

## 再帰型 2D Unitary ESPRIT を用いた到来方向推定

黒田 忠晃<sup>†</sup>      菊間 信良<sup>†a)</sup>      稲垣 直樹<sup>†</sup>

DOA Estimation Using Recursive 2D Unitary ESPRIT

Tadaaki KURODA<sup>†</sup>, Nobuyoshi KIKUMA<sup>†a)</sup>, and Naoki INAGAKI<sup>†</sup>

あらまし 移動体通信においては多重波電波伝搬環境を把握することが重要で、個々の到来波の信号パラメータ（到来角など）を推定することが非常に有効な解析手段となる。その推定方法の一つとして、ESPRIT が最近注目を集めているが、このアルゴリズムは、入力データの相関行列に対して固有値展開を繰り返して推定値を求めるために、アレー素子が少ない場合はよいが、素子が増えると推定結果を得るために時間がかかる。そこで本論文では、再帰的に計算できる QR 分解に基づく再帰型 ESPRIT を 2 次元推定に拡張し、更に計算効率を上げ、推定値ベアリングを容易にする目的で、再帰型 2D Unitary ESPRIT を提案した。信号パラメータ推定値のベアリング方法として最も簡単な複素化法を用い、また空間平均法を導入することにより、互いに相関が高い到来波に対する方位角・天頂角推定の計算機シミュレーションを行った。その結果、推定精度、計算時間、追跡能力において提案法の特徴が明らかにされ、今後の発展につながる重要な知見を得た。

キーワード BiSVD 部分空間追跡法、再帰型 2D Unitary ESPRIT、方位角推定、天頂角推定、空間平均法

### 1. ま え が き

1990 年代は、携帯電話、PHS 等の移動体通信が目覚ましい発展と普及を遂げた。そして 2000 年代に突入し、移動体通信はますます身近なものとなり、日常生活に欠かせない存在になっていくものと思われる。近年、多くのアレー信号処理技術が提案されているが、特に研究開発が進められているものとして、第 3 世代以降の移動通信や、高度道路交通システム (ITS) 等に向けられたものがあげられる。

このような高い信頼性と適応性が必要とされるシステムを実現するためには、反射、回折、散乱に起因した多重波電波伝搬環境を詳細に把握することが必要となる。特に、移動体通信の電波伝搬環境は、一般に非常に複雑で時間変化もするので、伝搬推定法として個々の到来波を分離できる、すなわち高い分解能力をもち、かつ環境変化に対して追従性の高い方法が要求される [1]。

そこで、高分解能推定法として、ESPRIT に代表される相関行列の固有値展開法に基づく高分解能スペクトル推定法が提案され [2], [3]、現在最も注目を集めている。しかし、入力のユニタリ変換を行う Unitary ESPRIT [4], [5] の登場で計算効率は向上したものの、入力データの相関行列に対して固有値展開を繰り返して推定値を求めるために、アレー素子が少ない場合はよいが、素子が増えると推定結果を得るために相当の時間を要する。そのうえ、継続的に推定を行う場合は非効率的である。

この問題を解決する方法として、再帰的に計算ができる、QR 分解に基づく再帰型 ESPRIT (1 次元推定) が提案された [6] ~ [8]。本論文では、この再帰型 ESPRIT を 2 次元推定に拡張し [9], [10]、更に計算効率を上げ、推定値ベアリングを容易にする目的で、Unitary ESPRIT を基本アルゴリズムとした再帰型 2D Unitary ESPRIT を提案する [11]。そして、2 次元推定の一例として計算機シミュレーションにより多重波の方位角、天頂角推定を試み、提案法である再帰型 2D Unitary ESPRIT の特徴を明らかにする。

<sup>†</sup> 名古屋工業大学電気情報工学科, 名古屋市

Department of Electrical and Computer Engineering,  
Nagoya Institute of Technology, Gokiso-cho, Showa-ku,  
Nagoya-shi, 466-8555 Japan

a) E-mail: kikuma@elcom.nitech.ac.jp

## 2. 推定原理

### 2.1 受信システムと解析モデル

ここでは、2次元信号パラメータ（方位角，天頂角）推定を目的とした 2D ESPRIT について述べる．

受信アレーアンテナは，図 1 に示すような， $x$  軸方向に等間隔  $\Delta x$  で  $M_1$  素子， $y$  軸方向に等間隔  $\Delta y$  で  $M_2$  素子配置した， $M(= M_1 M_2)$  素子等間隔平面方形アレーとした．ただし，アンテナ素子は等方性で素子間相互結合の影響はないものとする．このアレーに天頂角  $\theta_i$ ，方位角  $\phi_i$  をもった多重伝搬波が  $L$  波到来するとする．この平面アレーの  $(m_1, m_2)$  ( $1 \leq m_1 \leq M_1, 1 \leq m_2 \leq M_2$ ) に位置する素子の複素受信データ  $x_{m_1, m_2}(t)$  は次のように表される．

$$x_{m_1, m_2}(t) = \sum_{i=1}^L s_i(t) \prod_{r=1}^2 e^{j[m_r - \{(M_r+1)/2\}]\mu_i^{(r)}} + n_{m_1, m_2}(t) \quad (1)$$

