

有限間隙励振円筒状アンテナの忠実なモデル化に基づく数値解析

呉 迪[†] 平野 拓一[†] 稲垣 直樹[†] 菊間 信良[†]

Numerical Analysis of A Cylindrical Antenna with Finite Gap Excitation
Based on Realistic Modeling

Di WU[†], Takuichi HIRANO[†], Naoki INAGAKI[†], and Nobuyoshi KIKUMA[†]

あらまし 円筒アンテナの数値計算のための給電部のモデルとして、デルタギャップモデル、フリル磁流モデルがよく用いられる。前者のモデルを用いるとき、ギャップ長を有限とし、給電部の磁流のつくる電界を積分方程式の励振関数の一部に含めると、中空円筒アンテナの外表面電流と内表面電流を分離して求めることができる。しかし、円筒アンテナが無限長であるか、平行な2枚の導体板の間にある場合に対してのみ解析解が求められている。本論文は同様な積分方程式により有限長の円筒アンテナを扱う。まず、給電部の励振関数の数値計算において、円筒座標モード展開法による方法と磁流環の電気ベクトルポテンシャルによる方法で励振関数を数値的に求め、その特性を明らかにした。つぎに、Moment法による円筒アンテナの数値解析を行った。すべての解析は電流を円筒面上で区分正弦波により表現し、Galerkin法で行った。そして、入力アドミタンスの収束性の結果を種々の方法、ギャップで磁流を考慮しない点整合法(2次元面電流及び1次元軸電流の近似)、フリル磁流給電モデルを用いる軸電流近似法など、による結果と比較した。

キーワード 給電部モデル、等価磁流、励振関数、モーメント法、内外表面電流

1. ま え が き

円筒アンテナの数値計算のための給電部のモデルとして、デルタギャップモデル、フリル磁流モデルがよく用いられる。フリル磁流モデルは中心軸上の電界を簡潔に表現する Tsai の式 [1] を用いて同軸給電アンテナの解析によく使われている。崎谷らは、各種の給電部モデルを比較検討し、モーメント法の収束性を調べている [2]。

デルタギャップモデルを用い、Pocklington 型の積分方程式をモーメント法 [3], [4] で解こうとするとき、特に注意が必要である。簡便な方法：電流を中心軸に流れるとして1次元的に取り扱う方法、軸電流法、によるとセグメント長をアンテナ直径より小さくするとき、給電部付近の電流分布に非物理的な振動を生じる [5]。また、電流が円筒表面に流れるとする2次元的な取扱い：面電流法、でもデルタギャップの大きさを一セグメントとすると、セグメント数の増加につれて、デルタギャップが小さくなり、アンテナの給電部の構

造が変わるので、解は厳密に正確ではない。筆者の1人は1969年にこの点を指摘し、図1に示す有限間隙励振円筒状アンテナの正しい積分方程式を示した [6]。これは給電部の等価磁流のつくる電界を励振関数の一部に含む。従来の積分方程式は円筒アンテナが中空の筒型である場合に相当し、その解は筒の外表面を流れる電流と内表面を流れる電流の和に等しい。新しい積

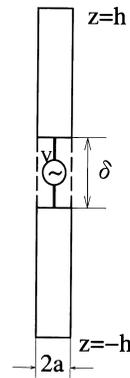


図1 円筒アンテナ
Fig. 1 Cylindrical antenna.

[†] 名古屋工業大学電気情報工学科, 名古屋市
Department of Electrical and Computer Engineering,
Nagoya Institute of Technology, Nagoya-shi, 466-8555 Japan

分方程式によれば、円筒アンテナが充実型であってもよく、外表面電流と内表面電流を分離することができる。ただし、等価磁流のつくる励振関数の計算は簡単ではない。解析解が容易に求まる円筒アンテナが無限長である場合と、平行な2枚の導体板の間に垂直に置かれた場合が解かれているだけである [7]。

本論文は同様な積分方程式により有限長の円筒アンテナを扱う。給電間隙幅を δ とし、電界 E_z は間隙の上で一定で、 $-V/\delta$ であり、他のところではアンテナ導体の完全導電性を仮定すれば0であるとすると、筆者らの積分方程式はそれぞれ以下ようになる [6]。

$$\int_{-h}^h G_{J^e}(z, z') J_z^e(z') dz' = U^e(z) \quad (1)$$

$$U^e(z) = \frac{V}{\delta} \int_{-\delta/2}^{\delta/2} G_M^e(z, z') dz' - \frac{V}{\delta} u(z) \quad (2)$$

$$\int_{-h}^h G_{J^i}(z, z') J_z^i(z') dz' = U^i(z) \quad (3)$$

$$U^i(z) = -\frac{V}{\delta} \int_{-\delta/2}^{\delta/2} G_M^i(z, z') dz' - \frac{V}{\delta} u(z) \quad (4)$$

$$u(z) = \begin{cases} 1 & (|z| < \delta/2) \\ 0 & (|z| \geq \delta/2) \end{cases} \quad (5)$$

ここで、 G_{J^e} 、 G_M^e 、 G_{J^i} 、 G_M^i はそれぞれ外表面と内表面の電界を求めるための電流、磁流の Green 関数である。 $J_z^e(z')$ 、 $J_z^i(z')$ はそれぞれ外表面と内表面の等価電流密度である。式 (1) と式 (3) の左辺は給電間隙 ($|z| < \delta/2$) を含む領域にわたる積分であり、アンテナ導体の表面 ($|z| > \delta/2$) において、等価電流は実際の電流に一致する。 $U^e(z)$ と $U^i(z)$ を外部と内部励振関数と呼ぶことにする。

本論文は円筒アンテナを筆者らの積分方程式に基づいて解析する際の、給電部の励振関数の計算を工夫し、励振関数を数値的に明らかにする。そして、これを有限長円筒アンテナに応用し、Moment 法により解析する。2. には、まず円筒座標モード展開法によるアンテナの励振関数の数値計算法を工夫する。つぎに、磁流環の電気ベクトルポテンシャルによる励振関数を計算する方法を述べる。3. において励振関数の計算例を示し、その特徴を明らかにする。4. には区分正弦関数展開の Galerkin 法 [8] で半波長ダイポールアンテナの内、外表面電流分布と入力アドミタンスの収束性を解析し、入力アドミタンスの結果を軸電流近似・フリル

