

## Buffered CSMA/CD システムの特性解析

正員 田坂 修二<sup>†</sup> 准員 石川 浩<sup>†</sup>

### Performance Analysis of a Buffered CSMA/CD System

Shuji TASAKA<sup>†</sup>, Member and Hiroshi ISHIKAWA<sup>†</sup>, Associate Member

あらまし CSMA/CD システムの特性解析に関する従来の研究の大部分では、各端末は1パケット分のバッファしか持っていないと仮定されていた。本論文は、各端末が複数パケット分のバッファを持つ slotted nonpersistent CSMA/CD システムの動特性を、平衡点解析の手法を用いて近似的に解析したものである。チャネル獲得時点でバッファ内にある全てのパケットを一時に送信してしまう方式(ゲート式)について解析し、スループットおよび平均パケット遅延特性を求めるとともに、システムの安定性をも調べている。また、一つの端末のバッファ内パケット数の確率分布の近似式も導出している。これらの解析結果を用いて、システムが安定であり、且つバッファオーバーフロー確率が十分小さいという条件を満足し、平均パケット遅延を最小にするようなバッファサイズとパケットの再スケジュール確率の選択についても考察している。更に、チャネル獲得時に1パケットしか送信しない方式(制限式)とゲート式との比較も行い、ゲート式は、最小パケット遅延、バッファ内パケット数の平均および分散のいずれについても、制限式よりも小さな値を与えることを示している。

#### 1. ま え が き

CSMA/CD プロトコル<sup>(1),(2)</sup>は、バス状ローカルエリアネットワークのメディアアクセスコントロールプロトコルとして多くのネットワークで用いられている。このプロトコルは、ランダムアクセス方式の一種であるため、これを用いたシステムでは、パケットの再送によるシステムの不安定現象が現れることがある。従って、その特性評価においては、このことも考慮した特性、すなわち動特性の解析が必要である。

CSMA/CD (およびその特別な場合として CSMA) システムの動特性解析に関しては、既に比較的多くの研究が行われている。しかし、その大部分において、各端末は一つのパケット(またはメッセージ)の送信が完了しないうちは次のパケットを発生できないと仮定されていた。この仮定は、例えば、照会応答形のシステムを対象とするならば妥当である。しかし、各端末は複数パケット分のバッファを持ち、各端末においてパケットの待ち行列が形成されると考えた方が妥当な場合が多い。従って、この種のシステム、すなわちバッファリング機能を持つシステム(buffered system)について検討しておくことも必要である。本論文では、バッファリング機能を持つ CSMA/CD システムを、

buffered CSMA/CD システムと呼んでいる。

バッファリング機能を持つランダムアクセスシステムでは、すべての端末が一つのチャネルを共有しているため、各端末における待ち行列が互いに干渉し合う<sup>(3)</sup>。すなわち、一つの端末におけるパケットの成功確率が、他の端末の待ち行列に依存する。このため、通常の待ち行列理論の手法を用いてその特性を厳密に評価することは困難である<sup>(3),(4)</sup>。従って、この種のシステムの特性解析は、何らかの近似を用いて行われるか、または、限られた特殊な条件の下でのみ行われてきた。buffered CSMA/CD (および CSMA) に関する研究は極めて少なく、筆者の知る限りでは、文献(5)、(6)および(7)に見られるだけである。文献(5)は、non-slotted nonpersistent CSMA/CD を取り扱っているが、複数パケット分のバッファを持つのは一つの端末だけであり、残りすべての端末は1パケット分のバッファしか持たないという条件の下で解析されている。また、文献(6)は、各端末が無限の大きさのパケットバッファを持つ  $p$ -persistent CSMA (CDの機能はなし) を対象としているが、システムの安定性については検討されていない。更に、文献(7)では、拡散近似法を用いて non-slotted nonpersistent CSMA の解析が行われているが、チャネル伝搬遅延が零と仮定されており、また、システムの安定性も考慮されていない。

本論文は、各端末が有限の大きさのパケットバッファを持つ slotted nonpersistent CSMA/CD システム

<sup>†</sup>名古屋工業大学工学部電気情報工学科, 名古屋  
Faculty of Engineering, Nagoya Institute of Technology,  
Nagoya-shi, 466 Japan

の動特性を解析したものである。チャンネル獲得時点でバッファ内にあるすべてのパケットを一時に送信してしまう方式と、一時に1パケットしか送信しない方式との二つのパケット送信方式について比較・検討している。多重待ち行列のサービス方式<sup>(8)</sup>の用語に従い、前者をゲート式(gating type)、後者を制限式(limiting type)と呼ぶことにする。筆者らは以前に、制限式の解析の概要を文献(9)にて発表しているので、本論文ではゲート式の解析のみを行い、制限式については結果のみを示している。

本論文では、互いに干渉し合う待ち行列を、平衡点解析(equilibrium point analysis: EPA)<sup>(10, 11)</sup>の手法を用いて解析した。EPAは、多次元マルコフ連鎖の近似解析手法であり、定常状態にのみ適用される一種の流体近似法とみなすことができる。その原理と適用法については、詳しくは文献(10, 11)を参照されたい。

以下、本論文では、2.でシステムのマルコフモデルを構成する。3.でEPAを用いてそのモデルを解析する。4.では、特性の数値例を示し、シミュレーションにより解析結果の精度について検討する。また、一つの端末におけるバッファ内パケット数の確率分布について考察するとともに、良好な特性が得られるパケットバッファ数やパケットの再スケジュール確率の選択についても考察する。

## 2. モデル化

本論文で取り扱う slotted nonpersistent CSMA/CD プロトコルでは、チャンネルの時間軸が最大伝搬遅延時間に等しい大きさの(小)スロットに分割されており、スロットの開始時点においてのみパケットの送信を開始できる。各端末はパケットの送信に先立ってチャンネルの検知を行う。検知結果がアイドルであれば、直ちにパケットを送信する。その送信が失敗した場合には、ある一定時間が経過した後にパケットが衝突したことを検出できるので、直ちに送信を中止する。そして、ランダムな遅延の後に、再びチャンネルを検知する。一方、検知結果がビジーのときには、送信に失敗した場合と同様に、ランダムな遅延の後に再びチャンネルの検知を行う。

本章では、ゲート式のシステムのマルコフモデルを構成する。モデル化のために次の仮定をおく。

(A1) 任意の二つの端末間の伝搬遅延は一定とし、これを $\tau$ 秒とする。

(A2) チャンネルは、長さ $\tau$ 秒の(小)スロットに分割

されている。

(A3) パケットの誤りは、互いの衝突によってのみ起こるものとし、他の誤りは、無視する。

(A4) システムは $M$ 個の端末を持ち、各端末は $J$ パケット分のバッファを持っている。

(A5) パケットの長さは一定とし、その伝送時間を $T$ 秒とする。ここで、 $T$ はチャンネルの伝搬遅延 $\tau$ の整数倍であるとし、 $T$ をスロット単位に換算すると次式のようになる。

$$H \triangleq T/\tau = 1/a \quad (1)$$

但し、

$$a \triangleq \tau/T \quad (2)$$

(A6) 各端末は、スロット当り確率 $\sigma$ でパケットを発生する(パケットの発生は、スロットの終了時点において起こるものとする)。発生したパケットは、バッファに余裕があれば格納されて先着順に並んだバッファ内待ち行列に加わる。

