

論文

狭帯域信号除去のための IIR 形 ADF の構成と極制御

非会員 中西 貴裕[†] 正員 内匠 逸[†]
正員 畑 雅恭[†] 非会員 山田 孝一^{††}

An IIR ADF for Line Canceller and Its Pole-Control Algorithm

Takahiro NAKANISHI[†], Nonmember, Ichi TAKUMI[†],
Masayasu HATA[†], Members and Kouichi YAMADA^{††}, Nonmember

あらまし 広帯域信号中に混入した複数の狭帯域信号を除去するための適応ディジタルフィルタとして、2次 IIR 適応ディジタルフィルタの並列構成を提案し、更にその極制御方式を提案する。その極制御において、極半径と極偏角はそれぞれ異なるアルゴリズムにより制御される。極偏角は本論文においては、零点を与える乗算器係数の収束値より消去対象信号の中心周波数とのずれを推定することにより修正され、極半径は極偏角が等しく極半径が少し異なる ADF を三つ並列に接続することにより、極半径の修正の方向を見出す方法を用いて制御される。これらの極制御がそれぞれ良好に機能することをシミュレーションで確認すると共に極半径および極偏角制御が同時に可能であることを示している。

キーワード 狹帯域信号除去、適応フィルタ、極制御、適応ノッチフィルタ

1. まえがき

広帯域信号中に混入した狭帯域信号を適応的に除去する手段として、2次 IIR フィルタを主たる構成要素とする適応ノッチフィルタ (ANF) が提案されている^{(1), (3)}。しかし、複数の狭帯域信号を除去するためには、複数の2次 IIR フィルタを継続接続する必要があり、そのフィルタ係数の制御が複雑となる。

一方、広帯域信号中に埋もれた狭帯域信号を抽出する手段として、適応ラインエンハンサ (ALE) が提案されている。ALE によって抽出された信号をもとの信号から減算することにより、狭帯域信号を除去することが可能である^{(4), (9)}。しかしながら、FIR 形 ALE による場合には、広帯域信号の有色性の影響を受けやすく、一方 IIR 形 ALE による場合には、安定性の実現上、極が Z 平面上の単位円から出ないよう監視する必要があり、3 次以上の IIR 形ではフィルタ係数の制御に $O(N^2)$ (N は IIR 次数) の計算量が必要となる。低次 IIR フィルタを継続あるいは並列に接続することにより安定性の判別に要する計算量は $O(N)$ に減少

するが、従来提案されている適応アルゴリズム^{(5)~(7)}では、フィルタ係数の修正に $O(N^2)$ の計算量を必要とするため、複数の狭帯域信号を除去するための高次の ADF の実現が困難である。

本論文では、2次 IIR フィルタにより一つの狭帯域信号を予測し、これらを並列的に接続することによって複数の狭帯域信号を予測する ALE タイプの適応ディジタルフィルタ (ADF) を提案する。このような2次並列的構成によれば、各 ADF の極半径を 1 より小さな値に選定することにより、少ない計算量 $O(N)$ で全体の ADF の安定性が常に確保される。更に、本 ADF では、各 2 次フィルタは狭帯域信号に対応して高い Q 値を有するように設定されるため、FIR 形と比較して除去対象の狭帯域信号周波数以外への影響が少なく、通過させたい広帯域信号に与えるひずみを抑えることが可能である。従来、2次並列構成についての極制御アルゴリズムなど詳細な検討は見受けられない。

本論文では、新しく ADF の零点を与える係数の収束値から ADF の共振周波数と除去対象信号の周波数の誤差を検出する方式を提案し、極の修正を行う計算量の少ないアルゴリズムを新たに提案する。ADF の共振周波数と除去対象信号の周波数の誤差に対応して、除去対象信号の位相は ADF の巡回部で回転する。更に ADF の零点は、巡回部で位相回転した除去対象信

[†] 名古屋工業大学工学部、名古屋市
Faculty of Engineering, Nagoya Institute of Technology,
Nagoya-shi, 466 Japan
^{††} 沖テクノシステムズラボラトリ、名古屋市
Oki Technosystems Laboratory, Inc., Nagoya-shi, 466 Japan

号の位相をもとに戻すような値に収束する。従って、零点の収束値から除去対象信号の周波数と ADF の共振周波数を推定し、ADF の極偏角（共振周波数を z 平面での偏角で以下表す）の修正が可能となる。

更に、シミュレーションを通して提案する極制御方式の基本的な収束特性の検討を行い、周波数誤差検出特性を明らかにする。また、広帯域信号と狭帯域信号の電力が同レベルであるような厳しい干渉環境下においても良好に動作することを示す。

除去対象信号が正弦波ないしは正弦波に近い強い有色性をもっている場合に高い除去量を得るには、ADF の共振周波数 θ_i のみならず、帯域幅すなわち ADF の極半径 r_i を制御しなくてはならない。

極半径 r_i に関しては、 θ_i の制御とは異なり、2 個の副 ADF を用いて除去量を測定しながら r_i を修正してゆく新しい手法を提案し、シミュレーションを通して極偏角 θ_i と極半径 r_i の制御が同時に行われ、共に良好に収束することを示す。

更に従来方式との所要計算量の比較を行い、本方式の有意性を確認する。

2. 入力信号のモデルと ADF の構成

提案する IIR 形 ADF の構成を図 1 に示す。入力信号 x としては、広帯域信号 S_0 に複数の狭帯域信号 $S_1 \sim S_i$ が混入したものを仮定する。並列に接続された 2 次 IIR 形 ADF の各パラメータは、各狭帯域信号 $S_1 \sim S_i$ をより正確に推定すべく制御される。すなわち、一つの狭帯域信号は一つの ADF により推定され、対象入力信号 x より推定値を減算することにより除去される。信号 x に含まれる狭帯域信号が正弦波である場合は、1 個の IIR 形 ADF の 2 次巡回部による出力も同一周波数の正弦波となり、非巡回部の乗算器によって振幅と位相を一致させれば信号除去を完全に行うことが可能となる。また、除去対象が狭い帯域をもった狭帯域信号である場合についても除去可能であることは既に明らかになっている⁽¹⁾。本論文では除去対象が正弦波である場合と、2 次 AR 過程とした場合の双方について検討を行う。

図 2 に対象となる信号のモデルと ADF の構成を示す。広帯域信号 S_0 に除去対象の狭帯域信号 S_i を加えたものを入力信号 x とする。 S_0 は平均値零の白色信号を用い、 S_i には平均値零の白色信号 W_i をフィルタ係数 a, b により構成される 2 次 AR モデルに入力したときの出力を用いる。

2 次 AR モデルの極半径、偏角をそれぞれ R_i, Θ_i とすると、 R_i, Θ_i と a, b の関係は式 (1), (2) によって表される。 R_i は狭帯域信号の鋭さ、 Θ_i は中心周波数に対応する。

$$a = 2R_i \cos \Theta_i \quad (1)$$

$$b = -R_i^2 \quad (2)$$

一方、ADF は a_i, b_i からなる 2 次巡回部と c_i, d_i からなる非巡回部により構成される。ここでこの ADF の極半径、極偏角をそれぞれ r_i, θ_i とすると、 r_i, θ_i と a_i, b_i の関係は式 (3), (4) となる。 r_i はフィルタの通過帯域幅の鋭さ、 θ_i は共振周波数に対応する。

$$a_i = 2r_i \cos \theta_i \quad (3)$$

$$b_i = -r_i^2 \quad (4)$$

信号 x をこの ADF に入力し、得られたフィルタ出力信号 y_i を入力信号 x から減じたものを出力信号 e

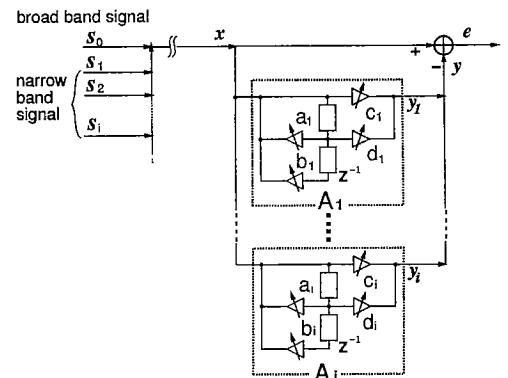


図 1 ADF の基本構成
Fig. 1 Configuration of proposed ADF.

