

集成材はりの横座屈設計耐力に関する考察

A STUDY ON DESIGN STRENGTHS FOR LATERAL BUCKLING OF GLUE-LAMINATED WOOD BEAMS

小野 徹郎*, 井戸田 秀樹**, 加藤 征宏***
Tetsuro ONO, Hideki IDOTA and Masahiro KATO

Lateral buckling is one of the most important limit states for glue-laminated wood beams with deep depth and long span. The purpose of this paper is to present design formulae for lateral buckling strengths of glue-laminated wood beams. Lateral buckling tests for three sectional types of laminated wood beams are conducted. Based on the test results, it is shown that the lateral buckling strengths agree well with the strengths based on the classical elastic theory for beams. The variations of the lateral buckling strengths are presented based on the first-order second-moment method for the calculation of resistance factors of partial safety factor formats.

Keywords : Glue-Laminated wood beams, Lateral buckling strengths, Design formulae, Coefficient of variation, Limit state design

集成材はり, 横座屈耐力, 設計耐力式, 変動係数, 限界状態設計

1. 序

断面サイズや部材長に対して自由度の高い集成材では大断面材による大スパン構造が現実化し,これに伴って従来あまり木構造では問題にならなかった横座屈がはりの重要な限界状態の一つとなってきた。日本建築学会の木質構造設計規準・同解説¹⁾(以下,規準と呼ぶ)では横座屈調整係数の形で設計式の中にはりの横座屈に対する挙動が考慮されているが,実験データとの対応が明確にされていないだけでなく,弾性座屈するはりに対しても面内曲げ耐力に対する材料安全率がそのまま適用されており,合理性に乏しい。各種設計体系が限界状態設計に移行しつつある現在,集成材はりの横座屈耐力についても実験データとの対応を明確にするとともに,各終局状態に対応した安全率を合理的に与える設計耐力式が求められている。

本研究は集成材はりの弾性横座屈を対象とし,実験データが不足している細長比の横座屈実験を行って耐力のデータを補うとともに,実験データに基づいて横座屈限界状態に対する集成材はりの設計耐力式の提案を行うものである。

2. 集成材はりの横座屈設計耐力に関する既往の研究

木質はり部材の横座屈に関しては,許容応力度設計を睨んだ設計式の提示がHooleyら²⁾によって行われている。設計式の提示にあたりHooleyらは,次式に示す弾性横座屈耐力を用いている。

$$M_{cr} = \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{(EI)_y GJ}{\gamma}} \quad (1)$$

ここに, L : 横座屈長さ, $(EI)_y$: はりの面外曲げ剛性, GJ : はりのサンプナンねじり剛性である。また, γ は面内曲げに対する断面二次モーメント I_x および面外曲げに対する断面二次モーメント I_y を用いて次式で与えられる。

$$\gamma = 1 - \frac{I_y}{I_x} \quad (2)$$

設計式の導出にあたっては,(1)式の横座屈モーメントに圧縮材における Euler 座屈と同じ安全率を与え,現実的な断面サイズや面内曲げ,面外曲げ,およびねじりの各弾性係数比を一律に仮定して幾つかの近似を行い,横座屈に対する許容曲げ応力度を次式のような簡便な形で導いている。

$$f_b = \begin{cases} f & \text{for } 0 < S < 10 \\ f \left[1 - \frac{1}{3} \left(\frac{S}{K} \right)^4 \right] & \text{for } 10 < S < K \\ 0.40 \frac{E_y}{S^2} & \text{for } K < S < 50 \end{cases} \quad (3)$$

ここに, f : はりの面内曲げ破壊に対する許容応力度, S : 横座屈細長比, K : 弾性限界細長比, E_y : はりの面外曲げヤング率 (MOE) であり, S , K はそれぞれ次式で与えられる。

* 名古屋工業大学工学部社会開発工学科建築系 教授・工博
** 名古屋工業大学工学部社会開発工学科建築系 助教授・工博
*** 愛知産業大学造形学部建築学科 教授・工博

Prof., Dept. of Architecture, Nagoya Inst. of Tech., Dr. Eng.
Assoc. Prof., Dept. of Architecture, Nagoya Inst. of Tech., Dr. Eng.
Prof., Dept. of Architecture, Aichi Sangyo University, Dr. Eng.

$$S = \sqrt{\frac{L_e h}{b^2}} \tag{4}$$

$$K = \sqrt{\frac{3 E_v}{5 f}} \tag{5}$$

ここに、 b ：はり幅、 h ：はりせい、 L_e ：横座屈長さである。規準¹⁾の横座屈調整係数も基本的には(3)式の設計耐力式に基づいて与えられているが、式表現が簡便な反面、はり部材の面外 MOE やせん断弾性係数、あるいは曲げねじれの項の影響を考慮しない形となっている。

一方、理論式の精度に焦点を当てて集成材はりの横座屈荷重を検討した研究が長谷部らによって報告されている³⁾。長谷部らは、仮想仕事の原理に増分理論を適用し、横座屈前の面内初期変形と曲げねじり剛性を考慮した座屈耐力式として次式を導いている。

$$M_{cr} = \frac{\pi}{L_e} \sqrt{\frac{E_v I_v}{1 - \frac{E_v I_v}{E_x I_x}} GJ \left(1 + \frac{\pi^2 E_w \Gamma_w}{GJ L_e^2} \right)} \tag{6}$$

ここに、 $E_w \Gamma_w$ ：曲げねじり剛性である。(6)式は方向性を持った材料である木材の横座屈挙動を厳密に評価できる式であるが、実用上は弾性座屈の範囲内では初期変形の影響は無視できる程度のものであることが述べられている。

このほか、デッキ構造物を対象とした集成材はりの横安定性⁴⁾⁵⁾や、横荷重を同時に受ける曲げ圧縮材の座屈耐力に関する研究⁶⁾、小断面角材を用いた横座屈実験と弾性横座屈理論式の対応の検討⁷⁾、有限要素法を用いた横座屈解析に関する研究⁸⁾、大断面集成材の横座屈実験結果⁹⁾、LVLを用いたI形はりの横座屈実験結果¹⁰⁾等が報告されているが、いずれも体系的な形で横座屈に対する設計耐力式を提示するには至っていない。

