

# 鑄込成形における三次元的着肉成長の有限要素法解析

清水 準・高橋 実・新垣 勉\*・鶴沼英郎・植木正憲\*\*

名古屋工業大学セラミックス研究施設, 507 多治見市旭ヶ丘 10-6-29

\*名古屋工業大学応用化学科, 466 名古屋市昭和区御器所町

\*\*新日本製鐵(株)先端技術研究所, 211 川崎市中原区井田 3-35-1

## Finite Element Method Analysis of Three-Dimensional Cake Growth during Slip Casting

Jun SHIMIZU, Minoru TAKAHASHI, Tsutomu ARAGAKI\*, Hidero UNUMA and Masanori UEKI\*\*

Ceramics Research Laboratory, Nagoya Institute of Technology, 10-6-29, Asahigaoka, Tajimi-shi 507

\*Department of Applied Chemistry, Nagoya Institute of Technology, Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya-shi 466

\*\*Advanced Technology Research Laboratories, Nippon Steel Corporation, 3-35-1, Ida, Nakahara-ku, Kawasaki-shi 211

Slip casting behavior of a cylindrical body was analyzed by FEM (finite element method). Based on the assumption that the cake is uniform and incompressible, Laplace equation for liquid pressure can be derived. Cake growth per unit time was calculated by a sequential combination of the Laplace equation, Darcy's law and mass balances. The profile of solid front (the interface between cake and slurry) changed with time from a cylindrical curve to a parabolic one. This three dimensional profile can be attributed to the interaction of filtration to the bottom and side-wall directions in the cylindrical mold. In the early stage of slip casting, the results of numerical analysis were in reasonable coincidence with the profiles experimentally obtained. It was shown that FEM simulation is valuable for prediction of three-dimensional cake growth which can not be expressed by one-dimensional analytical approaches. [Received March 26, 1997; Accepted July 4, 1997]

**Key-words :** Slip casting, Cylindrical body, Cake growth, Three-dimension, Finite element method, Incompressible cake

### 1. 緒 言

セッコウ型を用いた泥しょう鑄込成形は、ファインセラミックスの複雑形状品の成形法として期待される。しかし、本成形法を複雑形状品のニアネットシェーピング技術として確立するためには、焼結体寸法精度の向上が課題となる。

鑄込成形を利用した複雑形状品焼結体の低い寸法精度は、成形体の不均一な粒子充填構造に由来することが多い。解決の方向は高密度で均一な成形体を得ることである。これを達成するために、高分子分散剤の立体障害効果を利用した高濃度分散スラリーの調製<sup>1),2)</sup>あるいは加圧鑄込<sup>3)</sup>、真空鑄込や遠心鑄込<sup>4)</sup>などが検討されてきた。一方、成形体の不均一な充填構造の把握は乾燥あるいは焼結時における割れ、収縮率の予測に必要なだけでなく、セッコウ型の設計に有用な知見を与える。しかし、着肉層の粒子充填構造に強い影響を及ぼす着肉速度及び着肉プロフィールに関して、複雑形状品を対象とした研究は非常に少ない。Adcock と McDowall<sup>5)</sup>により提案された着肉速度式は現在でも用いられるが、この式は平板表面への一次元着肉及び非圧密性着肉層を仮定する。圧密性着肉層の一次元着肉に対する鑄込速度式は Aksay と Schilling<sup>6)</sup> や Tiller と Tsai<sup>7)</sup> により導かれ、祖父江ら<sup>8)</sup>は不均一密度着肉層を一次元直列モデルで近似して鑄込速度の数値的解析を行った。また、Kostić ら<sup>9)</sup>はスラリー/着肉層/セッコウ型系に対する全体の物質収支から型形状に無関係な着肉速度パラメーターを導入して、複雑形状品の鑄込速度を解析した。しかし、いずれも三次元的着肉プロフィールの予測には至っていない。Tiller と Hsyung<sup>10)</sup>は、非圧密性着肉層に対して円筒型の内・外壁側への着肉速度式を導き、平板着肉との差異を明らかにした。しかし、圧密性着肉層に対しては着肉成長面の表面曲率の処理が複雑になり、実験的あるいは数値的解析が必要となる。

著者らは、実際の成形条件を考慮し、着肉が側面だけでなく底面でも生じるセッコウ円筒型を用いてアルミナスラリーの三次元着肉に関する実験を行った。その結果、着肉プロフィール

は元型と相似の円筒形状を保たず、着肉進行に伴って放物線状のプロフィールが形成されることが観察された<sup>11)</sup>。しかし、多様な形状を持つセッコウ型に対して、実験によって着肉プロフィールを決定するためには多大な労力を要する。そこで、本研究では非圧密性着肉層を仮定して鑄込挙動を支配する基本式を誘導した後、有限要素法を用いて円筒型における着肉プロフィールの経時変化を予測することを試みた。円筒型を解析対象とした理由は、鑄込成形では円柱座標系で処理できる製品が多いためである。また、有限要素法を用いた理由は型形状の変化に対して汎用性が高いためである。