(A7) バッファ内パケットは先着順に処理される。すなわち、待ち行列の先頭のパケットが正しく送信されるまでは、次のパケットの送信は行われない。

(A8)  $\sigma \leq 1$  とする。

(A9) チャンネルの検知は瞬時に行われる。

(A10) バッファ内にパケットを持つ端末は、スロットごとに独立に確率 $p$ で、スロットの開始時点でチャンネルを検知する。検知結果がアイドルであるならば、待ち行列の先頭のパケットを直ちに送信する。一方、ビジーならば、次のスロットで確率 $p$ で再びチャンネルを検知する。

(A11) 一つのパケットの送信に成功すると、その時点でバッファ内にあるすべてのパケットを連続して送信する。但し、これらのパケットの送信中に発生したパケットの送信は行わない。一つのパケットの送信が終了するごとに、そのパケットは直ちにバッファから消去される。

(A12) パケットの送信に失敗した場合には、送信を開始してから $K$ スロット後に、その衝突に含まれるすべての端末が送信を中止する。

(A13) 送信に失敗した端末は、送信を中止した次のスロットから、スロットごとに独立に確率 $p$ でチャンネルの検知を行う。

(A14)  $J \geq 3$  とする。

仮定(A14)は議論を簡単にするためのもので、 $J=1, 2$ の場合のモデルは $J \geq 3$ の場合のモデルと若干異なっているが、本論文と同様にして解析できる。

また、仮定(A11)の前半がゲート式を特徴付けるもので、その他の仮定はゲート式と制限式の両方に共通である。但し、 $J = 1$ の場合には、両方式は同一になることに注意されたい。

上記の仮定の下では、システム内の端末の取り得る状態は、スロット単位で変化する。従って、スロットの開始時点に着目することによって、離散時間のマルコフモデルを構成することができる。しかし、こうして構成される正確なモデルは、EPAを用いても解析が困難である。そこで本論文では、解析が容易な近似モデルを構成する。そのために、成功伝送期間<sup>(2)</sup>(パケットの送信に成功しチャンネルがアイドルとなるまでの期間)と失敗伝送期間<sup>(2)</sup>(パケットの送信に失敗しチャンネルがアイドルとなるまでの期間)における新パケットの発生に関して次のような仮定をおく。

(A15) チャンネル獲得時点で $k$ 個のパケットを持つ端末による成功伝送期間[長さ $(kH+1)$ スロット]と失敗伝送期間[長さ $(K+1)$ スロット]とにおいて、それぞれ確率 $\alpha_k, \lambda$ で1個のパケットを発生し、2個以上のパケットを発生することはないものとする。ここで

$$\alpha_k \triangleq \begin{cases} (kH+1)\sigma & , 1 \leq k \leq J-1 \\ \{(J-1)H+1\}\sigma & , k = J \end{cases} \quad (3)$$

$$\lambda \triangleq (K+1)\sigma \quad (4)$$

更に、パケットの発生は、成功または失敗伝送期間が終了した瞬間であるとする。

式(3)において、 $k = J$ の場合だけ式の形が異なるのは、チャンネル獲得時点においてはバッファ一杯であり新しいパケットを受け入れられないためである。しかし、最初のパケットを送信し終わるとバッファに余裕ができるので、受け入れ可能となる[仮定(A11)]。

本論文では、 $\sigma \ll 1$ としているので[仮定(A8)]、 $J$ の値が特別に大きくない限り、仮定(A15)による誤差は小さい。

これらの条件の下でシステムをモデル化すると図1の近似モデルが得られる。図1において、四角の箱で示されているのが、各端末が取り得る状態であり、モード(mode)と呼ばれる。各端末は、図1のモードのいずれか一つにあり、スロットごとに遷移する。モードの遷移はスロットの終了時点において起こるものとし、各スロットの開始時点に着目してモデルを構成している。

図1における各モードの意味は次のとおりである。まず、 $T$ モードは、端末がパケットを持っていない状態である。 $TR_k (1 \leq k \leq J)$ モードは、端末が $k$ 個のパケットを持ち、パケットの送信を待っている状態である。このモードにある端末は、スロット当り確率 $p$ でチャンネルを検知する。 $TR_k (1 \leq k \leq J-1)$ モード

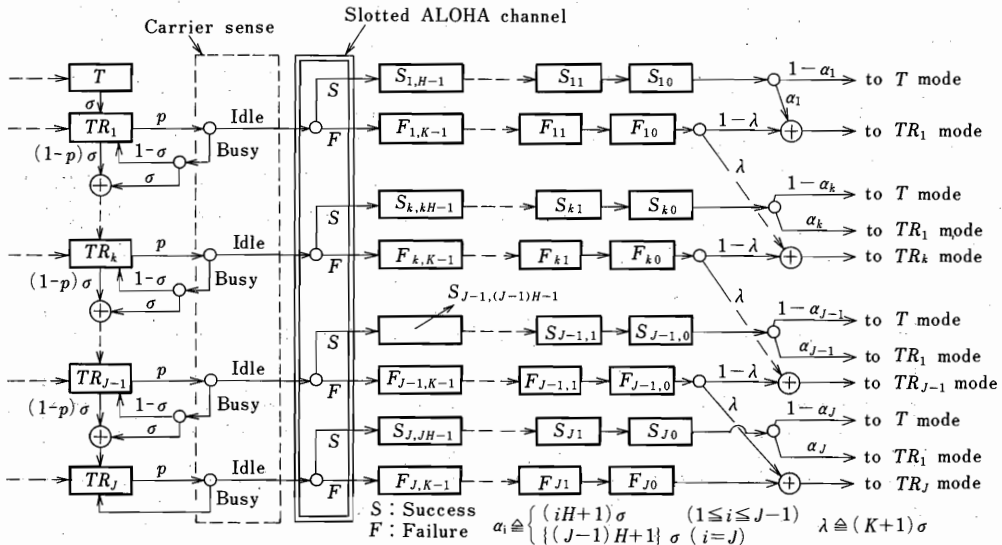


図1 slotted nonpersistent buffered CSMA/CDシステム(ゲート式)の近似モデル  
Fig.1 An approximate model of a slotted nonpersistent buffered CSMA/CD system (gating type).

