

論文

Buffered CSMA/CDシステムにおける パケット送信方式の性能比較

正員 石川 浩^{†*} 正員 田坂 修二[†]

A Performance Comparison of Packet Transmission
Schemes in Buffered CSMA/CD Systems

Hiroshi ISHIKAWA^{†*} and Shuji TASAKA[†], Members

あらまし 本論文は、各端末が複数パケット分のバッファを持つCSMA/CD (buffered CSMA/CD) システムにおいて、二つのキャリアセンス方式 (slotted nonpersistent と slotted 1-persistent) と二つのパケット送出方式 (ゲート式と制限式)との組み合わせによって得られる四つのパケット送信方式の性能比較を行ったものである。まず、従来解析が行われていなかった slotted 1-persistent 制限式の性能を、平衡点解析の手法を用いて解析した。slotted 1-persistent ゲート式については、シミュレーションによる評価のみを行った。これらの結果と、筆者らが以前に解析した slotted nonpersistent 制限式とゲート式の結果を、比較のために用いた。新たに発生し初めて送信が行われるパケットについても、その最初の送信がランダムな遅延の後に試みられる delayed first transmission 法を用いるという条件の下で、四つの方式のスループット・平均パケット遅延トレイドオフ特性を比較した。その結果、すべてのスループット領域において、slotted nonpersistent ゲート式が最も小さな平均パケット遅延を与えることが明らかになった。

I. まえがき

ローカルエリアネットワークにおけるメディアアクセス制御プロトコルの標準の一つであるCSMA/CDの性能評価については、既に多くの研究が行われている。しかし、その大部分では、各端末は、一つのパケットの送信が完了しないうちには、次のパケットを発生できないと仮定されている。これは、各端末が1パケット分のバッファしか持っていない場合に対応する。しかし、実際には、各端末は複数パケット分のバッファを持ち、そのバッファ内でパケットの待ち行列が形成されている場合が多い。このようなシステムを buffered システムと呼ぶ。buffered システムの性能解析は、一種の多重待ち行列の解析の問題となる。この問題は、従来、ポーリングシステムなどで積極的に研究が行われてきている。しかし、CSMA/CDシステムでは、ポーリングシステムとは異なり、各端末が一つの共有チャネルにランダムアクセスするため、パケットの送信成功確率が他の待ち行列の状態に依存す

ることになる。すなわち、干渉待ち行列 (interfering queueing) の問題⁽¹⁾が生じ、これを通常の待ち行列理論の手法で厳密に解析することは困難となる。

buffered CSMA/CD (またはCSMA) システムの性能解析の研究は、文献(2)~(5)に見られた。しかし、これらの研究では、複数パケット分のバッファを持つのは一つの端末だけである⁽²⁾、システムの安定性が考慮されていない^{(3), (4)}、端末数が2の特殊な場合である⁽⁵⁾などの問題があった。すなわち、複数パケット分のバッファを持つ任意個の端末よりなるシステムの動特性 (安定性まで含めた性能) を解析した研究はなかった。そこで、筆者らは、slotted nonpersistent buffered CSMA/CDについて、このようなシステムの動特性の解析を行い、文献(6)にて報告した。文献(6)では、チャネル獲得時点でバッファ内にあるすべてのパケットを一時に送信してしまう方式 (ゲート式: gating type) と、一時に1パケットしか送信しない方式 (制限式: limiting type) との二つのパケット送出方式について検討した。こうして、nonpersistent CSMA/CDについては、一応の結果が得られた。しかし、Ethernetなど実際のネットワークで用いられている 1-persistent CSMA/CDについては、まだほ

* 名古屋工業大学工学部電気情報工学科、名古屋市
Faculty of Engineering, Nagoya Institute of Technology,
Nagoya-shi, 466 Japan
** 現在、岐阜県立土岐商業高等学校

とんど具体的な結果は得られていない状況にある。従って, buffered CSMA / CDシステムにおいて, nonpersistent 方式と 1-persistent 方式のうちのいずれを, ゲート式, 制限式のどちらと組み合わせれば最も良い性能が得られるかは, 明らかにされていない(ちなみに, Ethernet でのパケット送出方式は, 制限式に対応する)。

1-persistent 方式では, チャネルをビジーと検知したときアイドルとなるまで待つため, システムの状態に一種の記憶が生じる。この記憶が 1-persistent 方式の解析を, nonpersistent 方式と比べて複雑なものにしている⁽⁷⁾。1-persistent buffered CSMA / CDには, この記憶性に加えて, 前述の干渉待ち行列の問題もあり, その解析には特別な工夫が必要である。

本論文の目的は, 二つのキャリアセンス方式(slotted nonpersistent と slotted 1-persistent)と二つのパケット送出方式(ゲート式と制限式)の組み合わせによって得られる四つのパケット送信方式の性能の比較を行い, いかなる条件の下でどの方式が最も優れているかを明らかにすることである。そのために, まず, 2.で slotted 1-persistent buffered CSMA / CD の性能評価を行う。最初に, 文献(6)と同じく平衡点解析(Equilibrium Point Analysis : E PA)^{(9), (10)}の手法を用いて制限式の解析⁽⁸⁾を行っている。ゲート式については, E PA による理論式の導出は可能であるが, 数値計算の際に問題が生じることがあるため, 本論文ではシミュレーションのみによる評価を行っている。続いて 3. で, slotted nonpersistent buffered CSMA / CD 制限式およびゲート式の解析について, 簡単に説明している。最後に, 4. で, 以上の結果を用いて, 各パケット送信方式の相互比較を試みている。

なお, パケット送出方式として, ゲート式, 1 パケットだけ送出する制限式の他に, バッファが空になるまでパケットを送出し続ける全処理式や複数個のパケットまで送出できる制限式も考えられるが, 本論文では取り扱わない。

2. slotted 1-persistent CSMA / CD の解析

以下, slotted 1-persistent CSMA / CD プロトコル⁽¹¹⁾について考える。このプロトコルと文献(6)で検討した nonpersistent プロトコルとの違いは, 端末がチャネルをビジーと検知した後に取る動作にある。すなわち, 1-persistent プロトコルでは, 検知結果がビジー

のときには, アイドルになるのを待ち, アイドルとなった時点でパケットの送信を開始する。

2.1 制限式のモデル化

本節では, 制限式のシステムのマルコフモデルを構成する。モデル化のために次の仮定をおく。

(A1) 任意の二つの端末間の伝搬遅延は一定とし, これを τ 秒とする。

(A2) チャネルは, 長さ T 秒の(小)スロットに分割されている。

(A3) パケットの誤りは, 互いの衝突によってのみ起こるものとし, 他の誤りは, 無視する。

(A4) システムは M 個の端末を持ち, 各端末は J パケット分のバッファを持っている。

(A5) パケットの長さは一定とし, その伝送時間を T 秒とする。ここで, T はチャネルの伝搬遅延 τ の整数倍であるとし, T をスロット単位に換算すると次式のようになる。

$$H \triangleq T / \tau = 1/a \quad (1)$$

$$\text{但し, } a \triangleq \tau / T \quad (2)$$

(A6) 各端末は, スロット当たり確率 σ でパケットを発生する(パケットの発生は, スロットの終了時点において起こるものとする)。発生したパケットは, バッファに余裕があれば格納されて先着順に並んだバッファ内待ち行列に加わる。パケットが発生したとき, バッファが空であってもパケットの传送はすぐには行わず, ランダムな遅延の後に使う。この方法を DFT (delayed first transmission) 法⁽¹²⁾という(仮定(A10)参照)。また, パケットが発生したときバッファが一杯であるなら, そのパケットは捨てられる。