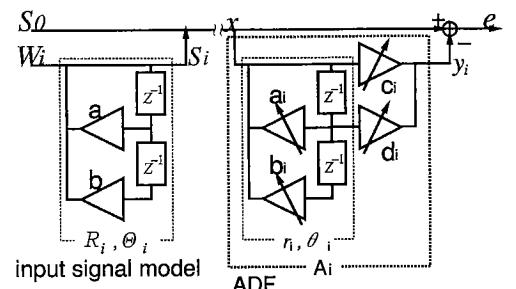


図 2 ADF を構成する 2 次フィルタと狭帯域信号を生成するモデル
Fig. 2 One section of second order IIR ADF and AR model for narrow band input signal S_i are shown.

とする。この出力信号を入力信号中の広帯域信号 S_0 にできるだけ近づけるように ADF の係数を逐次修正制御することが目的となる。

零点制御では、消去残差 e の電力を最小にするよう c_i, d_i を逐次修正制御する。逐次修正アルゴリズムとしては学習同定法⁽¹⁰⁾やそれを改良したものを用いる。本論文のシミュレーションで実際に用いたフィルタ係数 c_i, d_i の逐次修正式を次式に示す。

$$c_i(n+1) = c_i(n) + \alpha^* \frac{e(n)u_i(n)}{u_i^2(n) + u_i^2(n-1)} \quad (5)$$

$$d_i(n+1) = d_i(n) + \alpha^* \frac{e(n)u_i(n-1)}{u_i^2(n) + u_i^2(n-1)} \quad (6)$$

$$\alpha^* = \begin{cases} \alpha; & \text{if } u_i^2(n) + u_i^2(n-1) \geq p\sigma_u^2 \\ \frac{u_i^2(n) + u_i^2(n-1)}{p\sigma_u^2}; & \text{otherwise} \end{cases} \quad (7)$$

ここで、 n は時刻を表し、 σ_u^2 は u_i の平均電力を表す。 $u_i(n)$ は乗算器 c_i への入力信号とする。従って $u_i(n-1)$ は乗算器 d_i への入力信号である。上式のアルゴリズムは $(u_i^2(n) + u_i^2(n-1))$ が $p\sigma_u^2$ より小さいときは LMS 法、 $p\sigma_u^2$ より大きいときは NLMS 法を用いることと等価である。これは LMS 法は小さい入力信号に対して安定性が良く、NLMS 法は大きい入力信号に対する性能が良いことから両者の複合アルゴリズムである。このアルゴリズムの特性に関する検討は本論文の主題から外れるため、別論文に譲る。また、本論文のシミュレーションではしきい値となる p は 1 としている。

本 ADF は、フィルタ出力 y_i を狭帯域信号 S_i に近づけキャンセルすることによって、出力 e を入力信号中の広帯域信号 S_0 に近づけることが目的なので、消去残差 MSE (Mean Square Error) を式 (8) で定義する。

$$MSE = \frac{E[(e(n) - S_0(n))^2]}{E[S_i^2(n)]} \quad (8)$$

但し、 $E[\cdot]$ は期待値を表す。また、本来通過させたい信号 S_0 は ADF の制御においてノイズとして作用する。そこで

$$SNR = \frac{E[S_i^2(n)]}{E[S_0^2(n)]} \quad (9)$$

と定義する。

3. 極偏角制御

前述の零点制御法のように、推定誤差信号の 2 乗の期待値を最小化するアルゴリズムの特徴として、誤差

信号が白色化されることが知られている。従って、この狭帯域信号除去の場合のように、スペクトルの突出した除去対象信号が重点的に除去される。しかし、SNR が低い場合には、除去効果が低下する。そこで極制御、特に偏角制御（共振周波数制御）を行い、フィルタの巡回部の通過帯域を対象信号周波数に合わせることで ADF の非巡回部における SNR を向上させる必要がある。また逆に、誤差信号 $e(n) - S_0(n)$ の 2 乗の期待値を極修正の評価関数とすることにより、非巡回部での SNR を向上させる方向に極を修正することが可能となる。

乗算器 a_i, b_i で構成される ADF の 2 次巡回部によってフィルタリングされた振幅と位相が変化した狭帯域信号は、ADF の非巡回部の乗算器 c_i, d_i によって更に振幅と位相が変化する。係数 c_i, d_i は式 (5), (6) によって推定誤差 e の 2 乗平均が最小になるよう逐次制御され収束するため、ADF 出力 y_i の位相は対象信号 S_i を近似するよう調整される。すなわち狭帯域信号 S_i はまず巡回部を通じて位相が回転し振幅が変化する。更に非巡回部を通じて位相と振幅がもとに戻って S_i を近似する y_i となる。狭帯域信号 S_i の中心周波数と 2 次巡回部の共振周波数の差異に応じて d_i への入力信号の位相が変化するため、 d_i の収束値はこの周波数の差異に大きく依存する。故に d_i の収束値により、狭帯域信号の周波数すなわち Θ_i を推測することが可能となる。

以下では、狭帯域信号を正弦波と近似し d_i の収束値の理論値を算出する。フィルタ係数 d_i の収束値は除去対象信号周波数 Θ_i の関数となるため、 Θ_i について解くことにより、極制御の修正式を導き出せる。

3.1 入力を正弦波とした場合の d_i の理論収束値

ここでは ADF の極にかかる係数 a_i, b_i は変化させずに、零点にかかる係数 c_i, d_i のみを適応制御した場合の理論収束値を求める。ADF の 2 次巡回部の伝達関数 $H_i(z)$ は

$$H_i(z) = \frac{1}{1 - a_i z^{-1} - b_i z^{-2}} \quad (10)$$

で与えられ、周波数 Θ_i に対する応答 $H_i(e^{j\Theta_i})$ は

$$\begin{aligned} H_i(e^{j\Theta_i}) &= Ae^{j\beta} \quad (A \geq 0) \\ &= \{1 - a_i \cos \Theta_i + b_i(2 \sin^2 \Theta_i - 1) \\ &\quad + j(a_i + 2b_i \cos \Theta_i) \sin \Theta_i\}^{-1} \end{aligned} \quad (11)$$

