

【カテゴリー I】

日本建築学会計画系論文集 第515号, 57-62, 1999年1月
J. Archit. Plann. Environ. Eng., AIJ, No. 515, 57-62, Jan., 1999

床座人体における伝導および相互反射放射を考慮した作用温度に関する研究

OPERATIVE TEMPERATURE CONSIDERING THE EFFECT OF HEAT CONDUCTION
BETWEEN A HEATED FLOOR AND THE PERSON SITTING ON IT
AND INTER-REFLECTION RADIATION

宮本征一*, 堀越哲美**, 崔英植***, 酒井克彦****
*Seiichi MIYAMOTO, Tetsumi HORIKOSHI, Choi Young SIK
and Katsuhiko SAKAI*

In order to indicate the effect of floor heating on the human body sitting on a floor it should be taken into account to estimate not only heat convection and radiation but also heat conduction between the human body and the floor. The objective of this paper is to introduce modified operative temperature to accomplish the above, and to verify the temperature using experimental data. Experiments were conducted in winter. Subjects were exposed to the following conditions: combinations of air temperature 20°C, 22.5°C and 25°C, and floor temperature 20°C, 22.5°C, 25°C, 27.5°C, 30°C, 32.5°C, 35°C, 37.5°C and 40°C under still air at 50% relative humidity. The modified operative temperature calculated from the experimental data was compared with the modified operative temperature by numerical calculation of heat conduction and radiation interchange. They were fairly agreed with each other.

Keywords: heat conduction, floor heating, operative temperature, human body, numerical calculation, experiment
熱伝導, 床暖房, 作用温度, 人体, 数値解析, 実験

1. はじめに

室内環境において、温熱環境指標として簡易に算出することができる作用温度¹⁾が広く用いられている。この作用温度は、人体と環境間の対流と放射による熱授受の関係から導き出された指標であるため、伝導による熱授受は考慮されていない。立位または椅座位であれば、床面と人体との接触面積は足裏のみであり、人体全体表面に対する接触面の割合である接触面積比は小さい。そのため、伝導による熱授受は、放射または対流による熱授受と比較し小さな値となるため考慮されずに熱収支式が解かれ、PMV²⁾などの指標が導き出されてきた。しかし、日本古来からの床座においては、臀部と脚部が床面と接するため、立位や椅座位と比べ接触面積比が大きくなり伝導による熱授受量が大きくなる。また、人体と床面との距離が立位や椅座位と比べ短くなるため、放射による熱授受も大きく異なると考えられる。そのため、接触部の生理反応^{3) 4)}を明らかにしていくとともに、人体と床との間の放射に加えて、床からの伝導を考慮した温熱指標が必要となる。

そこで、本研究では人体と床面との間の形態係数および接触面積比などの特性値を求める。そして、伝導を考慮した温熱環境指標である伝導修正作用温度を、熱授受の数値解析および被験者を用いた実験に基づいて求め、比較検討を行うものである。

2. 伝導修正作用温度の導出

人体から環境への対流Cと放射Rによる放熱量を次式であらわし、作用温度OTは、

$$\begin{aligned} & C + R \\ &= h_c(T_s - T_a) + h_r(T_s - T_r) \\ &= (h_c + h_r)T_s - (h_c T_a + h_r T_r) \\ &= (h_c + h_r) \left(T_s - \frac{h_c T_a + h_r T_r}{h_c + h_r} \right) \quad \cdots \text{ (式 1)} \end{aligned}$$

C:対流による熱流量 W/m^2 R:放射による熱流量 W/m^2

h_c :対流熱伝達率 $W/m^2\text{°C}$ h_r :放射熱伝達率 $W/m^2\text{°C}$

T_a :気温 $^{\circ}\text{C}$ T_r :平均放射温度 $^{\circ}\text{C}$ T_s :平均皮膚温 $^{\circ}\text{C}$

と変形を行い、

$$OT = \frac{h_c T_a + h_r T_r}{h_c + h_r} \quad \cdots \text{ (式 2)}$$

* 名古屋工業大学社会開発工学科 助手・博士(工学)

Research Assoc., Dept. of Architecture, Faculty of Engineering, Nagoya Institute of Technology, Dr. Eng.

** 名古屋工業大学大学院都市循環システム工学専攻 教授・工博

Prof., Dept. of Environment Technology and Urban Planning, Graduate School, Nagoya Institute of Technology, Dr. Eng.

*** 嶺南理工大学建築科 教授

Prof., Dept. of Architecture, Yeungnam College of Science & Technology, Dr. Eng.

