

高次積率標準化手法を用いた構造系の信頼性評価法

高次積率を考慮した信頼性評価法に関する研究 その3

RELIABILITY EVALUATION OF STRUCTURAL SYSTEMS USING
HIGHER-ORDER MOMENT STANDARDIZATION TECHNIQUE

A study on reliability-based design using higher-order moment part 3

小野 徹郎*, 井戸田秀樹**, 戸塚 明宏***

Tetsuro ONO, Hideki IDOTA and Akihiro TOTSUKA

The purpose of this paper is to propose the method of reliability evaluation for structural systems using the higher-order moment standardization technique.

In the reliability evaluation of structural systems, it is necessary to calculate the joint occurrence probability of multiple failure events that the system has. This paper formulates the joint occurrence probability of multiple failure events using the moments alone in a form that includes the non-Gaussian property of probability distribution. A method of reliability evaluation for structural systems is proposed by using the joint occurrence probability.

Failure probabilities of several types of frame structure are calculated through the proposed method. The solutions by the proposed method agree with those by Monte Carlo simulation with sufficient precision.

Keywords : system reliability, reliability theory, higher-order moment, joint occurrence probability, non-gaussian distribution

§1. 序

筆者らは既報^{5),6)}を通して、高次積率を用いることにより積率情報だけで確率分布形の非正規性を考慮できる信頼性評価手法の提案を行ってきた。その結果、ある任意の限界状態関数 $Z = g(x_1, x_2, \dots, x_n)$ (x_i : 設計用確率変数) に関する信頼性指標値 β_z を積率情報だけで評価するに至っている。一方、構造系の信頼性評価では、その構造物が有する複数崩壊モードの結合生起確率を算出する必要があり、この算出には各崩壊モードを表す限界状態関数値 Z_i, Z_j の結合確率密度関数 $f_{Z_i, Z_j}(z_i, z_j)$ が不可欠となる。しかし、確率変数 Z_i, Z_j が非正規確率分布に従い、かつ Z_i, Z_j 間に統計的な相関性が存在する場合、 f_{Z_i, Z_j} を解析的に求めることは期待できず、この近似法の確立が構造系の信頼性評価の観点の一つとなっている。

相関を有する複数崩壊モードの結合生起確率の算出は、統計的相関性を有する確率変数の最大値分布の決定問題に帰着される。統計的相関性を有する確率変数の最

大値については、その4次までの積率に関して C. E. Clark によって定式化されている⁷⁾。最近では条件付信頼性指標を用いた性能関数の同時破壊確率の定式化も行われている^{8),9)}。しかし、これらで扱われているものは正規分布に従う確率変数のみであり、確率分布形の非正規性の影響をも含めた最大値の積率、あるいは同時生起確率は与えられていない。また、米沢、室津らは4次までの積率を用い、Edgeworth 級数展開を応用した構造信頼性解析手法の提案を行っている¹⁰⁾が、構造系全体の破壊確率を代表崩壊モード1つだけの生起確率で評価しており、複数崩壊モードの同時生起確率は考慮されていない。鋼構造部材耐力の統計的な性質にはかなりの非正規性の存在が確認されており¹¹⁾、また、荷重も極値分布に従う統計量として扱うことが一般であることなどから、崩壊モードの非正規性および結合生起確率を考慮した構造信頼性評価法の確立は不可欠と言える。

こうした背景から、積率情報だけを用いた複数崩壊事象の結合生起確率の定式化を、非正規性も含めた形で行

本論文の一部は文献1)~4)で発表している。

* 名古屋工業大学 教授・工博

** 名古屋工業大学 助手・工博

*** 名古屋工業大学 大学院生

Prof. of Nagoya Institute of Technology, Dr. Eng.
Research Associate of Nagoya Institute of Technology, Dr. Eng.
Graduate Student of Nagoya Institute of Technology

い、簡便かつ汎用的な構造信頼性評価手法の提案を行う
うとするのが本論文の目的である。

§2. 限界状態関数の積率評価

前報その²⁾では、構造物が有する r 次の崩壊モード
に対する限界状態関数

$$Z_r = g(X) \dots \dots \dots (1)$$

の確率変数 $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ が統計的に独立の場合
について Z_r の積率評価を、高次積率標準化手法を用い
て行った。本報ではまず、確率変数 X_i が統計的な相関
性を有する場合について Z_r の 4 次までの積率算定法を
述べる。一般に、構造解析において考慮される統計的な
相関性には、部材耐力間の相関性、あるいは荷重間の相
関性等があり、相関をもつ確率変数どうしは等しい確率
分布形に従う場合が多い。こうした仮定に基づき、こ
こでは相関を有する各確率変数の確率分布形は等しい 3
次、4 次積率を有するものと仮定する。このとき、平均
値 μ_{X_i} 、標準偏差 σ_{X_i} 、3 次積率 α_{3X} 、4 次積率 α_{4X} を有す
る n 個の確率変数 X_i ($i=1, 2, \dots, n$) は、零平均、単
位分散を有し、かつ X_i と等しい α_{3X} 、 α_{4X} を持つ独立な
 $n+1$ 個の確率変数 H, Y_1, Y_2, \dots, Y_n を用いて

$$X_i = (H\sigma_{X_i}\sqrt{\rho} + \mu_{X_i}) + Y_i\sigma_{X_i}\sqrt{1-\rho} \dots \dots \dots (2)$$

と近似的に表現することができる¹²⁾。ここに ρ は X_i 、
 X_j ($i \neq j$) の間の相関係数であり、各変数間で等しい
と仮定する。

いま、 X_i を変数に持つ限界状態関数 $g(X)$ を、 X_i の
平均値まわりで Taylor 展開して線形近似したものを、

$$Z = g(X) = g(\mu_{X_1}, \dots, \mu_{X_n}) + \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right) (X_i - \mu_{X_i}) \dots \dots \dots (3)$$

と定義する。このとき、 Z の平均値 μ_Z 、標準偏差 σ_Z は
次式で求められる。

$$\mu_Z = g(\mu_{X_1}, \dots, \mu_{X_n}) \dots \dots \dots (4)$$

$$\sigma_Z^2 = \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^2 \sigma_{X_i}^2 + 2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right) \left(\frac{\partial g}{\partial X_j} \right) \rho \sigma_{X_i} \sigma_{X_j} \dots \dots \dots (5)$$

また、3 次積率 α_{3Z} は一般に

$$\alpha_{3Z} \sigma_Z^3 = E \left[\left\{ \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right) X_i - \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right) \mu_{X_i} \right\}^3 \right] \dots \dots \dots (6)$$

と表される。上式に (2) 式を代入し、 H と Y が統計
的に独立であることを考慮すれば、(6) 式は

$$\alpha_{3Z} \sigma_Z^3 = \rho \sqrt{\rho} \left\{ \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right) \sigma_{X_i} \right\}^3 \alpha_{3X} + (1-\rho) \sqrt{1-\rho} \left\{ \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^3 \sigma_{X_i}^3 \alpha_{3X} \right\} \dots \dots \dots (7)$$

となる。同様に 4 次積率 α_{4Z} は

$$\begin{aligned} \alpha_{4Z} \sigma_Z^4 = & \rho^2 \left\{ \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right) \sigma_{X_i} \right\}^4 \alpha_{4X} \\ & + (1-\rho)^2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^4 \sigma_{X_i}^4 \alpha_{4X} \\ & + 6(1-\rho)^2 \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^2 \left(\frac{\partial g}{\partial X_j} \right)^2 \sigma_{X_i}^2 \sigma_{X_j}^2 \\ & + 6\rho(1-\rho) \left\{ \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right) \sigma_{X_i} \right\}^2 \sum_{i=1}^n \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right)^2 \sigma_{X_i}^2 \dots \dots \dots (8) \end{aligned}$$

と求めることができる。このとき、2 つの崩壊モード
 Z_r, Z_s 間の相関係数 ρ_{rs} は、

$$\rho_{rs} = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \left\{ \left(\frac{\partial g}{\partial X_i} \right) \left(\frac{\partial g}{\partial X_j} \right) \sigma_{X_i} \sigma_{X_j} \right\}}{\sigma_r \sigma_s} \dots \dots \dots (9)$$

となる。

§3. 2 確率変数の最大値の積率推定

統計的相関性を有する正規確率変数の最大値分布につ
いては、その統計的情報である 4 次までの積率について、
C.E. Clark によって定式化が行われている。本節では
Clark 法を応用して、確率分布形の非正規性も考慮した
2 確率変数の最大値分布の確率推定法を展開する。

相関係数 ρ を有する 2 つの確率変数 X, Y が存在し、
それぞれ平均値 μ_X, μ_Y 、標準偏差 σ_X, σ_Y を有している
ものとする。また、 X, Y は非正規確率変数であり、そ
の 3 次積率は α_{3X}, α_{3Y} 、4 次積率は α_{4X}, α_{4Y} である。
Clark 法では最大値の積率推定のパラメータとして、

$$\theta = \frac{\mu_X - \mu_Y}{\sigma} \dots \dots \dots (10)$$

を用いている。ここに、

$$\sigma^2 = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 - 2\sigma_X\sigma_Y\rho \dots \dots \dots (11)$$