磁流励振のパルス展開・点整合法及び円筒面電流と軸電流近似・ギャップ励振のパルス展開・点整合法の結果と比較する。

2. 円筒アンテナの給電部の励振関数の計算法

2.1 円筒座標モード展開法による方法

2.1.1 外部励振関数の計算

式 (2) における G_M^e は次式で与えられる [6]。

$$G_M^e(z, z') = \frac{ja}{4} \int_C \gamma J_1(\gamma a) H_0^{(2)}(\gamma a) e^{-j\alpha(z-z')} d\alpha \quad (6)$$

$$\gamma = \begin{cases} \sqrt{k^2 - \alpha^2} & (|\alpha| < k) \\ -j\sqrt{\alpha^2 - k^2} & (|\alpha| \geq k) \end{cases} \quad (7)$$

ここで、 $J_1(x)$: 1 次のベッセル関数、 $H_0^{(2)}(x)$: 第2種0次のハンケル関数である。また、積分経路 C は図 2 (a) に示す経路、 $k = \omega\sqrt{\mu\epsilon}$ (位相定数) である。

式 (2) の第1項は磁流からの寄与であり、式 (6) を代入して、

$$\begin{aligned} & \frac{V}{\delta} \int_{-\delta/2}^{\delta/2} G_M^e(z, z') dz' \\ &= \frac{jaV}{2} \int_{C'} \gamma J_1(\gamma a) \\ & \quad \times H_0^{(2)}(\gamma a) \cdot \frac{\sin(\alpha\delta/2)}{\alpha\delta/2} \cos(\alpha z) d\alpha. \end{aligned} \quad (8)$$

ここで、積分経路 C' は図 2 (b) に示す経路である。この積分は無限区間の積分となるため数値積分できない。そこで、図のように積分区間を $(0, k)$ 、 (k, x) 、 (x, ∞) の三つの区間に分け、有限区間の $(0, k)$ 、 (k, x) に対し

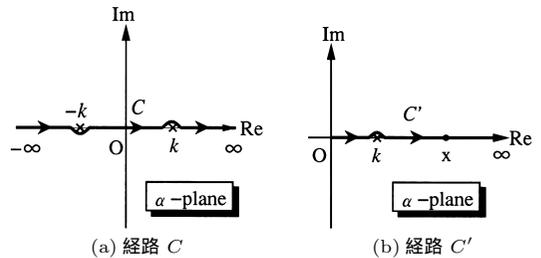


図2 積分経路

Fig.2 Integration paths.

て、数値積分を行う。\$x\$ を十分大きくすると、\$(x, \infty)\$ の区間では被積分関数に近似表現を使うことができる。本論文では、積分区間 \$(x, \infty)\$ で (iii) に示す被積分関数の近似表現が十分有効となるように \$x = 50/a\$ と選んで数値計算を行った。

(i) \$(0, k)\$ に対して、

$$\begin{aligned} & \frac{jaV}{2} \int_0^k \sqrt{k^2 - \alpha^2} J_1(\sqrt{k^2 - \alpha^2} a) \\ & \times H_0^{(2)}(\sqrt{k^2 - \alpha^2} a) \\ & \times \frac{\sin(\alpha\delta/2)}{\alpha\delta/2} \cos(\alpha z) d\alpha \end{aligned} \quad (9)$$

(ii) \$(k, x)\$ に対して、

$$\begin{aligned} & \frac{aV}{\pi} \int_k^x \sqrt{\alpha^2 - k^2} I_1(\sqrt{\alpha^2 - k^2} a) \\ & \times K_0(\sqrt{\alpha^2 - k^2} a) \\ & \times \frac{\sin(\alpha\delta/2)}{\alpha\delta/2} \cos(\alpha z) d\alpha \end{aligned} \quad (10)$$

ここで、\$I_1(x)\$: 第 1 種 1 次の変形ベッセル関数、\$K_0(x)\$: 第 2 種 0 次の変形ベッセル関数である。

(iii) \$(x, \infty)\$ に対して、

$$xI_1(x)K_0(x) \rightarrow \frac{1}{2} \quad (x \rightarrow \infty) \quad (11)$$

の近似を使うと、次のようになる。

$$\begin{aligned} & \frac{V}{2\pi\delta} \left[\operatorname{sgn}(\delta/2 + z) \left\{ \frac{\pi}{2} - S_i(|(\delta/2 + z)x|) \right\} \right. \\ & \left. + \operatorname{sgn}(\delta/2 - z) \left\{ \frac{\pi}{2} - S_i(|(\delta/2 - z)x|) \right\} \right] \end{aligned} \quad (12)$$

ここで、\$S_i(x)\$: 積分正弦関数である。

式 (9), (10), (12) を足し合わせると外部励振関数が得られる。

2.1.2 内部励振関数

式 (4) における \$G_M^i\$ は次式で与えられる [6]。

$$\begin{aligned} & G_M^i(z, z') \\ & = \frac{ja}{4} \int_C \gamma J_0(\gamma a) H_1^{(2)}(\gamma a) e^{-j\alpha(z-z')} d\alpha \end{aligned} \quad (13)$$

ここで、\$J_0(x)\$: 0 次のベッセル関数、\$H_1^{(2)}(x)\$: 第 2 種 1 次のハンケル関数である。

式 (4) の第 1 項は磁流からの寄与であり、外部励振関数のときと同様に計算すると、

$$\begin{aligned} & -\frac{V}{\delta} \int_{-\delta/2}^{\delta/2} G_M^i(z, z') dz' \\ & = -\frac{jaV}{2} \int_{C'} \gamma J_0(\gamma a) \\ & \times H_1^{(2)}(\gamma a) \cdot \frac{\sin(\alpha\delta/2)}{\alpha\delta/2} \cos(\alpha z) d\alpha \end{aligned} \quad (14)$$

上式の評価は外部励振関数のときと同様に行う。

(i) \$(0, k)\$ に対して、

$$\begin{aligned} & -\frac{jaV}{2} \int_0^k \sqrt{k^2 - \alpha^2} J_0(\sqrt{k^2 - \alpha^2} a) \\ & \times H_1^{(2)}(\sqrt{k^2 - \alpha^2} a) \\ & \times \frac{\sin(\alpha\delta/2)}{\alpha\delta/2} \cos(\alpha z) d\alpha \end{aligned} \quad (15)$$

(ii) \$(k, x)\$ に対して、

$$\begin{aligned} & -\frac{aV}{\pi} \int_k^x \sqrt{\alpha^2 - k^2} I_0(\sqrt{\alpha^2 - k^2} a) \\ & \times K_1(\sqrt{\alpha^2 - k^2} a) \\ & \times \frac{\sin(\alpha\delta/2)}{\alpha\delta/2} \cos(\alpha z) d\alpha \end{aligned} \quad (16)$$

