

# トレリス符号化 QPSK 変調方式のインパルス性雑音に対する誤り率下界値の一評価法

正員 中野 悦宏<sup>†</sup>      正員 岩波 保則<sup>††</sup>      正員 池田 哲夫<sup>††</sup>

## A Lower Bound Analysis for Bit Error Rate of Trellis Coded QPSK Modulation in Impulsive Noise Environment

Etsuhiro NAKANO<sup>†</sup>, Yasunori IWANAMI<sup>††</sup> and Tetsuo IKEDA<sup>††</sup>, *Members*

あらまし トレリス符号化変調(TCM)方式のガウス雑音に対する誤り率特性については、明らかにされており、その有効性はよく知られている。しかしながら、特に都市部の無線通信や有線通信等において問題となっているインパルス性雑音に対する効果については、いまだ未知の部分が多い。そこで、本論文では、トレリス符号化 QPSK 変調方式のインパルス性雑音に対するビット誤り率の下界値に対する解析法を明らかにした。また、計算機シミュレーションにより、インパルス性雑音に対するビット誤り率を求め、解析結果との比較を行い、その妥当性を確かめた。

キーワード：インパルス性雑音，トレリス符号化変調，QPSK 信号，誤り率の下界

### 1. ま え が き

デジタル通信における符号化技術と変調技術は従来独立に考えられてきたが、近年それらを統合したトレリス符号化変調方式が注目を集めている<sup>(1)~(6)</sup>。トレリス符号化変調(Trellis Coded Modulation: TCM)方式では、符号化を行わない場合と同じ帯域幅、伝送速度の条件で誤り率の改善を行う。TCM 方式のガウス雑音に対する誤り率特性については、その解析が盛んに行われ、ガウス雑音に対する有効性はよく知られている<sup>(1)~(6)</sup>。しかしながら、近年、特に都市部の雑音環境としては、ガウス性の雑音に比べてインパルス性の雑音の占める割合が増加してきており、それに伴いインパルス性雑音による無線通信回線への影響の解析は重要な研究テーマの一つとなってきた。また、有線通信回線においては、従来インパルス性雑音は主要な雑音の一つである。インパルス性雑音に対する TCM 方式の効果は文献(6)~(8)で検討されている。その結果、ガウス雑音の場合と同様に誤り率の改

善効果が報告されている。しかし、Bello ら<sup>(9)</sup>および Oshita ら<sup>(10)</sup>の解析で使用されたインパルス性雑音モデル\*がトレリス符号化 QPSK 変調方式に及ぼす影響の検討はまだ行われていない。そしてこの場合の誤り率特性を知ることは、符号化を行っていない Bello ら<sup>(9)</sup>や Oshita ら<sup>(10)</sup>の結果と対照する意味でも重要と思われる。そこで、本論文では、この方式がインパルス性雑音に対してどれほどの効果があるのか、理論解析(ビット誤り率の下界値)と計算機シミュレーションにより評価するものである。

### 2. 解析モデル

#### 2.1 トレリス符号化 QPSK 変調方式

図 1 に、理論解析および計算機シミュレーションを行ったトレリス符号化 QPSK 変調方式のブロック図を示す。送信側で、まずデータがトレリス符号化されるが、このトレリス符号器として、符号化レートは 1/2、状態数としては、2, 4, 8 状態のものについて考えた。このトレリス符号器の出力に応じて、QPSK 変調された信号が通信路に送出される。また、通信路で加わる雑音としては、インパルス性雑音のみを考える。受信

<sup>†</sup> NTT 無線システム研究所，横須賀市  
NTT Radio Communication Systems Laboratories, Yokosuka-shi, 238-03 Japan

<sup>††</sup> 名古屋工業大学電気情報工学科，名古屋市  
Faculty of Engineering, Nagoya Institute of Technology,  
Nagoya-shi, 466 Japan

\* Spaulding ら<sup>(11)</sup>の分類による，クラス B 雑音。すなわち，伝送帯域幅(IF 帯域幅)に比べインパルス性雑音のスペクトル幅が十分広い場合。

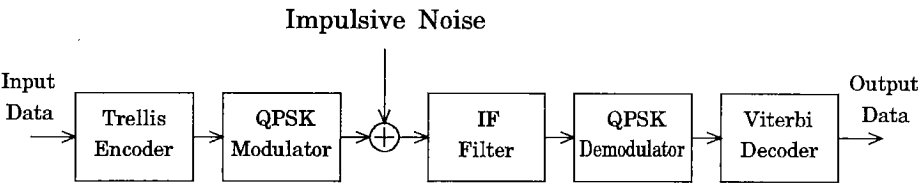


図 1 トレリス符号化 QPSK 変調方式のブロック図  
Fig. 1 Block diagram of trellis coded QPSK modulation scheme.

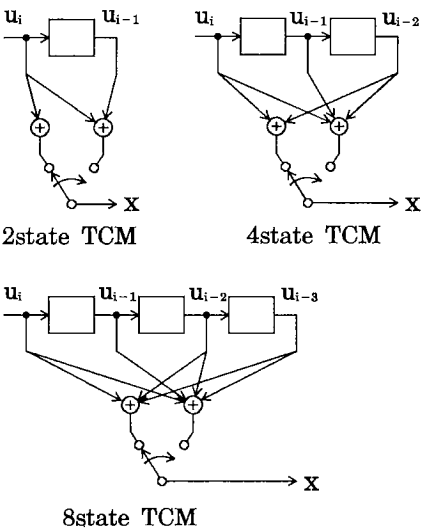


図 2 各状態数に対するトレリス符号器  
Fig. 2 Trellis encoders.