にある端末は、チャンネルをビジーと検知したとき、新パケットが発生すると次のスロットで  $TR_{k+1}$  モードに遷移し、新パケットが発生しなければ  $TR_k$  モードに戻る。また、 $TR_k$  ( $1 \leq k \leq J-1$ ) モードにある端末が、チャンネルを検知しないとき、新パケットが発生すれば次のスロットで  $TR_{k+1}$  モードに入る。  $TR_J$  モードにある端末は、既にバッファが一杯である。従って、チャンネルをビジーと検知したときには、必ず  $TR_J$  モードに戻る。

一方、 $TR_k$  ( $1 \leq k \leq J$ ) モードの端末がチャンネルをアイドルと検知したときには直ちにパケットを送信し、成功すれば  $S_{k,kH-1}$  モードに、失敗すれば  $F_{k,K-1}$  モードに遷移する。  $S_{ki}$  ( $1 \leq k \leq J, 1 \leq i \leq kH-1$ ) モードは、一つのパケットの送信に成功し、 $i$  スロット後に  $k$  個のパケットの送信を完了する状態である。従って、 $S_{ki}$  モードにある端末は、次のスロットで確率1で  $S_{k,i-1}$  モードに入る。  $S_{ki}$  モードにある端末は、仮定(A11)および(A15)より、 $(j-1)H+1 \leq i \leq jH$  ( $1 \leq j \leq k$ ) のとき、 $j$  個のパケットを持っている。但し、 $S_{k,kH}$  モードは定義されていないが、実質的には  $TR_k$  モードに相当する。  $S_{k0}$  ( $1 \leq k \leq J$ ) モードは、パケットの送信を完了し、それが受信されるのを持っている状態である。従って、このモードはチャンネルの伝搬遅延の影響を表している。  $S_{k0}$  モードにある端末は、仮定(A11)および(A15)より、バッファ内のパケットをすべて送信し終え、そのバッファは空になっている。図2に、一つの成功伝送期間におけるモード遷移のタイムチャートを示しておく。一方、 $F_{kj}$  ( $1 \leq k \leq J, 1 \leq j \leq K-1$ ) モードはパケットの送信に失敗し、 $j$  スロット後にその送信を中止する状態である。従って、このモードにある端末は、次のスロットで確率1で  $F_{k,j-1}$  モードに入る。  $F_{k0}$  ( $1 \leq k \leq J$ ) モードは、衝突に含まれたすべての端末がパケットの

送信を中止し、チャンネルがアイドルになるのを待っている状態である。このモードも、やはり伝搬遅延の影響を表している。  $F_{kj}$  ( $0 \leq j \leq K-1$ ) モードにある端末は、仮定(A15)より、 $k$  個のパケットを持っている。

図1における  $S_{k0}$  および  $F_{k0}$  ( $1 \leq k \leq J$ ) モードからの遷移は、仮定(A15)より明らかであろう。但し、 $F_{J0}$  モードにある端末は、そのバッファが一杯であるので、確率1で  $TR_J$  モードに遷移する。

### 3. 平衡点解析

図1のモデルにおいて、 $TR_k, S_{ki}, F_{kj}$  ( $1 \leq k \leq J, 0 \leq i \leq kH-1, 0 \leq j \leq K-1$ ) モードにある端末数を、それぞれ  $n_k, m_{ki}, x_{kj}$  とする ( $m_{ki}$  は0または1となることに注意されたい)。このとき、状態ベクトル  $n \triangleq (n_k, m_{ki}, x_{kj}; 1 \leq k \leq J, 0 \leq i \leq kH-1, 0 \leq j \leq K-1)$  は既約な有限状態マルコフ連鎖となる。このように、本システムを表現する状態ベクトルは多次元となる。従って、文献(2)、(12)で行われているように、状態推移確率を計算することによって定常確率分布を求めるという通常の手法を用いるのは困難である。そこで、本論文では、平衡点解析(EPA)の手法を用いる。EPAでは、システムは常に平衡点に留まるものと仮定する。従って、EPAにおいては、状態推移確率を計算する必要はない。平衡点は、各モードにおける平均増加端末数が0となる点として定義される<sup>10,11</sup>。この条件をすべてのモードに適用すると、その解が平衡点となるような連立方程式すなわち平衡点方程式が得られる。

#### 3.1 平衡点方程式

以下の解析においては、システムは定常状態にあるものとする。まず、あるスロットの開始時点でシステムが状態  $n$  にあるとする。このとき、チャンネルがアイ

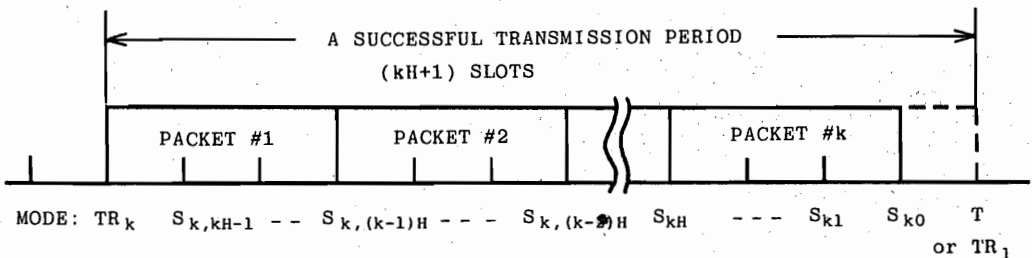


図2 一つの成功伝送期間におけるモード遷移  
Fig.2 Mode transitions in a successful transmission period.

ドルであるという条件の下で、 $TR_k$ モードにある端末がパケットの送信に成功する確率  $S_k(\mathbf{n})$  は、次式で与えられる。

$$S_k(\mathbf{n}) = n_k p (1-p)^{n_k-1} \prod_{i=1, i \neq k}^J (1-p)^{n_i}, \quad (1 \leq k \leq J) \quad (5)$$

ここで、

$$(1-p)^{n_i} \cong e^{-n_i p}, \quad p/(1-p) \cong p \quad (6)$$

なる近似を用い、

$$G_k(\mathbf{n}) \triangleq n_k p \quad (7)$$

$$G(\mathbf{n}) \triangleq \sum_{k=1}^J G_k(\mathbf{n}) = \sum_{k=1}^J n_k p \quad (8)$$

と定義する。このとき、式(5)は次のように表される。

$$S_k(\mathbf{n}) = G_k(\mathbf{n}) e^{-G(\mathbf{n})}, \quad (1 \leq k \leq J) \quad (9)$$

また、次のような関数  $P_I(\mathbf{n})$  を定義する。

$$P_I(\mathbf{n}) \triangleq \begin{cases} 1, & \text{チャネルがアイドルのとき} \\ 0 & \text{チャネルがビジーのとき} \end{cases} \quad (10)$$

以下、記述の簡単のため、特に混乱の恐れがない限り、 $S_k(\mathbf{n})$ 、 $G(\mathbf{n})$ 、 $P_I(\mathbf{n})$  は、それぞれ  $S_k$ 、 $G$ 、 $P_I$  と略記する。

図1の各モードにおいて、システムが状態  $\mathbf{n}$  にあるとしたときの増加端末数の条件付期待値を求めて0とおき、独立な式をまとめると、以下ようになる。但し、各式の左辺は流出する平均端末数、右辺は流入する平均端末数を表している。

$$\left\{ M - \sum_{k=1}^J \left( n_k + \sum_{i=0}^{kH-1} m_{ki} + \sum_{j=0}^{K-1} x_{kj} \right) \right\} \sigma \\ = \sum_{k=1}^J (1-\alpha_k) m_{k0} \quad (11)$$

$$n_k p + n_k (1-p) \sigma \\ = n_k p (1-P_I) (1-\sigma) + n_{k-1} (1-p) \sigma \\ + n_{k-1} p (1-P_I) \sigma + \lambda x_{k-1,0} + (1-\lambda) x_{k0}, \quad (2 \leq k \leq J-1) \quad (12)$$

$$n_J p = n_J p (1-P_I) + n_{J-1} (1-p) \sigma \\ + n_{J-1} p (1-P_I) \sigma + \lambda x_{J-1,0} + x_{J0} \quad (13)$$

$$m_{k0} = m_{k1} = \dots = m_{k, kH-1} = S_k P_I, \quad (1 \leq k \leq J) \quad (14)$$

$$x_{k0} = x_{k1} = \dots = x_{k, K-1} = (n_k p - S_k) P_I, \quad (1 \leq k \leq J) \quad (15)$$