ここで、\$I_0(x)\$: 第 1 種 0 次の変形ベッセル関数、\$K_1(x)\$: 第 2 種 1 次の変形ベッセル関数である。

(iii) \$(x, \infty)\$ に対して、

$$xI_0(x)K_1(x) \rightarrow \frac{1}{2} \quad (x \rightarrow \infty) \quad (17)$$

の近似を使うと、次のようになる。

$$\begin{aligned} & -\frac{V}{2\pi\delta} \left[\operatorname{sgn}(\delta/2 + z) \left\{ \frac{\pi}{2} - S_i(|(\delta/2 + z)x|) \right\} \right. \\ & \left. + \operatorname{sgn}(\delta/2 - z) \left\{ \frac{\pi}{2} - S_i(|(\delta/2 - z)x|) \right\} \right] \end{aligned} \quad (18)$$

式 (15), (16), (18) を足し合わせると内部励振関数が得られる。

2.2 磁流環の電気ベクトルポテンシャルによる方法

本節では磁流環の電気ベクトルポテンシャルによる給電部の外部、内部励振関数の計算法を説明する。

外表面電流に対する積分方程式の励振関数は次式で与えられる (誘導と記号の詳細は付録 1. 参照)。

$$U^e(z) = -\frac{Va}{4\pi\delta} \int_{-\delta/2}^{\delta/2} \int_0^{2\pi} \frac{[a - a^+ \cos(\varphi - \varphi')]}{R^{+3}}$$

$$\times (jkR^+ + 1)e^{-jkR^+} d\varphi' dz' - \frac{V}{\delta} u(z) \quad (19)$$

外表面において、半径 $a^+ = a + \Delta$, $\Delta \rightarrow 0$. $\varphi = 0$ に対する励振関数を、 Δ を含む項を分離して書き直すと次式となる.

$$U^e(z) = -\frac{Va^2}{2\pi\delta} \int_{-\delta/2}^{\delta/2} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{(jkR^+ + 1) \sin^2(\varphi'/2)}{R^{+3}} \times e^{-jkR^+} d\varphi' dz' + \frac{Va\Delta}{4\pi\delta} \int_{-\delta/2}^{\delta/2} \int_{-\pi}^{\pi} \frac{(jkR^+ + 1) \cos \varphi'}{R^{+3}} \times e^{-jkR^+} d\varphi' dz' - \frac{V}{\delta} u(z) \quad (20)$$

2.2.1 $|z| > \delta/2$ の場合

式 (20) は直接に数値積分してよい. また, Δ を含む第 2 項は $\Delta \rightarrow 0$ のとき 0 となる.

2.2.2 $|z| \leq \delta/2$ の場合

被積分関数の分母 R^3 は ($z' = z, \varphi' = 0$) で 0 となる. この特異点の取扱いは工夫が必要であるが, 本論文では次のステップをふんで数値計算をする.

(i) 観測点の設定

積分を評価する点 $z = z_s$ を設定する.

(ii) 積分範囲の分割

積分範囲を図 3 に示す 5 個の長方形領域に分割する. 中心の $z = z_s$ を含む領域のみが特異点をもつ. 他の 4 領域は通常の数値積分により評価する.

(iii) 微小特異領域の積分の評価

中心の特異点を含む領域を $[z_s - dz, z_s + dz], [-d\varphi, d\varphi]$ とする. dz と $d\varphi$ を十分に小さくすれば, R は次の

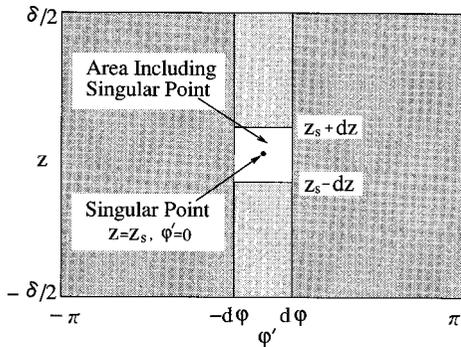


図 3 特異点を含む積分面積の分割図

Fig. 3 Division of the integral area including a singular point.

ように近似できる.

$$R^+ \approx \sqrt{a(a + \Delta)\varphi'^2 + (z_s - z')^2 + \Delta^2} \quad (21)$$

また e^{-jkR^+} を展開し, 主要な 3 項により近似する.

$$e^{-jkR^+} = 1 - jkR^+ - \frac{k^2 R^{+2}}{2} \quad (22)$$

このとき, 特異点を含む小さな面積上の積分値は次式で与えられる.

$$U'(z_s) = U'_a(z_s) + U'_\Delta(z_s) \quad (23)$$

$$U'_a(z_s) = -\frac{Va^2}{2\pi\delta} \int_{z_s - dz}^{z_s + dz} \int_{-d\varphi}^{d\varphi} \frac{(jkR^+ + 1) \sin^2(\varphi'/2)}{R^{+3}} \times e^{-jkR^+} d\varphi' dz' \quad (24)$$

$$U'_\Delta(z_s) = \frac{Va\Delta}{4\pi\delta} \int_{z_s - dz}^{z_s + dz} \int_{-d\varphi}^{d\varphi} \frac{(jkR^+ + 1) \cos(\varphi')}{R^{+3}} \times e^{-jkR^+} d\varphi' dz' \quad (25)$$

(iii-1) $U'_\Delta(z_s)$ の評価

結果は次のようになる (付録 2.).

$$U'_\Delta(z_s) = \frac{V}{2\delta} \quad (26)$$

ギャップ外では Δ を含む項からの寄与は 0 であるが, ギャップ内においては, Δ を含む項は励振関数に $V/(2\delta)$ を寄与する. これによって, 磁流を考慮する励振関数はギャップの端, $\pm\delta$ において, $V/(2\delta)$ の不連続量が存在し, その量が磁流を考慮しないときの不連続の値, V/δ の半分であるということがわかる.

(iii-2) $U'_a(z_s)$ の評価

$U'_\Delta(z_s)$ に対すると同様な取扱いにより, 次の結果を得る.

$$U'_a(z_s) = -\frac{Vdz}{2\pi\delta a} \left\{ \log(\sqrt{2} + 1) - \frac{jk^3 dz^3}{6} + \frac{k^2 dz^2}{12} [\sqrt{2} + \log(\sqrt{2} + 1)] \right\} \quad (27)$$

以上の 3 段階のステップをふんで, 外部励振関数を計算することができる.

