

水平鋼管矢板斜角構造の継手 による荷重分配作用の解析

Analysis of Load Distribution by Joint in Skew Pipe Beam Roof

後藤芳顯* 松村暢久** 近藤邦明*** 高瀬幸紀****

By Yoshiaki GOTO, Nobuhisa MATSUMURA, Kuniaki KONDO and Yukinori TAKASE

A pipe beam roof is a supporting structure used for constructing passages under railways without affecting railway services. The structure is composed of pipes with joints attached along the length of the pipes. These pipes are connected to each other through joints to form a plate-like structure, which actually behaves like a plate due to load distribution through joint.

Recently, in lieu of rectangular pipe beam roofs, skew structures are more often used in case when the underground passages do not meet with the railway at right angles. This is because the use of skew structures can reduce the number of pipes, thus resulting in economical construction.

Herein, a computer-based method of analysis is presented for the design of the skew structures. The method, which utilizes boundary integral equations, is characterized by the point that accurate solutions are obtained without increasing the number of degrees of freedom.

1. まえがき

鉄道線路下横断構造物建設のための防護工として使用されている図-1に示す水平鋼管矢板構造は鋼管矢板を継手でガイドしながら地中に水平に押し込んだ後、鋼管に矢板両端を受梁で支持し継手内モルタルを充填することにより鋼管矢板を主ばりとした面構造を形成し、これ以上載荷重を受け持たせ下部掘削を行うものである。

従来、道路と鉄道が斜角を有して立体交差する場合も図-2(a)に示す直角構造で施工されていたが、図-2(b)に示す道路と平行に鋼管矢板を押し込む斜角構造を用いると鋼管矢板本数が節約でき工期短縮、工費低減につながるため、近年、施工例が増加している。

直角構造¹⁾に対しては鋼管矢板の継手による荷重分配を考慮した解析法の開発、力学的特性の検討、現場計測を経て、これらをもとに計算機使用を前提とした経済的な設計法^{2) 3) 4) 5)}はすでに確立されている。しかし、大きな角度を持つ斜角構造では直角構造とは異なった力学特性を示すと考えられ、従来の解析法の適用には問題がある。

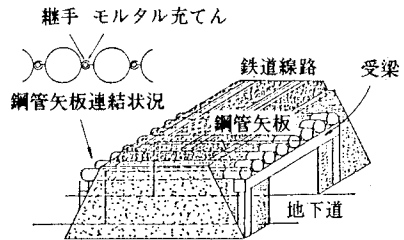


図-1 水平鋼管矢板構造概略図

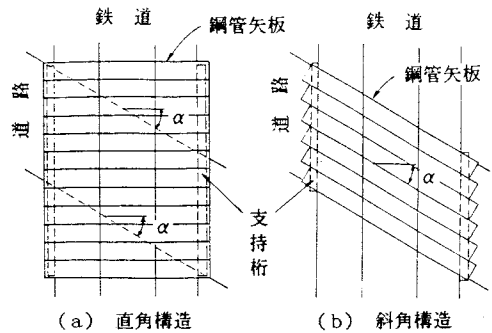


図-2 支持構造

* 工博 名古屋工業大学助教授 社会開発工学科 (〒466 名古屋市昭和区御器所町)
** 名古屋工業大学大学院 修士課程 社会開発工学専攻 (〒466 名古屋市昭和区御器所町)
*** 工修 住友金属工業(株) 鉄構技術部 設計技術室 (〒100 東京都千代田区大手町1-1-3)
**** 住友金属工業(株) 鉄構技術部 主任部員 (〒100 東京都千代田区大手町1-1-3)

本報告ではこのような水平鋼管矢板斜角構造に対する設計手段を提供することを主目的として、斜角構造を含め任意の形状ならびに支持条件を考慮する汎用性のある解析法の開発について検討を行ったものである。本解析法は鋼管矢板1本を1要素としてはりの境界積分方程式をもとに一般性のある離散化式を導くもので、その特長は少ない自由度で精度の良い応力解析が可能なことにある。さらに、ここでは、模型実験との比較により本解析法の妥当性を確認するとともに、斜角構造と直角構造との力学特性の差についても数値計算により検討を行った。

2. 解析モデルと支配方程式

解析モデルは文献1)と同様、図-3に示すように各鋼管矢板は鉛直変位と回転角に比例した反力を生ずる弾性基礎上のはりとし、これらが図-4に示す継手をモデル化した分布ばね(ばね定数 k_v)で長さ方向に相互に連結されたものを用いる。

以上の仮定から、図-5に示す継手せん断力と外力が作用する場合の鋼管矢板*i*に関する微分方程式は次のようになる。

$$EI \frac{d^4 v_0^i}{dz^4} = p_y^i - k_y v_0^i + q_y^i + q_y^{i+1} \quad (1.a)$$

$$GJ \frac{d^2 \phi_0^i}{dz^2} = -m_z^i + k_\phi \phi_0^i + r_J q_y^i - r_J q_y^{i+1} \quad (1.b)$$

ここに、 EI, GJ はそれぞれ鋼管矢板の曲げ剛性、ねじり剛性であり、 k_y, k_ϕ は変位 v_0^i, ϕ_0^i に対応した地盤反力ばね定数、そして r_J は鋼管断面中心と継手中心間の距離である。

図-4に示す継手ばねの中央点を継手位置と定義すると、鋼管矢板*i*の継手*i*、*i+1*の継手位置の変位すなわち継手変位 v_J^i, v_J^{i+1} は鋼管矢板断面中心の変位と継手せん断力を用いて次式のように表される。

$$v_J^i = v_0^i - r_J \phi_0^i + q_y^i / 2k_v \quad (2.a)$$

$$v_J^{i+1} = v_0^i + r_J \phi_0^i + q_y^{i+1} / 2k_v \quad (2.b)$$

以上が構造解析において必要な支配方程式となる。継手ばね定数 k_v は継手部分の剛性と鋼管の局部変形に対する剛性を考慮して決めるが、その詳細は文献1)2)に示されている。なお、継手によるモーメントの分配は、文献2)で明らかにしたように、これが微小であるため、ここでは無視している。

