alpha A) \\ \cos \varepsilon(t) &= \dot{B}(t) / (\alpha A) + B(t) / A \\ \varepsilon(t) &= \phi_{in}(t) - \phi_{out}(t) \end{aligned} \right\} \quad (A.5)$$



$$\begin{aligned} V_{in}(t) &= A \cos \{ \omega_0 t + \phi_{in}(t) \} \\ V_{out}(t) &= A \exp(-\sigma^2/2) \cos \{ \omega_0 t + \phi_{out}(t) \} \\ \phi_{out}(t) &= \{ \alpha / (p + \alpha) \} \phi_{in}(t) \\ \varepsilon(t) &= \{ p / (p + \alpha) \} \phi_{in}(t), \quad \sigma^2 = \langle \varepsilon^2 \rangle \end{aligned}$$

図 A.1 準線形近似を用いた単一同調フィルタモデル

Fig. A.1-Single-tuned filter model using quasi-linear approximation.

なる単一同調フィルタ入出力間の基本的関係式⁽²³⁾が成立する。ここで, $\varepsilon(t)$ の分散があまり大きくない領域で, 式 (A.5) の第 2 式において, 低域フィルタの平滑化 (smoothing) 作用により,

$$\left. \begin{aligned} \frac{B(t)}{A} &= \frac{\alpha}{p + \alpha} \cos \varepsilon(t) \approx \langle \cos \varepsilon \rangle \\ \text{var}(\varepsilon) &< 1 \end{aligned} \right\} \quad (A.6)$$

なる近似⁽⁵⁾を行うとし, 更に $\varepsilon(t)$ をガウス過程で近似すると, 式 (A.5) の第 1 式より, $\varepsilon(t)$ の平均値は 0 となり,

$$\begin{aligned} \frac{B(t)}{A} &= \int_{-\infty}^{\infty} \cos \varepsilon \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\varepsilon^2}{2\sigma^2}\right) d\varepsilon \\ &= \exp(-\sigma^2/2) \end{aligned} \quad (A.7)$$

となる。但し, σ^2 は $\varepsilon(t)$ の分散である。更に, 式 (A.5) の第 1 式に, 式 (A.7) と,

$$\sin \varepsilon(t) \approx \exp(-\sigma^2/2) \varepsilon(t) \quad (A.8)$$

なる準線形近似⁽²³⁾を用いると,

$$\left. \begin{aligned} \phi_{out}(t) &= \{ \alpha / (p + \alpha) \} \phi_{in}(t) \\ \varepsilon(t) &= \{ p / (p + \alpha) \} \phi_{in}(t) \end{aligned} \right\} \quad (A.9)$$

なる関係が得られる。式 (A.7), (A.9) より, 図 A.1 の単一同調フィルタモデルが得られる。

次に, このモデルで, $\langle \dot{\phi}_{in}^2 \rangle \ll 1$ の場合は, $\sigma^2 \rightarrow 0$ となり, これは FM 信号のフィルタリングの線形近似⁽²³⁾に一致する。又, $\langle \dot{\phi}_{in}^2 \rangle \ll 1$ でない場合は, $\alpha > \omega_0$ (変調信号帯域) とすると, 簡単な計算の結果,

$$\sigma^2 \approx (2\pi \Delta f_{rms})^2 / \alpha^2 \quad (A.10)$$

となり, これは周波数偏移 Δf_{rms} の大きな FM 信号であっても, 帯域幅を広くすれば, フィルタリングによるひずみは十分小さくできるという事実を示している。

更に, 式 (A.10) より, 単一同調フィルタの 3 dB 帯域幅 B_s は,

$$B_s = 2 \Delta f_{rms} / \sqrt{\sigma^2} \quad (A.11)$$

となり, これは, フィルタリングによるひずみを表す σ^2 が一定の場合, B_s は入力 FM 信号の Δf_{rms} に比例するという関係を示しており, これは従来の結果^{(23), (21)}と一致する。

(昭和 55 年 7 月 2 日受付)