である。そこで、 θ が $\xi_Z(X, Y) = X - Y$ において、
 $\xi_Z(X, Y) < 0$ を限界状態とした場合の 2 次モーメント法
における信頼性指標値に相当することに着目し、この θ
を、 X, Y の非正規性を考慮できるパラメータ $\hat{\theta}$ に変換
する。

$$\hat{\theta} = S_Z(\theta) \dots \dots \dots (12)$$

ここに S_Z は高次積率標準化関数で、 S_Z の決定に必要
な Z の 3 次、4 次積率 α_{3Z}, α_{4Z} は (7) (8) 式から得
られる。なお、 S_Z の決定に関しては、既報その¹⁵⁾で提
示された標準化関数の次数を 1 次上げ、4 次までの積率
を標準化できる S_Z を用いる。具体的には S_Z は次式の
ようになる。

$$S_Z(x) = S_{4Z}(S_{3Z}(x)) \dots \dots \dots (13)$$

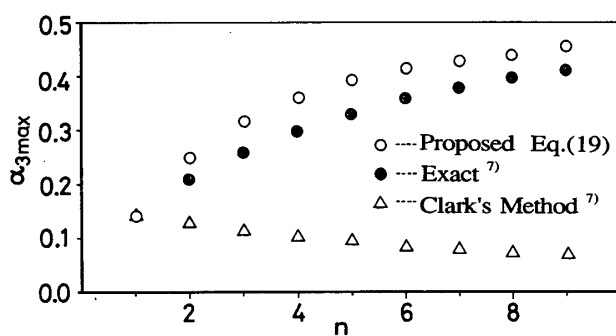
ここに

$$S_{3Z}(x) = \frac{\alpha_{3Z} + 6x - \alpha_{3Z}x^2}{[36 - 10\alpha_{3Z}^2]^{1/2}} \dots \dots \dots (14)$$

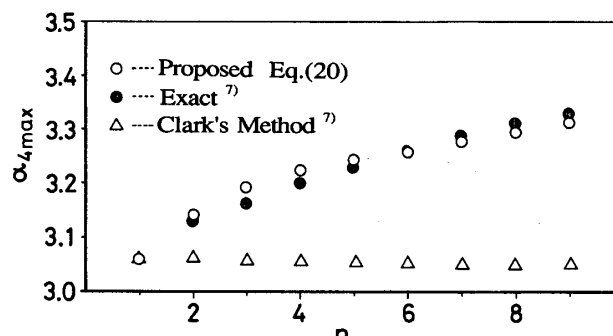
$$S_{4Z}(x) = \frac{x + (3 - \alpha_{4Z})x^3/60}{[1 + (3 - \alpha_{4Z})\alpha_{4Z}/30]^{1/2}} \dots \dots \dots (15)$$

Table 1 Statistical moments of Y and calculated moments of $\max(X, Y)$.

n	Moments of $Y=\max(Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$				$\mu_{\max(X, Y)}$			$\sigma_{\max(X, Y)}$		
	Mean Value	Stand.Dev.	3rd M.	4th M.	Proposed	Exact	Error%	Proposed	Exact	Error%
2	0.584	0.826	0.137	3.062	0.850	0.846	0.47	0.740	0.748	1.07
3	0.846	0.748	0.213	3.129	1.034	1.029	0.49	0.691	0.701	1.42
4	1.029	0.701	0.264	3.162	1.166	1.163	0.26	0.659	0.669	1.49
5	1.163	0.669	0.303	3.201	1.270	1.267	0.24	0.636	0.645	1.39
6	1.267	0.645	0.332	3.234	1.354	1.352	0.15	0.618	0.626	1.28
7	1.352	0.626	0.357	3.263	1.424	1.424	0.00	0.603	0.611	1.31
8	1.424	0.611	0.377	3.288	1.485	1.485	0.00	0.592	0.598	1.00
9	1.485	0.598	0.395	3.311	1.538	1.539	0.06	0.583	0.587	0.68



(a) 3rd Moment



(b) 4th Moment

Fig.1 3rd and 4th moments of the maximum of two random variables.

である (注参照)。

X, Y の最大値 $\max(X, Y)$ の平均値 μ_{\max} , および標準偏差 σ_{\max} は, (12) 式で得られた $\hat{\theta}$ を Clark 法に応用して次式のように求められる。

$$\mu_{\max} = \mu_X \Phi(\hat{\theta}) + \mu_Y \Phi(-\hat{\theta}) + a \phi(\hat{\theta}) \quad (16)$$

$$\sigma_{\max} = \sqrt{\nu_2 - \mu_{\max}^2} \quad (17)$$

ここに

$$\begin{aligned} \nu_2 = & (\mu_X^2 + \sigma_X^2) \Phi(\hat{\theta}) + (\mu_Y^2 + \sigma_Y^2) \Phi(-\hat{\theta}) \\ & + (\mu_X + \mu_Y) a \phi(\hat{\theta}) \end{aligned} \quad (18)$$

であり, Φ は標準正規確率分布関数, ϕ は標準正規確率密度関数を表す。 $\max(X, Y)$ の 3 次積率 $\alpha_{3\max}$, および 4 次積率 $\alpha_{4\max}$ については, Clark 法により得られる積率に X, Y が有する非正規性を考慮して定義する。すなわち, X, Y の 3 次積率, 4 次積率からなる項 $\alpha_{3M}, \alpha_{4M}-3$ を足し合わせる形で,

$$\alpha_{3\max} = \nu_3 - 3 \mu_{\max} \nu_2 + 2 \mu_{\max}^3 + \alpha_{3M} \quad (19)$$

$$\alpha_{4\max} = \nu_4 - 4 \mu_{\max} \nu_3 + 6 \mu_{\max}^2 \nu_2 - 3 \mu_{\max}^4 + \alpha_{4M} - 3 \quad (20)$$

と定義する。ここに,

$$\begin{aligned} \nu_3 = & (\mu_X^3 + 3 \mu_X \sigma_X^2) \Phi(\hat{\theta}) + (\mu_Y^3 + 3 \mu_Y \sigma_Y^2) \Phi(-\hat{\theta}) \\ & + [(\mu_X^3 + \mu_X \mu_Y + \mu_Y^3) a \\ & + (2 \sigma_X^4 + \sigma_X^2 \sigma_Y^2 + 2 \sigma_Y^4 - 2 \sigma_X^3 \sigma_Y \rho \\ & - 2 \sigma_X \sigma_Y^3 \rho - \sigma_X^2 \sigma_Y^2 \rho^2) a^{-1}] \phi(\hat{\theta}) \quad (21) \\ \nu_4 = & (\mu_X^4 + 6 \mu_X^2 \sigma_X^2 + 3 \sigma_X^4) \Phi(\hat{\theta}) \\ & + (\mu_Y^4 + 6 \mu_Y^2 \sigma_Y^2 + 3 \sigma_Y^4) \Phi(-\hat{\theta}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + [(\mu_X^3 + \mu_X^2 \mu_Y + \mu_X \mu_Y^2 + \mu_Y^3) a \\ & - 3 \theta (\sigma_X^4 - \sigma_Y^4) - 4 \mu_X \sigma_X^3 [3 (\sigma_X - \sigma_Y \rho) a^{-1} \\ & - (\sigma_X - \sigma_Y \rho)^3 a^{-3}] + 4 \mu_Y \sigma_Y^3 [3 (\sigma_Y - \sigma_X \rho) a^{-1} \\ & - (\sigma_Y - \sigma_X \rho)^3 a^{-3}]] \phi(\hat{\theta}) \end{aligned} \quad (22)$$

である。なお, (19) (20) 式中の α_{3M}, α_{4M} は X, Y の平均値の大きい方の積率を用いる。また, X, Y の平均値が大きく離れている場合には, 最大値分布は平均値の大きい方の分布形に大きく支配される。したがって, μ_X と μ_Y の差が X, Y の標準偏差の大きい方の 4 倍を越える場合には, 平均値の大きい方の積率をそのまま最大値分布の積率として採用する⁷⁾。

Table 1 は互いに独立な標準正規確率変数 X, Y_1, Y_2, \dots, Y_n に対し, 正規変数 X と非正規変数 $Y = \max(Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$ の 2 確率変数の最大値 $\max(X, Y)$ の平均値 μ_{\max} , 標準偏差 σ_{\max} を (16) (17) 式で求め, その結果と解析誤差を厳密解⁷⁾とともに示したものである。 Y の非正規性の増加に伴って誤差も変化しているが, $n=9$ までの場合でも平均値, 標準偏差の誤差は最大 0.49 %, 1.49 % と非常に精度のよい結果が得られた。また, Fig.1 は (19) (20) 式を用いて求めた $\max(X, Y)$ の 3 次積率 $\alpha_{3\max}$, および 4 次積率 $\alpha_{4\max}$ を Clark 法の結果, および厳密解⁷⁾とともに n で整理して示したものである。 $\alpha_{3\max}, \alpha_{4\max}$ とともに Clark 法に比べ十分な精度で厳密解を追従していることが確認された。