集成材は木材という異方性の材料を用い、多くの場合外層と内層で剛性の異なるラミナを複数接着した構造部材である。したがって、集成材はりの横座屈耐力を設計時に適切に評価するためには、面内面外の各 MOE、およびねじり剛性の影響を考慮できるとともに、実験値や解析値との対応から合理的な安全率を持った簡便な設計式の提示が必要と考えられる。

3. 集成材はり部材の横座屈実験

前章で述べたように、集成材はり部材の弾性横座屈現象に関する理論的な考察は既にかなり詳細に報告されており、各報告の中で幾つかの横座屈実験データとの対応も示されている。しかし、理論的横座屈耐力式に安全率を導入した設計耐力式の導出はほとんど行われておらず、また集成材を対象とした横座屈実験データも全細長比範囲に渡って十分な量のデータが報告されているとは言い難い。そこで、本研究ではまず集成材はりの横座屈データの充実と系統的な整理を目的とし、片持ばりの横座屈実験を行った。

3.1 実験概要

本実験では樹種をベイマツとし、はりの断面せい、ラミナの剛性配分をパラメータに、Fig. 1, Table 1に示すように5種類の試験体を用意した。Aタイプは外層2層分に高剛性のラミナを、内層に低剛性ラミナを配したものである。Bタイプは全層に低剛性の同等級ラミナを、Cタイプは全層に高剛性の同等級ラミナを配した。さらに、Aタイプについては断面せいを250mm、300mm、350mmと変化したものも用意した。試験体は、幅184mmのラミナを各試験体の層数分だけ接着積層し、養生後に幅50mmのはり試験体3体を切り

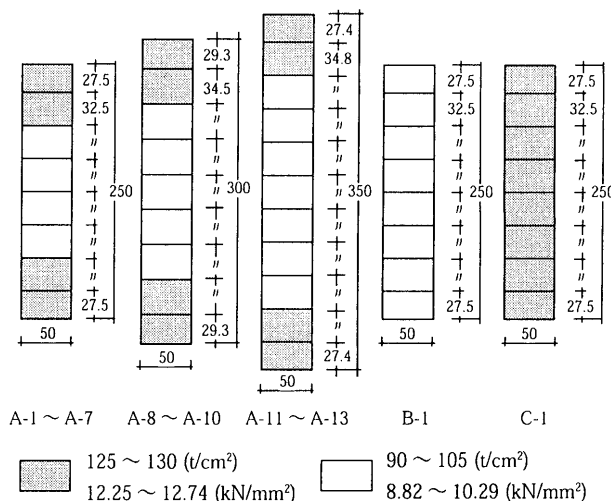


Fig. 1 Sectional Properties of Test Specimens

Table 1 List of Test Specimens

Specimen Types	Specimen No.	Section (cm)	M.O.E. of Laminae (t/cm ² & [kN/mm ²])		Spans (m)										
			Outer	Inner	10.0	9.0	8.0	7.0	6.0	5.5	5.0	4.5	4.0	3.5	3.0
Type A	A-1	5×25	125-130 [12.25-12.74]	90-95 [8.82-9.31]	-	-	-	-	-	-	-	○	○	○	○
	A-2				-	-	-	-	-	-	○	○	○	○	
	A-3				-	-	-	-	-	-	○	○	○	○	
	A-4				-	-	-	-	-	○	○	○	○		
	A-5				○	○	○	-	-	-	-	-	-	-	
	A-6				○	○	○	-	-	-	-	-	-	-	
	A-7				○	○	○	-	-	-	-	-	-	-	
	A-8	5×30		95-100 [9.31-9.80]	○	○	○	○	-	-	-	-	-	-	
	A-9				○	○	○	○	-	-	-	-	-	-	
	A-10				○	○	○	○	-	-	-	-	-	-	
	A-11				○	○	○	○	-	-	-	-	-	-	
	A-12				○	○	○	○	-	-	-	-	-	-	
	A-13				○	○	○	○	-	-	-	-	-	-	
Type B	B-1	5×25	95-100 [9.31-9.80]		-	-	-	-	-	○	○	○	○	-	
Type C	C-1	5×25	125-130 [12.25-12.74]		-	-	-	-	-	○	○	○	○	-	

出して作成した。なお、各試験体の含水率は平均11.9%、標準偏差0.41。比重は平均0.49、標準偏差0.02である。

横座屈実験に先立ち、まず各試験体の面外曲げ剛性とねじり剛性の実測を行った。面外曲げ剛性は、横座屈実験装置にセット前の試験体を単純ばり中央集中荷形式の3点曲げ方式で測定した。ねじり剛性については、Fig 2に示すように横座屈実験装置に試験体をセット後、自由端にねじり荷重を加え、荷重する実スパン長に対してねじり剛性を測定した。

横座屈実験の荷重形式はFig 3に示すように片持ちばり自由端集中荷形式とした。片持ち梁の固定端部は、試験体上下を2本の溝形鋼で挟み、それを枠型鋼材でボルトにより圧着させ2本のH型鋼支柱に固定した。また、はりスパンについては、固定端位置を移動させることにより、同一試験体に対して異なるはりスパン毎に荷重を行った。なおこの場合、荷重ははりスパンの長いものから順に行い、残留変形を測定して弾性範囲内で座屈荷重が決定されたことを確認してから次の荷重スパンに移行した。自由端荷重部はFig 4に示すように、ユニバーサルジョイントを使用した錘による集中荷形式とし、面内・面外曲げ、振れ変形時も荷重点がせん断中心から移動しないようにした。変形については自由端の水平変位、垂直変位及び振れ角を対象に測定を行った。

