

# 論文

## コーンビーム X 線 CT のためのフィルタ補正逆投影法

正員 松尾 啓志<sup>†</sup> 正員 堀場 勇夫<sup>††</sup>  
正員 岩田 彰<sup>†</sup> 正員 鈴村 宣夫<sup>†</sup>

Filtered Back Projection Method for Corn-Beam X-Ray CT

Hiroshi MATSUO<sup>†</sup>, Isao HORIBA<sup>††</sup>, Akira IWATA<sup>†</sup> and Nobuo SUZUMURA<sup>†</sup>,  
*Members*

あらまし 対向して置かれたコーンビーム X 線源と 2 次元検出器を、被検査体回りに 360 度回転させて計測された数学的には不完全な投影データから、フィルタ補正逆投影法により被検査体の 3 次元的な吸収係数の分布像を算出するアルゴリズムについて検討し、良好な再構成像を得るためにフィルタ関数(修正  $\rho$  フィルタ)を導いた。修正  $\rho$  フィルタは以下の二つの成分に分解することができる。(1)X 線ビームの斜入射に起因して生ずる CT 値の誤差を、ぼけ回復を回転方向と回転軸方向に独立に行うことにより補正する成分、(2)計測された不完全投影データの周波数空間での不完全性の性質に注目し、回転軸方向の周波数を制御し空間分解能を落とすことによりアーチファクトを大幅に低減することを目的とした場所依存形低域フィルタの成分。この修正  $\rho$  フィルタの効果を計算機シミュレーションによって確かめ、本フィルタの有効性を確認した。

### 1. まえがき

投影からの再構成理論は、X 線コンピュータ断層像撮影装置(以下 X 線 CT)として実用化され広く普及するに至った。X 線 CT は体内組織を X 線吸収係数(CT 値)の分布像として非観血的、定量的に観察できるため、臨床診断に非常に有益な情報を提供している。更に近年、臓器や病変部の形状を 3 次元的に観察したいという要求から、体軸上を適当な間隔をおいて撮影した複数枚の 2 次元 CT 像から、各断層間を補間処理によって求め、コンピュータグラフィックスの手法を用いて 3 次元的に表示することが行われている(スライスバイスライス法)<sup>(1)</sup>。しかし複数枚の 2 次元 CT 像を得るには長い計測時間が必要となり患者負担が増大する。更に各断層撮影時に混入する患者の動きによる断層間の 3 次元的ずれの影響も無視できない。また心臓動態像の再構成や、3 次元的な血流解析を行うためには困難

を伴う。

被検査体の 3 次元的な吸収係数分布を正確に再構成するため、従来の 2 次元 CT のアルゴリズムを 3 次元に拡張したアルゴリズムが提案されている<sup>(2),(3)</sup>。これらのアルゴリズムは被検査体のすべての方向から 2 次元投影像を得ることを前提とした完全投影像からの再構成アルゴリズムであるため、実際の応用は困難である。そのためコーンビーム X 線源と 2 次元検出器を被検査体の適当な軸の回りで 1 回転しながら計測された 2 次元投影像から被検査体の吸収係数分布を再構成する、いわゆる不完全投影像からの再構成アルゴリズムが提案されている。Robb らはこの方法で高速 3 次元 CT 装置を開発した<sup>(4)</sup>。その際用いた再構成アルゴリズムは、コーンビーム軌跡を X 線管回転軸(以下回転軸)に垂直に入射する複数のファンビーム軌跡と近似することにより、従来のファンビーム X 線からの再構成アルゴリズムを用いた。そのため適用可能な再構成領域が限られていた。また Altschuler らは ART 法を 3 次元に拡張した<sup>(5)</sup>。しかし ART 法は再構成結果の収束性、一意性に問題がある。

これに対し、本論文では不完全投影像からフィルタ補正逆投影法を用いて再構成するに適した新しいフィ

† 名古屋工業大学電気情報工学科、名古屋市

Faculty of Engineering, Nagoya Institute of Technology,  
Nagoya-shi, 466 Japan

†† 名城大学理工学部電気電子工学科、名古屋市

Faculty of Science and Technology, Meijo University, Nagoya-shi,  
468 Japan

ルタ関数を提案する。本フィルタは、投影理論によって示される不完全投影像の 3 次元フーリエ空間での性質に着目し、2 次元投影像に場所依存形のフィルタ補正処理を行うものである。本フィルタを用いることにより CT 値を正確に求め、またアーチファクトも大幅に減少させることができる。本論文では本フィルタの特性について検討すると共に本フィルタによる再構成像の評価を計算機シミュレーションによって行った結果について報告する。

## 2. 投影像の計測と再構成方法

### 2.1 3 次元再構成の分類

本論文では再構成方法としてフィルタ補正逆投影法を用いる。フィルタ補正逆投影法による再構成処理は、(1)投影像の計測、(2)フィルタ補正処理、(3)逆投影、の三つの処理に分けることができる。そこでまずフィルタ補正逆投影法におけるそれぞれの処理を、X 線ビームの種類と共に分類する。表 1 に分類表を示す。

2 次元投影像の計測方法としては、(a)3 次元空間すべての方向から計測を行う 3 次元スキャンと(b)適当な軸(一般的には体軸)を回転軸として 1 回転して計測を行う 2 次元スキャンに分けることができる。また投影に用いる X 線ビームとして、(a)平行ビーム X 線(スライスバイスライス法のように完全投影データを複数回計測を行う方法は、平行ビームに並べ換えることができるため、ここに分類する)と、(b)円錐状に広がったコーンビーム X 線に分けることができる。

フィルタ補正関数としては(a)2 次元投影像に対し、すべての方向に均一なフィルタ補正を行う 2 次元  $\rho$  フィルタ<sup>(2),(3)</sup>、(b)回転軸に垂直な方向にのみフィルタ補正を行う 1 次元  $\rho$  フィルタ、更に本論文で提案する(c)修正  $\rho$  フィルタに分類する。なお  $\rho$  フィルタとは、基本的には空間周波数に比例して単調増加する関数であるが、本論文では一般的に 2 次元 CT で用いられている式(1)で示す Shepp らが提案したフィルタ<sup>(6)</sup>を指すものとする。

$$W_\rho(\omega) = \left| \sin \frac{\omega}{2} \right| \quad (1)$$

また逆投影方法は(a)投影軌跡と逆投影軌跡が同じである場合が一般的であるが、特殊な場合として(b)投影

軌跡と逆投影軌跡が異なる方法も提案されている<sup>(4)</sup>。

以下本論文では再構成方法をこの分類を用いて示す。例えば 3 次元空間すべての方向から(計測方法(a))平行ビームによる投影を行い(X 線ビーム種類(a))、2 次元  $\rho$  フィルタによるフィルタ処理の後(フィルタ補正処理(a))、投影軌跡に沿って逆投影する(逆投影方法(a))方法を再構成方法 [aaaa] と記述する。なお完全に被検査体の 3 次元再構成を行うことができる方法は再構成方法 [aaaa][abaa][baba] の場合である。再構成方法 [aaaa][abaa] は Denton<sup>(2)</sup>、井宮<sup>(3)</sup>によって示された。また再構成方法 [baba] はスライスバイスライス法である。

