

## 非一様解像度フィルタに基づく適応アルゴリズム

内藤 幸宏<sup>†</sup>徳田 恵一<sup>†</sup>金子 峰雄<sup>†</sup>

## An Adaptive Algorithm Based on Non-uniform Resolution Filter

Yukihiro NAITO<sup>†</sup>, Keiichi TOKUDA<sup>†</sup>, and Mineo KANEKO<sup>†</sup>

あらまし 近年、広帯域信号を扱う音響、オーディオなどの分野で、大規模な適応フィルタを低演算量で実現することが必要となっている。本論文では未知系インパルス応答の時間周波数領域における特徴を利用した効率的な適応フィルタを提案する。そのためにまず未知系インパルス応答の時間周波数領域での特徴を抽出することのできるフィルタ構造を示し、これに対して少ないタップ係数を割り当てることによってインパルス応答を時間周波数領域で非一様な解像度で表現する非一様解像度フィルタを提案する。次いで、このフィルタ構造に基づく適応アルゴリズムを導出する。シミュレーションによって、未知系が時間周波数領域で偏りをもつとき、提案手法によって演算量を削減できることを示す。

キーワード 非一様解像度フィルタ、ウェーブレット変換、適応フィルタ、適応アルゴリズム

## 1. ま え が き

適応フィルタ技術は、システム同定、伝送路の適応等化、線形予測符号化、スペクトル推定、電話回線でのエコーキャンセラ等に幅広く応用されている [1]。

そこで用いられる適応フィルタとしては、その安定性、簡潔性等の理由からトランスバーサル型フィルタが一般に広く用いられている。しかしながら、近年適応フィルタ技術の応用が期待されている音響の分野や、オーディオ帯域を扱う分野 [2] においては、未知系のインパルス応答が長大となり、数千から数万次の適応トランスバーサルフィルタが必要となってくる。低演算量の LMS タイプの適応アルゴリズムを使用した場合でも演算量はフィルタ次数に比例して増加する。また品質向上のため標準化周波数を上げれば、必要なフィルタ次数自体も標準化周波数に比例して増加する。よって、このような大規模なフィルタを汎用 DSP で実時間で処理するのは現在のところ非常に困難となっている。

この問題を解決する手段として、ブロック化と FFT (Fast Fourier Transform) を用いて畳込み等を計算することによって、演算量を削減する方法がある [3]。

この手法においてはブロック化する長さを大きくすることにより、演算量削減の効果は上がるが、アルゴリズム自体に遅延を生ずるという欠点がある。このアルゴリズムの遅延は、ネットワーク中においてはエコーの顕在化などの悪影響を及ぼすため極力小さくしなければならない。

また帯域分割型適応フィルタを用いて、デシメーションにより演算量を削減する手法がある [4]。しかしながらエイリアシングの影響で十分な打ち消し特性が得られないという欠点がある。この欠点は帯域分割型適応フィルタにクロス成分を含ませることで近似的に解決できることが示されたが [5]、クロス成分のために演算量削減の効果が薄れ、またアルゴリズムに遅延が生じるという欠点は依然として解決されていない。

以上の手法は、演算量を削減する代償として、遅延を許す方法と考えられる。これらデシメーションにより演算量を削減する手法とは別の手法として、未知系インパルス応答の特徴を利用した効率的な適応フィルタが提案されている。

例えば、衛星回線をいくつか通ったとき等に生じるマルチプルエコーを除去するためのエコーキャンセラにおいては、未知系インパルス応答は値をもたない部分が多いという時間領域での特徴がある。この特徴を利用し、少ないタップ係数を適応的に割り当てることで効率的にマルチプルエコーを除去する手法が提案さ

<sup>†</sup> 東京工業大学工学部電気・電子工学科, 東京都

Department of Electrical and Electronics, Faculty of Engineering, Tokyo Institute of Technology, Ookayama, Meguro-ku, Tokyo, 152 Japan

れている [6]～[9].

また, ALE (Adaptive Line Enhancement) 等のように, 適応フィルタとして狭帯域のインパルス応答を表現できれば良い場合に, 演算量を削減する手法が提案されている [10]. これはインパルス応答の周波数領域での特徴を利用したものと言える.

また, 電話回線でのエコーキャンセラのように, 後部においてなだらかなインパルス応答をもつ場合にこの部分を IFIR フィルタ (Interpolated FIR フィルタ) [11] を用いることによって演算量を削減する手法も提案されている [12]. これは未知系インパルス応答の時間周波数領域での簡単な特徴を利用したものと言える.

本論文では, 未知系のインパルス応答が時間周波数領域で複雑な特徴をもっている場合を想定し, このインパルス応答を時間周波数領域で非一樣な解像度で効率的に表現する非一樣解像度フィルタとこれに基づく適応アルゴリズムを提案する. このインパルス応答が時間周波数領域で複雑な特徴をもつ場合として, 例えば音響エコーキャンセラが考えられる. 音響エコーキャンセラの未知系インパルス応答は壁や障害物による反射, 吸収が繰り返されることによって生成される. この反射, 吸収には周波数特性があることが知られており [13], 反射, 吸収が繰り返されるインパルス応答の後部にいくに従って, インパルス応答の帯域が局在化するという時間周波数領域での特徴が存在することが予想される.

このような特徴を利用するために, 本論文ではまず 2. で, 未知系インパルス応答の時間周波数領域での特徴を抽出することのできる時間周波数領域でのフィルタを提案し, そのタップ係数を適当に配置することによって未知系インパルス応答を時間周波数領域で非一樣な解像度で表現する非一樣解像度フィルタを提案する. 3. では, 2. で提案した非一樣解像度フィルタに基づく適応アルゴリズムについて述べ, また 4. でインパルス応答が時間周波数領域で局在化したシステムを同定するシミュレーションにより, 提案手法の有効性を示す. 5. で提案手法と各種周波数領域適応フィルタ, 帯域分割型適応フィルタ等との関係について検討し, 6. で結論を述べる.