§4. 複数崩壊モードの結合生起確率

4.1 2 崩壊モードの場合

一般に構造物の崩壊事象の生起は、限界状態関数 $Z = g(X)$ に対して $Z < 0$ で定義される。そのため、2つの崩壊事象 $Z_i < 0$, $Z_j < 0$ の結合生起確率 $P[(Z_i < 0) \cup (Z_j < 0)]$ の算出には、 Z_i , Z_j の最小値分布を用いて表現される崩壊事象 $\min(Z_i, Z_j) < 0$ の生起確率 $P[\min(Z_i, Z_j) < 0]$ が必要となる。その算出には、前節で述べた統計的相関性を有する2非正規確率変数の最大値の積率推定法を最小値問題として取り扱わなければならない。一般に最大値と最小値の関係は次式で与えられる。

$$\min(X_1, X_2) = -\max(-X_1, -X_2) \quad (23)$$

したがって、2崩壊モード Z_i , Z_j の結合生起確率の算出には Z_i , Z_j の積率のうち μ_{Z_i} , μ_{Z_j} , α_{3Z_i} , α_{3Z_j} について符号を逆にし、

$$\xi_Z(Z_i, Z_j) = -Z_i + Z_j \quad (24)$$

として前節の最大値問題に適用すればよい。こうして得られた最小値分布の4次までの積率 μ_{\min} , σ_{\min} , $\alpha_{3\min}$, $\alpha_{4\min}$ を用いて、 $P[(Z_i < 0) \cup (Z_j < 0)]$ は、次式で求められる。

$$P[(Z_i < 0) \cup (Z_j < 0)] = \Phi[S_{4Z}(\beta)] \quad (25)$$

ここに $\beta = \mu_{\min}/\sigma_{\min}$ であり、 S_{3Z} , S_{4Z} は $\alpha_{3\min}$, $\alpha_{4\min}$ を用いて (14) (15) 式で定義される標準化関数である。

Fig. 2 は、対数正規分布の形状をもち、かつ統計的な相関を有する2つの崩壊モード Z_i , Z_j の同時生起確率 $P[(Z_i < 0) \cap (Z_j < 0)]$ を次式

$$P[(Z_i < 0) \cap (Z_j < 0)] = P[Z_i < 0] + P[Z_j < 0] - P[(Z_i < 0) \cup (Z_j < 0)] \quad (26)$$

により求め、数値実験解であるモンテカルロシミュレーションの結果とともにモード間の相関係数 ρ_{ij} で整理して示したものである。提案手法では右辺第3項の計算に (25) 式が用いられる。なお、図中 β_i , β_j は2次モーメント法に基づく限界状態関数 Z_i , Z_j の信頼性指標値であり、 $\beta_i = \mu_{Z_i}/\sigma_{Z_i}$, $\beta_j = \mu_{Z_j}/\sigma_{Z_j}$ と定義される。 $\rho_{ij} = 0.0$ 近辺で若干の解析誤差が見られるが、提案手法はおおむねモンテカルロシミュレーションの結果を精度良く追従しており、非正規性と統計的相関性を同時に考慮した本計算手法の有効性が確認できた。

4.2 3 崩壊モード以上の場合

3つの崩壊モード $Z_i < 0$, $Z_j < 0$, $Z_k < 0$ の結合生起確率 $P[(Z_i < 0) \cup (Z_j < 0) \cup (Z_k < 0)]$ の算定の場合は、 $\min(Z_i, Z_j)$ の積率を前述の手順で求め、その積率と Z_k の積率を用いて再び同様の計算を行う。このとき、 $\min(Z_i, Z_j)$ と Z_k との相関係数 ρ_{ijk} は次式で与えられる⁷⁾。

$$\rho_{ijk} = \frac{\sigma_i \rho_{ik} \Phi(\hat{\theta}) + \sigma_j \rho_{jk} \Phi(-\hat{\theta})}{\sigma_{\min}} \quad (27)$$

全崩壊モードの結合生起事象 Z_{\min} の積率は、この手続きを全崩壊モード Z_1, Z_2, \dots, Z_n において繰り返す適

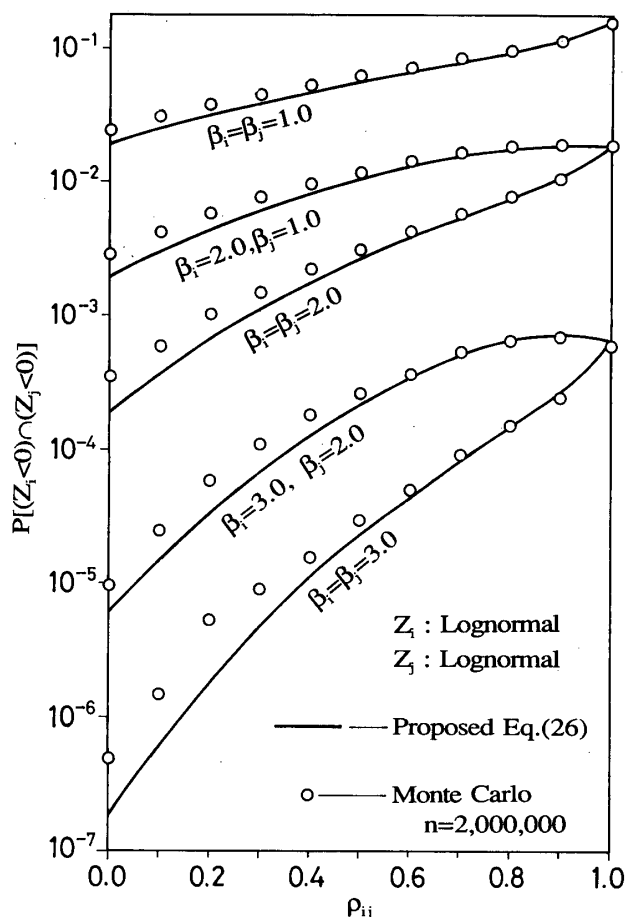


Fig. 2 Simultaneous occurrence probability of correlated non-Gaussian two failure modes.

用すればよい。すなわち、

$$Z_{\min} = \min[\dots \min[\min[Z_1, Z_2], Z_3], \dots, Z_n] \quad (28)$$

となる。そして、構造系全体の破壊確率 p_{fs} は

$$p_{fs} = 1 - \Phi(\hat{\beta}) \quad (29)$$

と求められる。 $\hat{\beta}$ は構造物の信頼性指標値で

$$\hat{\beta} = -S_{4Z}(S_{3Z}(-\beta)) \quad (30)$$

である。ここに $\beta = \mu_{\min}/\sigma_{\min}$ である。なお、崩壊モードの繰返し適用においては、最小値分布を必要とする場合には、解析誤差を考慮して平均値の大きい崩壊モードから順に適用すべきである⁷⁾。

§5. 構造物の破壊確率評価

構造物の信頼性解析を行う場合、入力データとなる統計量の性質、あるいは構造物の破壊を定義する限界状態関数の性質等により、近似解法を用いずともある段階までは確率密度関数を用いた理論解析的な展開が可能な場合がある。そこで、本解析例では前節までの提案手法の適用範囲について以下のような3つのCaseを考える。
Case I) 入力データとなる統計量（例えば部材耐力や荷重）の4次までの積率、あるいはそれらの確率密度関数しか得られていない場合。

Table 2 Dimensions, performance functions of failure modes and statistical moments of analytical models.

