

正三角形アレーを用いた 2D-ESPRIT 到来方向推定と推定値ペアリング

黒田 徹[†] 菊間 信良^{†a)} 稲垣 直樹[†]

DOA Estimation and Pairing Method in 2D-ESPRIT Using Triangular Antenna Array

Toru KURODA[†], Nobuyoshi KIKUMA^{†a)}, and Naoki INAGAKI[†]

あらまし 本論文では、方向探知用のフェーズドアレーとしてよく使用される正三角形格子配列の三角平面アレー（正三角形アレー）に 2D-ESPRIT を適用して到来方向推定を行う方法について検討した。正三角形アレーは、素子配列の構造上、2D-Unitary ESPRIT の適用が困難であり Standard ESPRIT に基づいた 2D-ESPRIT を利用することになる。多次元 ESPRIT に対するペアリング法としては、複素化法（CP）、同時 Schur 分解法（SSD）、平均固有値展開法（MEVD）などが提案されている。2D-Unitary ESPRIT であれば、簡易な CP が使用でき非常に精度の高い推定が可能となるが、Standard ESPRIT においては CP が使用できないために計算負荷の大きい SSD や信頼性テストの導入が必要な MEVD を用いることとなる。そこで本論文では、信号パラメータのペアリング法として、信頼性テストの必要性がなく計算負荷が少ない複素化平均固有値展開法を提案した。そして、計算機シミュレーションを通じて多重波の方位角と天頂角の同時組推定を行い、その有効性を示した。また、2D-ESPRIT の処理過程で得られるマルチビーム形成ウエートを用いて多重波を分離受信するための指向性合成を試み、その合成法の有用性を確認した。

キーワード 正三角形アレー、2D-ESPRIT、推定値ペアリング、複素化平均固有値展開法、マルチビーム形成

1. ま え が き

移動通信の需要の増加に伴い無線通信回線における多重波電波伝搬環境の詳細な把握が重要な課題となっている。ところが、実際の市街地や室内における電波伝搬環境は、反射、回折、散乱の繰返しによりマルチパスフェージングが発生し非常に複雑なものとなる。

受信点における到来方向、伝搬遅延時間、電力レベルなどの多重伝搬波の信号パラメータを推定する手法としては、アレーアンテナなどを用いた様々なアルゴリズムが提案されている。特に、ESPRIT [1], [2] や MUSIC [3] に代表される超分解能法は、従来の Beam-former 法（フーリエ変換法）などでは実現不可能な高分解能信号パラメータ推定が可能となり、種々の応用が検討されている [4] ~ [6]。なかでも ESPRIT は、

2D-Unitary ESPRIT [7] や多次元 ESPRIT [8] へと拡張され時空間信号パラメータの同時組推定が可能となった。また、MUSIC で必要とされる方向サーチが不要なため、多次元同時組推定においては演算量を大幅に軽減できるという大きな利点を備えている。

従来、これらの超分解能法は、伝搬測定・伝搬解析を目的として考案され発展してきたが、近年のハードウェア技術の発展や再帰型 ESPRIT [9], [10] による逐次推定法の提案などにより、信号パラメータ推定だけでなく、推定値からアレーアンテナの最適指向性合成を実時間処理で行う可能性が急速に高まってきた。今後、これらの技術は、更なる高速移動通信システム実現のためのスマートアンテナの要素技術となっていくものと考えられる。

本論文では、方向探知用フェーズドアレーなどによく使われる正三角形格子配置（正三角形アレー）に着目した。これは、方形格子配置に比べ、グレーティングローブをおさえる効果が高く、特に、コニカルスキャンにおいてグレーティングローブが生じにくいという特徴をもつ [11]。それゆえ、同じ開口長で、同程度の

[†] 名古屋工業大学電気情報工学科, 名古屋市
Department of Electrical and Computer Engineering,
Nagoya Institute of Technology, Nagoya-shi, 466-8555
Japan

a) E-mail: kikuma@elcom.nitech.ac.jp

グレーティングローブ抑圧性能をもたせる場合、正三角形格子配置のほうが必要素子数が小さいという利点をもつ [11]。このような特徴から、正三角形アレーに 2D-ESPRIT を適用して方向推定を行った場合、到来波の方位角依存性が比較的小さい推定が実現でき、それゆえ、移動局（測定局）の方向転換などによる到来方位角の変化が生じる環境においても精度変動の小さい推定結果が得られると推察される [12], [13]。

正三角形アレーは、素子配列の構造上、三角形アレー頂点素子について中心共役対称 [7] が構成できないために 2D-Unitary ESPRIT の適用が困難であり、Standard ESPRIT [1] に基づいた 2D-ESPRIT を利用することになる。通常、多次元 ESPRIT においては、到来波ごとに信号パラメータを同時組推定するためのペアリング法が必要となるが、その手法として複素化法 (CP: Complexized Pairing) [7], 同時 Schur 分解法 (SSD: Simultaneous Schur Decomposition) [8], 平均固有値展開法 (MEVD: Mean EigenValue Decomposition) [14] などが提案され、その有効性が報告されている [8], [14], [15]。2D-Unitary ESPRIT であれば、簡易な CP が使用でき非常に精度の高い推定が可能となるが、Standard ESPRIT を用いた場合には CP が使用できず、SSD や MEVD を用いることとなる。ところが、SSD は繰返し演算が必要なため計算負荷が大きく、MEVD は SSD に比べて計算負荷が少なくアルゴリズムが簡便であるが、信頼性テストの導入が必須となる。

そこで、正三角形アレーを用いた 2D-ESPRIT 到来方向推定のために、信号パラメータのペアリング法として、信頼性テスト [14] の必要性がなく計算負荷が少ない複素化平均固有値展開法 (CMEVD: Complexized Mean EigenValue Decomposition) を提案する。そして、計算機シミュレーションを通じて多重波の方位角と天頂角の同時組推定を行い、その有効性について検討する。更に、2D-ESPRIT の処理過程で得られるマルチビーム形成ウエイトを用いて多重波を分離受信するための指向性合成を試みる [1]。

2. 2D-ESPRIT の推定原理

2.1 受信システムと解析モデル

受信アレーアンテナを、図 1 に示すように u 軸方向に等間隔 Δu , y 軸方向に等間隔 Δy でともに M_1 素子、合計 $M (= M_1(M_1 + 1)/2)$ 素子配置した等間隔正三角形アレーとする。また、 α は x 軸と u 軸の

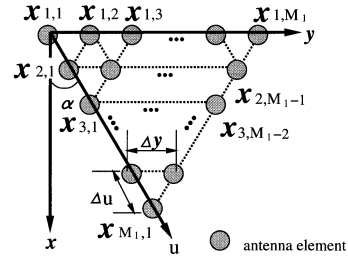


図 1 等間隔正三角形アレーの配置図
Fig. 1 Triangular antenna array.