### 2.2 計測および再構成幾何学系

本論文において採用した 2 次元投影像の計測方法を図 1 に示す。この装置では被検査体領域を覆うコーンビーム X 線源とそれに対向する 2 次元検出器が一体となって被検査体の周りを 1 回転する。その間に一定間隔ごとに X 線を曝(ばく)射し、被検査体を通過した X 線を 2 次元検出器で計測する。2 次元検出器は複数の検出器が平面上に一定間隔で並んだ形状をなしているものとする(以下この計測方法を 1 回転コーンビームスキャン方式とする)。なお計測および再構成空間は 1 回転コーンビームスキャン方式の回転軸を z 軸とする直角座標系で表現され、計測空間の原点は X 線源が描く回転平面と回転軸との交点とする。このようにして計測された 2 次元投影像は X 線源の角度位置  $\alpha$  (rad)、検出器を X 線源から見た角度位置  $\beta$ 、 $\gamma$  (rad) を用いた座標系により  $p(\alpha, \beta, \gamma)$  で表現する。ここで  $\beta$  は X 線源の回転軸と垂直な方向、 $\gamma$  は平行な方向とする。またコーンビーム X 線の軌跡を X 線源位置から各検出器への直線  $l(\alpha, \beta, \gamma)$  で表現し、回転中心から X 線源までの距離を  $R$  とする。投影像  $p$  は被検査体の 3 次元的な X 線吸収係数分布  $f(x, y, z)$  の  $l$  上の線積分である式(2)で定義される。

$$p(\alpha, \beta, \gamma) = \int f(x, y, z) dl \quad (2)$$

従来からの 2 次元再構成において、ファンビーム X 線を用い投影像を計測した場合、再構成の方法としては以下の二つの方法が一般に用いられている。

表 1 フィルタ補正逆投影法の分類

計測方法	X 線ビームの種類	フィルタ補正処理	逆投影方法
(a) 3 次元スキャン (b) 2 次元スキャン	(a) 平行ビーム (b) コーンビーム	(a) 2 次元 $\rho$ フィルタ (b) 1 次元 $\rho$ フィルタ (c) 修正 $\rho$ フィルタ	(a) 投影軌跡と同じ (b) 投影軌跡と異なる

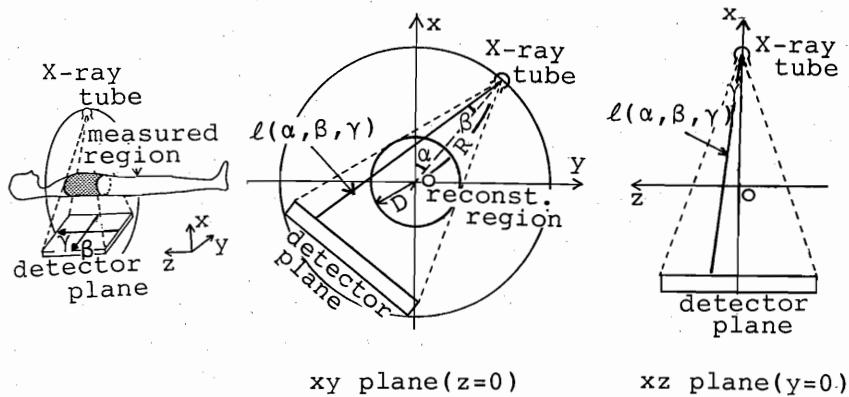


図1 投影データの計測方法  
Fig. 1 Measuring geometry for single cone-beam scan type CT-system.

(1) 直角座標として構成された2次元メモリ上にファンビーム軌跡のまま、フィルタ補正および逆投影を行う直接逆投影法(ダイレクト法)。

(2) ファンビーム軌跡を平行ビーム軌跡に並べ換えたのち、フィルタ補正、逆投影を行う方法(アレンジ法)

3次元再構成の場合も同様のことを考えることができる。但し1回転コーンビームスキャン方式では $\alpha$ 方向と $\beta$ 方向について平行ビームへの並べ換えは可能である。しかし $\gamma$ 方向について考えると、 $\gamma=0$ の場合を除いたすべてのX線ビームが回転軸に対して斜めに入射する。そのため、完全な平行ビームへの並べ換えはできない。そこで本論文ではコーンビーム軌跡から直接逆投影を行う方法をダイレクト法、 $\alpha$ 方向と $\beta$ 方向だけ平行ビームに並べ換える方法をアレンジ法と定義する。以下アレンジ法を仮定してフィルタの設計方法を示す。またダイレクト法に適用するための手法については4.4に示す。

### 3. 投影像の不完全性と再構成画像に及ぼす影響

#### 3.1 投影像の不完全性

本論文で採用した計測手法では3次元CTを構成するためのすべての投影像がそろっているわけではない。以下にフーリエ空間における投影像の不完全性について述べる。図2(a)に被検査体とその投影の実空間での関係、図2(b)に周波数空間での関係を示す。平行ビームを用いて、被検査体のある方向から計測した図2(a)で示す投影像の2次元フーリエ変換結果は、その被検査体の3次元フーリエ変換結果の投影方向に垂直な図2(b)で示す断面上の値と一致することはよく知られて

いる(投影断面定理)。またコーンビームX線による投影に含まれる情報は、3次元フーリエ空間では図2(c)に示すように、ある限られた領域の情報がすべて得られているのではなく、雲状に広がって分布する。すなわちこの雲状に分布する情報は不完全であり、すべての方向からの投影像が得られた場合にのみ被検査体の3次元フーリエ変換結果と一致する<sup>(7)</sup>。

一回転コーンビームスキャン方式で得られる情報の分布は、投影方法を $z$ 軸に垂直な方向とした図2(c)の分布を、 $\omega_z$ 軸を回転軸として1回転した図2(d)に示す分布となる。つまり $\omega_z$ 軸近傍の情報が他の領域に比べ非常に不足した分布となる。そのため被検査体を完全に再構成することはできない。

#### 3.2 複数ファンビーム近似法による再構成

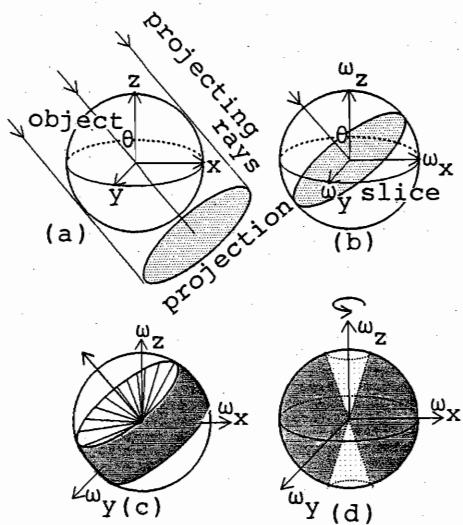
3次元空間上あらゆる方向からの投影像が計測されれば式(3)に示す2次元 $\rho$ フィルタによりフィルタ補正後、逆投影することにより被検査体を完全に再構成することが可能である<sup>(2)(3)</sup>(再構成方法[aaaa][abaa])。

$$W_{3d}(\omega_\beta, \omega_r) = W_\rho(\omega_r) \quad \text{但し } \omega_r = \sqrt{\omega_\beta^2 + \omega_r^2} \quad (3)$$