## 2. 非一樣解像度フィルタ

### 2.1 時間周波数変換によるフィルタと非一樣解像度フィルタ

実現したいシステムのインパルス応答を,

$$\mathbf{h} = [h_0, h_1, \dots, h_{L-1}]^T \quad (1)$$

とする. また,  $\mathbf{h}$  の表す空間の基底をベクトル  $\mathbf{v}_0 \sim \mathbf{v}_{L-1}$  とする. ここで  $\mathbf{v}_i$  は,  $L$  次のベクトルで,

$$\mathbf{v}_i = [v_{i0}, v_{i1}, \dots, v_{iL-1}]^T \quad (2)$$

である. このとき  $\mathbf{h}$  は

$$\mathbf{h} = \sum_{i=0}^{L-1} \mathbf{v}_i w_i = \mathbf{V}^T \mathbf{w} \quad (3)$$

と, この基底  $\mathbf{v}_0 \sim \mathbf{v}_{L-1}$  を用いて表現することができる. 但し,  $\mathbf{V}$  は,  $\mathbf{v}_0 \sim \mathbf{v}_{L-1}$  からなる行列

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_0^T \\ \mathbf{v}_1^T \\ \vdots \\ \mathbf{v}_{L-1}^T \end{bmatrix} \quad (4)$$

また,  $\mathbf{w}$  はそれぞれの係数  $w_0 \sim w_{L-1}$  からなるベクトル

$$\mathbf{w} = [w_0, w_1, \dots, w_{L-1}]^T \quad (5)$$

である.

今, インパルス応答  $\mathbf{h}$  をもつシステムに信号列  $x(n)$  が入力されたときの出力を  $y(n)$  とすれば,

$$y(n) = \mathbf{x}^T(n) \mathbf{h} \quad (6)$$

となる. 但し  $\mathbf{x}(n)$  は入力  $x(n)$  からなる入力ベクトル

$$\mathbf{x}(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-L+1)]^T \quad (7)$$

である. ここで, 式 (6) に式 (3) を代入すれば,

$$y(n) = \mathbf{x}^T(n) \mathbf{h} = \mathbf{x}^T(n) \mathbf{V}^T \mathbf{w} = \mathbf{z}^T(n) \mathbf{w} \quad (8)$$

但し,

$$\begin{aligned} \mathbf{z}(n) &= [z_0(n), z_1(n), \dots, z_{L-1}(n)]^T \\ &= \mathbf{V} \mathbf{x}(n) \end{aligned} \quad (9)$$

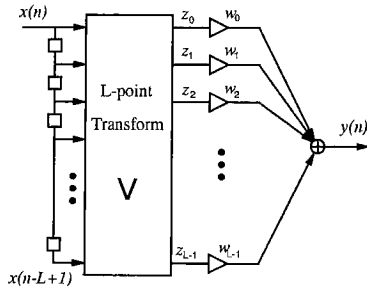


図1 変換  $V$  を用いて表現されたトランスバーサルフィルタ

Fig.1 Transversal filter represented by using transform  $V$ .

となる。ここで  $z(n)$  は入力ベクトル  $x(n)$  を変換行列  $V$  で変換したものであり、 $z_i(n)$  は、入力ベクトル  $x(n)$  と基底ベクトル  $v_i$  との内積になっている。この様子を図1に示す。

基底  $v_i$  が時間領域で局在しているとき、例えば  $V$  が単位行列のとき、 $h$  が  $h \geq L/2$  でしか値をもたないという時間領域での特徴は、 $w_l = 0, l < L/2$  のように係数  $w$  に反映され、 $h$  を少ない係数により表現することができる。しかし、 $V$  が単位行列の場合には、 $h$  が周波数領域で特徴をもつときに少ない係数で  $h$  を表現することはできない。逆に、 $h$  が高い周波数領域でしか値をもたない、例えば、 $h$  の DFT 係数が高次の係数にしか値をもたない、という周波数領域での特徴をもつ場合には、 $V$  が単位行列では  $w$  を削減することはできない。この場合、周波数領域で局在化した基底からなる  $V$  として DFT 行列を用いれば、 $w$  は  $h$  の DFT 係数となるため、 $w$  のうちの少ない係数のみで  $h$  を表現することができる。

実際の応用では、 $h$  が時間領域で偏っているか、周波数領域で偏っているかをあらかじめ知ることはできず、また時間および周波数で同時に局在化した基底も存在しない。しかし、時間、周波数領域両方である程度局在した変換  $V$  (例えば、STFT (Short Time Fourier Transform), LOT, ウェーブレット変換など) を用いて、 $w$  のうちの少ない係数を選ぶことにより、いずれの場合にもある程度対応することができる。

このようにして、インパルス応答  $h$  が  $w$  のうちの少ない係数によって表現されたトランスバーサルフィルタは、インパルス応答が時間周波数領域で非一様な解像度で表現されていることから、これを非一様な解像度フィルタと呼ぶことにする。

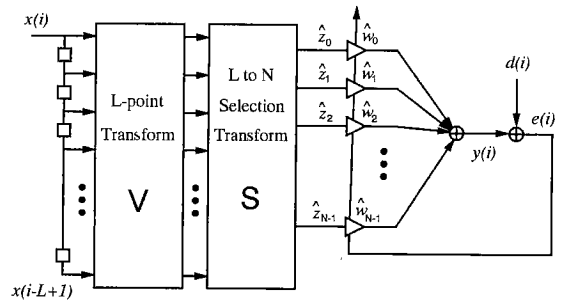


図2 非一様な解像度フィルタに基づく適応フィルタ

Fig.2 Adaptive filter based on non-uniform resolution filter.