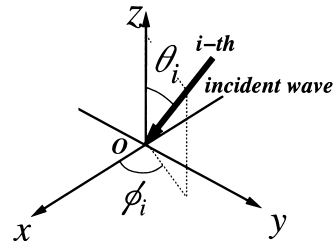


図 2 到来波と到来方向の関係
Fig. 2 2D-DOA of incident wave.

成す角を表し、本論文では 30 度とした [16]。

この 2 次元アレーに図 2 のように L 波の狭帯域平面波が天頂角 θ_i , 方位角 ϕ_i をもって到来すると、受信点 (m_1, m_2) に位置する素子の複素受信データ $x_{m_1, m_2}(t)$ は次のように表される。ただし、アンテナ素子の特性は無指向性で、アンテナ素子間の相互結合の影響はないものとする。

$$x_{m_1, m_2}(t) = \sum_{i=1}^L s_i(t) e^{j\hat{m}_1 \mu_i^{(1)}} e^{j\hat{m}_2 \mu_i^{(2)}} + n_{m_1, m_2}(t) \quad (1)$$

$$\hat{m}_1 = m_1 - 1 \quad (m_1 = 1, 2, \dots, M_1)$$

$$\hat{m}_2 = m_2 - 1 \quad (m_2 = 1, 2, \dots, M_1 - m_1 + 1)$$

ここで、 $s_i(t)$ は第 i 波のアレー中心における複素振幅、 $n_{m_1, m_2}(t)$ は内部雑音を表す。また、 $\mu_i^{(1)}$, $\mu_i^{(2)}$ は、次のように表され、そのベクトル表記を μ_i とする。

$$\mu_i^{(1)} = \frac{2\pi f_c}{c} \Delta u \cos(\phi_i - \alpha) \sin \theta_i \quad (2)$$

$$\mu_i^{(2)} = \frac{2\pi f_c}{c} \Delta y \sin \phi_i \sin \theta_i \quad (3)$$

$$\mu_i = [\mu_i^{(1)}, \mu_i^{(2)}]^T \quad (4)$$

ここで、 c は伝搬速度、 f_c は搬送波周波数である。

式 (1) を次のようにベクトル化 (1 次元化) し、これを以後、入力ベクトルと呼ぶ。

$$\mathbf{x}(t) = [x_{1,1}(t) \ x_{2,1}(t) \cdots x_{M_1,1}(t) \ x_{1,2}(t) \cdots x_{2,M_1-1}(t) \ x_{1,M_1}(t)]^T \in C^{M \times 1} \quad (5)$$

$$= \mathbf{A} \mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t) \quad (6)$$

$$\mathbf{s}(t) = [s_1(t) \cdots s_L(t)]^T \quad (7)$$

$$\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\mu_1) \cdots \mathbf{a}(\mu_L)] \quad (8)$$

$$\mathbf{n}(t) = [n_{1,1}(t) \cdots n_{1,M_1}(t)]^T \quad (9)$$

ここで、 $\mathbf{a}(\mu_i)$ は第 i 番到来波のモードベクトルを表すが、これを表現するために、縮小クロネッカー積 \odot を導入する。これは、任意の二つの行列 $\mathbf{A} \in C^{p \times q}$ 、 $\mathbf{B} \in C^{r \times s}$ に対して以下のような行列演算を行うものである。

$$\begin{aligned} & \mathbf{A} \odot \mathbf{B} \\ &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1q} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{p1} & a_{p2} & \cdots & a_{pq} \end{bmatrix} \odot \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \cdots & b_{1s} \\ b_{21} & b_{22} & \cdots & b_{2s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{r1} & b_{r2} & \cdots & b_{rs} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} a_{11}b_{11} & \cdots & a_{11}b_{1s} & a_{12}b_{11} & \cdots & a_{12}b_{1s-1} & \cdots & a_{1q}b_{11} & \cdots & a_{1q}b_{1s} \\ a_{11}b_{21} & \cdots & a_{11}b_{2s} & a_{12}b_{21} & \cdots & a_{12}b_{2s-1} & \cdots & a_{1q}b_{21} & \cdots & a_{1q}b_{2s} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{21}b_{11} & \cdots & a_{21}b_{1s} & a_{22}b_{11} & \cdots & a_{22}b_{1s-1} & \cdots & a_{2q}b_{11} & \cdots & a_{2q}b_{1s} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{21}b_{r-11} & \cdots & a_{21}b_{r-1s} & a_{22}b_{r-11} & \cdots & a_{22}b_{r-1s-1} & \cdots & a_{2q}b_{r-11} & \cdots & a_{2q}b_{r-1s} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{p1}b_{11} & \cdots & a_{p1}b_{1s} & a_{p2}b_{11} & \cdots & a_{p2}b_{1s-1} & \cdots & a_{pq}b_{11} & \cdots & a_{pq}b_{1s} \end{bmatrix} \quad (10) \end{aligned}$$