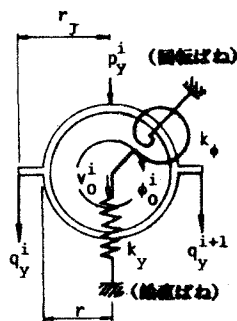


図-3 支持地盤のモデル化

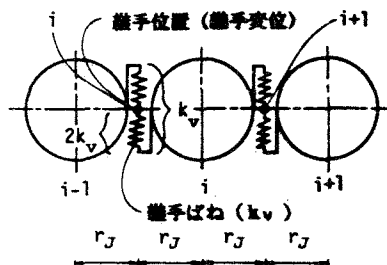


図-4 継手のモデル化

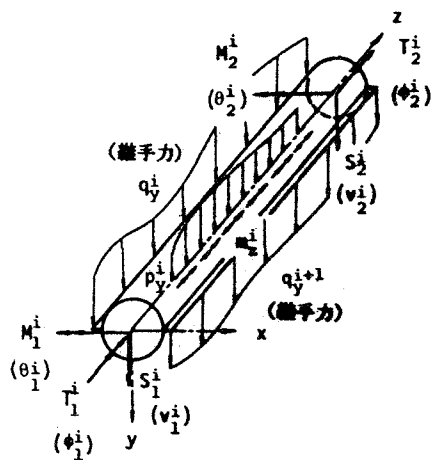


図-5 鋼管矢板の作用力

3. 鋼管矢板構造の離散化式

斜角構造を含め任意の構造を解析の対象としているので、文献1)に示すような三角級数の直交性が利用できない。そこで本解析においては、はりの境界積分方程式をもとに、一本の鋼管矢板を一要素として離散化式を誘導する。

継手せん断力については次のように近似的に離散化する。すなわち、図-6, 7に示すように各継手上に n 個の継手節点を設け、第 k 区間における継手せん断力の分布を、2次の補間関数⁶⁾と各節点における継手せん断力の節点値を用いて、次のように表す。

$$q_y(z) = \Psi_k^T q_{yk} \quad (3.a)$$

ここに

$$\Psi_k^T = \{ \psi_{k1}(z) \quad \psi_{k2}(z) \quad \psi_{k3}(z) \} \quad (3.b)$$

$$q_{yk} = \{ q_{y_{2k-1}} \quad q_{y_{2k}} \quad q_{y_{2k+1}} \}^T \quad (3.c)$$

Ψ_k^T の具体的な関数形は付録(A)に示す。

境界積分法⁶⁾により、はりの支配微分方程式(1)から鋼管矢板断面中心の鉛直変位、および回転変位は次のように表わされる。

$$\begin{aligned} v_0^i(\eta) = & S_2^i v^*(z, \eta) + S_1^i v^*(0, \eta) + M_2^i \theta^*(z, \eta) + M_1^i \theta^*(0, \eta) \\ & - v_2^i S^*(z, \eta) + v_1^i S^*(0, \eta) + \theta_2^i M^*(z, \eta) - \theta_1^i M^*(0, \eta) \\ & + \sum_{k=1}^n \int_{z_{2k-1}}^{z_{2k+1}} \Psi_k^T v^*(z^i, \eta) dz^i q_{yk}^i + \sum_{k=1}^n \int_{z_{2k-1}}^{z_{2k+1}} \Psi_k^T v^*(z^{i+1}, \eta) dz^{i+1} q_{yk}^{i+1} \\ & + \int_0^z p_y^i v^*(z, \eta) dz \end{aligned} \quad (4.a)$$

$$\begin{aligned} \phi_0^i(\eta) = & T_2^i \phi^*(z, \eta) + T_1^i \phi^*(0, \eta) - \phi_2^i T^*(z, \eta) + \phi_1^i T^*(0, \eta) \\ & - r_J \sum_{k=1}^n \int_{z_{2k-1}}^{z_{2k+1}} \Psi_k^T \phi^*(z^i, \eta) dz^i q_{yk}^i + r_J \sum_{k=1}^n \int_{z_{2k-1}}^{z_{2k+1}} \Psi_k^T \phi^*(z^{i+1}, \eta) dz^{i+1} q_{yk}^{i+1} \\ & + \int_0^z m_z^i \phi^*(z, \eta) dz \end{aligned} \quad (4.b)$$

鋼管矢板のたわみ角 θ_0^i は式(4・a)を η で微分し

$$\begin{aligned} \theta_0^i(\eta) = & S_2^i \tilde{v}^*(z, \eta) + S_1^i \tilde{v}^*(0, \eta) + M_2^i \tilde{\theta}^*(z, \eta) + M_1^i \tilde{\theta}^*(0, \eta) \\ & - v_2^i \tilde{S}^*(z, \eta) + v_1^i \tilde{S}^*(0, \eta) + \theta_2^i \tilde{M}^*(z, \eta) - \theta_1^i \tilde{M}^*(0, \eta) \\ & + \sum_{k=1}^n \int_{z_{2k-1}}^{z_{2k+1}} \Psi_k^T \tilde{v}^*(z^i, \eta) dz^i q_{yk}^i + \sum_{k=1}^n \int_{z_{2k-1}}^{z_{2k+1}} \Psi_k^T \tilde{v}^*(z^{i+1}, \eta) dz^{i+1} q_{yk}^{i+1} \\ & + \int_0^z p_y^i \tilde{v}^*(z, \eta) dz \end{aligned} \quad (4.c)$$

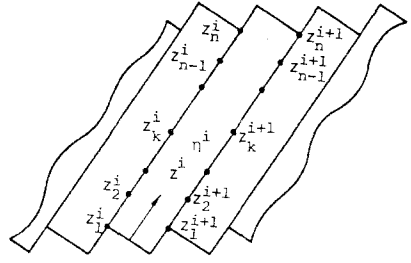


図-6 継手節点

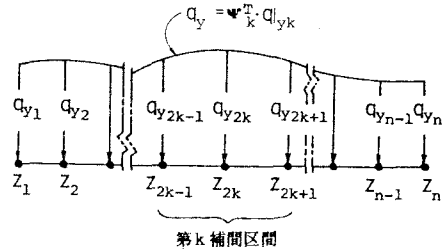


図-7 継手せん断力の補間

ここに (\cdot) は $d(\cdot)/d\eta$ を表わす。 $\{(v_1 \theta_1 \phi_1) (v_2 \theta_2 \phi_2)\}$ 、 $\{(S_1 M_1 T_1) (S_2 M_2 T_2)\}$ は $z = 0, l$ における図-5に示す変位と断面力成分であり、 $\theta^*(z, \eta)$ 、 $S^*(z, \eta)$ 、 $M^*(z, \eta)$ 、 $T^*(z, \eta)$ は付録(B)に示す曲げおよびねじり問題に対する基本解 $v^*(z, \eta)$ 、 $\phi^*(z, \eta)$ と次の関係がある。

$$\begin{aligned} \theta^*(z, \eta) &= \frac{\partial v^*(z, \eta)}{\partial z} & , & & S^*(z, \eta) &= -EI \frac{\partial^3 v^*(z, \eta)}{\partial z^3} \\ M^*(z, \eta) &= -EI \frac{\partial^2 v^*(z, \eta)}{\partial z^2} & , & & T^*(z, \eta) &= GJ \frac{\partial \phi^*(z, \eta)}{\partial z} \end{aligned} \quad (5.a \sim d)$$