しかし一回転コーンビームスキャン方式では投影データの不完全性のため、式(3)に示す2次元 $\rho$ フィルタを適用することはできない。

またコーンビームX線を、回転軸に垂直に入射する複数のファンビームX線と近似して、フィルタ補正および逆投影を行うRobbらの再構成方法[bbbb]は、投影軌跡と逆投影軌跡が異なるため、 $\gamma$ が小さい場合においてのみ有効であり、40°程度を前提とした一回転コーンビームスキャン方式への適用は困難である。

そこでまず、フィルタ補正処理を回転方向にのみ行



- (a) Projection
- (b) Density on the Fourier domain (parallel beam, one projection)
- (c) Density on the Fourier domain (corn beam, one projection)
- (d) Density on the Fourier domain (single corn-beam scan method)

図 2 投影における実空間とフーリエ空間の関係

Fig. 2 Relation between real 3D space and the Fourier domain.

い、逆投影は実際の投影軌跡に沿う再構成方法 [baba] を考える(以下この方法を複数ファンビーム近似法と呼ぶ)。

1 回転コーンビームスキャン方式では X 線源は回転軸に近い、有限な距離にあるので、X 線ビームが回転軸に対して垂直に入射する断面は X 線源の回転平面(以下完全再構成平面、 $z=0$ )のみである。それ以外の再構成領域(以下不完全再構成領域、 $z \neq 0$ )において複数ファンビーム近似法では次のような二つの問題点が存在する。

### 3.2.1 アーチファクトの発生

1 回転コーンビームスキャン方式での逆投影操作を完全再構成平面( $z=0$ )と不完全再構成領域( $z \neq 0$ )とにわけて述べる。完全再構成平面の再構成では、すべての方向からの逆投影操作が同じ平面内(完全再構成平面)で行われる。故に本来、被検査体のある場所以外に逆投影される正の応答を他の方向からの逆投影の負の応答が打ち消すため完全な再構成が可能である。

しかし不完全再構成領域では完全再構成平面の場合と異なり、逆投影操作のインパルス応答が 3 次元的な広がりをもつ。そのため被検査体の存在する場所以外

に逆投影された応答が、アーチファクトとして混入する。例えば図 3(a)に示すように 3 次元空間中に小さい球ファントム(模擬物体)を置いた場合、再構成結果には図 3(b)に示すように逆投影軌跡に沿った円錐状のアーチファクトが発生することになる。

### 3.2.2 CT 値の誤差

複数ファンビーム近似法に用いるフィルタは再構成方法 [babab] と同じ関数を設定した。再構成方法 [babab] ではすべての X 線ビームが回転軸に垂直に入射するため、被検査体を完全に再構成できる。しかし複数ファンビーム近似法は、 $\gamma=0$  の場合を除き X 線ビームは回転軸に対して垂直に入射しない。以下にこの斜入射が再構成結果に与える影響を、図 4 に示す吸収係数が一定値  $\mu$  で  $z$  軸に対して回転対称な円ファントムを想定して示す。なおこの円ファントムの  $x, y$  方向の半径を  $a, z$  方向の半径を  $b$  とする。

被検査体が  $z$  軸に対して回転対称であるため、すべての方向からの 2 次元投影像が同一である。またアレンジ法を前提にしているので、 $xz$  平面に対して平行なビームによる 2 次元投影像だけを考える。そこで回転平面での角度位置  $\beta$  を平行ビーム軌跡の  $y$  座標に置き換えて 2 次元投影像  $p(y', \gamma)$  を考えると、2 次元投影像は X 線の軌跡  $l$  上の線積分式(4)で表現できる。

$$p(y', \gamma) = \int f dl \quad (4)$$

$$\text{但し } f : \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} < 1 \text{ ならば } \mu$$

それ以外 0

$$= B(D, \gamma)(2\mu\sqrt{A^2 - y'^2}) \quad (5)$$

$$A = \sqrt{\frac{a^2(b^2 - C^2(R^2 - a^2))}{b^2 + (aC)^2}}$$

$$B(D, \gamma) = \sqrt{\frac{1 + C^2}{1 + (CD)^2}}$$

$$C = \tan \gamma \quad D = \frac{a}{b}$$

式(5)の  $y'$  についてのフーリエ変換は式(6)になる。

$$P(\omega_{y'}, \gamma) = B(D, \gamma)2\pi\mu \left| \frac{A}{\omega_{y'}} \right| J_1(A|\omega_{y'}|) \quad (6)$$

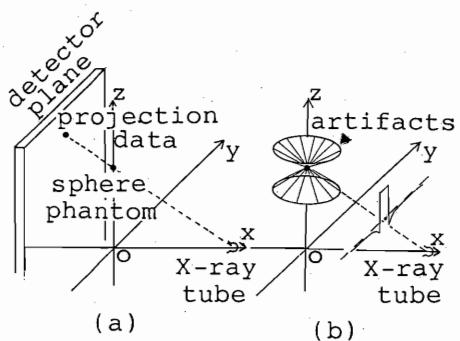
$J_1$  : 第 1 種ベッセル関数

回転方向にフィルタ補正した結果  $p'_1$  は式(7)となる。

$$p'_1(y', \gamma) = F^{-1}[PW_\rho] \quad (7)$$

$F^{-1}$  : フーリエ逆変換

更に被検査体は  $z$  軸に対して回転対称であるため、式(8)で示す逆投影処理により求めた  $z$  軸上の再構成結果



(a) A sphere phantom and it's projection data  
 (b) Distribution of artifacts in reconstructed image

図3 不完全断面における再構成  
 Fig. 3 Reconstruction on incomplete plane.

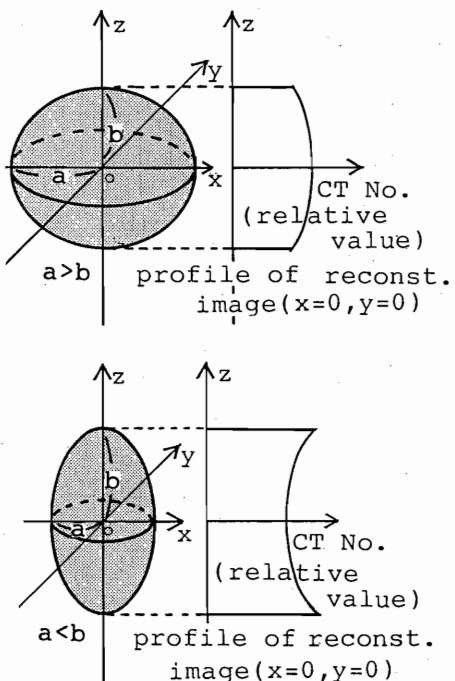


図4 ファントムの形状と再構成結果

Fig. 4 Relations between shapes of phantoms and reconstructed results.