### 2. 非圧密性着肉層に対する鑄込成形の支配方程式

セッコウ型を用いた鑄込成形では、スラリー中の液体がセッコウ型の毛管負圧により型へ移動し、汜過機構により着肉層が形成される。したがって、全体としての鑄込成形過程は毛管負圧を駆動力として流体(水)が直列につながった二種の多孔体、すなわち着肉層及びセッコウ型を通過する多孔体流れ問題として扱える。ここでは、有限要素法を用いた三次元的着肉挙動解析に必要な Darcy 式、連続の式、圧力方程式、物質収支式を定式化する。

#### 2.1 一般化 Darcy 式

三次元流れにおける Darcy 式は(1)式で示される<sup>12)</sup>。

$$q = -\frac{K}{\mu} \nabla P \quad (1)$$

ここで、 $q$ : 見掛け速度ベクトル、 $K$ : 透過率テンソル、 $P$ : 圧力、 $\mu$ : 流体粘度である。多孔体の等方性を仮定すると、透過率テンソル  $K$  は単位テンソル  $\delta$  を用いて  $K = K\delta$  ( $K$  は通常の透過率でスカラー関数) となる。更に、多孔体の気孔率  $\varepsilon$  を用いて  $q$  を多孔体中の線速度ベクトル  $v$  に変換すれば、(2)式が得られる。

$$v = \frac{q}{\varepsilon} = -\frac{K}{\varepsilon\mu} \nabla P \quad (2)$$

## 2.2 連続の式

$\rho$  を流体密度として、連続の式は次式で与えられる。

$$\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon\rho) + \nabla(\varepsilon\rho\mathbf{v}) = 0 \quad (3)$$

非圧縮性流体及び非圧密性着肉層に対して、 $\rho$  及び  $\varepsilon$  は一定である。また、セッコウ型についても気孔率  $\varepsilon$  が一定と仮定できるため、着肉層及びセッコウ型を通る両方の流れに対して(4)式が得られる。

$$\nabla\mathbf{v} = 0 \quad (4)$$

## 2.3 圧力方程式

(2)式を(4)式に代入すると次式が得られる。

$$\nabla\left(-\frac{K}{\varepsilon\mu}\nabla P\right) = 0 \quad (5)$$

$K$ ,  $\varepsilon$ ,  $\mu$  が一定であることから、

$$\nabla^2 P = 0 \quad (6)$$

(6)式は多孔体の非圧密性及び等方性を仮定すると、内部液圧  $P$  はラプラス型微分方程式によって表されることを意味する。

## 2.4 物質収支式

簡単な一次元での物質収支式を考える。円柱座標系でも基本的に同じであり、詳細は付録 I に示す。単位面積当たりの固体分率  $\phi_s$ 、厚さ  $H_s$  のスラリーから固体分率  $\phi_c$ 、厚さ  $h_c$  の着肉層が形成される時、次式が成立する。

$$\phi_s H_s = \phi_c h_c \quad (7)$$

セッコウ型へ浸透した単位面積当たりの流量  $Q$  は、もともとのスラリーに含まれた水分量から着肉層中の水分量を差し引いて、(8)式で与えられる。

$$Q = (1 - \phi_s)H_s - (1 - \phi_c)h_c \quad (8)$$

(7)式及び(8)式から  $H_s$  を消去すると、 $Q$  と着肉層厚さ  $h_c$  の関係を表す(9)式が得られる。

$$Q = \frac{\phi_c - \phi_s}{\phi_s} h_c \quad (9)$$

セッコウ型への浸透層厚さ  $h_m$  はセッコウ型気孔率を  $\varepsilon_m$  として、 $Q$  と(10)式の関係にある。

$$Q = \varepsilon_m h_m \quad (10)$$

## 3. 計算方法

### 3.1 鋳込システム

図 1 に本解析で扱う円柱形状品の鋳込システムを示す。

### 3.2 境界条件

図 2 に示す解析領域を囲む(1)ソリッドフロント(スラリー/着肉層界面)、(2)リキッドフロント(セッコウ型内への液の浸透面)、(3)円柱中心線及び(4)型上面の各境界において以下の固定境界条件(Dirichlet 条件)を与えた。

#### (1) ソリッドフロント

ソリッドフロントにおける液圧  $P_{sol}$  はスラリーの自重で与えた。

$$P_{sol} = \rho_s g h \quad (11)$$

ここで、 $\rho_s$ : スラリー密度、 $g$ : 重力加速度、 $h$ : スラリー上面からの距離である。

#### (2) リキッドフロント

リキッドフロントにおける液圧  $P_{liq}$  は、位置によらずセッコウ型毛管負圧  $P_{cap}$  に等しいとした。

$$P_{liq} = -P_{cap} \quad (12)$$

#### (3) 円柱中心線

中心線を横切る流れは存在しない(対称条件)。

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (13)$$

ここで、 $\mathbf{n}$  は中心線上の外向き法線ベクトルである。なお、同

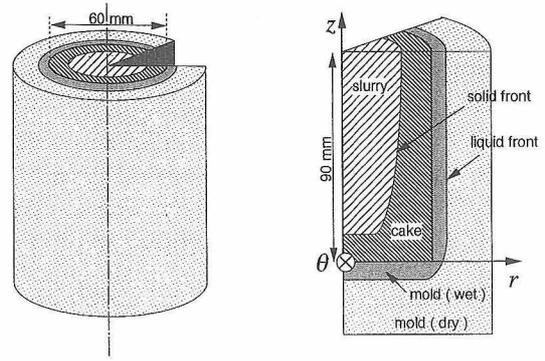


Fig. 1. Schematic illustration of slip casting for a cylindrical shape.