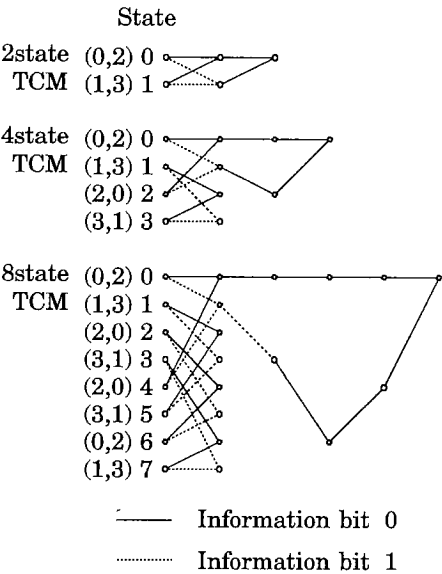


図 4 各状態数に対するトレリス線図, および  $d_{free}$  パス  
Fig. 4 Trellis diagram and  $d_{free}$  path.

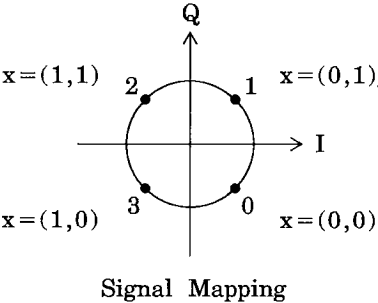


図 3 QPSK 信号の信号点配置  
Fig. 3 QPSK signal point constellation.

側において、まず IF フィルタで帯域制限されるが、インパルス性雑音の帯域幅は IF フィルタの帯域幅に比べて十分広く QPSK 復調器への入力理想的なインパルス応答で近似できるとする。すなわち文献(11)の分類によるクラス B 雑音を考える。また、このフィルタとしては、1 次のパワースペクトル特性を考えた。更に、

IF フィルタの帯域幅は QPSK 信号の帯域幅に比べて十分広く、実質的な帯域制限は QPSK 復調器における積分・放電フィルタによってなされると考える。また、ビタビ軟判定におけるメトリックとしては、ガウス雑音に対して最尤判定となる受信信号点系列からのユークリッド距離の 2 乗和をとるものとする。図 2 に各状態数に対する符号器構成を、図 3 に QPSK 信号の信号点配置を、図 4 にトレリス線図および自由距離 ( $d_{free}$ ) パスを示す。また、表 1 に各状態数に対する符号器の拘束長、トレリス符号の  $d_{free}$ ,  $d_{free}$  パスの誤りビット数を示す。なお表 1 におけるパスメモリ長は、計算機シミュレーションを行うときに用いたものである。

2.2 インパルス性雑音について

通信路で加わったインパルス性雑音は、まず IF フィルタにおいて帯域制限されるが、インパルス性雑音

表1 TCM の各状態に対するパラメータ

状態数	2	4	8
拘束長	2	3	4
$d_{\text{tree}}^2$	6	10	12
$d_{\text{tree}}$ パスにおける誤りビット数	1	1	2
ガウス雑音に対する符号化利得[dB]	1.76	3.98	4.77
シミュレーションにおけるパスメモリ長	16	24	32

のスペクトルが IF フィルタ帯域幅に比べて十分広い場合、単位インパルス応答に比例した IF 出力が QPSK 信号に相加される。すなわち、インパルス性雑音をデルタ関数で近似する。IF フィルタとしては、1 次のパワースフィルタを考えているので、等価低域系の単位インパルス応答は次式で与えられる。

$$H(t) = \frac{N\pi}{T} \exp\left(-\frac{N\pi}{T}t\right) \quad (1)$$

ここで、 $T$  はシンボル区間長であり、 $-3\text{ dB}$  帯域幅(両側)は  $N/T$  である。

インパルス性雑音の IF 応答は、その振幅、生起時刻および搬送波との位相差によって定義される。本論文では文献(9)、(10)の記述に従い、インパルス性雑音を表すデルタ関数の振幅(面積)を  $\Gamma$ 、生起時刻を  $\delta$ 、搬送波との位相差を  $\Psi$  として、次式によりインパルス性雑音の IF 応答を表現する。

$$n(t) = \Gamma H(t - \delta) \cos(\omega_c t + \Psi) \quad (2)$$

ここで、式(2)の  $\Gamma$  を QPSK 信号の振幅  $A$  およびシンボル周期  $T$  を用い次式のように規格化する。

$$\gamma = \frac{\Gamma}{AT} \quad (3)$$

式(2)において、 $\Gamma$  の分布は文献(9)と同様、対数正規分布に従うとする。すなわち、規格化振幅  $\gamma$  の確率密度関数は次式のようになる。

$$W(\gamma) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma\gamma} \exp\left\{-\frac{(\ln\gamma - m)^2}{2\sigma^2}\right\} & (\gamma \geq 0) \\ 0 & (\gamma < 0) \end{cases} \quad (4)$$

但し、 $\sigma^2$  は  $\ln\gamma$  の分散であり、 $m$  は  $\ln\gamma$  の平均値である。対数正規分布の分散を表す場合、通常、次式で表される非対称分散パラメータ  $B$  を用いる。

$$B = 20 \log_{10} \left\{ \frac{\sqrt{\gamma^2}}{\bar{\gamma}} \right\} \quad (5)$$