ただし， $s_i(t)$  は第  $i$  波のアレー中心における複素信号， $n_{m_1, m_2}(t)$  は内部雑音を表す．また， $\mu_i^{(1)}, \mu_i^{(2)}$  は次のように表され，そのベクトル表記を  $\boldsymbol{\mu}_i$  とする．

$$\mu_i^{(1)} = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta x \cos \phi_i \sin \theta_i \quad (2)$$

$$\mu_i^{(2)} = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta y \sin \phi_i \sin \theta_i \quad (3)$$

$$\boldsymbol{\mu}_i = [\mu_i^{(1)}, \mu_i^{(2)}]^T \quad (i = 1, 2, \dots, L) \quad (4)$$

ここで， $\lambda$  は波長である．2D Unitary ESPRIT においては，複素受信データ  $x_{m_1, m_2}(t)$  を次のようにベクトル化（1次元化）し，入力ベクトルと呼ぶ．

$$\begin{aligned} \boldsymbol{x}(t) &= [x_{1,1}(t) \ \dots \ x_{M_1, M_2}(t)]^T \\ &= \mathbf{V} \boldsymbol{s}(t) + \boldsymbol{n}(t) \end{aligned} \quad (5)$$

$$\mathbf{V} = [\boldsymbol{v}(\mu_1), \dots, \boldsymbol{v}(\mu_L)] \quad (6)$$

$$\boldsymbol{s}(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_L(t)]^T \quad (7)$$

$$\boldsymbol{n}(t) = [n_{1,1}(t), \dots, n_{M_1, M_2}(t)]^T \quad (8)$$

ただし， $\boldsymbol{v}(\mu_i)$  は第  $i$  到来波のモードベクトルである．

入力データが以上のように表されるので，2D Unitary ESPRIT の適用により信号パラメータ推定が可能となる．

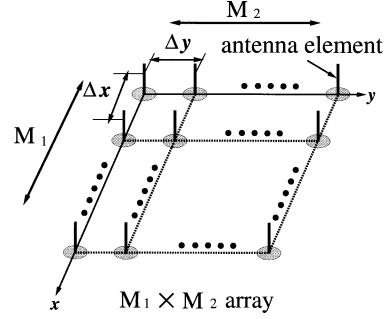


図 1 受信システム（平面方形アレー）  
Fig.1 Receiving system (rectangular array).

### 2.2 再帰型 2D Unitary ESPRIT の原理

初めに，推定値の更新  $t$  回目 ( $t = 1, 2, \dots$ ) におけるデータ行列を，次式のように定義する．

$$\mathbf{X}(t) \triangleq \begin{bmatrix} \alpha^{1/2} \mathbf{X}(t-1) & (1-\alpha)^{1/2} \boldsymbol{x}(t) \end{bmatrix} \quad (9)$$

ここに， $\mathbf{X}(t-1)$  は 1 回前のデータ行列， $\boldsymbol{x}(t)$  は現時点の入力ベクトル（スナップショット）， $\alpha$  は忘却係数である．忘却係数とは，1 回前のデータを参照する割合を決定するパラメータで  $0 < \alpha < 1$  である．

ここで，入力ベクトル  $\boldsymbol{x}(t)$  に対して次式のようにユニタリ変換を施す．

$$\boldsymbol{y}(t) = \mathbf{Q}_M^H \boldsymbol{x}(t) \quad (10)$$

ただし， $\mathbf{Q}_M$  はユニタリ行列であり，次式のような関係をもつ [1], [4], [5] ．

•  $M = 2q$  の場合

$$\mathbf{Q}_M = \mathbf{Q}_{2q} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_q & j\mathbf{I}_q \\ \mathbf{\Pi}_q & -\mathbf{\Pi}_q \end{bmatrix} \quad (11)$$

•  $M = 2q + 1$  の場合

$$\mathbf{Q}_M = \mathbf{Q}_{2q+1} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} \mathbf{I}_q & \mathbf{0} & j\mathbf{I}_q \\ \mathbf{0}^T & \sqrt{2} & \mathbf{0}^T \\ \mathbf{\Pi}_q & \mathbf{0} & -\mathbf{\Pi}_q \end{bmatrix} \quad (12)$$

ここに， $\mathbf{I}_q$  は  $q$  次の単位行列， $\mathbf{\Pi}_q$  は次式で定義される  $q$  次正方行列である．

$$\mathbf{\Pi}_q = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & & & 1 \\ & & & \\ & & 1 & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ & & & \\ 1 & & & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (13)$$

こうして，データ行列  $\mathbf{X}(t)$  もユニタリ変換されるが，

再帰型 2D Unitary ESPRIT では、 $\mathbf{y}(t)$  を次式のように実数部分と虚数部分に分割して処理する。

$$\mathbf{y}_{u(1)}(t) = \text{Re}[\mathbf{y}(t)] \quad (14)$$

$$\mathbf{y}_{u(2)}(t) = \text{Im}[\mathbf{y}(t)] \quad (15)$$

すなわち、

$$\mathbf{Y}(t) = \begin{bmatrix} \alpha^{1/2} \mathbf{Y}(t-1) \\ \times (1-\alpha)^{1/2} \mathbf{y}_{u(1)}(t) \quad (1-\alpha)^{1/2} \mathbf{y}_{u(2)}(t) \end{bmatrix} \quad (16)$$

をデータ行列として、再帰型 2D Unitary ESPRIT に適用する。式 (16) が示すように、 $\mathbf{y}_{u(1)}(t)$  と  $\mathbf{y}_{u(2)}(t)$  の両方が加わって 1 回の更新と考える。