となる。但し、 A は振幅、 β は位相を示す。

入力信号を $x(n) = \sin n\Theta_i$ とすると、ADF の 2 次巡回部の出力、すなわち乗算器 c_i, d_i への入力は、それぞれ、 $x_i(n) = A \sin(n\Theta_i + \beta)$, $x_i(n-1) = A \sin\{(n-1)\Theta_i + \beta\}$ となる。故に、ADF の出力 $y_i(n)$ は次式となる。

$$\begin{aligned} y_i(n) &= c_i A \sin(n\Theta_i + \beta) \\ &\quad + d_i A \sin((n-1)\Theta_i + \beta) \quad (12) \\ &= \sqrt{(c_i A)^2 + 2c_i d_i A^2 \cos \Theta_i + (d_i A)^2} \\ &\quad \cdot \sin(n\Theta_i + \beta - \phi) \quad (13) \end{aligned}$$

但し、

$$\begin{aligned} \sin \phi &= \frac{d_i \sin \Theta_i}{\sqrt{c_i^2 + 2c_i d_i \cos \Theta_i + d_i^2}} \quad (14) \\ \cos \phi &= \frac{c_i + d_i \cos \Theta_i}{\sqrt{c_i^2 + 2c_i d_i \cos \Theta_i + d_i^2}} \end{aligned}$$

である。適応アルゴリズムにより $y_i(n)$ が $\sin(n\Theta_i)$ と等しくなるように零点が制御されるため、次式を満足するように c_i, d_i は収束する。

$$(c_i A)^2 + 2c_i d_i A^2 \cos \Theta_i + (d_i A)^2 = 1 \quad (15)$$

$$\beta = \phi \quad (16)$$

式 (11), (14) を用いて、式 (15), (16) の連立方程式を c_i と d_i について解くと、

$$c_i = 1 + b_i \quad (17)$$

$$d_i = -a_i - 2b_i \cos \Theta_i \quad (18)$$

を得る。上式が除去対象信号が正弦波である場合のフィルタ係数 c_i, d_i の理論収束値である。

図 3 は式 (18) による d_i の理論収束値とシミュレーションによる d_i の収束値とを比較したものである。ADF の極半径 r_i は 0.96 としている。また、本来通過させるべき広帯域信号 S_0 は、ADF の適応動作に対して雑音として働くため、簡単のため $S_0 = 0$ とした場合を示す。なお、 S_0 が存在する場合については後述する。図 3 では S_i が正弦波の場合には理論値と重なっている。また、 $\theta_i \approx \Theta_i (= 45^\circ)$ の近傍では、除去対象信号 S_i が狭い帯域幅をもつ (AR モデルの極半径 $R_i = 0.999 \sim 0.99$) 場合でも、 S_i を正弦波として近似しても大きい差異はない。

従って、対象信号が帯域幅を有する場合についても、式 (18) を d_i の理論収束値として取り扱うこととする。

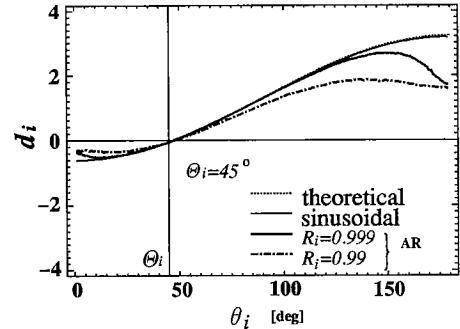


図 3 正弦波入力に対する d_i の理論収束値と、正弦波および AR 過程入力に対する d_i の実測収束値の比較

Fig. 3 Theoretical value of converged d_i for a sinusoidal input of $\sin n45^\circ$ and measured values of converged d_i for both sinusoidal $\sin n45^\circ$ and AR process inputs ($\Theta_i = 45^\circ$, $R_i = 0.999, 0.99$).

3.2 極偏角修正アルゴリズム

ここでは ADF の極半径 r_i は固定しておき極偏角 θ_i のみを修正するアルゴリズムを示す。

零点を与える乗算器係数 c_i, d_i のうち、 c_i の収束値は式 (17) のように、ADF 自身の極半径 r_i に対応する定数であるのに対して、 d_i の収束値は入力信号周波数 Θ_i の値に依存している。この d_i の収束値を用いた極偏角制御の式を導出する。式 (18) より次式を得る。

$$\cos \Theta_i = \frac{d_i + a_i}{-2b_i} \quad (19)$$

式 (19) により、 d_i の収束値と ADF の極にかかる係数 a_i, b_i から Θ_i が推定可能であることがわかる。式 (4) を代入すると、

$$2r_i \cos \Theta_i = \frac{d_i + a_i}{r_i} \quad (20)$$

となる。上式の左辺は、式 (3) 右辺と比較して、極偏角 θ_i が理想値 Θ_i に設定された場合における係数 a_i 、すなわち新しく設定すべき a_i を表している。

式 (18) の導出にあたって、ADF の巡回部係数 a_i, b_i は変化しないものと仮定した。そこでいったん係数 a_i, b_i を設定したら、非巡回部係数 c_i, d_i が収束するまでは a_i, b_i を変化させないようなアルゴリズムが基本となる。

以上より、各 2 次巡回部の係数の更新式は、 d_i の収束値を用いて次式となる。

$$a_i(n+1) = \begin{cases} \frac{a_i(n) + d_i(n)}{r_i(n)}; & \text{if } n \bmod N = 0 \\ a_i(n) & ; \text{otherwise} \end{cases} \quad (21)$$

$$b_i(n+1) = b_i(n) = -r_i^2(n) \quad (22)$$

式(21)はNサンプルごとに a_i を更新することを表している。ADFの零点制御は式(5),(6)によって、各入力サンプルごとに繰り返し行い、これにより係数 d_i が収束した後その収束値を用いて式(21)により係数 a_i を再設定する。なお、ADFの極半径 $r_i(n)$ はこの段階では制御せず一定値に固定しており、 $r_i(n)$ による関数 $b_i(n)$ は定数として変化させない。

シミュレーションにより得られた d_i の収束値を式(19)に代入して求めた極偏角誤差 $\Delta\theta_i$ の測定値を図4に示す。すなわち θ_i に対する $\Theta_i - \theta_i$ の観測値を示している。式(21)の係数更新式によって、ADFの極偏角が θ_i の時点で測定された $\Delta\theta_i$ を用いて、極偏角 θ_i を $\theta_i + \Delta\theta_i$ に修正することになる。

図4よりSNRに関係なく、ADFの極偏角が Θ_i より小さいとき θ_i は増加し($\Delta\theta_i > 0$)、また、 θ_i が Θ_i より大きいとき θ_i は減少($\Delta\theta_i < 0$)するよう制御される。また、理論値の直線は極偏角誤差の真値を示しており、SNRが無限大であれば1回の極偏角修正で θ_i は Θ_i に収束することとなる。SNRが有限の場合、極偏角誤差の測定値 $\Delta\theta_i$ は $\Theta_i - \theta_i$ より零に近く、極偏角誤差は真値より小さく観測されることがわかる。従って、提案するアルゴリズムにより繰り返し極偏角を修正することにより、ADFの極偏角は最適値 Θ_i に収束する。また、入力信号に二つの狭帯域信号($\Theta_i = 45^\circ, 95^\circ R_i = 0.999$)が含まれる場合の極偏角誤差の検出特性を図5に示す。この図より二つの狭帯域信号が入力信号に含まれる場合でも、極偏角修正を繰り返し行うことでADFの極偏角が二つの消去対象信号の周波数の一方に収束することが確認

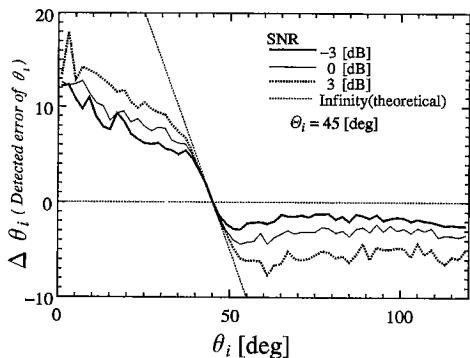


図4 d_i の収束値から求められるADFの極偏角誤差検出特性
Fig.4 Detected error of pole argument obtained from converged value d_i .

