

フェージング通信路における多次元ブロック符号化変調方式のビット誤り率の改善

正員 李 還[†] 正員 岩波 保則^{††}
 正員 池田 哲夫^{††}

Study on the Bit Error Rate Improvement of Multidimensional BCM on Fading Channel

Huan-Bang Li[†], Yasunori IWANAMI^{††} and Tetsuo IKEDA^{††}, Members

[†] 郵政省通信総合研究所宇宙通信技術研究室, 小金井市

Communications Research Laboratory, Ministry Posts and Telecommunications, Koganei-shi, 184 Japan

^{††} 名古屋工業大学電気情報工学科, 名古屋市

Department of Electrical and Computer Engineering, Nagoya Institute of Technology, Nagoya-shi, 466 Japan

あらまし 先に考察した多次元ブロック符号化変調方式に対し, ビタビ復号が実現できるという前提のもとで符号構成を変更することによって, フェージング下におけるシステムの誤り率特性が改善されることを明らかにした。

キーワード ビタビ復号, 2乗ユークリッド距離, ハミング距離, シンボル距離, 積距離

1. まえがき

符号化変調方式にはトレリス符号化変調方式(TCM)とブロック符号化変調方式(BCM)があるが⁽¹⁾⁻⁽³⁾, 前者においては効率的な最ゆう復号を可能とするビタビ復号法が存在するため, 従来大きな発展を遂げてきた⁽³⁾. 一方, 後者においてはマルチステージ復号法⁽²⁾などがあるが最ゆう復号が難しいため, 前者ほど多くの研究がされていない。また, トレリス符号化変調方式においては, ガウス通信路とフェージング通信路で異なる設計基準に従うことが明らかにされている^{(4),(5)}. 筆者らは先にビタビ復号を可能とする多次元ブロック符号化変調方式を考察し, ガウス, レイリーおよびライス通信路のいずれにおいても良好なビット誤り率特性が得られることを示した^{(6),(7)}. しかし先に考察した方式の符号構成はガウス通信路に対して最適化を行っており, フェージング通信路においての最適化はなされていない。そこで, 今回はビタビ復号が実現できることを前提とし, フェージング通信路に対し符号構成を再設計することにより, 符号化利得特性が更に改善されることを明らかにする。

2. 先に提案した符号構成の問題点

先に考察した多次元ブロック符号化変調方式^{(6),(7)}の符号構成は図1に示す7シンボル構成である。ここ

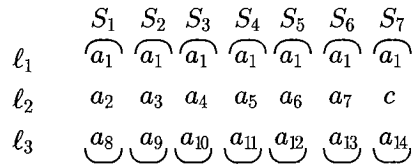


図1 7シンボル符号構成
 Fig. 1 Construction of 7-symbol code.

で, c はレベル l_2 における検査ビットで次式を満たす。

$$c = a_2 \oplus a_3 \oplus a_4 \oplus a_5 \oplus a_6 \oplus a_7$$

但し, \oplus は排他的論理和を表す。また一つの符号ブロックにおいて14情報ビットを21伝送ビットに符号化するので, 符号化率は2/3である。この構成は各符号レベル(l_1, l_2, l_3)*の2乗ユークリッド距離(D_E)が一致するように設計され, 加法的白色ガウス雑音(AWGN)通信路では3dBの符号化利得が理論上得られる。また, 計算機シミュレーションを通し, AWGN, 周波数非選択性レイリーおよびライス通信路のいずれにおいても符号化しないQPSK方式に比べ, 大きな符号化利得が得られることを明らかにした。しかし, この7シンボル構成では各符号レベル間でハミング距離(d_H)の差が大きいので($d_H(l_1)=7, d_H(l_2)=2, d_H(l_3)=1$), フェージング通信路においては各符号レベルで異なるビット誤り率を与える⁽⁶⁾. この現象はレイリーフェージングおよびライスフェージングでライスパラメータ K が小さいときに顕著に現れる。ライスパラメータ K が大きいときは, 通信路特性がAWGN通信路に近づくため, 各符号レベルのビット誤り率の差は小さくなる。例として, 図2, 図3および図4に, それぞれレイリー通信路, ライス通信路 $K=5$ dB および $K=10$ dB の各符号レベルのビット誤り率特性および平均ビット誤り率特性を示す。これらの図から7シンボル構成の問題点が明らかとなる。但し, 文献(6)および(7)で検討した時間相関フェージング補償方式, シンボルインタリーブ, ビタビ復号およびトレリス重み付けといった方法を用いている。