また内部励振関数も同様な方法により求めることができる. ただし, この場合の内表面の半径は $a^- = a - \Delta$, $\Delta \rightarrow 0$ のように定義する.

3. 励振関数の性質

2.1 と 2.2 において、円筒座標モード展開法と磁流環ベクトルポテンシャル法によるアンテナの励振関数の計算法を述べたが、解析結果からこの二つの方法の結果がよく一致することがわかった。本章では磁流環

ベクトルポテンシャル法の結果を例として、励振関数の性質を説明する。

3.1 円筒半径に対する変化

図 4 と 図 5 は、間隙の大きさが 0.01λ である場合のそれぞれの Ω ($\Omega = 2 \ln l/a, l = 0.5\lambda$) に対する $U^e(z)$ と $U^i(z)$ の計算例を示す。解析結果から、次のことがわかった。 Ω が大きい (半径が小さい) ほど、ギャップ内における外部励振関数の実部の絶対値は大きな

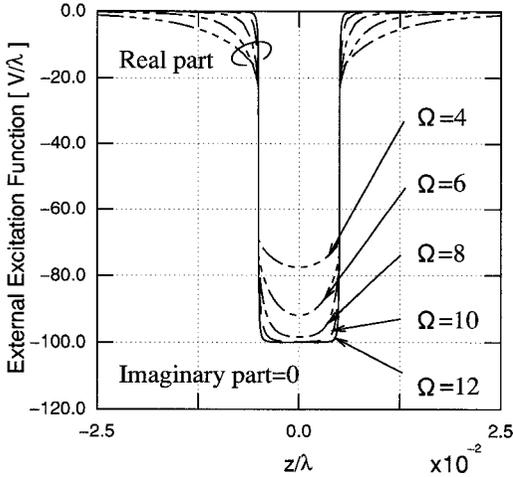


図 4 Ω の変化に対応する外表面の励振関数 ($V = 1 \text{ V}, \delta = 0.01\lambda$)

Fig. 4 External excitation function with variation of Ω ($V = 1 \text{ V}, \delta = 0.01\lambda$).

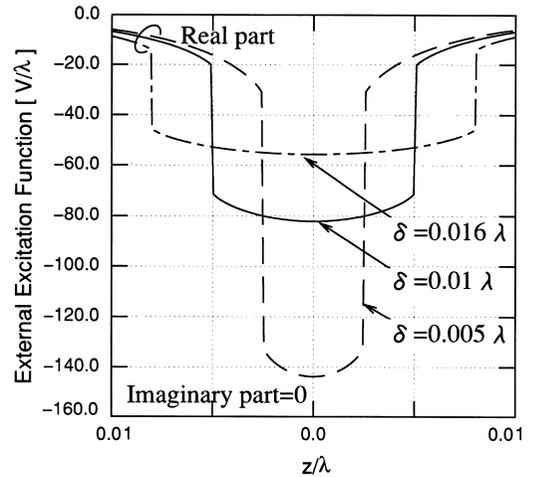


図 6 間隙幅の変化に対応する外表面の励振関数 ($V = 1 \text{ V}, \delta = 0.01\lambda$)

Fig. 6 External excitation function with variation of the gap length ($V = 1 \text{ V}, \delta = 0.01\lambda$).

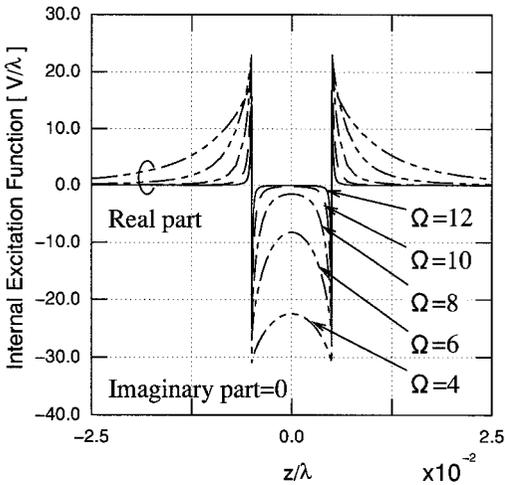


図 5 Ω の変化に対応する内表面の励振関数 ($V = 1 \text{ V}, \delta = 0.01\lambda$)

Fig. 5 Internal excitation function with variation of Ω ($V = 1 \text{ V}, \delta = 0.01\lambda$).

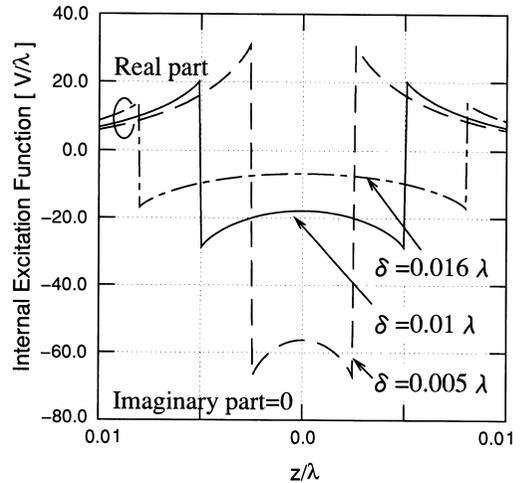


図 7 間隙幅の変化に対応する内表面の励振関数 ($V = 1 \text{ V}, \delta = 0.01\lambda$)

Fig. 7 Internal excitation function with variation of the gap length ($V = 1 \text{ V}, \delta = 0.01\lambda$).