できる。具体的には θ_i の初期値がSPより小さいとき 45° に、SPより大きいとき 95° に収束する。なおSPは不安定平衡点となっている。

以上の極偏角修正アルゴリズムを用い、表1の条件でADFの極偏角制御シミュレーションを行った。極偏角の収束過程を図6に示す。横軸のstepは極修正の回数を示している。Nサンプルごとに修正を行うので1step = 2000サンプルとなっている。

提案する方法により θ_i の初期値にかかわらず θ_i を Θ_i と一致するように制御できることが確認される。なお演算はすべて単精度浮動小数点で行った。

また、入力信号に含まれる狭帯域信号が二つの場合に、2個の2次IIR形ADFで除去を行うシミュレーションでの極偏角修正の様子を図7に示す。消去対象信号が複数である場合でも、ADFの極偏角が理想値

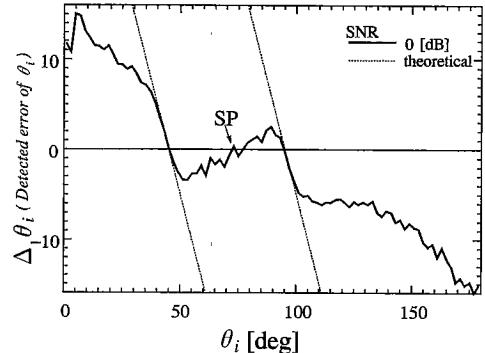


図5 入力信号に二つの狭帯域信号が含まれる場合の d_i の収束値から求められるADFの極偏角誤差検出特性

Fig.5 Detected error of ADF argument obtained from converged d_i for the case of two narrow band input signals.

表1 極偏角制御シミュレーションの条件

Table 1 Conditions for simulation of adapting pole argument.

Pole Radius R_i of AR model	0.999
Pole Argument Θ_i of AR model	45°
Pole Radius of ADF(r_i)	0.96
Initial Pole Argument of ADF(θ_i)	40° 70° 100°
Number of Samples to get average of d_i (N_A)	1000
Number of Samples for each pole control (N)	2000
Step Size (α)	0.001
Threshold for improved NLMS (p)	1
Precision of Calculation	Single Precision Floating Point

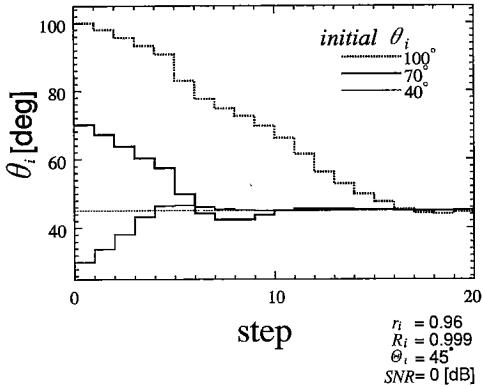


図 6 ADF の極偏角の収束の様子 (1 Step = 2000 Sample)
Fig. 6 Pole argument convergence for three initial values.

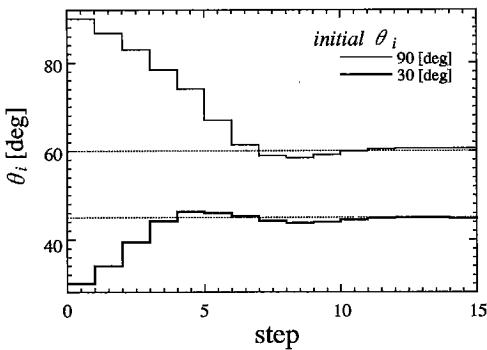


図 7 二つの狭帯域信号を同時に除去する場合の 2 個の 2 次 IIR 形 ADF の極偏角収束の様子 (1 Step = 2000 Sample)
Fig. 7 Convergence characteristics of two second-order IIR ADFs eliminating respectively two different narrow band input signals.

に収束することを確認できる。

式 (18) が示すように極の位置と零点の位置は互いに関連しており、零点制御と極制御の間には独立性がないため、 a_i の修正後再び零点制御と極修正を交互に続ける必要がある。式 (21) では d_i の収束値として a_i の修正直前の $d_i(n)$ を用いているが、 d_i は雑音によって多少変動するので、シミュレーションでは d_i の時間平均値 $\frac{1}{N_A} \sum_{j=0}^{N_A-1} d_i(n-j)$ を用いる。

$$a_i(n+1) = \begin{cases} \frac{a_i(n) + \frac{1}{N_A} \sum_{j=0}^{N_A-1} d_i(n-j)}{r_i}; & \text{if } n \bmod N = 0 \\ a_i(n); & \text{otherwise} \end{cases} \quad (23)$$

なる式に従って修正した。 N_A は平均化のサンプル数である。上記シミュレーションでは $N = 2000$, $N_A = 1000$ とした。

式 (23) による極偏角制御に必要な計算量は、 N_A を 2 のべき乗に設定すれば $\frac{1}{N_A}$ の除算は簡単化され、加算と除算各 1 回および各サンプルごとの $d_i(n)$ の加算となり、非常に少ない利点がある。

4. 評価関数 MSE の特性と近似

ここでは評価関数 MSE の特性を明らかにし、ADF の極半径修正の可能性を検討する。

フィルタ係数 $c_i(n), d_i(n)$ は十分収束し時間により変化しない値 c_i, d_i であるとすると、フィルタにおける各信号は次のように表せる。

$$S_i(n) = \sum_{k=0}^{\infty} h(k)W_i(n-k) \quad (24)$$

$$x(n) = S_i(n) + S_0(n) \quad (25)$$

$$\begin{aligned} y_i(n) = c_i \sum_{k=0}^{\infty} h_i(k)x(n-k) \\ + d_i \sum_{k=0}^{\infty} h_i(k-1)x(n-k) \end{aligned} \quad (26)$$

$$e(n) = x(n) - y_i(n) \quad (27)$$

ここで $h(k)$ は a, b によって、 $h_i(k)$ は a_i, b_i によって構成される 2 次巡回部のインパルス応答を表す（図 2 参照）。

これらの式より $e(n) - S_0(n)$ を求めると式 (28) となり、 $E[(e(n) - S_0(n))^2]$ は式 (29) と表せる。

$$\begin{aligned} e(n) - S_0(n) = \sum_{k=0}^{\infty} A(k)W_i(n-k) \\ + \sum_{k=0}^{\infty} B(k)S_0(n-k) \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} E[(e(n) - S_0(n))^2] \\ = E[W_i^2(n)] \sum_{k=0}^{\infty} A^2(k) \\ + 2E[W_i(n) \cdot S_0(n)] \sum_{k=0}^{\infty} A(k)B(k) \\ + E[S_0^2(n)] \sum_{k=0}^{\infty} B^2(k) \end{aligned} \quad (29)$$