次に  $B$  を求めるため式(4)より  $\bar{\gamma}$ 、 $\bar{\gamma}^2$  を計算する。

$$\bar{\gamma} = \int_0^\infty \gamma W(\gamma) d\gamma = \exp\left(\frac{2m + \sigma^2}{2}\right) \quad (6)$$

$$\bar{\gamma}^2 = \int_0^\infty \gamma^2 W(\gamma) d\gamma = \exp(2m + 2\sigma^2) \quad (7)$$

式(5)、(6)、(7)より

$$B = 20 \log_{10} \exp\left(\frac{\sigma^2}{2}\right) = \frac{10}{\ln 10} \sigma^2 \quad (8)$$

この  $B$  を用いると、 $\sigma^2$ 、 $m$  はそれぞれ

$$\sigma^2 = \frac{B \ln 10}{10} \quad (9)$$

$$m = \frac{1}{2} (\ln \bar{\gamma}^2 - 2\sigma^2) = \frac{1}{2} \ln \bar{\gamma}^2 - \frac{B \ln 10}{10} \quad (10)$$

と表せる。また、式(2)においてパラメータ  $\delta$  は平均生起率  $\nu$  [個/秒] のポアソン生起をするものとし、 $\Psi$  は  $0 \sim 2\pi$  の一様分布とする。

### 2.3 インパルス性雑音に対する信号対雑音電力比の定義

インパルス性雑音としてデルタ関数を考えると、デルタ関数の振幅(面積)が  $\Gamma$  であるとき、エネルギースペクトル密度は  $\Gamma^2$  となる。従って、すべてのインパルス性雑音について平均化すれば、エネルギースペクトル密度は  $\bar{\Gamma}^2$  となる。 $\Psi$  は  $0 \sim 2\pi$  で一様分布するので、 $\Gamma$  の正負によらず大きさ  $\Gamma$  が等しければ  $\Gamma$  に対する受信系の条件付き誤り率は等しくなる。よって、今後、 $\Gamma$  は正であるとして解析を行う。従って、平均生起率は  $\nu/2$  [個/秒] となり、電力スペクトル密度は、次式で表される。

$$N_0 = \frac{1}{2} \bar{\Gamma}^2 \nu \quad (\text{W/Hz}) \quad (11)$$

一方、1 ビット当りの信号エネルギーは次式で表される。

$$E_b = \frac{A^2 T}{2} \quad (\text{Joule}) \quad (12)$$

式(11)と式(12)により、インパルス性雑音に対する信号対雑音電力比  $\rho$  は次のように定義される。

$$\rho = \frac{E_b}{N_0} = \frac{A^2 T}{\bar{\Gamma}^2 \nu} = \frac{1}{\nu T \bar{\gamma}^2} \quad (13)$$

但し、 $\bar{\gamma}^2 = \frac{\bar{\Gamma}^2}{(AT)^2}$

## 3. ビット誤り率の下界値の導出

### 3.1 解析における仮定

ビット誤り率の下界値を求めるにあたり、次のよう

な仮定を行う。

(仮定 1) IF フィルタの帯域幅は QPSK 信号帯域幅に比べて十分広いので、インパルス性雑音の IF フィルタ応答はすぐに収束する。すなわち、一つのインパルス性雑音は、1 シンボル内で完全に収束し、一つのシンボルにだけ影響を与えるものとする。また、QPSK 信号は IF フィルタリングによるひずみを受けないものとする。

(仮定 2) インパルス性雑音の発生頻度は十分小さいと考えられるので、一つの誤りパスが、複数のインパルス性雑音によって生じる場合は考えない。すなわち、一つの誤りパスが一つのインパルス性雑音によって生じる場合だけを考える(但し、多状態になるにつれ、 $d_{free}$  誤りパス長が長くなっていくため、この仮定には無理が生じてくる)。

(仮定 3) 誤りパスとしては、実際、さまざまな長さのパスがあり得るが、解析においては、最も短い  $d_{free}$  パスだけを考える。

以上の(仮定 1～3)により、この理論解析によって得られるビット誤り率は下界値であると言える。

### 3.2 ビット誤り率の下界値の求め方

前述の仮定を用いると、トレリス符号化 QPSK 変調方式のインパルス性雑音に対するビット誤り率の下界値は次式により計算できる。

$$BER \geq l \cdot \nu T \int_0^\infty RIC(\gamma) W(\gamma) d\gamma \quad (14)$$

ここで、

$l$ :  $d_{free}$  パスにおけるビット誤りの個数

$RIC(\gamma)$ : 振幅  $\gamma$  の一つのインパルス性雑音によって一つの誤りパスが選択される( $\gamma$  に対する条件付き)確率: 1 次の RIC(1st order Receiver Impulsive Characteristic)<sup>(9),(10)</sup>

### 3.3 インパルス性雑音に加わった場合の受信信号点の変化

1 次の RIC を求める前に、一つのインパルス性雑音によって、信号点がどのようにずれるか考える。

式(2)により、QPSK 信号にインパルス性雑音に加わった場合、IF フィルタ出力は次のように書ける。

$$S(t) = A \cos(\omega_c t + \Phi) + \Gamma H(t - \delta) \cos(\omega_c t + \Psi) \quad (15)$$