No.	Dimensions of Analytical Models	Performance Functions of Failure Modes	Statistical Moments of Random Variables																																																																																											
F 1		$Z_1 = M_1 + 3M_2 + 2M_3 - 15S_1 - 10S_2$ $Z_2 = 2M_1 + 2M_2 - 15S_1$ $Z_3 = M_1 + M_2 + 4M_3 - 15S_1 - 10S_2$ $Z_4 = 4M_3 - 10S_2$ $Z_5 = M_1 + M_2 + 2M_3 - 15S_1$ $Z_6 = M_1 + M_2 + 2M_3 - 10S_2$	<table><thead><tr><th></th><th>Dist.</th><th>Type</th><th>Mean</th><th>C.O.V.</th><th>3rd M</th><th>4th M</th></tr></thead><tbody><tr><td>M_1, M_2</td><td>Lognormal</td><td>500ft-k</td><td>0.15</td><td>0.45</td><td>3.33</td><td></td></tr><tr><td>M_3</td><td>"</td><td>867ft-k</td><td>"</td><td>0.44</td><td>3.35</td><td></td></tr><tr><td>S_1</td><td>Lognormal</td><td>50k</td><td>0.30</td><td>0.92</td><td>4.50</td><td></td></tr><tr><td></td><td>Weibull</td><td></td><td></td><td>0.63</td><td>3.25</td><td></td></tr><tr><td>S_2</td><td>Lognormal</td><td>100k</td><td>0.10</td><td>0.33</td><td>3.24</td><td></td></tr><tr><td></td><td>Weibull</td><td></td><td></td><td>0.60</td><td>3.16</td><td></td></tr></tbody></table>		Dist.	Type	Mean	C.O.V.	3rd M	4th M	M_1, M_2	Lognormal	500ft-k	0.15	0.45	3.33		M_3	"	867ft-k	"	0.44	3.35		S_1	Lognormal	50k	0.30	0.92	4.50			Weibull			0.63	3.25		S_2	Lognormal	100k	0.10	0.33	3.24			Weibull			0.60	3.16																																											
	Dist.	Type	Mean	C.O.V.	3rd M	4th M																																																																																								
M_1, M_2	Lognormal	500ft-k	0.15	0.45	3.33																																																																																									
M_3	"	867ft-k	"	0.44	3.35																																																																																									
S_1	Lognormal	50k	0.30	0.92	4.50																																																																																									
	Weibull			0.63	3.25																																																																																									
S_2	Lognormal	100k	0.10	0.33	3.24																																																																																									
	Weibull			0.60	3.16																																																																																									
F 2		$Z_1 = 4M_3 - 10S_2$ $Z_2 = M_1 + 2M_2 + 3M_3 + M_4 - 3 \cdot 12S_1 - 10S_2$ $Z_3 = M_1 + 3M_2 + 2M_3 + M_4 + M_5 - 3 \cdot 12S_1 - 10S_2$ $Z_4 = 2M_1 + 2M_2 - 3 \cdot 12S_1$ $Z_5 = M_1 + M_2 + 2M_3 + M_4 + M_5 - 10S_2$ $Z_6 = M_2 + 3M_3 + 2M_4 + M_5 - 12S_1 - 10S_2$	<table><tbody><tr><td>M_1, M_2</td><td>Lognormal</td><td>45ft-k</td><td>0.15</td><td>0.45</td><td>3.33</td><td></td></tr><tr><td>M_3, M_4</td><td>"</td><td>"</td><td>"</td><td>"</td><td>"</td><td></td></tr><tr><td>M_5, M_6</td><td>"</td><td>112ft-k</td><td>0.15</td><td>0.44</td><td>3.35</td><td></td></tr><tr><td>S_1</td><td>Lognormal</td><td>2k</td><td>0.25</td><td>0.76</td><td>4.04</td><td></td></tr><tr><td></td><td>Weibull</td><td></td><td></td><td>0.64</td><td>3.27</td><td></td></tr><tr><td>S_2</td><td>Lognormal</td><td>20k</td><td>0.15</td><td>0.45</td><td>3.37</td><td></td></tr><tr><td></td><td>Weibull</td><td></td><td></td><td>0.63</td><td>3.24</td><td></td></tr><tr><td>S_3</td><td>Lognormal</td><td>10k</td><td>0.25</td><td>0.77</td><td>3.95</td><td></td></tr><tr><td></td><td>Weibull</td><td></td><td></td><td>0.68</td><td>3.34</td><td></td></tr></tbody></table>	M_1, M_2	Lognormal	45ft-k	0.15	0.45	3.33		M_3, M_4	"	"	"	"	"		M_5, M_6	"	112ft-k	0.15	0.44	3.35		S_1	Lognormal	2k	0.25	0.76	4.04			Weibull			0.64	3.27		S_2	Lognormal	20k	0.15	0.45	3.37			Weibull			0.63	3.24		S_3	Lognormal	10k	0.25	0.77	3.95			Weibull			0.68	3.34																													
M_1, M_2	Lognormal	45ft-k	0.15	0.45	3.33																																																																																									
M_3, M_4	"	"	"	"	"																																																																																									
M_5, M_6	"	112ft-k	0.15	0.44	3.35																																																																																									
S_1	Lognormal	2k	0.25	0.76	4.04																																																																																									
	Weibull			0.64	3.27																																																																																									
S_2	Lognormal	20k	0.15	0.45	3.37																																																																																									
	Weibull			0.63	3.24																																																																																									
S_3	Lognormal	10k	0.25	0.77	3.95																																																																																									
	Weibull			0.68	3.34																																																																																									
F 3		$Z_1 = M_1 + 2M_2 + 2M_3 + 3M_4 + 2M_5 + M_7 + 2M_8 - 4 \cdot 12S_1 - 10S_2 - 10S_4$ $Z_2 = 2M_1 + 2M_2 + 2M_3 - 3 \cdot 12S_1$ $Z_3 = M_1 + 2M_2 + 2M_3 + 4M_4 + 2M_5 + M_6 + M_7 + 2M_8 - 4 \cdot 12S_1 - 10S_2 - 10S_3 - 10S_4$ $Z_4 = M_1 + 2M_2 + 2M_3 + 3M_4 + M_6 - 3 \cdot 12S_1 - 10S_2$ $Z_5 = M_6 + M_7 + 2M_8 - 10S_4$ $Z_6 = M_3 + 3M_5 - 10S_3$ $Z_7 = M_1 + 2M_2 + 2M_3 + 3M_4 + M_6 + 4M_8 - 4 \cdot 12S_1 - 10S_2 - 10S_4$ $Z_8 = 4M_4 - 10S_2$	<table><tbody><tr><td>M_1, M_2</td><td>Lognormal</td><td>70ft-k</td><td>0.15</td><td>0.45</td><td>3.33</td><td></td></tr><tr><td>M_3, M_4</td><td>"</td><td>"</td><td>"</td><td>"</td><td>"</td><td></td></tr><tr><td>M_4</td><td>"</td><td>150ft-k</td><td>"</td><td>0.45</td><td>3.34</td><td></td></tr><tr><td>M_5</td><td>"</td><td>120ft-k</td><td>"</td><td>0.45</td><td>3.37</td><td></td></tr><tr><td>M_6</td><td>"</td><td>90ft-k</td><td>"</td><td>0.45</td><td>3.35</td><td></td></tr><tr><td>S_1</td><td>Lognormal</td><td>5k</td><td>0.25</td><td>0.77</td><td>4.07</td><td></td></tr><tr><td></td><td>Weibull</td><td></td><td></td><td>0.63</td><td>3.25</td><td></td></tr><tr><td>S_2</td><td>Lognormal</td><td>28.5k</td><td>0.15</td><td>0.45</td><td>3.37</td><td></td></tr><tr><td></td><td>Weibull</td><td></td><td></td><td>0.62</td><td>3.23</td><td></td></tr><tr><td>S_3</td><td>Lognormal</td><td>18k</td><td>0.25</td><td>0.78</td><td>4.00</td><td></td></tr><tr><td></td><td>Weibull</td><td></td><td></td><td>0.62</td><td>3.23</td><td></td></tr><tr><td>S_4</td><td>Lognormal</td><td>14k</td><td>0.25</td><td>0.80</td><td>4.19</td><td></td></tr><tr><td></td><td>Weibull</td><td></td><td></td><td>0.57</td><td>3.05</td><td></td></tr></tbody></table>	M_1, M_2	Lognormal	70ft-k	0.15	0.45	3.33		M_3, M_4	"	"	"	"	"		M_4	"	150ft-k	"	0.45	3.34		M_5	"	120ft-k	"	0.45	3.37		M_6	"	90ft-k	"	0.45	3.35		S_1	Lognormal	5k	0.25	0.77	4.07			Weibull			0.63	3.25		S_2	Lognormal	28.5k	0.15	0.45	3.37			Weibull			0.62	3.23		S_3	Lognormal	18k	0.25	0.78	4.00			Weibull			0.62	3.23		S_4	Lognormal	14k	0.25	0.80	4.19			Weibull			0.57	3.05	
M_1, M_2	Lognormal	70ft-k	0.15	0.45	3.33																																																																																									
M_3, M_4	"	"	"	"	"																																																																																									
M_4	"	150ft-k	"	0.45	3.34																																																																																									
M_5	"	120ft-k	"	0.45	3.37																																																																																									
M_6	"	90ft-k	"	0.45	3.35																																																																																									
S_1	Lognormal	5k	0.25	0.77	4.07																																																																																									
	Weibull			0.63	3.25																																																																																									
S_2	Lognormal	28.5k	0.15	0.45	3.37																																																																																									
	Weibull			0.62	3.23																																																																																									
S_3	Lognormal	18k	0.25	0.78	4.00																																																																																									
	Weibull			0.62	3.23																																																																																									
S_4	Lognormal	14k	0.25	0.80	4.19																																																																																									
	Weibull			0.57	3.05																																																																																									
F 4		$Z_1 = M_1 + 2M_2 + 2M_3 + 3M_4 + M_6 - 3 \cdot 12S_1 - 10S_2 - 10S_4$ $Z_2 = M_6 + 3M_8 - 10S_3$ $Z_3 = M_6 + 3M_8 - 10S_4$ $Z_4 = 2M_1 + 2M_2 + 2M_3 - 3 \cdot 12S_1$ $Z_5 = 4M_4 - 10S_2$ $Z_6 = M_1 + 3M_4 + M_6 - 10S_2$ $Z_7 = M_1 + M_2 + M_3 + 2M_4 + 2M_5 + 2M_6 + 4M_8 + 2M_{10} - 4 \cdot 12S_1 - 10S_2 - 10S_3$ $Z_8 = 4M_6 - 10S_4$	<table><tbody><tr><td>M_1, M_2</td><td>Lognormal</td><td>70ft-k</td><td>0.15</td><td>0.45</td><td>3.33</td><td></td></tr><tr><td>M_3, M_4</td><td>"</td><td>"</td><td>"</td><td>"</td><td>"</td><td></td></tr><tr><td>M_4, M_5</td><td>"</td><td>150ft-k</td><td>"</td><td>0.45</td><td>3.34</td><td></td></tr><tr><td>M_6, M_{10}</td><td>"</td><td>90ft-k</td><td>"</td><td>0.46</td><td>3.40</td><td></td></tr><tr><td>S_1</td><td>Lognormal</td><td>5k</td><td>0.25</td><td>0.77</td><td>4.09</td><td></td></tr><tr><td></td><td>Weibull</td><td></td><td></td><td>0.64</td><td>3.26</td><td></td></tr><tr><td>S_2</td><td>Lognormal</td><td>28.5k</td><td>0.15</td><td>0.45</td><td>3.36</td><td></td></tr><tr><td></td><td>Weibull</td><td></td><td></td><td>0.63</td><td>3.24</td><td></td></tr><tr><td>S_3</td><td>Lognormal</td><td>25k</td><td>"</td><td>0.46</td><td>3.37</td><td></td></tr><tr><td></td><td>Weibull</td><td></td><td></td><td>0.63</td><td>3.26</td><td></td></tr><tr><td>S_4, S_5</td><td>Lognormal</td><td>14k</td><td>0.25</td><td>0.77</td><td>4.05</td><td></td></tr><tr><td></td><td>Weibull</td><td></td><td></td><td>0.64</td><td>3.26</td><td></td></tr></tbody></table>	M_1, M_2	Lognormal	70ft-k	0.15	0.45	3.33		M_3, M_4	"	"	"	"	"		M_4, M_5	"	150ft-k	"	0.45	3.34		M_6, M_{10}	"	90ft-k	"	0.46	3.40		S_1	Lognormal	5k	0.25	0.77	4.09			Weibull			0.64	3.26		S_2	Lognormal	28.5k	0.15	0.45	3.36			Weibull			0.63	3.24		S_3	Lognormal	25k	"	0.46	3.37			Weibull			0.63	3.26		S_4, S_5	Lognormal	14k	0.25	0.77	4.05			Weibull			0.64	3.26								