この演算子を用いると、ベクトル化後の第 i 番到来波のモードベクトル $\mathbf{a}(\mu_i)$ は、 u 軸、 y 軸の基本モードベクトル $\mathbf{a}_r(\mu_i^{(r)}) (r = 1, 2)$ を用いて次のように表される。

$$\mathbf{a}(\mu_i) = \mathbf{a}_2(\mu_i^{(2)}) \odot \mathbf{a}_1(\mu_i^{(1)}) \quad (11)$$

$$\mathbf{a}_r(\mu_i^{(r)}) = [1 \ e^{j\mu_i^{(r)}} \cdots e^{j(M_1-1)\mu_i^{(r)}}]^T \quad (12)$$

$(1 \leq i \leq L; r = 1, 2)$

よって、受信システムに L 波到来したとき式 (8) の行列 \mathbf{A} は $M \times L$ 次となり、通常、モード行列と呼ばれる。

入力データがこのような関係で表されるので、2D-ESPRIT の適用により信号パラメータ (θ_i, ϕ_i) の推定が可能となる。

2.2 2D-ESPRIT による到来方向推定原理

2D-ESPRIT を適用するためには同一のサブアレーが 2 組必要となることから、図 3 のように u 軸方向

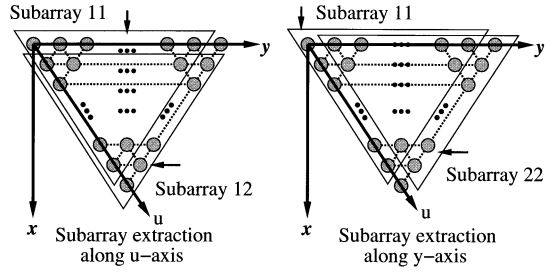


図 3 正三角形アレーのサブアレーのとり方
Fig.3 Subarrays in triangular antenna array.

に対してサブアレー 11 とサブアレー 12 を、 y 軸方向に対してサブアレー 11 とサブアレー 22 を抽出することを考える。

このようなサブアレーを抽出するために、まず次式のような $(M_1 - 1) \times M_1$ の選択行列を定義する。

$$\mathbf{J}_1 = [\mathbf{I}_{M_1-1} \ \mathbf{O}_{(M_1-1) \times 1}] \quad (13)$$

$$\mathbf{J}_2 = [\mathbf{O}_{(M_1-1) \times 1} \ \mathbf{I}_{M_1-1}] \quad (14)$$

この選択行列を式 (12) に施すことによって、図 3 の各サブアレーの間の関係式、すなわち次の ESPRIT の原理式 (rotational invariance) が得られる。

$$e^{j\mu_i^{(r)}} \mathbf{J}_1 \mathbf{a}_r(\mu_i^{(r)}) = \mathbf{J}_2 \mathbf{a}_r(\mu_i^{(r)}) \quad (r = 1, 2) \quad (15)$$

上記の $r = 1$ のときの関係式の両辺左から $\mathbf{J}_1 \mathbf{a}_2(\mu_i^{(2)})$ を、また $r = 2$ のときの関係式の両辺右から $\mathbf{J}_1 \mathbf{a}_1(\mu_i^{(1)})$ を縮小クロネッカー積でそれぞれ乗算して整理すると次式が導かれる。

$$\begin{aligned} & e^{j\mu_i^{(1)}} [\mathbf{J}_1 \odot \mathbf{J}_1] [\mathbf{a}_2(\mu_i^{(2)}) \odot \mathbf{a}_1(\mu_i^{(1)})] \\ &= [\mathbf{J}_1 \odot \mathbf{J}_2] [\mathbf{a}_2(\mu_i^{(2)}) \odot \mathbf{a}_1(\mu_i^{(1)})] \quad (16) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & e^{j\mu_i^{(2)}} [\mathbf{J}_1 \odot \mathbf{J}_1] [\mathbf{a}_2(\mu_i^{(2)}) \odot \mathbf{a}_1(\mu_i^{(1)})] \\ &= [\mathbf{J}_2 \odot \mathbf{J}_1] [\mathbf{a}_2(\mu_i^{(2)}) \odot \mathbf{a}_1(\mu_i^{(1)})] \quad (17) \end{aligned}$$

ここで、

$$\mathbf{J}_{(1)1} \triangleq \mathbf{J}_1 \odot \mathbf{J}_1 \quad (18)$$

$$\mathbf{J}_{(1)2} \triangleq \mathbf{J}_1 \odot \mathbf{J}_2 \quad (19)$$

$$\mathbf{J}_{(2)2} \triangleq \mathbf{J}_2 \odot \mathbf{J}_1 \quad (20)$$

と置くと、式 (16)、(17) は

$$e^{j\mu_i^{(r)}} \mathbf{J}_{(1)1} \mathbf{a}(\mu_i) = \mathbf{J}_{(r)2} \mathbf{a}(\mu_i) \quad (r = 1, 2) \quad (21)$$

と表され、全体のモードベクトルに対する ESPRIT の原理式に拡張される。更に式 (21) の関係を L 波まとめて行列表現すると

$$\mathbf{J}_{(1)1} \mathbf{A} \Phi_r = \mathbf{J}_{(r)2} \mathbf{A} \quad (r = 1, 2) \quad (22)$$

$$\Phi_r = \text{diag}\{e^{j\mu_i^{(r)}}\}_{i=1}^L \quad (23)$$

が得られる。式 (23) の Φ_r が、所望の信号パラメータを含んだ行列となり、この Φ_r を求めることにより、信号パラメータを推定することができる。

次に、この行列 Φ_r を求める過程を説明する。まず 2 次元アレーにより得られた入力データベクトル $\mathbf{x}(t)$ から $(M \times M)$ 次の相関行列 \mathbf{R}_{xx} をつくる。

$$\mathbf{R}_{xx} = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^H(t)] \quad (24)$$

ただし、 E は期待値を表す。ここで、得られた行列 \mathbf{R}_{xx} は正定値エルミート行列であるので、 \mathbf{R}_{xx} に対する固有値問題を解いて得られる M 個の固有値はすべて正の実数である。この固有値を値の大きいものから順に並べると、内部雑音電力 σ^2 より大きい固有値の数から到来波数 L を推定することができる [17]。ただし、本論文では簡単のため到来波数は正確に推定できたとして以後の処理を行う。