3.2 面外曲げ剛性およびねじり剛性

Table 2に面外曲げ試験およびねじり試験の結果を示す。いずれの試験体も曲げ剛性測定時の梁せいスパン比は1/15以下であり、曲げ変形に含まれるせん断変形の影響は微小と考えられるため、ここでは実測されたはりのたわみは全て曲げ変形による成分と仮定して実測による面外曲げヤング率 $E_{y,ex}$ を算出している。ねじり剛性は、梁端部の拘束条件に応じて自由ねじり成分と断面のそり変形を拘束した成分とが混在するが、ここでは片持ちばりの横座屈長さ全体に対する見かけ上のねじり剛性 $(GJ)_{ex}$ から下式で算出される G_{ex} をねじり剛性評価のためのせん断弾性係数とした。

$$G_{ex} = \frac{(GJ)_{ex}}{J} \tag{7}$$

ここに、 J はサンプナンねじり定数であり、 $b \ll h$ であることを考慮して次式で求めた。

$$J = \frac{1}{3}bh^3 \left(1 - 0.63 \frac{b}{h}\right) \tag{8}$$

表中 $E_{y,cal}$ はTable 1に示した構成ラミナのグレーディング範囲における中央値のMOE、 $E_{mid,i}$ (i : i 番層ラミナ) を用い、次式で算出した面外MOEである。

$$E_{y,cal} = \frac{\sum_{i=1}^N E_{mid,i}}{N} \tag{9}$$

ここに、 N : 積層数である。集成材のねじり剛性を評価するためのせん断弾性係数と各ラミナのせん断弾性剛性との関係はまだ明確にされていないのが現状であるが、本論文では G の統計的なばらつきを考察するために公称値が必要であるため、規準¹⁾に示されている $E/G=15$ を用いて面内曲げヤング率との関係から次式で評価した。

$$G_{cal} = \frac{E_{x,cal}}{15} \tag{10}$$

ここで、 $E_{x,cal}$ ははりの面内MOEであり、次式にて算出した。

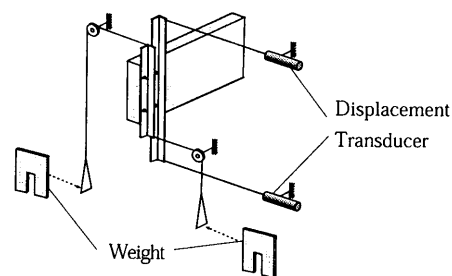


Fig. 2 Setup for Torsion Test

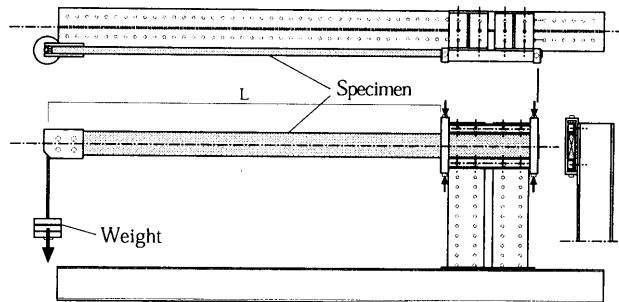
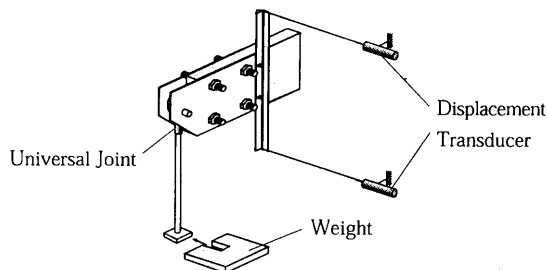
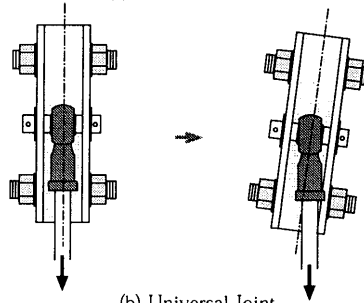


Fig. 3 Details of Loading Point



(a) Details of free end



(b) Universal Joint

Fig. 4 Details of Loading Point

Table 2 E_y and G

Specimen	$E_{y,ex}$ (kN/mm ²)	$E_{y,cal}$ (kN/mm ²)	$E_y / E_{y,cal}$	GJ_{ex} ($\times 10^6$ kN · mm ²)	G_{ex} (kN/mm ²)	G_{cal} (kN/mm ²)	G_{ex} / G_{cal}
A1	10.98	10.78	1.02	71.8	0.788	0.801	0.98
A2	11.47	10.78	1.06	75.3	0.827	0.801	1.03
A3	11.27	10.78	1.05	69.3	0.761	0.801	0.95
A4	11.76	10.78	1.09	73.0	0.801	0.801	1.00
A5	10.15	10.78	0.94	89.8	0.987	0.801	1.23
A6	9.81	10.78	0.91	90.0	0.989	0.801	1.23
A7	10.04	10.78	0.93	70.6	0.776	0.801	0.97
A8	10.15	10.86	0.93	87.4	0.781	0.796	0.98
A9	10.44	10.86	0.96	92.3	0.825	0.796	1.04
A10	10.38	10.86	0.96	103.7	0.927	0.796	1.16
A11	9.98	10.94	0.91	112.3	0.846	0.913	0.93
A12	10.09	10.94	0.92	121.7	0.917	0.913	1.00
A13	10.46	10.94	0.96	112.1	0.845	0.913	0.92
B1	9.70	10.05	0.97	70.4	0.773	0.753	1.03
C1	13.43	12.50	1.07	72.2	0.793	0.833	0.95
Mean			0.98				1.03
Standard Deviation			0.060				0.098
COV (%)			6.14				9.56

$$E_{x,cal} = \frac{\sum_{i=1}^N E_{mid,i} I_i}{I} \quad (11)$$

ここに I_i ：はり断面の中立軸に対する i 層ラミナの断面二次モーメント、 I ：はりの断面二次モーメントである。ラミナの剛性から算出した $E_{y,cal}$ 、 G_{cal} は実測値と良い対応を示しており、実測値を $E_{y,cal}$ または G_{cal} で無次元化した値の変動係数は E_y で6.14%、 G で9.56%であった。

3.3 横座屈実験結果

Fig. 5は、A-2シリーズ試験体について载荷点の荷重-面内・面外変形関係を示したものである。面内変形は横座屈発生までほぼ弾性挙動を示しているのに対し、面外変形は比例限界荷重を越えると水平方向への安定性が急激に低下し、わずかな荷重の増加に対しても水平方向へ大きく変形している。なお、実験による横座屈荷重の決定にあたっては、Fig. 6に示すように载荷荷重 P と水平変位の2乗 δ^2 は P の大きいところではほぼ線形関係を示すことから、この関係を延長した直線と縦軸との交点を横座屈荷重とした。

