

## 球面波入射に適用できるコーナ回折公式の数値的考察と改良

正員 比嘉 良史<sup>†\*</sup>      正員 内川 潔<sup>†\*\*</sup>

正員 稲垣 直樹<sup>†</sup>      正員 菊間 信良<sup>†</sup>

### Numerical Consideration and Some Improvement of Corner Diffraction Formulas Applicable to Spherical Wave Incidence

Yoshifumi HIGA<sup>†\*</sup>, Kiyoshi UCHIKAWA<sup>†\*\*</sup>, Naoki INAGAKI<sup>†</sup>  
and Nobuyoshi KIKUMA<sup>†</sup>, *Members*

あらまし コーナにおける回折現象はまだ解決していない規範問題であるが、現在までに GTD(幾何光学的回折理論) に組み込むための実用的な近似公式がいくつか提案されている。その中で、球面波入射に適用できるコーナ回折公式には、Burnside-Pathak の公式 (BP 公式) と張の公式 (Z 公式) がある。本論文は BP 公式と Z 公式を 4 分の 1 無限導体板と微小ダイポールから構成される仮想モデルで数値的な比較を行った。その結果、BP 公式と Z 公式は影境界に近くなければ良く似たものとなる。BP 公式は、コーナ回折にもかかわらず、その計算過程にエッジのパラメータを必要とするが、Z 公式はコーナに関するパラメータのみで簡便に計算できる、という利点がある。しかし、これは影境界を横切るときに小さな不連続が生じる。そこで、Z 公式における不連続を経験的な修正関数を導入することにより、一様に連続的な回折界を与える新しいコーナ回折公式 (MZ 公式) を提案した。

キーワード GTD, 規範問題, コーナ回折, BP 公式, Z 公式, MZ 公式

#### 1. まえがき

アンテナはそれ単体のみで存在することはまれであり、ほとんどその近傍に散乱体を伴っている。その散乱体からの散乱現象を解析するには、散乱体が波長に比べて大きい場合は高周波法、小さい場合は低周波法が適用される。GTD<sup>(1)</sup> (幾何光学的回折理論) は、高周波法の一つであり、Keller によって考案されたレイ (光線) の概念による簡便で高い計算精度をもった手法である。

GTD は、のちに UTD<sup>(2)</sup> (一様 GTD), ECM<sup>(3)</sup> (等価端部電磁流法) 等により、その欠点が補われていったが、厳密に解ける規範問題 (くさび, 円筒, 球などの簡単な形状) の数が限られているため、複雑な形状の散乱体には応用が難しい。コーナにおける回折現象も、まだ解決していない規範問題の一つであるが、実際のアンテナ解析において重要な要素となる場合が多

く、現在まで実用的な近似公式がいくつか提案されている。

有限長の散乱体におけるエッジ回折界は、エッジが不連続となる点 (コーナ) までしか存在しない。従ってコーナ上でのエッジ回折界が作る Keller cone 内部あるいは外部の一方にしかエッジ回折界は存在しない。つまり、Keller cone 内部と外部においてエッジ回折界に不連続が生じてしまうわけである。その不連続を補うのがコーナ回折界である。

本研究の目的は各種コーナ回折公式の比較を行い、改良を試みることにある。代表的なものに、Burnside-Pathak のコーナ回折公式<sup>(4)</sup>, 張のコーナ回折公式<sup>(5),(6)</sup> として Marhefka のコーナ回折公式<sup>(7)</sup> がある。しかし、Marhefka の公式は平面波入射のみに適用できるため、反射アンテナ等の解析には応用できない。そこで対象とする公式を Burnside-Pathak による回折公式と張による回折公式とし、4 分の 1 無限導体板と微小ダイポールから構成される仮想モデルで数値的な比較を行う。また張の公式の修正を行い、モデルでの計算に適用し比較検討も行う。

本論文の構成は 2. で、関連する基礎理論として GTD, UTD, ECM を簡単に説明し、3. で Burnside-

<sup>†</sup> 名古屋工業大学工学部電気情報工学科, 名古屋市  
Faculty of Engineering, Nagoya Institute of Technology,  
Nagoya-shi, 466 Japan

\* 現在, 横河メディカルシステム株式会社

\*\* 現在, 日本電気株式会社

Pathak のコーナ回折公式を, 4. で張のコーナ回折公式を紹介し, 5. で両公式の問題点を述べる. また, 6. においては, 張のコーナ回折公式を修正したものを提案し, 7. でこれまでの公式と比較, 検討を行う. そして, 8. はむすびである.

## 2. 関連する基礎理論

### 2.1 GTD (Geometrical Theory of Diffraction)

GTD は Keller によって提唱された理論であり, その基には GO (幾何光学) の概念がある<sup>(1)</sup>. GO とは光の伝搬問題の解析から発展していった手法であるため入射波, 反射波, 屈折波をすべてレイ (光線) として扱い, その代数和により空間内の電磁波を説明しようという手法である. しかし電磁波の照射されていない影領域 (Shadow Region) における界の存在は説明できない. GTD は回折レイの導入により, 影領域の電磁波を計算により求めることができる.

GTD は以下に述べる三つの仮説に基づいている. すなわち

(1) 回折波は境界面上の点を含むレイ経路に沿って伝搬する. これらのレイ経路は Fermat の原理に従う.

(2) 周波数が高いとき, 回折は反射, 屈折と同じく局所現象であると見なし, 回折波は回折点の近傍の散乱体の形状, 性質および入射波の性質で決められる.

(3) 回折界の振幅はレイ管 (ray tube) 内の電力保存の法則によって決定される.

(2) で述べたように, 局所現象ということは複雑な形状をもった散乱体でも回折点付近の形状に類似した単純な形状の解を求めればそれを当てはめることができる. そのさまざまな形状についての解が得られた問題を規範問題 (Canonical problem) といい, その代表的なものとしては球, 円筒, くさびなどが挙げられる.