但し、 $\Phi$  は送信信号の位相である。

次に、I(同相)および Q(直交)チャネルの積分・放電フィルタ出力は、それぞれ次のようになる。

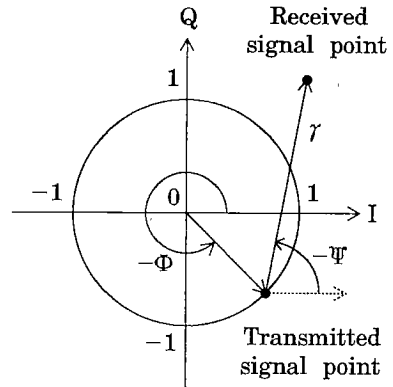


図 5 インパルス性雑音によってずれた受信信号点  
Fig. 5 Received signal point affected by impulsive noise.

$$D_I = AT \cos \Phi + \Gamma \cos \Psi \int_0^T H(t - \delta) dt \quad (16)$$

$$D_Q = -AT \sin \Phi - \Gamma \sin \Psi \int_0^T H(t - \delta) dt \quad (17)$$

ここで、3.1 の(仮定 1)により、一つのインパルス性雑音応答が 1 シンボル内で完全に収束すると考えると、次式が成り立つ。

$$\int_0^T H(t - \delta) dt \approx \int_0^\infty \frac{N\pi}{T} \exp\left(-\frac{N\pi}{T} t\right) dt = 1 \quad (18)$$

また、 $\hat{D}_I = D_I / AT$ ,  $\hat{D}_Q = D_Q / AT$  と規格化することにより、式(16), (17)は、

$$\hat{D}_I = \cos \Phi + \gamma \cos \Psi \quad (19)$$

$$\hat{D}_Q = -\sin \Phi - \gamma \sin \Psi \quad (20)$$

但し、 $\Phi$  については、図 3 に示す信号点配置に従い、 $\pi/4, 3\pi/4, 5\pi/4, 7\pi/4$  のいずれかの値となる。 $\Psi$  は、 $0 \sim 2\pi$  で一様分布をしていると考えるので、振幅  $\gamma$  のインパルス性雑音に加わると、受信信号点は、送信信号点を中心とした半径  $\gamma$  の円周上の点となる。この様子を図 5 に示す。このように、受信信号点がずれることにより、誤りパスが選択されることとなる。

### 3.4 1 次の RIC の計算

以下、図 6 に示す 2 状態 TCM について、1 次の RIC を求める。インパルス性雑音の生起時刻を固定して考えれば、先に述べた(仮定 1～3)によって、復号される可能性のあるパスは、正しいパス(オール 0 パス)<sup>†</sup>を含めて、図 6 に示すように 3 通り考えられる。これらの三つのパスのうち、どのパスが選択されるかは

<sup>†</sup> 図 3 の QPSK 信号点配置に対しては線形性が成立する<sup>(4)</sup>。

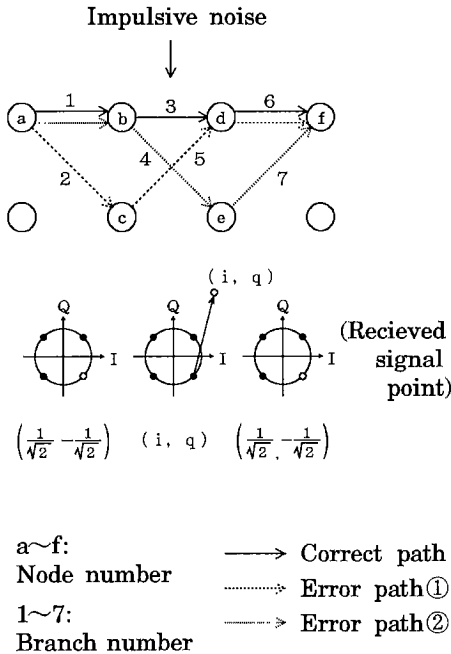


図 6 オール 0 パスを正しいパスとしたときの復号パスおよび受信信号点

Fig. 6 Selected path and received signal point when a correct path is all zero path.

節点(node)ごとのメトリックの比較によって決まる。以下、図 6 に従い、インパルス性雑音を加わった場合、誤りパスが選択されることとなる受信信号点  $(i, q)$  の領域を求める。

#### ・誤りパス①が復号される条件

節点  $d$  においてブランチ 5 の方が選ばれ、かつ、節点  $f$  においてブランチ 6 の方が選ばれれば、誤りパス①が復号される。

節点  $d$  において、ブランチ 5 の方が選ばれるには、次の条件式を満たせばよい。

$$M_c + M_5 < M_b + M_3 \quad (21)$$

但し、 $M_n (n=1, \dots, 7)$  はブランチ  $n$  のブランチメトリックを、 $M_a \sim M_f$  は各接点のパスメトリックを表す。式(21)を解くと、

$$4 + \left(i - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(q - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 < \left(i - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(q + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$$

より

$$q > \sqrt{2} \quad (22)$$

節点  $f$  において、ブランチ 6 の方が選ばれるには、次の条件式を満たせばよい。

$$M_d + M_6 < M_e + M_7 \quad (23)$$

式(23)を解くと、

$$\begin{aligned} & \min \left[ \left(i - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(q + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2, 4 + \left(i - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \right. \\ & \quad \left. + \left(q - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \right] \\ & < \left(i + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(q - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + 2 \end{aligned}$$

より

$$i > \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (24)$$

従って、誤りパス①が復号されるような受信信号点  $(i, q)$  の領域は次式のようにになる。

$$q > \sqrt{2} \quad \text{かつ} \quad i > \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (25)$$

