

レジスタ挿入方式を用いたスロットリングの性能解析

正員 不破 泰[†] 正員 田坂 修二^{††}

A Performance Analysis of Slotted Rings Based on the Register Insertion Method

Yasushi FUWA[†] and Shuji TASAKA^{††}, *Members*

あらまし 本論文は、レジスタ挿入型のアクセス方式を取り入れたスロットリングの性能を、解析的に求めたものである。解析にあたっては、従来の解析に多く見られた隣接ノードからのパケット到着に関する近似を行わず、到着確率をモデルにより解析的に求めることとした。また、ノード内バッファの段数を無限とせず有限とした。このため、モデルは複雑になったが、平衡点解析の手法を用いることで解析が可能となった。この結果、従来の研究で問題があった高負荷時のシミュレーション結果との不一致もなく、解析値は負荷やシステムの規模に関係なくシミュレーション値とよく一致した。また、平衡点解析の手法を用いたため、今後より複雑なネットワークの解析にあたっても、同等な条件で解析が可能である。このネットワークは、パケット長を固定長としたレジスタ挿入型ネットワークとも、また各ノードで一定の遅延があるスロットリングともみなすことができるため、この解析結果はレジスタ挿入型やスロットリングに対しても適用が可能である。

1. ま え が き

近年、ネットワークを介して大量の情報を高速に転送することに対する要求が、飛躍的に高まってきている。この要求は、LAN, WAN とともに強く、特にリング型のネットワークは各 LAN 間を結んだバックボーンネットワークとしても利用されることから、より高速化が望まれている。

我々は、信州大学におけるキャンパスネットワークとして S-net を提案し、4 年間運用をしてきた⁽¹⁾。S-net は、レジスタ挿入型のリングを 2 段に階層化した構成をとっている。この S-net でも、今後画像や音声といったさまざまな情報を伝送するため、高速化を検討している。

ネットワークの高速化を図るためには、伝送路を高速化するだけでなく、各ノードの処理も高速化する必要がある。伝送速度が 100 Mbit/s 以上の高速通信では、このノードの処理がボトルネックとなるため、広帯域 ISDN で検討されている ATM 網のように、ノ

ドでの処理をすべてハードウェア化する必要がある。そして、パケットの構成やアクセス方式等を、ハードウェア処理に適した構成としなければならない。S-net でもこういったことから、ハードウェア処理が容易であるスロットリング⁽²⁾の考えを取り入れて、レジスタ挿入型ネットワークのパケット長を固定長とし、送信時にデータがない場合は空きスロットを送出する方式（以後これをレジスタ挿入型スロットリングと呼ぶ）の採用を検討し、現在同期確立の方式やそのためのハードウェア等について、研究を進めている。

一方、このレジスタ挿入型スロットリングが、基本的にどのような性能を示し、いかなる特徴を有するかを、定量的に評価しておくことも重要である。そこで、本論文では、このネットワークのモデル化と解析を行い、性能を評価した。本ネットワークは、固定長パケットのレジスタ挿入型ネットワークとみなすことも、また各ノードで一定の遅延があるスロットリングとみなすこともできる。そのため、この解析結果はレジスタ挿入型やスロットリングに対しても適用が可能である。

従来、さまざまなレジスタ挿入型ネットワークやスロットリングに対する性能解析が行われてきた^{(3)~(9)}。これらは、いずれも対象とするネットワークの性能をよく表現できるモデルを構築し、各ネットワークの性

[†] 信州大学工学部情報工学科, 長野市
Faculty of Engineering, Shinshu University, Nagano-shi, 380 Japan

^{††} 名古屋工業大学工学部電気情報工学科, 名古屋市
Faculty of Engineering, Nagoya Institute of Technology, Nagoya-shi, 466 Japan

能を明らかにした優れた研究である。しかしながら従来の解析の大半は、次の点で問題がある。

(1) 各ノードのバッファ段数を無限と仮定している。

これは、本来有限であるバッファ段数を無限とするもので、バッファのオーバフローやフロー制御について解析する際に問題となる。本論文では、バッファの段数が有限の場合を扱うこととし、その最も単純な例として段数が1段のものを取り上げる。今後はこの解析をもとに、段数を増やしていくことにしている。

(2) 隣接ノードからのパケットや空きスロットの到着を、不自然な仮定により簡単化している。

従来の解析では、隣接ノードからのパケット到着や空きスロット受信に関し、ノード間でのパケット到着の相関性を厳密にモデル化するのが困難なために、さまざまな仮定を設けてモデルを簡単化している。この到着をポアソン分布と仮定したり^{(7),(9)}、この仮定による解析結果とシミュレーション結果の差を小さくするために、1台前のノードにおける隣接ノードからのパケット到着と端末からのパケット発生から、このノードのパケット到着を求める解析もある⁽³⁾。後者の場合も、1台前のノードのパケット到着はポアソン分布としているため、解析結果は高負荷時にシミュレーション結果と一致しない。また、パケット到着を回線のスループットを用いた幾何分布で表せるとして解析する研究もあるが^{(4),(5),(8)}、この場合も高負荷時に解析結果がシミュレーション結果と一致しなくなる。更に、ノードの発生パケットと空きスロットの到着との間に、フローバランスが成立しているとして解析する研究もある⁽⁶⁾。しかし、常にフローバランスが成立するとは限らず、通常自ノード発生パケットの方が到着する空きスロットより多いときはノードのオーバフローが発生する。これを常にフローバランスが成立しているとしたのでは、ノードにおけるオーバフロー問題を扱えなくなる。

本論文ではモデルを簡単にするための上記のような仮定を設けず、隣接ノードからのパケット到着は各ノードの振舞いを表すマルコフモデルを解くことで、求めることにする。

(3) 解析が個々のネットワークの形態やアクセス方法の特徴を利用して行っているため、他のリング型ネットワークの解析に際して同じ解析方法を用いることが困難である。

解析を行う目的の一つに、いろいろな形態やアクセ

ス方法のネットワークを、同一の方法を用い、同一条件で解析して比較できるようにすることが挙げられる。このため、できるだけ多くのネットワークを解析できる手法を用いることが望ましい。従来の研究は、待ち行列理論を用いて解析できるように、モデルを簡単化しているが、さまざまなネットワークを、すべてこの理論が適用できるように簡単化するのは、困難である。本論文では、モデルが複雑な有限状態マルコフ連鎖モデルであっても解析ができ、既に衛星通信網とバス型 LAN におけるさまざまな形態のネットワーク解析に成功している平衡点解析⁽¹⁰⁾の手法を用いることとする。

解析にあたりモデルを簡単にする目的で、各ノードではパケット送信時間(1スロット時間)をノード数で割ったものを単位時間とし、この単位時間当たり確率 σ でパケットが1個生起すると仮定した。更に、このパケットの送信が終了するまでは、このノードでは新たなパケットは生起しないこととした。また、このパケットのあて先はノードの接続順に幾何分布をなすこととして、更にモデルの簡単化を図った。

以下本論文では、まず2.でレジスタ挿入型スロットリングの動作原理を説明する。続いて3.でこのネットワークのモデル化を行い、平衡点解析の手法を用いてこのモデルを解析する。更に、4.で解析から求めた数値例を示し、シミュレーションにより求めた結果と比較して、本解析の精度について検討する。

2. レジスタ挿入型スロットリング

本論文で解析するネットワークについて説明する。ネットワークの形態は、各ノードが図1に示すような順序で接続されたリング型である。各ノードは図2で示す構成となっており、リングバッファ(Ring

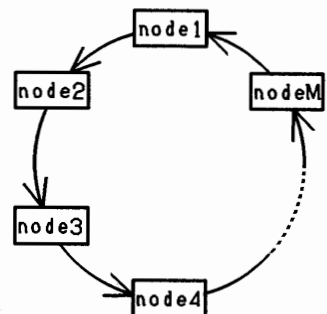


図1 リング型ネットワーク
Fig.1 A network of ring topology.