り、内部励振関数の実部は小さくなる。半径が極めて小さいときには、外部励振関数の実部は磁流を考慮しない場合の給電部の印加電界に近付き、内部励振関数の実部は0に近づく。ただし、ギャップの端 $z = \pm\delta/2$ における不連続の大きさは等価磁流を無視するときの半分、 $V/(2\delta)$ となる。 $U^e(z)$ と $U^i(z)$ の虚部は非常に小さく、実部より4けた以上小さい。

3.2 間隙幅に対する変化

図6と図7は、半径 a が 0.005λ であるときのそれぞれのギャップ長に対する $U^e(z)$ と $U^i(z)$ の計算例を示す。半径が等しいとき、ギャップ長が小さいほど、外部と内部励振関数の実部の絶対値は両方とも大きい。

4. Moment 法による数値解の性質

4.1 内、外表面電流

本論文では、円筒座標モード展開法で無限長アンテナの内表面電流分布を解析し、また区分正弦関数を展開関数と重み関数とする Galerkin 法を用い、半波長ダイポールアンテナの内、外表面電流分布と入力アドミタンスの収束性の解析を行う。

Galerkin 法による相互インピーダンスの計算においても、励振関数の計算のときと同様に特異点の問題が現れるが、励振関数に対すると同様に取り扱う。

図8は給電間隙 $\delta = 0.01\lambda$ である半波長ダイポー

ルアンテナに対して、半径の違いによる内表面電流分布を示す。解析結果から半径 a が大きいほど、内表面電流が大きくなることがわかった。また実部のほうは大きいときでも 10^{-3} 倍程度虚部よりも小さくなり、0とみなしてもかまわない。ギャップ外で内表面電流はアンテナの端に向かって急激に減衰する。例えば、半径が 0.005λ のアンテナの場合にギャップ幅の2倍、半径が 0.05λ のアンテナの場合にギャップ幅の10倍の距離で0に近似できる。これらは物理的考察から予想できることである。もし、内表面電流に電圧と同相成分があると円筒アンテナの円筒内部に向かって電力の供給があることになる。円筒半径が十分細いので円筒内部はカットオフとなり、電力供給は行えない。同じ理由で内部磁界は指数関数的に減少する。

図9は種々の半径に対する半波長ダイポール外表面の電流分布を示す。アンテナの半径の増加につれて、外表面の電流分布の実部と虚部が両方とも増加する。半径が 0.028λ より大きくなると、給電部付近の電流の虚部の値は正になる。

図10は半径が 0.05λ の半波長ダイポールアンテナの電流分布を示す。いずれも励振電圧は $1V$ 、励振間隙は $\delta = 0.01\lambda$ である。この図において(1),(2),(3)の曲線はそれぞれ中空アンテナの内表面電流、外表面電流、内、外表面電流の和であり、(4)は磁流を考えない従来の Pocklington 積分方程式による電流分布で

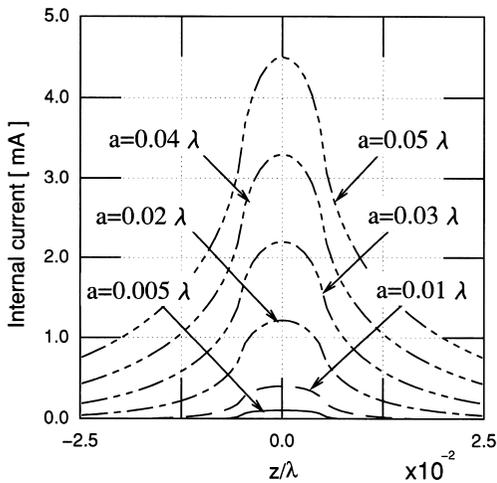


図8 給電部の付近の内表面電流分布 ($V = 1V, \delta = 0.01\lambda$)

Fig.8 Internal current distribution near the feed ($V = 1V, \delta = 0.01\lambda$).

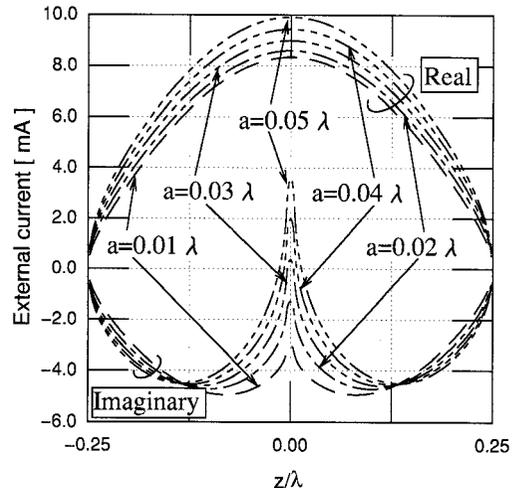
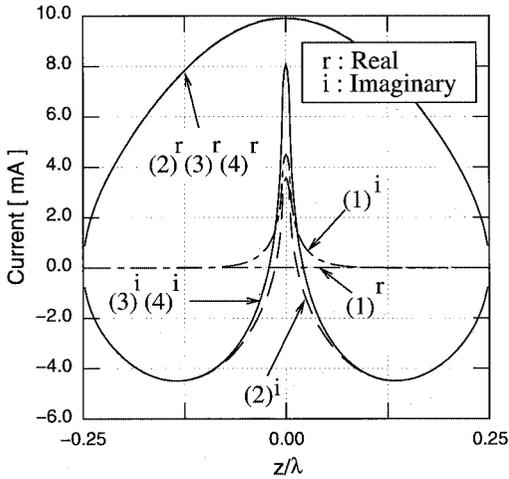


図9 外表面の電流分布 ($V = 1V, \delta = 0.01\lambda$)

Fig.9 External current distribution ($V = 1V, \delta = 0.01\lambda$).



- (1) : Internal surface current distribution
- (2) : External surface current distribution
- (3) : Sum of (1) and (2)
- (4) : Current distribution obtained by the conventional integral equation neglecting the magnetic current at the gap

図 10 内表面, 外表面電流分布と両方の和
($a = 0.05\lambda, V = 1V, \delta = 0.01\lambda$)

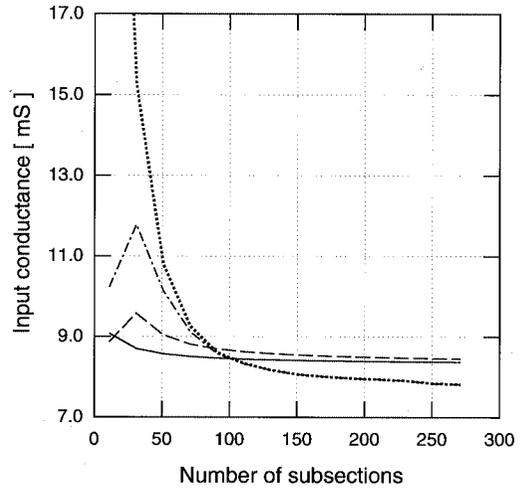
Fig. 10 Internal, external and total current distribution ($a = 0.05\lambda, V = 1V, \delta = 0.01\lambda$).