(A7) バッファ内パケットは先着順に処理される。すなわち, 待ち行列の先頭のパケットが正しく送信されるまでは, 次のパケットの送信は行われない。

(A8) $\sigma \ll 1$ とする。

(A9) チャネルの検知は瞬時に行われる。

(A10) バッファ内にパケットを持つ端末は, スロットごとに独立に確率 p で, スロットの開始時点でチャネルを検知する。検知結果がアイドルであるならば, 待ち行列の先頭のパケットを直ちに送信する。一方, ビジーならば, チャネルがアイドルとなった時点で確率 1 でパケットの送信を開始する(1-persistent 方式)。

(A11) 一つのパケットの送信に成功すると, そのパケットのみを出して送信を終了する(制限式)。そのパケットは送信終了後直ちにバッファから消去される。

(A12) パケットの送信に失敗した場合には、送信を開始してから K スロット後に、その衝突に含まれるすべての端末が送信を中止する。

(A13) 送信に失敗した端末は、送信を中止した次のスロットから、スロットごとに独立に確率 p でチャネルの検知を行う。

(A14) $J \geq 3$ とする。

仮定(A14)は議論を簡単にするためのもので、 $J = 1, 2$ の場合のモデルは $J \geq 3$ の場合のモデルと若干異なっているが、本論文と同様にして解析できる。

仮定(A1)～(A14)の下で構成される正確なモデルは、EPAを用いても解析が困難である。そこで本節では、文献(6)と同様な考え方によって、解析が容易な近似モデルを構成する。すなわち、成功伝送期間と失敗伝送期間における新パケットの発生に関して次の仮定をおく。

(A15) 一つの成功伝送期間〔長さ $(H+1)$ スロット〕と失敗伝送期間〔長さ $(K+1)$ スロット〕において、その伝送期間を生じた各端末は、それぞれ確率 α 、 λ で1個のパケットを発生し、2個以上のパケットを発生することはないものとする。但し、

$$\alpha \triangleq (H+1) \sigma \quad (3)$$

$$\lambda \triangleq (K+1) \sigma \quad (4)$$

更に、パケットの発生は、成功または失敗伝送期間が終了した瞬間であるとする。

本論文では、 $\sigma \ll 1$ としているので〔仮定(A8)〕、仮定(A15)による誤差は小さい。

これらの条件の下で、EPAの手順に従い、システムモデルを構成すると、図1の近似モデルが得られる。図1において、四角の箱は各端末が取り得る状態を示しており、モード(mode)と呼ばれる。各端末は、図1のモードのいずれか一つにあり、スロットごとに遷移する。モードの遷移はスロットの終了時点において起こるものとし、各スロットの開始時点に着目してモデルを構成している。

図1における各モードの意味は次のとおりである。まず、Tモードは、端末がパケットを持っていない状態である。 TR_k ($1 \leq k \leq J$) モードは、端末が k 個のパケットを持ち、パケットの送信を待っている状態である。このモードにある端末は、スロット当たり確率 p でチャネルを検知する。 TR_k ($1 \leq k \leq J-1$) モードにある端末がチャネルを検知しないときは、新パケッ

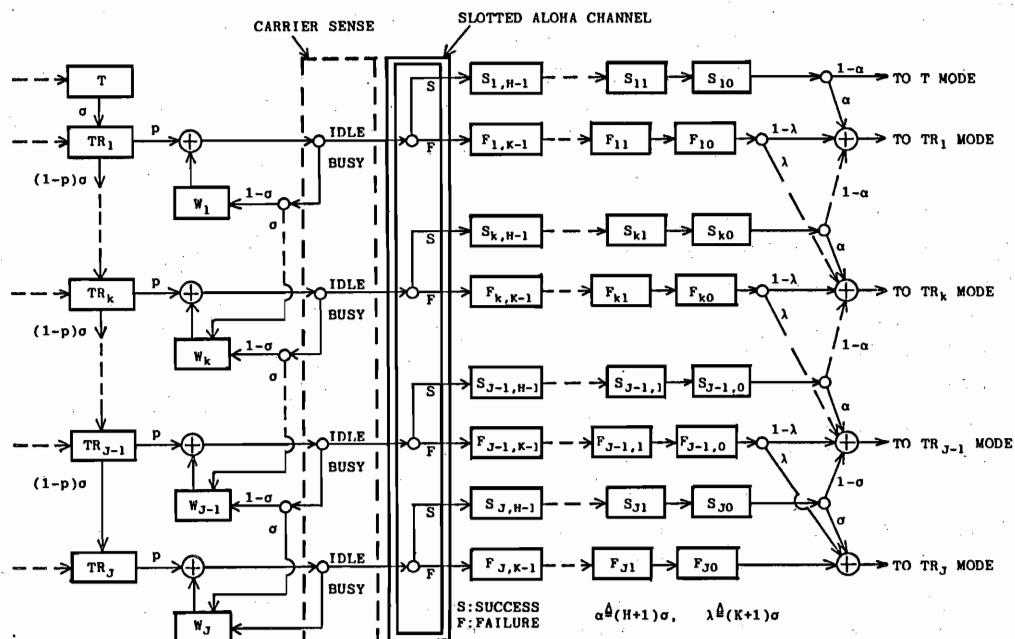


図1 slotted 1-persistent buffered CSMA/CDシステム(制限式)の近似モデル
Fig. 1 An approximate model of a slotted 1-persistent buffered CSMA/CD system (limiting type).

トを発生すれば次のスロットで TR_{k+1} モードに入る。 W_k ($1 \leq k \leq J$) モードは、 k 個のパケットを持つ端末がチャネルをビジーと検知しアイドルになるのを待っている状態である。このモードにある端末は、次のスロットで確率 1 でチャネルを検知する。 TR_k モードと W_k モード ($1 \leq k \leq J-1$) にある端末は、チャネルをビジーと検知したとき、新パケットが発生すると次のスロットで W_{k+1} モードに遷移し、新パケットが発生しなければ W_k モードに遷移する。 TR_j と W_j モードにある端末は、既にバッファが一杯である。従って、チャネルをビジーと検知したときには、必ず W_j モードに入る。

一方、 TR_k モードと W_k モード ($1 \leq k \leq J$) の端末がチャネルをアイドルと検知したときは直ちにパケットを送信し、成功すれば $S_{k,H-1}$ モードに、失敗すれば $F_{k,K-1}$ モードに遷移する。 S_{ki} ($1 \leq k \leq J, 1 \leq i \leq H-1$) モードは、パケットの送信に成功し、 i スロット後にその送信を完了する状態である。一方、 F_{kj} ($1 \leq k \leq J, 1 \leq j \leq K-1$) モードはパケットの送信に失敗し、 j スロット後にその送信を中止する状態である。 S_{ki}, F_{kj} ($1 \leq k \leq J, 1 \leq i \leq H-1, 1 \leq j \leq K-1$) モードに関する詳しい説明は、文献(6)を参照されたい。