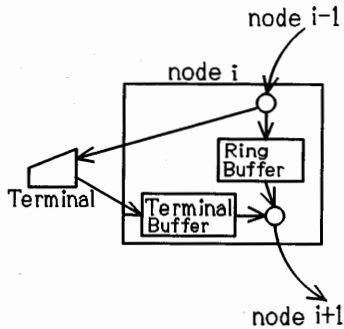


図 2 ノードの構成
Fig. 2 Block diagram of node.

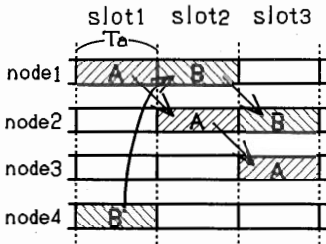


図 3 パケット送信タイミング
Fig. 3 Timing chart of sending packets.

Buffer)・端末バッファ(Terminal Buffer)と呼ぶ2種類のバッファを備えている。隣接ノードから送られてきたパケットのうち、空きでないパケットはそのあて先が調べられる。そして、このパケットが自ノードあての場合は直ちにこのパケットをこのノードに接続された端末へ送り、パケットをリングから取り除く。自ノードあてでない場合はこのパケットをリングバッファに格納する。端末から発生するパケットは、端末バッファに蓄えられる。送信開始時にリングバッファか端末バッファにあるパケットを送信するが、このとき常にリングバッファからの送信を優先させる。二つのバッファがともに空の場合は、空きパケットを送信する。

図3に各ノードからパケットが送信されるタイミングを示す。この図では、簡単のためにノード数を4とした。本ネットワークは、図が示すように各ノード(node)が1パケットを送信する時間を1スロット(slot)とし、各ノードのスロットのタイミングをすべてそろえたものである。パケットがあて先ノードまで途中にあるノードを転送されるときは、1スロットごとに1ノードずつ転送されている。ここで、ノード1からはノード4あてのパケットAが、ノード4からは

ノード3あてのパケットBが、スロット1で同時に送信を開始した様子を示している。ノード2では、スロット1でノード1からパケットAを受信してリングバッファに蓄え、これをスロット2で次のノード3へ転送する。また、スロット1でパケットAを送信しているノード1は、同時にノード4からパケットBを受信してリングバッファに蓄え、これをスロット2でノード2へ転送する。この結果、この二つのパケットはともに3スロットを経て相手のノードへ転送される。この図からもわかるように、複数のノードが同時にパケットを送信するため、回線が効率的に使われる。

このシステムを解析するにあたっては、各ノードが1パケットを送信するのにかかる時間(1スロット時間)を T_a 、ノード数を M とし、端末バッファの段数は1段のネットワークを対象にした。リングバッファの段数は、常にリングバッファが端末バッファより優先度が高いため、1段で十分である。また、時間を T_a/M ごとの時間単位(以下、この単位をステップと呼ぶ)に細分化して考え、更に次のような仮定を行った。

- (1) 各ノード間でのパケットの伝搬遅延は無視する。もしくは、伝搬遅延が無視できない場合は、スロット長に伝搬遅延を含めて考えることとする。
- (2) 各端末はステップ当り確率 σ でパケットを生成し、端末バッファに蓄える。このパケットの発生はステップの最後の時点で起きるものとする。但し、既に端末バッファにパケットがあるときは、これ以上パケットは生成されない。
- (3) 端末バッファに蓄えられるパケットのあて先は、自ノード以外の全ノードに対し一様である。

3. モデル化および解析

3.1 モデル化の考え方

2.で説明したネットワークを平衡点解析の手法で解析するため、ネットワークにおける M 台のノードの各々がとり得る状態、すなわちモードの遷移の関係を表現したモデルを作成しなければならない。ここではまず、モデル作成の基本的な考え方を説明する。

各ノードは、リングバッファ内のパケット数 $x(x=0,1)$ と端末バッファ内のパケット数 $y(y=0,1)$ という二つのパラメータにより合計4通りの状態をとる。今回のネットワークでは、同時に M 台のノードがパケットの送出を開始してこの x, y の値が変わり、状態が変化するため、この変化の組合せの数は 4^M 通りとなる。更に、仮定(3)より M 台のノードのパケット

は、自ノード以外のすべてのノードがあて先となる可能性が等しくあるため、パケットのあて先の数は $M(M-1)$ 通りとなる。以上のことから、このネットワークをそのままモデル化しようとする、モデルにおけるモードの数が少なくとも $M(M-1)4^M$ 個必要で大変複雑なものになってしまう。そこで、モードの数を減らすため、以下の作業を行った。

(1) パケットのあて先について

仮定(3)を用いると、各パケットについてはこれを受信する各ノードにおいて、そのノードがあて先である確率は一様分布となり、モデルを複雑にしている。モードの数を減らすため、モデルでは仮定(3)の代わりに、このあて先を幾何分布とする次の仮定(4)を導入する。

(4) 隣接ノードからパケットを受信したノードでは、このパケットのあて先が確率 E で自ノードあてであるとする。

ここで、モデルにおけるこの確率 E をどのような値にすればよいかを考える。ここでは、パケットがあて先ノードに到着するまでいくつのノードを中継されるかという中継ノード数の期待値を、仮定(3)と仮定(4)とでそれぞれ求め、この値が等しくなるように確率 E を定めることとする。

仮定(3)では、各パケットはそのパケットを生成したノードを除く $M-1$ 台のノードに対し、確率 $1/(M-1)$ で各ノードあてとなるため、中継ノード数が $k(k=0, 1, \dots, M-2)$ である確率は、すべて $1/(M-1)$ となる。このため、中継ノード数の期待値 E_s は、次のようになる。

$$E_s = \sum_{k=0}^{M-2} k \frac{1}{M-1} = \frac{M-2}{2}$$

仮定(4)では、中継ノード数が $k(k=0, 1, \dots)$ である確率は、 $E(1-E)^k$ となる。このため、中継ノード数の期待値 E_m は次のようになる。

$$E_m = \sum_{k=0}^{\infty} k E (1-E)^k = \frac{1-E}{E}$$

そして、 $E_m = E_s$ となるように E を定めると、 E は次のようになる。

$$E = \frac{2}{M} \quad (a)$$

(2) 送信タイミングの変形

本論文では、 M 台のノードが同時にパケット送出を開始するという同時並行動作が、モデル構築を困難にしている。そこで、この困難を回避するために、各ノ

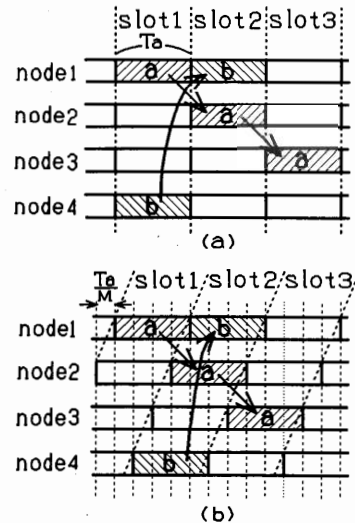


図4 パケット送信タイミングの変形
Fig. 4 Modification of timing of sending packets.