### 2.2 UTD (Uniform GTD)

Kouyoumjian と Pathak は ISB (Incident Shadow Boundary), RSB (Reflection Shadow Boundary) での Keller の回折係数の発散を防ぐため Fresnel 積分を用いて一様に有限の値をとる回折係数を求め, また ray-fixed coordinate を導入して応用計算を楽にした. これが UTD (Uniform GTD)<sup>(2)</sup> である.

図 1 に示すように直線エッジに対し電磁波が斜めに入射してくるとき, UTD 回折界は次のように表される.

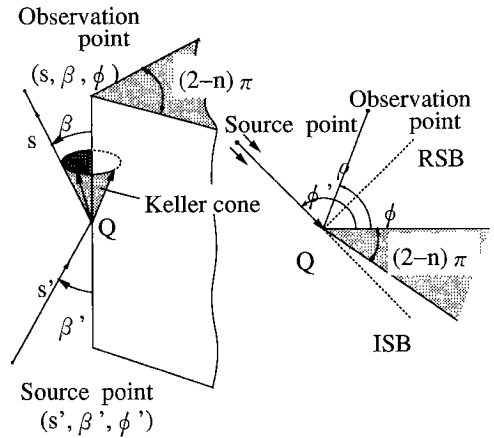


図 1 エッジ回折界  
Fig. 1 Edge diffraction.

$$\begin{bmatrix} E_{\beta}^d \\ E_{\phi}^d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -D_s & 0 \\ 0 & -D_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{\beta}^i \\ E_{\phi}^i \end{bmatrix} A(s) e^{-jhs} \quad (1)$$

$$D_{s,h} = -\frac{e^{-jn\pi/4}}{2n\sqrt{2\pi k} \sin \beta} \times \left\{ \cot \left[ \frac{\pi + (\phi - \phi')}{2n} \right] F[kLg^+(\phi - \phi')] + \cot \left[ \frac{\pi - (\phi - \phi')}{2n} \right] F[kLg^-(\phi - \phi')] \right\} \mp \left\{ \cot \left[ \frac{\pi + (\phi + \phi')}{2n} \right] F[kLg^+(\phi + \phi')] + \cot \left[ \frac{\pi - (\phi + \phi')}{2n} \right] F[kLg^-(\phi + \phi')] \right\} \quad (2)$$

ここで  $F(x)$  は Fresnel 積分で

$$F(x) = 2j\sqrt{x} e^{ix} \int_{\sqrt{x}}^{\infty} e^{-j\tau^2} d\tau \quad (3)$$

で表される.  $g^{\pm}(x)$  は

$$g^{\pm}(x) = 1 + \cos[x - 2\pi nN^{\pm}] \quad (4)$$

で表され,  $N^{\pm}$  は

$$2\pi nN^{\pm} - x = \pm \pi \quad (5)$$

の式を満たす最も近い整数である.  $L$  は距離パラメータ,  $A$  は減衰因子と呼ばれ入射波の種類に依存しているが, 球面波に対しては

$$L = \frac{ss' \sin^2 \beta'}{s + s'} \quad (6)$$

$$A(s) = \sqrt{\frac{s'}{s(s' + s)}} \quad (7)$$

と表される.

回折界は Fermat の原理に従って伝搬するため図 1 に示された円すい上のみ現れることになる. この円すいは Keller cone と呼ばれている.

### 2.3 ECM (Equivalent Current Method)

UTD は ISB, RSB での界の発散を除去したが, 回折界が集中する焦線付近の界の発散は依然解決しないままである. 1969 年 Ryan らはエッジ上に流れる電磁流を仮定しその積分により回折界を計算する手法を提案した. それが ECM (等価端部電磁流法)<sup>(3)</sup> である.

等価端部電磁流は GTD の回折界を基に導き出されたものであるため, その放射界は焦線から離れると GTD の回折界と一致する. 以下にその基本式を示す (図 2 参照). エッジ上の回折点  $Q$  における電磁流は次の式となる.

$$\begin{aligned} \tilde{I}_l(Q) = & \left( -\frac{1}{Z} \sqrt{\frac{8\pi}{k}} e^{-j\pi/4} \right) \\ & \times \frac{[\tilde{e} \cdot \mathbf{E}^i(Q)]}{\sqrt{\sin \beta' \sin \beta}} \tilde{D}_{s,h}^k(\phi, \phi'; \beta', \beta) \quad (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tilde{M}_l(Q) = & \left( -\frac{1}{Y} \sqrt{\frac{8\pi}{k}} e^{-j\pi/4} \right) \\ & \times \frac{[\tilde{e} \cdot \mathbf{H}^i(Q)]}{\sqrt{\sin \beta' \sin \beta}} \tilde{D}_{s,h}^k(\phi, \phi'; \beta', \beta) \quad (9) \end{aligned}$$

ここで  $\tilde{D}_{s,h}^k$  は Keller の回折係数  $D_{s,h}^k$  を任意の観測角に対応できるように修正したものであり, 次のように表される.

$$\tilde{D}_{s,h}^k(\phi, \phi'; \beta', \beta) = \frac{\sin \beta' D_{s,h}^k(\phi, \phi'; \beta')}{\sqrt{\sin \beta' \sin \beta}} \quad (10)$$

$$\begin{aligned} D_{s,h}^k(\phi, \phi'; \beta') = & \frac{e^{-j\pi/4} \sin(\pi/n)}{n\sqrt{2\pi k} \sin \beta'} \\ & \times \left\{ \frac{1}{\cos(\pi/n) - \cos[(\phi - \phi')/n]} \right. \\ & \left. \mp \frac{1}{\cos(\pi/n) - \cos[(\phi + \phi')/n]} \right\} \quad (11) \end{aligned}$$

これらの等価端部電磁流をエッジに沿って積分することにより, 回折界は次のように表される.