本アルゴリズムは、ESPRIT に必須な信号部分空間を推定するために BiSVD 部分空間追跡法 [6] を用い、効率化を図る [7]。次に手順に沿って原理を説明する。

### 2.2.1 BiSVD 部分空間追跡法

BiSVD (Bi-Iteration SVD) 部分空間追跡法 [6] とは、BiSVD に従って、データ行列  $\mathbf{Y}(t)$  の特異値分解を逐次更新し、入力相関行列  $\mathbf{Y}(t)\mathbf{Y}^H(t)$  の信号部分空間に属する固有ベクトルの推定値  $\mathbf{Q}_A(t)$  を再帰的に求めるものである。

文献 [6] に基づき、 $\mathbf{Y}(t) \in R^{M \times N}$  に対する BiSVD は次のように表される。

$$\mathbf{B}(t) \triangleq \mathbf{Y}^H(t)\mathbf{Q}_A(t-1) \quad (17)$$

$$\mathbf{B}(t) = \mathbf{Q}_B(t)\mathbf{R}_B(t) : N \times L \text{ 次 QR 分解} \quad (18)$$

$$\mathbf{A}(t) \triangleq \mathbf{Y}(t)\mathbf{Q}_B(t) \quad (19)$$

$$\mathbf{A}(t) = \mathbf{Q}_A(t)\mathbf{R}_A(t) : M \times L \text{ 次 QR 分解} \quad (20)$$

ただし、 $N$  はデータ数、 $M$  は全素子数を示している。また、 $\mathbf{R}_A(t)$ 、 $\mathbf{R}_B(t)$  は  $L$  次の上三角行列で、 $\mathbf{Q}_A(t) \in R^{M \times L}$ 、 $\mathbf{Q}_B(t) \in R^{N \times L}$  とともにそれぞれ式 (20)、(18) の QR 分解から得られる。BiSVD 部分空間追跡法では  $\mathbf{Q}_A(t)$ 、 $\mathbf{R}_A(t)$ 、 $\mathbf{R}_B(t)$  を再帰的に求めていく。以後、更新  $t$  回目の説明をするが、 $t \rightarrow t+1$  の間で  $\mathbf{y}_{u(1)}(t)$  及び  $\mathbf{y}_{u(2)}(t)$  を順に取り込み、実質 2 回の繰返し演算を行うことになるので、便宜上、直前の値を表す記号として「 $\sim$ 」を用いる。

まず、現時点（更新  $t$  回目）における入力ベクトル  $\mathbf{y}_{u(c)}(t)$  ( $c=1, 2$ ) に対して、次のような  $L$  次元の圧縮ベクトル  $\mathbf{h}$  を定義する。

$$\mathbf{h} \triangleq \tilde{\mathbf{Q}}_A^H \mathbf{y}_{u(c)}(t) \quad (21)$$

この  $\mathbf{h}$  を用いて  $\mathbf{y}_{u(c)}(t)$  を直交投影すると、

$$\mathbf{y}_\perp = \mathbf{y}_{u(c)}(t) - \tilde{\mathbf{Q}}_A \mathbf{h} \quad (22)$$

が得られ、これを規格化すると、

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{y}}_\perp &= n_y^{-1/2} \mathbf{y}_\perp \\ &= n_y^{-1/2} \mathbf{y}_{u(c)}(t) - n_y^{-1/2} \tilde{\mathbf{Q}}_A \mathbf{h} \end{aligned} \quad (23)$$

となる。ただし、 $n_y = \mathbf{y}_\perp^H \mathbf{y}_\perp$  である。また、 $\mathbf{H}$  を、後述の式 (31) で定義される  $\Theta_A$  の繰返し演算の 1 回前の値  $\tilde{\Theta}_A$  を用いて、

$$\mathbf{H} \triangleq \tilde{\mathbf{R}}_B \tilde{\Theta}_A \quad (24)$$

と定義すると、 $\mathbf{h}$  と  $\mathbf{H}$  を用いて、 $\mathbf{R}_B$  の更新式は、次のように求められる [6]。

•  $c=1$  の場合

$$\mathbf{G}_B^H \begin{bmatrix} \mathbf{R}_B \\ 0 \cdots 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha^{1/2} \mathbf{H} \\ (1-\alpha)^{1/2} \mathbf{h}^H \end{bmatrix} \quad (25)$$

•  $c=2$  の場合

$$\mathbf{G}_B^H \begin{bmatrix} \mathbf{R}_B \\ 0 \cdots 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H} \\ (1-\alpha)^{1/2} \mathbf{h}^H \end{bmatrix} \quad (26)$$

ただし、 $\mathbf{G}_B$  は  $(L+1) \times (L+1)$  の正規直交行列、すなわち  $\mathbf{G}_B^H \mathbf{G}_B = \mathbf{G}_B \mathbf{G}_B^H = \mathbf{I}_{L+1}$  で、右辺を QR 分解することにより、 $\mathbf{G}_B^H$  と  $\mathbf{R}_B$  が得られることがわかる。