**** 株式会社日建設計名古屋事務所

Nikken Sekkei Ltd., Nagoya Office.

と定義される¹⁾。この考え方を基に、対流、放射に加え伝導による熱授受を考慮すると、平山ら⁵⁾により、

$$C + R + Cd = h_c(T_s - T_a) + h_r(T_s - T_r) + \frac{\lambda}{l}(T_{cs} - T_{cf})f \quad \dots \text{(式 3)}$$

Cd : 伝導による熱流量 W/m^2 λ : 人体接触材の熱伝導率 $W/m^\circ\text{C}$
 l : 人体接触材の厚さ m T_{cs} : 接触部皮膚温 $^\circ\text{C}$ T_{cf} : 接触部床温 $^\circ\text{C}$
 f : 全体表面積に対する接触面積の比 m^2/m^2

と記述することができ、接触部の熱コンダクタンス h_d を、

$$h_d = \frac{\lambda}{l} \frac{(T_{cs} - T_{cf})}{(T_s - T_f)} f \quad \dots \text{(式 4)}$$

とすると、

$$\begin{aligned} &= h_c(T_s - T_a) + h_r(T_s - T_r) + h_d(T_s - T_f) \\ &= (h_c + h_r + h_d)T_s - (h_c T_a + h_r T_r + h_d T_f) \\ &= (h_c + h_r + h_d) \left(T_s - \frac{h_c T_a + h_r T_r + h_d T_f}{h_c + h_r + h_d} \right) \quad \dots \text{(式 5)} \end{aligned}$$

となり、伝導修正作用温度 OT_f を式のように定義できる。

$$OT_f = \frac{h_c T_a + h_r T_r + h_d T_f}{h_c + h_r + h_d} \quad \dots \text{(式 6)}$$

となる。ここで、接触部床温が未知数である。そのため、非定常熱伝導方程式を、二物体の接触問題に対する井上の解法⁶⁾【注1】を用い、初期条件は一次関数の温度分布、境界条件は熱流が等しいとして解く。解かれた方程式は、

$$T_{cf} = \frac{b_1 T_f + b_2 T_s}{b_1 + b_2} + \frac{2(H_1 - H_2)\sqrt{t}}{(b_1 + b_2)\sqrt{\pi}} \quad \dots \text{(式 7)}$$

$$H_1 = h_{cf}(T_f - T_a)$$

$$H_2 = h_{cs}(T_s - T_a)$$

b_1 : 人体接触材の熱浸透率 $W/m^2\text{C}\cdot h^{0.5}$

b_2 : 人体の熱浸透率 $W/m^2\text{C}\cdot h^{0.5}$ t : 経過時間 h

H_1 : 床面接触部の熱流量 W/m^2 H_2 : 人体接触部の熱流量 W/m^2

h_{cf} : 床面の対流熱伝達率 $W/m^2\text{C}$ h_{cs} : 人体の対流熱伝達率 $W/m^2\text{C}$

となる。

3. 伝導修正作用温度による評価

3-1 生理・心理反応実験による伝導修正作用温度の算出

床暖房などが行われている環境下において、床座など床面と

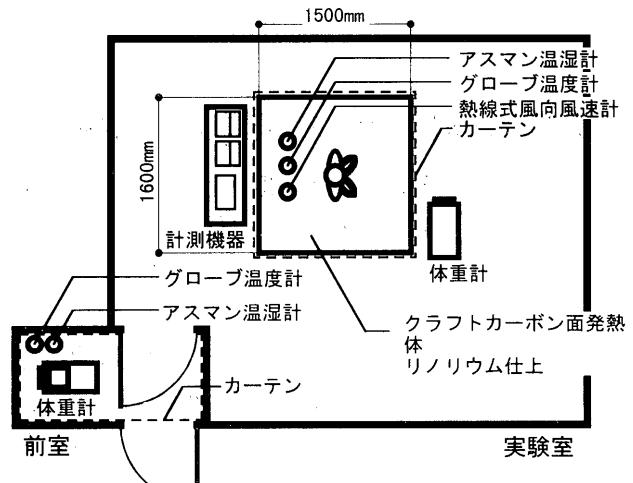


図 1 恒温室の平面図

表 1 生理・心理反応実験の設定条件

	気温 °C	床温 °C	相対湿度 %	気流 m/s	壁温 °C	被験者
20.0	20.0					MN YN HM SG
	27.5					SM
	30.0					MN YN HM SG
	32.5					MK TF
	35.0					MN YN HM SG
	37.5					TF SM
	40.0					SM MK YI
22.5	22.5					MN YN HM SG
	27.5					TF
	30.0		50	V≤0.1		MN YN HM SG
	32.5					MK SM
	35.0					MN YN HM SG
	37.5					MK YT
	40.0					TF YT CW
25.0	25.0					KT MA YM TU SU YI
	30.0					KT MA TM TU SU YI
	32.5					SM YT
	35.0					KT MA TM TU
	37.5					TF YT
	40.0					MK CW YT