式(4.a~c)において、 $\eta = \varepsilon$ 、 $\eta = l - \varepsilon$ ($\varepsilon > 0$)としたとき、 $\varepsilon \rightarrow 0$ の極限を考えることにより得られる境界積分方程式をマトリックス表示することにより次式を得る。

$$H_0^i u_0^i + G_0^i t_0^i = G_{0q1}^i q_y^i + G_{0q2}^i q_y^{i+1} + b_0^i \quad (6)$$

ここに u_0^i 、 t_0^i は図-5に示すそれぞれ $z = 0$ ならびに l における断面中心の変位、断面力を成分とするベクトルで

$$u_0^i = \{ v_1^i \theta_1^i \phi_1^i \ v_2^i \theta_2^i \phi_2^i \}^T, \quad t_0^i = \{ S_1^i M_1^i T_1^i \ S_2^i M_2^i T_2^i \}^T \quad (7.a, b)$$

q_y^k ($k=i, i+1$)は図-7に定義する継手せん断力の節点値よりなる次に示すベクトルである。

$$q_y^k = \{ q_{y1}^k \ q_{y2}^k \ \dots \ q_{yn}^k \}^T, \quad k = i, i+1 \quad (7.c)$$

H_0^i 、 G_0^i 、 G_{0q1}^i 、 G_{0q2}^i は式(7.a, b, c)の係数行列であり、 b_0^i は荷重項ベクトルである。詳細については付録(C)に示す。

次に、継手変位の離散化式を式(2)より導く。すなわち、式(2)に鋼管断面中心の変位を表わす式(4)を代入し、さらに継手せん断力の離散化に用いた継手節点の位置座標を次々代入すれば

$$\begin{Bmatrix} v_J^i \\ v_J^{i+1} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} H_1^i \\ H_2^i \end{Bmatrix} u_0^i + \begin{Bmatrix} G_1^i \\ G_2^i \end{Bmatrix} t_0^i = \begin{Bmatrix} G_{q11}^i & G_{q12}^i \\ G_{q21}^i & G_{q22}^i \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} q_y^i \\ q_y^{i+1} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} b_1^i \\ b_2^i \end{Bmatrix} \quad (8)$$

を得る。ただし、 v_J^i 、 v_J^{i+1} は継手せん断力ベクトル q_y^i 、 q_y^{i+1} に対応した継手の鉛直変位ベクトルであり、 b_1^i 、 b_2^i は荷重項ベクトルである。 b_1^i 、 b_2^i およびその他の係数行列の詳細については付録(D)に示す。

鋼管矢板1本に関する離散化式は、式(6)、(8)を連立して次のように得られる。

$$\begin{Bmatrix} E & H_1^i & 0 \\ 0 & H_0^i & 0 \\ 0 & H_2^i & E \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} v_J^i \\ u_0^i \\ v_J^{i+1} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} G_{q11}^i & G_1^i & G_{q12}^i \\ G_{0q1}^i & G_0^i & G_{0q2}^i \\ G_{q21}^i & G_2^i & G_{q22}^i \end{Bmatrix} \begin{Bmatrix} q_y^i \\ t_0^i \\ q_y^{i+1} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} b_1^i \\ b_0^i \\ b_2^i \end{Bmatrix} \quad (9)$$

式(9)を各鋼管矢板に適用し、連結している継手上でのつりあい条件、適合条件および鋼管矢板両端の境界条件を考慮すれば構造全体の離散化式が得られ、この連立一次方程式を解くことにより直接未知量を求めることができる。しかしこのようにすると方程式系が大きくなり、数値計算上の効率がよくないので、式(6)、(8)に鋼管矢板の両端の境界条件をあらかじめ代入することにより u_0^i ならびに t_0^i を消去し、鋼管矢

板一本の離散化式の縮小を図る。式(6), (8)に鋼管矢板両端の境界条件を代入すれば

$$\left[\mathbf{T}_0^i \right] \mathbf{x}_0^i = \left[\mathbf{G}_{0q1}^i \quad \mathbf{G}_{0q2}^i \right] \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_y^i \\ \mathbf{q}_y^{i+1} \end{Bmatrix} + \mathbf{b}_0^i \quad (10)$$

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{v}_J^i \\ \mathbf{v}_J^{i+1} \end{Bmatrix} = \left[\mathbf{T}_J^i \right] \mathbf{x}_0^i + \left[\mathbf{G}_{q11}^i \quad \mathbf{G}_{q12}^i \\ \mathbf{G}_{q21}^i \quad \mathbf{G}_{q22}^i \right] \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_y^i \\ \mathbf{q}_y^{i+1} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{b}_1^i \\ \mathbf{b}_2^i \end{Bmatrix} \quad (11)$$

ここに、 \mathbf{x}_0^i は鋼管矢板両端の変位、断面力の未知成分から成るベクトルであり、 $[\mathbf{T}_0^i]$ 、 $[\mathbf{T}_J^i]$ は \mathbf{x}_0^i の係数行列である。例えば鋼管矢板両端の境界条件を単純支持ねじり固定、すなわち

$$v_1^i = M_1^i = \phi_1^i = v_2^i = M_2^i = \phi_2^i \equiv 0 \quad (12)$$

とすると、未知ベクトル \mathbf{x}_0^i は

$$\mathbf{x}_0^i = \{ S_1^i \theta_1^i T_1^i S_2^i \theta_2^i T_2^i \}^T \quad (13)$$