ある。図 10 を見ると、実部のほうは (2), (3), (4) はすべて重なっているが、(1) の内表面電流はほとんど 0 である。虚部のほうは (3) と (4) が重なっている。(1) の内表面電流は 0.45 mA 程度で、正確に充実型アンテナに対する入力アドミタンスを求めるときは無視できない大きさである。また中空アンテナの外表面と内表面電流の和は従来の Pocklington 積分方程式に基づく電流分布と等しいことがわかった。

4.2 入力アドミタンス

図 11 と図 12 は、それぞれ $a = 0.005\lambda, \delta = 0.01\lambda$ の半波長ダイポールアンテナに対する入力コンダクタンスと入力サセプタンスの収束性を示す。実線は等価磁流を考慮する面電流・区分正弦関数 Galerkin 法の解析結果、破線と一点鎖線はそれぞれ面電流と軸電流近似・パルス展開・点整合・1 セグメントをギャップとする方法による結果であり、点線は軸電流法・パルス展開・点整合・フリル磁流励振の方法による結果を示す。

図 11 と図 12 を見ると実線が最も収束性が良い。また破線と点線と一点鎖線は内、外表面電流の和を求めて入力アドミタンスを計算しているので、中空アンテナ



- : With equivalent magnetic current, surface current, Galerkin method
- - - : Without magnetic current, axial current, pulse expansion · point matching
- · - : Without surface current, pulse expansion · point matching
- : Frill magnetic current modeling, axial current, pulse expansion · point matching

図 11 半波長ダイポールの入力コンダクタンスの収束性
($a = 0.005\lambda, \delta = 0.01\lambda$)

Fig. 11 Conductance convergence of a half wavelength dipole ($a = 0.005\lambda, \delta = 0.01\lambda$).

の入力アドミタンスに対するものであることに注意しなければならない。

以上の各数値解析法の比較から、本論文に示した等価磁流を考慮する面電流・区分正弦関数 Galerkin 法は、与えられたアンテナ構造の真の放射特性を知るのに最も信頼のおける方法であるといえる。

4.3 アンテナ長に対する入力アドミタンスの変化

図 13 にアンテナ長 L を変化させたときの入力サセプタンス ($V = 1$ のとき給電点電流の虚部) の変化を示す。

アンテナ長 L を長くしていくと、無限長アンテナの値に近づくことがわかる。また、 L が小さくなるに従って、給電点の内表面電流が小さくなることから、これは短いアンテナの場合では、端の反射の影響があるからであると考えられる。

更に、半径 a が大きいほどアンテナ長 L が大きくなるときの無限長アンテナの値への近づき方が遅いこ

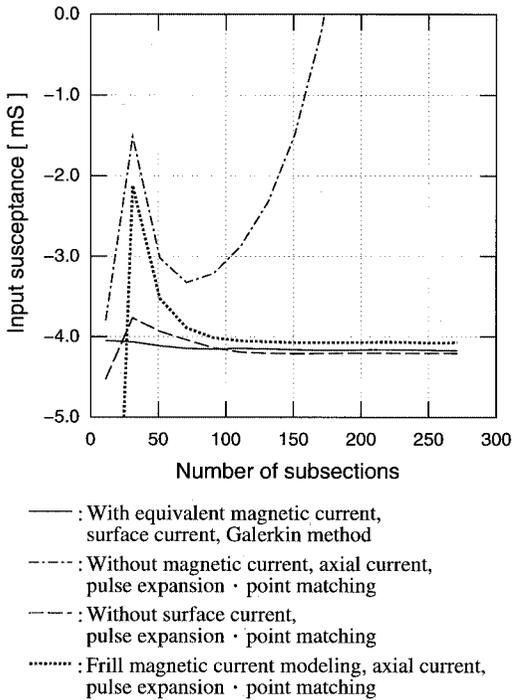


図 12 半波長ダイポールの入力サセプタンスの収束性 ($a = 0.005\lambda, \delta = 0.01\lambda$)
 Fig. 12 Suseptance convergence of a half wavelength dipole ($a = 0.005\lambda, \delta = 0.01\lambda$).

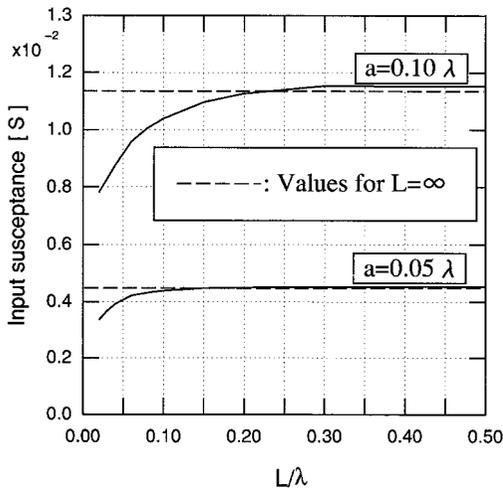


図 13 アンテナ長 L に対する入力サセプタンス ($\delta = 0.01\lambda$)
 Fig. 13 Input susceptance versus antenna length L ($\delta = 0.01\lambda$).

とがわかる．また $a = 0.10\lambda$ のほうは無限長と有限長の入力サセプタンスの収束値には差があるが，これは数値計算の誤差であると考えられる．

5. む す び

円筒アンテナの給電部モデルとして，まず円筒座標モード展開法によって解析し，また等価磁流を考慮する有限間隙給電モデルを取り上げ，特異点を含む励振関数の数値積分を工夫し，給電部の励振関数を数値的に明らかした．給電電圧 V による電界がギャップの間隙に均等に存在するとする従来の Pocklington 積分方程式の励振関数は V/δ の振幅をもつ階段関数となるが，等価磁流を考慮する励振関数において，ギャップの端での不連続量は $V/(2\delta)$ となり，半減する．給電部において間隙長 δ を一定にし，円筒アンテナの半径 a を小さくすると，外部励振関数の振幅は増加し，内部励振関数の振幅は減少する． a を一定にし， δ を小さくすると，内部と外部励振関数の振幅は両方とも増加する．

区分正弦関数を用いる Galerkin 法で半波長円筒アンテナの内，外表面電流分布を解析した．内表面電流の実部は 0 であり，虚部はギャップの中心にピークを形成し，ギャップの外では指数関数的に減少することがわかった．内，外表面電流分布の和は同じ給電間隙のアンテナを，磁流を考えずに解いた電流分布と一致することを確かめることができた．