4. 横座屈耐力式の提示

横座屈耐力を設計時に考慮するためには、横座屈のし易さを表すパラメータとして横座屈細長比が用いられる。Fig. 7は、規準¹⁾で示されている横座屈細長比

$$C_s = \sqrt{\frac{L_x h}{b^2}} \quad (12)$$

を用いて実験値を整理したものである。縦軸は実験で得られた横座屈モーメントをはりの面内曲げ強度 M_y ($=\sigma_y \cdot Z$) で無次元化している。なお、 σ_y は集成材のラミナ構成や支点間距離に応じて各実験結果ごとに与えられる必要があるが、本実験では同一試験体で支点間距離を変えることで座屈長さを変化させているため、横座屈実験で用いた試験体の曲げ破壊実験より得られた曲げ強度と面内曲げヤング率の相関関係を次式で回帰し、その回帰式から各横座屈荷重を整理するための面内曲げ強度を求めた。

$$\sigma_y = 0.022E_x + 160 \quad (\text{N/mm}^2) \quad (13)$$

上式中、 E_x には各座屈長さに対応して横座屈実験時に得られた面内曲げヤング率を代入した。また、図中に既往の研究で報告されている横座屈実験結果²⁾⁷⁾⁹⁾と、各実験に対応して規準¹⁾から算出される横座屈耐力曲線 C_b (図中の実線、点線、および一点鎖線)も併せて示した。全体的には横座屈細長比の増加に従って座屈耐力が低下する傾向となっているが、実験値にはかなりのばらつきがみられ、(12)式の横座屈細長比は横座屈耐力を評価する尺度としては合理性に乏しい。

そこで、2章で示した理論的研究成果を考慮し、はりの横座屈細長比を弾性横座屈モーメント M_e と面内曲げ強度 M_y から求められる換算細長比

$$\lambda = \sqrt{M_y / M_e} \quad (14)$$

で整理したものがFig. 8である。 M_e に関しては、初期変形の影響を実用上は無視できる³⁾ことを考慮し、次式で評価した。

$$M_e = \frac{\pi}{L_c} \sqrt{E_y I_y G J \left(1 + \frac{\pi^2 E_x \Gamma_y}{G J L_c^2} \right)} \quad (15)$$

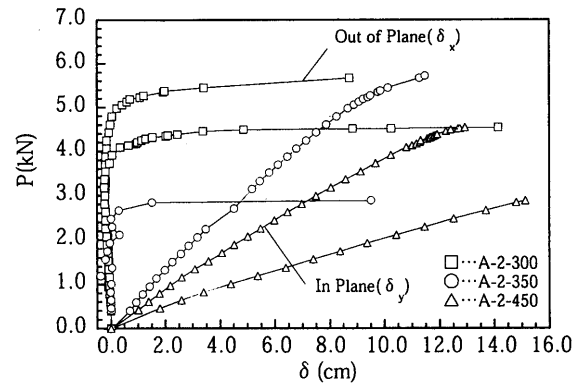


Fig. 5 Load-Displacement Relations at Loading Point

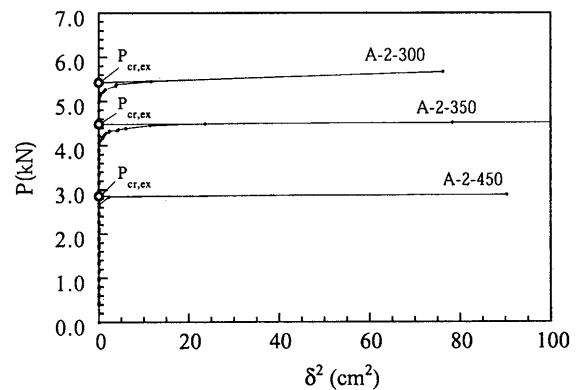


Fig. 6 Load- δ^2 Relations

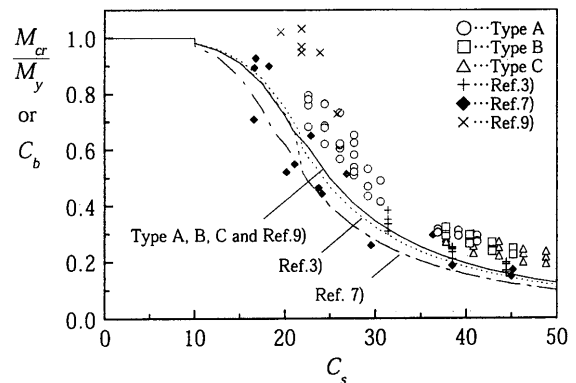


Fig. 7 C_s - $M_{cr,ex}/M_y$ Relations

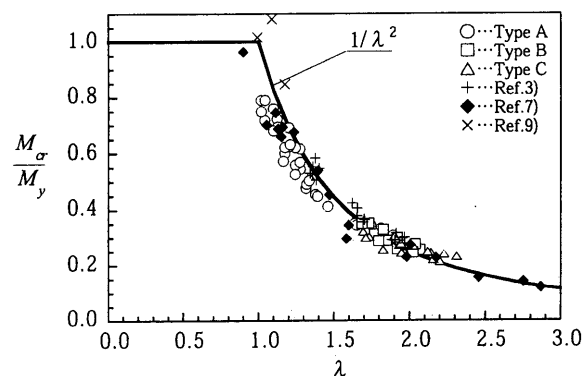


Fig. 8 λ - $M_{cr,ex}/M_y$ Relations

また、曲げねじり剛性に関わるヤング係数 E_w については、 E_x と E_y の関係から

$$E_w = \sqrt{E_x \cdot E_y} \quad (16)$$

で評価した³⁾。 λ が1.0に近づくに従い、弾塑性挙動の影響から実験値はやや弾性横座屈荷重を下回る傾向にあるが、Fig. 7で示した C_s と比較すると(14)式で整理した座屈荷重は理論式と非常によく対応を示しており、実験値ごとのばらつきも小さい。このことから、弾性横座屈荷重は(14)式に示す換算細長比を用いることで合理的な評価が可能といえる。

弾塑性域の横座屈挙動については実験もほとんど行われていないことから、ここでは便宜的に規準との整合性を考慮して耐力の定式化を行う。規準¹⁾では、塑性限界および弾性限界の各細長比 $C_{s,p}$ 、 $C_{s,e}$ について

$$\left. \begin{aligned} C_{s,p} &= 10 \\ C_{s,e} &= 0.8 \sqrt{\frac{E_y}{L f_b}} \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