である。このときの係数行列 $[\mathbf{T}_0^i]$ 、 $[\mathbf{T}_J^i]$ を付録(E)に示す。式(10)を \mathbf{x}_0^i について解けば

$$\mathbf{x}_0^i = \left[\mathbf{T}_0^i \right]^{-1} \left[\mathbf{G}_{0q1}^i \quad \mathbf{G}_{0q2}^i \right] \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_y^i \\ \mathbf{q}_y^{i+1} \end{Bmatrix} + \left[\mathbf{T}_0^i \right]^{-1} \mathbf{b}_0^i \quad (14)$$

これを式(11)へ代入すれば、縮小された離散化式が次のように得られる。

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{v}_J^i \\ \mathbf{v}_J^{i+1} \end{Bmatrix} = \left[\mathbf{A}_i \right] \begin{Bmatrix} \mathbf{q}_y^i \\ \mathbf{q}_y^{i+1} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_1^i \\ \mathbf{f}_2^i \end{Bmatrix} \quad (15.a)$$

ただし

$$\left[\mathbf{A}_i \right] = \left[\mathbf{T}_J^i \right] \left[\mathbf{T}_0^i \right]^{-1} \left[\mathbf{G}_{0q1}^i \quad \mathbf{G}_{0q2}^i \right] + \begin{Bmatrix} \mathbf{G}_{q11}^i & \mathbf{G}_{q12}^i \\ \mathbf{G}_{q21}^i & \mathbf{G}_{q22}^i \end{Bmatrix} \quad (15.b)$$

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{f}_1^i \\ \mathbf{f}_2^i \end{Bmatrix} = \left[\mathbf{T}_J^i \right] \left[\mathbf{T}_0^i \right]^{-1} \mathbf{b}_0^i + \begin{Bmatrix} \mathbf{b}_1^i \\ \mathbf{b}_2^i \end{Bmatrix} \quad (15.c)$$

さらに、式(15.a)の両辺に左から $[\mathbf{A}_i]$ の逆行列をかければ、継手せん断力と継手変位成分に関して剛性方程式と同様の表現の鋼管矢板一本に関する離散化式が得られる。

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{q}_y^i \\ \mathbf{q}_y^{i+1} \end{Bmatrix} = \left[\mathbf{A}_i \right]^{-1} \begin{Bmatrix} \mathbf{v}_J^i \\ \mathbf{v}_J^{i+1} \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_{A1}^i \\ \mathbf{f}_{A2}^i \end{Bmatrix} \quad (16.a)$$

ここに

$$\begin{Bmatrix} \mathbf{f}_{A1}^i \\ \mathbf{f}_{A2}^i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_i \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_i^{-1} \end{bmatrix}^{-1} \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_1^i \\ \mathbf{f}_2^i \end{Bmatrix} \quad (16.b)$$

式(16)が全体構造解析のための基本式となる。全体構造の離散化式は、両端部の継手せん断力が零であること、その間の隣接鋼管矢板間の継手におけるつりあい条件

$$\mathbf{q}_{y(1)}^1 = 0 \quad \mathbf{q}_{y(i-1)}^i = -\mathbf{q}_{y(i)}^i \quad \mathbf{q}_{y(N)}^{N+1} = 0 \quad (17.a \sim c)$$

および適合条件

$$\mathbf{v}_{J(i-1)}^i = \mathbf{v}_{J(i)}^i \quad (18)$$

を考慮して式(16)を剛性方程式と同様に重ね合わせることによって、次式ようになる。

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1^{-1} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_2^{-1} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \\ \vdots \\ \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{A}_N^{-1} \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{v}_J^1 \\ \mathbf{v}_J^2 \\ \mathbf{v}_J^3 \\ \mathbf{v}_J^4 \\ \vdots \\ \mathbf{v}_J^{N-1} \\ \mathbf{v}_J^N \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \mathbf{f}_{A1}^1 \\ \mathbf{f}_{A2}^1 + \mathbf{f}_{A1}^2 \\ \mathbf{f}_{A2}^2 + \mathbf{f}_{A1}^3 \\ \mathbf{f}_{A2}^3 + \mathbf{f}_{A1}^4 \\ \vdots \\ \mathbf{f}_{A2}^{N-1} + \mathbf{f}_{A1}^N \\ \mathbf{f}_{A2}^N \end{Bmatrix} \quad (19)$$

ここに、 $\mathbf{q}_{y(i-1)}^i, \mathbf{q}_{y(i)}^i$ はそれぞれ(i-1)番目の鋼管矢板ならびに(i)番目の鋼管矢板の離散化式における継手iの継手せん断力ベクトルを示す。継手変位ベクトル $\mathbf{v}_J^{i(i-1)}, \mathbf{v}_J^{i(i)}$ に関する添字も同様の意味を表す。

式(19)に示すように継手せん断力ベクトルは消去されるので未知量は継手変位のみとなる。こうして得られた全体系方程式を解くことによって継手変位が得られ、得られた継手変位 \mathbf{v}_J^k ($k=1 \sim N$)を式(16),式(10)に代入することにより継手節点および鋼管両端点におけるすべての未知量が決定できる。鋼管断面中心の任意点における変位は式(4)より得られ、さらに式(4)の微係数を計算することにより断面力を求めることができる。

4. 解の収束性

継手節点数nを増加すれば、解の精度が向上すると予想されるが、同時に計算量も増大する。そこで、適切な節点数で効率良く計算するため、継手節点数(補間区間数)の増加に対する各物理量の収束性の検討を行なう。解析対象とする構造は、文献1)による解が得られる鋼管矢板両端を単純支持ねじり固定とした図-8に示す直角構造

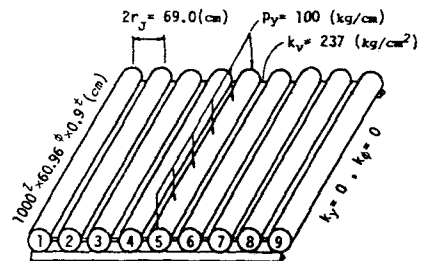


図-8 直角構造の解析例

である。結果は 図-9 に示す通りで物理量によって若干の差はみられるが、ほぼ同一の収束性を示し、13~15 節点(補間区間数6~7区間)で収束している。このように、本解析法ではすべての物理量が一樣な収束性を示し、比較的早く収束するので、収束の遅い物理量のために多くの継手節点をとる必要がなく、効率的な計算が可能となる。本解析法において断面力の収束性が変位と同程度に良好なのは、断面力を計算するためにひずみ成分を求める操作において式(4)を η で微分しているが、変位法による有限要素法のように補間関数を微分することがないため、ひずみも変位と同様に継手節点および鋼管両端点の物理量の収束性のみに依存するためと考えられる。