ードの送信開始タイミングを、モデル上で次のように変形する。1スロットをノード数で等分した T_a/M (1ステップ)を時間の単位とし、各ステップの終了時点で1台ずつ送信を開始すると考える。こうすると、パケット送出によるノードの状態変化は、パケットを送出するノード自身と、このパケットを受信する次のノードに限られ、モデル化が極めて容易になる。

送信開始の順番は、どのような順番でも本質的な違いはないが、ここではパケットが送られる方向と逆順に送出を開始するようにした。このタイミングを図4に示す。図で(a)が実際の送出タイミングで、(b)がモデル化のための変形した送出タイミングである。

この変形したタイミングでは、ノードの状態変化は1ステップごとに起きるため、今後はこのネットワークの振舞いを1ステップごとに観察することにする。ここで、ノードの状態変化は各ステップの最後に起きるものとし、観察は各ステップの最初に行うとする。

この際、各ノードの状態を決めるパラメータは、 x, y の二つに加えて、 z ステップ後にパケット送出を開始する ($z=0, 1, \dots, M-1$) という三つ目のパラメータが必要になる(以下の説明は図5に示すモデル図を参照のこと。なお、図5については3.2で詳しく説明する)。この z パラメータは、このステップの最後にパケットを送出するノードが $z=0$ であり、以後ノードの接続と逆順に1から $M-1$ までの値となり、同じ値をもつ複数のノードは存在しない。そして、1ステップ

ごとに各ノードの z の値は 1 減り、 $z=0$ のノードはステップの最後にパケットを送出して $z=M-1$ になる。

$z=0$ のノードが送出するパケットは、リングバッファまたは端末バッファ内のパケットである。これらのバッファ間では常にリングバッファの方が優先するので、遷移後 $z=M-1$ となったノードは必ずリングバッファは空で、 $x=0$ である。このため、 $z=M-1$ のノードは状態が $y=0, 1$ の 2 通りとなる。また、この送出されたパケットを受信するノードは次に接続されたノードであり、モデルにおける送信開始の順番がノードの接続と逆順であることから、このノードは $z=M-1$ となっている。このため、 $z=M-1$ のノードは遷移後 $z=M-2$ となると共に、隣接ノードからパケットを受信し、そのあて先が自ノードあてでなければ $x=1$ になる。

x の値は、この $z=0, M-1$ のとき以外は変化しない。一方 y の値は、仮定(2)より確率 σ でパケットを端末から受信すれば 1、そうでなければ 0 である。以上をまとめると、 $z=M-1$ のノードのモードは $y=0, 1$ の 2 通り、 $z=0, 1, \dots, M-2$ のノードのモードは $x=0, 1$ $y=0, 1$ の 4 通り、全体に必要なモードの数は $4M-2$ 個となった。

なお、ノードから送信されるパケットについて、実際のシステムでは送信中はこのパケットの一部は次のノードにあり、残りは送信しているノードにあるのだが、このような一時的に両方のノードにまたがっている状態は、モデル化を困難にするため、モデルでは送信を開始すると直ちにこのパケットは次のノードに移ることにする。

3.2 モデル化

作成したモデルを図 5 に示す。この図で $W_{x,y,z}$ という合計 $4M-2$ 個のモードがある。ここで、 x, y, z のパラメータの意味は 3.1 で説明したとおりである。 z ステップ後に送信を開始するノードのモードは、そのバッファの状態により $W_{0,0,z}$, $W_{0,1,z}$, $W_{1,1,z}$, $W_{1,0,z}$ のいずれかである ($z=M-1$ のときは、 $W_{0,0,z}$ か $W_{0,1,z}$ のいずれか)。 M 台のノードは、それぞれの送信開始までの時間が接続順と逆に $0, 1, \dots, M-1$ ステップになっているので、図 5 において M 行ある水平に並んだモードのいずれかに、各行 1 台ずつノードが存在する。

また、このモデルの状態の観察、パケットの発生、パケットの送信、モードの遷移のタイミングは、次のようになる。

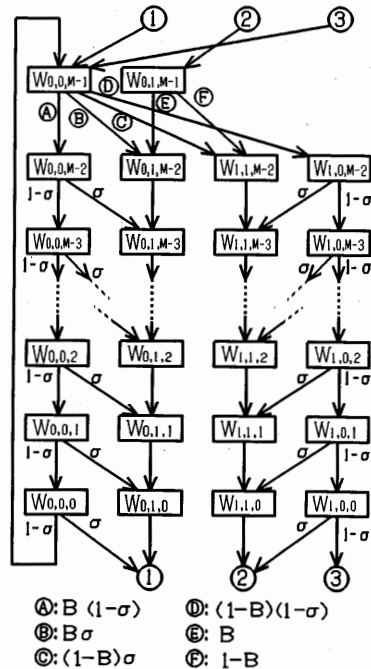


図 5 レジスタ挿入型スロットリングの近似モデル
Fig. 5 An approximate model of a slotted ring based on the register insertion method.

- ① 状態の観察は各ステップの最初に行う。
- ② 端末からのパケット発生は各ステップの終了時に起きる (但し③の直前)。
- ③ パケットの送信は、各ステップの終了時に行う (但し④の直前)。
- ④ モードの遷移は各ステップの最後に行う。

端末バッファにパケットを有していないノードは、仮定(2)より遷移の際確率 σ で端末バッファにパケットをもち、確率 $1-\sigma$ で端末バッファにパケットをもたない。このため、 $W_{0,0,z}$ ($z=1, 2, \dots, M-2$) にあるノードは確率 σ で $W_{0,1,z-1}$ へ遷移し、確率 $1-\sigma$ で $W_{0,0,z-1}$ へ遷移する。同様に $W_{1,0,z}$ ($z=1, 2, \dots, M-2$) にあるノードは確率 σ で $W_{1,1,z-1}$ へ遷移し、確率 $1-\sigma$ で $W_{1,0,z-1}$ へ遷移する。また、端末バッファにパケットを有するノードは、パケット送出を開始するまでその数は変化しないため、 $W_{0,1,z}$ ($z=1, 2, \dots, M-2$) にあるノードは確率 1 で $W_{0,1,z-1}$ へ遷移し、 $W_{1,1,z}$ ($z=1, 2, \dots, M-2$) にあるノードは確率 1 で $W_{1,1,z-1}$ へ遷移する。