と設定している。これは、(3)式で示したHooleyの式に倣ったものであり、圧縮材の曲げ座屈現象を対象にした結果から比例限界を長期許容応力度の2/3とするという考え方に基づいている。本論文でも基本的にはこの考え方に倣って弾塑性域の横座屈耐力を与えるものとする。現実には用いられる $h/b=5.0 \sim 7.0$ 程度のはりに対して(17)式で与えられる C_s を(14)式で定義される換算細長比に対応させると $\lambda_p \approx 0.7$ 、 $\lambda_e \approx 1.3$ 程度となることから、設計式の簡便性も考慮し、この細長比区間を直線的に補間することで弾塑性域の設計耐力式を与えるものとする。

以上のことから、本論文では(14)式で定義される換算細長比 λ を用い、以下に示す横座屈耐力式 M_b を提案する。

$$\left. \begin{aligned} \lambda \leq \lambda_p & \quad M_b = \sigma_y Z \\ \lambda_p < \lambda \leq \lambda_e & \quad M_b = (-0.67\lambda + 1.47)\sigma_y Z \\ \lambda_e \leq \lambda & \quad M_b = \frac{1}{\lambda^2} \sigma_y Z \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

ここに $\lambda_p=0.7$ 、 $\lambda_e=1.3$ である。Fig. 9は、(18)式で提案した横座屈耐力式を実験結果とともにプロットしたものである。本提案式は細長比全域にわたって実験値とよい対応を示している。なお、限界細長比 λ_p および λ_e は比例限界応力度と断面形状に依存するため、これらが本論文で用いた仮定と異なる場合には別途検討が必要である。

5. 横座屈耐力の統計的性質に関する検討

前章で提示した設計耐力式の妥当性を検討するためには、(18)式を元にも与えられる設計耐力と実験耐力との対応を検討する必要がある。そこで、本章では集成材はりの横座屈耐力にかかわる統計的な諸量について考察を行う。

集成材の曲げ強度に関しては、曲げヤング率との関係からその統計的な性質についていくつかの報告がなされている¹¹⁾¹²⁾が、横座屈耐力についての統計的な検討はほとんどなされていないのが現状である。前章までの横座屈実験結果によれば、集成材の弾性横座屈荷重は(6)式あるいは(15)式で概ね評価できる。すなわち、理論的には、はり材の面外曲げ剛性、ねじり剛性、および曲げねじり剛性のばらつきを考慮することによって弾性横座屈耐力の統計的な性質を検討することができる。本章では、はり材の各種剛性の統計的性質

と弾性横座屈荷重との関係について考察する。

5.1 各剛性の統計量の考察

集成材の面外曲げ剛性 E_y は接着するラミナ数やラミナのグレーディング方法に影響を受ける。既往の研究では、各ラミナにおけるMOEの変動係数 δ_L を20%と仮定し、等級区分やトランケーションがなされずに積層された場合、積層ラミナ数が8~11では集成材の E_y の変動係数 δ_{E_y} が5~6%程度となることがシミュレーションより示されている¹³⁾。本実験の試験体ではMOEに応じてグレーディングされたラミナを用いており、理論的には先のシミュレーション結果より変動係数は小さくなるが、(9)式から算出した $E_{y,cal}$ 回りの E_y の変動係数 $\delta_{E_y,cal}$ はTable 2より6.14%であり、グレーディングしない場合とほぼ同等の変動係数となった。これは、測定スパン長の違いによるせん断変形成分の差や、接着、切削工程によってMOEがグレーディング時のラミナから変動したことが影響しているものと考えられる。

ねじり剛性に関わるせん断弾性係数 G のばらつきに関しては、変動係数にして10%程度であり、曲げヤング率との相関性はほとんど無いこと等が報告されている¹⁴⁾。本実験では(10)式を用いた G_{cal} 回りの G の変動係数 $\delta_{G,cal}$ は9.56%であり、報告されている値とほぼ同程度となっているが、(10)式は E_x との関係から一律に G を決めたものであり、集成材としてのねじり剛性評価に用いるせん断弾性係数については、今後各ラミナの剛性との関係を明確にする必要がある。なお、Fig. 10に示す通り、既往の報告¹⁴⁾で述べられているように E_y と