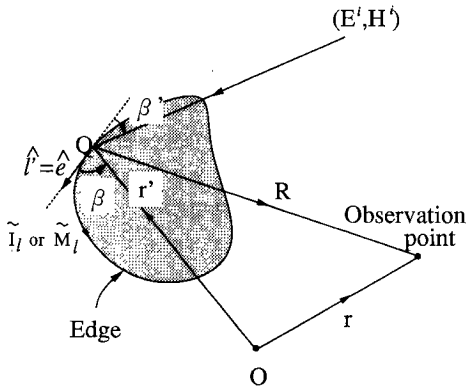


図 2 等価端部電磁流の概念図  
Fig. 2 ECM concept.

$$\begin{aligned} E_c^d(P) \approx & \frac{jkZ}{4\pi} \oint [\hat{\mathbf{R}} \times \tilde{\mathbf{R}} \times \tilde{I}_l(l') \hat{l}' \\ & + Y \tilde{\mathbf{R}} \times \tilde{M}_l(l') \hat{l}'] \frac{e^{-jkR}}{R} dl' \quad (12) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_c^d(P) \approx & \frac{-jk}{4\pi} \oint [\hat{\mathbf{R}} \times \tilde{I}_l(l') \hat{l}' \\ & - Y \tilde{\mathbf{R}} \times \tilde{\mathbf{R}} \times \tilde{M}_l(l') \hat{l}'] \frac{e^{-jkR}}{R} dl' \quad (13) \end{aligned}$$

ここで,  $\hat{\mathbf{R}}$  は単位ベクトルである.

等価端部電磁流には Keller の回折係数が含まれているため, 先ほど述べた ISB, RSB で解が発散するという欠点をもっている. これは回折係数の式を UTD の式に換えるといった方法, あるいは散乱体表面を短冊近似する方法<sup>(4)</sup> など多くの応用手法により改善される.

### 3. Burnside-Pathak によるコーナ回折公式

Burnside-Pathak のコーナ回折公式は, エッジ上の等価端部電磁流の積分を停留位相法で漸近計算して得られたものである, とされているが詳しい導出方法は明らかでない. また, 経験に基づく修正関数を含んでいる<sup>(4)</sup>. 以下に図 3 に示すような充実くさびによるコーナ回折公式<sup>(9)</sup> を示す. ここに,  $Q_E$  はその不連続をコーナ回折により補おうとしているエッジ回折の生ずるべき点であり, 半無限の実エッジ上にある場合とその延長上にある場合を共に含んでいる. なお, 以後はエッジ回折界を  $E^e$ , コーナ回折界を  $E^c$  と記すことにする.

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} E_{\theta'}^{e,c} \\ E_{\phi'}^{e,c} \end{bmatrix} = & \begin{bmatrix} -D_s^c & 0 \\ 0 & -D_h^c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{\theta'}^e \\ E_{\phi'}^e \end{bmatrix} \\ & \times \sqrt{\frac{s'}{s'(s'+s'')}} \sqrt{\frac{s(s+s_c)}{s_c}} \frac{e^{-jks}}{s} \quad (14) \end{aligned}$$

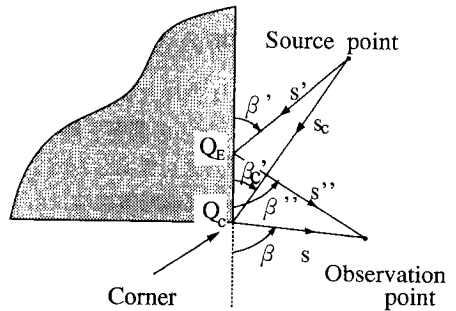


図 3 球面波入射に対するコーナ回折界  
Fig. 3 Corner diffraction for spherical wave incidence.

$$D_{s,h}^{\varepsilon} = \frac{e^{-j\pi/4}}{\sqrt{2\pi k}} C_{s,h}(Q_E) \frac{\sqrt{\sin \beta'_c \sin \beta}}{\cos \beta - \cos \beta'_c} \times F[kL_{ca}(\pi + \beta - \beta'_c)] \quad (15)$$

$$C_{s,h}(Q_E) = \frac{-e^{-j\pi/4}}{2n\sqrt{2\pi k} \sin \beta'} \times \left\{ \cot \left[ \frac{\pi + \gamma^-}{2n} \right] F[kLa^+(\gamma^-)] \left[ F \left[ \frac{kLa^+(\gamma^-)/2\pi}{kL_{ca}(\pi + \beta - \beta'_c)} \right] \right] + \cot \left[ \frac{\pi - \gamma^-}{2n} \right] F[kLa^-(\gamma^-)] \left[ F \left[ \frac{kLa^-(\gamma^-)/2\pi}{kL_{ca}(\pi + \beta - \beta'_c)} \right] \right] \right\} \mp \left\{ \cot \left[ \frac{\pi + \gamma^+}{2n} \right] F[kLa^+(\gamma^+)] \left[ F \left[ \frac{kLa^+(\gamma^+)/2\pi}{kL_{ca}(\pi + \beta - \beta'_c)} \right] \right] + \cot \left[ \frac{\pi - \gamma^+}{2n} \right] F[kLa^-(\gamma^+)] \left[ F \left[ \frac{kLa^-(\gamma^+)/2\pi}{kL_{ca}(\pi + \beta - \beta'_c)} \right] \right] \right\} \quad (16)$$

$$L = \frac{s's''}{s'+s''} \sin^2 \beta' \quad \gamma^\pm = \phi \pm \phi'$$

$$L_c = \frac{s_c s}{s_c + s}$$

ここで、関数  $a^\pm$  は式(4)の  $g^\pm$  と等しく、 $a$  は次のように定義される。

$$a(\psi) = 2 \cos^2 \frac{\psi}{2} \quad (17)$$

式(16)に含まれる次の関数が、経験的な修正関数である。

$$F \left[ \frac{kLa^\pm(\gamma^\pm)/2\pi}{kL_{ca}(\pi + \beta - \beta'_c)} \right] \quad (18)$$

