

在来軸組工法木造住宅の構造設計手法の開発

その38 切妻屋根の水平面内剛性と終局耐力の簡易評価法の提案

Y6. 水平構面 Y6. 切妻屋根 Z1. せん断剛性  
X1. 終局耐力設計法 Y7. 在来軸組工法

正会員 ○藤田晴子\*1 稲山正弘\*2  
岩崎敏之\*3 井戸田秀樹\*4  
村上雅英\*5

1. 仮定条件

①屋根面と杵材は、垂木と軒桁を介してのみ接合されているものとする。小屋梁と棟木は、上下ピンの束材で接合されるものとし、せん断力の伝達は行われない。②軒桁、小屋梁の曲げ変形、せん断変形、軸方向変形は無視する。また、軒桁と小屋梁の接合はピン接合とする。③垂木と軒桁の接合は、垂木と直交方向のせん断力に対しては、図3の垂木の転びにより図5に示す弾塑性変形を生じるものとし、図4の垂木の軸方向のせん断力に対しては、図6に示す弾塑性変形を生じるものとする。④勾配屋根面は面内せん断変形を生じる図7のような完全弾塑性体とする。

2. 計算式の誘導

XとY各方向の接合部配列の2次モーメント  $I_x, I_y$  は式(2)で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= \frac{L}{2}, & y_0 &= \frac{H}{2}, & n_y &= \frac{H}{p}, \\ y_i &= p \cdot i, & n_x &= 2, & x_i &= x_0 \cdot i \end{aligned} \right\} \dots \text{式(1)}$$

$$\left. \begin{aligned} {}_j I_x &= 2 \sum_{i=1}^{n_y} y_i^2 \cdot n_x = 4p^2 \sum_{i=1}^{n_y} i^2 \\ &= 4p^2 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{n_y}{2}\right) \cdot \left(\frac{n_y}{2} + 1\right) \cdot (n_y + 1) \\ &= \frac{H}{6p} (H + 2p)(H + p) \end{aligned} \right\} \dots \text{式(2)}$$

$${}_j I_y = 2 \sum_{i=1}^{n_x} x_i^2 \cdot n_y = 2 \cdot \frac{H}{p} \cdot x_0^2 = \frac{HL^2}{2p}$$

XとYのそれぞれの方向のモーメント  $M_x, M_y$  と回転角  $\theta_x, \theta_y$  の関係は、各方向の接合部の剛性  $k_x, k_y$  を用いて式(3)のように与えられる。

$$M_x = k_x \cdot {}_j I_x \cdot \theta_x, \quad M_y = k_y \cdot {}_j I_y \cdot \theta_y \quad \dots \text{式(3)}$$

屋根面のせん断力  $P$  と、せん断変形角  $\gamma$  の関係は、面内せん断剛性  $G_t$  を用いて式(4)で与えられる。

$$P = G_t \cdot L \cdot \gamma \quad \dots \text{式(4)}$$

また、水平構面変形角  $R$  と、上記  $\theta_x, \theta_y, \gamma$  は、式(5)の関係にある。

$$R = \theta_x + \theta_y + \gamma \quad \dots \text{式(5)}$$

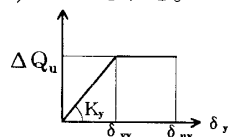


図5 垂木の転び方向接合部のせん断耐力-変位関係

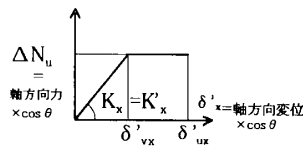


図6 垂木の軸方向接合部の軸力-変位関係

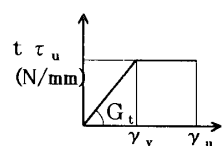


図7 屋根を水平投影した面の単位せん断耐力-変形角関係

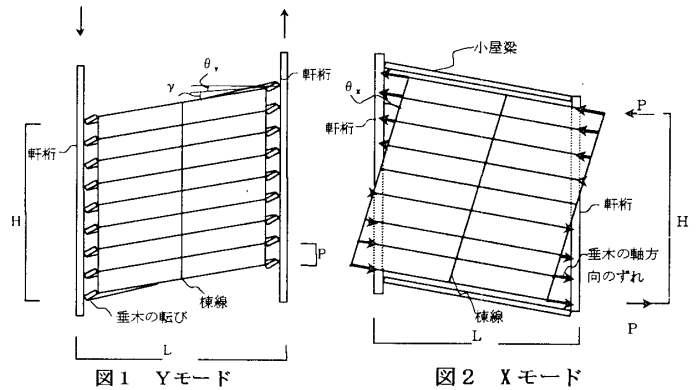


図1 Yモード 図2 Xモード

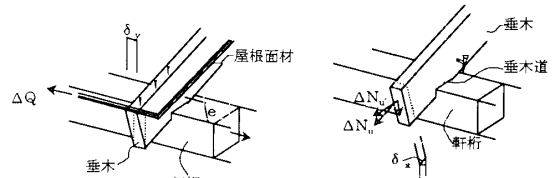


図3 軒桁と垂木の転び方向変位 図4 軒桁と垂木の軸方向変位

一方、XとYのそれぞれの方向のモーメントは、内力の釣り合いより、式(6)のようになる。

$$M_x = M_y \quad \dots \text{式(6)}$$

内力と外力の釣り合いから式(7)が成立するため、式(3)、式(4)を変形角と  $M$  の関係にして式(5)に代入すると、 $M$  と  $R$  の関係が式(8)のように与えられる。