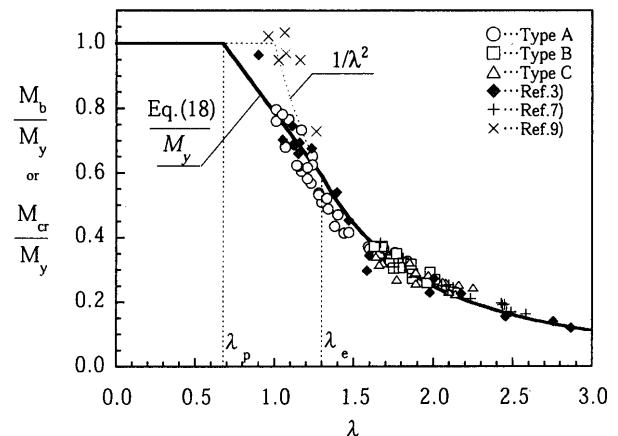


Fig. 9 λ - M_b/M_y Relations

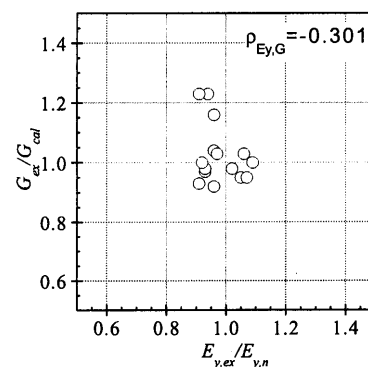


Fig. 10 E - G Relations

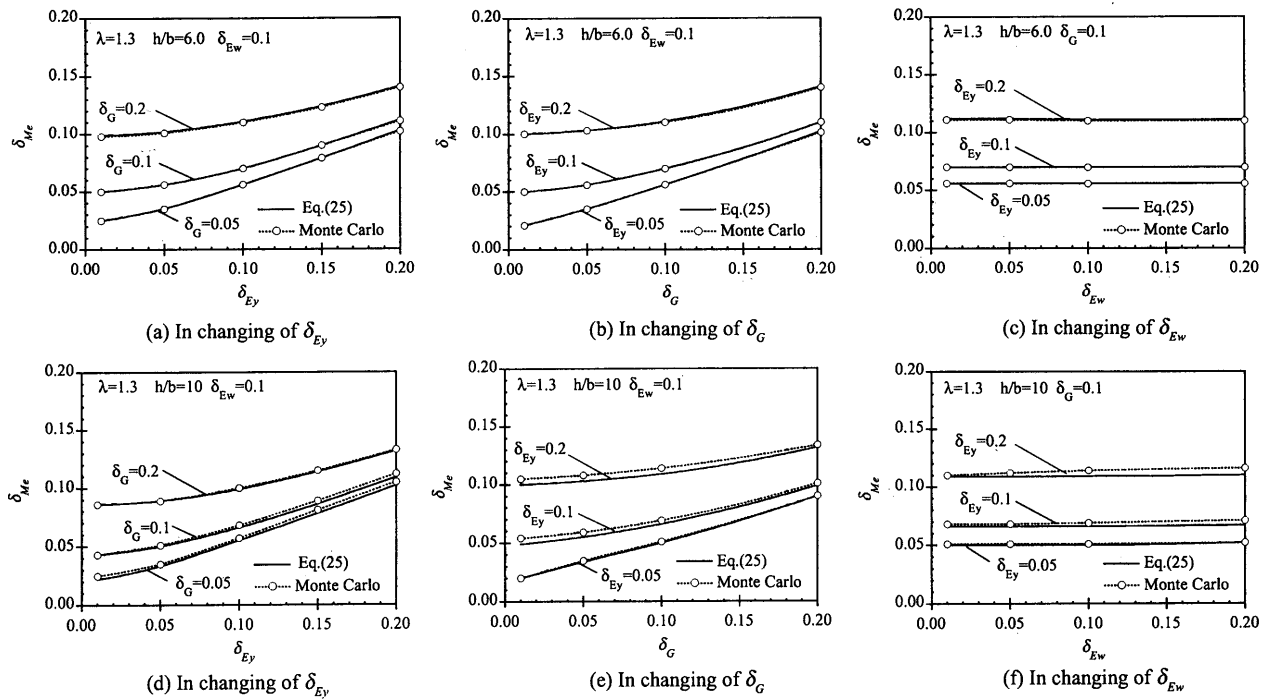


Fig. 11 Coefficient of Variations of Lateral Buckling Strengths

G の統計的な相関性はほとんど見られなかった。

5.2 剛性のばらつきを考慮した弾性横座屈耐力

前節で得られた統計量に基づき、本節では集成材はりの弾性横座屈耐力について統計的な検討を行う。

集成材はりの弾性横座屈荷重を(15)式で評価するとき、 E_y 、 G 、 E_w を確率変数とすると、弾性横座屈モーメント M_e は線形化2次モーメント法を用いて平均値回りに線形化することにより次式で表すことができる。

$$M_e = \alpha \sqrt{E_y} \sqrt{G + \beta E_w}$$

$$= \frac{1}{2} u (E_y - \mu_{E_y}) + \frac{1}{2} \frac{\alpha^2}{u} (G - \mu_G) + \frac{1}{2} \frac{\alpha^2 \beta}{u} (E_w - \mu_{E_w}) + \alpha \sqrt{\mu_{E_y} (\mu_G + \mu_{E_w})} \quad (19)$$

ここに、 μ_{E_y} 、 μ_G 、 μ_{E_w} はそれぞれ E_y 、 G 、 E_w の平均値であり、 α 、 β 、 u はそれぞれ下式に示す通りである。

$$\alpha = \frac{\pi \sqrt{I_y J}}{l} \quad (20)$$

$$\beta = \frac{\pi^2 \Gamma_w}{l^2 J} \quad (21)$$

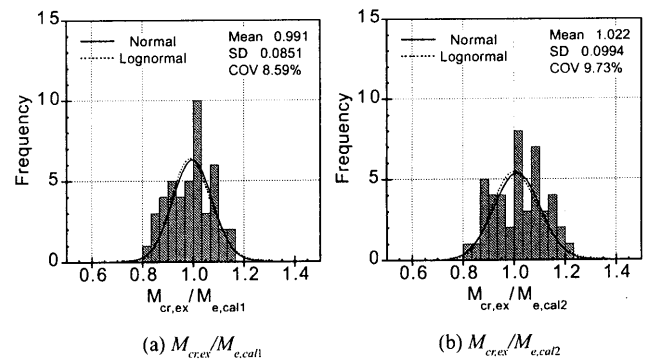
$$u = \alpha \mu_{E_y}^{-\frac{1}{2}} (\mu_G + \beta \mu_{E_w})^{-\frac{1}{2}} \quad (22)$$

(19)式より、(15)式で示される横座屈モーメントの平均値 μ_{Me} 、標準偏差 σ_{Me} は E_y 、 G 、 E_w 間の統計的相関性を独立と仮定することにより、それぞれ次式で示される。

$$\mu_{Me} = \alpha \sqrt{\mu_{E_y} (\mu_G + \beta \mu_{E_w})} \quad (23)$$

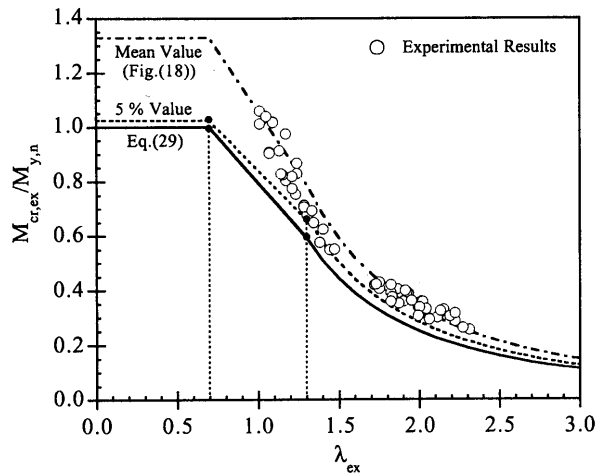
$$\sigma_{Me}^2 = \frac{1}{4} \left(u^2 \sigma_{E_y}^2 + \frac{1}{u^2} \alpha^4 \sigma_G^2 + \frac{1}{u^2} \alpha^4 \beta^2 \sigma_{E_w}^2 \right) \quad (24)$$