3. 新しい符号構成の提案

3.1 フェージング通信路に適する符号構成

一般にフェージング通信路における符号化変調方式の誤り率特性は次の三つの距離特性に依存する⁽⁸⁾. すなわち, (1) 2乗ユークリッド距離, (2) シンボル距

* 文献(6)および(7)のレベル(l_1, l_2, l_3)を(l_1, l_2, l_3)と書き換えている。

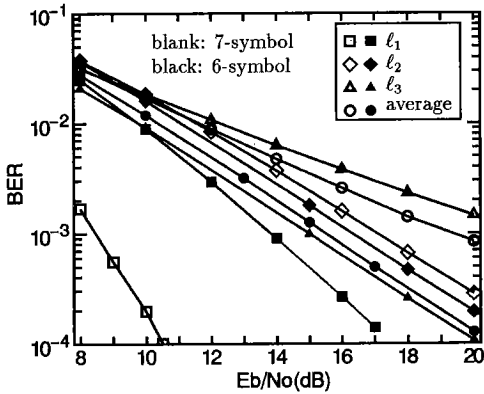


図 2 レイリー通信路におけるビット誤り率特性
Fig. 2 BER performance on Rayleigh fading channel.

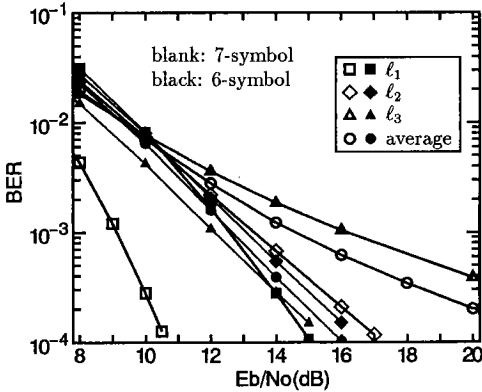


図 3 ライス通信路 (K=5 dB) におけるビット誤り率特性
Fig. 3 BER performance on Rician fading channel. (K=5 dB)

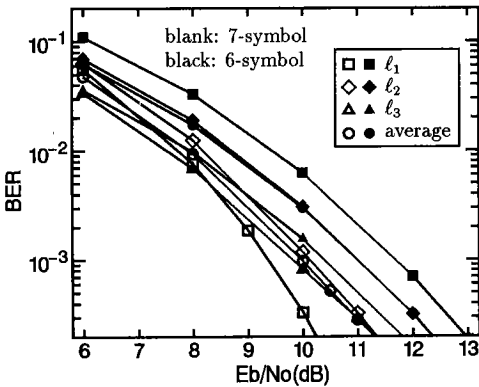


図 4 ライス通信路 (K=10 dB) におけるビット誤り率特性
Fig. 4 BER performance on Rician fading channel. (K=10 dB)

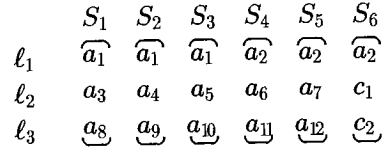


図 5 6 シンボル符号構成
Fig. 5 Construction of 6-symbol code.