M_1, M_2	Lognormal	70ft-k	0.15	0.45	3.33																																																																																									
M_3, M_4	"	"	"	"	"																																																																																									
M_4, M_5	"	150ft-k	"	0.45	3.34																																																																																									
M_6, M_{10}	"	90ft-k	"	0.46	3.40																																																																																									
S_1	Lognormal	5k	0.25	0.77	4.09																																																																																									
	Weibull			0.64	3.26																																																																																									
S_2	Lognormal	28.5k	0.15	0.45	3.36																																																																																									
	Weibull			0.63	3.24																																																																																									
S_3	Lognormal	25k	"	0.46	3.37																																																																																									
	Weibull			0.63	3.26																																																																																									
S_4, S_5	Lognormal	14k	0.25	0.77	4.05																																																																																									
	Weibull			0.64	3.26																																																																																									
T 1		$Z_1 = T_3 + .7071T_5 - F_1$ $Z_2 = T_1 + .7071T_5 - F_1 - F_2$ $Z_3 = T_1 + T_2 - F_1$ $Z_4 = .7071T_4 + .7071T_5 - F_1$ $Z_5 = T_1 + T_3 - F_2$	<table><tbody><tr><td>T_1, T_2</td><td>Lognormal</td><td>21k</td><td>0.15</td><td>0.45</td><td>3.33</td><td></td></tr><tr><td>T_3</td><td>"</td><td>15k</td><td>"</td><td>0.44</td><td>3.35</td><td></td></tr><tr><td>T_4, T_5</td><td>"</td><td>30k</td><td>"</td><td>0.45</td><td>3.34</td><td></td></tr><tr><td>F_1</td><td>Lognormal</td><td>13k</td><td>0.30</td><td>0.93</td><td>4.57</td><td></td></tr><tr><td></td><td>Weibull</td><td></td><td></td><td>0.64</td><td>3.27</td><td></td></tr><tr><td>F_2</td><td>Lognormal</td><td>3k</td><td>0.15</td><td>0.46</td><td>3.46</td><td></td></tr><tr><td></td><td>Weibull</td><td></td><td></td><td>0.60</td><td>3.14</td><td></td></tr></tbody></table>	T_1, T_2	Lognormal	21k	0.15	0.45	3.33		T_3	"	15k	"	0.44	3.35		T_4, T_5	"	30k	"	0.45	3.34		F_1	Lognormal	13k	0.30	0.93	4.57			Weibull			0.64	3.27		F_2	Lognormal	3k	0.15	0.46	3.46			Weibull			0.60	3.14																																											
T_1, T_2	Lognormal	21k	0.15	0.45	3.33																																																																																									
T_3	"	15k	"	0.44	3.35																																																																																									
T_4, T_5	"	30k	"	0.45	3.34																																																																																									
F_1	Lognormal	13k	0.30	0.93	4.57																																																																																									
	Weibull			0.64	3.27																																																																																									
F_2	Lognormal	3k	0.15	0.46	3.46																																																																																									
	Weibull			0.60	3.14																																																																																									
T 2		$Z_1 = .7071T_4 + .7071T_5 - 2 \cdot 2F_1$ $Z_2 = T_6 + .7071T_{10} - 1 \cdot 2F_1 - F_2$ $Z_3 = T_3 + .7071T_5 + .7071T_{10} - 2 \cdot 2F_1$ $Z_4 = T_6 + .7071T_{10} - 1 \cdot 2F_1$ $Z_5 = T_6 + T_7 - 1 \cdot 2F_1$ $Z_6 = T_3 + .7071T_5 + T_8 - 1 \cdot 2F_1 - F_2$ $Z_7 = .7071T_6 + .7071T_{10} - 1 \cdot 2F_1$ $Z_8 = T_1 + .7071T_5 - 3 \cdot 4F_1 - F_2$	<table><tbody><tr><td>T_1, T_2</td><td>Lognormal</td><td>90k</td><td>0.15</td><td>0.45</td><td>3.33</td><td></td></tr><tr><td>T_3</td><td>"</td><td>8k</td><td>"</td><td>0.44</td><td>3.35</td><td></td></tr><tr><td>T_4, T_5</td><td>"</td><td>48k</td><td>"</td><td>0.45</td><td>3.34</td><td></td></tr><tr><td>T_6, T_7</td><td>"</td><td>21k</td><td>"</td><td>0.45</td><td>3.37</td><td></td></tr><tr><td>T_8</td><td>"</td><td>15k</td><td>"</td><td>0.45</td><td>3.37</td><td></td></tr><tr><td>T_9, T_{10}</td><td>"</td><td>30k</td><td>"</td><td>0.45</td><td>3.34</td><td></td></tr><tr><td>F_1</td><td>Lognormal</td><td>11k</td><td>0.30</td><td>0.84</td><td>4.60</td><td></td></tr><tr><td></td><td>Weibull</td><td></td><td></td><td>0.63</td><td>3.21</td><td></td></tr><tr><td>F_2</td><td>Lognormal</td><td>3.6k</td><td>0.20</td><td>0.81</td><td>3.66</td><td></td></tr><tr><td></td><td>Weibull</td><td></td><td></td><td>0.60</td><td>3.12</td><td></td></tr></tbody></table>	T_1, T_2	Lognormal	90k	0.15	0.45	3.33		T_3	"	8k	"	0.44	3.35		T_4, T_5	"	48k	"	0.45	3.34		T_6, T_7	"	21k	"	0.45	3.37		T_8	"	15k	"	0.45	3.37		T_9, T_{10}	"	30k	"	0.45	3.34		F_1	Lognormal	11k	0.30	0.84	4.60			Weibull			0.63	3.21		F_2	Lognormal	3.6k	0.20	0.81	3.66			Weibull			0.60	3.12																						
T_1, T_2	Lognormal	90k	0.15	0.45	3.33																																																																																									
T_3	"	8k	"	0.44	3.35																																																																																									
T_4, T_5	"	48k	"	0.45	3.34																																																																																									
T_6, T_7	"	21k	"	0.45	3.37																																																																																									
T_8	"	15k	"	0.45	3.37																																																																																									
T_9, T_{10}	"	30k	"	0.45	3.34																																																																																									
F_1	Lognormal	11k	0.30	0.84	4.60																																																																																									
	Weibull			0.63	3.21																																																																																									
F_2	Lognormal	3.6k	0.20	0.81	3.66																																																																																									
	Weibull			0.60	3.12																																																																																									
T 3		$Z_1 = T_1 + .375T_{19} + .3T_{20} + .3T_{21} - .825F_1 - .50F_2 - .25F_3 - .125F_4$ $Z_2 = T_6 + .375T_{19} + .3T_{20} + .3T_{21} - .125F_1 - .25F_2 - .50F_3 - .625F_4$ $Z_3 = T_3 + T_{10} + 1.125T_{19} + .8T_{20} + .9T_{21} - .375F_1 - .75F_2 - 1.50F_3 - 1.125F_4$ $Z_4 = T_6 + T_{10} + 1.8T_{19} + 1.8T_{22} - 2.25F_3 - 1.500F_4$ $Z_5 = T_6 + T_7 + 1.125T_{19} + .8T_{20} + .9T_{21} - 1.125F_1 - 1.50F_2 - .75F_3 - .375F_4$ $Z_6 = T_1 + .8T_{19} + .8T_{20} - .75F_1 - .75F_2$ $Z_7 = T_6 + .8T_{21} + .8T_{22} - .75F_3 - .75F_4$ $Z_8 = T_1 + .8T_{21} + .8T_{22} - .500F_1 - .25F_2 - .50F_3 - .250F_4$ $Z_9 = T_2 + T_7 + 1.80T_{19} + 1.8T_{20} - 1.500F_1 - 2.25F_2 - .250F_1 - .50F_2 - 1.00F_3 - .500F_4$ $Z_{10} = T_{10} + .750T_{19} + .75T_{14} + .8T_{20} - .250F_1 - .50F_2 - 1.00F_3 - .500F_4$ $Z_{11} = T_4 + 1.2T_{21} + 1.8T_{22} - 1.50F_3 - .750F_4$ $Z_{12} = T_7 + .750T_{19} + .75T_{14} + .8T_{21} - .500F_1 - 1.00F_2 - .50F_3 - .250F_4$	<table><tbody><tr><td>T_1, T_{10}</td><td>Lognormal</td><td>15k</td><td>0.15</td><td>0.45</td><td>3.33</td><td></td></tr><tr><td>T_{11}, T_{12}</td><td>"</td><td>36k</td><td>"</td><td>0.45</td><td>3.37</td><td></td></tr><tr><td>T_{13}, T_{14}</td><td>"</td><td>18k</td><td>"</td><td>0.45</td><td>3.35</td><td></td></tr><tr><td>T_{15}, T_{17}</td><td>"</td><td>10.5k</td><td>"</td><td>0.45</td><td>3.37</td><td></td></tr><tr><td>T_{18}, T_{22}</td><td>"</td><td>42k</td><td>"</td><td>0.46</td><td>3.37</td><td></td></tr><tr><td>T_{19}, T_{23}</td><td>"</td><td>7.5k</td><td>"</td><td>0.45</td><td>3.34</td><td></td></tr><tr><td>T_{20}, T_{21}</td><td>"</td><td>15k</td><td>"</td><td>0.47</td><td>3.37</td><td></td></tr><tr><td>F_1, F_2</td><td>Lognormal</td><td>10.5k</td><td>0.25</td><td>0.78</td><td>4.13</td><td></td></tr><tr><td></td><td>Weibull</td><td></td><td></td><td>0.63</td><td>3.23</td><td></td></tr><tr><td>F_3, F_4</td><td>Lognormal</td><td>8.4k</td><td>"</td><td>0.77</td><td>4.07</td><td></td></tr><tr><td></td><td>Weibull</td><td></td><td></td><td>0.63</td><td>3.24</td><td></td></tr></tbody></table>	T_1, T_{10}	Lognormal	15k	0.15	0.45	3.33		T_{11}, T_{12}	"	36k	"	0.45	3.37		T_{13}, T_{14}	"	18k	"	0.45	3.35		T_{15}, T_{17}	"	10.5k	"	0.45	3.37		T_{18}, T_{22}	"	42k	"	0.46	3.37		T_{19}, T_{23}	"	7.5k	"	0.45	3.34		T_{20}, T_{21}	"	15k	"	0.47	3.37		F_1, F_2	Lognormal	10.5k	0.25	0.78	4.13			Weibull			0.63	3.23		F_3, F_4	Lognormal	8.4k	"	0.77	4.07			Weibull			0.63	3.24															
T_1, T_{10}	Lognormal	15k	0.15	0.45	3.33																																																																																									
T_{11}, T_{12}	"	36k	"	0.45	3.37																																																																																									
T_{13}, T_{14}	"	18k	"	0.45	3.35																																																																																									
T_{15}, T_{17}	"	10.5k	"	0.45	3.37																																																																																									
T_{18}, T_{22}	"	42k	"	0.46	3.37																																																																																									
T_{19}, T_{23}	"	7.5k	"	0.45	3.34																																																																																									
T_{20}, T_{21}	"	15k	"	0.47	3.37																																																																																									
F_1, F_2	Lognormal	10.5k	0.25	0.78	4.13																																																																																									
	Weibull			0.63	3.23																																																																																									
F_3, F_4	Lognormal	8.4k	"	0.77	4.07																																																																																									
	Weibull			0.63	3.24																																																																																									