式(11)は  $T$  モード、式(12)、(13)はそれぞれ  $TR_k$  ( $2 \leq k \leq J-1$ )、 $TR_J$  モードの式である。また、式(14)は  $S_{ki}$  ( $1 \leq k \leq J$ ,  $0 \leq i \leq kH-1$ ) モード、式(15)は  $F_{kj}$  ( $1 \leq k \leq J$ ,  $0 \leq j \leq K-1$ ) モードの式である。 $TR_1$  モードの式は書き下していないが、これは他の式とは独

立でなく、それらより導き出せるからである。なお、式(12)~(15)における  $(1-P_I)$  と  $P_I$  の“スイッチング機能”に注意されたい。すなわち、状態  $\mathbf{n}$  においてチャネルがアイドルであるならば[このとき(10)より  $P_I = 1$ ]、 $(1-P_I)$  を含む項はなくなる。一方、ビジーの時には、 $P_I$  を含む項が消えることになる。

連立方程式(11)~(15)の非負の実数解が平衡点  $\mathbf{n}_e \triangleq (n_{ke}, m_{kie}, x_{kje})$  である。すなわち、状態ベクトル  $\mathbf{n}$  は整数値ベクトルであるにもかかわらず、EPAでは、平衡点  $\mathbf{n}_e$  は実数値ベクトルであるとみなす。

前述のように、EPAではシステムは常に平衡点  $\mathbf{n}_e$  に留まっていると仮定する。これは、システムの定常状態確率分布を、 $\mathbf{n}_e$  に存在する単一のインパルス  $\delta(\mathbf{n} - \mathbf{n}_e)$  で置き換えることと等価である。従って、状態ベクトル  $\mathbf{n}$  の関数である一つの不規則変数  $X(\mathbf{n})$  を考えると、その期待値は次のようになる。

$$E[X(\mathbf{n})] = \int X(\mathbf{n}) \delta(\mathbf{n} - \mathbf{n}_e) d\mathbf{n} \\ = X(\mathbf{n}_e) \quad (16)$$

すなわち、EPAでは、一つの不規則変数の期待値は、その不規則変数の平衡点における値で近似される。

式(11)~(15)を解くためには、 $P_I(\mathbf{n}_e)$  の関係式が必要である。そこで、式(16)より  $P_I(\mathbf{n}_e) = E[P_I(\mathbf{n})]$  となり、更に式(10)より  $E[P_I(\mathbf{n})] = \Pr[P_I(\mathbf{n}) = 1]$  となるので、 $P_I(\mathbf{n}_e) = \Pr[P_I(\mathbf{n}) = 1]$  と近似する。すなわち、 $P_I(\mathbf{n}_e)$  を、スロットの開始時点においてチャネルがアイドルである確率で近似する。あるスロットの開始時点においてチャネルがアイドルであるのは、 $S_{ki}$  ( $1 \leq k \leq J$ ,  $0 \leq i \leq kH-1$ ) および  $F_{kj}$  ( $1 \leq k \leq J$ ,  $0 \leq j \leq K-1$ ) モードに一つの端末も存在しないときである。 $m_{ki}$  が0または1であることに注意して、 $S_{ki}$  モードに端末が存在する確率を、上記の  $P_I(\mathbf{n}_e)$  の場合と同様の議論によって、 $m_{ki}$  で近似する。このとき、次式が成立する。

$$P_I(\mathbf{n}) = 1 - \sum_{k=1}^J \sum_{i=0}^{kH-1} m_{ki} \\ - K P_I(\mathbf{n}) \left\{ 1 - e^{-G(\mathbf{n})} - \sum_{k=1}^J S_k(\mathbf{n}) \right\} \quad (17)$$

但し、上式では、記述の簡単のため平衡点を表す添字  $e$  は省略してある。以下においても、特に誤解の恐れがない限り、添字  $e$  は省略する。上式の

$P_I(\mathbf{n}) \left\{ 1 - e^{-G(\mathbf{n})} - \sum_{k=1}^J S_k(\mathbf{n}) \right\}$  は、失敗伝送期間が生じる確率である。従って、式(17)の右辺第3項は、 $F_{kj}$  ( $1 \leq k \leq J$ ,  $0 \leq j \leq K-1$ ) モードのいずれかに

端末が存在する確率を表している。

式(11)~(15)および(17)を整理すると、次式が得られる(導出は、付録を参照されたい)。

$$M\sigma - \sum_{k=1}^J k S_k P_I = n_J \sigma + (H-1) S_J P_I \sigma + K(n_J p - S_J) P_I \sigma \quad (18)$$

$$P_I = 1 / \left[ 1 + H \sum_{k=1}^J k S_k + K \left( 1 - e^{-G} - \sum_{k=1}^J S_k \right) \right] \quad (19)$$

$$n_1 = G(1-A) / p \quad (20)$$

$$n_k = A^{k-1} n_1, \quad (2 \leq k \leq J-1) \quad (21)$$

$$n_J = A^{J-1} n_1 / (1-A) \quad (22)$$

但し、

$$A \triangleq \frac{(1-pP_I)\sigma + (K+1)\sigma p(1-e^{-G})P_I}{(1-pP_I)\sigma + (K+1)\sigma p(1-e^{-G})P_I + pP_I e^{-G}} \quad (23)$$

式(18)の左辺は、システムへのパケットの入力率と出力率の差を表している。従って、これは、1スロット当たりバッファからオーバーフローする平均パケット数を意味する。また、右辺は、バッファが一杯の端末、すなわち、 $TR_j, S_{j,i} [(J-1)H+1 \leq i \leq JH-1], F_{j,j} (0 \leq j \leq K-1)$  モードにある端末が発生するパケットの平均個数を表している。式(18)は、システムが定常状態にあれば当然成立する関係式である。

式(18)~(23)は、 $Y \triangleq e^{-G}$  (従って  $G$ ) と  $P_I$  に関して、2次元的な数値計算によって、解くことができる。 $0 \leq Y \leq 1, 0 \leq P_I \leq 1$  であるので、両変数とも区間  $[0, 1]$  内で解を捜せばよい。解法の手順の概要は次のとおりである。

- 1)  $i = 0; Y^{(0)} = 1$  (従って  $G = 0$ )
- 2)  $j = 0; P_I^{(0)} = 1$
- 3) 式(23)より  $A$  を計算する。
- 4) 式(20)~(22)より  $n_1 \sim n_J$  を計算する。
- 5) 式(7), (9)より  $S_1 \sim S_J$  を計算する。
- 6) 式(19)の両辺を計算する。その差が十分小さな許容値以下であれば、9)へ行く。
- 7)  $j = j + 1; P_I^{(j)} = P_I^{(j-1)} - \delta$ , 但し、 $\delta$  は十分小さな正数。
- 8)  $P_I^{(j)} \leq 0$  ならば 10) へ行く。さもなければ、3) へ行く。
- 9) 式(18)の両辺を計算する。その差が十分小さな許容値以下であれば、平衡点が求められたものとする。
- 10)  $i = i + 1; Y^{(i)} = Y^{(i-1)} - \epsilon$ , 但し、 $\epsilon$  は十分