この関数は、エッジによる幾何光学境界を観測点が横切るときに起こる符号変化の不連続をなくすために導入されている。しかし、理論的根拠がないうえ、その変数の分子は幾何光学境界 ( $\gamma^\pm = \pi$ ) で、分母はエッジ回折境界 ( $\beta = \beta'_c$ ) で互いに無関係に零に近づくと、両者の重なる点でその値は不定となる。すなわち、false singularity を生じてしまうという欠点がある<sup>(8)</sup>。またコーナ回折はコーナにおける回折現象であるにもかかわらず、この公式ではエッジ回折点に関するパラメータを求めなければならない。

#### 4. 張によるコーナ回折公式

Burnside-Pathak の公式は先ほど述べたような欠点を有しているわけだが、これらの問題を解決するため張らは、新しいコーナ回折公式を提案した<sup>(5),(6)</sup>。これは、式(8)で表された従来の等価端部電磁流において、Keller の回折係数の代わりに UTD の回折公式を組み込み、エッジ上を積分して得られた式を停留位相法で漸近計算することにより求められる (図3参照)。

このコーナ回折界の hard 偏波成分, soft 偏波成分

をまとめて書くと次のようになる。

$$\begin{bmatrix} E_{\beta'_c}^s \\ E_{\beta'_c}^c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -D_s^c & 0 \\ 0 & -D_h^c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_{\beta'_c}^i \\ E_{\beta'_c}^i \end{bmatrix} \frac{e^{-jks}}{s} \quad (19)$$

平面コーナの場合その回折係数は、

$$D_{s,h}^{\varepsilon} = \frac{j}{4\pi k} \frac{F[kL_{ca}]}{(\cos \beta - \cos \beta'_c)} \times \left\{ \frac{F[kLa(\gamma^-)]}{\cos \frac{\gamma^-}{2}} \mp \frac{F[kLa(\gamma^+)]}{\cos \frac{\gamma^+}{2}} \right\} \quad (20)$$

$$\gamma^\pm = \phi \pm \phi'$$

$$L = \frac{s_c s}{s_c + s} \sin \beta'_c \sin \beta$$

$$a_c = \frac{(\cos \beta - \cos \beta'_c)^2}{2}$$

$$L_c = \frac{ss_c}{s \sin^2 \beta'_c + s_c \sin^2 \beta}$$

また、充実くさびにおけるコーナ回折係数は、次のように書ける。

$$D_{s,h}^c = \frac{e^{-j\pi/4} \sin \beta'_c}{\sqrt{2\pi k}} D_{s,h} \frac{F[kL_{ca}]}{\cos \beta - \cos \beta'_c} \quad (21)$$

但し、

$$D_{s,h} = \frac{-e^{-j\pi/4}}{2n\sqrt{2\pi k} \sin \beta'_c} \left\{ \cot \left[ \frac{\pi + \gamma^-}{2n} \right] F[kLa^+(\gamma^-)] + \cot \left[ \frac{\pi - \gamma^-}{2n} \right] F[kLa^-(\gamma^-)] \right\} \mp \left\{ \cot \left[ \frac{\pi + \gamma^+}{2n} \right] \times F[kLa^+(\gamma^+)] + \cot \left[ \frac{\pi - \gamma^+}{2n} \right] F[kLa^-(\gamma^+)] \right\} \quad (22)$$

張のコーナ回折公式はコーナに関する情報だけで計算され、また  $F(x)/\sqrt{x}$  の型の二つの関数の積の和で与えられるため、全領域で一意的に決定されるので Burnside らの公式に見られた false singularity をもたない。

#### 5. 両公式の問題点

簡略のため Burnside と Pathak の公式を BP 公式、張 (Zhang) の公式を Z 公式と呼ぶことにする。

これまで BP 公式は方形平板の散乱断面積<sup>(4)</sup>、Z 公式は優角コーナリフレクタアンテナの放射パターン<sup>(5),(6)</sup>の解析に適用され、有効な結果が得られているが両者の詳細な比較はまだ行われていない。ここでは両手法を平板直角コーナにおける回折に適用し、数値的な比較を行いそれぞれの問題点を述べる<sup>(11)</sup>。

図4に示された4分の1無限導体板と微小ダイポールから構成されたモデルにおける遠方領域での界を観測方向を変えて計算を行う。座標系はz軸がエッジ1

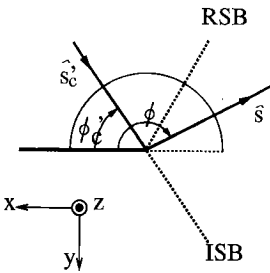
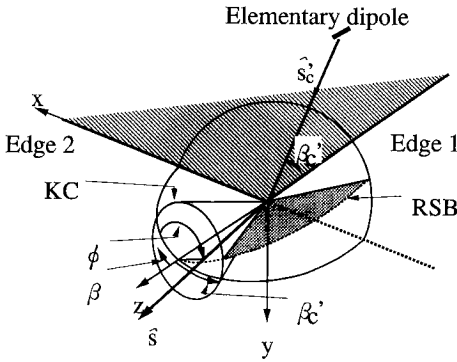


図4 計算モデル  
Fig. 4 Model for calculation.