図 1 における S_{k0} および F_{k0} ($1 \leq k \leq J-1$) モードからの遷移は、仮定 (A15) より明らかであろう。但し、 S_{j0} および F_{j0} モードに関しては、その遷移は S_{k0} および F_{k0} ($1 \leq k \leq J-1$) モードとは異なっている。 $S_{J,H-1}$ から S_{J1} モードを通過する端末はバッファが一杯であり、 S_{j0} モードに入った瞬時に送信完了のパケットが消去される。従って、その端末は、 S_{j0} モードにある 1 スロットの間だけ新パケットの発生が可能となる。すなわち、確率 σ で TR_j モードに遷移する。一方、 F_{j0} モードにある端末は、バッファが一杯であるので、確率 1 で TR_j モードに遷移する。

2.2 制限式の平衡点解析

図 1 のモデルにおいて、 $TR_k, W_k, S_{ki}, F_{kj}$ ($1 \leq k \leq J, 0 \leq i \leq H-1, 0 \leq j \leq K-1$) モードにある端末数を、それぞれ n_k, l_k, m_{ki}, x_{kj} とする (m_k は 0 または 1 となることに注意されたい)。このとき、状態ベクトル n は ($n_k, l_k, m_{ki}, x_{kj} : 1 \leq k \leq J, 0 \leq i \leq H-1, 0 \leq j \leq K-1$) は既約な有限状態マルコフ連鎖となる。このマルコフ連鎖に平衡点解析 (EPA) を適用する。EPA では、システムは常に平衡点に留まっていると仮定する。平衡点は、すべてのモードにおける 1 スロット当りの平均増加端末数が 0 となる点として定義される。すべてのモードにこの条件を適用すると、その解が平衡点となるような連立方程式が得られる。EPA の原理や適用例について、更に詳しくは文献[10]を参照されたい。

図 1 のモデルに対する平衡点方程式は次のようになる(付録 1 参照)。

$$s_1 = G e^{-G} \quad (5)$$

$$f_1 = 1 - e^{-G} - s_1 \quad (6)$$

$$s_2 = (H+1) G e^{-(H+1)G} \quad (7)$$

$$f_2 = 1 - e^{-(H+1)G} - s_2 \quad (8)$$

$$s_3 = (K+1) G e^{-(K+1)G} \quad (9)$$

$$f_3 = 1 - e^{-(K+1)G} - s_3 \quad (10)$$

$$M\sigma - P_S = [n_J + l_J + (H-1)P_{SJ} + K\{P_I(n_J p + l_J) - P_{SJ}\}] \sigma \quad (11)$$

$$P_F = \frac{f_1(1-s_2)}{\{1+(K+1)f_1-f_3\}\{1+(H+1)s_1-s_2\}} * \quad *$$

$$+ \frac{s_1 f_2}{-\{(K+1)s_1-s_3\}\{(H+1)f_1-f_2\}} \quad (12)$$

$$P_S = \frac{s_1 - P_F\{(K+1)s_1 - s_3\}}{1 + (H+1)s_1 - s_2} \quad (13)$$

$$P_I = 1 - HP_S - KP_F \quad (14)$$

$$a_1 = 1 \quad (15)$$

$$a_k = (c_k/p - Aa_{k-1})/B, \quad (2 \leq k \leq J-1) \quad (16)$$

$$a_J = (c_J/p - Aa_{J-1})/(A+B) \quad (17)$$

$$b_1 = (1-\sigma)(1-P_I)p a_1 / \{1 - (1-\sigma)(1-P_I)\} \quad (18)$$

$$b_k = \frac{(1-P_I)\{(1-\sigma)p a_k + \sigma(b_{k-1} + p a_{k-1})\}}{1 - (1-\sigma)(1-P_I)}, \quad (2 \leq k \leq J-1) \quad (19)$$

$$b_J = (1-P_I)\{p a_J + \sigma(b_{J-1} + p a_{J-1})\}/P_I \quad (20)$$

$$c_1 = B p a_1 \quad (21)$$

$$c_k = \{(1+KpP_I)\sigma a_{k-1} + (1+KP_I)\sigma b_{k-1} - \lambda c_{k-1}\} / (1-\sigma), \quad (2 \leq k \leq J-1) \quad (22)$$

$$c_J = \{(1+KpP_I)\sigma a_{J-1} + (1+KP_I)\sigma b_{J-1} - \lambda c_{J-1}\} / (1-\sigma) \quad (23)$$

$$n_1 = G / \left(p \sum_{k=1}^J a_k \right) \quad (24)$$

$$n_k = a_k n_1, \quad (1 \leq k \leq J) \quad (25)$$

$$l_k = b_k n_1, \quad (1 \leq k \leq J) \quad (26)$$

$$P_{Sk} = c_k n_1, \quad (1 \leq k \leq J) \quad (27)$$

但し、

$$A \triangleq (P_I - P_S - P_F)\sigma e^{-G} + P_S \sigma (H+1)e^{-(H+1)G} + P_F \lambda (K+1) e^{-(K+1)G} \quad (28)$$

$$B \triangleq (P_I - P_S - P_F)(1-\sigma)e^{-G}$$

$$+ P_S(1-\alpha)(H+1)e^{-(H+1)G} \\ + P_F(1-\lambda)(K+1)e^{-(K+1)G} \quad (29)$$

連立方程式(5)～(29)において、解の存在が可能になるように、各変数（整数値）を実数化して考える。その結果得られる実数解が平衡点 $n_e \triangleq (n_{ke}, l_{ke}, m_{ke}, x_{ke})$ である。

式(5)～(29)は、 $Y \triangleq e^{-G}$ （従って G ）に関して解くことができる。 $0 \leq Y \leq 1$ であるので区間 $[0, 1]$ 内で解を搜せばよい。解法の手順の概要は次のとおりである。

- 1) $i = 0$; $Y^{(0)} = 1$ （従って $G = 0$ ）
- 2) 式(5)～(10)を計算する。
- 3) 式(12)～(14)より P_F, P_S, P_I を計算する。
- 4) 式(28), (29)より A, B を計算する。
- 5) 式(15)～(23)より $a_1 \sim a_J, b_1 \sim b_J, c_1 \sim c_J$ を計算する。
- 6) 式(24)～(26)より $n_1 \sim n_J, l_1 \sim l_J$ を計算する。
- 7) 式(27)より $P_{S1} \sim P_{SJ}$ を計算する。
- 8) 式(11)の両辺を計算する。その差が十分小さな許容値以下であれば、平衡点が求められたものとする。
- 9) $i = i + 1$; $Y^{(i)} = Y^{(i-1)} - \epsilon$, 但し, ϵ は十分小さな正数。
- 10) $Y^{(i)} \leq 0$ ならば、計算終了。さもなくば、2) へ行く。

こうして求められた e^{-G} の値に対応して平衡点 n_e が求められる。その解が 1 個であればシステムは安定であり、2 個以上あれば不安定であるという^{(9), (10)}。