$z=0$ であるノードは、次の遷移の際パケットの送出を始める。この送出には、四つの場合がある。一つはリングバッファにも端末バッファにもパケットがない

場合で、空きパケットの送出を開始する。この場合の遷移は、ノードが $W_{0,0}$ にある場合確率 $1-\sigma$ で起き、 $W_{0,M-1}$ へ遷移する。二つ目は、リングバッファにはパケットはないが端末バッファにパケットがある場合で、端末バッファ内のパケットの送出を開始する。この場合の遷移は、ノードが $W_{0,0}$ にある場合確率 σ で起き、またノードが $W_{0,1}$ にある場合は確率 1 で起き、いずれの場合も $W_{0,M-1}$ へ遷移する (図中①)。三つ目は、端末バッファにはパケットがないがリングバッファにパケットをもつ場合で、このときはリングバッファ内のパケットの送出を開始する。この場合の遷移は、ノードが $W_{1,0}$ にある場合確率 $1-\sigma$ で起き、 $W_{0,M-1}$ へ遷移する (図中③)。四つ目は、リングバッファにも端末バッファにもパケットを有する場合で、このときはリングバッファ内のパケット送出を開始する。この場合の遷移は、ノードが $W_{1,0}$ にある場合確率 σ で起き、また $W_{1,1}$ にある場合は確率 1 で起き、いずれの場合も端末バッファ内のパケットが残るので $W_{0,M-1}$ へ遷移する (図中②)。

この送信を開始したパケットは、次に接続されている $z=M-1$ のモードにあるノードが受信する。この受信ノードの遷移後の状態について考える。ここで、確率変数 $A(n)$ を次のように定義する (ベクトル n については、3.3 で説明する)。

$$A(n) \triangleq \begin{cases} 0: \text{遷移の際、パケット送信ノードは空きで} \\ \quad \text{ないパケットを送信} \\ 1: \text{遷移の際、パケット送信ノードは空きの} \\ \quad \text{パケットを送信} \end{cases}$$

まず、 $W_{0,M-1}$ のモードにあるノードの遷移について考える。このノードは、 $A(n)=0$ のとき空きでないパケットを受信し、そのうち自ノードあてでない確率が $1-E$ である。このため、このノードのリングバッファの状態は、遷移で次の2通りの状態になる。一つは、 $A(n)=1$ (空きのパケットを受け取る) であるかしくは $A(n)=0$ (空きでないパケットを受け取る) であっても確率 E でそのあて先が自ノードであってリングバッファにはパケットが入らない場合である。このため、状態 n が与えられたとき、 $z=M-1$ のノードにおいて次のステップの開始時点でリングバッファにパケットが入らない確率は、 $A(n)+\{1-A(n)\}E$ である (以後、 $B \triangleq A(n)+\{1-A(n)\}E$ とする)。逆に、 $A(n)=0$ かつ確率 $1-E$ でこのパケットのあて先が自ノードでない場合、リングバッファにパケットが入る。その確率は $\{1-A(n)\}(1-E)=1-B$ である。更に、モー

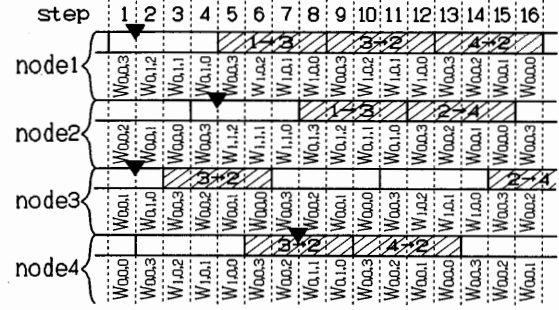


図 6 モード遷移の例

Fig. 6 Example of mode transitions.

ド $W_{0,M-1}$ にあるノードには、確率 σ で端末バッファにもパケットが入る。以上から、 $W_{0,M-1}$ にあるノードは、次の遷移で確率 $B(1-\sigma)$ で端末バッファにもリングバッファにもパケットが入らず $W_{0,M-2}$ へ遷移し、また確率 $B\sigma$ で端末バッファにのみパケットが入り $W_{0,M-2}$ へ遷移する。更に、確率 $(1-B)\sigma$ でリングバッファにも端末バッファにもパケットが入り $W_{1,M-2}$ へ遷移し、確率 $(1-B)(1-\sigma)$ でリングバッファにのみパケットが入り $W_{1,M-2}$ へ遷移する。この動作は、それぞれ図中④～⑥に示した。

$W_{0,M-1}$ にあるノードの遷移については、このノードは既に端末バッファにはパケットを有しているので、リングバッファへパケットが入るか入らないかだけを考えればよく、確率 B でリングバッファへパケットが入らず $W_{0,M-2}$ へ遷移し、また確率 $1-B$ でリングバッファへパケットが入り $W_{1,M-2}$ へ遷移する。この動作は、それぞれ図中⑥、⑦に示した。

このモデルにより各ノードが遷移する様子を図6に示す (図では $M=4$)。図は送信されるパケットと (パケット内に、送信元→あて先を表示) 各ステップごとのモードを各ノードごとに書き、▼はノードに接続した端末がパケットを発生したことを示している。この図でのパケット送信のタイミングは、あくまでもモデル上の仮想的なものであり、実際のものとは異なっていることを、改めて注意されたい。

3.3 平衡点方程式

作成したモデルの解析を行う。このモデルにおいて、モード $W_{x,y,z}$ にあるノード数を表す確率変数を $n_{x,y,z}$ とおく。モデルの定義より明らかに次式が成り立つ。

$$\sum_{i,j=0}^1 \sum_{k=0}^{M-2} n_{i,j,k} = 1 \quad (k=0, 1, \dots, M-2) \quad (1)$$

$$n_{0,0,M-1} + n_{0,1,M-1} = 1 \quad (2)$$

モデルの状態ベクトル \mathbf{n} を次のように定義する。

$$\mathbf{n} \triangleq (n_{0,0,0}, n_{0,0,1}, \dots, n_{0,0,M-1}, \\ n_{0,1,0}, n_{0,1,1}, \dots, n_{0,1,M-1}, \\ n_{1,1,0}, n_{1,1,1}, \dots, n_{1,1,M-2}, \\ n_{1,0,0}, n_{1,0,1}, \dots, n_{1,0,M-2})$$

ベクトル \mathbf{n} は、既約な有限状態マルコフ連鎖となる。

このマルコフ連鎖を、平衡点解析の手法を用いて解析する。平衡点解析では、システムは常に平衡点にとどまっていると仮定する。平衡点は、各モードにおける平均増加ノード数が 0 となる点と定義される。そのため、状態 \mathbf{n} が与えられたとき、各モードへ流入する平均ノード数と各モードから流出する平均ノード数とが等しくなるように式を立て、平衡点を求める式を得る。

$$n_{0,0,0} + n_{0,1,0} + (1-\sigma)n_{1,0,0} = n_{0,0,M-1} \quad (3)$$

$$n_{1,1,0} + \sigma n_{1,0,0} = n_{0,1,M-1} \quad (4)$$

$$B(1-\sigma)n_{0,0,M-1} = n_{0,0,M-2} \quad (5)$$

$$B\sigma n_{0,0,M-1} + Bn_{0,1,M-1} = n_{0,1,M-2} \quad (6)$$

$$(1-B)\sigma n_{0,0,M-1} + (1-B)n_{0,1,M-1} = n_{1,1,M-2} \quad (7)$$

$$(1-B)(1-\sigma)n_{0,0,M-1} = n_{1,0,M-2} \quad (8)$$

$$(1-\sigma)n_{0,0,k+1} = n_{0,0,k} \quad (k=0, 1, \dots, M-3) \quad (9)$$

$$\sigma n_{0,0,k+1} + n_{0,1,k+1} = n_{0,1,k} \quad (k=0, 1, \dots, M-3) \quad (10)$$

$$n_{1,1,k+1} + \sigma n_{1,0,k+1} = n_{1,1,k} \quad (k=0, 1, \dots, M-3) \quad (11)$$

$$(1-\sigma)n_{1,0,k+1} = n_{1,0,k} \quad (k=0, 1, \dots, M-3) \quad (12)$$

ここで、式(3)は $W_{0,0,M-1}$ に関する式であり、(4)は $W_{0,1,M-1}$ 、(5)は $W_{0,0,M-2}$ 、(6)は $W_{0,1,M-2}$ 、(7)は $W_{1,1,M-2}$ 、(8)は $W_{1,0,M-2}$ 、(9)は $W_{0,0,k}$ 、(10)は $W_{0,1,k}$ 、(11)は $W_{1,1,k}$ 、(12)は $W_{1,0,k}$ に関する式である (ここで、 $k=0, 1, \dots, M-3$)。