表 2 生理・心理反応実験の被験者身体データ

被験者	身長 cm	体重 kg	全体表面積 m^2	接触面積 ^{*)} m^2	年齢	出身地
KT	166.2	65.1	1.69	0.059	21	愛知
MA	172.2	53.6	1.58	0.061	21	愛知
TU	168.2	73	1.78	0.078	21	静岡
SU	171.1	62.7	1.69	0.074	21	愛知
MN	174.6	69.5	1.79	0.083	21	愛知
YN	168.0	55.6	1.58	0.062	21	和歌山
MK	167.0	61.8	1.65	0.075	21	岐阜
TF	168.0	64.8	1.69	0.085	23	富山
YT	166.0	69.2	1.73	0.076	21	愛知
SM	175.0	60.4	1.68	0.076	22	岐阜
TM	166.1	55.9	1.57	0.065	21	愛知

*) DuBois-Area = $0.007184 W^{0.425} H^{0.725}$
 W : 体重kg H : 身長cm

接する面積が大きな場合には、伝導による熱授受を考慮しなければならないと考えられる。そこで、1991年と1992年の冬季に、被験者を用いた生理・心理反応の日本人に対する実験データ⁷⁾から伝導修正作用温度を算定する。実験は、図1に示すように名古屋工業大学にある恒温室内に周囲をカーテンで囲ったブースを作成し行った。実験の設定条件は、表1に示す気温と床温との組み合わせとした。被験者はトランクスのみの裸体で、胡座姿勢で床面中央に位置した。被験者の身体データを表2に示す。人体と床面との接触面積は感光紙を用いて測定した後、デジタイザ用いて求めた。床面は、木材床面上に断熱材を敷き、クラフトカーボン面発熱体を置き、リノリウム仕上げである。皮膚温は、0.2 mmφのT型熱電対を用いてHardy-DuBoisの12部位⁸⁾から大腿後、下腿後を除く部位および床面と人体との接触面である臀部、足側と足底、手掌において測定した。表3の重み係数を用いて伝導修正平均皮膚温を算出した。皮膚表面熱流は、熱電堆式熱流計を用いてHardy-DuBoisの12部位から大腿後、下腿後、足背を除く部位および臀部、足側において測定した。

3-2 数値解析による伝導修正作用温度の算出

対流による熱授受に関しては、胡座位姿勢における自然対流域での対流熱伝達率は明らかにされていないため、石垣ら⁹⁾による椅座位姿勢における自然対流域での対流熱伝達率を用いた。

放射による熱授受に関しては、より正確な数値解析を行うために、立体角投射法則に基づいた写真法¹⁰⁾を用いて、人体と空間構成面との間の形態係数を測定した。被験者を空間中央の床に位置させ、被験者から1mまたは2m離れた距離にある空間構成面上の50cm×50cmの格子点より測定を行った。表4に示す青年男子3名

(被験者KW、被験者SS、被験者OT)の被験者を用い、被験者の姿勢は胡坐とし着衣はトランクスのみの裸体とした。姿勢を胡坐としたため、立位や椅座位と比べ床面と人体との間の距離が短くなり、人体近傍において形態係数は急激に変化する。そのため、表4に示す青年男子3名((被験者KW、被験者SS、被験者AN)の被験者を用い、従来の方法より細かい12cm×12cmの格子上の点より測定した。また、人体と床面との接触面積は感光紙を用いて測定した。測定された人体データを用い、図2に示すような人体による遮蔽を考慮した各面から各面への形態係数¹¹⁾を求め、相互反射を考慮したNet Radiation法を、空間構成面および人体面に拡張し用いて、平均放射温度の算出¹²⁾を行った。算出に用いた放射率については、空間構成面は0.95、人体表面は0.98とした。