#### ・誤りパス②が復号される条件

節点  $f$  においてブランチ 7 の方が選ばれれば、誤りパス②が復号される。そのためには、次の条件式を満たせばよい。

$$M_d + M_6 > M_e + M_7 \quad (26)$$

式(26)を解くと、

$$\begin{aligned} & \min \left[ \left(i - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(q + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2, 4 + \left(i - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \right. \\ & \quad \left. + \left(q - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \right] \\ & > \left(i + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(q - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + 2 \end{aligned}$$

$q > \sqrt{2}$  のとき、

$$\begin{aligned} & 4 + \left(i - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(q - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 \\ & > \left(i + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(q - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + 2 \end{aligned}$$

より

$$i < \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (27)$$

$q < \sqrt{2}$  のとき、

$$\left(i - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(q + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 > \left(i + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(q - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + 2$$

より

$$q > i + \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (28)$$

従って、誤りパス②が復号されるような受信信号点  $(i, q)$  の領域は次式のようにになる。

$$\left( q > \sqrt{2} \quad \text{かつ} \quad i < \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \quad \text{または} \quad \left( q < \sqrt{2} \quad \text{かつ} \quad q > i + \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \quad (29)$$

以上、式(25)、(29)に示した領域を図示すると図 7 のようになる。

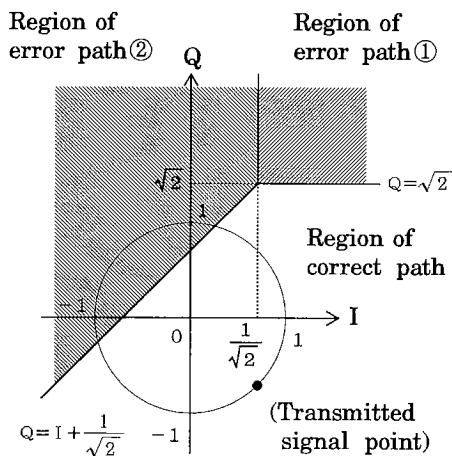
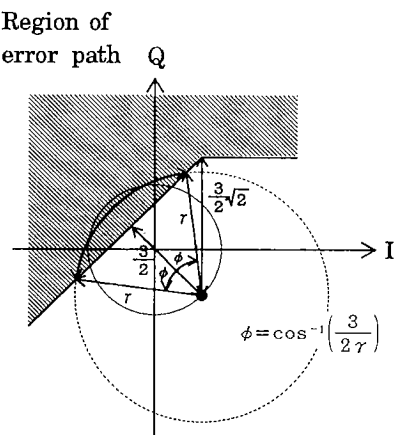
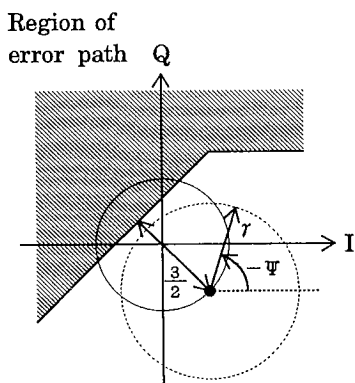


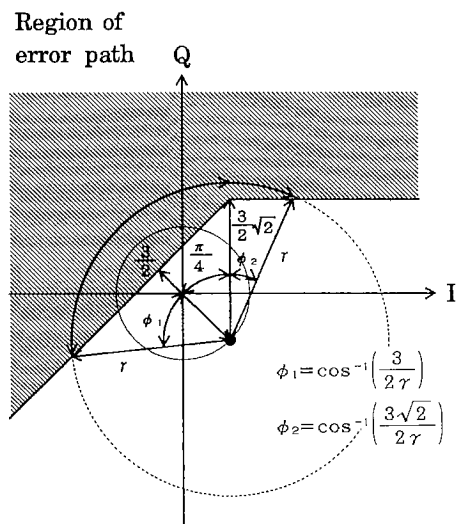
図 7 誤りパス①および②が復号される受信信号点  $(i, q)$  の領域  
Fig. 7 Region of received signal point  $(i, q)$  where error paths ① and ② are selected.



(b)  $\frac{3}{2} \leq \gamma \leq \frac{3}{2}\sqrt{2}$



(a)  $\gamma \leq \frac{3}{2}$



(c)  $\gamma \geq \frac{3}{2}\sqrt{2}$

図 8 誤りパスが復号される位相範囲  
Fig. 8 Region of phase for which error path is selected.

1 次の RIC を得るには、図 7 の誤りパス①が復号される領域、または、誤りパス②が復号される領域に受信信号点  $(i, q)$  がずれる確率を求めればよい。この確率は、 $\gamma$  の値によって次のように求まる。

(I)  $\gamma \leq 3/2$  のとき 図 8 (a) に示すように  $\psi$  の値によらず正しいパスが復号される。従って、

$RIC(\gamma) = 0$  (30)