次にこの非一様な解像度フィルタの入出力関係式を示す。 $L$  個の時間周波数領域フィルタから、 $N$  ( $N < L$ ) 個の係数を選択したものを非一様な解像度フィルタの係数

$$\hat{w} = [\hat{w}_0, \hat{w}_1, \dots, \hat{w}_N] \quad (10)$$

とする。本来の係数ベクトル  $w$  と  $\hat{w}$  の関係は、タップ選択行列  $S$  を用いて

$$\hat{w} = Sw \quad (11)$$

と表現できる。ここで  $S$  は  $N \times L$  の行列で、例えば、

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \ddots \end{bmatrix} \quad N \quad (12)$$

のように、各行の要素のうち一つだけが1、残りが0となる行列である。このとき、この非一様な解像度フィルタのインパルス応答を  $\hat{h}$  とすれば、

$$\hat{h} = V^T S^T \hat{w} \quad (13)$$

を得る。フィルタ出力  $y(n)$  は入力ベクトル  $x(n)$  と  $\hat{h}$  との内積で与えられ、

$$\begin{aligned} y(n) &= x^T(n) V^T S^T \hat{w} = z^T(n) S^T \hat{w} \\ &= \hat{z}^T(n) \hat{w} \end{aligned} \quad (14)$$

となる。ここで  $\hat{z}(n)$  は  $N$  次のベクトルで、

$$\hat{z}(n) = Sz(n) \quad (15)$$

であり、 $z(n)$  から行列  $S$  によって選択された要素をもつことになる。この様子を図2に示す。

2.2 スライディングウェーブレット変換を用いたフィルタ構造

時間周波数領域フィルタの出力  $y(n)$  は式 (8) のように係数  $w$  と、入力ベクトル  $x(n)$  を変換行列  $V$  で変換したベクトル  $z(n)$  との内積である。使用する変換を選択するにあたって、変換部分の演算量が小さいものを選ぶ必要がある。

ここで各時刻での  $z(n)$  を考えると、

$$\vdots$$
$$z(n) = Vx(n) \tag{16}$$

$$z(n+1) = Vx(n+1) \tag{17}$$

となるが、 $x(n+1)$  は  $x(n)$  をスライドし、一番古い信号  $x(n-L+1)$  がなくなり、新しい信号  $x(n+1)$  が入るだけである。このときに  $z(n+1)$  をこれより以前の  $z(n), z(n-1), \dots$  を使って簡潔に計算する手法がスライディング変換である。例えば DFT にはスライディング DFT が存在し比較的簡潔に計算することができる [3]。本論文では、時間周波数変換としてウェーブレット変換を用いることでスライディング変換を簡潔に行うことを考える。

まず本節では、ウェーブレット基底の生成方式について簡単に説明し、この生成方式によりスライディング変換が簡潔に行えることを示す。そしてスライディングウェーブレット変換を用いた時間周波数領域フィルタを示す。

ウェーブレット基底は、二つの基底  $L(z), H(z)$  (基底を  $z$  変換したもの) と、スケーリング変換、平行移動を組み合わせることで生成される。表 1 に構成の例を示す。例えば、

$$H(z) = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 - z^{-1}) \tag{18}$$

$$L(z) = \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + z^{-1}) \tag{19}$$

の場合でウェーブレット基底を構成するとハール基底となる。例えば、 $L = 8$  の場合のハール基底を考える。

表1 ウェーブレット基底の構成例  
Table 1 Example of wavelet basis.

スケーリング	平行移動
$H(z)$	2
$L(z)H(z^2)$	4
$L(z)L(z^2)H(z^4)$	8
$L(z)L(z^2)L(z^4)$	8

このときの変換行列  $V$  は、

$$V = \begin{bmatrix} v_0 \\ \vdots \\ v_7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ \sqrt{2} & \sqrt{2} & -\sqrt{2} & -\sqrt{2} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sqrt{2} & \sqrt{2} & -\sqrt{2} & -\sqrt{2} \\ 2 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & -2 \end{bmatrix} \tag{20}$$

である。但し、ここでは基底ベクトルの2乗ノルムが8となるように正規化した。

これら  $v_0$  から  $v_7$  のうち、スケーリングにより構成された基底は、 $v_0, v_1, v_2, v_4$  に相当する。ここでそれぞれのベクトルと伝達関数は次のように対応している。

$$v_0 \leftrightarrow L(z)L(z^2)L(z^4)$$
$$v_1 \leftrightarrow L(z)L(z^2)H(z^4)$$
$$v_2 \leftrightarrow L(z)H(z^2)$$
$$v_4 \leftrightarrow H(z)$$

$z(n)$  の要素は、入力ベクトル  $x(n)$  と基底ベクトルの内積で形成されている。すなわち入力系列  $x(n)$  をそれぞれの基底ベクトルをインパルス応答とするシステムに入力したときの出力が  $z(n)$  となる。特にスケーリングにより形成された基底については、 $L(z^i), H(z^i)$   $i = 1, 2, \dots$  などを使って木構造で表現することができる。従って、 $v_0, v_1, v_2, v_4$  と  $x(n)$  の内積をそれぞれ  $z_0(n), z_1(n), z_2(n), z_4(n)$  とすればこれらは図3のように計算できる。

次に平行移動により構成された基底について考える。これは  $v_3, v_5, v_6, v_7$  に相当する。例えば  $v_5$  は  $v_4$  を二つ平行移動したものである。ここで  $v_4$  と  $x(n)$  の内積、

$$z_4(n) = v_4^T x(n) \tag{21}$$

は図3のようにして計算されているものとする。ここで

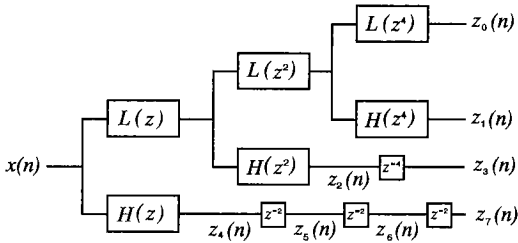


図3 スライディング変換 (スケーリング, 平行移動)  
Fig.3 Sliding transform (scaling, shifting).

$$z_5(n) = v_5^T x(n) \quad (22)$$

を求めたいわけであるが,  $v_5$  が  $v_4$  を二つ平行移動したもので, また  $x(n)$  は  $x(n-2)$  を二つ平行移動したものと考えれば,

$$z_5(n) = z_4(n-2) \quad (23)$$

のように計算できる。

このようにスライディングウェーブレット変換では, 平行移動によって構成された基底に関する部分を平行移動した量の遅延で実現することができる。この様子を図3に示す。

### 2.3 直線補間による時間周波数領域フィルタ

一般に信号を基底を用いて展開するときには, 各基底は直交していることが望ましい。これは, 基底が直交している場合には, 展開係数を求める際に逆行列計算が必要なく, 内積演算のみでこれを求めることができることによる。しかし本論文で提案するシステムでは, 係数  $w$  を適応アルゴリズム (3.) で求めることになり, 基底は必ずしも直交している必要はない (但し, この基底の直交性は適応アルゴリズムの収束性に影響するので注意が必要である。この議論は後にもう少し詳しく行う)。そこでここでは, 基底の選択範囲を直交基底から非直交基底にまで広げ, 変換に要する演算量が小さく, 高い時間周波数解像度をもつ変換を提案する。