伝導による熱授受に関しては、被験者を用いた生理・心理反応実験に用いた床材を考慮して、床材の熱浸透率・熱伝導率は、リノリウムの熱浸透率9.9W/m²°C·h^{1/2}と熱伝導率0.15W/n°Cを用い、床材の厚さは、被験者実験に用いた装置の値である1cmとした。人体の熱浸透率は、16.7W/m²°C·h^{1/2}⁶⁾とした。接触部床温算出に必要な床面の対流熱伝達率は、水平面の面加熱における自然対流域での対流熱伝達率¹³⁾を用いた。また、人体の対流熱伝達率は、石垣らによる椅座位姿勢における自然対流域での対流熱伝達率を用いた。被験者実験の曝露時間を60分としたため、経過時間は60分とした。

表3 床温との接触を考慮した平均皮膚温算出の重み係数

		平均皮膚温算出の重み係数 %
頭部	前額	7
躯幹	胸乳	8.75
	臍	8.75
	肩甲棘	8.75
	腸骨櫛	8.75
上肢	前腕	14
	手背	2.5
	手掌	2.5
下肢	大腿前	9.5
	大腿後	9.5-S ₁
	臀部	S ₁
	下腿前	13
	下腿後	13
	足背	3.5
	足底	3.5-S ₂
	足側	S ₂

$$S_1 = \text{臀部接触面積} / \text{全体表面積}$$

$$S_2 = \text{足側接触面積} / \text{全体表面積}$$

表4 形態係数測定の被験者身体データ

被験者	身長 cm	体重 kg	全体表面積 ^{*)} m ²	有効放射面積 m ²	年齢
KW	168.0	65.0	1.74	1.11	21
SS	173.3	65.5	1.78	1.21	21
OT	177.6	78.2	1.96	1.17	21
AN	167.0	55.0	1.61	---	21

$$*) \text{DuBois-Area} = 0.007184 W^{0.425} H^{0.725}$$

W : 体重kg H : 身長cm

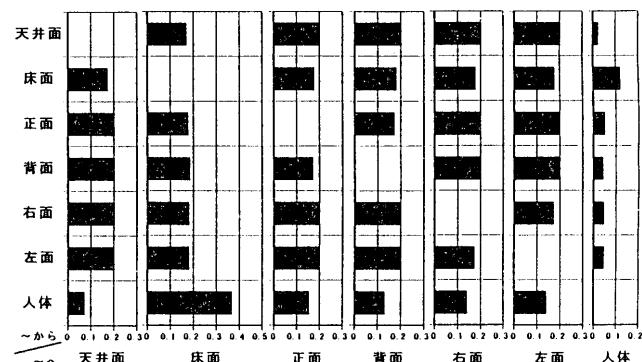


図2 人体による遮蔽を考慮した形態係数(2m×2m×2m空間)

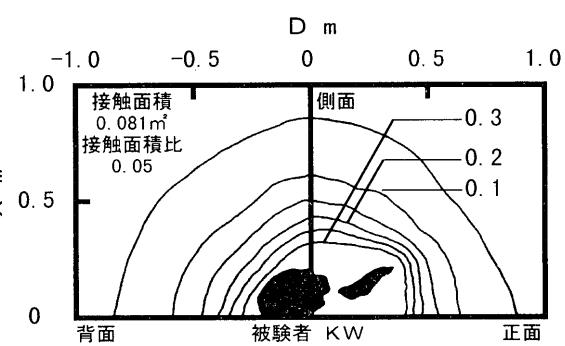


図3 床面から人体への形態係数および接觸面積(被験者 KW)

4. 結果

床面から人体への形態係数および接触部面積、接触部面積比を図3から図5に示す。

被験者実験により求められた伝導修正皮膚温と伝導修正作用温度との関係を図6に示す。

数値解析により、気温が17.5°C、20.0°C、22.5°C、25.0°C、27.5°C、30.0°Cで、床温が20°Cから40°Cの間である環境に対して、平均放射温度、接触部床温、伝導修正作用温度を算出した。ただし、人体に関する係数は、表2に示した被験者の全体表面積の平均値1.71m²と接触面積の平均値0.074m²から全体表面積に対する接触面積の比0.043を求めた。また、有効放射面積率は0.64とし、人体表面温度は33°Cとした。気温と床温との組み合わせと平均放射温度との関係を図7に、接触部床温との関係を図8に、伝導修正作用温度との関係を図9に示す。