離 (symbol distance) および (3) 積距離 (product distance). シンボル距離は二つの系列 x, \hat{x} 間の異なるシンボルの数を表すもので、 $\delta_H(x, \hat{x})$ と表す。また系列 x と \hat{x} 間の積距離 $D_p^2(x, \hat{x})$ は

$$D_p^2(x, \hat{x}) = \prod_{k=1, x_k \neq \hat{x}_k}^N |x_k - \hat{x}_k|^2$$

と定義される。ここで、 N は符号長を示し、 $|x_k - \hat{x}_k|^2$ は k 番目のシンボル x_k と \hat{x}_k の間の 2 乗ユークリッド距離である。

以上の三つの距離の誤り率特性における役割については、レイリー通信路およびライス通信路で K が小さいときは、(2) と (3) が支配的であり、(1) は 2 次的である。 K が大きくなるにつれて、(1) がだんだん支配的となり、 $K \rightarrow \infty$ のとき、フェージング通信路は AWGN 通信路となり、(1) が唯一のパラメータとなる。

前述の 7 シンボル構成の各符号レベルにおけるビット誤り率の不均一はハミング距離による影響が大きいと考えられる。各符号レベルのハミング距離を近づけるように設計し、ビット誤り率の不均一性を小さくすることによって平均誤り率特性が改善される。7 シンボル構成の各符号レベルのハミング距離を接近させるために、以下の二つのことが必要である。(1) レベル l_3 のハミング距離を増やす。これはレベル l_3 にパリティ検査ビットを加えることによって実現できる。(2) レベル l_1 のハミング距離を減らす。これは単に符号長を削減することによって実現できる。このような構成として筆者らは既に 4 シンボル構成と 6 シンボル構成を考察したが⁽⁹⁾、最小ビット誤り率を得る観点から 6 シンボル構成が望ましく、これを図 5 に示す。図 5 で、 c_1 と c_2 はそれぞれレベル l_2 とレベル l_3 における検査ビットで、次式を満たす。

$$\begin{cases} c_1 = a_3 \oplus a_4 \oplus a_5 \oplus a_6 \oplus a_7 \\ c_2 = a_8 \oplus a_9 \oplus a_{10} \oplus a_{11} \oplus a_{12} \end{cases}$$

また 7 シンボル構成に比べて、6 シンボル構成では、レベル l_1 に 1 情報ビットを増やしたが、これはレベル l_3 への検査ビットの挿入による情報ビットの減少を補

償し、7シンボル構成と同じ符号化率(2/3)を達成するためである。6シンボル構成に対応する復号トレリス線図を作成したが、これは次節で述べる一般構成のそれによって表されるので省略する。

6符号構成のレイリー通信路、ライス通信路 $K=5$ dB および $K=10$ dB における各符号レベルのビット誤り率特性および平均ビット誤り率特性を図2~4に示す。7シンボル構成と比べて、レイリー通信路およびライス通信路 $K=5$ dB において、各符号レベルのビット誤り率の不均一が改善され、また平均ビット誤り率が大きく改善されることがわかる。しかし、ライス通信路 $K=10$ dB において誤り率特性は劣化している。この理由を次節で検討する。

3.2 種々の通信路に適用できる符号構成

前節で検討した6シンボル構成はフェージングの大きい通信路に対して良好な誤り率特性を与えるが、AWGNに近い特性をもつ通信路(例えばライス $K=10$ dB)に対しては誤り率が劣化する。これは次の事実から解釈できる。表1に示す各符号構成の距離特性から見ると、6シンボル構成は7シンボル構成に比べて

表1 各符号構成の距離特性
Table 1 Distances of various code constructions.

| | Squared Euclidean Distance | | | | Hamming Distance | | | |
|----------|----------------------------|------|------|------|------------------|-----|-----|------|
| | 7-S | 6-S | 8-S | 14-S | 7-S | 6-S | 8-S | 14-S |
| ℓ_1 | 4.10 | 1.76 | 2.34 | 4.10 | 7 | 3 | 4 | 7 |
| ℓ_2 | 4.00 | 4.00 | 4.00 | 4.00 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| ℓ_3 | 4.00 | 8.00 | 8.00 | 8.00 | 1 | 2 | 2 | 2 |

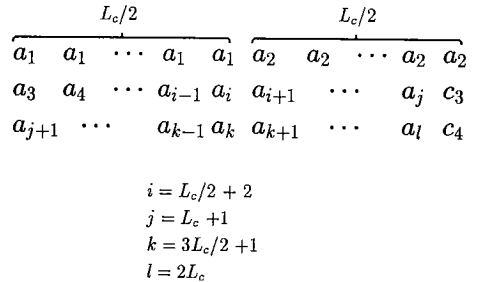


図6 一般化 L_c シンボル符号の構成
Fig. 6 Construction of generalized L_c -symbol code.