式 (3) において,  $V$  を  $L \times L$  の正則行列であるとすれば,  $w$  と  $h$  の次元および自由度は同じである。つまり,  $w$  によってあらゆる  $h$  を表現することができ,  $w$  は  $h$  の完全な表現を与える。  $w$  の次元が  $h$  のそれよりも小さい場合には,  $w$  によって表現できないクラスの  $h$  が存在することになるため, ここでは完全な変換だけを考える。

先に, 触れたハール変換は, 直交, かつ完全な変換

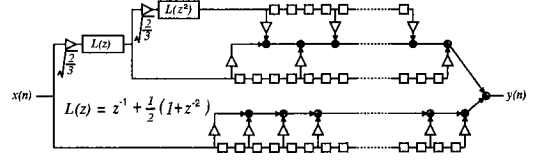


図4 直線補間に基づいたフィルタ構造  
Fig.4 Filter structure based on linear interpolation.

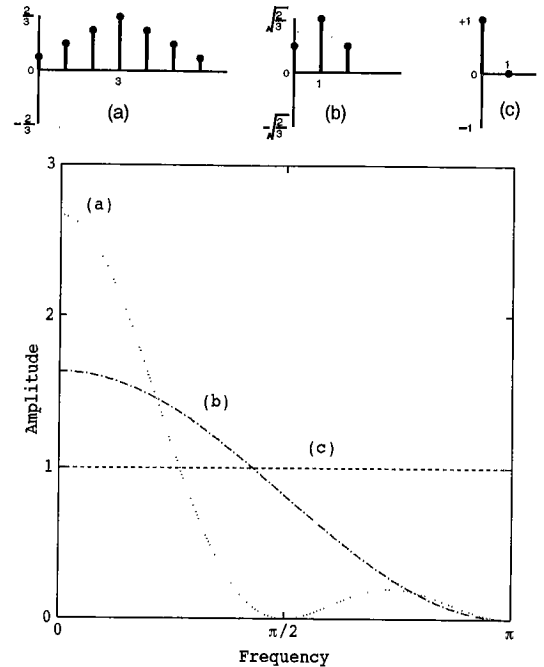


図5 直線補間基底の周波数特性  
Fig.5 Frequency response of the linear interpolation basis.

の一つである。本論文では, 直交性に関する条件を除くことにより, 変換に要する演算量がハール変換と同程度に小さく, しかもハール変換よりも低域での解像度のよい変換を考え, この変換に基づいた時間周波数領域フィルタを提案する。図4に2段のスケーリング変換を用いたときのフィルタ構造を示す。このフィルタは,

$$L(z) = z^{-1} + \frac{1}{2}(1 + z^{-2}) \quad (24)$$

$$H(z) = 1 \quad (25)$$

をもとにスケーリング変換と平行移動によって構成された基底を用いている。図5に, これら基底とその周波数特性を示す。

例えばこのフィルタにおける3本の遅延線のうち

上段だけの遅延線に係数を割り当てたときには、このフィルタはインパルス応答を4点間の直線補間で表現することになる。これは図5で言えば、(a)のような低域通過特性をもった基底を用いてインパルス応答を表現することになる。次に3本の遅延線のうち上段と中段に係数を割り当てると、これはインパルス応答を2点間の直線補間で表現することになる。そして、最後に下段の遅延線にも係数を割り当てると、これは直線補間で表現できない部分について補正することとなり、インパルス応答を完全に表現することになる。

この直線補間型時間周波数領域フィルタはハール変換等に比べて、バンドパス型の特性をもつインパルス応答を効率良く表現することはできないが、基底の低域での周波数分解能がハール基底に比べて優れているため、インパルス応答が低域に偏るような時間周波数領域での特性をもつ場合に、この特性をよくとらえることができる。

### 3. 適応アルゴリズム

#### 3.1 最小2乗法による係数の決定

適応フィルタの係数は図2のように適応フィルタの出力  $y(i)$  と所望信号  $d(i)$  の差分  $e(i)$  を何らかの形で最小化するように決定される。本節ではまず、この  $e(i)$  の2乗和を最小化する係数決定法を導く。

図2における  $y(i)$  は、

$$y(i) = \hat{z}^T(i) \hat{w}(n) = \{SVx(i)\}^T \hat{w}(n) \quad (26)$$

であった(式(14))。但し、 $\hat{w}(n)$  は時刻  $n$  における係数ベクトルを表している。このとき、フィルタ出力  $y(i)$  と所望信号  $d(i)$  の差分  $e(i)$  は次のように与えられる。

$$\begin{aligned} e(i) &= d(i) - y(i) \\ &= d(i) - \{SVx(i)\}^T \hat{w}(n) \end{aligned} \quad (27)$$

以下、

$$\varepsilon = \sum_{i=0}^n \lambda^{n-i} |e(i)|^2 \longrightarrow \min \quad (28)$$

となるように非一様解像度フィルタの係数を決定する問題を考えていく。

表記の簡単化のために次のようなベクトルを定義する。

$$e(n) = [e(n), e(n-1), \dots, e(0)]^T \quad (29)$$

$$d(n) = [d(n), d(n-1), \dots, d(0)]^T \quad (30)$$

$$X(n) = \begin{bmatrix} x^T(n) \\ x^T(n-1) \\ \vdots \\ x^T(0) \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$\Lambda(n) = \text{diag}[1, \lambda, \lambda^2, \dots, \lambda^n] \quad (32)$$