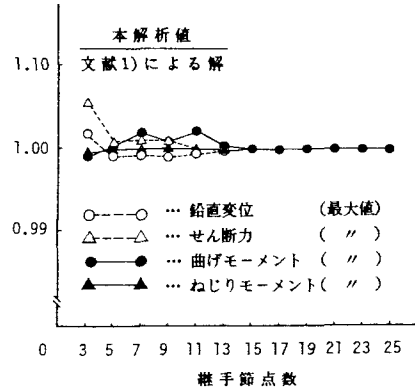


図-9 解の収束性

5. 実験⁷⁾との比較

本解析法の妥当性を検証するために、図-10 に示す両端単純支持ねじり固定の斜角構造の実験に対し解析を行う。計算値と実験値の比較の一例を各鋼管矢板中央部の鉛直変位、縁応力に関して図-11に示す。これより計算値と実験値はほぼ一致し、本解析法の妥当性が確認される。なお斜角構造の解析では継手節点数を15(補間区間数7)とした。

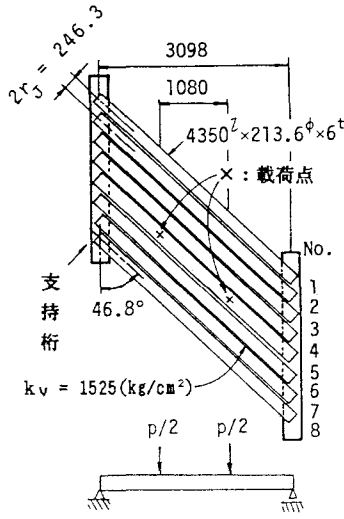


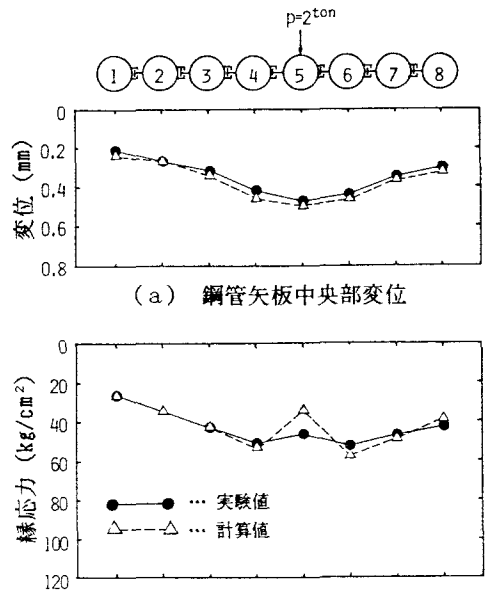
図-10 斜角構造の解析例

6. 斜角構造の力学特性の検討

水平鋼管矢板構造の支配パラメータは文献²⁾で明らかにされており、鋼管矢板の形状、継手剛性ならびに鋼管矢板本数に関係した無次元量として

$$\lambda = \frac{l}{r_J}, \quad \chi_v = \frac{k_v r^4}{EI}, \quad N \quad (20.a \sim c)$$

に分類される。これらのパラメータが直角構造における荷重分配性状に及ぼす影響については詳細に検討されている²⁾ので、本報告では、斜角構造の重要なパラメータである斜角 α が設計に重要な物理量に及ぼす影響について検討する。ここでは斜角構造と直角構造との差が明確になるように、斜角構造の物理量を直角構造の物理量で無次元化した以下の無次元物理量を検討対象とする。



(b) 鋼管矢板中央部縁応力

図-11 実験値と計算値の比較

$$\eta_v = \frac{v_\alpha}{v_0}, \quad \eta_M = \frac{M_\alpha}{M_0}, \quad \eta_T = \frac{T_\alpha}{T_0}, \quad \eta_q = \frac{q_{y\alpha}}{q_{y0}}, \quad \eta_S = \frac{S_\alpha}{S_0} \quad (21. a \sim e)$$

ここに $v_\alpha, S_\alpha, M_\alpha, T_\alpha, q_{y\alpha}$ はそれぞれ斜角 α の構造の鉛直変位, せん断力, 曲げモーメント, ねじりモーメント として継手せん断力の絶対最大値である。また下添字 0 は、直角構造のときの値を示している。

検討に用いる構造の鋼管矢板両端の支持条件は単純支持ねじり固定で、荷重条件は、中央の鋼管矢板に等分布荷重を載荷したものである。

検討に用いる式(20)に示す各支配パラメータの範囲としては実構造に対する調査をもとにした表-1に示す文献(2)の結果を用いる。各パラメータはこの範囲内で、相互に関連し合って変化するが、ここでは簡単のため、表-1の上下限値の組み合わせについてのみ調べる。

斜角 α が各物理量の及ぼす影響を鋼管矢板9本より成る構造と19本より成る構造に分け、図-12, 13に示す。これらの図より、斜角の増加に伴い、鉛直変位および曲げモーメントに関する無次元量である η_v, η_M は同程度に減少し、せん断力、ねじりモーメントおよび継手せん断力に関する無次元量である η_S, η_T, η_q は傾向は異なるが増加の傾向を示す。他のパラメータの影響として、 N が小さいほど、また x_v, λ が大きいほど斜角 α の増加による η_v, η_M の減少率、 η_T, η_q の増加率が大きい。特に η_T および η_q は、 x_v が大きな値のとき、 $\alpha=10^\circ \sim 20^\circ$ 付近から斜角の増加により急増するのが特徴的である。なお η_S については、斜角の増加に伴い若干の増加を示すものの、他の無次元化した物理量に比べその影響は小さい。

以上から、斜角が増加すると鉛直変位および曲げモーメントは減少し、ねじりモーメントおよび継手せん断力が増大する。特に x_v, λ が大きな値をとると、鉛直変位および曲げモーメントの減少率は大きくなるが、逆に、ねじりモーメントおよび継手せん断力が急増することが