次に、 $\mathbf{H}_R$  と  $\mathbf{h}_R^H$  を、

$$\mathbf{H}_R \triangleq \mathbf{H} \mathbf{R}_B^{-1} \quad (27)$$

$$\mathbf{h}_R^H \triangleq \mathbf{h}^H \mathbf{R}_B^{-1} \quad (28)$$

と定義すると、 $\mathbf{R}_A$  の更新式は次式のように得られる [6]。

•  $c=1$  のとき

$$\mathbf{G}_A^H \begin{bmatrix} \mathbf{R}_A \\ 0 \cdots 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \tilde{\mathbf{R}}_A \mathbf{H}_R + (1-\alpha) \mathbf{h} \mathbf{h}_R^H \\ (1-\alpha) n_y^{1/2} \mathbf{h}_R^H \end{bmatrix} \quad (29)$$

•  $c=2$  のとき

$$\mathbf{G}_A^H \begin{bmatrix} \mathbf{R}_A \\ 0 \cdots 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{R}}_A \mathbf{H}_R + (1-\alpha) \mathbf{h} \mathbf{h}_R^H \\ (1-\alpha) n_y^{1/2} \mathbf{h}_R^H \end{bmatrix} \quad (30)$$

ただし、 $\mathbf{G}_A$  は  $(L+1) \times (L+1)$  の正規直交行列で、

$\mathbf{G}_A^H \mathbf{G}_A = \mathbf{G}_A \mathbf{G}_A^H = \mathbf{I}_{L+1}$  である．よって，式 (25)，(26) と同様に右辺を QR 分解することにより， $\mathbf{G}_A^H$  と  $\mathbf{R}_A$  が求められる．

この  $\mathbf{G}_A^H$  から以下のように  $\Theta_A$  と  $\mathbf{f}^H$  を抽出すると，

$$\mathbf{G}_A^H = \overset{L}{L} \left\{ \left[ \begin{array}{c|c} \Theta_A & * \\ \hline \mathbf{f}^H & * \end{array} \right] \right\}_{L+1} \quad (31)$$

$\mathbf{Q}_A$  の更新式が，

$$\mathbf{Q}_A = \tilde{\mathbf{Q}}_A \Theta_A + \tilde{\mathbf{y}}_{\perp} \mathbf{f}^H \quad (32)$$

のように得られる [6]．

本論文では，予到来波数を  $L$  波として  $\mathbf{Q}_A$  の初期値を次のように与えた．

$$\mathbf{Q}_A(0) = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_L \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \times p \in R^{M \times L} \quad (33)$$

ただし， $p$  は初期値の大きさを決めるパラメータで  $0 < p \leq 1$  である．また， $\mathbf{R}_A$ ， $\mathbf{R}_B$ ， $\Theta_A$  の初期値を次のように置いた．

$$\mathbf{R}_A(0) = \mathbf{0}_{L \times L} \quad (34)$$

$$\mathbf{R}_B(0) = \mathbf{I}_L \quad (35)$$

$$\Theta_A(0) = \mathbf{I}_L \quad (36)$$

### 2.2.2 再帰型 2D Unitary ESPRIT

式 (10) のユニタリ変換の際，モード行列  $\mathbf{V}$  は次式のように実数値行列に変換される．

$$\mathbf{D} = \mathbf{Q}_M^H \mathbf{V} \quad (37)$$

これは，モードベクトル  $\mathbf{v}(\mu_i)$  の成分が，中心成分に対して共役対称性をもつためである [1], [4], [5]．この実数変換後のモード行列  $\mathbf{D}$  は，次のような ESPRIT の基本式：rotational invariance の関係 [5] を満たす．

$$\mathbf{K}_{(r)1} \mathbf{D} \Omega_r = \mathbf{K}_{(r)2} \mathbf{D} \quad (r = 1, 2) \quad (38)$$

$$\Omega_r = \text{diag} \left\{ \tan \left[ \frac{\mu_i^{(r)}}{2} \right] \right\}_{i=1}^L \quad (39)$$

ただし， $\mathbf{K}_{(r)1}$ ， $\mathbf{K}_{(r)2}$  は以下で定義される行列である．

$$\mathbf{K}_{(r)1} \triangleq \text{Re} \{ \mathbf{Q}_{m_r}^H \mathbf{J}_{(r)2} \mathbf{Q}_M \} \quad (40)$$

$$\mathbf{K}_{(r)2} \triangleq \text{Im} \{ \mathbf{Q}_{m_r}^H \mathbf{J}_{(r)2} \mathbf{Q}_M \} \quad (41)$$

$$m_r = \frac{M(M_r - 1)}{M_r} \quad (42)$$

$$\mathbf{J}_{(1)2} \triangleq \mathbf{I}_{M_2} \otimes \mathbf{J}_2^{(M_1)} \quad (43)$$

$$\mathbf{J}_{(2)2} \triangleq \mathbf{J}_2^{(M_2)} \otimes \mathbf{I}_{M_1} \quad (44)$$

$$\mathbf{J}_2^{(M_r)} = \begin{bmatrix} \mathbf{O}_{(M_r-1) \times 1} & \mathbf{I}_{M_r-1} \end{bmatrix} \quad (45)$$

( $r = 1, 2$ )

ここで  $\otimes$  はクロネッカー積を表す．また  $\Omega_r$  は，所望の信号パラメータ情報を含んだ実数値対角行列であり，これを求めることにより，信号パラメータ  $(\phi_i, \theta_i)$  を推定することができる．