5. 考察

接触部の形状および放射授受量に影響を与える形態係数を、図3から図5までを用いて考察する。形態係数の値は、体の周り50cmの距離で0.1程度であり、人体の周り5cmの距離で0.3程度である。人体近傍10cm程度の距離から急激に変化している。床面から人体への形態係数は、局部的には個人差が見られるものの、形態係数の分布の形状に関して個人差はあまり見られない。接触面積の形状は、大腿後上部に多少の個人差がみられ、大腿後上部が接触している被験者ほど接触面積率が大きくなる傾向がみられる。

図6より、床暖房を行っている環境の評価を考察する。伝導修正作用温度と伝導修正平均皮膚温との関係は、伝導を考慮しているため作用温度、平均皮膚温はよく対応し、相関が高く相関係数は0.84である。この伝導修正作用温度および伝導修正平均皮膚温は、伝導による熱授受が存在する環境を評価する指標として有効であると考えられる。

図7より、被験者を用いた生理・心理実験と比較検討するために、壁面の放射率0.95として算出したため、相互反射の影響はあまりみられず、床温とともに平均放射温度は線形的に上昇した。

図8より、接触部床温は、気温により多少の違いがみられるものの、床温20°Cで接触部床温27°C、床温26°Cで接触部床温30°C、床温40°Cで接触部床温38°Cである。人体表面を33°Cとして数値解析を行ったため、33°Cより低い床温では人体から床面に熱流が流れ、33°Cより高い床温では床面から人体に熱流が流れるように逆転するため、このような値が算出されたと考えられる。

図9より、数値解析により算出された伝導修正作用温度は、床温32°Cから34°Cの間において非線形的な挙動を示す。これは、上述のように人体の表面温度を33°Cに固定し数値解析を行ったため、床温が限りなく33°Cに近付くと人体の表面温度と接触部床温との差が小さくなり、数値計算上の誤差が生じているものであると考えられる。それ以外においては、ほぼ線形的な関係であり、床温を5°C変化させると伝導修正作用温度は1°C変化する。

実験により求められた伝導修正作用温度と数値解析により求められた伝導修正作用温度を、同じ図上にプロットし図10に示す。ただし、実験において気温を一定にするように床温などの制御を行うのは困難なため気温が20°C±1.25°C、22.5°C±1.25°C、