に平行、 $x$  軸がエッジ2に平行となるように構成されている。 $\hat{s}_c$ ,  $\hat{s}$  はそれぞれ波源からコーナへ、コーナから観測点へ向かう単位ベクトルであり、 $\beta_c$ ,  $\beta$  はそれぞれエッジ1と  $\hat{s}_c$ ,  $\hat{s}$  が成す角、 $\phi_c$ ,  $\phi$  はそれぞれ反射板表面と  $\hat{s}_c$ ,  $\hat{s}$  が成す角である。ISB, RSBはエッジ1に対する入射、反射影境界であるがここでKCはエッジ回折界が存在するかしないかを表す境界、つまりエッジ回折影境界を意味している。

この計算では、波源からコーナまでの距離  $s_c$  を  $1.5\lambda$ 、観測点は無限遠方、 $\beta_c$  は  $45^\circ$ 、 $\phi_c$  は  $54^\circ$  とし、 $\beta$ ,  $\phi$  を観測点のパラメータとして用い計算を行った。図5~10にその結果を示す。それぞれの界は入射界の最大値  $E_0$  で規格化されており、KCは  $45^\circ$ 、RSBは  $126^\circ$  である。なお観測パラメータ  $\phi$  はエッジ、コーナ両回折界が  $\phi=180^\circ$  を境に対称となるので、 $\phi > 180^\circ$  は計算をしていない。

図5は反射板による反射界を示している。反射板は  $x > 0$  かつ  $z < 0$  の範囲のみに存在するため、不連続が生じているが、この不連続はエッジ1, 2での回折界で補える。ここではエッジ1に関する界を中心に説明する。

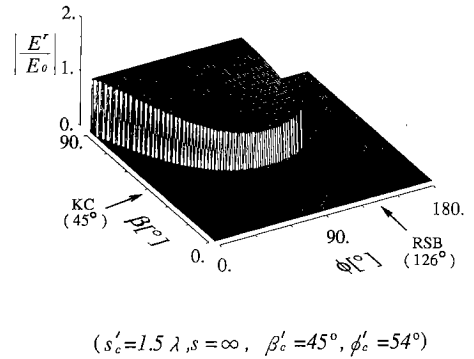


図5 反射界  
Fig. 5 Reflected field.

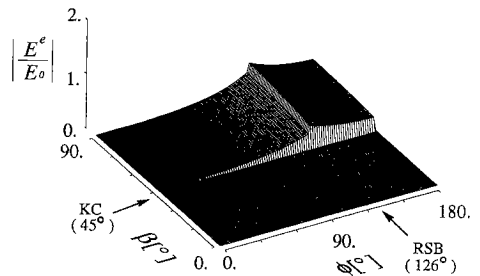
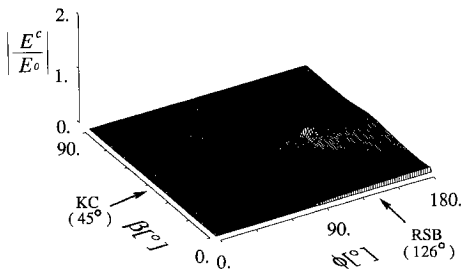


図6 エッジ1による回折界  
Fig. 6 Diffracted field at edge 1.

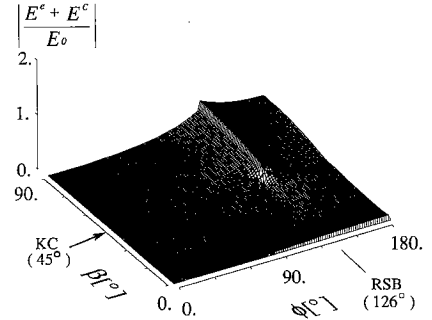
図6はエッジ1によるUTD回折界である。この回折界は反射界のRSB上の不連続を補正するのだが、KC内部 ( $\beta < 45^\circ$ ) にはこの回折界が存在しないため、そこに不連続が存在する。この不連続を補正するのがコーナ回折界である。

図7(a), (b)に両公式によるコーナ回折界を示す。これらの図より、Z公式の結果にはRSB上で値が小さく変化しているのに対し、BP公式の結果は連続な値をもっていることがわかる。これはBP公式が経験的な修正関数をもつためである。

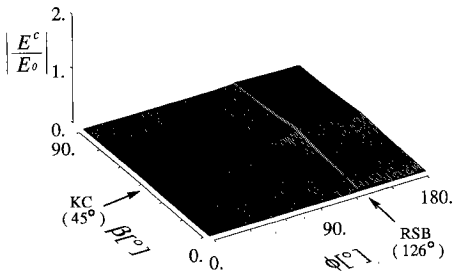
なおこの結果にはBP公式の修正関数に含まれた false singularity を計算から取り除いている。またBP公式には  $\beta=0^\circ$  で、小さな変化する値をもっているがZ公式にはそれが無いことがわかる。 $\beta=0^\circ$  というのは観測点がエッジ延長線上にあることを意味するが、エッジ等価電磁流の概念からそこに回折界は存在しないはずである。これは、BP公式がエッジ回折点に関するパラメータを含んでいることが原因である。 $\beta=0^\circ$



(a) Burnside and Pathak's formula



(a) Burnside and Pathak's formula

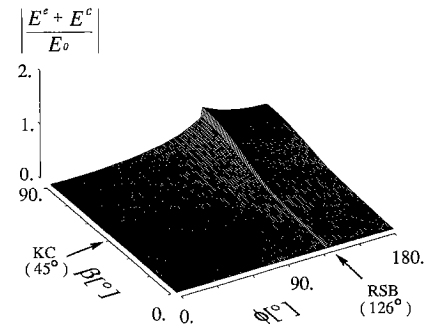


(b) Zhang's formula

( $s'_c = 1.5 \lambda, s = \infty, \beta'_c = 45^\circ, \phi'_c = 54^\circ$ )

図7 コーナ回折界

Fig. 7 Corner diffracted field.