スループット (throughput) \bar{S} を、1 パケット伝送時間当たり正しく伝送される平均パケット数と定義し、平均パケット遅延 (average packet delay) D を、パケットが発生してからそのパケットを正しく送信し終えるまでの平均時間と定義すると、 \bar{S} と D は次式で与えられる（付録2.参照）。

$$\bar{S} = HP_S \quad (30)$$

$$D = \bar{I} / \bar{S} \quad [\text{単位: パケット伝送時間}] \quad (31)$$

但し、

$$\bar{I} = \sum_{k=1}^J k z_k \quad (32)$$

$$z_k = n_k + l_k + K \{ P_I(n_k p + l_k) - P_{Sk} \} \\ + (H-1) P_{Sk} + P_{Sk+1}, \quad (1 \leq k \leq J-1) \quad (33)$$

$$z_J = n_J + l_J + K \{ P_I(n_J p + l_J) - P_{SJ} \} \\ + (H-1) P_{SJ} \quad (34)$$

$$z_0 = M - \sum_{k=1}^J z_k \quad (35)$$

更に、任意の一つの端末のバッファ内パケット数を表す不規則変数を N とし、確率 $\pi_k \triangleq \Pr[N=k]$ を z_k / M で近似する。すなわち、

$$\pi_k = z_k / M, \quad (0 \leq k \leq J) \quad (36)$$

なお、以上得られた結果において、 $K=H$ とおくとCSMAに対する理論式が得られることは明らかである。

2.3 制限式の数値例

本節では、前節で得られた制限式システムの解析結果の精度をシミュレーションによって調べる。ここでは、文献(6)と同じく、 $M=100, M\sigma=0.035, a=1/H=0.05, K=1$ とする。これは入力率 $M\sigma H=0.70$ を意味し、CSMA/CDの通常の使用環境から考えれば大きなものである。しかし、バッファサイズが問題となるのは、一時的にせよ負荷が増えたときである。従って、ある程度大きな入力率について検討しておくことが必要である。バッファ数 J については、 $J=1, 8, 32$ の 3 通りの場合を考える。また、シミュレーション時間は、いずれの場合も 10000 パケット伝送時間分(10000T)とする。本論文の他の数値結果においても、シミュレーション時間はすべて 10000T としている。なお、理論結果とシミュレーション結果についての考察は、文献(6)と同様にできるので、本節では簡単にしか記述していない。これらの結果の解釈の仕方について、詳しくは文献(6)を参照されたい。

まず、 p に対するスループットおよび平均パケット遅延特性を図2に示す。図2には、文献(6)と同様の方法で、理論値とシミュレーション結果の両方が示してある。すなわち、理論値は、システムが安定なときは実線で示されており、不安定（ここでは双安定）な場合には実線と破線の両方で示されている。双安定の場合の実線は、スループットが最小となる局所安定平衡点に対する値であり、破線はスループットが最大となるそれに対する値を表している。シミュレーション結果では、黒く塗りつぶしてある方が、初期状態においてすべての端末のバッファが一杯である場合、塗りつぶしてない方は空の場合を意味する。なお、シミュレーションは、仮定(A1)～(A13)の下で行われ、仮定(A15)は使わなかった。

図2において、 $J=1$ の場合には、 $p=0.040$ より大きい p の領域でシステムは双安定になっている。また、 $J=8, 32$ の場合には、それぞれ $p=0.0175, p=0.0135$ より大きい領域でシステムは双安定になっている。理論値とシミュレーション値は全般によく一致している。

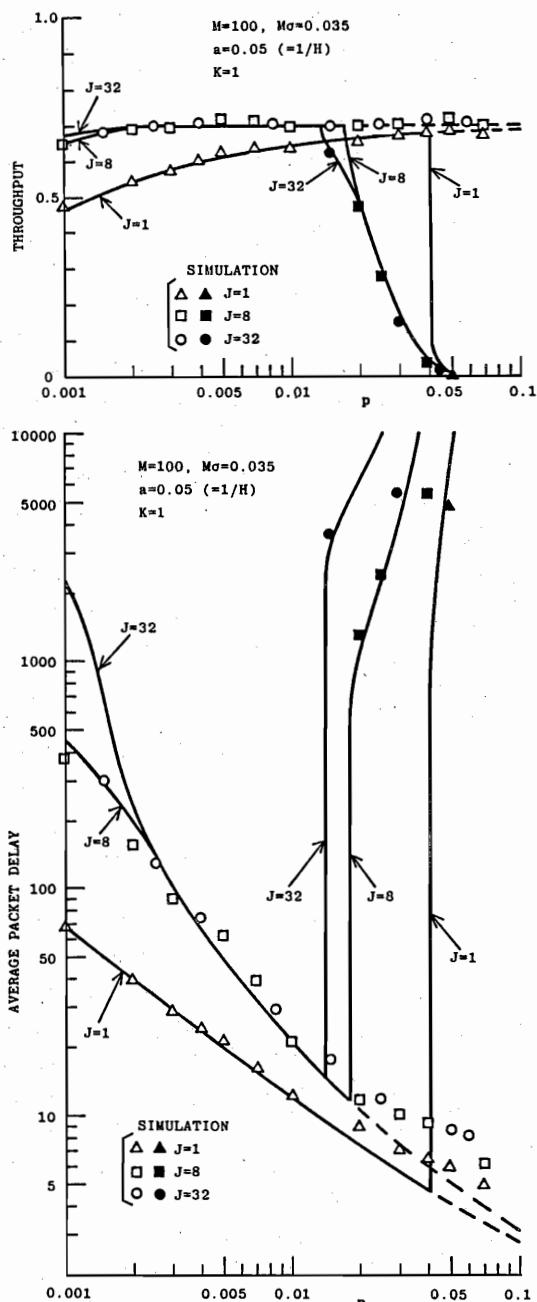


図 2 slotted 1-persistent buffered CSMA/CD (制限式)のスループットおよび平均パケット遅延特性とスケジュール確率 p との関係

Fig. 2 Throughput and average packet delay versus p for slotted 1-persistent buffered CSMA/CD (limiting type).