行列 \mathbf{A} を構成する M 次元列ベクトルの張る L 次元部分空間 ($L < M$) は信号部分空間 \mathbf{E}_S と呼ばれ、 L 個の固有ベクトルの張る部分空間と一致する。すなわち、 $\mathbf{E}_S = \mathbf{A}\mathbf{T}$ を満たす L 次の正則な行列 \mathbf{T} が唯一存在する。この式を $\mathbf{A} = \mathbf{E}_S \mathbf{T}^{-1}$ と変形し、式 (22) に代入すると次式を得る

$$\mathbf{J}_{(1)1} \mathbf{E}_S \Psi_r = \mathbf{J}_{(r)2} \mathbf{E}_S \quad (r = 1, 2) \quad (25)$$

$$\Psi_r \triangleq \mathbf{T}^{-1} \Phi_r \mathbf{T} \quad (26)$$

式 (25) から、TLS (Total Least Squares) 法など [1], [2] により Ψ_r を求め、得られた Ψ_r を固有値展開することにより、目的の信号パラメータを含んだ行列 Φ_r が得られる。ここで得られる固有値を $\varphi_r(i)$ ($r = 1, 2; i = 1, 2, \dots, L$) と置くと、 $\mu_i^{(1)}$ は式 (2) と式 (23) より

$$\mu_i^{(1)} = \arg(\varphi_1(i)) = \frac{2\pi f_c}{c} \Delta u \cos(\phi_i - \alpha) \sin \theta_i \quad (27)$$

と、 $\mu_i^{(2)}$ は式 (3) と式 (23) より

$$\mu_i^{(2)} = \arg(\varphi_2(i)) = \frac{2\pi f_c}{c} \Delta y \sin \phi_i \sin \theta_i \quad (28)$$

と関係づけられる。したがって、式 (27) と式 (28) よ

り次式の角度推定値が得られる。

$$\phi_i = \arg\left(\frac{X - Y \sin \alpha}{\cos \alpha} + jY\right) \quad (29)$$

$$\theta_i = \sin^{-1}\left(\sqrt{\left(\frac{X - Y \sin \alpha}{\cos \alpha}\right)^2 + Y^2}\right) \quad (30)$$

ただし、 X, Y は

$$X \triangleq \frac{c \cdot \arg(\varphi_1(i))}{2\pi f_c \Delta u} = \cos(\phi_i - \alpha) \sin \theta_i$$

$$Y \triangleq \frac{c \cdot \arg(\varphi_2(i))}{2\pi f_c \Delta y} = \sin \phi_i \sin \theta_i$$

である。

2.3 推定値ペアリング

到来波ごとに到来波情報を得るためには、前節で求められた信号パラメータ推定値 ϕ_i と θ_i のペアリングを目的に、 Ψ_r ($r = 1, 2$) を同時に固有値展開する必要がある。2D-Unitary ESPRIT では、 Ψ_r がそれぞれ実数となるので

$$\Psi_{CP} \triangleq \Psi_1 + j\Psi_2 = \mathbf{T}^{-1}(\Phi_1 + j\Phi_2)\mathbf{T} \quad (31)$$

のように結合し、複素化することで容易に固有値の対応付けができ非常に精度の高い推定が可能となる [7]。このペアリング法が複素化法 (CP) である。ところが、2D-ESPRIT を用いる場合、 Ψ_1, Ψ_2 がともに複素数であるために、この複素化法を用いることができない。

一方、多次元 ESPRIT に対する推定値ペアリング法としては、同時 Shur 分解法 (SSD) [8] や平均固有値展開法 (MEVD) [14] などが提案され、その有効性が報告されている [14]。MEVD は、SSD で必要とされる繰返し演算が不要なため、非常に計算負荷が少なく簡便な手法である。例えば、2D-ESPRIT においては式 (23) より

$$\Psi_{ME} \triangleq \Psi_1 + \Psi_2 = \mathbf{T}^{-1} \Phi_1 \mathbf{T} + \mathbf{T}^{-1} \Phi_2 \mathbf{T} \quad (32)$$

$$= \mathbf{T}^{-1}(\Phi_1 + \Phi_2)\mathbf{T} \quad (33)$$

と表されるので、上式の Ψ_{ME} に対し固有値展開を施し、 Ψ_1 と Ψ_2 の共通の固有ベクトル \mathbf{T}^{-1} を求めた後、それぞれの固有値を次式のように求める。

$$\Phi_r = \mathbf{T} \Psi_r \mathbf{T}^{-1} \quad (r = 1, 2) \quad (34)$$

これが MEVD である。これにより、信号パラメータ

のベアリングを行うことができる．ところが，本来，各到来波の到来方向が異なれば独立な固有値をもつのであるが， $\Psi_r (r = 1, 2)$ を結合した結果，重解（同じ値）の固有値をもつと，固有ベクトルが一意に定まらないために，推定値ベアリングに失敗するという欠点をもつ．それゆえ，この問題を検知するための信頼性テストの導入が必須となる [14]．

そこで，本論文では 2D-ESPRIT において，信号パラメータのベアリングを行う手法として，複素化平均固有値展開法（CMEVD：Complexized Mean EigenValue Decompositon）を提案する．本提案法は，2D-ESPRIT においてのみ有効なアルゴリズムであるが，計算負荷が少なく，また，信頼性テストの導入を必要としないことを特徴とする．以下に CMEVD の原理を示す．