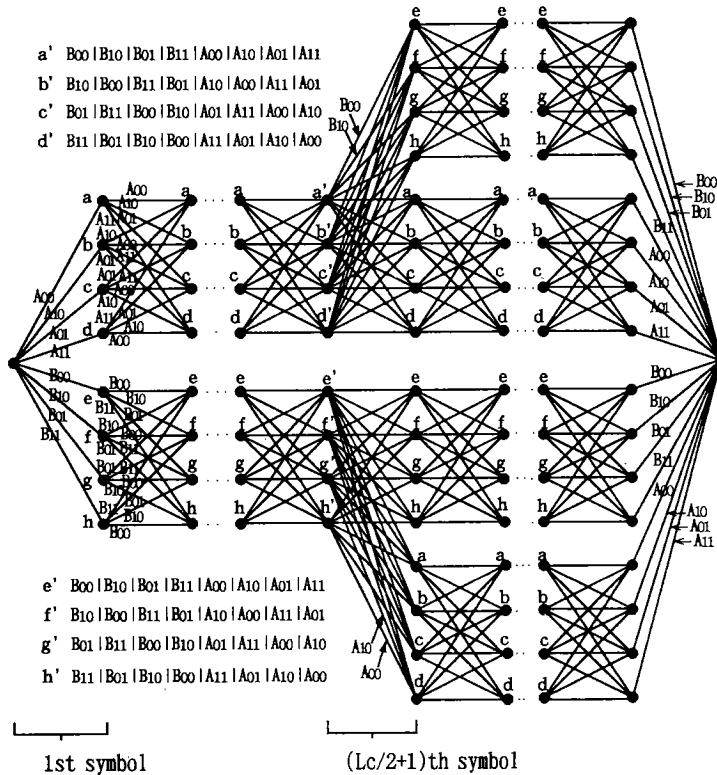


図7 一般化 L_c シンボル符号に対応するトレリス線図
Fig. 7 Trellis structure of generalized L_c -symbol code.

レベル l_3 の最小ハミング距離は大きくなっているが、レベル l_1 の最小 2 乗ユークリッド距離は小さくなっている。しかも非符号化 QPSK 信号 ($D_E^2=2$) よりもこの距離が小さい。前述のように AWGN 通信路では 2 乗ユークリッド距離がビット誤り率を決める唯一の距離特性であるため、このことは 6 シンボル構成は AWGN 通信路で非符号化 QPSK よりも高い誤り率を与えることを意味する。図 4 におけるビット誤り率の劣化はこの影響と考えられる。このような劣化を避けるためには、符号構成の最小 2 乗ユークリッド距離を 7 シンボルのそれと同等以上にしなければならない。表 1 からわかるように、6 シンボル構成の最小 2 乗ユークリッド距離はレベル l_1 に制限されているので、符号レベル l_2 とレベル l_3 の距離特性を保ちながらレベル l_1 の最小 2 乗ユークリッド距離を大きくすることによって、符号全体の最小 2 乗ユークリッド距離を改善できる。これには単に符号長を大きくすればよい。その結果 6 シンボル構成は図 6 の一般化された符号構成に拡張できる。符号長は偶数 L_c とし、 L_c を大きくとることによって符号構成の最小 2 乗ユークリッド距離が大きくなる。表 1 からわかるように、8 シンボル構成の最小 2 乗ユークリッド距離 ($D_E^2=2.34$) は非符号化 QPSK より少し大きく、また 14 シンボル構成では 7 シンボル構成と同じ $D_E^2=4.0$ に達している。符号長を 14 以上に増やしても、最小 2 乗ユークリッド距離は 4.0 以上に増えない。図 6 で c_3 と c_4 はそれぞれレベル l_2 とレベル l_3 における検査ビットで、次式を満たす。

$$\begin{cases} c_3 = a_3 \oplus a_4 \oplus \dots \oplus a_i \oplus \dots \oplus a_j \\ c_4 = a_{j+1} \oplus \dots \oplus a_k \oplus \dots \oplus a_l \end{cases}$$