すると式(27)、式(28)は、次のように書ける。

$$\begin{aligned} e(n) &= d(n) - \{SVX^T(n)\}^T \hat{w}(n) \\ &= d(n) - X(n)V^T S^T \hat{w}(n) \end{aligned} \quad (33)$$

$$\varepsilon = e^T(n) \Lambda(n) e(n) \longrightarrow \min \quad (34)$$

ここで、

$$\Phi(n) = SVX^T(n) \Lambda(n) X(n) V^T S^T \quad (35)$$

$$\theta(n) = SVX^T(n) \Lambda(n) d(n) \quad (36)$$

とおけば、 $\varepsilon$  は、

$$\begin{aligned} \varepsilon &= d^T(n) \Lambda d(n) - \hat{w}^T(n) \theta(n) \\ &\quad - \theta^T(n) \hat{w}(n) + \hat{w}^T(n) \Phi(n) \hat{w}(n) \end{aligned} \quad (37)$$

と書ける。与えられた  $\varepsilon$  は、係数ベクトル  $\hat{w}(n)$  についての2次形式になっており、 $\varepsilon$  の  $\hat{w}(n)$  についての最小化問題は、

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon}{\partial \hat{w}(n)} &= -2\theta(n) + 2\Phi(n) \hat{w}(n) \\ &= [0, \dots, 0]^T \end{aligned} \quad (38)$$

すなわち、

$$\Phi(n) \hat{w}(n) = \theta(n) \quad (39)$$

を  $\hat{w}(n)$  について解く問題となる。

ここで、式(39)において  $\Phi(n)$ 、 $\theta(n)$  は、 $\Phi(n-1)$ 、 $\theta(n-1)$  から

$$\Phi(n) = \lambda \Phi(n-1) + \hat{z}(n) \hat{z}^T(n) \quad (40)$$

$$\theta(n) = \lambda \theta(n-1) + \hat{z}(n) d(n) \quad (41)$$

のように更新することができる。これら関係式と逆行列の補題を用いれば、適応アルゴリズムとして RLS (Recursive Least Square) アルゴリズムを導出することができる。なお、本論文においては高次の適応フィルタを想定しているために、演算量を考慮して LMS (Least Mean Square) タイプのアルゴリズムについて更に詳しく述べることにする。

### 3.2 LMS アルゴリズム

本節では  $O(N)$  の計算量で係数を適応させる LMS タイプの適応アルゴリズムを導く。

最小 2 乗法および RLS アルゴリズムでの最小化すべき評価関数が式 (28) であるのに対し、LMS では最小化すべき評価関数として、

$$\varepsilon = E[e^2(n)] \quad (42)$$

を考える。

ここでこの評価関数のこう配の方向と反対の方向へ少しずつ係数を変化させて最適値へ収束させるのが LMS アルゴリズムである。こう配の推定値として、

$$\frac{\partial \varepsilon}{\partial \hat{\mathbf{w}}(n)} = -2\hat{\mathbf{z}}(n)e(n) \quad (43)$$

を用い、このこう配の推定値と反対方向に少しずつ係数を変化させる。つまり、

$$e(n) = d(n) - \hat{\mathbf{z}}^T(n)\hat{\mathbf{w}}(n) \quad (44)$$

$$\hat{\mathbf{w}}(n+1) = \hat{\mathbf{w}}(n) + \mu\hat{\mathbf{z}}(n)e(n) \quad (45)$$

とする。μ はステップサイズと呼ばれるもので、収束速度、収束精度を決定するものである。

ここでステップサイズ μ を

$$\mu = \alpha \frac{1}{\hat{\mathbf{z}}^T(n)\hat{\mathbf{z}}(n)} \quad (46)$$

但し、

$$\hat{\mathbf{z}}^T(n)\hat{\mathbf{z}}(n) = \|\hat{\mathbf{z}}(n)\|^2 \quad (47)$$

とおけば規格化 LMS アルゴリズム [14] となる。ここで、 $\|\hat{\mathbf{z}}(n)\|^2$  の計算であるが、これは必ずしも厳密に計算する必要はなく推定値で十分である。例えば図 4 のフィルタでは遅延線が 3 本ある。 $\|\hat{\mathbf{z}}(n)\|^2$  はこの中で、タップが取り出されている場所の値の 2 乗和である。入力信号がある程度定常的であれば、各遅延線での信号のエネルギーを推定し、配置されているタップ数を掛ければ、 $\|\hat{\mathbf{z}}(n)\|^2$  の推定値を得ることができる。

### 3.3 非一様解像度フィルタに基づく LMS アルゴリズムの収束特性

LMS アルゴリズムは入力信号が相関をもつ信号であるときに収束速度が落ちる。これは、自己相関行列  $\mathbf{R}$  の最大固有値と最小固有値の比、

$$\chi(\mathbf{R}) = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} \quad (48)$$

が大きくなるためである [1]。従来のトランスバーサルフィルタにおいて、入力信号が白色雑音の場合の自己相関行列は、

$$E[\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^T(n)] = \sigma^2 \mathbf{I} \quad (49)$$

となり、最大固有値と最小固有値との比は 1 つまり最小となるため、収束速度は速い (但し  $\mathbf{I}$  は単位行列)。これに対して、非一様解像度フィルタの場合には、入力信号そのものの自己相関ではなく  $\mathbf{V}$  によって変換された信号の自己相関によって収束速度を論ずる必要がある。例として入力信号として白色雑音が入った場合の自己相関行列を求めてみると、

$$\begin{aligned} \mathbf{R} &= \mathbf{S}\mathbf{V}E[\mathbf{x}(n)\mathbf{x}^T(n)]\mathbf{V}^T\mathbf{S}^T \\ &= \mathbf{S}\mathbf{V}\sigma^2\mathbf{V}^T\mathbf{S}^T \\ &= \sigma^2\mathbf{S}\mathbf{V}\mathbf{V}^T\mathbf{S}^T \end{aligned} \quad (50)$$

ここで変換に使用した基底が正規直交基底であれば、

$$\mathbf{R} = \sigma^2 c \mathbf{I} \quad (51)$$

となり、収束速度は遅くなることはない。しかし基底が正規直交基底でない場合にはこのようにはならず、 $\chi(\mathbf{R})$  は 1 より大きくなる。このために収束速度が落ちるという問題が生ずる。