CMEVD は， Ψ_r を結合した結果，その固有値が重解をもたないようにすることが一つのねらいである．式 (23)，(26) からわかるように， Ψ_r と Ψ_r^{-1} を加算すると，その固有値のみがすべて \cos 関数となり実数化されることがわかる．この性質を利用すると，複素行列 $\Psi_r + \Psi_r^{-1} (r = 1, 2)$ から実数化された固有値のみを CP のように複素化し結合することができる．したがって，以下のように Ψ を構成する．

$$\Psi \triangleq (\Psi_1 + \Psi_1^{-1}) + j(\Psi_2 + \Psi_2^{-1}) \quad (35)$$

$$= T^{-1}(\Phi_1 + \Phi_1^{-1})T + jT^{-1}(\Phi_2 + \Phi_2^{-1})T \quad (36)$$

$$= T^{-1}[(\Phi_1 + \Phi_1^{-1}) + j(\Phi_2 + \Phi_2^{-1})]T \quad (37)$$

ここで，推定された Ψ_r の固有値 Φ_r は，計算誤差により必ずしも大きさ 1 とはならないために， $\Phi_r + \Phi_r^{-1}$ の各成分が \cos 関数（実数）に変換されない場合があり，この固有値を用いて推定を行うと推定誤差が生じる危険性がある．また，その固有値を用いて \cos^{-1} 関数により推定値を求めるので到来波分布によっては推定誤差が大きくなることが考えられる．これらの理由から，MEVD と同様に式 (3) からは共通の複素固有ベクトル T^{-1} のみを利用し，

$$\Phi_r = T\Psi_r T^{-1} \quad (r = 1, 2) \quad (38)$$

から信号パラメータの推定を行う．これが，CMEVD である．以上のことから，CMEVD は，複素化法と平均固有値展開法を組み合わせた手法であると考えることができる．

ここで，式 (37) の Ψ の固有値から直接推定値を求める手法を CMEVD と区別して，改良複素化法（ICP：Improved Complexized Pairing）と呼び，次章において提案法（CMEVD）と性能比較を行う．

3. 計算機シミュレーション

多重波環境における 2 次元到来方向推定の計算機シミュレーションを行い，1,000 回の独立な試行による 2 乗平均誤差（RMSE[deg]：Root Mean Square Error）を用いて推定法の評価をした．

アレー形状は，半波長等間隔 15 素子（ $M = 15$ ）正三角形アレーとし，2 次元到来角（天頂角，方位角）のベアリング法として，複素化平均固有値展開法（CMEVD），平均固有値展開法（MEVD），改良複素化法（ICP），そして，同時 Schur 分解法（SSD）を使用し性能比較を行った．ただし，平均固有値展開法は，信頼性テストを導入していない．

表 1 に多重波 2 波の 2 次元到来角の値を示し，両波等電力で SNR（Signal-to-Noise power Ratio）がともに 20 dB とした．また，各到来波間の相関係数をすべて 1 とし，空間平均法（SSP）[17] を 2D-ESPRIT の前処理として使用する．このときの，空間平均における一つのサブアレーの素子数は 6 素子とした（したがって，空間平均におけるサブアレーの個数も 6 となる）．なお，相関行列を求める際のスナップショット数は 50 とした．ただし，到来波数は正確に 2 波と推定できたとしてシミュレーションを行った．

以上の条件のもとで，第 2 波の方位角を変化させた場合のシミュレーション結果を図 4～図 7 に示す．

これらの結果より，第 1 波と第 2 波が接近するにつれて，どの手法も RMSE が大きくなっていることがわかる．これは ESPRIT の角度分解能の限界によるものである．このため，第 2 波の方位角が 30 度に非常に近接した場合には 2 波を分離できず，合成された 1 波としてとらえているために第 1 波の推定値の RMSE が逆に小さくなっている．一方，第 1 波と第 2 波が十分に離れている場合には，どの手法も推定精度が向上するが，MEVD は，特定の角度において，この場合には， $\phi_2 = 90$ 度を中心にして約 10 度の範囲において RMSE が大きくなって明らかに推定精度が

表 1 到来波の到来角設定値 1
Table 1 Radio environment (Scenario 1).

	方位角 [deg]	天頂角 [deg]
第 1 波	30	45
第 2 波	0 → 360	45

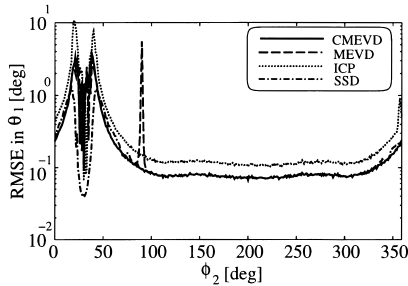


図 4 第 1 波の天頂角推定値の RMSE と第 2 波の方位角との関係 (SNR=20 dB)

Fig. 4 Relationship between RMSE in θ_1 and ϕ_2 (SNR=20 dB).

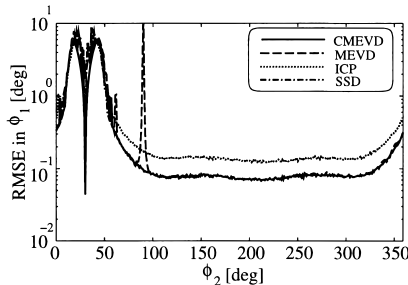


図 5 第 1 波の方位角推定値の RMSE と第 2 波の方位角との関係 (SNR=20 dB)

Fig. 5 Relationship between RMSE in ϕ_1 and ϕ_2 (SNR=20 dB).

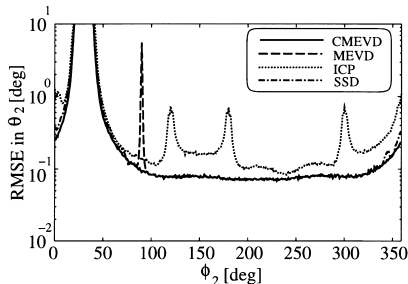


図 6 第 2 波の天頂角推定値の RMSE と第 2 波の方位角との関係 (SNR=20 dB)

Fig. 6 Relationship between RMSE in θ_2 and ϕ_2 (SNR=20 dB).

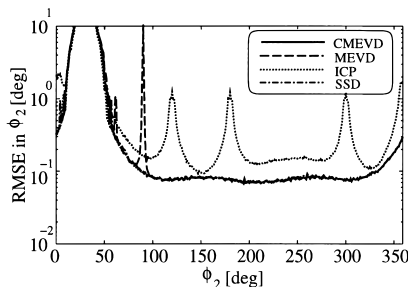


図 7 第 2 波の方位角推定値の RMSE と第 2 波の方位角との関係 (SNR=20 dB)

Fig. 7 Relationship between RMSE in ϕ_2 and ϕ_2 (SNR=20 dB).