表 1 slotted 1-persistent CSMA/CD (制限式)のバッファ内パケット数の確率分布 $\{\pi_k\}$

($M\sigma=0.035$, $M=100$, $J=8$, $\alpha=0.05$, $K=1$, $p=0.010$)

k	理論値	シミュレーション
0	0.867	0.873
1	0.116	0.110
2	0.147×10^{-1}	0.145×10^{-1}
3	0.186×10^{-2}	0.230×10^{-2}
4	0.236×10^{-3}	0.202×10^{-3}
5	0.298×10^{-4}	0.445×10^{-5}
6	0.377×10^{-5}	0.000
7	0.478×10^{-6}	0.000
8	0.600×10^{-7}	0.000

表 2 slotted 1-persistent CSMA/CD (制限式)のバッファ内パケット数の確率分布 $\{\pi_k\}$

($M\sigma=0.035$, $M=100$, $J=8$, $\alpha=0.05$, $K=1$, $p=0.0010$)

k	理論値	シミュレーション
0	0.184	0.237
1	0.160	0.192
2	0.139	0.147
3	0.120	0.117
4	0.103	0.861×10^{-1}
5	0.899×10^{-1}	0.674×10^{-1}
6	0.778×10^{-1}	0.615×10^{-1}
7	0.674×10^{-1}	0.506×10^{-1}
8	0.577×10^{-1}	0.408×10^{-1}

また、システムの安定性に関する解析結果も、文献(6)と同様の議論によって十分正確であることが分かる。

更に、表 1, 2 に、 $J=8$ の場合の一つの末端におけるバッファ内パケット数の確率分布 $\{\pi_k : k=0, 1, \dots, 8\}$ の理論値とシミュレーション結果を示しておく。

2.4 ゲート式

以上、制限式について検討したが、ゲート式についても同様にして解析できる。ゲート式に対するモデルは、図 1 のモデルにおいて、単に $S_{k,H-1} \sim S_{k0}$ モード ($1 \leq k \leq J$) を $S_{k,H-1} \sim S_{k0}$ モードで置き換える、 S_{k0} モードからの遷移確率 α を

$$\alpha_k = \begin{cases} (kH+1)\sigma, & 1 \leq k \leq J-1 \\ (J-1)H+1\sigma, & k=J \end{cases} \quad (37)$$

で置き換えたものとなる。これは、 k 個のパケットが連続して送信されることに対応している。このモデルに対する平衡点方程式も、制限式の場合と同様にして求められる（結果の式は長くなるので、ここでは省略する）。しかしながら、ゲート式に対する平衡点方程式の数値解法は、制限式のそれに比べて格段に難しくなる。制限式の場合には、2.2 で述べたように、 e^{-C}

に関して解くことができ、従って解のサーチは1次元となる。それに対し、ゲート式の場合には4次元サーチが必要となる。その結果、ゲート式の数値計算に際しては、しばしばアンダフローが生じ解を得ることができなくなる。そこで、本論文では、ゲート式についてはシミュレーションのみによる評価を行った。シミュレーションは、制限式と同じく、仮定(A1)～(A13)の下で行われた。但し、仮定(A11)の前半は、ゲート式になるように変更された。

3. slotted nonpersistent CSMA/CDについて

nonpersistent制限式、同ゲート式のモデルは、それぞれ、1-persistent制限式、同ゲート式のモデルにおいて、 \mathcal{W}_k ($1 \leq k \leq J$)モードを除去し、 \mathcal{W}_k モードへの入力はすべて TR_k モードに入るよう変更することによって得られる。このように、nonpersistent方式では \mathcal{W}_k モードが存在しないため、モデルの解析は1-persistent方式よりもずっと容易になる。更に、平衡点方程式の数値計算もnonpersistent方式の方が簡単になり、その解のサーチは制限式で1次元、ゲート式で2次元となるだけである。

nonpersistent制限式の解析は文献[10], [13]で行われており、同ゲート式は文献[6]で取り扱われている。これらの解析の前提となる仮定は、キャリアセンス方式に関する仮定以外は、1-persistent方式のものと全く同じである。従って、本論文で比較するnonpersistent制限式、同ゲート式、1-persistent制限式、同ゲート式の間のシステム性能の差は、キャリアセンス方式とパケット送出方式の組合せの違いにのみ起因することになる。すなわち、次章における4方式の性能比較は、公平な条件の下で行われている。

4. 性能比較

本章では、以上の結果を用いて、四つのパケット送信方式の性能比較を行う。ここでは、 $M = 100$, $a = 1/H = 0.05$, $K = 1$, $J = 8$ なるシステムを考える。

図3に四つの方式のスループット・平均パケット遅延トレードオフ特性を示す。図3には、理論値とシミュレーション結果の両方が示されている。但し、前述のように1-persistentゲート式については、シミュレーション結果のみとなっている。また、図3においてスケジュール確率 p は、入力率に対して最適な値を選んである。

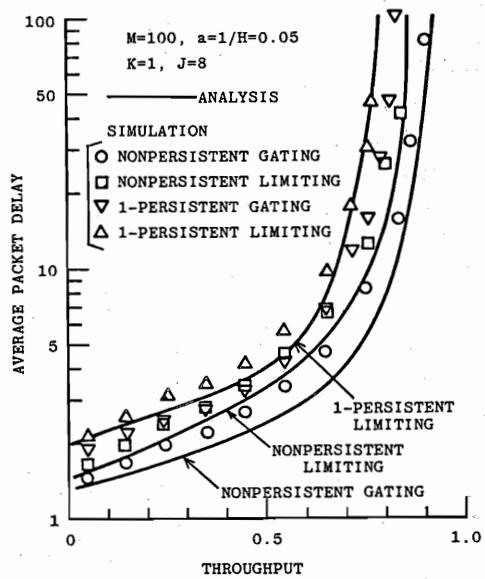


図3 buffered CSMA/CDのスループット・平均パケット遅延トレードオフ特性

Fig. 3 Throughput-average packet delay tradeoff for buffered CSMA/CD.

まず、解析結果が得られている三つのパケット送信方式を比較すると、すべてのスループット領域において、nonpersistentゲート式の平均パケット遅延が最も小さく、以下、nonpersistent制限式、1-persistent制限式の順となっている。nonpersistent方式については、文献[6]でゲート式の方が制限式より小さな遅延を与えることが既に示されている。また、ゲート式は制限式に比べて最大スループットが大きいことが分かる。これは、成功伝送期間とチャネル伝搬遅延との比が二つの方式では異なるためである。制限式の場合には一時に1パケットしか送信しないので、チャネルの負荷に関係なく成功伝送期間とチャネル伝搬遅延の比は H となる。一方、ゲート式において、チャネルの負荷が高くなったときには、多くのパケットが連続して送信される。今、 k 個のパケットが連続して送信されたとすると、その成功伝送期間とチャネル伝搬遅延との比は kH となる。従って、ゲート式の最大スループットに關しては、 H が大きくなったときと同じ効果が得られる。1-persistent方式についても同様のことが成り立つのがシミュレーション結果より分かる。

続いて、シミュレーション結果しか得られていない1-persistentゲート式について調べよう。この方式の

性能は、図3より分かるように、nonpersistent制限式のそれと近いものになっている。中程度のスループットの領域で、1-persistentゲート式の平均パケット遅延がnonpersistent制限式のそれよりもわずかに小さくなっているが、他のスループット領域では逆転している。しかし、いずれにせよその差は小さい。但し、最大スループットについてはnonpersistent制限式の方が大きくなっている。

ところで、これまでに、各端末が1パケット分のバッファしか持たないCSMA/CD(unbuffered CSMA/CD)システムにおいては、低いスループット領域では、1-persistent方式の方がnonpersistent方式よりも小さな平均パケット遅延を与えることが示されている〔例えれば、文献(4)〕。このことは、動作原理からも容易に理解できる。しかし、図3はこれとは異なった結果を示している。その理由は、本論文では、解析の簡単のためにDETF法を用いているためである〔仮定(A6)〕。すなわち、本論文では、新たに発生し初めて送信されるパケットでも、その最初の送信は平均 $1/p$ スロットのランダム遅延の後に試みられる。図3での p は、与えられた α に対し、システムが安定であり且つ平均パケット遅延が最小になるような値(最適値)が選ばれている。同一の α に対しては、nonpersistent方式における p の最適値は、1-persistent方式のそれよりも大きくなる。このため、DETF法による初期遅延 $1/p$ は、nonpersistent方式の方が小さくなるので、図3のような結果となる。