次に、ノード間を転送されていくパケットの数について考える。ノード i は、図 5 のモデルにおいて①、②、③で示す遷移を行うときに 1 個パケットを次のノード $i+1$ へ出力する。その数の平均は、

$$n_{0,0,0}\sigma + n_{0,1,0} + n_{1,1,0} + \sigma n_{1,0,0} + (1-\sigma)n_{1,0,0}$$

となる。ここで、第 1, 2 項が遷移①による出力パケット数、第 3, 4 項が遷移②による出力パケット数、第 5 項が遷移③による出力パケット数である。式(1)で $k=0$ の場合の関係から、このパケットの数は次のようになる。

$$1 - (1-\sigma)n_{0,0,0}$$

このパケットは確率 E でノード $i+1$ までであるので、ノード $i+1$ まででないパケット数は、

$$\{1 - (1-\sigma)n_{0,0,0}\}(1-E)$$

となる。これは、ノード $i+1$ のリングバッファへ入る

パケットの数になる。このリングバッファへの入力、モデル図の㉔、㉕、㉖で示す遷移の際に行われる。そのため、ノード $i+1$ でリングバッファへ入るパケット数は、

$$\begin{aligned} & \{(1-B)\sigma + (1-B)(1-\sigma)\}n_{0,0,M-1} + (1-B)n_{0,1,M-1} \\ &= (1-B)(n_{0,0,M-1} + n_{0,1,M-1}) \\ &= 1-B \end{aligned}$$

となる。最後の式の変換においては、式(2)を用いた。

ここで、平衡点においてはこのパケット数は先ほど求めたパケット数と等しくなければならないので、次の式を得る。

$$\{1 - (1-\sigma)n_{0,0,0}\}(1-E) = 1-B \quad (13)$$

この(1)～(13)の解を解くことで、平衡点 $\mathbf{n}_e \triangleq (n_{0,0,0e}, \dots, n_{0,0,M-1e}, n_{0,1,0e}, \dots, n_{0,1,M-1e}, n_{1,1,0e}, \dots, n_{1,1,M-2e}, n_{1,0,0e}, \dots, n_{1,0,M-2e})$ の各要素が得られる。なお、今後の式の展開においては $n_{i,j,k,e}$ を単に $n_{i,j,k}$ と書く。

(1)～(13)を整理すると、次式が得られる。

$$n_{0,0,k} = (1-\sigma)^{-k} n_{0,0,0} \quad (k=0, 1, 2, \dots, M-2) \quad (14)$$

$$n_{0,0,M-1} = \frac{n_{0,0,0}}{(1-\sigma)^{M-1}B} \quad (15)$$

$$n_{0,1,0} = \left\{ -1 - \frac{(1-B)(1-\sigma)}{B} + \frac{1}{(1-\sigma)^{M-1}B} \right\} n_{0,0,0} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} n_{0,1,k} = & \left\{ -\frac{(1-B)(1-\sigma)}{B} + \frac{1}{(1-\sigma)^{M-1}B} \right. \\ & \left. - (1-\sigma)^{-k} \right\} n_{0,0,0} \end{aligned} \quad (k=1, 2, \dots, M-2) \quad (17)$$

$$n_{0,1,M-1} = \frac{-(1-B)\{(1-\sigma)^{M-1}-1\}}{(1-\sigma)^{M-1}B^2} n_{0,0,0} \quad (18)$$

$$n_{1,0,0} = \frac{1-B}{B} n_{0,0,0} \quad (19)$$

$$n_{1,0,k} = \frac{(1-B)(1-\sigma)^{-k}}{B} n_{0,0,0} \quad (k=1, 2, \dots, M-2) \quad (20)$$

$$n_{1,1,0} = \frac{-(1-B)\{(1-\sigma)^M-1\} + B\sigma(1-\sigma)^{M-1}}{(1-\sigma)^{M-1}B^2} n_{0,0,0} \quad (21)$$

$$\begin{aligned} n_{1,1,k} = & \left[\frac{-(1-B)\{(1-\sigma)^M-1\} + B\sigma(1-\sigma)^{M-1}}{(1-\sigma)^{M-1}B^2} \right. \\ & \left. + \frac{(1-B)\{1-(1-\sigma)^{-k}\}}{B} \right] n_{0,0,0} \end{aligned} \quad (k=1, 2, \dots, M-2) \quad (22)$$

そして、式(1)より

$$n_{0,0,0} + n_{0,1,0} + n_{1,1,0} + n_{1,0,0} = 1$$

であり、この式に(16)、(19)、(21)を代入して、次の $n_{0,0,0}$ と B に関する式(23)を得る。

$$n_{0,0,0} = \frac{(1-\sigma)^{M-1}B^2}{1-(1-B)(1-\sigma)^M} \quad (23)$$

この式(23)を(13)へ代入して、最後に B に関する次の式が得られる。

$$\{-E(1-\sigma)^M\}B^2 + \{(1-\sigma)^M(1+E)-1\}B + E - (1-\sigma)^ME = 0 \quad (24)$$

与えられた $\sigma, M, E(=2/M)$ についてこの式から B を求め、この B を式(23)へ代入して $n_{0,0,0}$ を、そして式(14)～(22)より n_e の要素がすべて求まる。

3.4 スループットおよび平均パケット遅延

3.4.1 スループット

リング型のネットワークでは、 M 台のノード間に M 個の伝送路がある。ここで考えるスループットとは、送られるパケットのうち空きでないパケットが送られる割合を各伝送路ごとに求め、この平均をとったものとする。次の遷移でパケットを送る状態にあるノード(モード $W_{x,y,0}$ にいる)が、空きでないパケットを送出し始めるのは、モデル図で①、②、③の経路で遷移した場合である。その確率は、与えられた n に対して、