様の条件として、円周方向( $\theta$ 方向)の流れは無視し、 $r$ - $z$  面内での流れを考える。

#### (4) 型上面

型上面部から汨液が流出しない(不透条件)。

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = 0 \quad (14)$$

#### (5) スラリー/セッコウ型界面

スラリー/セッコウ型界面において、見掛け流速ベクトル  $q$  が一致することを仮定すると、ポテンシャル流れの場合には次式が成立する。

$$\frac{K_c P_{sol} - P_{int}}{\mu L_c} = \frac{K_m P_{int} - P_{liq}}{\mu L_m} \quad (15)$$

ここで、 $L_c$  はソリッドフロントの流線に沿った型界面からの距離、 $L_m$  はリキッドフロントの流線に沿った型界面からの距離、 $K_c$  は着肉層の透過率、 $K_m$  はセッコウ型の透過率ならびに  $P_{int}$  は界面における液圧である。(15)式を  $P_{int}$  について解くと次式が得られる。

$$P_{int} = \frac{\frac{K_c}{L_c} P_{sol} + \frac{K_m}{L_m} P_{liq}}{\frac{K_c}{L_c} + \frac{K_m}{L_m}} \quad (16)$$

液圧  $P_{int}$  についても固定境界条件として与えた。

### 3.3 要素分割

図 3 に解析領域における要素分割を示す。着肉層及び浸透層は 17 節点形状関数(セレンディビティー族の 4 次要素)<sup>13)</sup>を用いた自動分割を行い、微小四角要素に 480 (48×10) 分割した。注意すべきは、鋳込時間  $t=0$  においては着肉層及び液浸透層は未形成のため要素分割不可能である。初期層として、型面に沿って微小時間(約 1 min)に対応する薄い着肉層及び浸透層を設定した。初期層の差異がもたらす計算への影響については付録 II に論ずる。

### 3.4 計算に用いるパラメーター

各パラメーターの基準値として、既報<sup>11),14)</sup>で述べたアルミナスラリーの鋳込成形実験に即した値を用いた。すなわち、セッコウ型キャビティー寸法は  $\phi 60 \times 90$  mm とし、スラリー及びセッコウ型の特性値は実測値を用いて計算を行った。ただし、着肉層の透過率  $K_c$  は次の Kozeny-Carman 式から求めた。

$$K_c = \frac{(1 - \phi_c)^3}{5.0 S_p^2 \rho_p^2 \phi_c^2} \quad (17)$$

ここで、 $S_p$ : 粒子比表面積、 $\rho_p$ : 粒子真密度、 $\phi_c$ : 着肉層の固体分率である。着肉層の固体分率は乾燥成形体の平均かさ密度を測定して定めた。表 1 に各パラメーター値を示す。

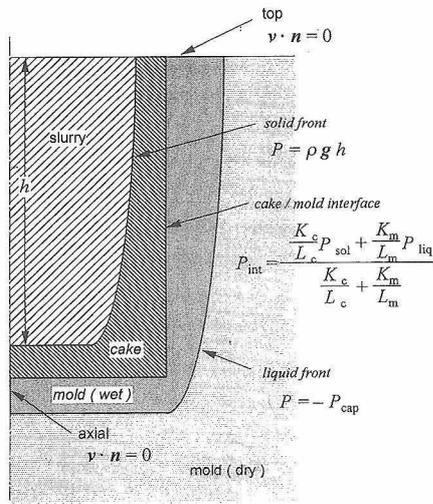


Fig. 2

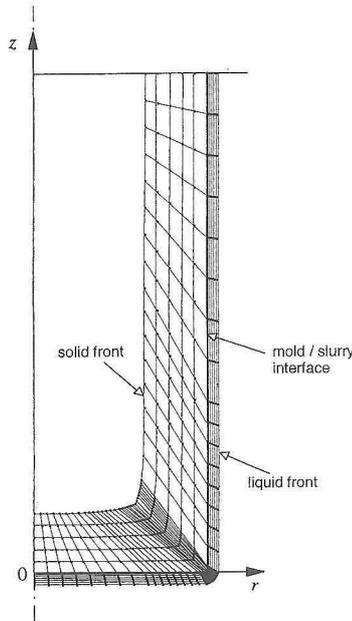


Fig. 3

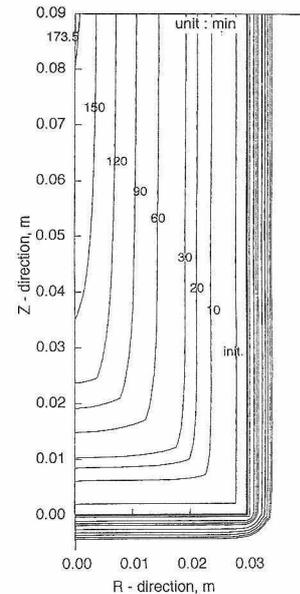


Fig. 4

Fig. 2. Boundary conditions for FEM (finite element method) analysis.  
 Fig. 3. Finite element grids in the cake and wet-mold.  
 Fig. 4. FEM analytical results of progress of solid and liquid fronts.