Case II) 各崩壊モードを表す限界状態関数の確率密度、あるいは4次までの積率が厳密に得られている場合。

Case III) 構造物の信頼性評価に必要な全崩壊モードの結合生起事象の4次までの積率が厳密に得られている場合。

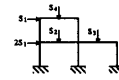
部材耐力、荷重等が非正規確率変数であり、かつそれらの間に統計的な相関性が存在するときには、限界状態関数の確率密度関数を理論的に求めることは不可能であるため、一般的な構造信頼性解析では Case I の場合がほとんどである。Case I では、限界状態関数の積率評価に §2, 複数崩壊モードの結合生起確率の算出に §4 の手法が適用される。Case II は破壊限界状態が1つの確率変数しか含まないようなきわめて単純な場合、あるいは限界状態関数の積率算出にモンテカルロシミュレーションを用いた場合などに相当する。したがって、このケースでは結合生起確率の算出に §4. の手法が用いられる。Case III は崩壊モードの結合生起事象の積率算定にモンテカルロシミュレーションを用いた場合に相当する。破壊確率のオーダーによっては、モンテカルロシミュレーションによる破壊確率算出には膨大な試行回数が必要となるが、積率の算出は破壊確率にかかわらずある一定回数の試行で可能となる。Case III では50万回の試行で積率算出を行っている。この Case では結合生起事象の積率から構造物の破壊確率を算出する段階で(29)(30)式が用いられる。

本節では不特定構造物の終局限界状態に関する破壊確率の算定を行う。解析モデルとした7種の骨組および解析に用いた崩壊モードを Table 2 に示す。解

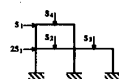
Table 3 Analytical results of 2-span 2-story portal frame (F3).

(a) $\rho_M=0.0$

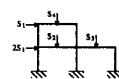
Performance Function	μ_{Z_1}		σ_{Z_1}		α_{Z_1}		α_{Z_2}	
	Monte Carlo	Proposed Eq. (4)	Monte Carlo	Proposed Eq. (5)	Monte Carlo	Proposed Eq. (7)	Monte Carlo	Proposed Eq. (8)
Z_1	16.34	16.34	3.45	3.45	-0.054	0.046	3.13	3.14
Z_2	7.20	7.20	1.74	1.74	-0.301	-0.298	3.42	3.41
Z_3	20.55	20.55	4.23	4.22	0.016	0.024	3.11	3.11
Z_4	12.74	12.74	2.88	2.89	0.049	0.053	3.14	3.15
Z_5	5.40	5.40	1.39	1.39	-0.243	-0.238	3.41	3.42
Z_6	7.51	7.51	2.13	2.13	0.009	0.008	3.28	3.29
Z_7	17.54	17.54	3.67	3.67	-0.015	-0.007	3.11	3.12
Z_8	10.04	10.04	2.85	2.85	0.312	0.310	3.25	3.25
$\rho_M=0.0, M: \text{Lognormal} \quad S: \text{Lognormal}$								
Proposed Method(Case I)								
$\beta = \mu_{Z_{min}} / \sigma_{Z_{min}} = 3.99$								
$\hat{\beta}_3 = -S_{Z_2}(-\beta) = \frac{0.354 + 8 \times \beta - 0.354 \times \beta^2}{\sqrt{38 - 10 \times (-0.354)^2}} = 3.16$								
$\hat{\beta} = -S_{Z_2}(-\hat{\beta}_3) = \frac{\hat{\beta}_3 + (3 - 3.47) \times \hat{\beta}_3^3 / 80}{\sqrt{1 + (3 - 3.47) \times 3.47 / 30}} = 3.00$								
$P_{r,s} = 1 - \Phi(\hat{\beta}) = 1.35 \times 10^{-9}$								
Monte Carlo Method $\beta_{MC} = 2.94$ $P_{r,s} = 822 / 500,000 = 1.64 \times 10^{-9}$								

(b) $\rho_M=0.5$

Performance Function	μ_{Z_1}		σ_{Z_1}		α_{Z_1}		α_{Z_2}	
	Monte Carlo	Proposed Eq. (4)	Monte Carlo	Proposed Eq. (5)	Monte Carlo	Proposed Eq. (7)	Monte Carlo	Proposed Eq. (8)
Z_1	16.34	16.34	4.81	4.81	0.019	0.170	3.07	3.15
Z_2	7.20	7.20	2.05	2.05	-0.093	-0.086	3.28	3.28
Z_3	20.55	20.55	5.98	5.98	0.117	0.204	3.08	3.15
Z_4	12.74	12.74	3.67	3.67	0.103	0.156	3.07	3.14
Z_5	5.40	5.40	1.60	1.60	-0.145	-0.095	3.24	3.27
Z_6	7.51	7.51	2.25	2.25	-0.035	-0.028	3.18	3.19
Z_7	17.54	17.54	4.99	4.99	0.098	0.175	3.07	3.15
Z_8	10.04	10.04	2.85	2.85	0.192	0.168	3.11	3.09
$\rho_M=0.5, M: \text{Lognormal} \quad S: \text{Lognormal}$								
Proposed Method(Case I)								
$\beta = \mu_{Z_{min}} / \sigma_{Z_{min}} = 3.20$								
$\hat{\beta}_3 = -S_{Z_2}(-\beta) = \frac{0.138 + 8 \times \beta - 0.138 \times \beta^2}{\sqrt{38 - 10 \times (-0.138)^2}} = 3.00$								
$\hat{\beta} = -S_{Z_2}(-\hat{\beta}_3) = \frac{\hat{\beta}_3 + (3 - 3.30) \times \hat{\beta}_3^3 / 80}{\sqrt{1 + (3 - 3.30) \times 3.30 / 30}} = 2.92$								
$P_{r,s} = 1 - \Phi(\hat{\beta}) = 1.79 \times 10^{-9}$								
Monte Carlo Method $\beta_{MC} = 2.74$ $P_{r,s} = 1,580 / 500,000 = 3.16 \times 10^{-9}$								