入力信号が音声信号等のように相関をもつ場合には、変換行列  $\mathbf{V}$  にて変換することによってこの相関が強くなる方向に変換されるのか、弱くなる方向に変換されるのかは一概には言えない。しかし変換として KL 変換 (Karhunen-Löve 変換) を用いた場合は相関は完全に打ち消される。また DCT (Discrete Cosine Transform) は対象とする信号が画像信号や音声信号の場合 KL 変換に近いとされ、これを用いても相関はおおむね弱くなる [15]。

本論文で扱っている時間周波数変換でこの相関がどうなるかについては検討を要する。

### 3.4 係数配置法

提案した時間周波数領域フィルタを用いることにより、未知系インパルス応答が有する時間周波数的特徴を積極的に利用した効率的適応フィルタを構成することができる。このときのフィルタ係数の適応アルゴリズムは既に 3.3 にて述べたが、実際問題への適用についてはこの他にその係数の配置法、つまり係数選択行列  $\mathbf{S}$  の選び方を考える必要がある。その際、未知系が、時間周波数領域でどのような特徴をもっているか

が、あらかじめわかっている場合には、事前に  $S$  を決めることができる。しかし、未知系の時間周波数領域での特徴がわかっていない場合には、係数を適応的に割り振る必要がある。

序論で述べたように、時間領域の適応フィルタで係数配置を可変にする方式は、いくつか提案されている。中でも文献[8],[9]で提案されている、STWQ (Scrub Taps Waiting in a Queue) アルゴリズムは、ここで提案した時間周波数領域フィルタの係数配置アルゴリズムとしても使用でき、計算量も比較的少ない。よって、本論文ではこの STWQ アルゴリズムを係数配置アルゴリズムとして採用する。

STWQ アルゴリズムは限られた数のタップ係数がある初期配置に配置し、係数適応後に小さい値をもついくつかのタップ係数を、まだ割り当てられていない部分に配置換えするというものであり、この操作を繰り返すことによって最適なタップ配置に収束させる。タップ係数が割り当てられていない部分が、次に割り当てられるのをキューの中で待つというのがこの名前の由来である。

#### 4. シミュレーション

本章では非一様解像度フィルタを用いたシステム同定の有効性を検証するためにシミュレーションを行う。

まず未知系として図 6 のようなインパルス応答をもつシステムを考える。このインパルス応答は白色雑音に対しいくつかの周波数帯域で異なる指数関数窓をかけて人工的に作成したものである。このインパルス応答の時間周波数領域での特性を見るために、STFT (Short Time Fourier Transform) したものを図 7 に示す。この図からわかるように、このインパルス応答は前部では全帯域に成分をもっているが、後部に行くにつれ、低域に成分が局在するような特徴をもっている。

図 8 に 1500 個の係数をもつ適応フィルタでこのシステムを同定した結果を示す。使用したフィルタは、

- (1) 従来の FIR フィルタ (Conventional)
  - (2) 従来の FIR フィルタにおいて時間周波数変換を行わずに STWQ アルゴリズムのみ適用したもの (No Transformation)
  - (3) 2 段のスケール変換を用いた直線補間型非一様解像度フィルタ (Proposed)
- の 3 種類である。係数適応アルゴリズムとしては、すべて NLMS アルゴリズムを用いた。

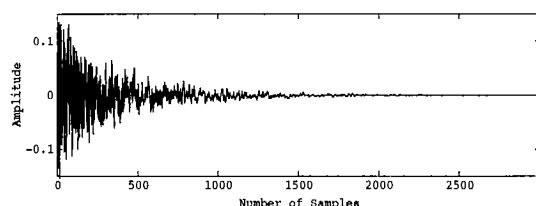


図 6 未知系インパルス応答

Fig.6 Impulse response of the unknown system.

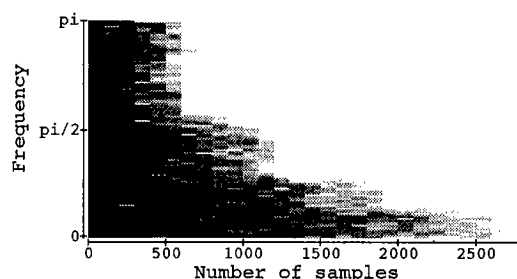


図 7 時間周波数領域特性 (STFT)

Fig.7 Time-frequency response of the unknown system.(STFT)

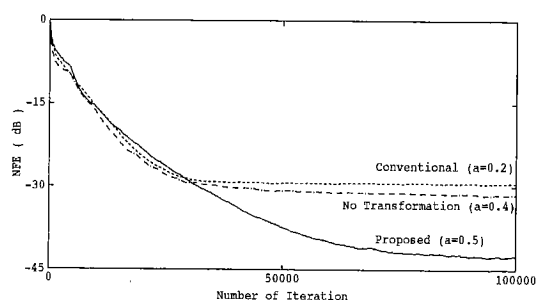


図 8 シミュレーション結果 1 (従来法と提案法の比較、係数 1500 個)

Fig.8 Simulation result 1. (comparison between the conventional and proposed methods with 1500 taps)

それぞれの演算量は次のように比較される。(3)の提案法におけるスケール変換のための演算量は全体の演算量に比べ無視できるので、(2)と(3)の演算量はほぼ同じと考えてよい。(2)と(3)は、STWQ アルゴリズムを用いた分だけ(1)よりも演算量が大きくなっている。但し、STWQ アルゴリズムの演算量は、全体の演算量の中で支配的ではない。メモリ量に関しては、(3)の提案法が、(1)、(2)に比べ、多くの遅延用メモリを必要とすることに注意を要する。

なお収束特性の評価量としては、



$$\text{NFE} = 10 \log_{10} \left\{ \frac{\|\mathbf{h} - \hat{\mathbf{h}}\|^2}{\|\mathbf{h}\|^2} \right\} \quad (52)$$

を用いた。ここで  $\hat{\mathbf{h}}$  は適応フィルタのインパルス応答で非一樣フィルタの場合は、

$$\hat{\mathbf{h}} = \mathbf{V}^T \mathbf{S}^T \hat{\mathbf{w}}(n) \quad (53)$$

である。

また未知システム、適応フィルタへの入力信号としては白色雑音を使用し、収束速度を等しくして収束精度を比較するためにステップサイズ  $a$  をそれぞれ図に示されているように設定した。また (2) No Transformation, (3) Proposed では係数の配置変更を 300 サンプルごとに STWQ アルゴリズムで行い、1 回に 80 個の係数を配置換えした。この結果から、非一樣解像度フィルタが未知系インパルス応答の時間周波数領域での特徴をよくとらえて効率的に同定しているのがわかる。