Table 1. Representative Values of Major Parameters Used for FEM Analysis

System	Parameter	Notation	Value	Unit
alumina powder	density	$\rho_p$	$3.93 \times 10^3$	$\text{kg} / \text{m}^3$
	surface area	$s_p$	$5.30 \times 10^3$	$\text{m}^2 / \text{kg}$
slurry	volume fraction	$\phi_s$	0.588	
	density	$\rho_s$	$2.72 \times 10^3$	$\text{kg} / \text{m}^3$
	viscosity (water)	$\mu$	$1.00 \times 10^{-3}$	$\text{Pa} \cdot \text{s}$
cake	permeability	$K_c$	$5.25 \times 10^{-17}$	$\text{m}^2$
	volume fraction	$\phi_c$	0.64	-
gypsum mold	suction pressure	$P_{\text{cap}}$	$46.4 \times 10^3$	Pa
	permeability	$K_m$	$2.39 \times 10^{-14}$	$\text{m}^2$
	porosity	$\phi_s$	0.499	-

3.5 計算手順

骨子は、(1)液圧  $P$  を与えるラプラス型微分方程式 ((6)式) を適当な境界条件のもとに Galerkin 法を用いて解き<sup>15)</sup>、(2)得られた液圧分布から Darcy 式 ((2)式) を用いて流速ベクトルを計算し、(3)流速ベクトルから単位時間、単位面積当たりの平均流量を求めた後、流量と成長距離の関係式 ((9), (10)式) を用いてソリッドフロント及びリキッドフロントを移動し、(4)手順(1)へ戻り、反復計算させるものである。計算にはワークステーション(ヒューレットパッカード製, モデル712/60)を用い、1ループ当たりの計算時間は約 0.1 s である。

4. 結果と考察

4.1 着肉プロフィール

図4に円筒セッコウ型におけるソリッドフロント及びリキッドフロントの経時変化を示す。図中 init. と記すのは初期着肉

層である。ソリッドフロントは型コーナー近傍で徐々に丸みを帯び、型曲線とは異なる形状で成長する。特に着肉後期においては放物線形状を呈し、着肉は約 3h で終了した。ソリッドフロントに対応して、リキッドフロントも底面及び側面を通過した水がコーナー方向へ広がり、コーナー部で丸くなる。なお、着肉層透過率あるいはセッコウ型吸水圧を変えても、着肉プロフィールの移動速度に影響するだけで、そのパターンには変化は認められなかった。

図5に、着肉の初期(10 min)、中期(60 min)、後期(150 min)におけるソリッドフロント上の各要素片の中心における見掛け速度ベクトル  $q$  を示す。いずれも、側面上部(以下、

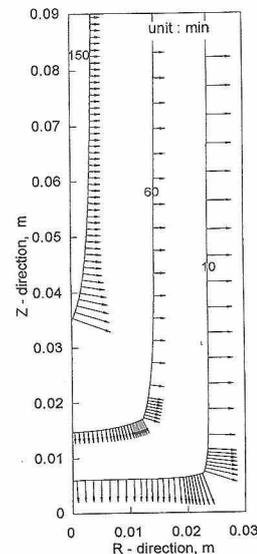


Fig. 5. Change of velocity vectors on the solid front with cake growth.

側面部とする)及び底面中心部(以下、底面部とする)では $q$ はセッコウ型面に対してほぼ垂直に流入するが、コーナー部では徐々に向きは変化して扇状に広がる。後期では型底面に平行なソリッドフロントは消滅するため、型底面に垂直な $q$ は現れない。一方、境界条件((13)式)より円柱中心線上の節点で $q$ は底面に垂直になる必要があり、中心線上の節点は本FEM解析での特異点となる。そこで、特異点における速度ベクトル $q_{sing}$ を図5に示した $q$ の中心線上への投影ベクトルで与え、中心線上のフロント移動は $q_{sing}$ を用いて求めた。ところで、コーナー部の $|q|$ は側面部及び底面部のものに比べて大きい。隣接する二つの $q$ を比較したとき、側面部及び底面部では流体が透過する着肉層及びセッコウ型の体積は等しい。しかし、コーナー部で $q$ は扇状に広がるため、コーナーに向かうにつれて流体が透過すべき着肉層及びセッコウ型の体積は増加する。したがって、 $q$ 及びリキッドフロントが連続性を保つためには、コーナー部で $|q|$ は相対的に増加する必要がある。 $|q|$ は側面部、コーナー部、底面部ともに初期よりも中期の方が小さい。着肉層厚さの増加に伴って液圧勾配が減少するためである。しかし、後期の側面部の $|q|$ は中期よりも小さくなるが、コーナー部では逆に大きくなる。後期では底面へ向かう $q$ は見掛け上は消え、流体透過に対してコーナー部の $q$ が分担する着肉層及びセッコウ型の体積は著しく増加する。したがって、前述の理由により、コーナー部の $|q|$ は中期よりも増加する結果になったと考えられる。