また、このときの変動係数 δ_{Me} は次式となる。


 Fig. 12 Histograms of $M_{cr,ex} / M_{e,cal}$

$$\delta_{Me} = \frac{\sigma_{Me}}{\mu_{Me}} \quad (25)$$

なお、(16)式に基づいて E_w を定義すれば、 E_w と E_y 間には統計的相関性が存在するが、ここでは式展開を簡便にするため便宜的に独立と仮定して扱った。Fig. 11は換算細長比が1.3の場合について E_y 、 E_w 、 G それぞれの変動係数 δ_{E_y} 、 δ_{E_w} 、 δ_G をパラメータとして(23)~(25)式で算出した横座屈耐力の変動係数 δ_{Me} を実線で示したものである。Fig. 11(a)~(c)は断面せい h と幅 b の比率 h/b が6.0の場合、(d)~(f)は h/b が10の場合である。 δ_{Me} は δ_{E_y} と δ_G の変動に対して支配的であるが、それらが20%以下の場合 δ_{Me} は3%~15%の範囲内で変動する量となった。 δ_{E_w} の変動は δ_{Me} にほとんど影響を与えない。また、図中プロット○は E_y 、 E_w 、 G を対数正規分布に従う確率変数と仮定し¹⁴⁾、モンテカルロ法(サンプル数10,000)を用いて(15)式で算出した横座屈耐力の変動係数である。 $h/b=10$ の方が $h/b=6.0$ の場合に比べて若干誤差が大きいが、全体的には(23)~(25)式を用いて求めた M_e はモンテカルロ法と非常に良い対応を示した。モンテカルロ法との誤差は(23)~(25)式において E_w と E_y 間の統計的相関性を独立と仮定したことによ


 Fig. 13 λ - $M_{cr,ex}/M_n$ Relations

ると考えられる。 E_w が集成材はりの弾性横座屈耐力に与える影響は、 h/b が大きいかほど顕著であることが報告されており³⁾、本解析例で示した $h/b=10$ を越えるはり断面を対象とする場合にはさらに誤差が大きくなることを想定する必要があるが、実用的な h/b の範囲では各剛性のばらつきが横座屈耐力に与える影響は(23)~(25)式を用いて十分な精度で評価できる。なお、限られたラミナ構成と試験体数からの結果であるが、前節で示した本実験の変動係数 $\delta_{E_y,cal}=6.14\%$ 、 $\delta_{G,cal}=9.56\%$ を用い、(25)式で算出した変動係数 δ_{M_e} は7.10%となった。

5.3 弾性横座屈耐力の統計的考察

Fig. 12は、3章で示した実験から得られた横座屈耐力のヒストグラムを示したものである。Fig. 12(a)は、実験結果 $M_{cr,ex}$ を、実測ヤング率 $E_{y,ex}$ 、 G_{ex} を用いて(15)式で評価した横座屈荷重（ここでは $M_{e,cal1}$ と表示）で除した値、Fig. 11(b)は $M_{cr,ex}$ を、(9)(10)式の $E_{y,cal}$ 、 G_{cal} を用いて(15)式で評価した横座屈荷重（ここでは $M_{e,cal2}$ と表示）で除した値のヒストグラムである。平均値に関しては実験値と計算値は(a)(b)とも良い対応を示したが、変動係数については若干の差が見られ、 $M_{cr,ex}/M_{e,cal2}$ の方がやや大きな値となった。これは、(a)では実測の E_y と G を用いて横座屈耐力を評価しているため、 E_y と G 自体の持つばらつきが M_{cr} に影響していないのに対し、(b)では E_y と G をラミナの公称値から導いた値としているため、 E_y と G 自体の持つばらつきを含んだ結果となっていることによる。

このように、実験から得られた横座屈耐力のばらつきは、部材全体に対する各剛性 E_y 、 E_w 、 G を用いて(23)~(25)式から求められるばらつきよりもかなり大きくなっている。そこで、本研究では E_y 、 E_w 、 G 以外の不確定要因も含めた横座屈耐力 M_e^* を次式でモデル化できるものと仮定する。

$$M_e^* = U_e \cdot M_e \quad (26)$$

ここに、 U_e ：部材内における剛性の空間的なばらつきや、支点の拘束条件、初期たわみ等が横座屈耐力に与える影響の不確定性を表す確率変数である。このモデルに基づけば、 M_e の持つ変動制は5.2節で示した δ_{M_e} に相当し、 M_e^* の持つ変動性は実験耐力をラミナの剛性のばらつきを含めずに評価したFig. 12(b)の変動係数9.73%に相当することになる。このとき、 M_e^* 、 U_e 、 M_e の変動係数 $\delta_{M_e^*}$ 、 δ_{U_e} 、 δ_{M_e} 間

には次式のような関係がある。

$$\delta_{M_e^*}^2 = \delta_{U_e}^2 + \delta_{M_e}^2 \quad (27)$$

本実験の場合、 δ_{M_e} として5.2節で示した7.10%、 δ_{U_e} としてFig. 11(a)で示した8.59%を用いると、 $\delta_{M_e^*}=11.1\%$ となり、Fig. 12(b)で示した9.73%よりやや大きめの値となった。 δ_{M_e} に関してはヤング係数の変動性に応じて(25)式で評価できるが、 $\delta_{M_e^*}$ については部材剛性以外の各種要因 δ_{U_e} を設計条件や施工状況なども考慮して適切に評価した上で設定することが必要である。

6. 横座屈設計耐力式の検証

前節で示した横座屈耐力の統計的特性を考慮し、本章では4章で提示した横座屈設計耐力式の検証を試みる。Fig. 13は実験で得られた横座屈モーメントを換算細長比で整理したものである。縦軸は実験耐力 $M_{cr,ex}$ をベイマツの基準強度 F から算出した曲げ強度 $M_{y,n}(=F \cdot Z)$ で無次元化したもの、横軸は実測された集成材のMOEから(13)式で求めた曲げ強度を用いて計算した換算細長比 λ_{ex} である。基準強度 F については、木質構造の限界状態設計法¹⁵⁾において面内曲げ強度レベルの公称値と実験平均値との比率を1:1.33と設定していることより、(13)式から求められる σ_y を用いて、

$$F = \frac{\sigma_y}{1.33} \quad (28)$$

と定義した。図中、実線は(18)式で提示した耐力式において、 σ_y を基準強度 F に置き換えた下式の設計耐力式を示す。

$$\left. \begin{aligned} \lambda &\leq \lambda_p & M_b &= FZ \\ \lambda_p &< \lambda \leq \lambda_c & M_b &= (-0.67\lambda + 1.47)FZ \\ \lambda_c &\leq \lambda & M_b &= \frac{1}{\lambda^2}FZ \end{aligned} \right\} \quad (29)$$