次に図 9 に非一樣解像度フィルタで用いる基底とスケール変換の段数を変えてシミュレーションした結果を示す。この結果より、直線補間に基づく非一樣解像度フィルタが、ハール基底に基づく非一樣解像度フィルタよりも良い特性を示していることがわかる。

ここで注意しなければならないことはステップサイズと収束速度、収束精度の問題である。一般にステップサイズを大きくすれば収束速度は上がるが収束精度は下がる。逆にステップサイズを小さくすれば収束速度は下がるが収束精度は上がるという関係がある。まず STWQ アルゴリズムを用いると、最適な係数配置に達するまでに時間を要するので、収束速度は落ちる傾向にある。また非一樣解像度フィルタの基底として非直交なものを用いても収束速度が落ちる可能性があ

る。今回のシミュレーションでは収束速度を等しくするためにステップサイズを調整している。例えば図 9 の 2 段のスケール変換を用いた直線補間型非一樣解像度フィルタの例ではステップサイズを他より大きくとっている。このために収束精度は落ちるはずであるが、それでも他より優れた特性を示している。このことは、未知系のインパルス応答が低周波数領域に大きなエネルギーをもっている場合には、直線補間に基づく非一樣解像度フィルタが、ハール基底に基づく非一樣解像度フィルタよりも優れていることを意味する。

以上の結果から、未知系が時間周波数領域で局在しているときに非一樣解像度フィルタはこれを効率的に同定できることが示された。

## 5. 提案フィルタと既存のフィルタとの関係

序論において述べたように、トランスバーサル型フィルタの演算量を削減する手法はいくつか提案されている。一つはデシメーション、インタポレーションを用いて、標準化周波数を変えることにより、演算量を削減する手法である。これには、ブロック化と FFT を用いるもの [3]、帯域分割型フィルタを用いるもの [4] がある。これらは双方ともエイリアシングを生ずるという欠点があり（ブロック化と FFT を用いるものにおけるエイリアシングは、線形畳込みが巡回畳込みに置き換えられることによって生ずると解釈することができる）、このエイリアシングを回避するために、ブロック化においては、重畳加算法 (overlap-add method)、あるいは重畳保留法 (overlap-save method) を用いて巡回畳込みにより線形畳込みを実現し [3]、帯域分割型フィルタにおいては、クロス項を用いている [5]。また、未知系のインパルス応答長より、ブロック長が長い場合にエイリアスを避けることができる方法として、文献 [17] が提案されている。しかしながら、これらの手法においては遅延を生ずるという問題があり、例えばエコーキャンセラ等にこれら適応フィルタを用いた場合にはネットワーク中に遅延を挿入するこのになるので好ましくない。FFT を用いて演算量を削減しながら、遅延のない方式として、文献 [16] が提案されているが、一つ前のブロックの推定結果を用いてフィルタリングを行うことになるため、未知系の推定結果としては遅延が存在する。本論文で提案する手法はこれらエイリアシングと遅延の問題は存在しない。

一方 ALE において演算量を削減できる適応フィルタが提案されている [10]。このフィルタは図 10 のよう

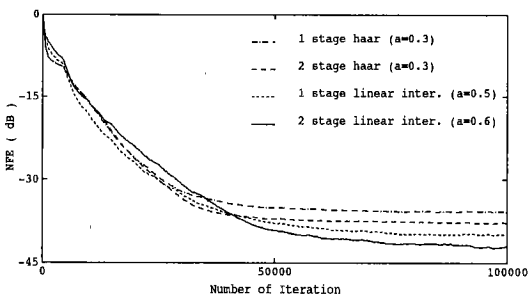


図9 シミュレーション結果 2 (提案法における基底の比較, 係数 1500 個)

Fig.9 Simulation result 2. (comparison between bases of the proposed method with 1500 taps)

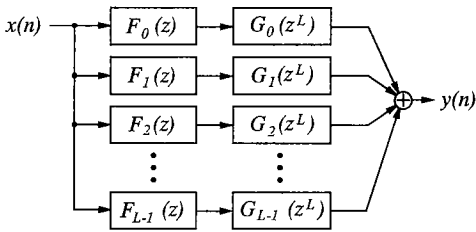


図 10 IFIR フィルタの並列接続に基づくフィルタ構造  
Fig.10 Filter structure based on parallel connection of IFIR filters.

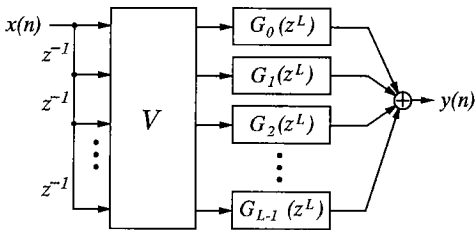


図 11 図 10 と等価なフィルタ構造  
Fig.11 Filter structure which is equivalent with Fig.10

に  $L$  個おきに値をもつ  $G_i(z)$  と値をもたない部分を内挿する  $F_i(z)$  を従属接続した IFIR フィルタを並列に並べることによって実現されている。この  $F_i(z)$  の選び方によって図 10 のフィルタは図 11 のようなフィルタと等価であることが示されている。この図 11 における変換  $V$  として DFT, DCT, WHT (アダマール変換) 等が提案されているが、このフィルタは本論文において展開した考え方をを用いれば、時間周波数領域フィルタの一種とみなすことができる。例えば変換  $V$  として DFT を用いた場合は、インパルス応答を方形窓を用いた STFT (Short Time Fourier Transform) を用いて表現することと等価な構造になっている。これは、窓長  $L$  の方形窓を用いた STFT における基底が  $L$  個の平行移動を用いて構成されていることから、図の  $G_i(z)$  のように  $L$  個の遅延でスライディング変換が実現できるのである。但しウェーブレット変換の場合と異なり、一般に基底がスケーリング変換で構成されているわけではないので、アダマール変換の場合を除き木構造で変換  $V$  を構成することはできない。