#### 4.2 鑄込速度

ある時間における滲流量を与える解析式として、(1)吸水が円筒底面のみで生じる場合はAdcockとMaDowall<sup>5)</sup>により(18)式が、(2)円筒側面のみで生じる場合はTillerとHsyung<sup>10)</sup>により(19)式がそれぞれ提案されている。

$$\frac{V^2}{t} = \frac{2KP}{\mu \frac{\phi_s}{\phi_c - \phi_s}} \quad (18)$$

$$\frac{4\tau}{GG_m} = (G_k - 1)v + G_k(1-v) \ln(1-v) + \left(\frac{\varepsilon_m}{G} + v\right) \ln\left(1 + \frac{Gv}{\varepsilon_m}\right) \quad (19)$$

(19)式で、時間、固体濃度、透過率、流量などが $\tau = Pt/\mu$ 、 $G = (\phi_c - \phi_s)/\phi_s$ 、 $G_k = K_m/K_c$ 、 $G_m = \alpha^2/K_m$ 、 $v = V/\pi\alpha^2G$ の無次元変数で表されている。ここで、 $\alpha$ は円筒半径である。なお、(18)式の $V$ は単位面積当たりの流量、(19)式の $V$ (無次元変数 $v$ に含まれる)は円筒型単位長さ当たりの流量を意味し、実際の全流量はそれぞれ面積及び高さを掛けて求められる。

本研究では、円筒型の底面及び側面からの吸水が同時に起こる現象を対象とする。そこで、数値計算に用いたパラメータ値を用いて、(18)、(19)式に基づく流量を足し合わせた流量と数値計算で得た流量とを比較する。図6に流量と鑄込時間の平方根の関係として示す。計算で用いた型寸法( $\phi 60 \times 90$  mm)から側面積/底面積比は6となり、側面吸水の影響が強いため全体に(19)式に近い挙動であることが分かる。しかし、着肉後期では、数値計算結果は底面及び側面からの着肉を独立に考えた場合よりも遅れる。円筒内壁着肉では時間に伴って着肉面(滲過面)の曲率半径が減少し、全体の滲過流量は平板着肉よりも後期では遅くなる。(19)式はこの曲率半径減少を考慮するが、底面からの着肉層上昇の影響を表すことはできない。一方、(18)式は吸水面積一定を常に前提とする。以上より、底面及び側面へ向かって同時に吸水が生じる場合には、側面及び底面からの着肉層干渉により、有効吸水面積は時間とともに

減少し、着肉後期では流量が単純重ね合わせモデルよりも減少する。図7に着肉終了時間とセッコウ型吸水圧の関係を示す。着肉終了時間は吸水圧の増加にともなって反比例的に短くなる。

#### 4.3 実験結果と計算結果の対比

図8に、数値計算と実験で求めた着肉プロフィールを示す。ただし、この実験では、測定上の都合によりやや小さい型( $\phi 30 \times 40$  mm)を用いている<sup>11)</sup>。双方の結果を比較すると、コーナー部での丸みを帯びたプロフィールが一致するだけでなく、10 minではほぼ同じ形状を示すことが注目される。このように着肉初期段階では、数値計算結果は実際の着肉層発達過程をよく表している。しかし、着肉後期では数値計算結果と実験結果との差が大きい。実験では所定時間ごとに排泥を行って

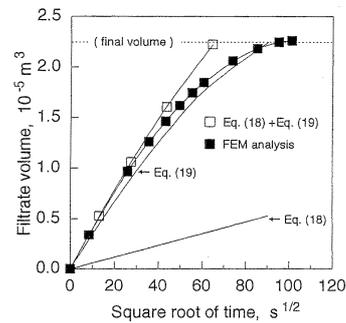


Fig. 6. Relation between filtrate volume and square root of time.

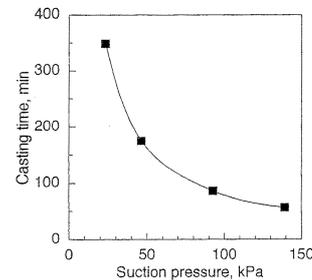


Fig. 7. Relation between casting time and suction pressure of gypsum mold.

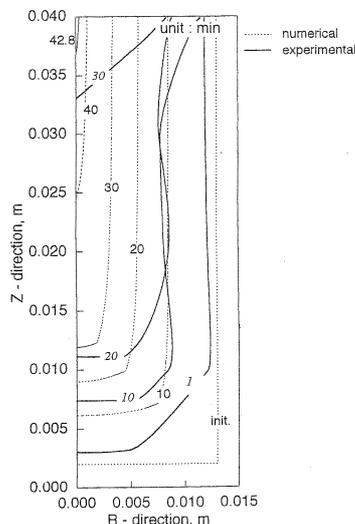


Fig. 8. Comparison between numerical results and experimentally obtained solid fronts.