$$PH = M_x = M_y \quad \dots \text{式(7)}$$

$$R = M \left( \frac{1}{k_x \cdot {}_j I_x} + \frac{1}{k_y \cdot {}_j I_y} + \frac{1}{G_t HL} \right) \quad \dots \text{式(8)}$$

最外縁の接合部のXとY各方向の変位  $\delta'_x$  と  $\delta'_y$  は、図1と図2より式(9)で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \delta'_x &= y_0 \cdot \theta_x = \frac{H}{2} \cdot \frac{M}{k_x \cdot {}_j I_x} = \frac{M}{k_x \cdot {}_j Z_x} \\ \delta'_y &= x_0 \cdot \theta_y = \frac{L}{2} \cdot \frac{M}{k_y \cdot {}_j I_y} = \frac{M}{k_y \cdot {}_j Z_y} \end{aligned} \right\} \dots \text{式(9)}$$

ここで、 $Z_x, Z_y$  は、式(10)で定義される接合部配列係数である。

$$\left. \begin{aligned} jZ_x &= \frac{2 \cdot jI_x}{H} = \frac{1}{3p}(H+2p)(H+p) \\ jZ_y &= \frac{2 \cdot jI_y}{L} = \frac{H \cdot L}{p} \end{aligned} \right\} \dots \text{式(10)}$$

式(9)、式(4)および図5、図6、図7より、水平構面の降伏モーメント  $M_u$  は下式で与えられる。

$$M_u = \min(M_{ux}, M_{uy}, M_{ur}) \dots \text{式(11)}$$

$$\left\{ \begin{aligned} M_{ux} &= jZ_x \cdot \Delta N_u \cdot \cos \theta : \text{垂木の軸方向接合耐力で決まる } M_u \\ M_{uy} &= jZ_y \cdot \Delta Q_u : \text{垂木の転び方向の接合耐力で決まる } M_u \\ M_{ur} &= H \cdot L \cdot t \tau_u : \text{屋根面材の釘の耐力で決まる } M_u \end{aligned} \right.$$

### 3. 垂木の転びによる剛性 $k_y$ の算定

垂木1本あたりのせん断力を  $\Delta Q$  とし、垂木のねじりモーメントを発生させるせいを  $e$  とすると、トルクは、  
 $T_r = e \cdot \Delta Q \dots \text{式(12)}$

このとき、垂木の軒桁から棟木までに生じるねじり角  $\phi$  は、垂木のサンプナンねじり定数を  $J_p$ 、垂木のせん断弾性係数を  $G_w$  とすると、

$$\phi = \frac{T_r \cdot L}{G_w \cdot J_p \cdot 2 \cos \theta} = \frac{\Delta Q \cdot e \cdot L}{2 \cdot G_w \cdot J_p \cdot \cos \theta} \dots \text{式(13)}$$

これより、軒桁と垂木の接合部に生じる転びによる変位  $\delta_y$  は、

$$\delta_y = \phi \cdot e = \frac{\Delta Q \cdot e^2 \cdot L}{2 \cdot G_w \cdot J_p \cdot \cos \theta} \dots \text{式(14)}$$

以上より、垂木の転びによる剛性  $k_y$  は、

$$k_y = \frac{\Delta Q}{\delta_y} = \frac{2 \cdot G_w \cdot J_p \cdot \cos \theta}{e^2 \cdot L} \dots \text{式(15)}$$

### 4. 勾配屋根面の剛性と終局モーメントの算定

単位面材の釘配列による M と変形角の関係から、

$$\frac{1}{\Delta K_{\theta \text{面材}}} = \frac{1}{I_x \cdot k_{\text{釘}}} + \frac{1}{I_y \cdot k_{\text{釘}}} + \frac{1}{G_B \cdot l \cdot h \cdot t} \dots \text{式(16)}$$

$$M_{y \text{面材}} = \frac{f_{\text{max}}}{\sqrt{\frac{1}{Z_x^2} + \frac{1}{Z_y^2}}} \dots \text{式(17)}$$