悪化していることがわかる。これは、さきの原理で述べたように Ψ_r を結合した結果、その固有値が重解をもち、対応する固有ベクトルが一意に定まらなくなり、正確な推定値ペアリングができなかったことが原因である。しかも、雑音などの影響によって約 10 度の広範囲にわたってこの影響が現れていることがわかる。また、ICP を用いた場合には、第 1 波については、いずれの方向から到来する波に対しても安定した推定が行えているが、MEVD の良好時の特性よりも推定精度が若干劣化していることがわかる。更に、第 2 波の推定結果より、到来波分布によって推定精度にばらつきが現れる。これは、ICP では、到来方向推定値を式 (37) の固有値から \cos^{-1} 関数を用いて直接求めることに起因している。これに対し、本提案方式である CMEVD を用いた場合には、この直接導出を回避しているために第 1 波、第 2 波ともに最適解が得られる SSD [8] とほぼ完全に一致する常に良好な推定精度が得られていることがわかる。なお、天頂角を変えて同じシミュレーションを数通り行い、同様の結果が得られることを確認している。

次に、図 4～図 7 の平均固有値展開法において良好な推定精度が得られる場合と劣化する場合の境界の角度として、第 2 波の方位角を 95 度に固定し、SNR を $-5 \sim 30$ dB まで変化させた場合の推定結果を図 8～図 11 に示す。

以上の結果より SNR が低い場合においては、MEVD は RMSE が劣化していることがわかる。つまり、これは SNR が低い場合においては、推定精度が劣化する角度範囲が広がることを意味している。一方、CMEVD は、SSD とほぼ一致した常に高い精度の推定結果が得られており、推定値ペアリングが良好に機能しているといえる。

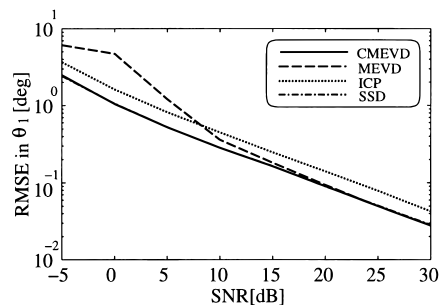


図 8 第 1 波の天頂角推定値の RMSE と SNR の関係 ($\phi_2 = 95$ 度)

Fig. 8 Relationship between RMSE in θ_1 and SNR ($\phi_2 = 95$ deg).

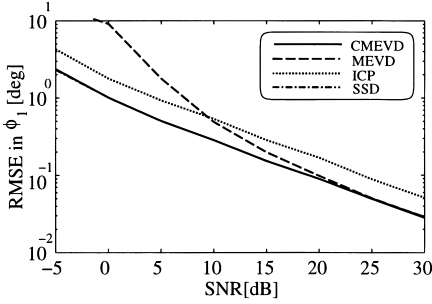


図 9 第 1 波の方位角推定値の RMSE と SNR の関係 ($\phi_2 = 95$ 度)

Fig. 9 Relationship between RMSE in ϕ_1 and SNR ($\phi_2 = 95$ deg).

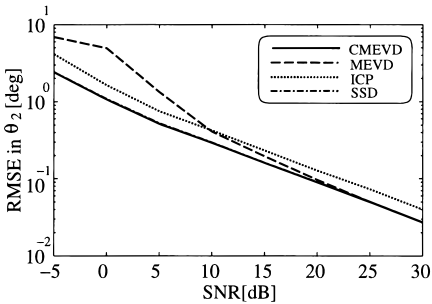


図 10 第 2 波の天頂角推定値の RMSE と SNR の関係 ($\phi_2 = 95$ 度)

Fig. 10 Relationship between RMSE in θ_2 and SNR ($\phi_2 = 95$ deg).

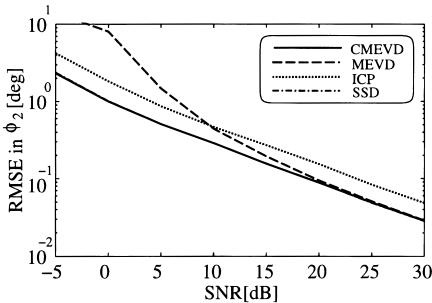


図 11 第 2 波の方位角推定値の RMSE と SNR の関係 ($\phi_2 = 95$ 度)

Fig. 11 Relationship between RMSE in ϕ_2 and SNR ($\phi_2 = 95$ deg).

以上のことから, CMEVD は MEVD で必要とされる信頼性テストや SSD で必要とされる繰返し演算を要することなく最適解が得られることがわかり, その有効性が確認できる.

4. 2D-ESPRIT によるマルチビーム形成

さきのシミュレーションにおいて正三角形アレーに対して 2D-ESPRIT を適用し, 複素化平均固有値展開

法による信号パラメータの推定値ベアリング法の有効性を示した.

本章では, 2D-ESPRIT による 2 次元到来方向推定の後, 到来波の再生 (signal reconstruction), すなわち分離受信を行うためのアレーの指向性合成法について検討する.

通常, 最ゆう法に基づいて信号の推定値は以下のようになれる [19].

$$\hat{s}(t) = (\mathbf{A}^H \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^H \mathbf{x}(t) = \mathbf{T} \mathbf{E}_S^H \mathbf{x}(t) \quad (39)$$

ここに, $\hat{s}(t)$ は信号ベクトル $s(t)$ の推定値である. これは,

$$\mathbf{W}^H = \mathbf{T} \mathbf{E}_S^H \triangleq [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_L]^H \quad (40)$$

$$\mathbf{w}_i = [\mathbf{w}_1^{(i)}, \mathbf{w}_2^{(i)}, \dots, \mathbf{w}_M^{(i)}]^T \quad (41)$$

と置くと, \mathbf{W} の第 i 列ベクトル \mathbf{w}_i が第 i 番波到来波を選択受信するためのマルチビーム形成ウエートとなることを表している. したがって, 第 i 番到来波に対する電力指向性関数 $D_i(\theta, \phi)$ は,

$$D_i(\theta, \phi) \triangleq \frac{1}{2} |\mathbf{w}_i^H \mathbf{v}(\theta, \phi)|^2 \quad (42)$$

$\mathbf{v}(\theta, \phi)$: アレーのステアリングベクトル

と表される.