(c) $\rho_M=1.0$

Performance Function	μ_{Z_1}		σ_{Z_1}		α_{Z_1}		α_{Z_2}	
	Monte Carlo	Proposed Eq. (4)	Monte Carlo	Proposed Eq. (5)	Monte Carlo	Proposed Eq. (7)	Monte Carlo	Proposed Eq. (8)
Z_1	16.34	16.34	5.87	5.87	0.307	0.308	3.25	3.24
Z_2	7.20	7.20	2.32	2.32	0.087	0.088	3.28	3.27
Z_3	20.55	20.55	7.33	7.33	0.332	0.334	3.25	3.25
Z_4	12.74	12.74	4.31	4.31	0.302	0.300	3.24	3.24
Z_5	5.40	5.40	1.78	1.78	0.073	0.074	3.30	3.28
Z_6	7.51	7.51	2.36	2.36	0.102	0.104	3.28	3.26
Z_7	17.54	17.54	6.03	6.03	0.315	0.316	3.25	3.25
Z_8	10.04	10.04	2.85	2.85	0.315	0.311	3.24	3.24
$\rho_M=1.0, M: \text{Lognormal} \quad S: \text{Lognormal}$								
Proposed Method(Case I)								
$\beta = \mu_{Z_{min}} / \sigma_{Z_{min}} = 2.86$								
$\hat{\beta}_3 = -S_{Z_2}(-\beta) = \frac{0.035 + 8 \times \beta - 0.035 \times \beta^2}{\sqrt{38 - 10 \times (-0.035)^2}} = 2.82$								
$\hat{\beta} = -S_{Z_2}(-\hat{\beta}_3) = \frac{\hat{\beta}_3 + (3 - 3.32) \times \hat{\beta}_3^3 / 80}{\sqrt{1 + (3 - 3.32) \times 3.32 / 30}} = 2.82$								
$P_{r,s} = 1 - \Phi(\hat{\beta}) = 2.40 \times 10^{-9}$								
Monte Carlo Method $\beta_{MC} = 2.62$ $P_{r,s} = 2,180 / 500,000 = 4.36 \times 10^{-9}$								



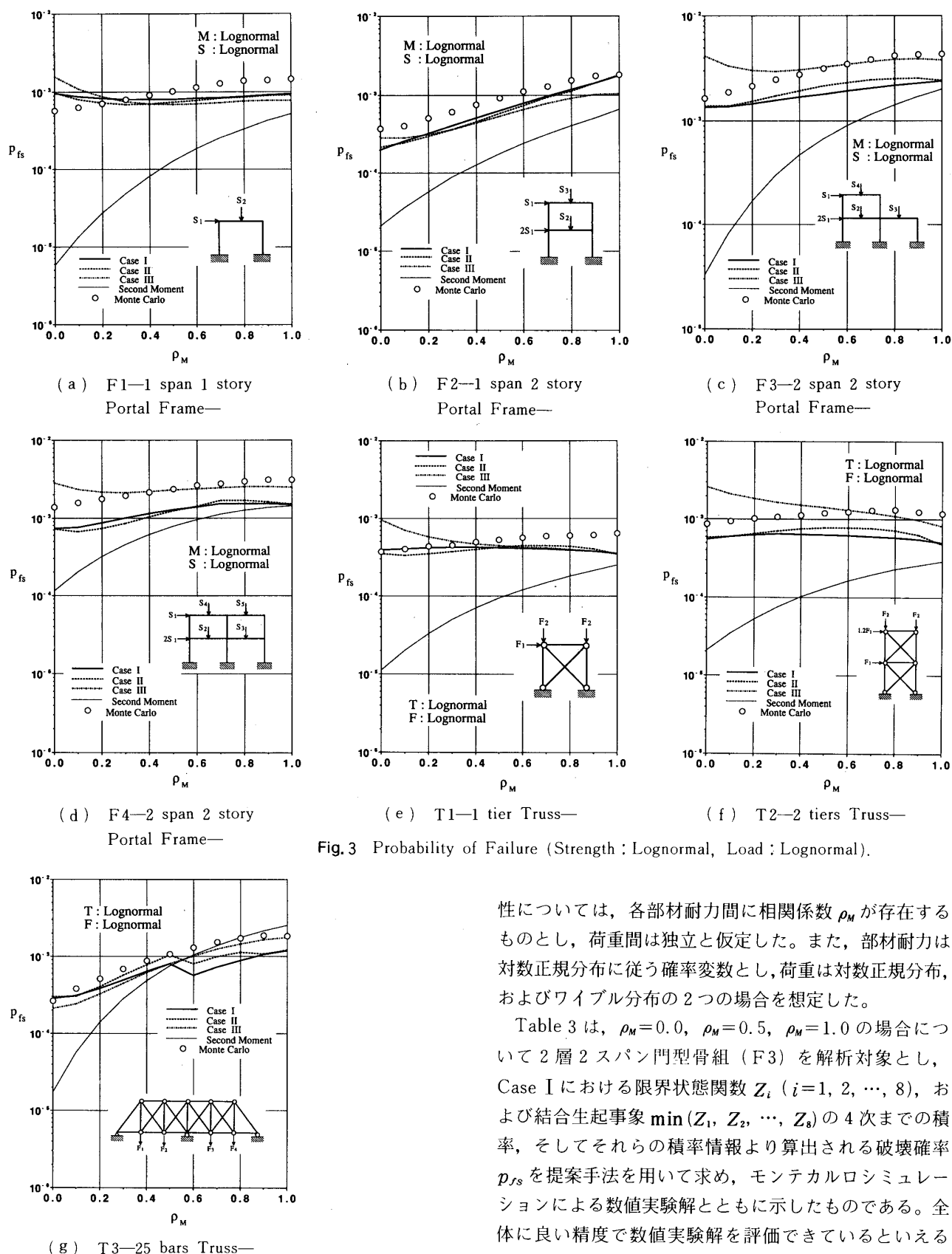


Fig. 3 Probability of Failure (Strength : Lognormal, Load : Lognormal).

性については、各部材耐力間に相関係数 ρ_M が存在するものとし、荷重間は独立と仮定した。また、部材耐力は対数正規分布に従う確率変数とし、荷重は対数正規分布、およびワイブル分布の2つの場合を想定した。

Table 3 は、 $\rho_M=0.0$, $\rho_M=0.5$, $\rho_M=1.0$ の場合について2層2スパン門型骨組 (F3) を解析対象とし、Case Iにおける限界状態関数 Z_i ($i=1, 2, \dots, 8$), および結合生起事象 $\min(Z_1, Z_2, \dots, Z_8)$ の4次までの積率、そしてそれらの積率情報より算出される破壊確率 p_{fs} を提案手法を用いて求め、モンテカルロシミュレーションによる数値実験解とともに示したものである。全体に良い精度で数値実験解を評価できているといえるが、限界状態関数 $Z_1 \sim Z_8$ の各積率をみると、 $\rho_M=0.5$ のとき3次、4次積率でいくらかの誤差が認められた。これは各確率変数を(2)式で近似したことによるエラーと考えられるが、各モードの積率の変化にはおおむね追従しており、高次の積率まで含めた限界状態関数の積率評価には(7)(8)式で十分と考える。また、最小値

析では、各構造モデルの部材耐力および荷重を確率変数として扱っており、その統計量もTable 2に併せて示した。これらの統計量は実構造物の信頼性レベルとの対応を考慮し、構造物の信頼性指標値がおおむね $\beta=3.0$ 程度となるように設定している。確率変数間の統計的相関

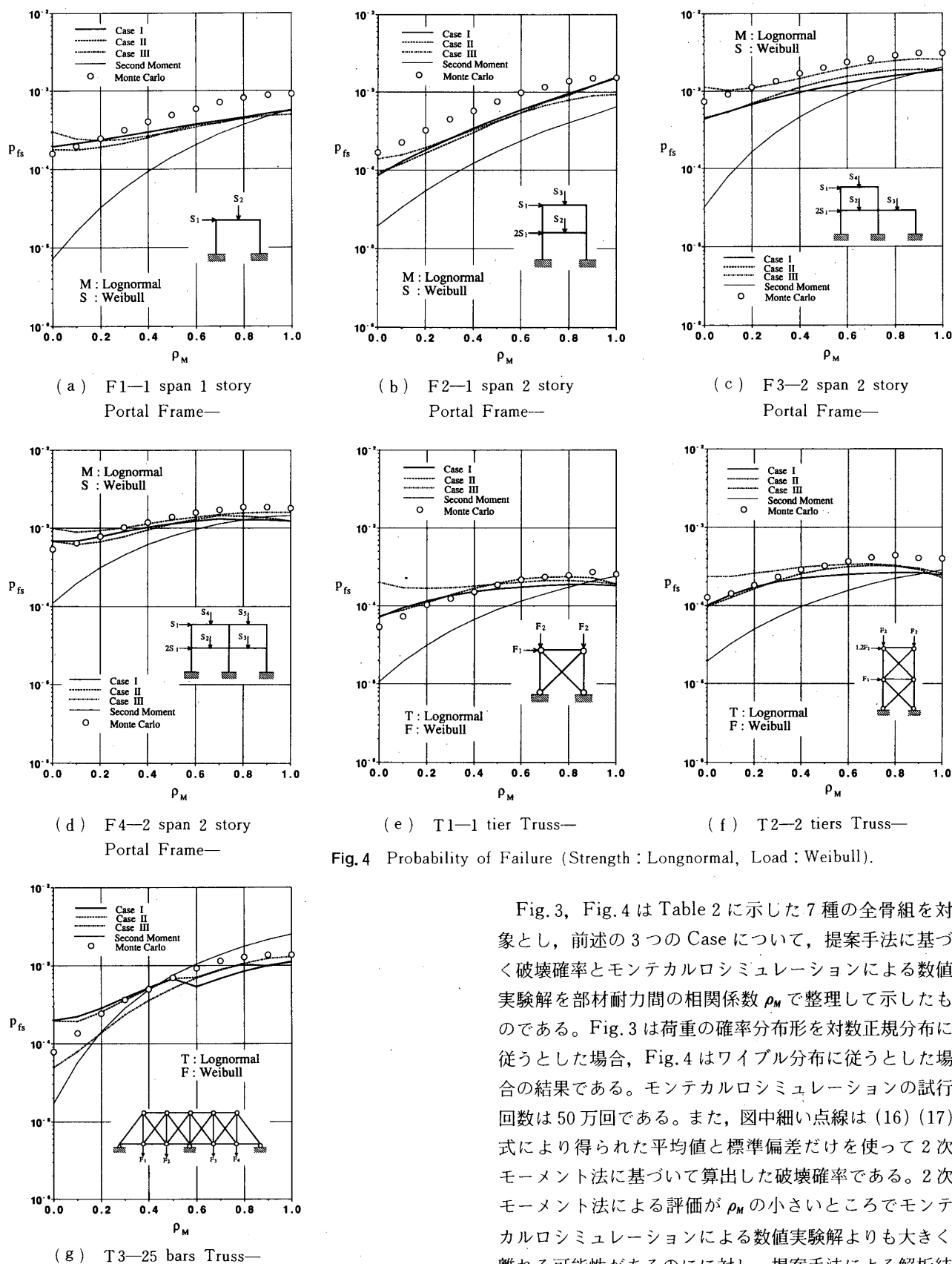


Fig.4 Probability of Failure (Strength : Longnormal, Load : Weibull).