これを屋根面全体での M-R 関係にするには、 $K_{\theta \text{面材}}$  に  $\frac{L \cdot H}{l \cdot h} \times \cos^2 \theta$  を乗じ、 $M_{y \text{面材}}$  に  $\frac{L \cdot H}{l \cdot h} \times \cos \theta$  を乗ずればよい。よって、式(8)の  $\frac{1}{G_l H L}$  および式(11)の  $M_{ur}$  は、

$$\frac{1}{GHL} = \frac{1}{H \cdot L \cdot \cos^2 \theta} \left\{ \frac{(I_x + I_y) \cdot h \cdot l}{I_x \cdot I_y \cdot k_{\text{釘}}} + \frac{1}{G_B \cdot t} \right\} \dots \text{式(18)}$$

$$M_{ur} = C_{xy} \cdot \frac{H \cdot L \cdot \cos \theta}{h \cdot l} \cdot M_{y \text{面材}} = \frac{C_{xy} \cdot f_{\text{max}} \cdot H \cdot L \cdot \cos \theta}{h \cdot l \sqrt{\frac{1}{Z_x^2} + \frac{1}{Z_y^2}}} \dots \text{式(19)}$$

### 5. まとめ

切妻屋根の水平面内剛性  $\Sigma K_{\theta}$  と終局モーメント  $\Sigma M_u$  は下式のようになる。

$\therefore \frac{1}{\Sigma K_{\theta}} = \frac{1}{k_x \cdot jI_x} + \frac{1}{k_y \cdot jI_y} + \frac{1}{H \cdot L \cdot \cos^2 \theta} \left\{ \frac{(I_x + I_y) \cdot h \cdot l}{I_x \cdot I_y \cdot k_{\text{釘}}} + \frac{1}{G_B \cdot t} \right\}$	: 水平構面の回転剛性 (N/mm)
$k_y = \frac{2 \cdot G_w \cdot J_p \cdot \cos \theta}{e^2 \cdot L}$	: 垂木の転びに対する接合部の剛性 (N/mm)
$\left. \begin{aligned} jI_x &= \frac{H}{6p}(H+2p)(H+p) \\ jI_y &= \frac{H \cdot L^2}{2p} \end{aligned} \right\}$	: 軒桁と垂木の接合部配列2次モーメント (mm <sup>2</sup> )
$J_p = \frac{b^3 d}{5}$	: 垂木断面のサンプナンねじり定数 (mm <sup>4</sup> )
$\left. \begin{aligned} I_x &= \frac{h}{12pq}(h+2p)(h+p)(l+q) \\ I_y &= \frac{l}{12pq}(l+2q)(l+q)(h+p) \end{aligned} \right\}$	: 屋根面材に打たれた釘の配列2次モーメント (mm <sup>2</sup> )
$\therefore \Sigma M_u = \min(M_{ux}, M_{uy}, M_{ur})$	
: 水平構面の終局モーメント (N·mm)	
$M_{ux} = jZ_x \cdot \Delta N_u \cdot \cos \theta$	
: 垂木の軸方向接合耐力で決まる $M_u$ (N·mm)	
$M_{uy} = jZ_y \cdot \Delta Q_u$	
: 垂木の転び方向接合耐力で決まる $M_u$ (N·mm)	
$M_{ur} = \frac{C_{xy} \cdot f_{\text{max}} \cdot H \cdot L \cdot \cos \theta}{h \cdot l \sqrt{\frac{1}{Z_x^2} + \frac{1}{Z_y^2}}}$	
: 屋根面材の釘のせん断耐力で決まる $M_u$ (N·mm)	
$\left. \begin{aligned} jZ_x &= \frac{1}{3p}(H+2p)(H+p) \\ jZ_y &= \frac{H \cdot L}{p} \end{aligned} \right\}$	: 軒桁と垂木の接合部配列係数 (mm)
$\left. \begin{aligned} Z_x &= \frac{2I_x}{h} \\ Z_y &= \frac{2I_y}{l} \end{aligned} \right\}$	: 屋根面材に打たれた釘の配列係数 (mm)
$C_{xy} : \text{釘配列で決まる面材の終局耐力の降伏開始耐力に対する比}$	
(910×1820 面材に@150 で川配列の場合、 $C_{xy}=1.22$ )	

\*1 工学院大学専門学校建築学科・工修 Dept. of Architecture, Kougakuin Univ. Specialist School, Mr. Eng.  
 \*2 橋福山建築設計事務所・工博 Director, Inayama Architect, Dr. Eng.  
 \*3 湘北短期大学生活科学科 講師・工修 Dept. of Living Science, Shohoku College, Mr. Eng.  
 \*4 名古屋工業大学社会開発工学科 助教授・工博 Assoc. Prof., Dept. of Architecture, Nagoya Inst. of Tech., Dr. Eng.  
 \*5 近畿大学理工学部建築学科 助教授・工博 Assoc. Prof., Dept. of Architecture, School of Science & Engineering, Kinki University, Dr. Eng.