ソリッドフロントを決定するが、その際に着肉層崩壊が生じることもあり正確な測定はかなり困難である。着肉層崩壊は着肉後期ほど起こりやすく、これが後期における数値計算結果との差異を生じた一つの理由として考えられる。いずれにしても、実験による着肉プロフィールの決定には曖昧さが伴うだけでなく多大な労力を要するが、本方法によって容易かつ迅速に着肉プロフィールは計算され、特に着肉初期では精度良く予測される。

図9は実験で得られた成形体密度分布に数値計算で得た着肉プロフィールを重ねたものである。密度分布測定実験では測定の個数と精度を考え、大きな型 ( $\phi 60 \times 90$  mm) を使用している<sup>11)</sup>。また、着肉プロフィールの測定と異なり、着肉完了までの排泥操作は行わないため、着肉層崩壊に伴う誤差はないことを注意する。一般に着肉層固体粒子に加わる有効圧は型壁面に近づくほど大きくなり、圧密性着肉層では壁面近傍ほど着肉層密度は高くなる<sup>7)</sup>。実験で用いた高濃度アルミナスラリーは良分散状態に調製したものであるが、レオロジー特性から判断して若干の凝集粒子を含む圧密性をもつことが示唆される<sup>14)</sup>。これは密度測定結果において、壁面に近いほど密度が高いことに対応する。ところで、本解析では着肉層の非圧密性すなわち均一な着肉層の密度分布を仮定し、本質的に密度分布の予測は不可能である。しかし、本計算結果で興味深い点は、ソリッドフロントの成長プロフィールと密度分布プロフィールが類似し、特に密度勾配が比較的緩やかな壁面近傍では両者はほぼ一致する。フロント成長プロフィールと密度分布プロフィールが相関する理由は不明であるが、着肉層の圧密特性(圧力及び時間依存性)が影響すると考えられ、着肉層成長時の有効圧の計算を含めて今後の課題である。

図10に流量と鑄込時間の平方根との関係を示す。実験によって得られた曲線は着肉初期に急激に吸水し、その後は比較的緩やかに進行し、数値計算結果から外れる。本解析では均一な着肉層形成を仮定しているが、前述したように実験結果とは異なる(図9参照)。この差異が最も影響するのが着肉層の透過率  $K_c$  である。そこで  $K_c$  に表1と異なる値を用いて、実験で得られた曲線に対するフィッティングを試みた。しかし、図中に示すように、 $K_c$  を変えても実験結果を近似する曲線は得られなかった。すなわち、単一の  $K_c$  を用いるだけでは実験結果を

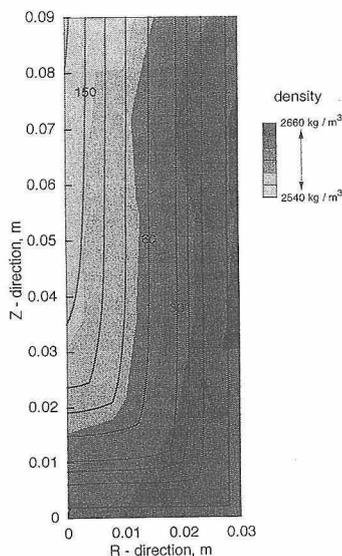


Fig. 9. Correlation between solid front profiles and density distribution of the slip cast body.

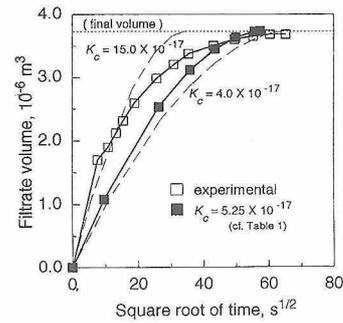


Fig. 10. Filtrate volume vs. square root of time curves, illustrating the effect of cake permeability.

説明できないことが分かった。圧密性着肉層では、圧密によって着肉層の透過率は空間的にも時間的にも変動する。この程度は、スラリー中の粒子凝集状態に強く依存し、一般に着肉直後の領域では粗気孔と微細気孔から成る不均一構造が形成される<sup>16),17)</sup>。他に透過率へ影響する要因として、型近傍での粒度偏析<sup>18)</sup>がもたらす局所的不均一構造が考えられる。工業的原料粉体ではある程度の粒度分布幅は避けられず、本実験でも壁面近傍での微粒子の粒度偏析が観察されている<sup>11)</sup>。更に、スラリー透過に伴い微粒子によるセッコウ型細孔の閉塞が起こり、型の透過率が減少している恐れもある。どの要因が最も影響するかを特定することは困難であるが、肉厚で長時間の鑄込成形では、着肉層の圧密性あるいはセッコウ型の透過率変化の影響を検討する必要があると考えられる。

## 5. 結論

有限要素法を用いて、円筒セッコウ型における泥しょう鑄込成形挙動を解析した。非圧密性を仮定したとき、着肉駆動力である液圧  $P$  はラプラス方程式で示される。この式を基に計算した着肉プロフィールと実験的解析で得られたものとを比較した結果、着肉初期において両者のプロフィールには妥当な一致が見られた。すなわち、数値計算によって既存の一次元解析では困難な底面及び側面からの吸水の相互作用の影響を表すことができた。しかし、吸水(滲過)速度に関しては実験と計算との間で差が見られた。この原因として着肉層及びセッコウ型の透過率評価が十分でないことが考えられた。解析の精度を上げるためには、着肉層の圧密性及び粒度偏析を考慮した着肉層透過率の推定ならびに微粒子によるセッコウ型細孔の閉塞を考慮した型の透過率推定が必要である。特に、着肉層の圧密性は基礎方程式の変更を伴い、最も重要な課題である。