但し、

$$\begin{aligned} A(k) &= h(k) - c_i h(k) * h_i(k) \\ &\quad - d_i h(k) * h_i(k-1) \end{aligned} \quad (30)$$

$$B(k) = -c_i h_i(k) - d_i h_i(k-1) \quad (31)$$

ここで * は畳込みを表す。

更に、入力信号 S_0, W_i を互いに相関のない白色信号と仮定して、 $E[W_i(n) \cdot S_0(n)] = 0$ を式(29)に代入し次式を得る。

$$\begin{aligned} E[(e(n) - S_0(n))^2] &= E[W_i^2(n)] \sum_{k=0}^{\infty} A^2(k) \\ &\quad + E[S_0^2(n)] \sum_{k=0}^{\infty} B^2(k) \end{aligned} \quad (32)$$

上式中の無限和は、それぞれフィルタのインパルス応答の2乗和であり、フィルタが安定である限り有限となる。時間平均として測定可能な信号 $E[e^2(n)]$ は式(33)のように表せる

$$\begin{aligned} E[e^2(n)] &= E[W_i^2(n)] \sum_{n=0}^{\infty} A^2(k) \\ &\quad + E[S_0^2(n)] \sum_{k=0}^{\infty} C^2(k) \end{aligned} \quad (33)$$

$$C(k) = \delta(k) - c_i h_i(k) - d_i h_i(k-1) \quad (34)$$

式(32), (33)より次式が得られる。

$$\begin{aligned} E[e^2(n)] &= E[(e(n) - S_0(n))^2] + E[S_0^2(n)] \\ &\quad \sum_{k=0}^{\infty} \{C^2(k) - B^2(k)\} \end{aligned} \quad (35)$$

また、式(36)より式(37)を得る。

$$\begin{aligned} C^2(k) - B^2(k) &= \delta^2(k) \\ &\quad - 2c_i \delta(k) h_i(k) \\ &\quad - 2d_i \delta(k) h_i(k-1) \end{aligned} \quad (36)$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \{C^2(k) - B^2(k)\} = 1 - 2c_i \quad (37)$$

式(35), (37)より式(38)を得る。

$$\begin{aligned} \frac{E[e^2(n)]}{E[S_i^2(n)]} &= \frac{1}{SNR} (1 - 2c_i) \\ &\quad + \frac{E[(e(n) - S_0(n))^2]}{E[S_i^2]} \end{aligned} \quad (38)$$

ここで MSE' を式(39)と定義することで式(40)を得る。

$$MSE' = \frac{E[e^2(n)]}{E[S_i^2(n)]} \quad (39)$$

$$MSE = MSE' - \frac{1}{SNR} (1 - 2c_i) \quad (40)$$

式(40)を用い MSE', SNR およびフィルタ係数 c_i の値より、 MSE を推定できる。

また式(33)より、 $\Theta_i = \theta_i = 90^\circ$ のときの MSE' は以下のように求められる。

$$\begin{aligned} MSE' &= 1 - \frac{2c_i}{1 - R_i^2 r_i^2} + \frac{(c_i^2 + d_i^2)(1 + R_i^2 r_i^2)}{(1 - r_i^4)(1 - R_i^2 r_i^2)} \\ &\quad + \frac{1}{SNR} \left(1 - 2c_i + \frac{c_i^2 + d_i^2}{1 - r_i^4} \right) \end{aligned} \quad (41)$$

式(40), (41)より MSE は次式となる。

$$\begin{aligned} MSE &= 1 - \frac{2c_i}{1 - R_i^2 r_i^2} + \frac{(c_i^2 + d_i^2)(1 + R_i^2 r_i^2)}{(1 - r_i^4)(1 - R_i^2 r_i^2)} \\ &\quad + \frac{c_i^2 + d_i^2}{SNR(1 - r_i^4)} \end{aligned} \quad (42)$$

ここで、フィルタの前向き要素 c_i, d_i は MSE' を最小にするように制御されることを考慮すると、 c_i, d_i は以下に示す c_{opt}, d_{opt} に収束する。

$$c_{opt} = \frac{(r_i^4 - 1)(SNR + 1 - R_i^2 r_i^2)}{SNR(1 + R_i^2 r_i^2) + 1 - R_i^2 r_i^2} \quad (43)$$

$$d_{opt} = 0 \quad (44)$$

これら式(42)～(44)より、 c_i, d_i が収束したときの MSE は以下の式となる。

$$\begin{aligned} MSE &= 1 + \frac{r_i^4 - 1}{1 - R_i^2 r_i^2 + SNR(1 + R_i^2 r_i^2)} \\ &\quad \cdot \frac{(R_i^2 r_i^2 - 1)^2 - SNR^2}{SNR(R_i^2 r_i^2 - 1)} \end{aligned} \quad (45)$$

この式(45)により得た ADF の極半径 r_i と零点収束後の MSE の関係を図8に示す。ここで、狭帯域

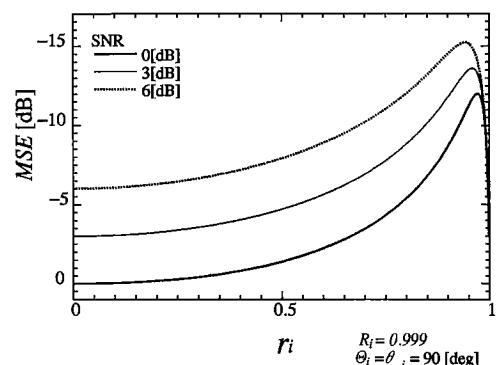


図8 ADFの極半径と零点収束後の MSE の関係
Fig.8 MSE values after convergence of zero adjustment versus ADF pole radius with no pole argument error.

信号を生成する 2 次 AR 過程の極半径 R_i は 0.999 としている。MSE を観測しつつ MSE が小さくなるよう徐々に r_i を修正していくと MSE の global minimum が得られることを示している。

この MSE を評価関数として ADF の極半径制御を行うが、式(8)中の S_0, S_i が測定不可能であるため測定可能な信号を用い MSE を推定する方法が必要となる。

式(40)より MSE' と SNR および ADF の非巡回部係数 c_i から MSE を算出できるが、 MSE', SNR を求めるためには未知の信号である S_0, S_i の電力が必要となる。そこで、 S_0, S_i の代わりにそれらを近似する信号 e, y_i を用いる。ADF の収束が進行するに従ってこの近似度は上昇してゆくため、この近似が極半径制御の収束値に重大な影響を与えることはない。この近似された MSE', SNR はそれぞれ $PMSE', PSNR$ として次式で定義される。

$$PMSE' = \frac{E[e^2(n)]}{E[y_i^2(n)]} \quad (46)$$

$$PSNR = \frac{E[y_i^2(n)]}{E[e^2(n)]} \quad (47)$$

これら $PMSE', PSNR$ を用いた MSE 推定の式は次式となる。

$$MSE = PMSE' - \frac{1}{PSNR}(1 - 2c_i) \quad (48)$$

この式(48)によって、既知の信号である e, y_i と ADF の非巡回部係数 c_i から MSE を近似的に算出できる。

5. 極半径修正アルゴリズム

5.1 極半径修正アルゴリズムの提案

極半径制御の方法としては、複数の ADF を並列に配置し、各時点での ADF の非巡回部パラメータ c_i の収束値と e, y_i の測定値をもとに MSE を算出し、極半径修正の方向性を見出す手法をとる。