(b) Zhang's formula

( $s'_c = 1.5 \lambda, s = \infty, \beta'_c = 45^\circ, \phi'_c = 54^\circ$ )

図8 エッジ回折界+コーナ回折界

Fig. 8 Edge+corner diffracted field.

のときエッジ回折は edge-on-incidence となり、回折点はエッジを延長した線上の無限遠方にあることになり、正確な解は求まらない。

エッジ回折界にコーナ回折界を加えた結果を図8(a), (b)に示す。両者ともエッジ回折界の結果に見られたKC上での不連続は補正され連続になっているが、RSB上で両者に違いが見られる。BP公式ではRSB上のコーナ回折界の値が小さいために、元から存在したエッジ回折界がほとんど影響されずにそのまま残っているが、Z公式では先ほど述べた小さく変化する値のために元のエッジ回折界に変化が見られる。ここで注意すべき点は、エッジ回折界は反射界の不連続を補正するための界であることである。もしエッジ回折界の値が変えられてしまえば、この反射界の不連続は補正されないことになる。

図9(a), (b)は図8(a), (b)の結果に反射界を加えた結果である。BP公式では反射界の不連続は補われているがZ公式ではRSB上で不連続が存在する。

この原因は先ほど述べたZ公式のコーナ回折界がエッジ回折界に影響を与えてしまうことである。

エッジ2に関するエッジ回折界、コーナ回折界を考慮すると図10(a), (b)のようになる。これらの図から明らかなようにBP公式では全体がほぼ連続的な値となっているがZ公式では大きな不連続が存在する。

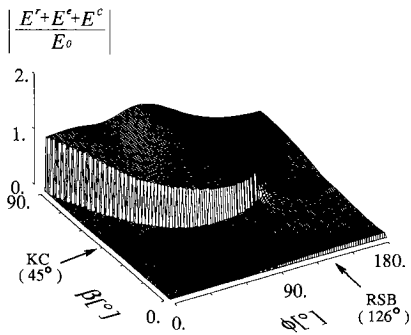
以上の結果より、両公式の問題点を次のように列挙することができる。

\* BP公式

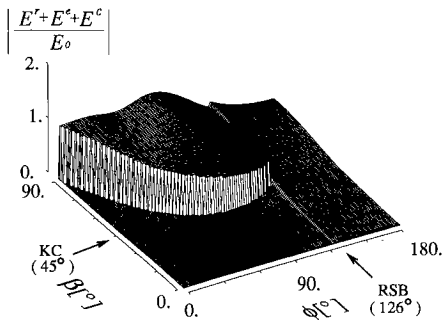
- 幾何光学境界とエッジ回折境界の重なる点では計算不能な false singularity が存在する。
- $\beta = 0^\circ$  で無視できない値をもつ
- コーナ回折はコーナにおける回折現象であるにもかかわらず、エッジに関するパラメータを必要とする。

\* Z公式

- 幾何光学境界上の小さく変化する値により、全電



(a) Burnside and Pathak's formula



(b) Zhang's formula

( $s'_c = 1.5 \lambda, s = \infty, \beta'_c = 45^\circ, \phi'_c = 54^\circ$ )

図9 反射界+エッジ回折界+コーナ回折界

Fig.9 Reflected + edge diffracted + corner diffracted field.

界に不連続が生ずる。

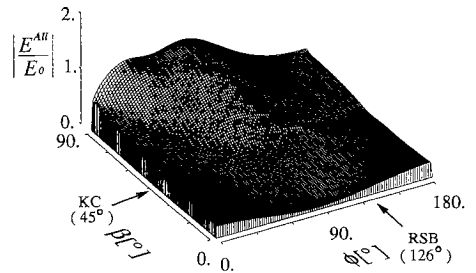
Z公式ではBP公式で見られた問題はすべて解決しているのだが、すべての界を考慮すると不連続が存在するという大きな問題をもっている。次章はZ公式がもつこの問題を解決する一手法を述べる。

### 6. 張のコーナ回折公式の修正

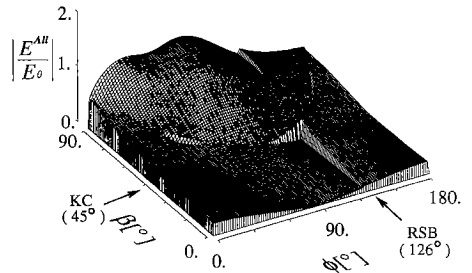
Z公式によるコーナ回折界には図7(a), (b)からわかるように、照射領域から影領域に観測点が移動するとき、小さいが値が突然変化する特徴をもっている。この原因は以下のような理由から生ずる。

式(20)において  $\phi \rightarrow \pi - \phi'$  ( $\phi > \pi - \phi'$ ) のとき  $\cos \frac{\gamma^+}{2}$  は +0 に近づく。しかし  $F[kLa(\gamma^+)]$  も 0 に近づき、近似式

$$F[x]_{x \rightarrow 0} \approx \sqrt{\pi x} e^{j(\pi/4+x)} \quad (23)$$



(a) Burnside and Pathak's formula



(b) Zhang's formula

( $s'_c = 1.5 \lambda, s = \infty, \beta'_c = 45^\circ, \phi'_c = 54^\circ$ )

図10 全電界

Fig.10 Total field.