$f'_1(0, 0, z)$  は  $p'_1(0, \gamma)$  と一致する。

$$f'_1(0, 0, z) = \frac{1}{2\pi} \int p'_1(0, \gamma), d\alpha \quad (8)$$

但し  $z = R \tan \gamma$

$$= p'_1(0, \gamma) \quad (9)$$

$$= \mu B(D, \gamma) \quad |z| \leq b \quad (10)$$

$$0 \quad |z| > b$$

従って再構成結果には  $B(D, \gamma)$  で示される誤差が混入する。図4にだ円の形状と式(10)から算出した  $z$  軸上の各位置における CT 値の変化曲線(以下プロファイル)の関係を示す。式(10)で示される再構成画像の CT 値は  $D, \gamma$  の関数となる。つまり再構成結果はだ円ファントムの形状と位置に依存する関数となる。 $a > b$  のだ円の場合は完全再構成平面に比べ、他の平面の CT 値が低く評価され、また  $a < b$  の場合は高く評価される。これは CT の特長である再構成結果の X 線吸収係数値としての定量性が失われるため重要な問題点である。

#### 4. 修正 $\rho$ フィルタ法

##### 4.1 修正 $\rho$ フィルタ

3. で示したように、複数ファンビーム近似法による再構成では二つの問題点が存在した。ここではその二つの問題点を補正する修正  $\rho$  フィルタを用いた再構成方法 [bbca] (以下修正  $\rho$  フィルタ法) を提案する。式(11)(12)(13)に修正  $\rho$  フィルタ  $W_M$  を示す。

$$W_M(\omega_\beta, \omega_\gamma, \gamma) = W_1(\omega_\gamma, \gamma) W_2(\omega_\beta, \omega_\gamma, \gamma) \quad (11)$$

$$W_1(\omega_\gamma, \gamma) = 0.54 + 0.46 \frac{\omega_\gamma}{kN(\gamma)} \quad (12)$$

$$W_2(\omega_\beta, \omega_\gamma, \gamma) = \cos \gamma \cdot W_\rho(\omega_\beta) + \frac{\sin^2 \gamma}{\cos \gamma} W_\rho(\omega_\gamma) \quad (13)$$

$W_1$  は回転軸方向の周波数分解能を制御することにより、3.2.1 で示したアーチファクトを軽減する成分であり、 $W_2$  は 3.2.2 で示した CT 値の誤差を補正する成分である。また、 $W_M$  は  $\gamma$  によってフィルタ形状が変わる場所依存形のフィルタである。なお、現在前提にしているアレンジ法による像再構成では  $\alpha$  方向と  $\beta$  方向では並べ換えにより平行ビームに変換するが、 $\gamma$  方向には広がりをもつので、コーンビームの広がりによる不等間隔サンプリングを補正するために 2 次元投影像に式(14)で示す補正項をかける<sup>(8)</sup>。

$$J(\gamma) = \cos \gamma \quad (14)$$

再構成は式(15)で示すフィルタレーション処理を 2 次元投影像に対して行った後、フィルタ補正結果  $p_M'$  を X 線ビームの軌跡に沿って逆投影することにより行う。

$$p_M'(\alpha, \beta, \gamma) = \iint J(\gamma') p(\alpha, \beta', \gamma') d\beta' d\gamma' \quad (15)$$

$$w_M(\beta - \beta', \gamma - \gamma', \gamma) d\beta' d\gamma'$$

$$w_M = F^{-1}[W_M]$$

以下に修正  $\rho$  フィルタ  $W_M$  の各々の成分について説明を加える。

#### 4.2 空間分解能の制限

3.1 で示したように一回転コーンビームスキャン方式によって得られる情報のフーリエ空間での分布は  $\omega_z$  軸近傍の情報が非常に不足した分布となる。ところで実際、人体の 3 次元構成を行う場合、極端に薄い体軸方向のスライス幅は要求されないことが多い。つまり  $z$  軸方向の空間周波数をある程度制限することが可能であると考える。 $z$  軸方向の空間周波数を制限することは周波数空間上では、 $\omega_z > \omega_{zc}$  ( $\omega_{zc}$  : 遮断周波数) である周波数成分を遮断することを意味する。図 5 に  $z$  軸方向の空間周波数を制限した場合の 3 次元フーリエ空間における情報の分布を示す。 $z$  軸方向の空間周波数を制限することにより、情報の欠落の大きな部分を取り除くことになり、アーチファクトを軽減することが可能となる<sup>(9)</sup>。 $\omega_z$  軸方向の周波数成分を制限するために、本論文では式(12)に示す関数  $W_1$  を用いて高域遮断処理を行った。なお周波数空間における情報の不完全性は  $\gamma$  に関係すると考えることができる。つまり  $\gamma = 0$  の平面は完全に再構成ができるため不完全性は存在しない。しかし  $\gamma$  が大きくなるに従って不完全性は増大する。従って  $\omega_{zc}$  を場所によって変化させた。式(12)中、 $kN(\gamma)$  はフィルタ関数の遮断周波数  $\omega_{zc}$  を場所依存形にするための調整項である。この値は  $W_1$  の逆フーリエ変換結果の半值幅と、再構成領域内へ逆投影処理を行ったときのインパルス応答の  $z$  軸方向への広がり幅を上限として設定した( $k=1$  の場合)。実際は  $\rho$  フィルタの実空間応答のパワーがほとんど原点近傍に存在するため、この上限の数分の 1 度の領域で十分なアーチファクト軽減が可能である。なお  $k$  は  $z$  軸方向の空間分解能とアーチファクト量を制御する正の定数(以下アーチファ

クト制御定数)であり、被検査体の性質によって調整する。 $k$  が小なら空間分解能が低下するかわりにアーチファクトが軽減する。また  $k$  が大きくなると空間分解能が向上するがアーチファクトは増大する関係がある。