従って、DETF法の代りに、新たに発生したパケットは待ち行列の先頭にくると直ちに送信されるIFT(Immediate First Transmission)法¹²を用いれば、低スループット領域では、buffered CSMA/CDにおいても1-persistent方式の方が良い性能を示すことが予想される。事実、buffered CSMA/CDといえども、低スループット領域では、1パケット分のバッファがあれば十分なことが多いので、この領域では、従来のunbuffered CSMA/CDの解析結果がそのまま利用できるものと考えられる。全般に、IFT法はDETF法よりも小さな最大スループットを持つが、平均パケット遅延に関しては、わずかに小さな値を与える¹³。この遅延の差は小さいので、IFT法を用いることによって、中・高スループット域において、本論文の四つのパケット送信方式の相互の関係が大きく変化する可能性は小さいものと思われる。このことは、今後検討を要する問題である。

なお、本章では、 $J = 8$ の場合のみを検討した。筆者らは、更に、 $J = 32$ の場合についても同様の検討を行ったが、四つのパケット送信方式の相互の関係はほとんど同じであった。

5. むすび

本論文では、二つのキャリアセンス方式(nonpersistentと1-persistent)と二つのパケット送出方式(ゲート式と制限式)の組み合わせによって得られる四つのパケット送信方式の性能の比較を行った。これに先立ち、以前に解析が行われていなかったslotted 1-persistent buffered CSMA/CD(制限式)の性能解析を、EPAを用いて行った。

この結果、すべてのスループット領域において、nonpersistentゲート式、nonpersistent制限式、1-persistent制限式の順で平均パケット遅延が小さいことが明らかになった。また、1-persistentゲート式は、スループットが中くらいの領域ではnonpersistent制限式よりもわずかに小さな平均パケット遅延を与え、それ以外のスループット領域では、nonpersistent制限式の方が優れていることも分かった。但し、以上の結果は、DETF法を用いるという条件の下で得られたものであることに注意する必要がある。IFT法を用いると、低スループット域では、1-persistent方式の方が良い性能を示すことが予想される。IFT法を用いた場合の性能解析および比較は、今後の検討課題である。

謝辞 日頃御討論頂く本学高橋健一助手に感謝する。なお、本研究は、一部、昭和61年度文部省科学研究費補助金一般研究(C)(課題番号61550240)による。

文 献

- (1) L. Kleinrock and Y. Yemini : "Interfering queueing processes in packet-switched broadcast communication", Proceedings of IFIP Congress 80, pp. 557-562, Tokyo, Japan and Melbourne, Australia (Oct. 1980).
- (2) E. Coyle and B. Liu : "Calculation of the stability characteristics and buffer requirements of asynchronous CSMA/CD networks", Conf. Rec. ITC'82, pp. 7F.1.1-7F.1.5, Philadelphia, PA (June 1982).
- (3) J. Silvester and I. Lee : "Performance modeling of buffered CSMA-An iterative approach", Conf. Rec. GLOBECOM'82, pp. 1195-1199, Miami, FL (Nov. 1982).
- (4) H. Takagi and L. Kleinrock : "Diffusion process approximation for the queueing delay in contention packet broadcasting systems", Proc. IFIP WG 7.3/TC 6 2nd Int. Symp.

- Performance of Computer-Communication Systems, pp. 111-124, North-Holland (March 1984).
- (5) H. Takagi and L. Kleinrock : "Mean packet queueing delay in a buffered two-user CSMA/CD system", IEEE Trans. Commun., COM-33, 10, pp. 1136-1139 (Oct. 1985).
 - (6) 田坂, 石川 : "Buffered CSMA/CDシステムの特性解析", 信学論(B), J69-B, 3, pp. 217-227 (昭61-03).
 - (7) 石橋, 田坂 : "1-persistent CSMA/CDプロトコルの平衡点解析", 信学技報, CS83-35 (1983).
 - (8) 石川, 田坂 : "Buffered 1-persistent CSMA/CDシステムの特性解析:制限式", 昭61信学総全大, 1843.
 - (9) 福田, 田坂 : "確率的フローシステムと平衡点解析", 信学誌, 66, 12, pp. 1228-1233 (昭58-12).
 - (10) S. Tasaka : "Performance Analysis of Multiple Access Protocols" (Computer Systems Series, Research Reports and Notes), Cambridge, MA : The MIT Press (1986).
 - (11) F. A. Tobagi and V. B. Hunt : "Performance analysis of carrier sense multiple access with collision detection", Computer Networks, 4, pp. 245-259 (Oct./Nov. 1980).
 - (12) F. A. Tobagi : "Analysis of a two-hop centralized packet radio network-Part 1: Slotted ALOHA", IEEE Trans. Commun., COM-28, 2, pp. 196-207 (Feb. 1980).
 - (13) 田坂, 藤原 : "パッファリング機能を持つCSMA-CDシステムの特性解析", 昭58信学情報・システム全大, 335.
 - (14) 石橋 豊 : "放送形パケット通信網における多元接続プロトコルの特性解析", 昭和57年度名古屋工業大学大学院修士論文.

付 錄

1. 式(5)～(29)の導出

以下の解析においては、システムは定常状態にあるものとする。まず、あるスロットの開始時点においてシステムが状態 n にあるとき、 k 個のパケットを持つ端末がパケットの送信に成功する確率(すなわち、成功する端末の平均個数)を $P_{Sk}(n)$ ($1 \leq k \leq J$)、パケットを持っている端末が送信に失敗する確率を $P_F(n)$ と置く。また、チャネルがアイドルであれば 1, ビジーならば 0 となる関数を考え、これを $P_I(n)$ で表す。このとき、各モードにおける増加端末数の条件付期待値を求めて 0 と置き、独立式をまとめると次のようになる。但し、各式の左辺は流出する平均端末数、右辺は流入する平均端末数を表している。

$$\left\{ M - \sum_{k=1}^J \left(n_k + l_k + \sum_{i=0}^{H-1} m_{ki} + \sum_{j=0}^{K-1} x_{kj} \right) \right\} \sigma$$

$$= (1 - \sigma) m_{10} \quad (A \cdot 1)$$

$$n_k p + n_k (1-p) \sigma$$

$$= n_{k-1} (1-p) \sigma + \lambda x_{k-1,0} + \alpha m_{k0} + (1-\lambda) x_{k0} \\ + (1-\alpha) m_{k+1,0}, (2 \leq k \leq J-2) \quad (A \cdot 2)$$

$$n_{J-1} p + n_{J-1} (1-p) \sigma$$

$$= n_{J-2} (1-p) \sigma + \lambda x_{J-2,0} + \alpha m_{J-1,0} \\ + (1-\lambda) x_{J-1,0} + (1-\sigma) m_{J,0} \quad (A \cdot 3)$$