具体的には図 9 のように、三つの ADF により構成されるシステムを用意する、このうち実際に対象信号除去を行う ADF の極半径を r_i とし、これを主 ADF と呼ぶ。また、残る二つの ADF の極半径を式(49)で示される r_{i_sub-}, r_{i_sub+} とし主 ADF と並列に配置し、これらを副 ADF と呼ぶ。

$$\begin{aligned} r_{i_sub+} &= r_i + \Delta r_i \\ r_{i_sub-} &= r_i - \Delta r_i \end{aligned} \quad (49)$$

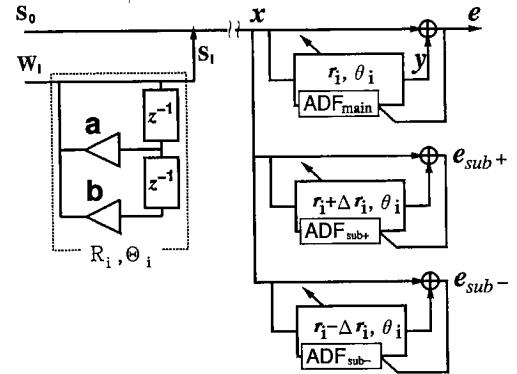


図 9 対象信号を除去する主 ADF と極半径制御を行うための副 ADF の関係

Fig. 9 Configuration of main ADF eliminating narrow band signal with two sub ADFs for pole radius control.

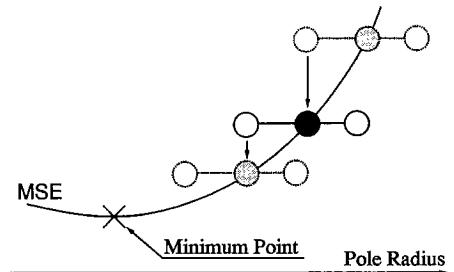


図 10 極半径修正のイメージ

Fig. 10 Method of adapting pole radius.

これら三つの ADF においてそれぞれ式(48)によって MSE を算出し、最小の MSE を与える ADF の極半径を次のステップの主 ADF の極半径とする。更にその新しい極半径 r_i をもとに式(49)によって他の二つの副 ADF の極半径を設定する。理解を容易にするために、極半径修正の手順を図 10 に示す。

式(45)で与えられ図 8 に示されるように、MSE は極半径 r_i に対して一つの global minimum を有するため、現在の r_i の近傍の MSE を測定しながら MSE が小さくなるよう修正を繰り返すことで最適値付近に収束する。但し最大 Δr_i の誤差が残る。

三つのフィルタの非巡回部係数の c_i の値をそれぞれ $c_i, c_{i_sub+}, c_{i_sub-}$ とすると、それぞれの ADF で推定される MSE は以下の式で与えられる。

$$\begin{aligned} MSE_{main} &= \frac{E[e^2(n)]}{E[y_i^2(n)]} \\ &- \frac{1}{PSNR}(1 - 2c_i) \end{aligned} \quad (50)$$

$$MSE_{sub+} = \frac{E[e_{sub+}^2(n)]}{E[y_{i_sub+}^2(n)]} - \frac{1}{PSNR}(1 - 2c_{i_sub+}) \quad (51)$$

$$MSE_{sub-} = \frac{E[e_{sub-}^2(n)]}{E[y_{i_sub-}^2(n)]} - \frac{1}{PSNR}(1 - 2c_{i_sub-}) \quad (52)$$

ここで、ADF の極半径が 1 を超えると系が不安定になるので、三つの ADF のいずれの極半径も 1 を超えない範囲で Δr_i を設定している。

5.2 極半径修正アルゴリズムのシミュレーション結果

表 2 の条件で本アルゴリズムを用い極半径制御シミュレーションを行った。そのときの主 ADF の極半径 r_i の収束の様子を図 11, 12 に示す。ここで極半径は N サンプルごとに修正を行う。 $c_i, c_{i_sub+}, c_{i_sub-}$ の収束値および MSE 等の各測定値は極偏角修正のときと同様、修正前 $N_A (< N)$ サンプルの平均値を用いる。すなわち

$$MSE_{main} = \frac{\sum_{j=0}^{N_A-1} e^2(n-j)}{\sum_{j=0}^{N_A-1} y_i^2(n-j)} - \left\{ 1 - 2 \frac{1}{N_A} \sum_{j=0}^{N_A-1} c_i(n-j) \right\} \cdot \frac{1}{PSNR} \quad (53)$$

表 2 極半径シミュレーションの条件

Table 2 Conditions for simulation of adapting pole radius.

	simulation-1	simulation-2
Pole Radius R_i of AR model	0.999	0.9999
Pole Argument Θ_i of AR model	45°	45°
Initial Pole Radius r_i of ADF	0.99 0.95 0.90	0.999 0.99 0.95
Pole Argument θ_i of ADF	45°	45°
Δr_i	0.001	0.001
SNR	0 [dB]	0 [dB]
Number of Samples to get average of c_i (N_A)	1000	2000
Number of Samples for each pole control (N)	1250	2500
Step Size (α)	0.001	
Threshold for improved NLMS (p)	1	
Precision of Calculation	Single Precision Floating Point	

$$MSE_{sub+} = \frac{\sum_{j=0}^{N_A-1} e_{sub+}^2(n-j)}{\sum_{j=0}^{N_A-1} y_{i_sub+}^2(n-j)} - \left\{ 1 - 2 \frac{1}{N_A} \sum_{j=0}^{N_A-1} c_{i_sub+}(n-j) \right\} \cdot \frac{1}{PSNR} \quad (54)$$

$$MSE_{sub-} = \frac{\sum_{j=0}^{N_A-1} e_{sub-}^2(n-j)}{\sum_{j=0}^{N_A-1} y_{i_sub-}^2(n-j)} - \left\{ 1 - 2 \frac{1}{N_A} \sum_{j=0}^{N_A-1} c_{i_sub-}(n-j) \right\} \cdot \frac{1}{PSNR} \quad (55)$$

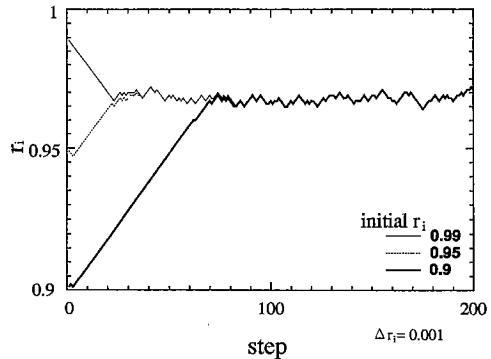


図 11 さまざまな初期値での極半径収束の様子 (simulation-1)
(1 Step = 1250 Sample)

Fig. 11 Pole radius convergence characteristics for three initial values. (simulation-1)