(II)  $3/2 < \gamma \leq 3\sqrt{2}/2$  のとき 図 8 (b) に示すよ

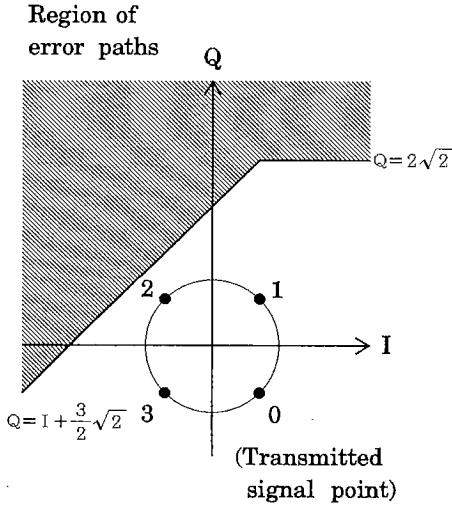
うに、 $\Psi$  の角度  $2\phi = 2\cos^{-1}(3/(2\gamma))$  の範囲で誤りパス②が復号される。 $\Psi$  は  $0 \sim 2\pi$  で一様分布であるから、

$RIC(\gamma) = \frac{2\phi}{2\pi} = \frac{1}{\pi} \cos^{-1}\left(\frac{3}{2\gamma}\right)$  (31)

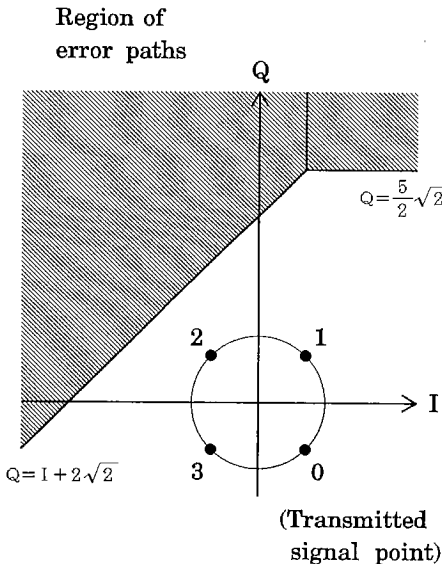
(III)  $\gamma > 3\sqrt{2}/2$  のとき 図 8 (c) に示すように、角度  $\phi_1 + \pi/4 = \cos^{-1}(3/(2\gamma)) + \pi/4$  の範囲で誤りパス②が復号され、 $\phi_2 = \cos^{-1}(3\sqrt{2}/(2\gamma))$  の範囲で誤りパス①が復号される。 $\Psi$  は  $0 \sim 2\pi$  で一様分布であるから、

$$RIC(\gamma) = \frac{\phi_1 + \frac{\pi}{4} + \phi_2}{2\pi} \\ = \frac{1}{2\pi} \left\{ \cos^{-1} \left( \frac{3}{2\gamma} \right) + \frac{\pi}{4} + \cos^{-1} \left( \frac{3\sqrt{2}}{2\gamma} \right) \right\} \quad (32)$$

以上、2状態TCMに対する1次のRICを求めた。次に、4状態TCMおよび8状態TCMについても同様の考え方により1次のRICが求められる。インパルス性雑音の生起時刻を固定して考えたときの、復号される可能性のあるパスは、正しいパス(オール0パス)



(a) 4 state TCM



(b) 8 state TCM

図9 誤りパスが復号される受信信号点の領域  
Fig. 9 Region of received signal point where error paths are selected.

を含めて、4状態の場合は3通り、8状態の場合は5通りである。2状態TCMの場合と同様にメトリックの比較を行うと、誤りパスが選択されることとなる受信信号点 $(i, q)$ の領域が求められる。この領域を4状態TCMと8状態TCMの場合に対しそれぞれ図9(a)および(b)に示す。2状態の場合と同様に1次のRICを求めると次のようになる。

4状態TCMについて

$$RIC(\gamma) = \begin{cases} 0 & (\gamma \leq \frac{5}{2}) \\ \frac{1}{\pi} \cos^{-1} \left( \frac{5}{2\gamma} \right) & (\frac{5}{2} \leq \gamma \leq \frac{5}{2}\sqrt{2}) \\ \frac{1}{2\pi} \left\{ \cos^{-1} \left( \frac{5}{2\gamma} \right) + \frac{\pi}{4} + \cos^{-1} \left( \frac{5\sqrt{2}}{2\gamma} \right) \right\} & (\gamma \geq \frac{5}{2}\sqrt{2}) \end{cases} \quad (33)$$

8状態TCMについて

$$RIC(\gamma) = \begin{cases} 0 & (\gamma \leq 3) \\ \frac{1}{\pi} \cos^{-1} \left( \frac{3}{\gamma} \right) & (3 \leq \gamma \leq 3\sqrt{2}) \\ \frac{1}{2\pi} \left\{ \cos^{-1} \left( \frac{3}{\gamma} \right) + \frac{\pi}{4} + \cos^{-1} \left( \frac{3\sqrt{2}}{\gamma} \right) \right\} & (\gamma \geq 3\sqrt{2}) \end{cases} \quad (34)$$

各状態数に対する1次のRICを計算し、図10に示す。なお、TCM方式を用いた場合と、等しい信号電力および帯域幅をもつBPSK方式の1次のRICについても、文献(9)、(10)の解析法に従い計算を行った。これも図10に示す。なお、BPSKに対するRICの計算値

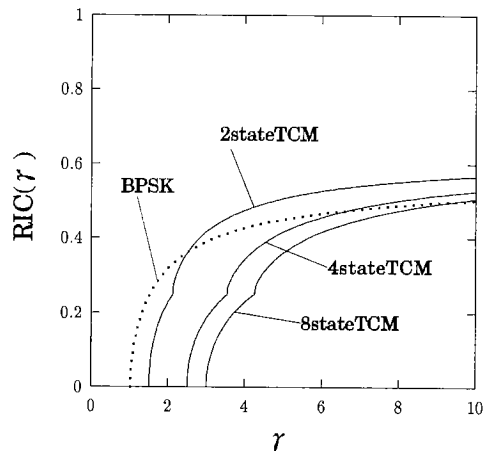


図10 各状態数に対する1次のRIC  
Fig. 10 First order RIC's for 2, 4 and 8 state TCM.