半波長円筒アンテナの入力アドミタンスの収束性の解析を行い，等価磁流を考慮しないデルタギャップモデル及びフリル磁流モデルによる結果と比較した．有限間隙給電モデルとフリル磁流モデルとは構造が異なるため，入力アドミタンスの収束性には差がある．本論文の方法はアンテナ構造を精密にモデル化するものであり，放射特性を知るのに最も信頼性の高い方法であるといえる．

文 献

- [1] L.L. Tsai, "A numerical solution for the near and far fields of an annular ring of magnetic current," IEEE Trans. Antennas & Propag., vol.AP-20, pp.569-576, Sept. 1972.
- [2] 崎谷昭秀, 江頭 茂, "アンテナの数値解析における給電部に関する考察," 信学論(B), vol.J67-B, no.9, pp.945-952, Sept. 1984.
- [3] R.F. Harrington, "Matrix methods for field problems," Proc. IEEE, vol.55, no.2, pp.136-149, Feb. 1967.
- [4] R.F. Harrington, "Field Computation by Moment

- Methods," Macmillan company, New York, 1968.
- [5] R. Mittra, "Numerical and Asymptotic Techniques in Electromagnetics," Springer-Verlag Berlin Heidelberg New York, 1975.
- [6] N. Inagaki and T. Sekiguchi, "A note on the Antenna Integral Equation," IEEE Trans. Antennas & Propag., vol.AP-17, no.2, pp.223-224, March 1969.
- [7] 稲垣直樹, 関口利男, "給電点に有限幅の間げきを持つ円筒状アンテナの積分方程式とその解について," 信学論 (B), vol.52-B, no.5, pp.292-298, May 1969.
- [8] W.L. Stutzman and G.A. Thiele, "Antenna Theory and Design," John Wiley & Sons, Inc. pp.323-332, 1981.

付 録

1. 外部と内部励振関数の誘導

図 A.1 のように, 半径 a をもつ磁流環にとって, 電気ベクトルポテンシャルは次式で示される.

$$\vec{F} = \frac{\epsilon}{4\pi} \int_c M(\vec{r}') G d\vec{c}' \quad (\text{A}\cdot 1)$$

電気ベクトルポテンシャルの φ 成分は

$$F_\varphi = \frac{\epsilon}{4\pi} \int_0^{2\pi} M_\varphi \cos(\varphi - \varphi') G a d\varphi' \quad (\text{A}\cdot 2)$$

である.

ここで,

$$G = \frac{e^{-jkR}}{R} \quad (\text{A}\cdot 3)$$

$$R = \sqrt{\rho^2 + a^2 - 2\rho a \cos(\varphi - \varphi') + (z - z')^2} \quad (\text{A}\cdot 4)$$

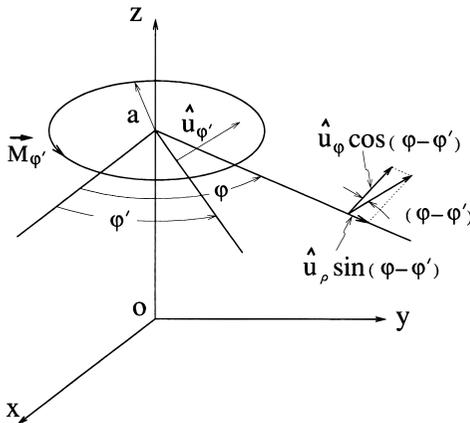


図 A.1 磁流環

Fig. A.1 Geometry of magnetic ring.

電気ベクトルポテンシャルとそれに対応する電界との間に次の関係がある.

$$\vec{E} = -\frac{1}{\epsilon} \nabla \times \vec{F} \quad (\text{A}\cdot 5)$$

電界の z 方向の成分は次のように与えられる.

$$E_z = -\frac{1}{\epsilon} \left[\frac{\partial F_\varphi}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho} F_\varphi \right] \quad (\text{A}\cdot 6)$$

式 (A.2) から, 部分積分法を用いると, 次式が得られる.

$$F_\varphi = \frac{\epsilon a}{4\pi} \int_0^{2\pi} -M_\varphi \sin(\varphi - \varphi') \frac{\partial G}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial \varphi'} d\varphi' \quad (\text{A}\cdot 7)$$

また,

$$\frac{\partial F_\varphi}{\partial \rho} = \frac{\epsilon a}{4\pi} \int_0^{2\pi} M_\varphi \cos(\varphi - \varphi') \frac{\partial G}{\partial R} \frac{\partial R}{\partial \rho} d\varphi' \quad (\text{A}\cdot 8)$$

式 (A.7), (A.8) を式 (A.6) に代入し, また $\partial R / \partial \rho$ と $\partial R / \partial \varphi'$ の関係を利用すると, 次式が得られる.

$$E_z = \frac{a}{4\pi} \int_0^{2\pi} M_\varphi \frac{\partial G}{\partial R} \frac{[a - \rho \cos(\varphi - \varphi')]}{R} d\varphi' \quad (\text{A}\cdot 9)$$

アンテナの外表面において,

$$\rho = a^+ = a + \Delta (\Delta \rightarrow 0) \quad (\text{A}\cdot 10)$$

また間隙上に

$$M_\varphi = E_z = -\frac{V}{\delta} \quad (\text{A}\cdot 11)$$

したがって, 式 (A.9) を間隙上に沿って積分し, そのうえ式 (A.10), (A.11) を利用すると, 間隙上の等価磁流によるアンテナの外表面の電界が次のように得られる.

$$E'_z = \frac{Va}{4\pi\delta} \int_{-\delta/2}^{\delta/2} \int_0^{2\pi} \frac{(jkR^+ + 1)}{R^{+3}} \times [a - a^+ \cos(\varphi - \varphi')] e^{-jkR^+} d\varphi' dz' \quad (\text{A}\cdot 12)$$

すると, 外表面電流積分方程式に対応する磁流の Green 関数は次式で与えられる.

$$G_M^e = -\frac{a}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(jkR^+ + 1)[a - a^+ \cos(\varphi - \varphi')]}{R^{+3}} \times e^{-jkR^+} d\varphi' \quad (\text{A}\cdot 13)$$

ここで,

$$R^+ = \sqrt{a^2 + a^{+2} - 2aa^+ \cos(\varphi - \varphi') + (z - z')^2} \quad (\text{A.14})$$

対応する外部励振関数は次式である.

$$U^e(z) = -\frac{Va}{4\pi\delta} \int_{-\delta/2}^{\delta/2} \int_0^{2\pi} \frac{[a - a^+ \cos(\varphi - \varphi')]}{R^{+3}} \times (jkR^+ + 1)e^{-jkR^+} d\varphi' dz' - \frac{V}{\delta} u(z) \quad (\text{A.15})$$