$$\sigma n_{0,0,0} + n_{0,1,0} + n_{1,1,0} + n_{1,0,0}$$

であり、式(1)で $k=0$ の場合の関係から、次のように簡単になる。

$$1 - (1-\sigma)n_{0,0,0}$$

これは、このノードと次のノードとの間の伝送路において、送られる全パケットのうち、空きでないパケットが送られる割合である。

この式は、 M チャネルある伝送路すべてに対して成立するので、 n が与えられたとき、このモデルの条件付きスループット $S(n)$ は、

$$S(n) = 1 - (1-\sigma)n_{0,0,0}$$

となる。 \bar{S} を $S(n)$ の n に関する期待値とする。平衡点解析では \bar{S} は $S(n_e)$ で近似するため、次式を得る。

$$\bar{S} = 1 - (1-\sigma)n_{0,0,0e} \quad (25)$$

3.4.2 平均パケット遅延

平均パケット遅延を求めるに際しては、この遅延を次の三つの要素に分けて考え、各要素ごとに求めることとする。

① パケット発生から送信が開始されるまでの、端末バッファでの待ち時間。

② 送信開始後、このパケットがあて先のノードまでの途中にあるノードを転送される時間。

③ あて先のノードにてパケットを受信する時間。

このうち、③の受信時間は、 M ステップと一定であ

る。

①の端末バッファでの待ち時間は、モデルの解析結果を用いて、リトルの公式により求める。

まず、平衡点におけるシステムのバッファ内にある全パケット数 N_a を求める。パケットは、 $W_{0,1,k}(k=0, 1, 2, \dots, M-1)$ のモードにあるノードがそれぞれ1個、 $W_{1,0,k}(k=0, 1, 2, \dots, M-2)$ のモードにいるノードがそれぞれ1個、 $W_{1,1,k}(k=0, 1, 2, \dots, M-2)$ のモードにいるノードがそれぞれ2個バッファに蓄えており、 N_a は次のようになる(付録1参照)。

$$N_a = M + \left\{ \frac{(1-\sigma)^{M-1}-1}{\sigma(1-\sigma)^{M-2}} - \frac{1}{(1-\sigma)^{M-1}B} - \frac{(1-B)(M-1)\{(1-\sigma)^M-1+B\sigma(1-\sigma)^{M-1}\}}{(1-\sigma)^{M-1}B^2} + \frac{(1-B)(M-2)}{B} + \frac{(1-B)\{(1-\sigma)^{M-1}-(1-\sigma)\}}{\sigma(1-\sigma)^{M-1}B} \right\} n_{0,0,0} \quad (26)$$

次に、この N_a のうち、ノード間を転送されているパケットの数 N_d を求める。転送されているパケットは、 $W_{1,0,k}(k=0, 1, 2, \dots, M-2)$ のモードまたは $W_{1,1,k}(k=0, 1, 2, \dots, M-2)$ のモードにいるノードがリングバッファにそれぞれ1個ずつもっている。 N_d は、次の式で与えられる(付録2参照)。

$$N_d = (M-1) \left[1 + \left\{ \frac{(1-B)(1-\sigma)}{B} - \frac{1}{(1-\sigma)^{M-1}B} \right\} n_{0,0,0} \right] \quad (27)$$

また、平衡点において、端末バッファ内で出力を待っているパケットの数 N_c は、次の式で与えられる。

$$N_c = N_a - N_d \quad (28)$$

端末バッファで出力を待っているパケットは $W_{0,1,0}$ モードにあるノードが遷移する際に1個出力され、また $W_{0,0,0}$ モードにあるノードが遷移する際にも、確率 σ で端末バッファを経てパケットが出力される。このため、平衡点において端末バッファ内のパケットからモデルが1回遷移するごとに出力されるパケットの個数 λ_c は次のように与えられる。

$$\lambda_c = n_{0,1,0} + \sigma n_{0,0,0} = \left\{ -1 - \frac{(1-B)(1-\sigma)}{B} + \frac{1}{(1-\sigma)^{M-1}B} + \sigma \right\} n_{0,0,0} \quad (29)$$

そして、平均パケット遅延の三つの要素のうち①の端末バッファ内での平均待ち時間は、リトルの公式を用いて、次の式で与えられる(単位: ステップ)。

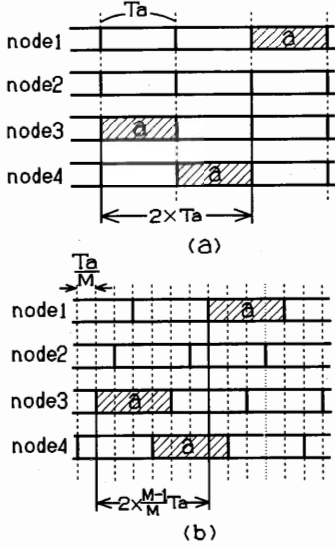


図 7 パケット転送時間
Fig. 7 Transmission time of packets.

$$D_c = \frac{N_c}{\lambda_c} \quad (30)$$

次に、②の転送時間について考える。この時間については、モデル化にあたり送信タイミングの変形を行ったことによる影響を考える必要がある。このことを、図 7 を用いて説明する。この図ではノード数 M を 4 とし、ノード 3 からノード 2 までのパケット a が、途中にあるノードを転送されるタイミングを示している。(a) が実際のシステムにおける転送のタイミング、(b) がモデルにおける転送のタイミングである。この図からもわかるように、モデルの転送時間は実際より短くなってしまう。これは、各ノード間でパケットが転送される際、実際には各ノードでの遅れは T_a であるのに対し、モデルではこの各ノードにおける遅れが $T_a(M-1)/M$ となるためである。

そこで、モデルを解析した結果得られた②の転送時間 D_b を、実際のシステムにおける転送時間 D_n に次のようにして補正する必要がある。

$$D_n = \frac{M}{M-1} D_b \quad (b)$$

ノード間を転送するパケットは、モデルにおいて図 5 の、②③で示す遷移を行うときにリングバッファ内のパケットを 1 個次のノードへ出力する。平衡点におけるその数 λ_d は、次の式で与えられる。

$$\begin{aligned} \lambda_d &= n_{1,1,0} + n_{1,0,0} \\ &= 1 - n_{0,0,0} - n_{0,1,0} \end{aligned}$$

$$= 1 + \left\{ \frac{(1-B)(1-\sigma)}{B} - \frac{1}{(1-\sigma)^{M-1}B} \right\} n_{0,0,0} \quad (31)$$

リングバッファ内のパケット数の合計 N_d が式 (27) で与えられることから、1 台のノードにより転送されるのに要する時間 D_d は、次の式により求められる (単位: ステップ)。

$$D_d = \frac{N_d}{\lambda_d} = M-1 \quad (32)$$

平均転送ノード数が 3.1 の (1) により $(1-E)/E$ であることから、モデルより得られる平均転送時間 D_b は、

$$D_b = (M-1) \times \frac{1-E}{E} \quad [\text{ステップ}]$$

であり、これに (b) の補正を用いると、実際のシステムにおける平均転送時間 D_n が、次のように得られる。

$$D_n = M \times \frac{1-E}{E} \quad [\text{ステップ}] \quad (33)$$

なお、この転送時間は、パケットが 1 台のノードを転送されるのに要する時間が、 M ステップと一定であり、転送されるノード数の平均が $(1-E)/E$ 台であることから得られる直感的な値とも一致する。

以上から、平均パケット遅延 D は、上記の①②③の各要素の合計として、次の式で与えられる。

$$D = D_c + D_n + M \quad [\text{ステップ}] \quad (34)$$

4. 数 値 例

これまでに検討したモデルによる解析結果の精度を、シミュレーションによって得られた結果と比較して調べる。ここでは、ノード数 M が 10, 20, 30, 100 の場合について調べる。

シミュレーション条件は次のようにする。対象とするシステムでは、2. で与えた仮定 (1) ~ (3) を用いる。つまり、パケットの伝搬遅延を 0 とし、パケット生起については各ノードで 1 ステップ当り確率 σ でパケットが生起して端末バッファに蓄えられ、このパケットの送信が終了するまではこのノードでは新たなパケットの生起がないとする。そしてパケットのあて先は、パケットを生起したノードを除く全ノードに対して、一様であるとする。シミュレーション時間は 330000 M ステップとし、またシングルラン法⁽¹¹⁾により 95% の信頼区間を求めることとする。