小さな正数。

- 11)  $Y^{(i)} \leq 0$  ならば、計算終了。さもなければ 2) へ行く。

こうして求められた  $e^{-G}$  と  $P_I$  の値に対応して平衡点  $n_e$  が求められる。

その解が1個であればシステムは安定であり、2個以上あれば不安定である。筆者らが本研究に関して行ったすべての数値計算において、解は1個または3個であった。3個の場合は、常に、2個の局所安定平衡点と1個の不安定平衡点とを持つ、いわゆる双安定<sup>12)</sup>なシステムであった。平衡点方程式のこの性質の数学的な証明は、残念ながら未だなされていない。

### 3.2 スループットおよび平均パケット遅延

状態  $n$  におけるスループット  $S(n)$  を、システムが状態  $n$  にあるとき、1パケット伝送時間当たり正しく伝送されるパケット数と定義する。このとき、次式が成立することは明らかである。

$$S(n) = \sum_{k=1}^J \sum_{i=0}^{kH-1} m_{k,i} \quad (24)$$

上式は0または1のいずれかの値を取ることに注意されたい。

式(14)と(24)より、次式を得る。

$$S(n_e) = H \sum_{k=1}^J k S_k(n_e) P_I(n_e) \quad (25)$$

スループット (throughput)  $\bar{S}$  は、 $S(n)$  の  $n$  に関する期待値である。従って、式(16)より、 $\bar{S}$  は  $S(n_e)$  によって近似される。バッファリング機能を持つシステムでは、バッファでのパケットのオーバーフローがなければ、スループットは入力率に等しくなる(すなわち、 $\bar{S} = M\sigma H$  となる)ことに注意されたい。

次に、平均パケット遅延 (average packet delay)  $D$  を、パケットが発生してからそのパケットを正しく送信し終えるまでの平均時間と定義し、1パケット伝送時間を単位として表す。 $D$  を求めるために、まず、システム内の全パケット数の平均値  $\bar{I}$  を計算する。 $k$  個のパケットを持っている端末の平均個数を  $z_k$  で表す。 $k (1 \leq k \leq J-1)$  個のパケットを持つ端末は、 $TR_k, F_{k,K-1} \sim F_{k,0}, S_{k,kH-1} \sim S_{k,(k-1)H+1}, S_{i,kH} \sim S_{i,(k-1)H+1} (k+1 \leq i \leq J)$  のいずれかのモードにある。また、 $J$  個のパケットを持つ端末は、 $TR_J, F_{J,K-1} \sim F_{J,0}, S_{J,JH-1} \sim S_{J,(J-1)H+1}$  モードのいずれかにある。EPAでは、すべての不規則変数の期待値は平衡点における値で近似するので、次式が成立する。

$$z_k = n_k + K(n_k p - S_k) P_I + (H-1) S_k P_I + H \sum_{i=k+1}^J S_i P_I, \quad (1 \leq k \leq J-1) \quad (26)$$

$$z_J = n_J + K(n_J p - S_J) P_I + (H-1) S_J P_I \quad (27)$$

$$z_0 = M - \sum_{k=1}^J z_k \quad (28)$$

式(26), (27)より,

$$\bar{I} = \sum_{k=1}^J k z_k \quad (29)$$

となる。従って、リトルの公式より、平均パケット遅延  $D$  は、次のように表される。

$$D = \bar{I} / \bar{S} \quad [\text{単位: パケット伝送時間}] \quad (30)$$

更に、任意の一つの端末のバッファ内パケット数を表す不規則変数を  $N$  とし、確率  $\pi_k \triangleq \Pr [N = k]$  を  $z_k / M$  で近似する。すなわち、

$$\pi_k = z_k / M, \quad (0 \leq k \leq J) \quad (31)$$

平衡点方程式の解が複数個あるとき、すなわちシステムが不安定なときは、上式は、局所安定平衡点<sup>22</sup> に対しては、システムがその近傍にあるという条件の下での条件付確率と解釈できる。式(31)を用いると、バッファ内パケット数の平均  $E[N]$  と分散  $\text{Var}[N]$  を計算できる。

最後に、バッファオーバーフロー確率  $B$  を次のように定義する。

$$B \triangleq (M\sigma H - \bar{S}) / (M\sigma H) \quad (32)$$

$\bar{S}$  を  $S(n_k)$  で近似し、式(18), (25), (27) を上式に適用すると、 $B = z_J / M$  が得られる。従って、式(31)より、 $B = \pi_J$  となる。

### 4 数値例

本章では、前章で得られたゲート式の解析結果の精度をシミュレーションによって調べるとともに、システムの特性についても考察する。更に、比較のため、制限式の数値結果も同時に示す。ここでは、 $M=100$ ,  $M\sigma=0.035$ ,  $a=1/H=0.05$ ,  $K=1$  なるシステムを考える。これは、システムへの入力率が  $M\sigma H=0.70$  [パケット数/パケット伝送時間] となる場合である。従って、バッファでのパケットのオーバーフローがなければ、スループットは  $0.70$  となる。入力率のこの値は、CSMA/CDシステムの通常の使用環境から考えれば大きなものである。しかし、バッファオーバーフローが問題となるのは、一時的にせよ負荷が増えた時であるので、バッファサイズのシステム性能への影響を調べるため、この値を選んだ。

本章でシステムの特性について考察する目的の一つは、システムが安定であり、且つバッファオーバーフロー確率を十分小さくするという条件を満足し、平均パケット遅延を最小とするような再スケジュール確率  $p$  とバッファ数  $J$  を求めることである。以下、 $J=1$ ,  $8$  の2通りの場合を考える。その他、 $J=32$  の場合も検討したが、得られた解析結果の精度は、 $J=1, 8$

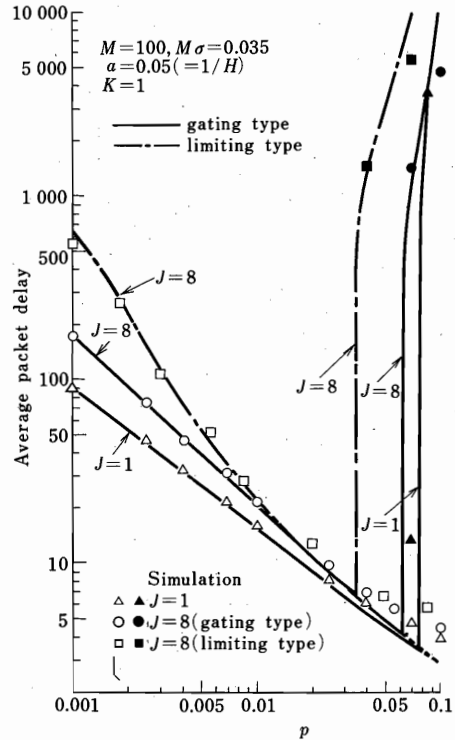
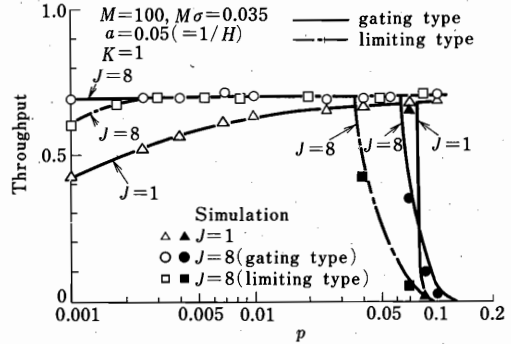


図3 スループットおよび平均パケット遅延特性と再スケジュール確率  $p$  との関係

Fig.3 Throughput and average packet delay versus  $p$ .