本論文では, 三つの指向性合成法を提案する. 図 12 に 15 素子正三角形アレーを用いた場合の原理図を示す. ここで, 空間平均における一つのサブアレーの素子数は 6 素子である (したがって, 空間平均におけるサブアレーの個数も 6 個となる). 以下に, 図 12 を用いながら三つの指向性合成法を説明する.

(i) 空間平均後に得られる一つのサブアレーに対するマルチビーム形成ウエートをサブアレーウエート \mathbf{W}_S と呼ぶと, 第 i 番到来波を選択受信の場合には, \mathbf{W}_S の第 i 列ベクトル $\mathbf{w}_i = [\mathbf{w}_1^{(i)} \dots \mathbf{w}_6^{(i)}]^T$ を図 12 の上図のように第 1 サブアレーのみに用いてアレー合成受信する. 本論文では, この合成法を単一サブアレー合成法 (SSM: Single Subarray Method) と呼ぶ.

(ii) 方式 (i) の \mathbf{W}_S を空間平均により得られるすべてのサブアレーに対して適用する. そして, アレー・オブ・アレーの原理により, 各サブアレーを同一の特性をもつ一つのアンテナ素子として考え, 2D-ESPRIT により推定された固有値を一樣励振ウエートとして各サブアレー出力に重み付けをして全アレーからの合成出力を得る. つまり, 第 i 番到来波を選択受信する場

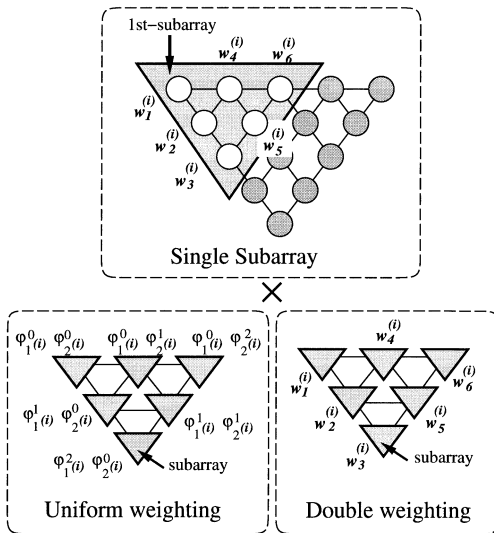


図 12 マルチビーム形成ウエートによるアレー出力合成法
Fig.12 Array synthetic method using multibeam weights.

表 2 到来波の到来角設定値 2
Table 2 Radio environment (Scenario 2).

	方位角 [deg]	天頂角 [deg]
第 1 波	-30	45
第 2 波	90	45

合には、図 12 の左下図のように各サブアレー出力に、推定された固有値 $\varphi_r(i)$ ($r = 1, 2$) を重み付けする。この合成法をここでは、サブアレー様合成法 (SUM: Subarray Uniform weighting Method) と呼ぶ。

(iii) 基本的な考え方は方式 (ii) と同じであるが、空間平均の際のサブアレーの個数と一つのサブアレーの素子数を同一に設定し、各サブアレーを同一の特性をもつ一つのアンテナ素子として考え、それらに再び W_S を重み付けして合成する。つまり、第 i 番到来波を選択受信する場合には、図 12 の右下図のように $w_i = [w_1^{(i)} \dots w_6^{(i)}]^T$ を重み付けする。これを、サブアレー二重合成法 (SDM: Subarray Double weighting Method) と呼ぶ。

以上の原理を利用して、2D-ESPRIT によるマルチビーム形成を行う。

表 2 に多重波 2 波の到来角設定値を示す。その他の設定値はさきの計算機シミュレーションと同じ条件とした。図 13、図 14 に第 1 波、第 2 波をそれぞれ受信するための $\theta = 45$ 度の断面におけるアレー応答値 $D_i(\theta, \phi)$ を示す。

図 13、図 14 より、単一サブアレーのみを用いた場

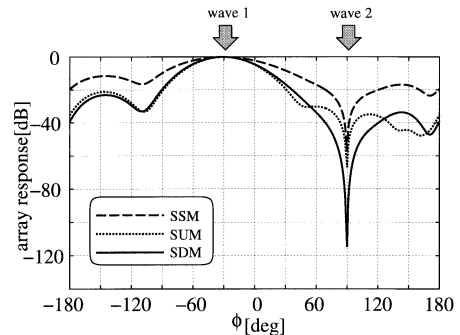


図 13 第 1 波受信のためのアレーパターン ($\theta = 45$ 度)
Fig.13 Array pattern for receiving the wave 1 ($\theta = 45$ deg).

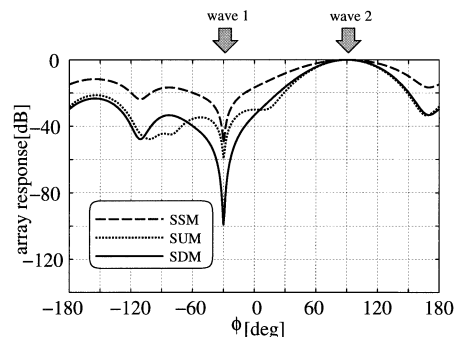


図 14 第 2 波受信のためのアレーパターン ($\theta = 45$ 度)
Fig.14 Array pattern for receiving the wave 2 ($\theta = 45$ deg).