$M\sigma$ とスループットとの関係を、図 8 に示す。図中実線が解析によって得られた値を示し、○△□▽がそれぞれ $M=10, 20, 30, 100$ のシミュレーション結果を示す。シミュレーション結果における 95% の信頼区間

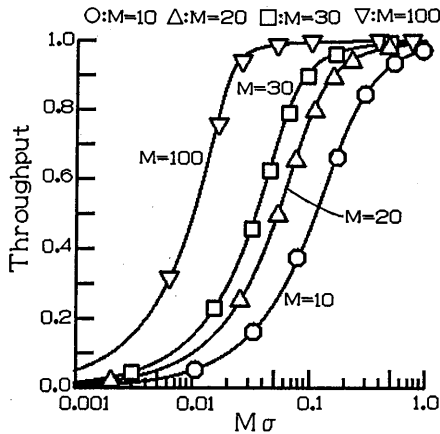


図 8 スループットと $M\sigma$ の関係
Fig. 8 Throughput vs. $M\sigma$.

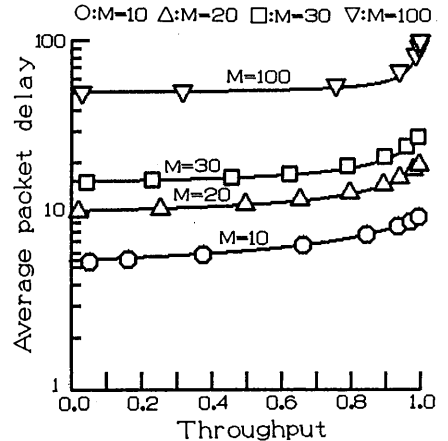


図 10 平均パケット遅延とスループットの関係
Fig. 10 Average packet delay vs. throughput.

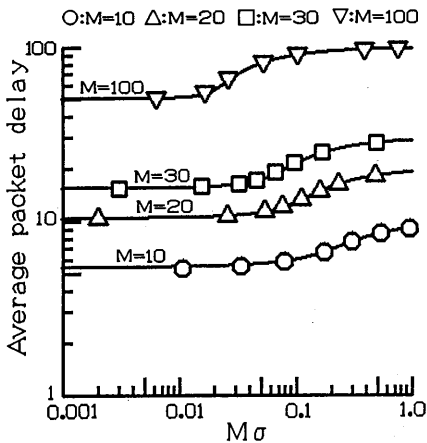


図 9 平均パケット遅延と $M\sigma$ の関係
Fig. 9 Average packet delay vs. $M\sigma$.

の範囲は、いずれもグラフ中○△□▽の中に入っているため、特にグラフには記入していない。

同様に、 $M\sigma$ と平均パケット遅延(パケット伝送時間で正規化)との関係を図 9 に、スループットと平均パケット遅延との関係を図 10 に示す。これらの図においても、シミュレーション結果における 95% の信頼区間の範囲は、グラフ中○△□▽の中に入っているため、特にグラフには記入していない。

これらの図から、いずれの場合も解析値とシミュレーション結果とはよく一致しており、本モデルによる解析の有効性が確かめられた。従来の解析結果に多く見られた高負荷時におけるシミュレーション結果との不一致も見られず、どのような負荷においても、本モデルによる解析が有効であることがわかる。但し、本

論文における解析は、インタラクティブトラフィックを含めた仮定(2)でモデル化できるような情報源に対して妥当なものである。従って、その他の情報源、例えばファイル転送や動画像転送を対象とする場合には、別のモデル化と解析が必要である。

また、ノードの数が少ないときでも解析値とシミュレーション結果とはよく一致しており、システムの規模に関係なく本解析結果を利用できることがわかる。

5. む す び

レジスタ挿入型スロットリングの性能を明らかにするための、システムのモデル化と、モデルに基づいた解析結果について述べた。

モデル化にあたっては、モデルの簡単化のため、各ノードにて単位時間(ステップ)当り確率 σ でパケットが生起し、このパケットの送信が終了するまでは新たなパケットの生起はないとする仮定を用いた。更に、モデルの無記憶性のためパケットのあて先を幾何分布とする近似を行った。

一方、従来の解析に多く見られた隣接ノードからのパケット到着に関する不自然な近似を行わず、到着確率をモデルにより解析的に求めることとした。解析に用いるモデルが従来の解析モデルに比べて複雑なものであるため、平衡点解析の手法を用いて解析を行った。このため、従来の研究で問題があった高負荷時のシミュレーション結果との不一致もなく、解析値は負荷やシステムの規模に関係なくシミュレーション値とよく一致していた。

また本研究は、平衡点解析の手法を初めてリング型

ネットワークの解析に適用したものである。このことにより、これまで衛星やバス型のネットワークに適用されてきた平衡点解析の手法がリング型の解析にあっても有効であることがわかった。

今後は、本論文で取り上げた各ノードでのパケット送信開始点がすべてそろっているタイミングのネットワークだけでなく、さまざまなタイミングで同期をとるネットワークに関しても検討を行いたい。更に、端末バッファの段数を複数とし、ファイル転送などの情報源モデルに対する解析も行い、バッファオーバーフローの問題を扱う予定である。

文 献

- (1) 不破 泰, 中村八東, 清水英孝: “2重のリング構造から成るキャンバスネットワーク-S-netについて”, 信学論(B), **J71-B**, 12, pp.1672-1681(昭63-12).
- (2) David C. Flint: “The Data Ring Main: An Introduction to Local Area Networks”, Wiley Heyden Ltd. (1983).
- (3) W. Bux and M. Schlatter: “An approximate method for the performance analysis of buffer insertion rings”, IEEE Trans. Commun., **COM-31**, 1, pp.138-146(Jan. 1983).
- (4) W. M. Loucks, V. C. Hamacher, B. R. Preiss and L. Wong: “Short-packet transfer performance in local area ring networks”, IEEE Trans. Comput., **C-34**, 11, pp.1006-1014(Nov. 1985).
- (5) R. Kositpaiboon and N. D. Georganas: “Performance of integrated circuit/packet slotted rings”, Conf. Rec. IEEE GLOBECOM 1987, 3, pp.1804-1808(1987).
- (6) M. K. Liu and D. G. Messerschmitt: “Skew time slot switching and slotted-ring in a metropolitan area network”, Proc. IEEE INFOCOM, 7, pp.568-575(1988).
- (7) J. L. Hammond and P. J. P. O’Reilly: “Performance Analysis of Local Computer Networks”, Addison-Wesley Publishing Company(1986).
- (8) L. N. Bhuyan, D. Ghosal and Q. Yang: “Approximate analysis of single and multiple ring networks”, IEEE Trans. Comput., **C-38**, 7, pp.1027-1040(July 1989).
- (9) 田邊正雄, 畝本和夫, 松尾直樹: “レジスタ挿入型優先制御方式のスロットリング LAN への適用”, 信学技報, **IN89-11**(1990-05).
- (10) S. Tasaka: “Performance Analysis of Multiple Access Protocols”, MIT Press, Cambridge, MA(1986).
- (11) H. Kobayashi: “Modeling and Analysis”, Chap. 4, Addison-Wesley Publishing Company, Inc.(1978).