同様に, 内表面電流積分方程式に対応する磁流の Green 関数は次式のように誘導できる.

$$G_M^i = -\frac{a}{4\pi} \int_0^{2\pi} \frac{(jkR^- + 1)[a - a^- \cos(\varphi - \varphi')]}{R^{-3}} \times e^{-jkR^-} d\varphi' \quad (\text{A.16})$$

ここで,

$$a^- = a - \Delta (\Delta \rightarrow 0) \quad (\text{A.17})$$

$$R^- = \sqrt{a^2 + a^{-2} - 2aa^- \cos(\varphi - \varphi') + (z - z')^2} \quad (\text{A.18})$$

対応する内部励振関数は次式である.

$$U^i(z) = \frac{Va}{4\pi\delta} \int_{-\delta/2}^{\delta/2} \int_0^{2\pi} \frac{[a - a^- \cos(\varphi - \varphi')]}{R^{-3}} \times (jkR^- + 1)e^{-jkR^-} d\varphi' dz' - \frac{V}{\delta} u(z) \quad (\text{A.19})$$

2. $U'_\Delta(z_s)$ の誘導

$$U_{\Delta'}(z_s) = \frac{Va}{4\pi\delta} \int_{z_s-dz}^{z_s+dz} \int_{-d\varphi}^{d\varphi} \frac{(jkR^+ + 1)}{R^{+3}} \times \Delta \cos(\varphi') e^{-jkR^+} d\varphi' dz' = \frac{Va}{4\pi\delta} \int_{z_s-dz}^{z_s+dz} \int_{-d\varphi}^{d\varphi} \left(\frac{\Delta}{R^{+3}} + \frac{\Delta k^2}{2R^+} - \frac{j\Delta k^3}{2} \right) \times d\varphi' dz' \quad (\text{A.20})$$

上式の第 2, 第 2 項は $\Delta \rightarrow 0$ のとき 0 となる. したがって, 第 1 項を積分して, $\Delta \rightarrow 0$ の極限を求めると, 次式が得られる.

$$\begin{aligned} \lim_{\Delta \rightarrow 0} U_{\Delta'}(z_s) &= \lim_{\Delta \rightarrow 0} \frac{Va}{4\pi\delta} \int_{z_s-dz}^{z_s+dz} \int_{-d\varphi}^{d\varphi} \frac{\Delta}{R^{+3}} d\varphi' dz' \\ &= \frac{Va}{4\pi\delta} \lim_{\Delta \rightarrow 0} \left[\frac{4}{\sqrt{a(a+\Delta)}} \times \arctan \frac{\sqrt{a(a+\Delta)} d\varphi dz}{\Delta \sqrt{\Delta^2 + a(a+\Delta)} d\varphi^2 + dz^2} \right] \\ &= \frac{V}{2\delta} \quad (\text{A.21}) \end{aligned}$$

3. $U'_a(z_s)$ の誘導

φ' が小さいときに, $\sin^2(\varphi'/2) \approx (\varphi'/2)^2$, また式 (22) を式 (24) に代入し, 整理すると, 次式が得られる.

$$\begin{aligned} U_a'(z) &= -\frac{Va^2}{2\pi\delta} \int_{z_s-dz}^{z_s+dz} \int_{-d\varphi}^{d\varphi} \times \left(\frac{\varphi'^2}{4R^{+3}} - \frac{jk^3 \varphi'^2}{8} + \frac{k^2 \varphi'^2}{8R^+} \right) d\varphi' dz' \\ &= -\frac{Va^2}{2\pi\delta} \int_{z_s-dz}^{z_s+dz} \int_{-d\varphi}^{d\varphi} \times \left(\frac{1}{4} A - \frac{jk^3}{8} B + \frac{k^2}{8} C \right) d\varphi' dz' \quad (\text{A.22}) \end{aligned}$$

簡単のため, $ad\varphi = dz$ のように選び, A, B と C の積分結果がそれぞれ以下ようになる.

$$\int_{z_s-dz}^{z_s+dz} \int_{-d\varphi}^{d\varphi} A d\varphi' dz' = \frac{4dz}{a^3} \log(\sqrt{2} + 1) \quad (\text{A.23})$$

$$\int_{z_s-dz}^{z_s+dz} \int_{-d\varphi}^{d\varphi} B d\varphi' dz' = \frac{4dz^4}{3a^3} \quad (\text{A.24})$$

$$\begin{aligned} \int_{z_s-dz}^{z_s+dz} \int_{-d\varphi}^{d\varphi} C d\varphi' dz' &= \frac{2dz^3}{3a^3} [\sqrt{2} + \log(\sqrt{2} + 1)] \quad (\text{A.25}) \end{aligned}$$

式 (A.23) ~ (A.25) を式 (A.22) に代入すると式 (27) が得られる.

(平成 10 年 3 月 27 日受付, 10 月 12 日再受付)



呉 迪 (学生員)

昭 60・7 月ハルビン工大・通信と系統工程卒。昭 63・5 月中国空間技術研究院修士課程了。同年西安空間無線電技術研究所入所。衛星中継器の測定に従事。平 7・5 月外国人招聘研究員として来日。現在、名工大大学院博士後期課程在学中。線状空中線の

数値解析法の研究に従事。



平野 拓一

平 10 名工大・電気情報卒。現在、東工大大学院在学中。



稲垣 直樹 (正員)

昭 37 東工大・工・電気卒。昭 42 同大学院博士課程了。同年同大助手。昭 45 名工大助教授。昭 59 同教授。現在に至る。昭 54~55 米国オハイオ州立大エレクトロサイエンス研究所客員研究員(文部省在外研究員)。工博。アンテナ及び電磁界理論の

研究に従事。著書「電気・電子学生のための電磁波工学」等。昭 39 稲田賞。昭 49 本会論文賞。昭 58 本会業績賞受賞。電気学会、映像情報メディア学会、IEEE 各会員。



菊間 信良 (正員)

昭 57 名工大・工・電子卒。昭 62 同大学院博士課程了。同年同大助手。昭 63 名工大助手。平 2 同講師。平 4 同助教授。現在に至る。工博。アダプティブアレー、多重波伝搬解析、構内無線通信、電磁界理論の研究に従事。第 4 回電気通信普及財団賞

受賞。IEEE 会員。