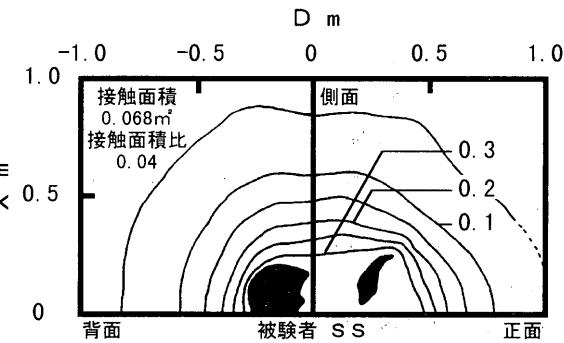


図4 床面から人体への形態係数および接触面積（被験者SS）

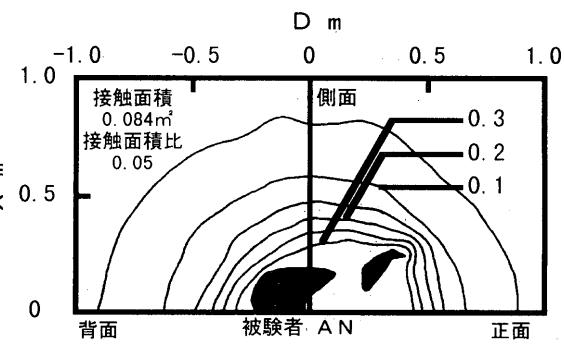


図5 床面から人体への形態係数および接触面積（被験者AN）

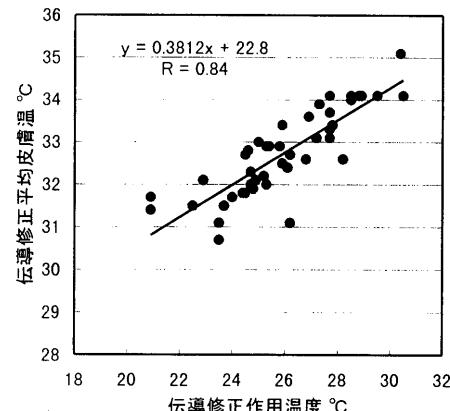


図6 実験による伝導修正皮膚温と伝導修正作用温度との関係

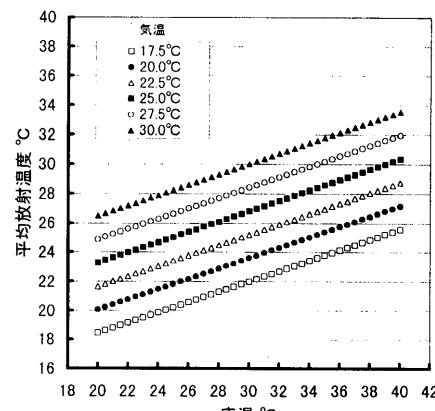


図7 数値解析による気温と床温との組み合わせと平均放射温度との関係

25°C ± 1.25°C、27.5°C ± 1.25°Cであるものをそれぞれのグループとし、プロットをした。

実験と数値解析により求められた伝導修正作用温度を比べてみると、床温が低い場合（実験の設定条件で床温と気温が等しい場合）においては、実験結果は数値解析の結果とほぼ一致している。床温が気温より高い場合においては、数値解析の結果と実験の結果に多少のばらつきがあるものの、数値解析と実験の結果は同様な傾向を示している。従って、数値解析による伝導を考慮した温熱指標である伝導修正作用温度の推定はほぼ妥当であると考えられる。

6. 結論

床暖房など伝導による熱授受を考慮しなければならない環境の温熱指標として、作用温度を拡張した伝導修正作用温度を求めた。伝導修正作用温度を算出する際に必要となる人体と各面との形態係数、人体有効放射面積や床面との接触面積を求めた。

また、被験者実験により求められた伝導修正作用温度は、平均皮膚温とよく対応する。実験と数値解析で求められた伝導修正作用温度とを比較した。皮膚温と床温との差が小さい場合には、数値計算の若干の誤差が出るが、実験により求められた伝導修正作用温度と同様な傾向を示すことを明らかにした。

このことにより、伝導修正作用温度は数値解析により予測可能であると考えられる。人体の生理・心理反応との関係については、今後報告する予定である。

引用文献

- 1) C.-E. A. Winslow, L. P. Herrington, A. P. Gagge: Physiological reactions of the human body to varying environmental temperatures, The American Journal of Physiology Vol. 120, No. 1, September, 1937
- 2) Fanger P.O.: Thermal Comfort, Danish Technical Press, 1970
- 3) 永村一雄、斎藤平蔵：床暖房と人体生理および温冷感との関係に関する実験的基礎研究、日本建築学会論文報告集、第 353 号、pp. 21-31、1985
- 4) Kim, B., Isoda, N. and Yanase, T.: Influence of floor heating temperature on the human body seated on the floor, 日本建築学会論文報告集、第 417 号、pp. 19-29、1990
- 5) 平山慶太郎、堀越哲美、蕨澄美仁、土川忠浩、本間宏、小林陽太郎：床温と気温が人体に及ぼす影響の実験 その 2. 夏季、椅子安静、着衣、青年男子の場合、日本建築学会東海支部研究報告集第 23 号、pp. 213-216、1985
- 6) 井上和夫：温熱環境条件としての床温の人体影響に関する実験的研究、東京工業大学大学院修士論文、1997
- 7) 崔英植、堀越哲美、宮本征一、水谷章夫：床暖房時の気温と床温が胡座人体に及ぼす影響に関する研究、日本建築学会論文報告集、第 480 号、pp. 7-14、1996
- 8) Hardy, J. D. & DuBois, E.F.: The Technic of Measuring Radiation and Convection, Journal of Nutrition Vol. 15 No. 5, pp. 461-475, 1938
- 9) 石垣：人体の対流熱伝達率に関する実験的研究、名古屋工業大学修士論文、1990
- 10) 堀越哲美、小林陽太郎：人体と矩形面との間の形態係数および人体ふく射面積に関する研究 1. 算出理論と椅子着衣の場合の実測、日本建築学会論文報告集、第 268 号、pp. 109-120、1978
- 11) 宮本征一、土川忠浩、堀越哲美、水谷章夫：床座時の人体による遮蔽を考慮した空間構成面間の形態係数に関する研究、日本建築学会論文報告集、第 497 号、pp. 33-38、1997
- 12) 宮本征一 堀越哲美 土川忠浩：相互反射及び人体による遮蔽を考慮した平均放射温度に関する研究、日本建築学会計画系論文集、第 498 号、pp. 45-49、1997
- 13) 1993 ASHRAE HANDBOOK FUNDAMENTALS SI Edition, 3.12