### 付録1 円柱座標系における物質収支式

まず、スラリー/着肉層間における固体の物質収支を考える。半径  $R$  のある着肉層表面  $S_1$  が単位時間  $\Delta t$  後厚さ  $h_c$  だけ成長して表面  $S_2$  に移動したとする(図A(a))。表面  $S_2$  までの半径を  $R_c$ 、スラリー固体分率  $\phi_s$ 、着肉層固体分率  $\phi_c$ 、滲流量を  $V$  とする。 $V$  に相当するスラリー体積中に含まれる固体が着肉層に捕捉され、 $h_c \ll R$  を考慮すれば、次式が得られる。

$$V = \pi(R^2 - R_c^2) \left( \frac{\phi_c - \phi_s}{\phi_s} \right) \approx 2\pi R h_c \left( \frac{\phi_c - \phi_s}{\phi_s} \right) \quad (A1)$$

単位透過面積当たりの流量  $Q$  は次式で与えられる。

$$Q = \frac{V}{2\pi R} = \left( \frac{\phi_c - \phi_s}{\phi_s} \right) h_c \quad (A2)$$

次に、セッコウ型内部での乾燥/湿潤界面における液体の物質収支を考える(図A(b))。着肉層とは逆に浸透層表面  $S_1$  の半径が増加することに注意すれば、(A1)式に対応する(A3)式が導かれる。

$$V = \pi(R_m^2 - R^2) \epsilon_m \approx 2\pi R \epsilon_m h_m \quad (A3)$$

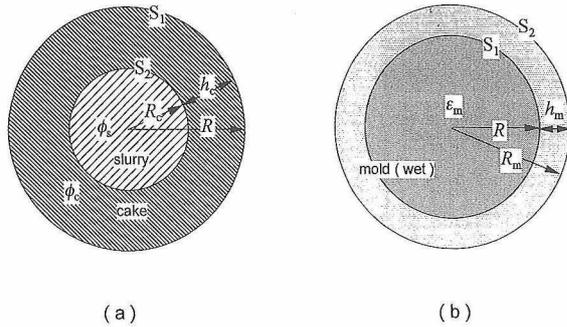


Fig. A. Mass balances between (a) slurry and cake, and (b) penetrated liquid and wet-mold region in a cylindrical coordinate.

また、単位透過面積当たりの流量  $Q$  は(A4)式で定まる。

$$Q = \frac{V}{2\pi R} = \epsilon_m h_m \quad (\text{A4})$$

すなわち、時間  $\Delta t$  を小さくして着肉層厚さ  $h_c$  及び浸透層厚さ  $h_m$  を十分小さくすれば、円柱座標系における物質収支式は一次元における物質収支式 ((9), (10)式) と同じになる。

#### 付録II 着肉初期層の設定

計算開始に必要な着肉初期層の設定の影響を検討した。(1) コーナ部分での着肉層の重なりを考慮し、重なり体積分を曲面着肉層(1/4円弧)として処理したときの着肉プロフィールを図B(a)に示す。(2) スラリー投入を瞬時にすることは、気泡の巻き込みなどにより現実には不可能である。そこで、スラリーを一定流量で型キャビティに短時間内(1 min)に供給することを想定した。この場合、スラリーは一定速度で上昇し、一定時間経過後に型キャビティが充満され、底面及び側面への着肉は(18)式で近似的に計算される。すなわち、側面の着肉厚さは高さの平方根に反比例して減少する。結果を図B(b)に示す。両図とも、計算開始直後に着肉プロフィールは本文に示したもの(図4)と一致する結果が得られた。すなわち、本文で行ったように、円筒型表面への一様な初期着肉層でも計算には影響がない。

主な使用記号

$a$ : セッコウ型半径	(m)
$h$ : スラリー表面からソリッドフロントまでの距離	(m)
$h_c$ : 単位時間当たりの着肉層成長距離	(m)
$h_m$ : 単位時間当たりのセッコウ型浸透距離	(m)

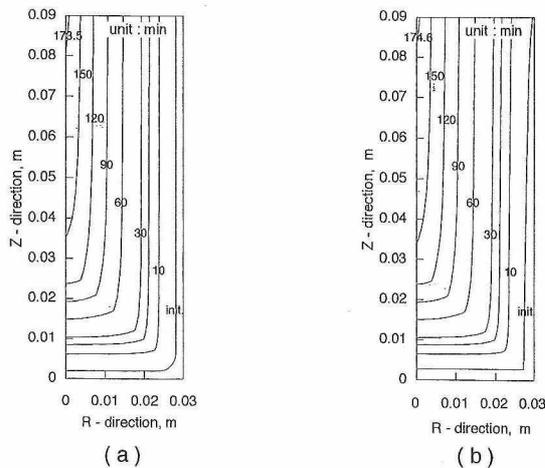


Fig. B. Initial layer conditions. (a) overlapping of cakes formed by bottom and side-wall filtration, (b) cake formed by a constant pouring velocity of slurry into a gypsum mold.