表-1 構造支配パラメータの上下限値

| パラメータ | 下限値 | 上限値 |
|-----------|--------|--------|
| x_v | 0.0010 | 0.0175 |
| λ | 25 | 35 |
| N | 9 | 19 |

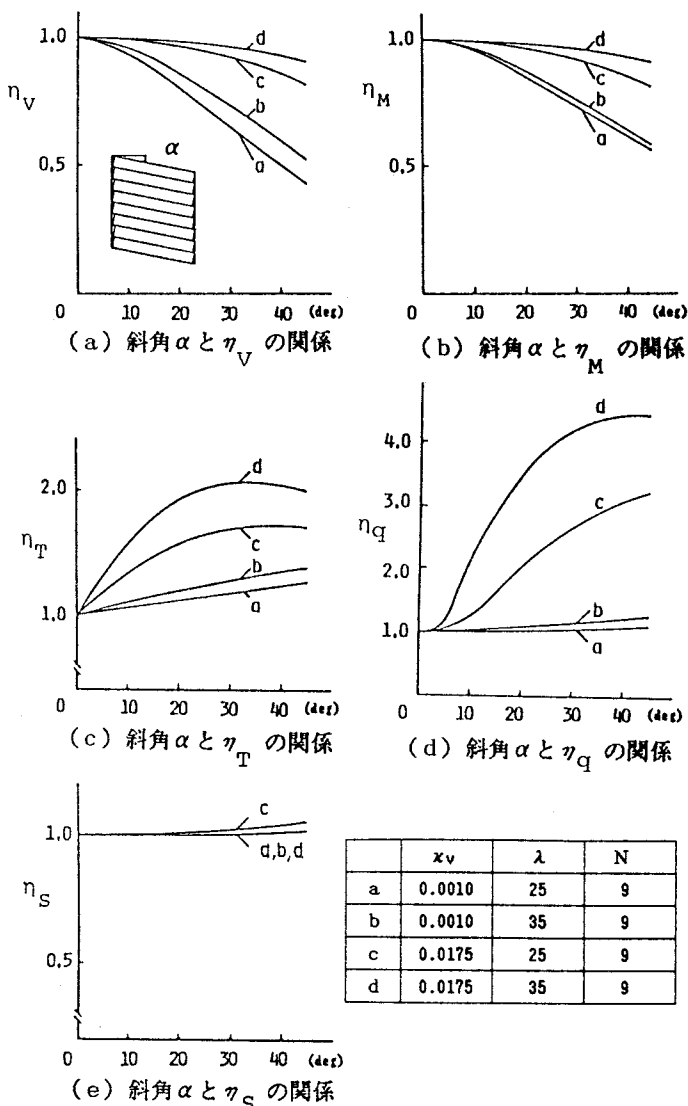


図-12 荷重分配性状 ($N=9$)

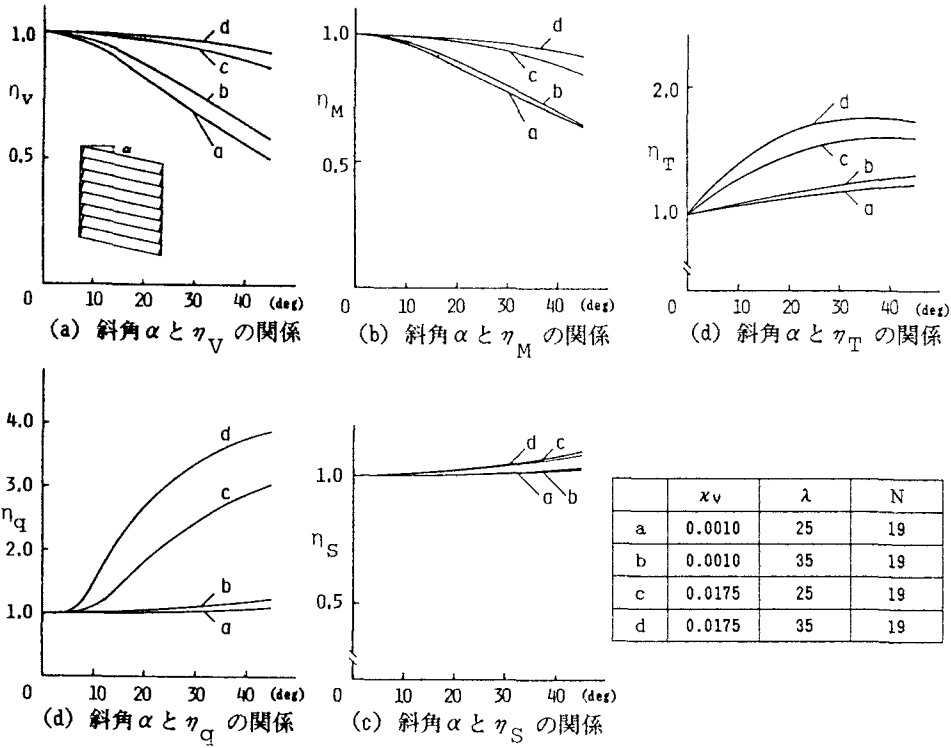


図-1.3 荷重分配性状 (N=19)

判明した。これより、斜角が $10^\circ \sim 20^\circ$ を越える構造の設計においては、ねじりモーメント、特に支点部でのねじりモーメント、ならびに継手せん断力に対する十分な配慮が設計上必要であると考えられる。

7. まとめ

斜角構造を含め、任意の支持条件を考慮し得る汎用性のある水平鋼管矢板構造の解析法を開発した。本解析法は、離散化に境界積分方程式を用いるもので、少ない自由度で精度の良い効率的な解析ができることと変位、応力に関し、ほぼ同一の精度の解が得られるという特長を有している。

さらに、ここでは模型実験により解析法の妥当性を確認するとともに、数値計算により斜角構造の力学特性の検討を行った。この結果、斜角が大きくなると変位、曲げモーメントは減少するが、逆にねじりモーメント、継手せん断力が増え、特に、継手剛性が大きい場合には継手せん断力が大幅に増大するので継手の設計においては十分な配慮が必要である。

最後に、本研究を行うにあたり、御指導、御援助頂いた名古屋工業大学松浦聖教授、斜角構造模型実験データを提供して頂いた住友金属工業総合研究所喜田浩副主任研究員に謝意を表する。