は、下界値に対するものではなく厳密値である。

4. 解析結果およびシミュレーション結果  
についての考察

前節で求めた 1 次の RIC を式 (14) に代入することにより、トレリス符号化 QPSK 変調方式のインパルス性雑音に対するビット誤り率の下界値が得られる。但し、式 (14) の積分を解析的に求めることは不可能であるので、数値積分を用いて計算を行った。

その結果を図 11(a)～(c) に示す。また、下界値の解析においては前述のごとく仮定や近似を行っており、得られた解析結果がどの程度信頼できるものかを確かめるため、計算機シミュレーションを行った。その結果も図 11(a)～(c) に併せて示す。

なお、シミュレーション条件についてだが、理論計算では IF フィルタの  $-3\text{ dB}$  帯域幅を表すパラメータ  $N$  は十分大きいと近似して計算を行ったが、シミュレーションでは、 $N=20/\pi$  とした。インパルス性雑音の発生法については、2.2 で示したモデルどおりとし、3.1 で述べた仮定は行っていない。また、パスメモリ長については表 1 に示したとおりである。

図 11(a)～(c) より、解析結果(下界値)はシミュレーション結果とよく一致しており、本解析法が妥当であることが示された。

次にそれぞれの結果に対して以下考察を加える。

・図 11(a) (状態数についての比較) について

特に SNR  $\rho$  の高いところで TCM 方式は符号化しない BPSK 方式に比べ誤り率が改善される。また、2 状態から 4 状態に変えると、誤り率は大きく改善されるが、4 状態から 8 状態に変えても、誤り率はそれほど改善されない。この解析例の場合、2 状態 TCM では約  $3\text{ dB}$ 、4、8 状態 TCM では約  $8\text{ dB}$  程度の符号化利得が得られた。

・図 11(b) (非対称分散パラメータ  $B$  についての比較) について

$\rho$  が大きくなると、インパルス性雑音の振幅分布の平均が小さくなる。一方、非対称分散パラメータ  $B$  はその振幅分布の分散に対応している。従って、 $B$  が小さくなるほど  $\rho$  の変化に対する BER の変化が大きくなる。

・図 11(c) (インパルス性雑音の発生頻度についての比較) について

$\rho$  一定で考えると、インパルス性雑音の発生頻度  $\nu T$  が小さくなるほど、インパルス性雑音の振幅が大

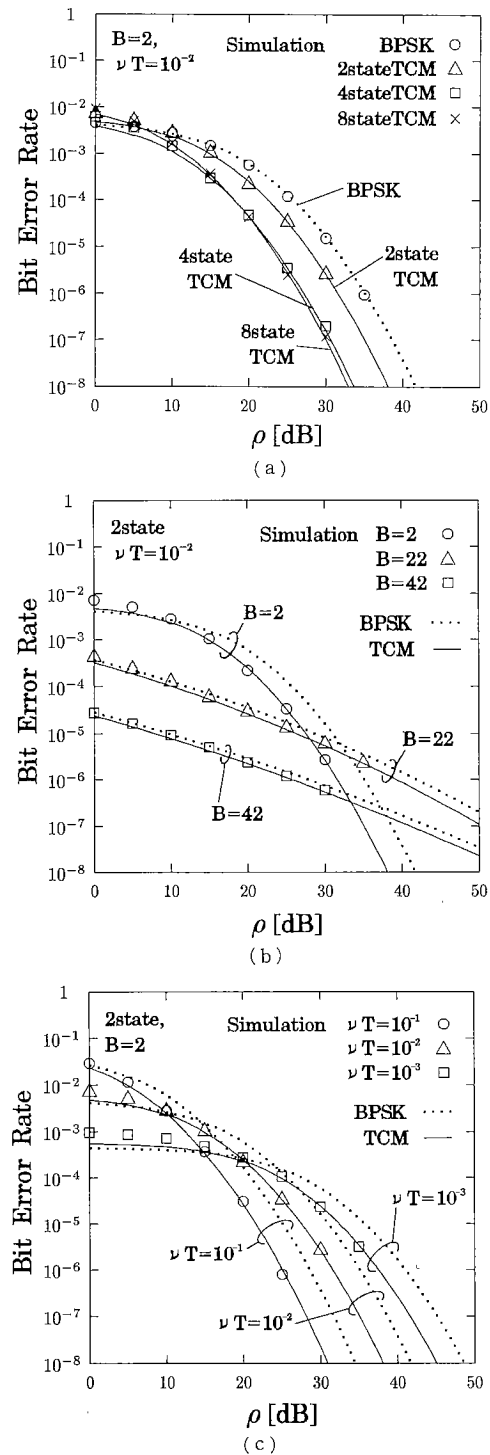


図 11 トレリス符号化 QPSK 変調方式のインパルス性雑音に対する誤り率特性  
Fig. 11 Bit error rate of trellis coded QPSK modulation scheme for impulsive noise.