#### 4.3 CT 値誤差補正

3.2.2 で X 線ビームの斜入射の影響による CT 値の誤差を示した。この誤差は、投影像の不完全性によるものであり完全な補正是不可能である。そこでここでは、CT 値誤差を軽減する補正項について示す。なお 3.2.2 と同様に、被検査体として  $z$  軸に対して回転対称な回転円体を想定し、 $z$  軸上の再構成結果  $f'_1(0, 0, z)$  について考える。式(10)によって示される誤差量  $B$  は  $D$  および  $\gamma$  の関数である。つまり複数ファンビーム近似法による再構成結果  $f'_1(0, 0, z)$  と真値  $f(0, 0, z)$  の間には式(16)で示す関係が成立つ。

$$f'_1(0, 0, z) = f(0, 0, z)B(D, \gamma) \quad (16)$$

$$f(0, 0, z) = \mu \quad |z| \leq b$$

$$0 \quad |z| > b$$

もし  $D$  が既知であれば真値  $f(0, 0, z)$  は式(17)より算出可能である。

$$f(0, 0, z) = f'_1(0, 0, z)/B(D, \gamma) \quad (17)$$

式(17)は式(9)を用いて投影像を回転方向にフィルタ補正した  $p'_1(0, \gamma)$  を用いた式(18)に変形できる。

$$f(0, 0, z) = p'_1(0, \gamma)/B(D, \gamma) \quad (18)$$

ここで  $D$  を投影像だけから算出することを考える。平行ビームにより回転円体を投影し、回転方向もしくは回転軸方向にフィルタ補正した結果は、それぞれの方向におけるだ円率に比例した関数となる。従って平行ビームによる投影の場合  $D$  は式(19)により算出できる。

$$D = p'_2(0, \gamma)/p'_1(0, \gamma) \quad (19)$$

$p'_2(0, \gamma)$ ：回転軸方向に  $\rho$  フィルタ処理した結果

ところが本再構成法 [bbca] では回転軸方向の投影は、X 線ビームが X 線源から検出器に向かって広がるファンビームによる投影であるため、実際には式(19)により求めた  $D$  には、誤差が混入する。そこで CT 値の補正を式(18)の近似解で行うことを考えた。なお以後誤差を含む  $D$  を  $D'(\gamma)$  とする。

式(18)を  $tan\gamma$  について Taylor 展開を行い第 1 項で近似すると式(20)となる。

$$f(0, 0, z) \approx \cos\gamma p'_1(0, \gamma) \left( 1 + \frac{1}{2} (D'(\gamma) \tan\gamma)^2 \right) \quad (20)$$

図 6(a)に式(20)によって再構成した  $f(0, 0, z)$  の一例を示す。式(20)中の  $D'(\gamma)$  はファンビーム投影の場合には

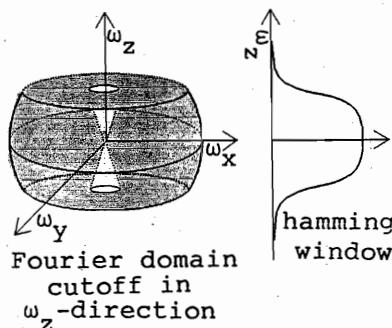


図 5 回転軸方向への空間周波数制御結果  
Fig. 5 Typical form of resulting high cut filter.

誤差が混入する。従って、平行ビーム投影とファンビーム投影との差が大きいファントムの辺縁付近での誤差混入が著しい。

そこで式(20)中の  $D'(\gamma)$  の値が大きいところでの影響を低減するため、 $2D'(\gamma)$  と近似することを考えた。なお定数は経験的に決定した。従って式(20)は式(21)となる。

$$f(0, 0, z) = \cos\gamma p_1'(0, \gamma) + \frac{\sin^2\gamma}{\cos\gamma} p_2'(0, \gamma) \quad (21)$$

図 6(b)に式(21)によって算出した  $f(0, 0, z)$  の一例を示す。式(21)による結果は式(20)の場合に比べてファントムの辺縁付近での誤差が大幅に軽減され、かつ CT 値の再現性にも優れています。図 6(a)の結果と比較すると、この近似は妥当なものと考えられる。式(18)より CT 値誤差補正を行うフィルタは式(13)に示す  $W_2$  となる。

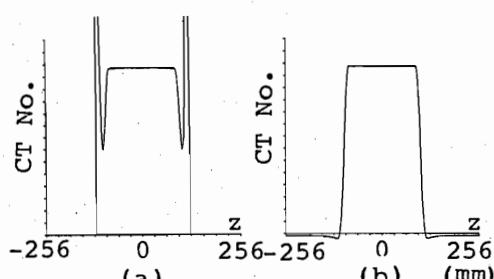
#### 4.4 ダイレクト法への拡張

4.1 で示した修正  $\rho$  フィルタはアレンジ法を前提にしている。アレンジ法はコーンビームの軌跡を並べ換える必要があるため、膨大なメモリ量と計算時間を必要とするためこのままでは実用的ではない。そこで本手法をダイレクト法に適用する方法を示す。

ダイレクト法では、コーンビームの広がりのため検出器列方向の  $\gamma$  は一定ではなく、位置に依存する。そのため  $\beta$  に対しても依存するフィルタをかけなければならぬが計算量の面から実用的でない。そこで近似解として式(22)で示すように  $\gamma$  に適当な定数項  $G$  を乗じることにより、 $\beta$  方向に変化する  $\gamma$  の値を  $G\gamma$  で代表させた。

$$W_2(\omega_\beta, \omega_r, \gamma) = \cos\gamma_c W_\rho(\omega_\beta) + \frac{\sin^2\gamma_c}{\cos\gamma_c} W_\rho(\omega_r) \quad (22)$$

但し  $\gamma_c = G\gamma$



(a) Case of  $D'(\gamma)^2$   
(b) Case of  $2D'(\gamma)$

図 6 CT 値補正結果  
Fig. 6 Result of CT number compensation.

なお定数  $G$  は検出幾何学系により変化するが、本論文で用いた計測幾何学系では経験的に約 1.7 とした。ダイレクト法による再構成は式(23)で示すフィルタレーション処理を 2 次元投影像に対して行った後、フィルタ補正結果  $p'_{Mc}$  を X 線ビームの軌跡に沿って逆投影することにより行う。

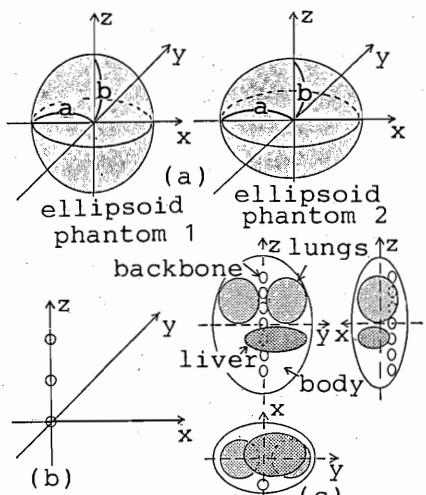
$$p'_{Mc}(\alpha, \beta, \gamma) = \iint J(\gamma') J(\beta') p(\alpha, \beta', \gamma') w_M(\beta - \beta', \gamma - \gamma', \gamma) d\beta' d\gamma' \quad (23)$$

但し  $w_M = F^{-1}[W_M]$

なお逆投影時にはコーンビームの広がり効果の補正項 (X 線源から逆投影点までの距離の 2 乗の逆数) が必要である<sup>(9)</sup>。

#### 5. 計算機シミュレーション

修正  $\rho$  フィルタの効果を計算機シミュレーションによって確認した。図 7 に設定したファントムの形状を示す。なお円ファントム 1, 2 における (a, b) は、それぞれ (100, 150), (150, 100) mm, アーチファクト評価ファントムは半径 6 mm の球を  $z$  軸上 0 mm, 70 mm, 140 mm に、また人体ファントムにおける各臓器の相対吸収係数は身体を 1.00 としたときに、肺が



(a) Phantom for evaluating CT number  
(b) Phantom for evaluating artifacts  
(c) Human body phantom

図 7 計算機シミュレーションに用いたファントム  
Fig. 7 Phantoms for computer simulation.