の場合と同程度であった。また、後に示すように、上記のシステムパラメータの下では、バッファオーバーフロー確率を十分小さくするには  $J=8$  で十分であるので、 $J=32$  のデータは、本論文では省略した。但し、制限式で  $J=32$  のデータの一部分は文献(9)に示してある。

まず、 $p$  に対するスループットおよび平均パケット遅延特性を図3に示す。図3には、理論値とシミュレーション結果の両方が示してある。ゲート式の理論値は、システムが安定なときには実線で示されており、不安定(ここでは双安定)な場合には実線と破線の両方で示されている。双安定の場合の実線は、スループットが最小となる局所安定平衡点に対する値であり、破線はスループットが最大となるそれに対する値を表している。一方、制限式の理論値は、ゲート式の場合の実線の代わりに一点鎖線が用いられている。但し、 $J=1$  の場合には両方式は同一になるので、1種類の理論値しか示されていない。また、シミュレーションは、仮定(A1)~(A13)の下で行われ、仮定(A15)は使わなかった。但し、当然のことではあるが、制限式では、仮定(A11)の前半が、パケットは1個ずつ送信されるというように変更される。シミュレーション結果において、黒く塗りつぶしてある方は、初期状態においてすべての端末のバッファが一杯であるとした場合の結果であり、塗りつぶしてない方はすべての端末のバッファを空にした場合のものである。このように2種類の場合に分けてシミュレーションを行ったのは、後の議論で明らかになるように、このような方法がシステムの安定性を理解する助けになるからである。シミュレーション時間は、いずれの場合も10000パケット伝送時間分(10000T)である。本章の他の数値結果においても、シミュレーション時間はすべて10000Tとしている。以下の図においても、シミュレーション記号は、上記と同じ意味で用いられている。

図3において、 $J=1$  の場合には、 $p=0.076$  より大きい  $p$  の領域でシステムは双安定になっている。また、 $J=8$  の場合には、ゲート式で  $p=0.061$ 、制限式で  $p=0.034$  より大きい領域でシステムは双安定になっている。理論値とシミュレーション値は全般によく一致している。特に、解析結果がシステムは双安定であることを示している場合には、シミュレーション結果はその初期状態に応じてどちらか一方の局所安定平衡点(理論より予言される)の近傍にのみ留まっていることが分かる。これは、average first exit time (FET) <sup>12)</sup> がシミュレーション時間(10000T)

に比べて大きいためである。このシミュレーション結果は、システムが実際に2個の局所安定平衡点を持っていることを示している。

図3において、 $J=1$  の場合よりも、 $J=8$  の場合の方が、ゲート式、制限式の両方とも、スループットも平均パケット遅延も大きくなっている。これは、バッファ数の増加によって、オーバーフローするパケットの割合が減少するために、パケットのバッファ内待ち行列での待ち時間が増加するためである。表1に、バッファオーバーフロー確率  $B$  の解析結果を示す。これによると、 $p$  の値を適切に選択しさえすれば、 $B$  の値を小さくするには  $J=8$  で十分であることが分かる。但し、 $J=8$  が、ゲート式と制限式の両方に対して、同じ  $B$  の値を与えるのに必要な最小のバッファ数というわけではないことに注意されたい。また、 $B$  の値が十分小さな  $p$  の値においては、スループットはほぼ0.70になっていることが、図3よりも分かる。 $p$  の値の選択に際しては、 $B$  の値が十分小さいという条件の下で、システムが安定であると同時に平均パケット遅延  $D$  を最小にする必要がある。こうして、 $J=8$  とした場合には、ゲート式では  $p=0.061$ 、制限式では  $p=0.034$  となり、対応する  $D$  の値は、それぞれ4.19、6.89となる。従って、ゲート式の方が、より小さな平均パケット遅延を与えることが分かる。 $p$  を上記の最適値よ

表1 バッファオーバーフロー確率の解析結果  
( $M\sigma=0.035$ ,  $M=100$ ,  $\alpha=0.05$ ,  $K=1$ )

p	B= $\pi^J$		
	J=1	J=8	
		制限式	ゲート式
0.001	0.391	0.116	$0.866 \times 10^{-2}$
0.002	0.276	$0.118 \times 10^{-1}$	$0.557 \times 10^{-3}$
0.003	0.220	$0.928 \times 10^{-3}$	$0.725 \times 10^{-4}$
0.004	0.185	$0.114 \times 10^{-3}$	$0.144 \times 10^{-4}$
0.005	0.160	$0.214 \times 10^{-4}$	$0.382 \times 10^{-5}$
0.007	0.128	$0.162 \times 10^{-5}$	$0.449 \times 10^{-6}$
0.010	$0.999 \times 10^{-1}$	$0.101 \times 10^{-6}$	$0.406 \times 10^{-7}$
0.020	$0.602 \times 10^{-1}$	$0.438 \times 10^{-9}$	$0.289 \times 10^{-9}$
0.030	$0.443 \times 10^{-1}$	$0.180 \times 10^{-10}$	$0.141 \times 10^{-10}$
0.040	$0.359 \times 10^{-1}$	*	$0.161 \times 10^{-11}$
0.050	$0.304 \times 10^{-1}$	*	$0.292 \times 10^{-12}$
0.060	$0.268 \times 10^{-1}$	*	$0.731 \times 10^{-13}$
0.070	$0.241 \times 10^{-1}$	*	*
0.080	*	*	*

記号\*は対応するシステムが不安定であることを示す。



り大きくすると、システムは不安定となり、これより小さくし過ぎるとバッファ内での待ち時間が大きくなる。すなわち、 $p$ を小さくし過ぎるとバッファ内でのふくそうでシステムの特性が劣化し、 $p$ を大きくし過ぎると放送形チャンネルでのパケットの競合の増大によって特性は劣化する。

なお、本論文の解析結果を用いて、バッファ数を選択するには、注意が必要である。すなわち、EPAは本質的に近似解析手法であり誤差を伴うため、要求されるバッファオーバーフロー確率が極めて小さい場合には、必ずしも理論結果の精度は十分ではなくなる。しかし、このような場合でも、本論文の解析結果は、システム設計の第一段階としての大まかな値を決めるのには、十分役に立つ。

次に、図4に、 $J=8$ の場合の $p$ に対する一つの端末におけるバッファ内パケット数の平均 $E[N]$ と分散 $\text{Var}[N]$ を示す。この図においては、システムが双安定である場合の理論値は、スループットが最小となる局所安定平衡点に対する値しか示されていない。従っ