により、

$$\frac{1}{\cos \frac{\gamma^+}{2}} F[kLa(\gamma^+)] \approx +1 \quad (24)$$

となる。ところが  $\phi \rightarrow \pi - \phi'$  ( $\phi < \pi - \phi'$ ) のとき、 $\cos \frac{\gamma^+}{2}$  は -0 に近づき

$$\frac{1}{\cos \frac{\gamma^+}{2}} F[kLa(\gamma^+)] \approx -1 \quad (25)$$

となる。つまり、 $\phi = \pi - \phi'$  を境にしてZ公式は +1 から -1 に値が変わってしまう部分をもっている。これが原因となり、RSB上に突然変化する値を発生させている。

この特徴はUTD回折係数から引き継いだものであり、エッジ回折界にも同様な現象が見られる(図6参照)。

BP公式にも同様の計算式が含まれているが、式(18)の経験的な修正関数が

$$F\left[\frac{kLa(\gamma^\pm)/2\pi}{kL_c a(\pi + \beta - \beta'_c)}\right]_{\phi \rightarrow \pi - \phi} \rightarrow 0 \quad (26)$$

になるため、RSB上の値は連続となる。以上のことは数値的に図7(a)で確かめられる。

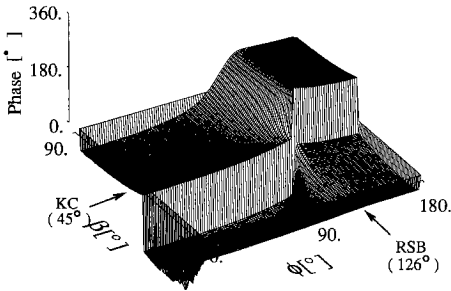
図11(a), (b)は各コーナ回折界の位相を图示したものであるが、これらの図を見てもわかるようにZ公式ではRSB上で位相が突然変化しているのに対し、BP公式では連続的に変化していることがわかる。

我々はZ公式におけるRSB上の位相変化をBP公式のように連続的にするため、式中に虚数部分を与えるという修正を行った<sup>(11)</sup>。以下に虚数部分を与えるとはどういうことなのかを説明する。

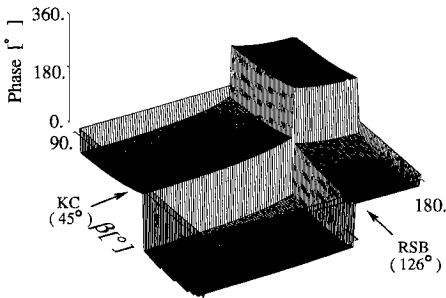
例えば先ほど述べた符号の変化を引き起こす式(24)は

$$\frac{1}{\cos \frac{\gamma^+}{2} + j\epsilon} F[kLa(\gamma^+)] \quad (\epsilon \neq 0) \quad (27)$$

のような虚数部分  $j\epsilon$  を含んだ式に変形することにより、全体の位相は連続的になる。



(a) Burnside and Pathak's formula



(b) Zhang's formula

$$(s'_c = 1.5\lambda, s = \infty, \beta'_c = 45^\circ, \phi'_c = 54^\circ)$$

図11 コーナ回折界の位相  
Fig. 11 Phase of corner diffracted field.

理論的な根拠はないが式(22)において、次のような変形を行うことで良好な結果が得られた。

$$\cot\left[\frac{\pi \pm \gamma^\pm}{2n}\right] \rightarrow \frac{1}{\tan\left[\frac{\pi \pm \gamma^\pm}{2n}\right] - j|\cos \beta - \cos \beta'_c|} \quad (28)$$

この式における  $-j|\cos \beta - \cos \beta'_c|$  は、経験的に求められた式である。

このような修正を行った張公式はオリジナルの張公式と区別するため、Modified Zhang 公式(MZ 公式)と呼ぶことにする。

### 7. 比較検討

以下にMZ公式を用いて、これまでと同様のモデルでの計算結果を示しBP公式、Z公式との比較を行う。

図12はコーナ回折界の位相変化を、図13は振幅変化を图示したものである。図7(b)のZ公式で見られたRSB上の小さな値がなくなり、同図(a)のBP公式の結果に近い値が得られていることがわかる。なお、このMZ公式による結果においてもZ公式と同様に  $\beta = 0^\circ$  で電界は0に収束しており、BP公式の結果(図

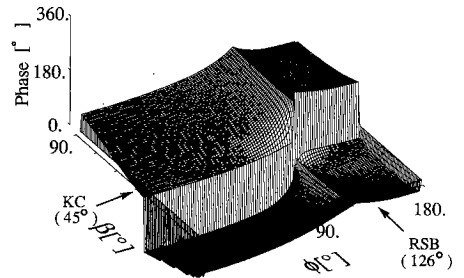


図12 コーナ回折界の位相 (Modified Zhang)  
Fig. 12 Phase of corner diffracted field (Modified Zhang).

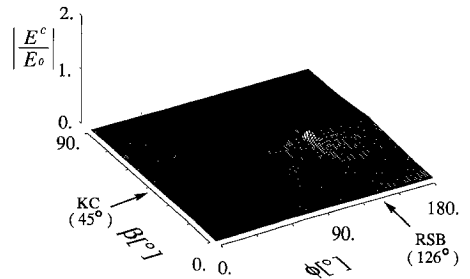


図13 コーナ回折界 (Modified Zhang)  
Fig. 13 Corner diffracted field (Modified Zhang).



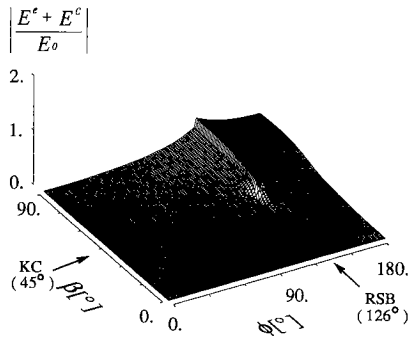


図 14 エッジ回折界+コーナ回折界 (Modified Zhang)  
Fig. 14 Edge + corner diffracted field (Modified Zhang).