0.75, 肝臓が 1.04, 背骨が 2.00 と設定した。それぞれのファントムの 2 次元投影像を 320 枚計算機上で発生させて、修正  $\rho$  フィルタによるフィルタ補正処理のち逆投影を行い再構成像を算出した。

X 線源と回転中心の距離は 800 mm, コーンビーム開き角は  $\beta$  方向  $\gamma$  方向とも  $30^\circ$  とした。また再構成画像は  $256 \times 256$  画素、画素ピッチ 2 mm として求めた。また再構成にはダイレクト法を用い、また修正  $\rho$  フィルタにおけるアーチファクト制御定数  $k=5$  とした。また一部比較のためにアレンジ法も用いた。

### 5.1 CT 値評価ファントムの再構成結果

図 8 に  $z$  軸上のプロファイルを示す。(a) はだ円ファントム 1 の複数ファンビーム近似法による再構成結果、

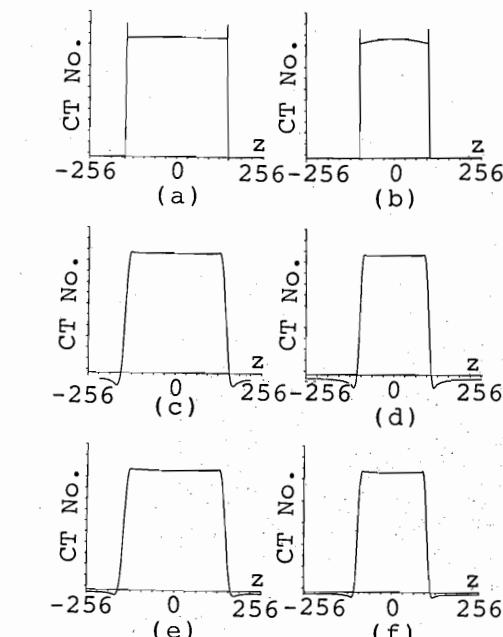
(c) は修正  $\rho$  フィルタ法による結果である。(b), (d) はだ円ファントム 2 の結果である。また比較のためにアレンジ法で同じファントムを修正  $\rho$  フィルタ法により再構成した結果を (e), (f) に示す。表 2 に CT 値の再現性を評価するために完全再構成面 ( $z=0$ ) の CT 値に対する  $z$  軸端における CT 値の変化率を示す。その結果複数ファンビーム近似法による場合と修正  $\rho$  フィルタ法の場合を比べると、すべての場合において修正  $\rho$  フィルタ法の方が正確に CT 値を再構成でき、かつファントムの形状に依存しないことを確認した。

### 5.2 アーチファクト評価ファントムの再構成結果

アーチファクト評価ファントムの再構成を行い、アーチファクト量と MTF を評価した。修正  $\rho$  フィルタは  $z$  軸方向の空間分解能を制御することによりアーチファクトを減少させる特性をもつたため、ファントムの応答は  $z$  軸方向にはぼけた応答となる。このぼけ成分もアーチファクトの一種と考えることもできるが、ここではこの成分を空間分解能の低下による画像のぼけと考え、MTF によって評価した。またアーチファクト量は、ぼけが発生している以外の領域の標準偏差により評価した。図 9 に MTF 曲線を、表 3 にアーチファクト量を示す。なおアーチファクト量は完全再構成面の球の応答が 1 になるように正規化し算出した。

複数ファンビーム近似法による再構成の場合、 $z$  軸と垂直方向の MTF 曲線はほぼ一定であるが、 $z$  軸方向は周波数が高くなるにつれて MTF が増加している。これはコーンビームを平行ビームと近似してフィルタ処理を行ったことによるひずみ成分である。また修正  $\rho$  フィルタ法による再構成では、 $z$  軸方向の MTF は修正  $\rho$  フィルタ中のアーチファクト補正項の影響で高域で減少している。しかし  $z$  軸に垂直な方向における回転方向の周波数制御の影響はわずかである。

また複数ファンビーム近似法による再構成では、アーチファクトの最大値は球の応答に比べ 1 % 程度存在する。例えば頭部 CT 画像の場合、0.2 % 程度のアーチファクトまで問題となるので、このアーチファクトは



(a), (b) Ellipsoid phantom 1 and 2 (multi fan-beam approximation; direct method)  
(c), (d) Ellipsoid phantom 1 and 2 (modified  $\rho$  filter; direct method)  
(e), (f) Ellipsoid phantom 1 and 2 (modified  $\rho$  filter; arrange method)

図 8 CT 値評価ファントムの再構成結果 ( $x=0, y=0$ )  
Fig. 8 Reconstructed results of the phantoms for evaluating CT Number.

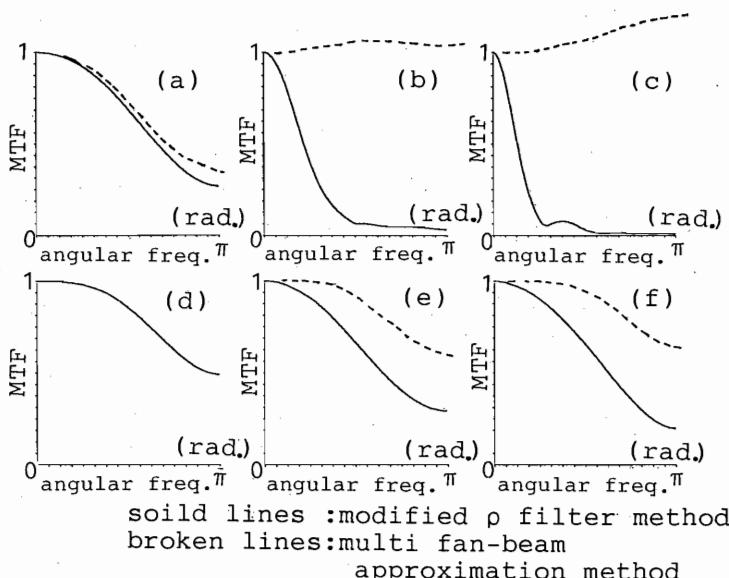
表 2 CT 値の再現性

	だ円ファントム 1	だ円ファントム 2
複数ファンビーム近似法	3.04 %	1.36 %
修正 $\rho$ フィルタ	0.13 %	0.01 %
修正 $\rho$ フィルタ(アレンジ法)	0.04 %	0.01 %