て、この場合の平均と分散は、システムがその局所安定平衡点の近傍にある（すなわち、システムがダウンしている）という条件の下での条件付平均と条件付分散を表しているものと考えられる。図において理論値とシミュレーション結果はよく一致している。但し、制限式で $p=0.001$ のシミュレーション結果は、理論値とかなり離れている。しかし、これはシミュレーション時間が短いため、シミュレーション時間を50000 $T$ （図4の結果は10000 $T$ ）にふやすと、シミュレーション結果は理論値とほとんど一致した。

図3と図4より、平均パケット遅延が小さくなるにつれて、バッファ内パケット数の平均 $E[N]$ と分散 $\text{Var}[N]$ も小さくなっていることが分かる。また、図4より、 $E[N]$ 、 $\text{Var}[N]$ ともに、ゲート式の方が制限式よりも小さな値を与えることも分かる。従って、同じバッファオーバーフロー確率 $B$ の値を与えるためには、ゲート式の方が制限式よりも小さなバッファサイ

表2 バッファ内パケット数の確率分布( $\pi_k$ )  
( $M\sigma=0.035$ ,  $M=100$ ,  $J=8$ ,  $\alpha=0.05$ ,  $K=1$ ,  $p=0.0100$ )

k	理論値		シミュレーション結果	
	制限式	ゲート式	制限式	ゲート式
0	0.859	0.874	0.855	0.866
1	0.122	0.111	0.124	0.116
2	$0.165 \times 10^{-1}$	$0.131 \times 10^{-1}$	$0.172 \times 10^{-1}$	$0.156 \times 10^{-1}$
3	$0.224 \times 10^{-2}$	$0.156 \times 10^{-2}$	$0.287 \times 10^{-2}$	$0.213 \times 10^{-2}$
4	$0.303 \times 10^{-3}$	$0.184 \times 10^{-3}$	$0.549 \times 10^{-3}$	$0.176 \times 10^{-3}$
5	$0.410 \times 10^{-4}$	$0.218 \times 10^{-4}$	$0.180 \times 10^{-4}$	$0.944 \times 10^{-5}$
6	$0.555 \times 10^{-5}$	$0.257 \times 10^{-5}$	$0.900 \times 10^{-6}$	0.000
7	$0.751 \times 10^{-6}$	$0.305 \times 10^{-6}$	0.000	0.000
8	$0.101 \times 10^{-6}$	$0.406 \times 10^{-7}$	0.000	0.000

表3 バッファ内パケット数の確率分布( $\pi_k$ )  
( $M\sigma=0.035$ ,  $M=100$ ,  $J=8$ ,  $\alpha=0.05$ ,  $K=1$ ,  $p=0.0012$ )

k	理論値		シミュレーション結果	
	制限式	ゲート式	制限式	ゲート式
0	0.150	0.479	0.203	0.482
1	0.139	0.255	0.162	0.251
2	0.128	0.130	0.137	0.129
3	0.118	$0.663 \times 10^{-1}$	0.113	$0.664 \times 10^{-1}$
4	0.109	$0.338 \times 10^{-1}$	$0.996 \times 10^{-1}$	$0.328 \times 10^{-1}$
5	0.100	$0.173 \times 10^{-1}$	$0.943 \times 10^{-1}$	$0.176 \times 10^{-1}$
6	$0.924 \times 10^{-1}$	$0.880 \times 10^{-2}$	$0.734 \times 10^{-1}$	$0.959 \times 10^{-2}$
7	$0.851 \times 10^{-1}$	$0.449 \times 10^{-2}$	$0.632 \times 10^{-1}$	$0.512 \times 10^{-2}$
8	$0.778 \times 10^{-1}$	$0.463 \times 10^{-2}$	$0.536 \times 10^{-1}$	$0.538 \times 10^{-2}$

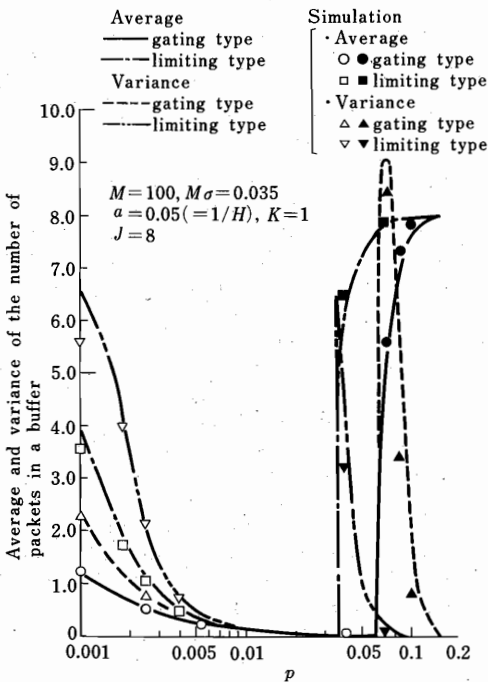


図4 一つの端末におけるバッファ内パケット数の平均および分散と再スケジュール確率 $p$ との関係  
Fig.4 Average and variance of the number of packets in a buffer versus  $p$ .

ズですむことが予想される。

そこで、 $J=8$ の場合の一つの端末におけるバッファ内パケット数の確率分布  $\{\pi_k; k=0, 1, \dots, 8\}$  の理論値とシミュレーション結果を、表2, 3に示す(表2, 3はいずれも、システムは安定な場合である)。表2は  $p=0.010$  の場合であり、この場合にはバッファオーバーフロー確率  $B$  は小さい ( $B=\pi_8$  であるので、表2の  $k=8$  の行を参照のこと)。そして、理論値とシミュレーション値は極めてよく一致している。一方、 $p=0.0012$  に対する表3は、オーバーフロー確率がやや大きい場合である。この場合、ゲート式では理論値とシミュレーション値はよく一致しているが、制限式では両者の差は幾分大きい。制限式の場合には、図4より分かるように、 $\text{Var}[N]$  が大きいので、シミュレーション時間 ( $10000T$ ) が幾分短かったことも原因の一つであろう。表2, 3より、確率分布は、ゲート式の方が、小さな  $k$  の値に片寄っていることが分かる。従って、このことよりも、ゲート式の方が制限式よりも小さいバッファサイズですむことが予想される。

筆者らは、図3のシステムパラメータ ( $M=100$ ,  $M\sigma=0.035$ ,  $\alpha=0.05$ ,  $K=1$ ) の他にも、いくつかの数値例について検討した(各例において、 $J=1, 8, 32$ とした)。まず、衝突検出機能のみを除去し、他のパラメータは同一とした場合について検討した。その結果、衝突検出機能の付加は、システムが不安定なときの不安定度を減少するとともに、最小平均パケット遅延、バッファ内パケット数の平均・分散ともに減少する効果を持つことが分かった。更に、バスケーブル長を図3の場合の半分とした場合についても調べた。これは、 $M=100$ ,  $M\sigma=0.0175$ ,  $\alpha=0.025$ ,  $K=1$  (このときも、 $M\sigma H=0.70$ ) の場合に相当する。このとき、図3の場合と比べて、最小平均パケット遅延、バッファ内パケット数の平均・分散ともに減少した。

上記二つの場合において、解析結果の精度は、図3のシステムパラメータの場合と同程度であった。また、最小平均パケット遅延、バッファ内パケット数の平均および分散のいずれについても、ゲート式は制限式よりも小さな値を与えた。