$$n_J p = n_{J-1} (1-p) \sigma + \lambda x_{J-1,0} + \alpha m_{J,0} + x_{J,0} \quad (A \cdot 4)$$

$$(A \cdot 4)$$

$$l_1 = (1-\sigma) \{1-P_I(n)\} (l_1 + n_1 p) \quad (A \cdot 5)$$

$$l_k = (1-\sigma) \{1-P_I(n)\} (l_k + n_k p)$$

$$+ \sigma \{1-P_I(n)\} (l_{k-1} + n_{k-1} p),$$

$$(2 \leq k \leq J-1) \quad (A \cdot 6)$$

$$l_J = (1-P_I(n)) (l_J + n_J p)$$

$$+ \sigma \{1-P_I(n)\} (l_{J-1} + n_{J-1} p) \quad (A \cdot 7)$$

$$m_{k0} = m_{k1} = \dots = m_{k,H-1} = P_{Sk}(n), (1 \leq k \leq J) \quad (A \cdot 8)$$

$$(A \cdot 8)$$

$$x_{k0} = x_{k1} = \dots = x_{k,K-1} = (n_k p + l_k) P_I(n) - P_{Sk}(n), \\ (1 \leq k \leq J) \quad (A \cdot 9)$$

上式においても、文献(6)と同様に、状態 n でチャネルがアイドルならば、 $\{1-P_I(n)\}$ を含む項は 0 となり、ビジーならば $P_I(n)$ を含む項が 0 となることに注意されたい。

式(A・1)～(A・9)を解くためには、 $P_I(n)$ と $P_{Sk}(n)$ ($1 \leq k \leq J$) の関係式を与えることが必要である。そこで、以下では、システムが平衡点 $n_e \triangleq (n_{ke}, l_{ke}, m_{ke}, x_{ke})$ にあるとして $P_I(n_e)$ と $P_{Sk}(n_e)$ ($1 \leq k \leq J$) を求める。平衡点解析では、一つの不規則変数の期待値は、その不規則変数の平衡点における値で近似される。従って、 $P_I(n_e) = E[P_I(n)]$ となり、更に、 $P_I(n)$ の定義より $E[P_I(n)] = P_r[P_I(n)=1]$ となるので、 $P_I(n_e) = P_r[P_I(n)=1]$ と近似する。すなわち、 $P_I(n_e)$ を、スロットの開始時点においてチャネルがアイドルである確率で近似する。あるスロットの開始時点においてチャネルがアイドルであるのは、 S_{ki} ($1 \leq k \leq J, 0 \leq i \leq H-1$) および F_{kj} ($1 \leq k \leq J, 0 \leq j \leq K-1$) モードに一つの端末も存在しないときである。 S_{ki} ($1 \leq k \leq J, 0 \leq i \leq H-1$) および F_{kj} ($1 \leq k \leq J, 0 \leq j \leq K-1$) モードに端末が存在する確率は、文献(6)と同様の考え方によって、それぞれ $P_{Sk}(n_e)$, $P_F(n_e)$ とみなせる。このことから、 $P_I(n_e)$ は次のように表される。

$$P_I(n_e) = 1 - HP_S(n_e) - KP_F(n_e) \quad (A \cdot 10)$$

但し、

$$P_S(n) \triangleq \sum_{k=1}^J P_{Sk}(n) \quad (\text{A-11})$$

なお、上式では、記述の簡単のため平衡点を表す添字 e は省略してある。以下においても、特に誤解の恐れがない限り、添字 e は省略する。

次に、 $P_S(n)$ と $P_F(n)$ とを求めるために、伝送期間(transmission period:以下、TPと略す)の生起の仕方について考えてみる。これには、次の3通りの場合がある。

(1) アイドル期間(idle period:以下、IPと略す)の後に生じる。但し、長さが0のIPは含まない。

(2) 成功伝送期間(successful transmission period:以下、S TPと略す)の終了直後に生じる。

(3) 失敗伝送期間(unsuccessful transmission period:以下、UTPと略す)の終了直後に生じる。

これら3通りの場合のTPが生じる条件付確率を求める際には、各々の場合にランダムアクセスする端末の平均個数が異なるので注意を要する。これは、一つのTPの間にチャネルを検知した端末がパケット送信のために W_k ($1 \leq k \leq J$)モードで待機しているためである。

S TPおよびUTPがIPの後に生じる条件付確率を、それぞれ $s_1(n)$, $f_1(n)$ と置く。また、それらがS TPの終了直後に生じる条件付確率をそれぞれ $s_2(n)$, $f_2(n)$, UTPの終了直後のものをそれぞれ $s_3(n)$, $f_3(n)$ とする。これらの条件付確率を求めるために、1スロット当りに TR_k ($1 \leq k \leq J$)モードを出る端末数が平均 $n_k p$ のポアソン分布に従うと近似する。このとき、S TPの終了直後に TR_k または W_k モードよりランダムアクセスする端末数は、S TPの長さが $(H+1)$ であるので、平均 $(H+1)n_k p$ のポアソン分布に従う。一方、UTPの終了直後のそれは、平均 $(K+1)n_k p$ のポアソン分布に従う。そこで、

$$G \triangleq \sum_{k=1}^J n_k p \quad (\text{A-12})$$

と定義すると、以上の議論より式(5)～(10)が得られる。但し、これらの式では、記述の簡単のために、 $s_1(n)$ などの(n)は省略してある。以下においても、特に必要でない限り(n)は省略する。

あるスロットの開始時点がS TPおよびUTPの終了直後にある(このとき、チャネルはアイドルである)確率は、平衡点では、それぞれ $S_{10} \sim S_{J0}$, $F_{10} \sim F_{J0}$ モードに端末が存在する確率で近似できる。従って、これらはそれぞれ $P_S(n_e)$, $P_F(n_e)$ に等しくなる。また、一つのスロットの開始時点がIPの直後にある確

率は、 $[P_I(n_e) - P_S(n_e) - P_F(n_e)]$ と考えられる。更に、仮定(A-15)と同様な考え方で従って、 TR_k モードを出た端末は、IP, S TP, UTPの直後にそれぞれ確率 $1-\sigma$, $1-\alpha$, $1-\lambda$ で k 個のパケット、確率 σ , α , λ で $k+1$ 個のパケットを持っていると近似しよう。このとき、次式が成立する。

$$\begin{aligned} P_{S1}(n) = & [P_I(n) - P_S(n) - P_F(n)](1-\sigma)n_1 p e^{-G} \\ & + P_S(n)(1-\alpha)(H+1)n_1 p e^{-(H+1)G} \\ & + P_F(n)(1-\lambda)(K+1)n_1 p e^{-(K+1)G} \end{aligned} \quad (\text{A-13})$$

$$\begin{aligned} P_{Sk}(n) = & [P_I(n) - P_S(n) - P_F(n)]\{(1-\sigma)n_k \\ & + \sigma n_{k-1}\} p e^{-G} + P_S(n)(H+1)\{(1-\alpha)n_k \\ & + \alpha n_{k-1}\} p e^{-(H+1)G} \\ & + P_F(n)(K+1)\{(1-\lambda)n_k \\ & + \lambda n_{k-1}\} p e^{-(K+1)G}, \end{aligned} \quad (2 \leq k \leq J-1) \quad (\text{A-14})$$

$$\begin{aligned} P_{SJ}(n) = & [P_I(n) - P_S(n) - P_F(n)](n_J + \sigma n_{J-1}) p e^{-G} \\ & + P_S(n)(H+1)(n_J + \alpha n_{J-1}) p e^{-(H+1)G} \\ & + P_F(n)(K+1)(n_J + \lambda n_{J-1}) p e^{-(K+1)G} \end{aligned} \quad (\text{A-15})$$

$$\begin{aligned} P_S(n) = & [P_I(n) - P_S(n) - P_F(n)]s_1(n) \\ & + P_S(n)s_2(n) + P_F(n)s_3(n) \end{aligned} \quad (\text{A-16})$$

$$\begin{aligned} P_F(n) = & [P_I(n) - P_S(n) - P_F(n)]f_1(n) \\ & + P_S(n)f_2(n) + P_F(n)f_3(n) \end{aligned} \quad (\text{A-17})$$