提案法は、ウェーブレット変換係数をパラメータとしたシステム同定とみることができるが、同様の考え方に基づいた手法に文献[18]がある。但し、文献[18]は、同じタップ数の場合、ウェーブレット変換係数を

使った方が、収束時の誤差を小さくしたり、収束を速くできる場合があることを示すにとどまり、提案法のように、未知系の時間周波数域での特徴を抽出し、これに基づいて演算量を削減するといった手法ではない。

## 6. む す び

本論文では未知系インパルス応答の時間周波数領域での特徴を抽出できる時間周波数領域フィルタを提案し、その係数を適応的に配置することでインパルス応答を時間方向で異なる解像度で表現する非一様解像度フィルタを提案した。また係数の決定方法として LMS タイプの適応アルゴリズムを導出した。このフィルタ構造に基づく適応アルゴリズムは、未知系が時間周波数領域で偏りをもつときに演算量を削減することができる。更に、数値的に安定であり、アルゴリズムの遅延がなく、マルチレート処理に見られるようなデシメーションによるエイリアシングの影響もないという特長をもつものである。

シミュレーションの結果、提案フィルタは未知系インパルス応答の時間周波数領域での特徴を十分抽出できることが確認された。

今後の課題としては、実際の音響エコーキャンセラ等への適用の可能性、有色信号入力に対する収束特性の調査、高速 RLS アルゴリズムの導出等が挙げられる。

謝辞 御助言、御討論頂いた本学電子物理工学科、小野田真穂樹教授に感謝致します。また、御助言、御討論頂く本学精密工学研究所、今井聖教授、小林隆夫助教授に感謝致します。

## 文 献

- [1] S. Haykin, Adaptive Filter Theory, 2nd ed., Englewood Cliffs, N.J.: Prentice-Hall, 1991.
- [2] 中村尚治, 栗山譲二, “DSP のアダプティブスピーカへの応用,” 信学技報, EA91-76, 1991.
- [3] J. Shynk, “Frequency-domain and multirate adaptive filtering,” IEEE Signal Processing Magazine, pp.14-37, Jan. 1992.
- [4] A. Gilloire, “Experiments with sub-band acoustic echo cancellers for teleconferencing,” Proc. ICASSP-87, pp.2141-2144, 1992.
- [5] A. Gilloire and M. Vetterli, “Adaptive filtering in sub-bands with critical sampling: analysis, experiments, and application to acoustic echo cancellation,” IEEE Trans. Acoust., Speech & Signal Process., vol.40, no.8, pp.1862-1875, Aug. 1992.
- [6] D.L. Duttweiler, “Sub-sampling to estimate delay with application to echo cancelling,” IEEE Trans. Acoust.,

Speech & Signal Process., vol.31, no.5, pp.1090-1099, Oct. 1983.

- [7] P.C. Yip and D.M. Etter, "An adaptive multiple echo canceller for slowly time-varying echo paths," IEEE Trans. Commun., vol.38, no.10, pp.1693-1698, Oct. 1990.
- [8] S. Kawamura and M. Hatori, "A tap selection algorithm for adaptive filters," Proc. ICASSP-86, pp.2979-2982, 1986.
- [9] A. Sugiyama and H. Sengoku, "A fast convergence algorithm for adaptive FIR filters with simultaneous adaptation of coefficients and tap locations," 信学技報, DSP90-107, 1990.
- [10] M.R. Petraglia and S.K. Mitra, "Adaptive FIR filter structure based on the generalized subband decomposition of FIR filters," IEEE Trans. Circuit & Syst., vol.40, no.6, pp.354-362, June 1993.
- [11] Y. Neuvo, D. Cheng-Yu, and S.K. Mitra, "Interpolated finite impulse response filters," IEEE Trans. Acoust., Speech & Signal Process., vol.32, no.3, pp.563-570, June 1984.
- [12] A. Abousaada and W. Steenaert, "An echo tail canceller based on adaptive interpolated FIR filtering," IEEE Trans. Circuit & Syst., vol.39, no.7, pp.409-416, July 1992.
- [13] 日本音響材料協会編, 建築音響工学ハンドブック, 技報堂, 東京, 1968.
- [14] J. Nagumo and A. Noda, "A learning method for system identification," IEEE Trans. Autom. Control, vol.12, no.3, pp.282-287, June 1967.
- [15] S.S. Narayan, A.M. Peterson, and M.J. Narasimha, "Transform domain LMS algorithm," IEEE Trans. Acoust., Speech & Signal Process., vol.31, no.3, pp.609-615, June 1983.
- [16] 尾知 博, 貴家仁志, 山田洋士, 高良吉立, 神林紀善, "エリアジングが生じない最大間引き DFT フィルタバンクを用いたシステム同定," 信学論 (A), vol.J76-A, no.6, pp.810-817, June 1993.
- [17] H. Kiya and S. Yamaguchi, "FSF (frequency sampling filter) bank for adaptive system identification," Proc. ICASSP-92, pp.IV-261-IV-264, 1992.
- [18] M. Doroslovački and H. Fan, "Wavelet-based adaptive filtering," Proc. ICASSP-93, pp.III-488-II-491, 1993.

(平成 6 年 10 月 7 日受付, 7 年 3 月 10 日再受付)



内藤 幸宏 (正員)

平 4 東工大・工・電気・電子卒, 平 6 同大大学院修士課程了。現在, 日本電気(株)勤務。在学中, 適応信号処理の研究に従事,



徳田 恵一 (正員)

昭 59 名工大・工・電子卒, 平 1 東工大大学院博士課程了。同年東工大電気・電子工学科助手, 工博。ディジタル信号処理, 音声情報処理の研究に従事。日本音響学会, IEEE 各会員。



金子 峰雄 (正員)

昭 56 東工大・工・電気・電子卒, 昭 61 同大大学院博士課程了。同年同大工学部助手, 昭 63 同大講師, 平 4 同大助教授, 現在に至る。工博。スイッチトキャパシタフィルタ, ディジタル信号処理, 集積回路の CAD に関する研究に従事。平 4 IEEE APCCAS

Best Paper Award 受賞。IEEE 会員。