## 5. む す び

本論文では、slotted nonpersistent buffered CSMA/CDの動特性を、EPAを用いて解析した。バッファ内パケットを連続して送信するゲート式のみを解

析したが、パケットを1個ずつ送る制限式との比較も行った。スループットおよび平均パケット遅延特性、システムの安定性について検討するとともに、一つの端末のバッファ内パケット数の確率分布の近似式も導出した。これらの解析結果の精度は、シミュレーションによって調べられたが、いずれも、一般に十分高いことが分かった。

これらの解析結果を用いて、システムが安定であり、且つパケットのオーバーフロー確率が十分小さいという条件を満足し、平均パケット遅延を最小にするようなバッファ数  $J$  と再スケジュール確率  $p$  の選択についても考察した。その結果、選択された  $p$  の値が最適値よりも小さ過ぎると、バッファ内でのパケットの待ち時間の増大によってシステムの特性が劣化し、大き過ぎるとシステムが不安定になってしまうことを示した。また、ゲート式は、最小平均パケット遅延、バッファ内パケット数の平均および分散のいずれについても、制限式よりも小さな値を与えることが分かった。

今後、本論文で用いられたモデル化や解析の手法を、端末によってバッファサイズが異なる場合へ拡張することや、1-persistent CSMA/CDプロトコルへ適用することなどについて検討する予定である。

謝辞 日頃御討論頂く本学高橋健一助手、静岡大学福田明助教授、東京大学安田靖彦教授に感謝する。

## 文 献

- (1) R. M. Metcalfe and D. R. Boggs: "Ethernet: Distributed packet switching for local computer networks", *Communication of the ACM*, 19, 7, pp. 395-403 (July 1976).
- (2) F. A. Tobagi and V. B. Hunt: "Performance analysis of carrier sense multiple access with collision detection", *Computer Networks*, 4, pp. 245-259 (Oct./Nov. 1980).
- (3) L. Kleinrock and Y. Yemini: "Interfering queueing processes in packet-switched broadcast communication", *Proceedings of IFIP Congress 80*, pp. 557-562, Tokyo, Japan and Melbourne, Australia (Oct. 1980).
- (4) F. A. Tobagi and L. Kleinrock: "On the analysis and simulation of buffered packet radio systems", *Proc. of 9th Hawaii Int. Conf. Syst. Sci.*, pp. 42-45 (Jan. 1976).
- (5) E. Coyle and B. Liu: "Calculation of the stability characteristics and buffer requirements of asynchronous CSMA/CD networks", *Conf. Rec. ICC'82*, pp. 7F. 1.1-7F. 1.5, Philadelphia, PA (June 1982).
- (6) J. Silvester and I. Lee: "Performance modeling of buffered CSMA-An iterative

approach", Conf. Rec. GLOBECOM' 82, pp. 1195-1199, Miami, FL (Nov. 1982).

(7) H. Takagi and L. Kleinrock: "Diffusion process approximation for the queueing delay in contention packet broadcasting systems", Proc. IFIP WG 7.3/TC6 2nd Int. Symp. Performance of Computer-Communication Systems, pp. 111-124, North-Holland (March 1984).

(8) 橋田, 中村: "多重待ち行列の解析 [I]-全処理式-", 研実報, 19, 6, pp. 1125-1136 (1970).

(9) 田坂, 藤原: "バッファリング機能を持つCSMA-CDシステムの特性解析", 昭58 信学情報システム全大, 335.

(10) 福田, 田坂: "確率的フローシステムと平衡点解析", 信学誌, 66, 12, pp. 1228-1233 (昭58-12).

(11) A. Fukuda and S. Tasaka: "The equilibrium point analysis-A unified analytic tool for packet broadcast networks", Conf. Rec. GLOBECOM' 83, pp. 1133-1140 (Nov. 1983).

(12) L. Kleinrock and S. S. Lam: "Packet switching in a multiaccess broadcast channel: Performance evaluation", IEEE Trans. Commun., COM-23, 4, pp. 410-423 (April 1975).

付 録

式(18)~(23)の導出

まず式(14)を式(17)に代入し  $P_I$  について解くと, 容易に式(19)が得られる.

次に, 式(3), (14), (15)を式(11)~(13)に代入し整理すると, 次のようになる.

$$M\sigma - \sum_{k=1}^J \{n_k + K(n_k p - S_k)\} P_I \sigma$$

$$= (1-\sigma) \sum_{k=1}^J S_k P_I + H S_J P_I \sigma \quad (A.1)$$

$$f_{k+1} + S_k P_I = f_k, \quad (2 \leq k \leq J-1) \quad (A.2)$$

$$f_J = S_J P_I \quad (A.3)$$

但し,

$$f_k \triangleq n_{k-1} \sigma (1-p P_I) + \lambda (n_{k-1} p - S_{k-1}) P_I \quad (2 \leq k \leq J) \quad (A.4)$$

式(A.4)で与えられる  $f_k$  と  $f_{k+1}$  を式(A.2)に代入し, その結果に式(4), (7), (9)を用いると,

$$n_k = A n_{k-1}$$

$$= A^{k-1} n_1, \quad (2 \leq k \leq J-1) \quad (A.5)$$

すなわち, 式(21)が得られる. 但し,  $A$  は式(23)で与えられる. また, 式(A.3)より, 同様にして,  $n_J = A n_{J-1} / (1-A)$  となる. この式の  $n_{J-1}$  に式(21)を適用すれば, 式(22)となることは明らかであろう. 続いて, 式(21),

(22)を式(8)に代入し,  $n_1$  について解けば, 式(20)が得られる.

更に, 式(A.2), (A.3)の  $f_k$  に関する差分方程式を解くと,

$$f_k = \sum_{i=k}^J S_i P_I, \quad (2 \leq k \leq J) \quad (A.6)$$

となる. 上式を  $k=2$  から  $J$  まで加え合わせると,

$$\sum_{k=2}^J f_k = \sum_{k=2}^J (k-1) S_k P_I \quad (A.7)$$

が得られる. 式(A.4)を式(A.7)に代入し, その結果に式(4)を用いて整理すると, 次のようになる.

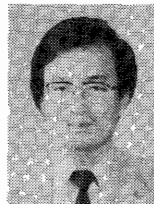
$$\sum_{k=1}^J \{n_k + K(n_k p - S_k)\} P_I \sigma$$

$$= \sum_{k=1}^J k S_k P_I - (1-\sigma) \sum_{k=1}^J S_k P_I + n_J \sigma$$

$$+ K(n_J p - S_J) P_I \sigma - S_J P_I \sigma \quad (A.8)$$

式(A.8)を式(A.1)に代入すれば, 式(18)が得られる.

(昭和60年9月30日受付)



田坂 修二

昭46名工大・工・電気卒. 昭51東大大学院博士課程了. 工博. 同年名工大情報勤務. 現在, 同大助教授. 昭59・9月より10ヶ月間, 文部省在外研究員としてカリフォルニア大学ロサンゼルス校(UCLA)に滞在. 計算機網の性能評価の研究に従事. IEEE, 情報処理学会各会員.



石川 浩

昭59名工大・工・情報卒. 現在, 同大学院修士課程在学中. 放送形パケット通信網の研究に従事.