また図 6 から L_c シンボル構成の符号化率は 7 シンボル構成と同じ $2/3$ であることが容易に確かめられる。図 6 に対応する復号トレリス線図を構成した。これを図 7 に示す。符号構成と対応して 1 シンボル目と $(L_c/2+1)$ シンボル目でレベル l_1 の 0, 1 判定を行う。各ブランチへの信号点集合の割当ては図に示すとおりである。また、信号点の分割は文献(6)および(7)と類似である。但し、信号セット A_0, A_1 および B_0, B_1 は更にレベル l_3 の値に従って $A_{00}, A_{01}, A_{10}, A_{11}$ および $B_{00}, B_{01}, B_{10}, B_{11}$ に分割されている。このトレリス線図に従って、ビタビ復号が行える。

図 8 は AWGN 通信路における計算機シミュレーション結果である。理論どおり、6 シンボル構成のビット誤り率特性は QPSK よりも悪く、また 8 シンボル構成

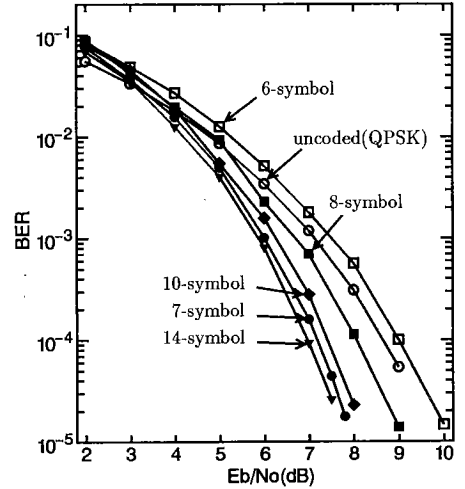


図 8 AWGN 通信路における種々の符号構成のビット誤り率
Fig. 8 BER's of various code constructions on AWGN channel.

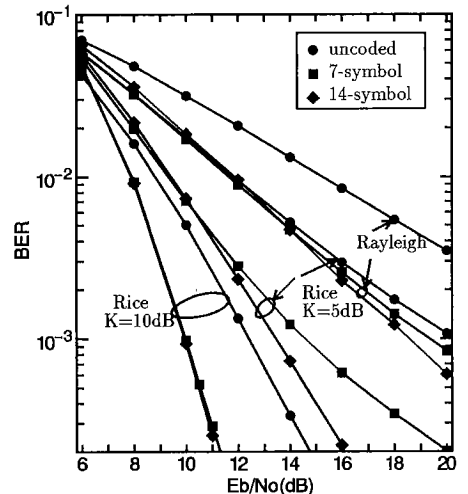


図 9 フェージング通信路におけるビット誤り率の比較
Fig. 9 Comparison of BER's on fading channels.

成は QPSK に比べて少しよくなっている。14 シンボル構成のビット誤り率は 7 シンボル構成よりやや良く、これは表 1 におけるレベル l_3 の 2 乗ユークリッド距離の改善によると考えられる。図 9 はフェージング通信路における結果である。ライスパラメータ K が大きい(例えば $K=10$ dB)のとき、14 シンボル構成は 7 シンボル構成とほぼ同じ誤り率を与えている。レイリーおよびライスパラメータ K が小さい(例えば $K=5$ dB)とき、14 シンボル構成はより低い誤り率を実現す

表 2 最小シンボル距離と最小積距離

Table 2 Results of minimum symbol distance and minimum product distance.

| | 7-Sym. | 6-Sym. | 8-Sym. | 14-Sym. |
|-----------------|--------|--------|--------|---------|
| $\delta_H[C]$ | 1 | 2 | 2 | 2 |
| $\Delta_k^2[C]$ | 4.00 | 4.00 | 4.00 | 4.00 |