表 3 再構成画像に含まれるアーチファクト量

(球ファントムの応答を 1.0 に正規化)

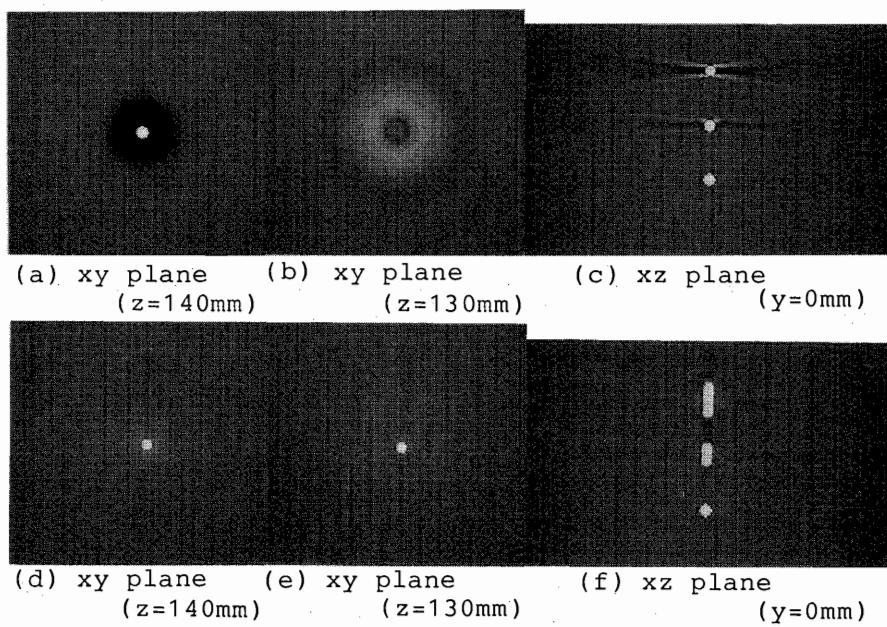
再構成平面 $z$ 座標 (mm)	複数ファンビーム近似		修正 $\rho$ フィルタ	
	標準偏差 ( $\times 10^{-5}$ )	誤差最大値 ( $\times 10^{-2}$ )	標準偏差 ( $\times 10^{-5}$ )	誤差最大値 ( $\times 10^{-2}$ )
60	0.159	0.77	0.033	0.24
70	0.097	-0.57	0.012	0.22
130	0.061	0.64	0.002	0.22
140	0.353	-2.66	0.005	0.26



(a), (b), (c) ; Along direction of  $z$  axis at  $z=0, 70, 140$  mm respectively  
(d), (e), (f) ; Perpendicular to direction of  $z$  axis at  $z=0, 70, 140$  mm  
respectively

図 9 空間周波数伝達特性

Fig. 9 Modulation transfer functions of the system.

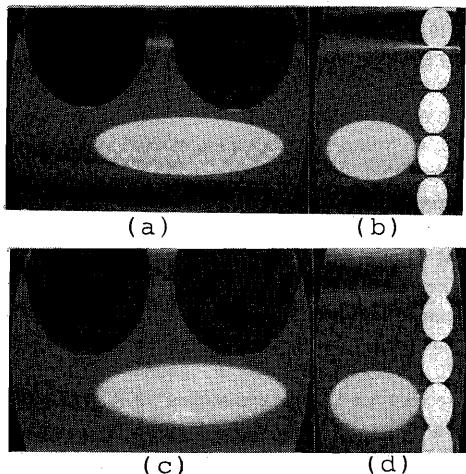


(a), (b), (c) Multi fan-beam approximation method  
(d), (e), (f) Modified  $\rho$  filter method

図 10 アーチファクト評価ファントムの再構成結果  
Fig. 10 Reconstructed images of the phantom for evaluating artifacts.

再構成画像の画質に大きな影響を及ぼす。一方修正  $\rho$  フィルタ法の場合はアーチファクトの最大値はほぼ 0.2 % と許容限度程度に減少している。

また図 10 に  $z=130$ ,  $z=140$  の  $xy$  平面と  $xz$  平面 ( $y=0$ ) を複数ファンビーム近似法、修正  $\rho$  フィルタ法によって再構成した結果を示す。表示は 0.05 を最大濃度に、-0.05 を最小濃度とした。 $z=140$  は球ファントム



(a), (b) At  $yz$  plane ( $x=0$  mm) and  $xz$  plane ( $y=0$  mm) and (multi fan-beam approximation method)  
 (c), (d) At  $yz$  plane ( $x=0$  mm) and  $xz$  plane ( $y=0$  mm) and (modified  $\rho$  filter method)

図 11 人体ファントムの再構成結果(1)

Fig. 11 Reconstructed images (1) of the human body phantom.

ムの中心位置であり、 $z=130$  は本来ファントムは存在しない領域である。複数ファンビーム近似法により再構成を行った画像(a), (b)には円状の強いアーチファクトが発生しているが、修正  $\rho$  フィルタにより再構成を行った画像(d), (e)では円状のアーチファクトが大幅に軽減している。しかし本来球の存在しない平面である(e)において、上部断面のぼけ要素が混入している。(f)では  $z$  軸方向の空間分解能を落とすことにより、(c)にあるような斜めの成分のアーチファクトが大幅に軽減している。

### 5.3 人体ファントムの再構成結果

図 11(a)に  $yz$  平面 ( $x=0$ )、(b)に  $xz$  平面 ( $y=0$ ) の複数ファンビーム近似法による再構成結果、また(c), (d)に同じ平面を修正  $\rho$  フィルタにより再構成を行った結果を示す。複数ファンビーム近似法による再構成結果では  $z$  軸方向に CT 値の減少が見られ、また骨スアントムや、肝臓ファントムの境界付近に強いアーチファクトが発生している。一方修正  $\rho$  フィルタ法による再構成結果は、 $z$  軸方向に周波数成分を制御した影響で、中心から離れるに従って、再構成像の境界の応答がなるものの、正確に CT 値を再構成でき、アーチファクトも大幅に減少していることがわかる。

図 12 に人体ファントムを修正  $\rho$  フィルタ法を用いて上部から一定間隔ごとに 19 枚構成した結果を示す。この結果からもわかるように修正  $\rho$  フィルタ法では、アーチファクトが軽減された良好な 3 次元像の再構成が可