きくなる。従って、一つのインパルス性雑音による条件付き誤り率  $\text{RIC}(\gamma)$  は大きくなるが、インパルス性雑音の発生個数は少なくなる。図 10 の 1 次の  $\text{RIC}$  のグラフからわかるように、ある一定値より小さい振幅のインパルス性雑音に対しては  $\text{RIC}(\gamma) = 0$  であり全く誤りは生じない。また、十分大きい振幅のインパルス性雑音に対しては、 $\text{RIC}(\gamma)$  は 3.4 の計算結果により最終的に一定値 (0.625) に収束する。以上のことにより、 $\rho$  が小さいときは、インパルス性雑音の振幅が大きくなり  $\text{RIC}(\gamma)$  が飽和する結果、誤り率はインパルス性雑音の個数の影響を受けることになる。また逆に、 $\rho$  が大きくなると、インパルス性雑音の個数よりも、振幅の影響の方が大きくなって、 $\nu T$  が小さい場合の方が誤り率が大きくなる。

## 5. む す び

TCM 方式のインパルス性雑音に対する効果を調べるため、トレリス符号化 QPSK 変調方式に注目し、ビット誤り率の解析を行った。また、計算機シミュレーションによっても、ビット誤り率を求め解析結果の有効性を確認した。

これらの結果から、特に SNR の高いところで TCM 方式は符号化しない場合に比べ誤り率が改善されることが確かめられた。すなわち、2 状態 TCM では約 3 dB、4, 8 状態 TCM では約 8 dB 程度の符号化利得が得られることが判明した。これは白色ガウス雑音に対して、2, 4 および 8 状態 TCM の場合、符号化利得がそれぞれ約 1.8, 4.0 および 4.8 dB であることを考えると、同等以上の利得が存在することを示している。

しかしながら、メトリックをユークリッド距離の 2 乗和とする通常の TCM 方式はガウス雑音に対して最適に動作するように設計されたものであり、インパルス性雑音に対して必ずしも最適に動作しているとは限らない。確率分布の違うインパルス性雑音に対しては、最尤判定の観点から別のメトリックのとりかたが問題となるであろう。

また、この下界値の解析法は信号点配置の異なる他の変調方式 (QAM 等) にも同様に適用できると考えられ、今後検討を加える必要がある。

更に、現実の通信路においてはガウス雑音も共存するので、本論文に述べたインパルス性雑音と共にガウス雑音も加わる場合についての解析も今後検討する必要がある。

## 文 献

- (1) Ungerboeck G.: "Trellis-coded modulation with redundant signal sets—Part I: Introduction", *IEEE Commun. Mag.*, **25**, 2, pp. 5-11 (Feb. 1987).
- (2) Ungerboeck G.: "Trellis-coded modulation with redundant signal sets—Part II: State of the art", *IEEE Commun. Mag.*, **25**, 2, pp. 12-21 (Feb. 1987).
- (3) 笠原正雄: "符号化変調方式 [I]", *信学誌*, **72**, 1, pp. 97-106 (1989).
- (4) 笠原正雄: "符号化変調方式 [II]", *信学誌*, **72**, 2, pp. 217-226 (1989).
- (5) 笠原正雄: "符号化変調方式 [III]", *信学誌*, **72**, 3, pp. 306-316 (1989).
- (6) 大滝竜一, 萩原春生: "インパルス性雑音に対する符号化変調法の効果", 第 11 回情報理論とその応用シンポジウム予稿集, pp. 985-989 (1988).
- (7) 萩原春生, 大滝竜一: "インパルス性雑音に対するトレリス符号化変調法の効果", *信学論 (A)*, **J73-A**, 2, pp. 350-356 (1990-02).
- (8) 宮本伸一, 片山正昭, 森永規彦: "インパルス性雑音環境下におけるトレリス符号化変調方式に関する研究", *信学技報*, **RCS90-5** (1990).
- (9) Bello A. and Esposito R.: "A new method for calculating probabilities of errors due to impulsive noise", *IEEE Trans. Commun.*, **17**, pp. 368-379 (June 1969).
- (10) Oshita S. and Feher K.: "Pe performance of coherent M-ary PSK systems in an impulsive and gaussian noise environment", *IEEE Trans. Commun.*, **COM-30**, pp. 2458-2465 (Nov. 1982).
- (11) Spaulding A. D. and Middleton D.: "Optimum reception in an impulsive interference environment—part I", *IEEE Trans. Commun.*, **COM-25**, pp. 910-923 (1977).

(平成 3 年 4 月 15 日受付, 9 月 17 日再受付)

## 中野 悦宏

平 1 名工大・工・電気情報卒。平 3 同大学院修士課程了。同年日本電信電話 (株) 入社。在学中、通信方式の研究に従事。



## 岩波 保則

昭 51 名工大・電気卒。昭 53 同大学院修士課程了。昭 56 東北大学院博士課程了。工博。昭 56 名工大・電気助手。昭 57 同講師。昭 62 同大電気情報工学科助教授。現在に至る。デジタル通信理論、情報理論、EMC などの研究に従事。IEEE 会員。





池田 哲夫

昭 36 東北大・工・通信卒。昭 41 同大大学院電気及通信工学専攻了，工博。同年東北大・工・助手，昭 43 東北大・工・助教授，昭 48 名工大・助教授。昭 52 同教授，現在に至る。主として分布定数回路，コンピュータネットワーク，雑音のある回線の通信方式，生体への電磁波の影響，EMC などの研究に従事，電気学会，テレビジョン学会，情報処理学会，ハイパーサーミア学会，IEEE 等各会員。