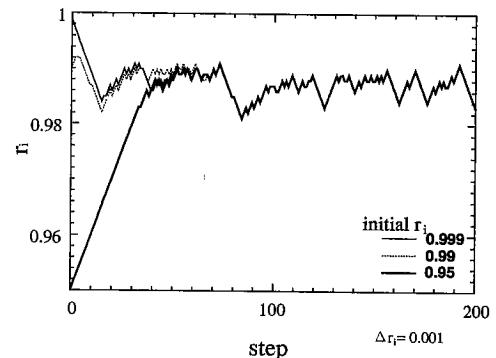


図 12 さまざまな初期値に対する極半径収束の様子 (simulation-2)
(1 Step = 2500 Sample)

Fig. 12 Pole radius convergence characteristics for three initial values. (simulation-2)

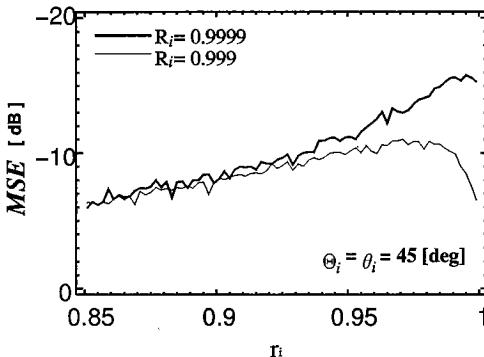


図 13 シミュレーションから得られた ADF の極半径と MSE の関係

Fig. 13 Relation between pole radius and MSE obtained by simulation.

表 3 極半径・極偏角同時制御シミュレーションの条件

Table 3 Conditions of simulation of adapting pole radius and argument simultaneously.

Pole Radius R_i of AR model	0.999
Pole Argument Θ_i of AR model	45°
Initial Pole Radius of ADF(r_i)	0.9
Initial Pole Argument of ADF(θ_i)	30° 90° 120°
Δr_i	0.001
SNR	0 [dB]
Number of Samples to get average of c_i, d_i (N_A)	2000
Number of Samples for each pole control (N)	3000
Step Size (α)	0.001
Threshold for improved NLMS (p)	1
Precision of Calculation	Single Precision Floating Point

$$PSNR = \frac{\sum_{j=0}^{N_A-1} e^2(n-j)}{\sum_{j=0}^{N_A-1} y_i^2(n-j)} \quad (56)$$

となる。図 11 のシミュレーションでは $N = 1250, N_A = 1000$, 図 12 では $N = 2500, N_A = 2000$ とした。また、その条件での ADF の極半径 r_i と MSE の関係を図 13 に示す。

これらの図より、ADF の極半径の初期値にかかわらず、提案する方法により MSE が最小になるように ADF の極半径を制御できることが確認される。

6. 極半径・極偏角同時制御

以上では、極偏角、極半径の順に制御を行うように述べてきたが、狭帯域信号を生成する 2 次 AR 過程の極偏角と ADF の極偏角が一致していない状況におい

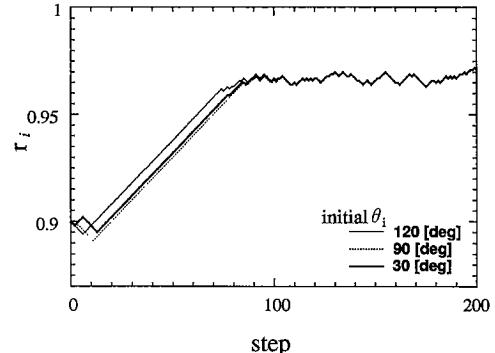


図 14 極半径と極偏角を同時に修正した場合の極半径の収束の様子 (1 Step = 3000 Sample)

Fig. 14 Pole radius control characteristics for adapting both radius and argument simultaneously.

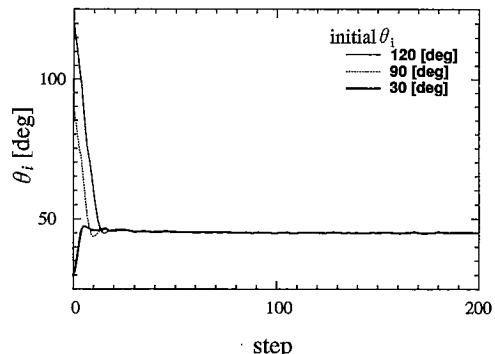


図 15 極半径と極偏角を同時に修正した場合の極偏角の収束の様子 (1 Step = 3000 Sample)

Fig. 15 Pole argument control characteristics for adapting both radius and argument simultaneously.

ても式 (48) によって MSE を推定できる。すなわち、ADF の極偏角制御を行うと同時に極半径制御を行うことが可能である。

表 3 の条件で極制御を行ったときの ADF の極半径と極偏角の変化の様子をそれぞれ図 14, 15 に示す。

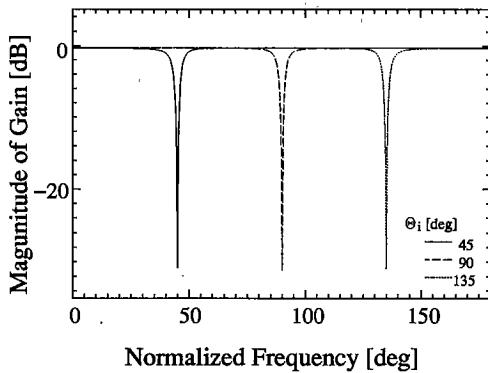
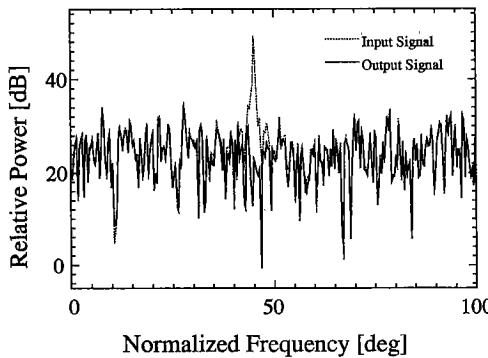
ここで $N = 3000, N_A = 2000$ とした。これらの図より、提案する方法を用いて ADF の極半径と極偏角を同時に制御することにより、それぞれが最適値に制御されていることがわかる。

また、狭帯域信号を生成する AR モデルの極半径 R_i を 0.999 一定とし、AR モデルの極偏角 Θ_i を $\Theta_i = 45^\circ, 90^\circ, 135^\circ$ とした場合、それぞれについて収束後の ADF の周波数特性（入力 x から出力 e までの）を図 16 に、 $R_i = 0.999, \Theta_i = 45^\circ$ のときの ADF

表 4 提案方式と従来の 3 方式におけるサンプルごとの必要計算量比較 (Mul: 乗算回数, Div: 除算回数, * は極が更新される場合)

Table 4 Comparison of computational requirements for proposed and three conventional algorithms (Mul: multiplication, Div: division, * when pole argument or pole radius is renewed).