8. 付 録

(A)

第 k 補間区間の z 座標を正規された座標 ξ 、座標区間 $[-1, +1]$ に変換した場合の Ψ_{T_k} の関数形である2次の補間関数(形状関数)は次のようである。

$$\psi_{k1} = -1/2 \xi(1-\xi), \quad \psi_{k2} = (1-\xi)(1+\xi), \quad \psi_{k3} = 1/2 \xi(1+\xi)$$

(B)

I) 曲げに関する基本解

① $k_y = 0$ のとき $v^*(z, \eta) = (2l^3 + r^3 - 3lr^2) / 12EI$

② $k_y \neq 0$ のとき $v^*(z, \eta) = \beta \exp(-\beta \cdot r) (\cos \beta \cdot r + \sin \beta \cdot r) / 2k_y$

II) ねじりに関する基本解

① $k_\phi = 0$ のとき $\phi^*(z, \eta) = -r / 2GJ$

② $k_\phi \neq 0$ のとき $\phi^*(z, \eta) = -\sinh \alpha \cdot r / 2\alpha GJ$

ただし、 $r = |z - \eta|$, $\beta = (k_y / 4EI)^{1/4}$, $\alpha = (k_\phi / 2GJ)^{1/2}$

$$H_0^i = \begin{bmatrix} 1-S^*(0,0) & M^*(0,0) & 0 & S^*(l,0) & -M^*(l,0) & 0 \\ \tilde{S}^*(0,0) & 1+\tilde{M}^*(0,0) & 0 & \tilde{S}^*(l,0) & -\tilde{M}^*(l,0) & 0 \\ 0 & 0 & 1-T^*(0,0) & 0 & 0 & T^*(l,0) \\ S^*(0,l) & M^*(0,l) & 0 & 1+S^*(l,l) & -M^*(l,l) & 0 \\ \tilde{S}^*(0,l) & \tilde{M}^*(0,l) & 0 & \tilde{S}^*(l,l) & 1-\tilde{M}^*(l,l) & 0 \\ 0 & 0 & -T^*(0,l) & 0 & 0 & 1+T^*(l,l) \end{bmatrix}$$

$$G_0^i = \begin{bmatrix} -v^*(0,0) & -\theta^*(0,0) & 0 & -v^*(l,0) & -\theta^*(l,0) & 0 \\ -\tilde{v}^*(0,0) & -\tilde{\theta}^*(0,0) & 0 & -\tilde{v}^*(l,0) & -\tilde{\theta}^*(l,0) & 0 \\ 0 & 0 & -\phi^*(0,0) & 0 & 0 & -\phi^*(l,0) \\ -v^*(l,0) & -\theta^*(l,0) & 0 & -v^*(l,l) & -\theta^*(l,l) & 0 \\ -\tilde{v}^*(l,0) & -\tilde{\theta}^*(l,0) & 0 & -\tilde{v}^*(l,l) & -\tilde{\theta}^*(l,l) & 0 \\ 0 & 0 & -\phi^*(l,0) & 0 & 0 & -\phi^*(l,l) \end{bmatrix}$$

$$G_{0qj}^i = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n \int_{Z_{2k-1}}^{Z_{2k+1}} \Psi^T_k(z) v^*(z,0) dz \\ \sum_{k=1}^n \int_{Z_{2k-1}}^{Z_{2k+1}} \Psi^T_k(z) \tilde{v}^*(z,0) dz \\ \mp r_j \sum_{k=1}^n \int_{Z_{2k-1}}^{Z_{2k+1}} \Psi^T_k(z) \phi^*(z,0) dz \\ \sum_{k=1}^n \int_{Z_{2k-1}}^{Z_{2k+1}} \Psi^T_k(z) v^*(z,l) dz \\ \sum_{k=1}^n \int_{Z_{2k-1}}^{Z_{2k+1}} \Psi^T_k(z) \tilde{v}^*(z,l) dz \\ \mp r_j \sum_{k=1}^n \int_{Z_{2k-1}}^{Z_{2k+1}} \Psi^T_k(z) \phi^*(z,l) dz \end{bmatrix} \quad b_0^i = \left\{ \begin{array}{l} \int_0^l p_y i v^*(z,0) dz \\ \int_0^l p_y i \tilde{v}^*(z,0) dz \\ \int_0^l m_z i \phi^*(z,0) dz \\ \int_0^l p_y i v^*(z,l) dz \\ \int_0^l p_y i \tilde{v}^*(z,l) dz \\ \int_0^l m_z i \phi^*(z,l) dz \end{array} \right\}$$

注) \mp 符号は $j=1$ のとき正の値, $j=2$ のとき負の値をとる。(\cdot)は $d(\cdot)/d\eta$ である。

(D)

$$H_m^i = \begin{bmatrix} S^*(0, \eta_1^k) - M^*(0, \eta_1^k) \mp r_J \cdot T^*(0, \eta_1^k) & S^*(L, \eta_1^k) - M^*(L, \eta_1^k) \pm r_J \cdot T^*(L, \eta_1^k) \\ S^*(0, \eta_2^k) - M^*(0, \eta_2^k) \mp r_J \cdot T^*(0, \eta_2^k) & S^*(L, \eta_2^k) - M^*(L, \eta_2^k) \pm r_J \cdot T^*(L, \eta_2^k) \\ \vdots & \vdots \\ S^*(0, \eta_n^k) - M^*(0, \eta_n^k) \mp r_J \cdot T^*(0, \eta_n^k) & S^*(L, \eta_n^k) - M^*(L, \eta_n^k) \pm r_J \cdot T^*(L, \eta_n^k) \end{bmatrix}$$

$$G_m^i = \begin{bmatrix} v^*(0, \eta_1^k) \theta^*(0, \eta_1^k) \mp r_J \cdot \phi^*(0, \eta_1^k) & v^*(L, \eta_1^k) \theta^*(L, \eta_1^k) \mp r_J \cdot \phi^*(L, \eta_1^k) \\ v^*(0, \eta_2^k) \theta^*(0, \eta_2^k) \mp r_J \cdot \phi^*(0, \eta_2^k) & v^*(L, \eta_2^k) \theta^*(L, \eta_2^k) \mp r_J \cdot \phi^*(L, \eta_2^k) \\ \vdots & \vdots \\ v^*(0, \eta_n^k) \theta^*(0, \eta_n^k) \mp r_J \cdot \phi^*(0, \eta_n^k) & v^*(L, \eta_n^k) \theta^*(L, \eta_n^k) \mp r_J \cdot \phi^*(L, \eta_n^k) \end{bmatrix}$$