合に比べ、アレー全体に対して重み付けを施すことで、不要波方向に深いヌルを形成できていることがわかる。特に空間平均のサブアレー個数とサブアレーの大きさを同一にして重み付けを二重に施した場合には、単一サブアレーパターンの約 2 倍の深いヌルを形成でき、推定誤差が多少あってもロバストな特性が得られることが確認できる。

5. む す び

本論文では、正三角形アレーに対して 2D-ESPRIT を適用し、到来波ごとに 2 次元到来角 (方位角, 天頂角) を同時組推定するために必要となるベアリング法として、簡便な複素化平均固有値展開法を提案した。そして、計算機シミュレーションを通じて方位角と天頂角の同時組推定を行い、その有効性を示した。

また、推定結果を用いた指向性合成法をいくつか提案し、その比較検討からアレー・オブ・アレーの原理に基づいてサブアレーのウエートを二重に使用して全アレーから合成出力を得る方法の有用性を確認した。

今後は、再帰型 ESPRIT を用いたリアルタイム処理へと発展させていきたい。

文 献

- [1] R. Roy and T. Kailath, "ESPRIT - Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol.37, no.7, pp.984-995, July 1989.
- [2] B. Ottersten, M. Viberg, and T. Kailath, "Performance Analysis of the Total Least Squares ESPRIT Algorithm," IEEE Trans. Signal Processing, vol.39, no.5, pp.1122-1135, May 1991.
- [3] R.O. Schmidt, "Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimation," IEEE Trans. Antennas Propagat., vol.34, no.3, pp.276-280, March 1986.
- [4] J.C. Liberty, JR. and T.S. Rappaport, Smart Antennas for Wireless Communications: IS-95 and Third Generation CDMA Applications, Prentice Hall, Inc., 1999.
- [5] Y. Ogawa and N. Kikuma, "High-Resolution Techniques in Signal Processing Antennas," IEICE Trans. Commun., vol.E78-B, no.11, pp.1435-1442, Nov. 1995.
- [6] 大橋由昌, 比嘉盛雄, "移動電波源を対象にした方向探知システムの検討— 拡張 ESPRIT アルゴリズムとアンギュラダイバーシティー —", 信学技報, AP99-122, pp.119-126, Oct. 1999.
- [7] M.D. Zoltowski, M. Haurdt, and C.P. Mathews, "Closed-Form 2-D Angle Estimation with Rectangular Arrays in Element Space or BeamSpace via Unitary ESPRIT," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol.44, no.2, Feb.1996.
- [8] M. Haardt and J.A. Nossék, "Simultaneous Schur Decomposition of Several Nonsymmetric Matrices to Achieve Automatic Pairing in Multidimensional Harmonic Retrieval Problems," IEEE Trans. Signal Processing, vol.46, no.1, pp.161-169, Jan. 1998.
- [9] P. Strobach, "Bi-iteration SVD subspace tracking algorithms and applications," IEEE Trans. Signal Processing, vol.45, no.5, pp.1222-1240, May 1997.
- [10] P. Strobach, "Fast recursive subspace adaptive ESPRIT algorithms," IEEE Trans. Signal Processing, vol.46, no.9, pp.2413-2430, Sept. 1998.
- [11] R.C. Johnson and H. Jasik, Antenna Engineering Handbook, 2nd edition, chapt.20, New York, McGraw-Hill, 1984.
- [12] N. Kikuma, T. Kitamura, M. Ogawa, and N. Inagaki, "Signal Parameter Estimation of Indoor Multipath Waves with Triangular Antenna Array," Proc. ISAP, pp.405-408, Sept. 1992.
- [13] T. Kuroda, N. Kikuma, and N. Inagaki, "DOA Estimation of Multipath Waves Using 2D-ESPRIT with Triangular Antenna Array," Proc. ISAP, pp.685-688, Aug. 2000.
- [14] 菊間信良, 菊地秀生, 稲垣直樹, "平均固有値展開法による

る多次元 Unitary ESPRIT の推定値ベアリング," 信学論 (B), vol.J82-B, no.11 pp.2202-2207, Nov. 1999.

- [15] 阪口 啓, 高田潤一, 荒木純道, "3D Unitary ESPRIT 法を用いた多重波パラメータの測定法," 信学技報, AP98-35, pp.17-22, July 1998.
- [16] 黒田 徹, 菊間信良, 稲垣直樹, "正三角形アレーを用いた 2D-ESPRIT 到来方向推定のための推定値ベアリング手法の改良," 信学技報, AP2000-177, pp.33-40, Jan. 2001.
- [17] M. Wax and T. Kailath, "Detection of Signal by Information Theoretic Criteria," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol.33, no.2, pp.387-392, April 1985.
- [18] T.J. Shan, M. Wax, and T. Kailath, "On Spatial Smoothing for Direction-of-Arrival Estimation of Coherent Signals," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol.33, no.4, pp.806-811, Aug. 1985.
- [19] 菊間信良, アレーアンテナによる適応信号処理, 科学技術出版, 1998.
(平成 12 年 12 月 28 日受付, 13 年 3 月 26 日再受付)



黒田 徹 (学生員)

平 11 名工大・電気情報卒。現在、同大学院博士前期課程在学中。多重波伝搬解析法に関する研究に従事。



菊間 信良 (正員)

昭 57 名工大・工・電気卒。昭 62 京大大学院博士課程了。同年同大助手。昭 63 名工大助手, 平 4 同助教授, 平 13 同教授, 現在に至る。工博。アダプティブアレー, 移動伝搬解析, 移動無線通信技術の研究に従事。第 4 回電気通信普及財団賞受賞。著書「アレーアンテナによる適応信号処理」, IEEE 会員。



稲垣 直樹 (正員)

昭 37 東工大・工・電気卒。昭 42 同大学院博士課程了。同年同大助手。昭 45 名工大助教授, 昭 59 同教授, 現在に至る。昭 54~55 米国オハイオ州立大エレクトロサイエンス研究所客員研究員(文部省在外研究員)。工博。アンテナ及び電磁界理論の研究に従事。昭 39 稲田賞, 昭 49 本会論文賞, 昭 57 本会業績賞受賞。著書「電気・電子学生のための電磁波工学」, 「電磁気学」など。電気学会, 映像情報メディア学会, IEEE 各会員。