	Proposed	by Martine et al	by Kwan et al	by Rao et al
Filtering signal	Mul=4N Div=0	Mul=3N Div=0	Mul=4N Div=0	Mul=2N Div=0
Control of zeros & pole argument	Mul= $\begin{pmatrix} 3N \\ 4N^* \end{pmatrix}$ Div=N	Mul= $\frac{3}{2}(N+1)N + 2N$ Div=0	Mul= $\frac{3}{2}(N+1)N + 3N$ Div=N	Mul= $2N^2 + 3N$ Div=1
Control of pole radius	Mul= $\begin{pmatrix} 3N \\ 4N^* \\ 3N \\ 4N^* \end{pmatrix}$ Div=	not proposed	not proposed	not proposed

図 16 収束後の ADF の周波数特性 (e/x) (狭帯域信号を生成する AR モデルの極半径 $R_i = 0.999$ の場合)Fig. 16 Frequency response (e/x) of converged ADF. (Pole radius of input AR model (R_i) is 0.999.)図 17 入力信号と出力信号の周波数スペクトル ($\Theta_i = 45^\circ$)Fig. 17 Power spectrum of input signal (x) and output signal (e).

収束後の入力信号 x , ADF の出力信号 e のスペクトルを図 17 に示す。

図 16 より, フィルタ全体として除去対象信号周波数にノッチ特性をもつよう収束している。また, 図 17 より除去対象外の広帯域信号のスペクトルに対しては,

対象信号周波数近傍以外では影響を与えていないことがわかる。

一般の適応アルゴリズム (NLMS) では SN 比と同レベルまで, 信号が改善されることが知られている。上述のシミュレーションでは $SNR = 0\text{dB}$ としているが ADF の巡回部の帯域特性により帯域内では SN 比が改善される。従って図 17 のように除去対象信号は広帯域信号と同レベルの電力密度まで除去される。

7. 従来方式との比較

従来, 正弦波除去用適応ノッチフィルタに関する研究が盛んに行われている。ここではその中でも本提案方式に近い, IIR フィルタを用いて複数の正弦波除去が可能である方式^{(5), (7)}との計算量の比較を行う。

これらの方式はいずれも推定誤差に対するフィルタの係数感度を解析的に求め, その関数から適応アルゴリズムを導出している。

Martin らによる方法⁽⁵⁾と Kwan らによる方法⁽⁶⁾は 2 次 IIR フィルタの縦続接続によって複数の正弦波除去を可能としている。また, Rao らによる方法⁽⁷⁾は, 高次の一般形 IIR フィルタに関して適応アルゴリズムを導出しているが, 計算量が $O(N^2)$ (N は除去可能正弦波数) と多くなる。更に計算量を減らすために, 2 次フィルタの縦続接続または並列接続による構成が可能であろうと予測しているが, 具体的には示されていない。

以上の 3 方式と提案方式について, 各サンプルごとに必要な計算量 (乗算回数 Mul と除算回数 Div) の比較を表 4 に示す。信号のフィルタリング, 零点および極偏角制御, 極半径制御のそれぞれについて計算量を示す。ここで, 除去可能正弦波の数を N としている。

従来方式は $O(N^2)$ の計算量を必要とするのに対し提案方式は $O(N)$ の計算量で制御可能となっている。

提案方式も含めいずれの方式も、IIR の極の効果による帯域通過特性の周波数制御によって除去対象正弦波の SN 比を増加させているものの、極半径の制御は行っていない。これに対して本方式は極半径制御を行っているため、除去対象信号が正弦波でなく、多少帯域幅を有している場合にも適切な極半径に制御される。

8. むすび

本論文では、広帯域信号に混入した複数の狭帯域信号を除去するための適応ディジタルフィルタとして、2 次 IIR フィルタの並列構成からなる方式を提案した。また、IIR フィルタの零点を与える乗算器係数は逐次適応制御し、その収束値を用いて極偏角を制御する計算量の少ない手法を提案した。また極半径制御の手法として 2 個の副 ADF を用いて除去量を測定しつつ極半径を最適値に近づける方式を提案した。シミュレーションを通して極偏角制御の基本的な収束特性の検討を行った。また極偏角、極半径とともに広帯域信号と狭帯域信号の電力が同レベルであるような悪い条件下においても、良好に動作することが確認できた。

なお、本論文で提案した極半径制御の手法では、極修正の時間間隔および極半径の各修正量 (Δr_i) は、収束速度、安定性に影響を与えるが、これらの最適化検討は今後の課題である。

文 献

- (1) 西村正太郎, 金 定局, 平野浩太郎: “正規化こう配法を用いた適応ディジタルノッチフィルタの定常特性”, 信学論(A), J73-A, 4, pp.908–910 (1990–04).
- (2) Li S., Watanabe M., Takahashi N. and Takebe T.: “Simplified Fast Adaptive Algorithm for A Single Sinusoid Detection Using IIR Bandpass Filter”, ECCD'93-Circuit Theory and Design, pp.115–120 (1993).
- (3) 金城繁徳, 神林紀嘉: “改良型確率こう配法を用いた IIR 形適応ノッチフィルタの構成”, 信学論(A), J74-A, 7, pp.1014–1022 (1991–07).
- (4) Hush D.R., Ahmed N., David R. and Stearns S.D.: “An adaptive IIR structure for sinusoidal enhancement, frequency estimation, and detection,” IEEE Trans. Acoust., Speech, and Signal Process., ASSP-34, 6, pp.1380–1390 (Dec. 1986).
- (5) Martin K. and Sun M.T.: “Adaptive filters suitable for real-time spectral analysis,” IEEE Trans. Circuits and Syst., CAS-33, 2, pp.218–229 (Feb. 1986).
- (6) Kwan T. and Martin K.: “Adaptive detection and enhancement of multiple sinusoids using a cascade IIR filter,” IEEE Trans. Circuits and Syst., CAS-36, 7, pp.937–947 (July 1989).
- (7) Rao D.V.B. and Kung S.Y.: “Adaptive Notch Filtering for the Retrieval of Sinusoids in Noise,” IEEE Trans. Acoust., Speech, and Signal Process., ASSP-32, 4, pp.791–802 (Aug. 1984).
- (8) Widrow B. et al: “Adaptive Noise Cancelling: Principles and Applications”, Proc. IEEE, 63, 12, pp.1692–1716 (1975).
- (9) Friedlander B.: “A Recursive Maximum Likelihood Algorithm For ARMA Line Enhancement”, IEEE Trans. Acoust. Speech & Signal Process., ASSP-30, 4, pp.651–657 (Aug. 1982).
- (10) 野田, 南雲: “システムの学習的同定法”, 計測と制御, 7, 9, pp.597–605 (1968–09).
- (11) 内匠 逸, 牧 孝一, 畑 雅恭: “IIR ADF による狭帯域信号除去に関する基礎的検討”, 第 14 回情報理論とその応用シンポジウム, pp.145–148 (1991).

(平成 6 年 6 月 20 日受付, 9 月 6 日再受付)

中西 貴裕



平5名工大・工・電気情報卒。現在、同大学院博士前期課程に在学中。ディジタル信号処理に関する研究に従事。

内匠 逸



昭57名工大・工・電子卒。昭59同大学院修士課程了。同年沖電気工業(株)入社。昭60年12月より名工大助手。ディジタル信号処理の研究に従事。工博。計測自動制御学会会員。

畠 雅恭



昭33名工大・工・電気卒。同年沖電気工業(株)入社。以来、ディジタル通信方式、電子回路応用、ミリ波通信機器の研究開発に従事。昭60同社退職。同年4月より名工大電気情報工学科教授としてディジタル信号処理、情報通信の研究に従事。現在、知能情報システム学科に所属。工博(東工大)。

山田 孝一



平4名工大・工・電気情報卒。在学中適応信号処理の研究に従事。現在、沖テクノシステムズラボラトリ勤務。