行列  $\mathbf{D}$  を構成する  $M$  次元列ベクトルの張る  $L$  次元部分空間 ( $L < M$ ) は，入力相関行列の信号部分空間を構成する  $\mathbf{Q}_A$  の  $L$  個の列ベクトルの張る部分空間と一致する [1]．すなわち，

$$\mathbf{Q}_A = \mathbf{D} \mathbf{T} \quad (46)$$

を満たす  $L$  次の正則な行列  $\mathbf{T}$  が唯一存在する．

ここで，BiSVD 部分空間追跡法で得られた信号部分空間の推定値  $\mathbf{Q}_A$  を，式 (40)，(41) を用いて二つに分割する．

$$\mathbf{E}_{(r)x} \triangleq \mathbf{K}_{(r)1} \mathbf{Q}_A \quad (47)$$

$$\mathbf{E}_{(r)y} \triangleq \mathbf{K}_{(r)2} \mathbf{Q}_A \quad (48)$$

これらを式 (38) に代入すると，次のようになる．

$$\mathbf{K}_{(r)1} \mathbf{Q}_A \mathbf{T}^{-1} \Omega_r = \mathbf{K}_{(r)2} \mathbf{Q}_A \mathbf{T}^{-1} \quad (49)$$

↓

$$\mathbf{E}_{(r)x} \Psi_r = \mathbf{E}_{(r)y} \quad (50)$$

$$\Psi_r \triangleq \mathbf{T}^{-1} \Omega_r \mathbf{T} \quad (51)$$

この  $\Psi_r$  を求めるために，従来の ESPRIT では，LS や TLS を用いていたが [1] ~ [3]，式 (50) を  $\Psi_r$  について再帰的に解く方法を以下に述べる．

まず，BiSVD 部分空間追跡法の式 (23) で得られた  $\tilde{\mathbf{y}}_{\perp}$  を，式 (40)，(41) を用いて二つに分割する．

$$\mathbf{y}_{(r)1} \triangleq \mathbf{K}_{(r)1} \tilde{\mathbf{y}}_{\perp} \quad (52)$$

$$\mathbf{y}_{(r)2} \triangleq \mathbf{K}_{(r)2} \tilde{\mathbf{y}}_{\perp} \quad (53)$$

また， $L$  次元の圧縮ベクトル  $\mathbf{h}_{(r)y}$  を，

$$\mathbf{h}_{(r)y} \triangleq \tilde{\mathbf{Q}}_{(r)x}^H \mathbf{y}_{(r)1} \quad (54)$$

と定義して， $\mathbf{y}_{(r)1}$  を直交投影し，それを規格化すると，次式が得られる．

$$\mathbf{y}_{(r)1}^{\perp} \triangleq \mathbf{y}_{(r)1} - \tilde{\mathbf{Q}}_{(r)x} \mathbf{h}_{(r)y} \quad (55)$$

$$\tilde{\mathbf{y}}_{(r)1}^{\perp} \triangleq \|\mathbf{y}_{(r)1}^{\perp}\|^{-1} \mathbf{y}_{(r)1}^{\perp} \quad (56)$$

ただし、上式中の  $\mathbf{Q}_{(r)x}$  は  $\mathbf{E}_{(r)x}$  を QR 分解して得られ、同時に得られる上三角行列  $\mathbf{R}_{(r)x}$  とともに、

$$\mathbf{E}_{(r)x} = \mathbf{Q}_{(r)x} \mathbf{R}_{(r)x} \quad (57)$$

の関係が成り立つ。

これより、 $\mathbf{R}_{(r)x}$  の更新式は次式のように得られる [7]。

$$\mathbf{G}_{(r)x}^H \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{(r)x} \\ 0 \cdots 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{R}}_{(r)x} \Theta_A + \mathbf{h}_{(r)y} \mathbf{f}^H \\ \|\mathbf{y}_{(r)1}^\perp\| \mathbf{f}^H \end{bmatrix} \quad (58)$$

ただし、 $\mathbf{G}_{(r)x}$  は  $(L+1) \times (L+1)$  の正規直交行列で、右辺を QR 分解することにより、 $\mathbf{G}_{(r)x}^H$  と  $\mathbf{R}_{(r)x}$  が求められる。この  $\mathbf{G}_{(r)x}^H$  から、以下のように  $\Theta_{(r)x}$  と  $\mathbf{f}_{(r)x}^H$  を抽出すると、

$$\mathbf{G}_{(r)x}^H = L \left\{ \begin{array}{c|c} \Theta_{(r)x} & * \\ \mathbf{f}_{(r)x}^H & * \end{array} \right\}_{L+1}$$

$\mathbf{Q}_{(r)x}$  の更新式は、

$$\mathbf{Q}_{(r)x} = \tilde{\mathbf{Q}}_{(r)x} \Theta_{(r)x} + \tilde{\mathbf{y}}_{(r)1}^\perp \mathbf{f}_{(r)x}^H \quad (59)$$

のように得られる [7]。

次に、 $\Psi_r(t)$  の計算において、行列  $\mathbf{H}_{\Psi_r}$  を次のように定義する。

$$\mathbf{H}_{\Psi_r} \triangleq \mathbf{Q}_{(r)x}^H \mathbf{E}_{(r)y} \quad (60)$$

式 (32), (48), (53), (59) を用いると、 $\mathbf{H}_{\Psi_r}$  は、

$$\mathbf{H}_{\Psi_r} = (\tilde{\mathbf{Q}}_{(r)x} \Theta_{(r)x} + \tilde{\mathbf{y}}_{(r)1}^\perp \mathbf{f}_{(r)x}^H)^H \times (\tilde{\mathbf{E}}_{(r)y} \Theta_A + \mathbf{y}_{(r)2} \mathbf{f}^H) \quad (61)$$