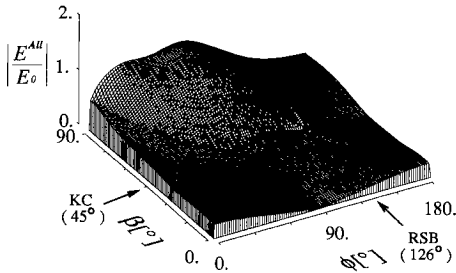


図 15 全電界 (Modified Zhang)  
Fig. 15 Total field (Modified Zhang).

7(a)) で見られるような値は存在しない。

図 14 はエッジ回折界とコーナ回折界の和を示している。ここでも BP 公式と同様に、元から存在したエッジ回折界の値は保持されたままの結果が得られている。

図 15 は全電界を考慮したときの結果である。この図からわかるように Z 公式の結果で見られた界の不連続はなくなり、すべての領域において連続な値が得られていることがわかる。しかし、KC と RSB の交点付近において界が小さく波打っている。

以上の結果は、微小ダイポールと 4 分の 1 無限平板という仮想モデルに対し数値計算を行ったものであるため、実験値との比較は行えない。式(28)の修正項の導入に対する理論的根拠を与えると共に、現実的モデルによる実験値との詳細な比較検討が待たれる。

## 8. むすび

本研究では、まず GTD の未解決の規範問題であるコーナ回折において、二つの近似公式、すなわち BP 公式と Z 公式の比較を行った。それにより、Z 公式は BP

公式で見られたいくつかの欠点を解決してはいるが全電界において不連続を引き起こすという大きな欠点があることがわかった。

そこで、この不連続をなくすために公式中の符号が突然変わる項を虚数部分を含んだ式に変形するという修正を行い MZ 公式を導いた。この修正は経験に基づき、理論的根拠はないが、MZ 公式は計算が簡便であり、一様に連続的な回折界を与える。

これまで、優角コーナリフレクタアンテナや 3 次元コーナリフレクタアンテナ<sup>(12)</sup> に応用して、その実用性を確かめている。そして、コーナをもつ他の多くの構造に対して本理論を適用し、その適否に関する判断資料を収集することが今後の課題である。

## 文 献

- (1) Keller J. B.: "Geometrical theory of diffraction", J. Opt. Soc. Am., **52**, 2, pp. 116-130 (Feb. 1962).
- (2) Kouyoumjian R. G. and Pathak P. H.: "A uniform geometrical theory of diffraction for an edge in a perfectly conducting surface", Proc. IEEE, **62**, 11, pp. 1448-1461 (Nov. 1974).
- (3) Ryan C. E., Jr. and Peters L., Jr.: "Evaluation of edge-diffracted fields including equivalent currents for the caustic regions", IEEE Trans. Antennas & Propag., **AP-17**, 3, pp. 292-299 (July 1969).
- (4) Sikta F. A., Burnside W. D., Chu T. T. and Peters L., Jr.: "First-order equivalent current corner-diffraction scattering from flat-plate structures", IEEE Trans. Antennas & Propag., **AP-31**, 4, pp. 584-589 (July 1983).
- (5) Zhang X., Inagaki N. and Kikuma N.: "A corner diffraction formula", IEEE AP-S International Symposium, California, pp. 1290-1293 (1989).
- (6) 張 旭, 稲垣直樹, 菊間信良: "コーナ回折を含んだ GTD とその優角コーナリフレクタアンテナの放射特性への応用", 信学論 (C-I), **J74-C-I**, 4, pp. 109-118 (1991-04).
- (7) Marhefka R. J. and Brinkley T. J.: "Comparison of methods for far zone scattering from a flat plate and cube", Applied Computational Electromagnetics Society Journal and Newsletter, **3**, 2, pp. 57-78 (Fall 1988).
- (8) Michaeli A.: "Comments on 'First-Order Equivalent Current and Corner Diffraction Scattering from Flat Plate Structures'", IEEE Trans. Antennas & Propag., **AP-32**, 9, pp. 1011-1012 (Sept. 1984).
- (9) Lo Y. T. and Lee S. W. (ed.): "Antenna Handbook", Chapter 4, Van Nostrand Reinhold Company Inc., New York (1988).
- (10) James G. L.: "Geometrical Theory of Diffraction for Electromagnetic Waves", Peter Peregrinus Ltd., London (1986).
- (11) Higa Y., Inagaki N. and Kikuma N.: "Numerical comparison of two corner diffraction formulas applicable to spherical wave incidence", Proceedings of

ISAP'92, Sapporo, pp. 565-568 (1992).

- (12) 内川 潔, 橋本安世, 菊間信良, 稲垣直樹: “3次元コーナリフレクタアンテナとそのUTDによる解析”, 信学技報, A, P93-104 (1993).

(平成6月7月29日受付, 11月7日再受付)



**比嘉 良史**

平3名工大・工・電気情報卒。平5同大学院博士前期課程了。同年横河メディカルシステム入社。在学中、電磁界理論の研究に従事。



**内川 潔**

平4名工大・工・電気情報卒。平6同大学院博士前期課程了。同年日電入社。在学中、電磁界理論の研究に従事。



**稲垣 直樹**

昭37東工大・工・電気卒。昭42同大学院博士課程了。工博。同年東工大助手。昭45名工大助教授。昭59同教授。アンテナおよび電磁界理論の研究に従事。39年度稲田賞。49年度本会論文賞。58年度本会業績賞各受賞。著書「電気・電子学生のための電磁波工学」など。IEEE会員。



**菊間 信良**

昭57名工大・工・電子卒。昭62京大大学院博士課程了。工博。同年同大学助手。昭63名工大助手。平2同大学講師。平4同大学助教授。現在に至る。アダプティブアレイ、多重波伝搬解析、構内無線通信、電磁界理論の研究に従事。第4回電気通信普及財団賞受賞。IEEE会員。