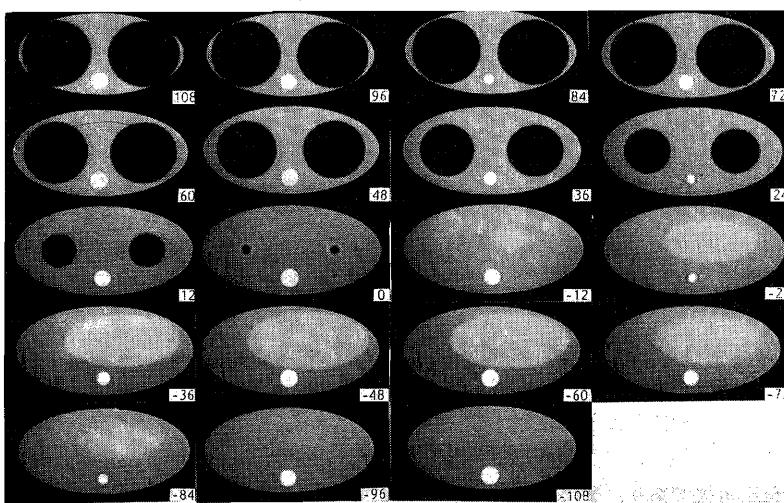


図 12 人体ファントムの再構成結果(2)(右下は  $z$  座標の値を示す)

Fig. 12 Reconstructed images of the human body phantom (lower right numbers indicate  $z$  coordinates).

能となった。

## 6. むすび

コーンビーム X 線を用いて被検査体周りを 1 回転する計測系から得られた不完全投影像を用いてフィルタ補正逆投影法による再構成を行うに適した修正  $\rho$  フィルタを提案した。本論文で提案した修正  $\rho$  フィルタは、(1) フィルタ補正処理を、回転方向と回転軸方向に分けて行い、正確に CT 値を再構成できる。(2) 不完全投影像の周波数軸空間での不完全性に注目し、 $\omega_z$  方向の周波数を制御したフィルタ補正処理によりアーチファクトを大幅に軽減する。以上の 2 点の特長をもった場所依存形フィルタである。

また修正  $\rho$  フィルタの効果を計算機シミュレーションによって確かめた。その結果以下のことを確認した。

(1) 複数ファンビーム近似法では不可能であった正確な CT 値の再構成が修正  $\rho$  フィルタ法では可能となる。

(2)  $z$  軸方向の分解能を制御することにより、投影像の不完全性からくるアーチファクトを大幅に軽減することが可能である。

以上の 2 点は再構成画像の定量性、および画質を向上させるために極めて重要であり、本フィルタは 1 回転コーンビームスキャン方式による 3 次元 CT のための補正フィルタとして優れた特長を有するものと考える。更に場所依存のフィルタ処理を行うことにより、完全再構成平面は 2 次元 CT と同じ方法による再構成を行い、またその近傍は完全再構成平面からはなれるに従って  $z$  軸方向の空間分解能は劣化するものの、アーチファクトが大幅に低減された再構成画像を得ることができる。また本アルゴリズムはスライスピスライス法と異なり短時間で撮影できる。そのため、スライスピスライス法に見られるような断層間の時間差からくる臓器の動きのない、明りょうな 3 次元像を観察できるため、本方法は臨床適用に際して極めて有用であると考える。

なお 2 次元投影像を用いて 3 次元再構成を行う場合、検出系の線形性が重要な問題である。とくに X 線を用いた計測では散乱線が系の線形性を大きく阻害する。コーンビーム X 線を用いた計測では、指向性に優れた 2 次元検出器の採用が不可欠であり、また散乱線の補正も重要となる。今後本方式の実用化に向けての検討を行う予定である。

謝辞 卒業研究生として本研究を進める上でご協力

頂いた高橋幸江氏（現在日本 IBM）に感謝します。また本研究の一部は文部省科学研究費補助金（一般研究(C) No. 60550292）の援助によった。

## 文 献

- (1) 萬、横井、鶴岡、三宅：“頭部 CT 像の三次元表示の一方法”，医用電子と生体工学，21, 6, pp. 15-20 (昭 58-10).
- (2) R. V. Denton, B. Friedlander and A. J. Rockmore : “Direct three-dimensional image reconstruction from divergent rays”, IEEE Trans., NS-26, 5, pp. 4695-4703 (1979-10).
- (3) 井宮、小川：“円錐ビームによる投影からの画像直接再構成”，信学論(D), J68-D, 4, pp. 523-529 (昭 60-04).
- (4) R. A. Robb, E. A. Hoffman, L. J. Sinak, L. D. Harris and E. L. Ritman : “High-speed three-dimensional X-ray computed tomography : The dynamic spatial reconstructor”, Proc. IEEE, 71, 3, pp. 308-319 (March 1983).
- (5) M. D. Altschuler, G. T. Herman and A. Lent : “Fully three-dimensional image reconstruction from cone-beam source”, IEEE Conf. on Pattern Recognition and Image processing, Chicago, Illinois (May 1978).
- (6) L. A. Shepp and B. F. Logan : “The Fourier reconstruction of a head section”, IEEE Trans., NS-21, pp. 21-43 (1974).
- (7) 岩田、堀場、鈴村：“医用画像の生成に関するディジタル処理”，昭 60 東海支部連大, S4-3.
- (8) G. T. Herman, A. V. Lakshminarayanan and A. Naparstek : “Convolution reconstruction techniques for divergent beams”, Compt. Biol. Med. Pergamon Press, 6, pp. 259-271 (1976).
- (9) H. E. Knutsson, P. Edholm, G. H. Granlund and C. U. Petersson : “Ectomography - A new radiographic reconstruction method -1, theory and Error Estimates”, IEEE Trans., BME-27, pp. 640-646 (Nov. 1980).

（昭和 62 年 11 月 2 日受付）

## 松尾 啓志



昭 58 名工大・情報卒。昭 60 同大学大学院修士課程了。同年松下電器産業㈱入社。昭 61 名工大大学院博士課程後期（電気情報工学専攻）入学、現在に至る。画像処理に関する研究に従事。日本 ME 学会、情報処理学会各会員。



堀場 勇夫

昭 49 名大・工・電気卒。同年嶽日立メディコ入社。昭 62 名城大・理工・電気電子・講師、現在に至る。生体情報の計測および医用画像処理に関する研究に従事。工博。日本 ME 学会、日本放射線技術学会、日本超音波医学会各会員。



岩田 彰

昭 48 名大・工・電気卒。昭 50 同大学院修士課程了。同年名工大・情報・助手。昭 57 年 4 月より昭 58 年 10 月まで、ドイツ連邦共和国ギーセン大学医学部医用情報研究所客員研究員。昭 59 名工大・情報・助教授、現在名工大・電気情報・助教授。生体情報処理、医用画像処理に関する研究に従事。工博。日本 ME 学会、情報処理学会各会員。



鈴村 宣夫

昭 28 名大・工・電気卒。同年毎日新聞社入社。昭 38 名大・工・助手。以後、講師、助教授を経て、現在、名工大・電気情報工学科教授。この間、医用・生体関係の信号処理、画像処理などの研究に従事。現在、名古屋工業大学情報処理教育センター長併任。また 61 年 5 月より情報処理学会中部支部長。工博。