また、図中一点鎖線は(18)式の耐力式、点線は前章で示した弾性横座屈耐力の変動係数を用いて算出した5%の非超過確率を与える耐力の下限值である。なお、ここでは、面内曲げ耐力の変動係数を20%¹⁴⁾とし、弾性横座屈耐力の変動係数は本実験結果に基づき、9.73%として計算した。(29)式は実験結果の下限值および耐力の5%下限値と良い対応を示しており、細長比全域において曲げ材の設計耐力を合理的に与えるものといえる。

限界状態設計法において耐力係数を算出する際には、設計耐力式、すなわち公称値と実験耐力の平均値との比率、および各限界状態における耐力の変動係数の情報が必要となる。本論文で提案した設計耐力式は、(18)式に示した耐力式全体に材料レベルの安全率を与えていることから、細長比にかかわらず実験平均値/公称値=1.33を用いることができる。また、耐力の変動係数に関しては、弾性横座屈耐力に対して(27)式で求められる変動係数 $\delta_{M_e^*}$ を用いるのが望ましいが、 $\delta_{M_e^*}$ の算出には(25)式で求められる剛性のばらつきの影響だけでなく、5.3節で述べたような部材剛性以外の要因の存在も無視できないため、これらの影響を工学的な判断に基づき適切に評価することが必要である。

7. 結

本研究で得られた結論は以下の通りである。

- 1) 集成材はりの横座屈耐力実験を行い、実験値との対応から横座屈耐力式(18)式を提示した。

- 2) 各ラミナの剛性、および集成材としての剛性のばらつきを考慮し、横座屈耐力が持つ統計的な性質について検討を行うとともに、横座屈限界状態に対する耐力の変動係数を示した。
- 3) 横座屈耐力の変動係数を考慮し、横座屈限界状態に対する設計耐力式を(29)式で提示し、実験値との対応からその妥当性を検証した。
- 4) (29)式で与えた横座屈耐力式を公称設計耐力とする場合、平均耐力との比率は面内曲げ耐力で提示されている1.33と等しくすることができる。
- 5) 横座屈耐力の変動係数は、 E_p 、 E_w 、 G のばらつきのみを考慮する場合は(25)式で概ね評価できるが、それ以外の要因が横座屈耐力のばらつきに与える影響も無視できないため、設計時に横座屈耐力の変動係数を用いる場合には、これらの影響も考慮の上十分安全側に見積もる必要がある。

今後は、実験値、理論展開ともに不足している弾塑性域の横座屈耐力について系統的な評価が望まれる。

謝辞

横座屈実験および実験データの整理にあたり、名古屋工業大学大学院博士前期課程佐藤英二氏の協力を得ました。付して感謝いたします。

参考文献

- 1) 日本建築学会：「木質構造設計規準・同解説」，1995
- 2) R. F. Hooley, B. Madsen : Lateral Stability of Glued Laminated Beams, Journal of the Structural Division, Proc. of the ASCE, Vol. 90, No. ST3, pp.201-218, June, 1964
- 3) 長谷部 薫, 薄木 征三 : 集成木材はりの横座屈解析と実験, 構造工学論文集, Vol. 38A, pp.963-970, 1992年
- 4) Jenkinson, Paul M., John J. Zahn : Lateral Stability of Beam and Deck Structure, Journal of the Structural Division, Proc. of the ASCE, Vol. 98, No. ST3, pp.599-609, March, 1972
- 5) Zahn, John J. : Lateral Stability of Wood Beam-and-Deck Systems, Journal of the Structural Division, Proc. of the ASCE, Vol. 99, No. ST7, July, 1973
- 6) Larsen, Hans J., Esko Theilgaard : Laterally Loaded Timber Columns, Journal of the Structural Division, Proc. of the ASCE, Vol. 105, No. ST7, July, 1979
- 7) 山本 宏, 松本勝彦 : 木質梁の横安定性について (第1報), 北海道林産試験場研究報告, 第62号, pp.1-29, 1974
- 8) 辻野哲司 : 木質材料の応力と変形解析, 岩手大学教育学部研究年報, 第41巻, PP. 77-132, 1982.
- 9) 玉置昌孝, 小野徹郎, 緑川光正, 井戸田秀樹 : 木質大断面集成材の横座屈に関する実験的研究 その1, その2, 日本建築学会学術講演梗概集, pp. 171-174, 1990
- 10) Tokuda Michio, Mitsutoyo Miyakoshi : Lateral Buckling Strength of I-Beams Made of LVL Flanges, Proc. of the 1990 International Timber Engineering Conference, Tokyo, pp. 464-469, October, 1990
- 11) 平嶋義彦, 山本幸雄, 鈴木滋彦 : 集成材の強度計算モデルおよび確率モデル, 木材学会誌, Vol.40, No.11, pp.1172-1179
- 12) 三橋博三, 板垣直行, 伊藤彦紀, 鈴木 登 : スギ集成材の力学的性能設計のための解析モデル (第1報) 積層による補強効果及び塑性領域を考慮した集成材の曲げ破壊予測モデル, 木材学会誌, Vol.42, No.2, pp.122-129
- 13) 林 知行 : 確率モデルによる集成加工材料の性能予測 (第1報) MOEの分布, 木材学会誌, Vol.35, No.11, pp.1048-1057, 1989
- 14) 日本建築学会木質構造限界状態設計法小委員会, 日本木材学会木材強度・木質構造研究会 : 木質構造の限界状態設計, 1999年, 12月
- 15) 日本建築学会, 限界状態設計法小委員会 : 建築物の限界状態設計指針 (案) 第1版, 1999年, 3月

(2000年11月9日原稿受理, 2001年4月24日採用決定)