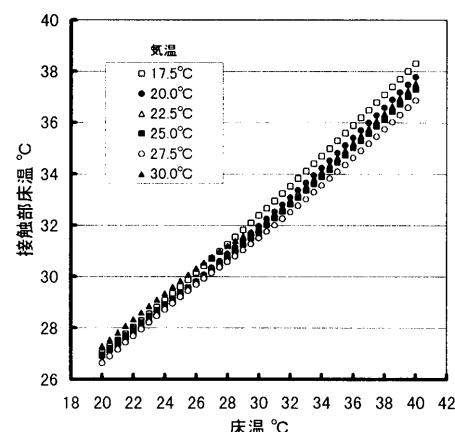


図 8 数値解析による気温と床温との組み合わせと接触部床温との関係

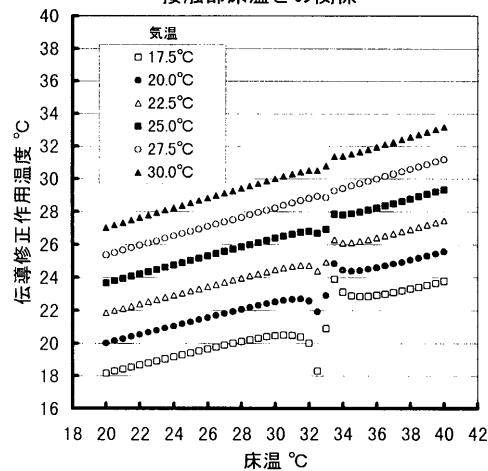


図 9 数値解析による気温と床温との組み合わせと伝導修正作用温度との関係

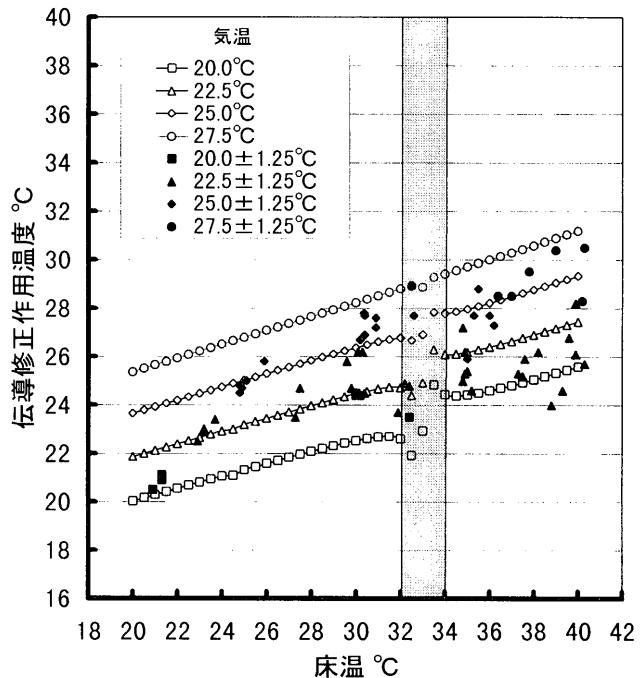


図 10 実験および数値解析により求められた伝導修正作用温度

【注 1】

半無限壁体と半無限壁体の接触の基礎式は、(式 1) と (式 2) のように表せられる。

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} = a_1 \frac{\partial^2 T_1}{\partial x^2} \quad \cdots \text{(式 1)} \quad \frac{\partial T_2}{\partial t} = a_2 \frac{\partial^2 T_2}{\partial x^2} \quad \cdots \text{(式 2)}$$

但し T : 壁体の温度 t : 時間 x : 接触面と直角方向の距離

a : 温度伝播率 ($= \lambda / c\rho$)

ここで、(式 1) と (式 2) を解く際に、無限固体として扱い、仮想部分を適宜に定め、以下の初期条件と接触条件を用いる。

初期条件 ($t=0$ の時)

$$\begin{aligned} T_1 &= f_1(x) = u_1 + v_1 x \quad (x < 0) \\ &= u_1' + v_1' x \quad (x > 0) \end{aligned} \quad \cdots \text{(式 3)}$$

$$\begin{aligned} T_2 &= f_2(x) = u_2 + v_2 x \quad (x < 0) \\ &= u_2' + v_2' x \quad (x > 0) \end{aligned} \quad \cdots \text{(式 4)}$$

接触条件

$$(T_1)_{x=0} = (T_2)_{x=0} \quad \cdots \text{(式 5)}$$

$$\lambda_1 \left(\frac{\partial T_1}{\partial x} \right)_{x=0} = \lambda_2 \left(\frac{\partial T_2}{\partial x} \right)_{x=0} \quad \cdots \text{(式 6)}$$