となる。ここで、

$$\mathbf{h}_{(r)e1} \triangleq \tilde{\mathbf{E}}_{(r)y}^H \tilde{\mathbf{y}}_{(r)1}^\perp \quad (62)$$

$$\mathbf{h}_{(r)q2} \triangleq \tilde{\mathbf{Q}}_{(r)x}^H \mathbf{y}_{(r)2} \quad (63)$$

$$\gamma_{(r)12} \triangleq (\tilde{\mathbf{y}}_{(r)1}^\perp)^H \mathbf{y}_{(r)2} \quad (64)$$

を定義すると、式 (61) は、更に、

$$\mathbf{H}_{\Psi_r} = (\Theta_{(r)x}^H \tilde{\mathbf{H}}_{\Psi_r} + \mathbf{f}_{(r)x} \mathbf{h}_{(r)e1}^H) \Theta_A + (\Theta_{(r)x}^H \mathbf{h}_{(r)q2} + \gamma_{(r)12} \mathbf{f}_{(r)x}) \mathbf{f}^H \quad (65)$$

となる。

式 (21) ~ (65) までのアルゴリズムに入力ベクトル  $\mathbf{y}(t)$  の実数部分と虚数部分を適用したのち、最後に  $\Psi_r(t)$  を解く。  $\Psi_r(t)$  は、

$$\Psi_r(t) \triangleq \mathbf{R}_{(r)x}^{-1}(t) \mathbf{H}_{\Psi_r}(t) \quad (66)$$

と表されるので、後退代入法により解くことができる。よって、 $\Psi_r(t)$  を固有値展開し、その固有値  $\varphi_{ri}(t)$  を、

$$\phi_i(t) = \arg(u + jv) \quad (67)$$

$$\theta_i(t) = \sin^{-1} \left( \frac{\sqrt{u^2 + v^2}}{\pi \Delta x} \right) \quad (68)$$

$$u \triangleq \frac{\lambda \cdot \tan^{-1} \varphi_{1i}(t)}{\pi \Delta x} = \cos \phi_i \sin \theta_i \quad (69)$$

$$v \triangleq \frac{\lambda \cdot \tan^{-1} \varphi_{2i}(t)}{\pi \Delta y} = \sin \phi_i \sin \theta_i \quad (70)$$

に代入することにより、方位角、天頂角 ( $\phi_i, \theta_i$ ) が推定できる。

上記のように  $\Psi_r(t)$  を固有値展開することになるが、 $\theta_i$  と  $\phi_i$  を対応づけるために、それぞれの固有値、固有ベクトルをペアリングさせる必要がある。文献 [8] においては、同時 Schur 分解 (SSD) [12] を用いてペアリングを行っているが、計算効率が非常に悪い。これに対し本論文では、 $\Psi_r(t)$  が実数値で計算されることから、簡便で計算効率の良い複素化法を用いることができる [1], [4], [5]。これは、両者を

$$\Psi_1(t) + j\Psi_2(t) = \mathbf{T}^{-1}(t) \{ \Omega_1(t) + j\Omega_2(t) \} \mathbf{T}(t) \quad (71)$$

のように結合し、これを固有値展開して、共通の固有ベクトル  $\mathbf{T}^{-1}(t)$  を求めるものである。

一方、到来波の受信電力は、

$$\mathbf{P}(t) = \text{diag} \{ \mathbf{T}(t) [\mathbf{R}(t) - \hat{\sigma}^2(t) \mathbf{I}] \mathbf{T}^T(t) \} \quad (72)$$

から得られる [1]。ここで  $\mathbf{R}(t)$  の対角成分は、入力相関行列の信号部分空間に属する固有ベクトル  $\mathbf{Q}_A(t)$  に対応する固有値  $\lambda_k$  ( $k = 1, \dots, L$ ) を表しており、 $\mathbf{R}(t)$  は次式から求められる [6]。

$$\mathbf{R}(t) = \mathbf{R}_A(t) \mathbf{R}_B(t) = \text{diag} \{ \lambda_1, \dots, \lambda_L \} \quad (73)$$

また、 $\hat{\sigma}^2(t)$  は内部雑音電力の推定値を表す。これは、全受信電力推定値  $\hat{p}_y(t)$  から  $L$  波の到来波電力を差し引くことによって得られるもので、次式で更新される。

$$\hat{\sigma}^2(t) = \frac{M}{M-L} \hat{p}_y(t) - \frac{1}{M-L} \sum_{k=1}^L \lambda_k \quad (74)$$

ただし、 $M$  は全素子数であり、 $\hat{p}_y(t)$  は、

$$\hat{p}_y(t) \triangleq \alpha \hat{p}_y(t-1) + \frac{1-\alpha}{M} \sum_{c=1}^2 \mathbf{y}_{u(c)}^H(t) \mathbf{y}_{u(c)}(t) \quad (75)$$

と表される [6]。

そして、再帰型 2D Unitary ESPRIT による到来方向推定の後、その特徴から到来波の分離受信も行うことができ、各到来波を受信するためのアレーの最適ウェイトは、

$$\begin{aligned} \mathbf{W}^H(t) &= \mathbf{T}(t)\mathbf{Q}_A^T(t)\mathbf{Q}_M^H \\ &\equiv [\mathbf{w}_1, \mathbf{w}_2, \dots, \mathbf{w}_L]^H \end{aligned} \quad (76)$$

として求めることができる [1] .