る。

フェージング通信路において符号の誤り率特性が改善されることは符号の距離特性からも説明できる。すなわち、検討している 3 レベル 8 PSK ブロック符号に対して次の命題が証明できる⁽⁸⁾。

符号 C の最小シンボル距離と最小積距離をそれぞれ $\delta_H[C]$ および $\Delta_k^2[C]$ で表した場合、 $\delta_H[C]$ と $\Delta_k^2[C]$ はそれぞれ次のように求められる。

$$(1) \quad \delta_H[C] = \min\{\delta_i : 1 \leq i \leq 3\}$$

但し、 δ_i はレベル i における最小ハミング距離である。

(2) k をインデックス $I = \{1, 2, 3\}$ の中の $\delta_k = \delta_H[C]$ を満たす最小の整数とすると、

$$\Delta_k^2[C] = \Delta_k^{2k}$$

但し $\Delta_1 = 0.586$, $\Delta_2 = 2$ および $\Delta_3 = 4$ はセット分割を行う際の各ステップにおける信号点間の 2 乗ユークリッド距離である。以上の結果を用いて各構成の最小シンボル距離および最小積距離を計算した結果を表 2 に示す。元の 7 シンボル構成に比べて、各新符号構成の最小シンボル距離が改善されていることがわかる。すなわち、最小ハミング距離を大きくすることによって最小積距離を同一に保ったまま最小シンボル距離特性が改良され、フェージング通信路における誤り率特性が改善された。

4. むすび

先に提案した多次元ブロック符号化変調方式の符号構成を変更することによって、フェージングの強い通信路でより大きな符号化利得が得られる符号構成や、

また AWGN あるいはフェージング通信路のいずれにおいても更に大きな符号化利得が得られる符号構成を新たに見出した。

新符号構成に対しては、ビタビ復号ができることを前提とし、対応する復号トレリス線図を見出している。計算機シミュレーションによりビット誤り率の改善を確認した。また、検討した新符号構成の各距離特性を調べ、符号化利得特性が改善された理由を明らかにした。

今後の課題として、本符号化変調方式の周波数選択性フェージング通信路への適用などが考えられる。

文 献

- (1) 笠原正雄：“符号化変調方式[I][II][III]”，信学誌，72，1，2，3，pp.97-106，217-226，306-316(1989)。
- (2) Imai H. and Hirakawa S.：“A new multilevel coding method using error-correcting codes”，IEEE Trans. on Inform. Theory，IT-23，3，pp.371-377(May 1977)。
- (3) Biglieri E., Divsalar D., McIane P. J. and Simon M. K.：“Introduction to trellis-coded modulation with applications”，Macmillan Publishing Company, New York (1991)。
- (4) Divsalar D. and Simon M. K.：“The design of trellis coded MPSK for fading channels: Performance criteria”，IEEE Trans. Commun., COM-36，pp.1004-1012(Sept. 1988)。
- (5) Divsalar D. and Simon M. K.：“The design of trellis coded MPSK for fading channels: Set partition for optimum code design”，IEEE Trans. Commun., COM-36，pp.1013-1021(Sept. 1988)。
- (6) Li H. -B., Iwanami Y. and Ikeda T.：“Performance of a multidimensional BCM scheme with fading estimation based on time correlation”，Conference Record, IEEE ICC' 93, Geneva, pp.443-447(May 1993)。
- (7) 李 選賢, 岩波保則, 池田哲夫：“フェージング時間相関推定補償を用いた多次元ブロック符号化変調方式”，信学論(A), J76-A, 6, pp.860-868(1993-06)。
- (8) Wu J. -T. and Lin S.：“Multilevel trellis MPSK modulation codes for the Rayleigh fading channel”，IEEE Trans. on Commun., 41, pp.1311-1318(Sept. 1993)。
- (9) 李 選賢, 岩波保則, 池田哲夫：“フェージング通信路における BCM 方式の BER の改善”，信学'93 春大 B-292。
(平成 6 年 2 月 23 日受付)