Fig. 3, Fig. 4 は Table 2 に示した 7 種の全骨組を対象とし、前述の 3 つの Case について、提案手法に基づく破壊確率とモンテカルロシミュレーションによる数値実験解を部材耐力間の相関係数 ρ_M で整理して示したものである。Fig. 3 は荷重の確率分布形を対数正規分布に従うとした場合、Fig. 4 はワイブル分布に従うとした場合の結果である。モンテカルロシミュレーションの試行回数は 50 万回である。また、図中細い点線は (16) (17) 式により得られた平均値と標準偏差だけを使って 2 次モーメント法に基づいて算出した破壊確率である。2 次モーメント法による評価が ρ_M の小さいところでモンテカルロシミュレーションによる数値実験解よりも大きく離れる可能性があるのに対し、提案手法による解析結果は、Case I, II, III とともに 2 次モーメント法の誤差を大きく改善する結果となっている。また、確率分布形の違いや崩壊モード数の差、変数間の統計的相関性の変化にも十分対応できており、高次の積率を含めた構造系の信頼性評価の有効性が確認できた。

分布の積率、系全体の信頼性指標値 $\hat{\beta}$ も 2 次モーメント法での評価よりも良い精度でモンテカルロシミュレーションの結果に対応した。なお、計算時間についてはモンテカルロシミュレーションが 364.80 sec. CPU TIME に対し、提案手法が 0.98 であった。

§6. 結

構造信頼性解析における非正規分布の扱いは、その統計的相関性、最小値分布の考慮も含めると非常に評価の困難な問題であったが、高次積率標準化手法を応用することにより、複数崩壊事象の結合生起確率の定式化を行い、確率分布形の非正規性に対応可能な構造物の信頼性評価法を積率情報だけを用いて提案することができた。また、各構造モデルの数値計算を通して、提案手法の有効性を検証した。なお、本論文の数値計算には名古屋大学大型計算機センター FACOM M-780 を用いた。

謝 辞

本研究費の一部は文部省科学研究費によりました。付して感謝いたします。

参考文献

- 1) 小野徹郎, 井戸田秀樹, 羽津本好弘: 構造物の確率論的特徴に関する解析的研究 (その 3), 日本建築学会大会学術講演梗概集・構造 I, pp. 11~12, 昭和 61 年 8 月.
- 2) 小野徹郎, 井戸田秀樹, 堀江竜巳: 確率分布形の非正規性を考慮した信頼性評価法 その 4—確率変数の最大値の積率推定法—, 日本建築学会大会学術講演梗概集・構造 I, pp. 27~28, 昭和 63 年 10 月.
- 3) 小野徹郎, 井戸田秀樹: 確率分布形の非正規性を考慮した信頼性評価法 その 5—崩壊事象の同時生起確率—, 日本建築学会大会学術講演梗概集・構造 I, pp. 29~30, 昭和 63 年 10 月.
- 4) 戸塚明宏, 小野徹郎, 井戸田秀樹: 確率分布形の非正規性を考慮した信頼性評価法 その 6—構造系の破壊確率評価—, 日本建築学会大会学術講演梗概集・構造 I, pp. 1~2, 1989 年 10 月.
- 5) 小野徹郎, 井戸田秀樹: 高次積率標準化手法の提案とそれに基づく信頼性指標の設定—高次積率を考慮した信頼性設計法に関する研究—その 1—, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 359 号, pp. 43~49, 昭和 61 年 1 月.
- 6) 小野徹郎, 井戸田秀樹: 高次積率標準化手法の設計法への展開とその有効性—高次積率を考慮した信頼性設計法に関する研究, その 2—, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 365 号, pp. 40~47, 昭和 61 年 7 月.
- 7) Clark, C. E. : The Greatest of a Finite Set of Random Variables, Operations Research, March-April, pp. 145~162, 1961.
- 8) Terada, S. and Takahashi, T. : Simultaneous Failure Probability of Correlated Performance Functions, Journal of Structural and Construction Engineering (Trans. of A. I. J.), No. 359, pp. 35~42, 1986.
- 9) Terada, S. and Takahashi, T. : Simultaneous Failure Probability of Correlated Performance Functions—II. Tri-modal bounds—, Journal of Structural and Construction Engineering (Trans. of A. I. J.), No. 368, pp. 18~26, 1986.
- 10) 米沢政昭, 室津義定, 岡田博雄, 岸 光男, 丹羽一邦: 1 次元 4 次モーメント近似による構造物の信頼性解析, 材料, 第 31 巻, 第 351 号, pp. 82~88, 昭和 57 年 12 月.
- 11) 小野徹郎, 井戸田秀樹, 河原弘明: 高次積率を用いた鋼圧縮材および曲げ材の抵抗強度に関する統計論的研究, 日本建築学会構造系論文報告集, 第 370 号, pp. 19~27, 昭和 61 年 12 月.
- 12) Grigoliu, M. : Reliability of Chain and Ductile Parallel Systems, ASCE, Journal of Engineering Mechanics, Vol. 109, No. 5, pp. 1175~1188, 1983.

注

確率変数 X の 3 次, および 4 次積率の標準化関数 $S_{3X}(x)$, $S_{4X}(x)$ は以下のように導出される⁵⁾.

まず, X の平均値 μ_X および標準偏差 σ_X を次式で標準化する.

$$X_2 = \frac{X - \mu_X}{\sigma_X} \dots\dots\dots (A-1)$$

ここに X_2 は, n 次積率まで標準化された確率変数を表す. 次に, X_2 の 3 次積率 α_{3X} の標準化のために次の 2 次級数関数を用いる.

$$X_3 = X_2 + aX_2^2 \dots\dots\dots (A-2)$$

ここに X_2 は, n 次積率のみ標準化された確率変数を表す. 上式で変換された確率変数 X_3 の 3 次積率 α_{3X3} が 0 に等しいとおくことにより次式を得る.

$$\alpha_{3X3} \sigma_{X3}^3 = E[(X_2 + aX_2^2 - \mu_{X3})^3] = 0 \dots\dots\dots (A-3)$$

4 次以上の積率が標準正規確率変数のそれと等しく, かつ $|a| \ll 1$ と仮定することにより

$$a \doteq -\alpha_{3X}/6 \dots\dots\dots (A-4)$$

を得る. さらに X_3 の平均値と標準偏差を再度

$$X_3 = \frac{X_3 - \mu_{X3}}{\sigma_{X3}} \dots\dots\dots (A-5)$$

と標準化すれば, 3 次までの積率すべてが標準化される. (A-1) 式を (A-2) 式に代入し, (A-5) 式を考慮すれば X の 3 次積率標準化関数 S_{3X} は

$$S_{3X}(x) = \frac{\alpha_{3X} + 6x - \alpha_{3X}x^2}{|36 - 10\alpha_{3X}^2|^{1/2}} \dots\dots\dots (A-6)$$

となる.

$S_{4X}(x)$ の導出では, 4 次積率標準化のために次の 3 次級数を用いる.

$$X_4 = X_3 + bX_3^3 \dots\dots\dots (A-7)$$

X_4 の 4 次積率 α_{4X4} が 3 に等しいとおくことにより次式を得る.

$$\alpha_{4X4} \sigma_{X4}^4 = E[(X_3 + bX_3^3 - \mu_{X4})^4] = 3 \dots\dots\dots (A-8)$$

5 次以上の積率が標準正規確率変数のそれと等しく, かつ $|a| \ll 1$ と仮定することにより

$$b \doteq (3 - \alpha_{4X})/60 \dots\dots\dots (A-9)$$

を得る. X_3 と同様に X の平均値, 標準偏差を再度

$$X_4 = \frac{X_4 - \mu_{X4}}{\sigma_{X4}} \dots\dots\dots (A-10)$$

と変換すれば 4 次までの積率すべてが標準化される. よって X の 4 次積率標準化関数 S_{4X} は, (A-10) 式と (A-7) 式より

$$S_{4X}(x) = \frac{x + (3 - \alpha_{4X})x^3/60}{|1 + (3 - \alpha_{4X})\alpha_{4X}/30|^{1/2}} \dots\dots\dots (A-11)$$

と導かれる.

(1989 年 12 月 10 日原稿受理, 1990 年 10 月 16 日採用決定)