### 3. 到来波数推定

初めに、予想到来波数を推定可能な到来波数の最大値  $L_{\max}$  に設定し、BiSVD 部分空間追跡法において、ユニタリ変換された入力ベクトル  $\mathbf{y}(t)$  の実数部分と虚数部分を用いて計算したのち、以下の到来波数推定法を適用する [6] .

入力相関行列の信号部分空間に属する固有ベクトル  $\mathbf{Q}_A(t)$  に対応する固有値  $\mathbf{R}(t) : \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{L_{\max}}$  は、ある  $L_f$  に対して、

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_{L_f} > \lambda_{L_f+1} = \dots = \lambda_{L_{\max}} = \hat{\sigma}^2(t)$$

という関係をもつ。ただし、 $\hat{\sigma}^2(t)$  は式 (74) から計算される内部雑音電力の推定値である。したがって、式 (74) の  $\hat{\sigma}^2(t)$  より大きい固有値の数  $L_f$  を到来波数の推定値とすることができる [6], [13] .

### 4. 空間平均法

空間平均法とは、相関のある波の位相関係が受信位置で異なることを利用して、受信点を適当に平行移動させることにより、到来波間の相互相関値を低下させるものである [1], [14] . 本論文では、アレーを動かさず、全体のアレー (素子数  $M = M_1 M_2$ ) から、同じ配列をもつサブアレー (素子数  $K = K_1 K_2$ ) を抽出し、これから得られるデータを入力ベクトルの 1 スナップショット  $\mathbf{x}(t)$  とみなす。ただし、 $M_r \geq K_r$  ( $r = 1, 2$ ) である。それ以降のスナップショットでは、サブアレーの位置を順に平行移動させて抽出する。

### 5. 計算機シミュレーション

#### 5.1 シミュレーション方法

本提案法を用いて、多重波環境における 2 次元到来方向推定の計算機シミュレーションを行った。到来波間の相互相関係数をすべて 1 (完全相関) とし、相関抑圧のために空間平均法を再帰型 2D Unitary ESPRIT の前処理に適用した。評価方法として、2 乗平均誤差

(RMSE : Root Mean Square Error) を用いて、独立な試行を 100 回行った。全シミュレーションに共通なシミュレーション条件を表 1 に示す。ただし、忘却係数  $\alpha$  は客観的な決め方が望まれるが、電波環境の変化の速さに依存するところがあるので、本論文ではシミュレーション条件において最も良い特性を示したものを使用した。 $\alpha$  の決定法については今後の課題としたい。また、 $\mathbf{Q}_A$  の初期値パラメータ  $p$  については、可能な限り 0 に近い値が良い特性を与えることがシミュレーション結果からわかったので、表 1 の値を使用した。

まずは、再帰型 2D Unitary ESPRIT と TLS 法を用いた Unitary ESPRIT (TLS Unitary ESPRIT) [1], [3], [5] による推定精度の比較を行った。TLS Unitary ESPRIT で用いた空間平均法は、再帰型と同様のものであり、入力相関行列は式 (16) を用いて、 $\mathbf{Y}(t)\mathbf{Y}^H(t)$  から求めた。アレー形状は、アンテナ数  $5 \times 5$  の等間隔正方形アレーとし、空間平均法に用いるためのサブアレー素子数を  $3 \times 3$  とした。また、到来波設定値を表 2 に示す。ただし、到来波数は正確な値で推定済みとした。

次に、アレーの素子数を変化させて、1 回更新時に要する計算時間を比較した。ここでは、1 辺の素子数を 5 ~ 15 素子まで 1 素子ずつ増やしてシミュレーションを行った。空間平均法で使用するサブアレーの 1 辺の素子数は全アレーの 1 辺素子数の 7 分の 5 (小数点以下は切捨て) とした [15]。到来波設定値を表 2 に示し、計算時間の測定に使用したコンピュータの仕様を表 3 に示す。

再帰型 2D Unitary ESPRIT は逐次推定が大きな特徴であるため、到来角が連続的に変化する場合と、到来波数が途中で増加する場合のシミュレーションを最後に行った。前者の到来波設定値を表 4 に示す。ただし、到来波数は正確な値で推定済みとした。また、後者の到来波設定値を表 5 に示す。このときは  $L_{\max} = 5$  として到来波数推定を行った。そして、両シミュレーションともアレー形状は、アンテナ数を  $5 \times 5$  とし、空間平均用サブアレーの素子数を  $3 \times 3$  とした。

表 1 シミュレーション条件  
Table 1 Simulation conditions.

アレー形状	等間隔正方形アレー	素子アンテナ	等方性
素子間隔	$0.5\lambda$	SNR	20 [dB]
忘却係数	$\alpha = 0.85$	$\mathbf{Q}_A$ の初期値	$p = 10^{-8}$

表 2 到来角設定値 1

Table 2 Radio environment 1.

	天頂角 [deg]	方位角 [deg]	電力 [dB]
1 波目	30 → 45	30 → 45	0
2 波目	50 → 60	50 → 60	0

(ただし、到来角は 40 回目の更新時に変化させた)

表 3 コンピュータの仕様

Table 3 Computer specifications.