但し、上式において、添字 e は省略した。

ここで、式(A-8), (A-9)を式(A-1)に代入し整理すると次のようになる。

$$\left[M - \sum_{k=1}^J \{n_k + l_k + (H-K)P_{Sk} + K(n_k p + l_k)P_I\} \right] \sigma = (1-\sigma)P_{S1} \quad (\text{A-18})$$

次に、式(A-8), (A-9)を式(A-2)～(A-4)に代入する。そして $2 \leq k \leq J-2$ に対して式(A-2)と式(A-6), $k=J-1$ に対して式(A-3)と式(A-6), 更に式(A-4)と式(A-7)をそれぞれ加え合わせて整理すると、次のようになる。

$$f_{k+1} = f_k, \quad (2 \leq k \leq J-1) \quad (\text{A-19})$$

$$f_J = 0 \quad (\text{A-20})$$

但し、

$$\begin{aligned} f_k \triangleq & n_{k-1}\sigma(1-pP_I) + l_{k-1}\sigma(1-P_I) \\ & + \lambda\{(n_{k-1}p + l_{k-1})P_I - P_{Sk-1}\} - (1-\sigma)P_{Sk}; \end{aligned} \quad (2 \leq k \leq J-1) \quad (\text{A-21})$$

$$\begin{aligned} f_J \triangleq & n_{J-1}\sigma(1-pP_I) + l_{J-1}\sigma(1-P_I) \\ & + \lambda\{(n_{J-1}p + l_{J-1})P_I - P_{SJ-1}\} \\ & - (1-\sigma)P_{SJ} \end{aligned} \quad (\text{A-22})$$

となる。式(A・19), (A・20)より $f_k = 0$ ($2 \leq k \leq J$) となるので、これらを加え合わせると、

$$\sum_{k=2}^J f_k = 0 \quad (\text{A} \cdot 23)$$

が得られる。式(A・21), (A・22)を式(A・23)に代入し、その結果に式(3), (4)を用いて整理すると、次のようになる。

$$\begin{aligned} & \left[\sum_{k=1}^J \{n_k + l_k + (H-K)P_{Sk} + K(n_k p + l_k)P_I\} \right] \sigma \\ &= \sum_{k=1}^J P_{Sk} - \{1 - (H+1)\sigma\} P_{S1} \\ &+ \{n_J + l_J + K(n_J p + l_J)P_I + (H-K-1)P_{SJ}\} \sigma \end{aligned} \quad (\text{A} \cdot 24)$$

式(A・24)を式(A・18)に代入すれば、式(11)が得られる。また、式(A・10)を式(A・16), (A・17)に代入した後、これらを P_S と P_F について解けば、式(12), (13)が得られる。式(14)は、式(A・10)と同一である。

次に、 n_k, l_k, P_{Sk} を、それぞれ式(25)～(27)で表すと、式(15)は当然成り立つ。式(25), (27)を式(A・14)に代入し整理すると、式(16)が得られる。但し、式(16)における A, B は、それ respective(28), (29)で定義される。同様に、 $k=J$ として式(25), (27)を式(A・15)に代入し整理すれば、式(17)が得られる。

続いて、式(A・5)を l_1 について解き、その結果に $k=1$ とした式(25), (26)を代入し、更に両辺を n_1 で割ると、式(18)となる。同様な方法で、式(A・6), (A・7)に、式(25)と(26)を用いれば、それぞれ式(19), (20)が得られる。

更に、 $k=1$ として式(25), (27)を式(A・13)に代入し、両辺を n_1 で割ると、式(21)となる。また、式(25)～(27)を式(A・21)の右辺に代入して 0 と置き、これを c_k について解くと式(22)が得られる。同様にして、 $k=J$ とした式(25)～(27)と式(A・22)より式(23)が得られる。

最後に、式(25)を式(A・12)に代入し、 n_1 について解くと式(24)となる。

2. 式(30)～(35)の導出

状態 n におけるスループット $S(n)$ は、次式で与えられる。

$$S(n) = \sum_{k=1}^J \sum_{i=0}^{H-1} m_{ki} \quad (\text{A} \cdot 25)$$

上式は 0 または 1 のいずれかの値を取ることに注意されたい。

式(A・8), (A・11)と(A・25)より、次式を得る。

$$S(n_e) = H P_S(n_e) \quad (\text{A} \cdot 26)$$

スループット \bar{S} は、 $S(n)$ の n に関する期待値である。従って、 \bar{S} は $S(n_e)$ によって近似されるので、式(30)が得られる。

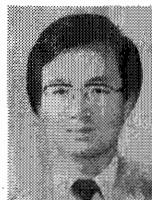
次に、 D を求めるために、まず、システム内の全パケット数の平均値 \bar{I} を計算する。 k 個のパケットを持っている端末の平均個数を z_k とする。 k ($1 \leq k \leq J-1$) 個のパケットを持つ端末は、 $TR_k, W_k, F_{k,K-1} \sim F_{k0}, S_{k,H-1} \sim S_{k1}, S_{k+1,0}$ のいずれかのモードにある。また、 J 個のパケットを持つ端末は、 $TR_J, W_J, F_{J,K-1} \sim F_{J0}, S_{J,H-1} \sim S_{J1}$ モードのいずれかにある。EPAでは、すべての不規則変数の期待値は平衡点における値で近似するので、式(33)～(35)が成立する。また、 \bar{I} の定義より、式(32)を得る。以上より、リトルの公式を用いれば、 D は式(31)で表されることは明らかである。

(昭和 61 年 3 月 22 日受付、6 月 10 日再受付)



石川 浩

昭 59 名工大・工・情報卒。昭 61 同大学院修士課程了。現在岐阜県立土岐商業高等学校教諭。在学中、放送形パケット通信網の研究に従事。



田坂 修二

昭 46 名工大・工・電気卒。昭 51 東大大学院博士課程了。工博。同年名工大情報勤務。現在、同大助教授。昭 59 U C L A 客員研究員(文部省在外研究員)。計算機網の性能評価の研究に従事。IEEE, 情報処理学会各会員。著書「Performance Analysis of Multiple Access Protocols」(MIT Press)。