付 録

1. 式(26)の導出

定義より N_a は次のようになる。

$$N_a = \sum_{k=0}^{M-1} n_{0,1,k} + \sum_{k=0}^{M-2} n_{1,0,k} + 2 \sum_{k=0}^{M-2} n_{1,1,k} \quad (\text{A} \cdot 1)$$

一方式(1), (2)より, 次の式が成立する。

$$\sum_{k=0}^{M-1} n_{0,0,k} + \sum_{k=0}^{M-1} n_{0,1,k} + \sum_{k=0}^{M-2} n_{1,0,k} + \sum_{k=0}^{M-2} n_{1,1,k} = M \quad (\text{A} \cdot 2)$$

式(A・1)と(A・2)とから

$$N_a = M - \sum_{k=0}^{M-1} n_{0,0,k} + \sum_{k=0}^{M-2} n_{1,1,k} \quad (\text{A} \cdot 3)$$

式(14), (15)から,

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{M-1} n_{0,0,k} &= \sum_{k=0}^{M-2} n_{0,0,k} + n_{0,0,M-1} \\ &= \left\{ \frac{(1-\sigma)^{M-1}-1}{-\sigma(1-\sigma)^{M-2}} + \frac{1}{(1-\sigma)^{M-1}B} \right\} n_{0,0,0} \end{aligned} \quad (\text{A} \cdot 4)$$

式(21), (22)から,

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{M-2} n_{1,1,k} &= n_{1,1,0} + \sum_{k=1}^{M-2} n_{1,1,k} \\ &= \left[\frac{-(1-B)(M-1)\{(1-\sigma)^M-1+B\sigma(1-\sigma)^{M-1}\}}{(1-\sigma)^{M-1}B^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(1-B)(M-2)}{B} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(1-B)\{(1-\sigma)^{M-1}-(1-\sigma)\}}{\sigma(1-\sigma)^{M-1}B} \right] n_{0,0,0} \end{aligned} \quad (\text{A} \cdot 5)$$

式(A・4)と(A・5)を(A・3)へ代入して, 式(26)を得る。

2. 式(27)の導出

定義より N_d は次のようになる。

$$N_d = \sum_{k=0}^{M-2} n_{1,0,k} + \sum_{k=0}^{M-2} n_{1,1,k} \quad (\text{A} \cdot 6)$$

ここで, この式の右辺の二つの項を式(20)と(22)を用いてそれぞれ求める。

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{M-2} n_{1,0,k} &= n_{1,0,0} + \sum_{k=1}^{M-2} n_{1,0,k} \\ &= n_{1,0,0} - \frac{(1-B)\{(1-\sigma)^{M-2}-1\}}{\sigma B(1-\sigma)^{M-2}} n_{0,0,0} \end{aligned} \quad (\text{A} \cdot 7)$$

$$\begin{aligned} \sum_{k=0}^{M-2} n_{1,1,k} &= n_{1,1,0} + \sum_{k=1}^{M-2} n_{1,1,k} \\ &= n_{1,1,0} \\ &\quad + \left[\frac{-(M-2)(1-B)\{(1-\sigma)^M-1+B\sigma(1-\sigma)^{M-1}\}}{(1-\sigma)^{M-1}B^2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(1-B)(M-2)}{B} \right. \\ &\quad \left. + \frac{(1-B)\{(1-\sigma)^{M-2}-1\}}{\sigma(1-\sigma)^{M-2}B} \right] n_{0,0,0} \end{aligned} \quad (\text{A} \cdot 8)$$

式(A・7), (A・8)を(A・6)へ代入して, 式を変形していく。途中, 式(1)で $k=1$ の式を利用した。

$$\begin{aligned} N_d &= n_{1,1,0} + n_{1,0,0} \\ &\quad + \left[\frac{-(1-B)(M-2)\{(1-\sigma)^M-1\}}{(1-\sigma)^{M-1}B^2} \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \frac{(1-B)(M-2)(1-\sigma)}{B} \Big] n_{0,0,0} \\
& = 1 - n_{0,0,0} - n_{0,1,0} \\
& + \left[\frac{-(1-B)(M-2)\{(1-\sigma)^M - 1\}}{(1-\sigma)^{M-1}B^2} \right. \\
& \left. + \frac{(1-B)(M-2)(1-\sigma)}{B} \right] n_{0,0,0}
\end{aligned}$$

式(16)を代入する.

$$\begin{aligned}
N_d &= 1 + \left[-1 + 1 + \frac{(1-B)(1-\sigma)}{B} - \frac{1}{(1-\sigma)^{M-1}B} \right. \\
&\quad \left. - \frac{(1-B)(M-2)\{(1-\sigma)^M - 1\}}{(1-\sigma)^{M-1}B^2} \right. \\
&\quad \left. + \frac{(1-B)(M-2)(1-\sigma)}{B} \right] n_{0,0,0} \\
&= 1 + \left[\frac{(M-1)(1-B)(1-\sigma)}{B} - \frac{1}{(1-\sigma)^{M-1}B} \right. \\
&\quad \left. - \frac{(1-B)(M-2)\{(1-\sigma)^M - 1\}}{(1-\sigma)^{M-1}B^2} \right] n_{0,0,0} \quad (\text{A} \cdot 9)
\end{aligned}$$

ここで, [] 内の第3項を別に計算する.

$$\begin{aligned}
& \frac{(1-B)(M-2)\{(1-\sigma)^M - 1\}}{(1-\sigma)^{M-1}B^2} \\
&= -(M-2) \frac{1 - (1-B)(1-\sigma)^M}{(1-\sigma)^{M-1}B^2} + \frac{M-2}{(1-\sigma)^{M-1}B} \\
&= -(M-2) \frac{1}{n_{0,0,0}} + \frac{M-2}{(1-\sigma)^{M-1}B} \quad (\text{A} \cdot 10)
\end{aligned}$$

この式の変形において, 式(23)を用いた. この(A・10)を(A・9)へ代入する.

$$\begin{aligned}
N_d &= 1 + \{(M-1) \frac{(1-B)(1-\sigma)}{B} - \frac{1}{(1-\sigma)^{M-1}B} \\
&\quad + (M-2) \frac{1}{n_{0,0,0}} - \frac{M-2}{(1-\sigma)^{M-1}B} \} n_{0,0,0} \\
&= (M-1) \left[1 + \left\{ \frac{(1-B)(1-\sigma)}{B} \right. \right. \\
&\quad \left. \left. - \frac{1}{(1-\sigma)^{M-1}B} \right\} n_{0,0,0} \right]
\end{aligned}$$

これで, 式(27)が得られた.

(平成元年9月18日受付, 10月26日再受付)



田坂 修二

昭46名工大・工・電気卒. 昭51東大大学院博士課程了. 工博. 同年名工大情報勤務. 現在, 同大電気情報助教授. 昭59 UCLA 客員研究員. 計算機ネットワークの性能評価, ネットワークプロトコルの研究に従事. IEEE, 情報処理学会各会員. 著書

「Performance Analysis of Multiple Access Protocols」(MIT Press).



不破 泰

昭56信州大・工・情報卒. 昭58同大大学院修士課程了. 現在, 信州大学工学部情報工学科助手. 並行処理, ネットワーク, 音声, 画像処理の研究に従事. 情報処理学会, 計測自動制御学会各会員.