$H_s$ : 単位面積当たりに着肉するスラリー体積	( $\text{m}^3/\text{m}^2$ )
$K$ : 多孔体の透過率	( $\text{m}^2$ )
$K_c$ : 着肉層の透過率	( $\text{m}^2$ )
$K_m$ : セッコウ型の透過率	( $\text{m}^2$ )
$L_c$ : ソリッドフロントの流線に沿った型界面からの距離	(m)
$L_m$ : リキッドフロントの流線に沿った型界面からの距離	(m)
$P$ : 液圧	(Pa)
$P_{\text{cap}}$ : セッコウ型毛管負圧	(Pa)
$P_{\text{liq}}$ : リキッドフロントにおける液圧	(Pa)
$P_{\text{int}}$ : 着肉層/セッコウ型界面における液圧	(Pa)
$P_{\text{sol}}$ : ソリッドフロントにおける液圧	(Pa)
$Q$ : 単位断面積当たりの流量 (汱流量)	( $\text{m}^3$ )
$S_p$ : 粒子比表面積	( $\text{m}^2/\text{kg}$ )
$\dot{V}$ : 時間 $t$ までの全流量 (汱流量)	( $\text{m}^3$ )
$K$ : 多孔体の透過率テンソル	( $\text{m}^2$ )
$g$ : 重力加速度	( $\text{m}^2/\text{s}$ )
$n$ : 表面における外向き法線ベクトル	(—)
$q$ : 見掛け速度ベクトル	( $\text{m}/\text{s}$ )
$v$ : 線速度ベクトル	( $\text{m}/\text{s}$ )
$\epsilon$ : 多孔体の気孔率	(—)
$\epsilon_c$ : 着肉層気孔率	(—)
$\epsilon_m$ : セッコウ型気孔率	(—)
$\mu$ : 流体(水)の粘度	( $\text{Pa}\cdot\text{s}$ )
$\rho$ : 流体(水)の密度	( $\text{kg}/\text{m}^3$ )
$\rho_p$ : 粒子真密度	( $\text{kg}/\text{m}^3$ )
$\rho_s$ : スラリー密度	( $\text{kg}/\text{m}^3$ )
$\phi_c$ : 着肉層の固体分率	(—)
$\phi_s$ : スラリーの固体分率	(—)

#### 文 献

- 1) J. Cesarano, III and I. A. Aksay, *J. Am. Ceram. Soc.*, 71, 1062-67 (1988).
- 2) A. V. Kerkar, R. J. M. Henderson and D. L. Feke, *J. Am. Ceram. Soc.*, 73, 2879-85 (1990).
- 3) T. J. Fennelly and J. S. Reed, *J. Am. Ceram. Soc.*, 55, 264-68 (1972).
- 4) D. W. Richerson, "Modern Ceramic Engineering—Properties, Processing, and Use in Design," Dekker, New York and Basel (1982) pp. 187-98.
- 5) D. S. Adcock and I. C. McDowall, *J. Am. Ceram. Soc.*, 40, 355-62 (1957).
- 6) I. A. Aksay and C. H. Schilling, "Forming of Ceramics," Ed. by J. A. Mangels and G. L. Messing, Am. Ceram. Soc., Columbus, OH (1984) pp. 85-93.
- 7) F. M. Tiller and C.-D. Tsai, *J. Am. Ceram. Soc.*, 69, 882-87 (1986).
- 8) 祖父江昌久, 酒井淳次, 中村浩介, 窯協, 95, 309-15 (1987).
- 9) B. Kostić, D. Kićević and M. Gašić, *Ceram. Int.*, 16, 281-84 (1990).
- 10) F. M. Tiller and N. B. Hsyung, *J. Am. Ceram. Soc.*, 74, 210-18 (1991).
- 11) 高橋 実, 清水 準, 鶴沼英郎, 松林重治, 植木正憲, *J. Ceram. Soc. Japan*, 103, 1160-66 (1995).
- 12) A. E. Scheidegger, "The Physics of Flow through Porous Media," Univ. Toronto Press, London (1957) pp. 54-69.
- 13) O. C. ツィエンキーヴィッツ著, 吉識雅夫, 山田嘉昭訳, "基礎工学におけるマトリックス有限要素法", 培風館 (1975) pp. 110-13.
- 14) 高橋 実, 清水 準, 鶴沼英郎, 松林重治, 植木正憲, 鈴木久男, *J. Ceram. Soc. Japan*, 104, 510-16 (1996).
- 15) 大西和榮監修, 林 健次, 遠山 洋, 二之宮 弘共著, "パソコンによる流れ解析", 朝倉書店 (1986) pp. 18-78.
- 16) 荒川正文, 小林秀紀, 平戸啓一郎, 井上圭吉, 粉体工学会誌, 25, 585-90 (1988).
- 17) P. A. Smith, H. Kerch, S. Krueger, G. G. Long, J. Keller and R. A. Haber, *J. Am. Ceram. Soc.*, 77, 1777-82 (1994).
- 18) J. H. D. Hampton, S. B. Savage and R. A. L. Drew, *J. Am. Ceram. Soc.*, 71, 1040-45 (1988).