但し u : 接触面温度 ($t=0$) v : 温度勾配 ($t=0$)

λ : 热伝導率

初期条件 (式 3) が与えられている時の無限固体 (式 1) の解は、(式 7) である。

$$T_1 = \frac{1}{2\sqrt{a_1 t \pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f_1(\lambda) e^{-\frac{(x-\lambda)^2}{4a_1 t}} d\lambda \quad \cdots \text{(式 7)}$$

(式 3) を代入し解き、接触部 ($x=0$) では、(式 8) (式 9) となる。

$$(T_1)_{x=0} = \frac{u_1 + u_1'}{2} + \frac{(v_1' - v_1)\sqrt{a_1 t}}{\sqrt{\pi}} \quad \cdots \text{(式 8)}$$

$$\left(\frac{\partial T_1}{\partial x} \right)_{x=0} = \frac{v_1 + v_1'}{2} - \frac{(u_1 - u_1')}{2\sqrt{a_1 t \pi}} \quad \cdots \text{(式 9)}$$

同様に、(式 10) (式 11) が成り立つ。

$$(T_2)_{x=0} = \frac{u_2 + u_2'}{2} + \frac{(v_2' - v_2)\sqrt{a_2 t}}{\sqrt{\pi}} \quad \cdots \text{(式 10)}$$

$$\left(\frac{\partial T_2}{\partial x} \right)_{x=0} = \frac{v_2 + v_2'}{2} - \frac{(u_2 - u_2')}{2\sqrt{a_2 t \pi}} \quad \cdots \text{(式 11)}$$

(式 5) と (式 6) の接触条件に (式 8) ~ (式 11) を代入し、時間に関わらず成り立つためには、(式 12) ~ (式 15) が成り立つ必要がある。

$$u_1 + u_1' = u_2 + u_2' \quad \cdots \text{(式 12)}$$

$$\sqrt{a_1} (v_1' - v_1) = \sqrt{a_2} (v_2' - v_2) \quad \cdots \text{(式 13)}$$

$$\lambda_1 (v_1 + v_1') = \lambda_2 (v_2 + v_2') \quad \cdots \text{(式 14)}$$

$$\frac{\lambda_1}{\sqrt{a_1}} (u_1 + u_1') = \frac{\lambda_2}{\sqrt{a_2}} (u_2 + u_2') \quad \cdots \text{(式 15)}$$

(式 12) ~ (式 15) より、

$$\frac{1}{2} (u_1 + u_1') = \frac{\frac{\lambda_1}{\sqrt{a_1}} u_1 + \frac{\lambda_2}{\sqrt{a_2}} u_2'}{\frac{\lambda_1}{\sqrt{a_1}} + \frac{\lambda_2}{\sqrt{a_2}}} = \frac{b_1 u_1 + b_2 u_2'}{b_1 + b_2} \quad \cdots \text{(式 16)}$$

$$\sqrt{a_1} (v_1' - v_1) = \sqrt{a_1} \frac{2 \left(-\frac{\lambda_1}{\sqrt{a_1}} v_1 + \frac{\lambda_2}{\sqrt{a_1}} v_2' \right)}{\frac{\lambda_1}{\sqrt{a_1}} + \frac{\lambda_2}{\sqrt{a_2}}} = \frac{2(-\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2')}{b_1 + b_2} \quad \cdots \text{(式 17)}$$

ここで

$$b = \frac{\lambda}{\sqrt{a}} = \frac{\lambda}{\sqrt{\lambda/c\rho}} = \sqrt{\lambda c \rho} \text{ 热浸透率}$$

(式 16) と (式 17) を (式 8) に代入すると、

$$(T_1)_{x=0} = \frac{b_1 u_1 + b_2 u_2'}{b_1 + b_2} + \frac{2(-\lambda_1 v_1 + \lambda_2 v_2')}{b_1 + b_2} \frac{\sqrt{t}}{\sqrt{\pi}} \quad \cdots \text{(式 18)}$$

ここで、 $\lambda v = H$ (H : 热流量) であるため、以下の式となる。

$$(T_1)_{x=0} = \frac{b_1 u_1 + b_2 u_2'}{b_1 + b_2} + \frac{2(-H_1 + H_2)}{b_1 + b_2} \frac{\sqrt{t}}{\sqrt{\pi}}$$

(1998年3月10日原稿受理、1998年7月31日採用決定)