注) $m=1$ のとき $k=i$ で第三列, 六列の正負符号は上符号を, $m=2$ のとき $k=i+1$ で下符号をとる。

$$G_{qab}^i = \begin{bmatrix} \sum_{k=1}^n \int_{Z_{2k-1}}^{Z_{2k+1}} \Psi_k^T(z) \{v^*(z, \eta^{m_1}) \pm r_J \cdot \phi^*(z, \eta^{m_1})\} dz \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^n \int_{Z_{2k-1}}^{Z_{2k+1}} \Psi_k^T(z) \{v^*(z, \eta^{m_2}) \pm r_J \cdot \phi^*(z, \eta^{m_2})\} dz \\ \vdots \\ \sum_{k=1}^n \int_{Z_{2k-1}}^{Z_{2k+1}} \Psi_k^T(z) \{v^*(z, \eta^{m_n}) \pm r_J \cdot \phi^*(z, \eta^{m_n})\} dz \end{bmatrix} + \delta_{ab} E/2kv$$

注) \pm 符号は $a=b$ のとき正の値, $a \neq b$ のとき負の値をとる。 δ_{ab} は $a=b$ のとき 1, $a \neq b$ のとき 0 である。 $a=1$ のとき $m=i$, $a=2$ のとき $m=i+1$ であり, E は $n \times n$ の単位行列である。

$$b_m^i = \begin{cases} \int_0^L \{p_{\nu}^i(z) v^*(z, \eta_1^k) \mp r_J \cdot m_{z^i}(z) \phi^*(z, \eta_1^k)\} dz \\ \int_0^L \{p_{\nu}^i(z) v^*(z, \eta_2^k) \mp r_J \cdot m_{z^i}(z) \phi^*(z, \eta_2^k)\} dz \\ \vdots \\ \int_0^L \{p_{\nu}^i(z) v^*(z, \eta_n^k) \mp r_J \cdot m_{z^i}(z) \phi^*(z, \eta_n^k)\} dz \end{cases}$$

注) $m=1$ のとき $k=i$ で符号は正の値, $m=2$ のとき $k=i+1$ で負の値をとる。

(E)

$$T_0^i = \begin{bmatrix} -v^*(0,0) & M^*(0,0) & 0 & -v^*(L,0) & -M^*(L,0) & 0 \\ -v^*(0,0) & 1+M^*(0,0) & 0 & -v^*(L,0) & -M^*(L,0) & 0 \\ 0 & 0 & -\phi^*(0,0) & 0 & 0 & -\phi^*(L,0) \\ -v^*(0,L) & M^*(0,L) & 0 & -v^*(L,L) & -M^*(L,L) & 0 \\ -v^*(0,L) & M^*(0,L) & 0 & -v^*(L,L) & 1-M^*(L,L) & 0 \\ 0 & 0 & -\phi^*(0,L) & 0 & 0 & -\phi^*(L,L) \end{bmatrix}$$

$$T_J^i = \begin{bmatrix} v^*(0, \eta_1^i) - M^*(0, \eta_1^i) - r_J \cdot \phi^*(0, \eta_1^i) & v^*(L, \eta_1^i) & M^*(L, \eta_1^i) - r_J \cdot \phi^*(L, \eta_1^i) \\ v^*(0, \eta_2^i) - M^*(0, \eta_2^i) - r_J \cdot \phi^*(0, \eta_2^i) & v^*(L, \eta_2^i) & M^*(L, \eta_2^i) - r_J \cdot \phi^*(L, \eta_2^i) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ v^*(0, \eta_n^i) - M^*(0, \eta_n^i) - r_J \cdot \phi^*(0, \eta_n^i) & v^*(L, \eta_n^i) & M^*(L, \eta_n^i) - r_J \cdot \phi^*(L, \eta_n^i) \\ v^*(0, \eta_1^{i+1}) - M^*(0, \eta_1^{i+1}) & r_J \cdot \phi^*(0, \eta_1^{i+1}) & v^*(L, \eta_1^{i+1}) & M^*(L, \eta_1^{i+1}) & r_J \cdot \phi^*(L, \eta_1^{i+1}) \\ v^*(0, \eta_2^{i+1}) - M^*(0, \eta_2^{i+1}) & r_J \cdot \phi^*(0, \eta_2^{i+1}) & v^*(L, \eta_2^{i+1}) & M^*(L, \eta_2^{i+1}) & r_J \cdot \phi^*(L, \eta_2^{i+1}) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ v^*(0, \eta_n^{i+1}) - M^*(0, \eta_n^{i+1}) & r_J \cdot \phi^*(0, \eta_n^{i+1}) & v^*(L, \eta_n^{i+1}) & M^*(L, \eta_n^{i+1}) & r_J \cdot \phi^*(L, \eta_n^{i+1}) \end{bmatrix}$$

9. 参考文献

- 1) 山川純雄・後藤芳顯：水平鋼管矢板構造の継手による荷重分配作用の解析，土木学会論文報告集，第301号，pp1-12，1980年9月
- 2) 後藤芳顯・山下彰彦・飯田毅：水平鋼管矢板構造の継手による荷重分配性状，土木学会論文報告集，第344号，pp243-252，1984年4月
- 3) 後藤芳顯・山下彰彦・高瀬幸紀：水平鋼管矢板構造の継手による荷重分配作用の現場計測，土木学会論文報告集，第344号，pp387-390，1984年4月
- 4) 高瀬幸紀・後藤芳顯・山下彰彦・飯田毅：線路下横断構造物建設のためのパイプビーム工法，第30構造工学シンポジウム講演概要集，pp31-41，1984年2月
- 5) 梅原俊夫・林雅博：パイプビーム工法の設計法，構造物設計資料，No77，pp10-13，1984年3月
- 6) 田中正隆・田中喜久昭：境界要素法－基礎と応用，丸善，pp105-111，pp245-260，1982年4月
- 7) 喜田浩・飯田毅・高瀬幸紀・近藤邦明：パイプビーム斜角構造の力学性状，土木学会第40回年次講演会概要集III-127，1985年

(1986年10月17日受付)