CPU	Intel Celeron Processor 466 MHz
メモリ	128 MB
OS	Windows 2000
使用言語	MATLAB Ver.5.3

表 4 到来角設定値 2

Table 4 Radio environment 2.

	天頂角 [deg]	方位角 [deg]	電力 [dB]
1 波目	$30 + 0.01t$	30	0
2 波目	$50 + 0.01t$	50	0

表 5 到来角設定値 3

Table 5 Radio environment 3.

	天頂角 [deg]	方位角 [deg]	電力 [dB]
1 波目	30	30	0
2 波目	50	50	0
3 波目	10	10	0

(40 回目の更新時に 3 波目が入射するとする)

## 5.2 シミュレーション結果と検討

まず、再帰型 2D Unitary ESPRIT と TLS Unitary ESPRIT による推定精度について比較検討する。図 2、図 3 に 1 波目、2 波目の天頂角推定値の RMSE の変化を示す。これらを比較すると、RMSE 値は、再帰型と TLS とでそれほど大きな差はなく、収束速度、安定性についてもほぼ同程度であることから、再帰型の推定精度に実際上問題はないと考えられる。なお、最初の立上り特性は提案法のほうが悪いが、これは提案法固有のパラメータ  $Q_A$ ,  $R_A$ ,  $R_B$ ,  $\Theta_A$  を更新していく際の初期値の問題であり、1 回目のみ TLS 法を使用するなど初期値の与え方を工夫することによって改善できると推察される。結果は示さないが、方位角についても同様であることを確認した。

次に、1 回更新時に要する計算時間を検討した。図 4 に 1 回更新時に要する平均計算時間を示す。これによると、素子数が  $9 \times 9$  までは、TLS の計算速度が再帰型に比べ若干速いが、素子数が増えるにつれて計算時間が、ほぼ全アレーの 1 辺素子数の 3 乗のオーダーで増加している。それに対し再帰型は、素子数が増加しても全アレーの 1 辺素子数のほぼ 1 乗のオーダーの増加にとどまり、素子数が計算速度に従来法ほど大きな影響

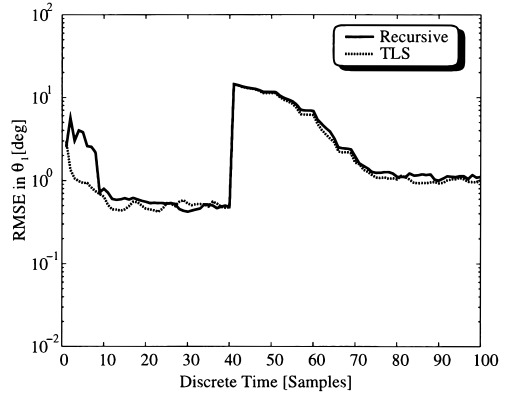


図 2 天頂角推定値の RMSE の変化 (1 波目)

Fig. 2 RMSE vs. discrete time (samples) (azimuth angle of wave 1).

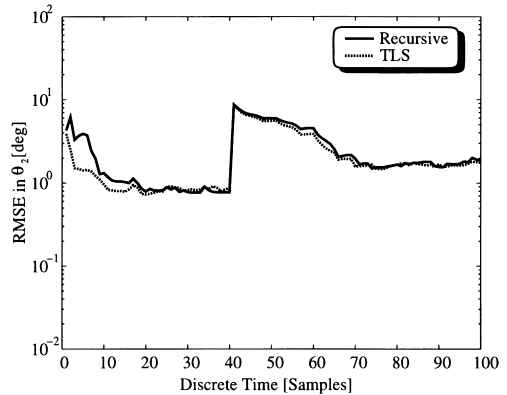


図 3 天頂角推定値の RMSE の変化 (2 波目)

Fig. 3 RMSE vs. discrete time (samples) (azimuth angle of wave 2).

を及ぼさないことが確認できる。素子が少ない場合で提案法のほうが処理時間が長くかかる理由は、入力スナップショットデータの実部と虚部に対して同様な処理を単純に繰り返しているからである。改善の余地はあると思うので、今後検討を行っていきたい。

最後に再帰型 2D Unitary ESPRIT の到来方向追跡能力を検討する。まず、到来角が連続的に変化するときの天頂角の推定結果を図 5 と図 6 に示す。到来角が変化しない場合の図 2、図 3 と RMSE 値を比較すると、ほぼ同程度の RMSE 値を示している。また、方位角においても同様の推定精度が得られた。

次に、到来波数が 2 波から 3 波に変化したときの到来波数の推定結果を図 7 に示す。図中、実線が固有値の大きさから判断したもの、点線は個々の波の電力推

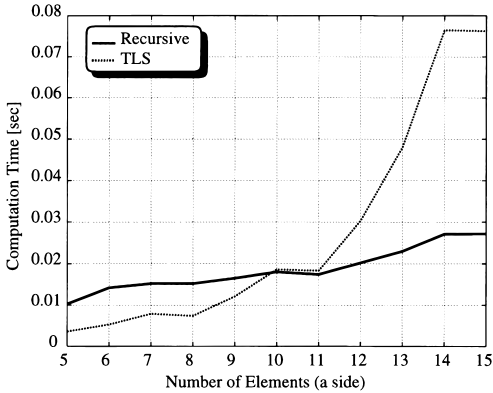


図 4 全アレーの 1 辺の素子数と計算時間の関係  
Fig. 4 Computation time for one update as a function of the number of elements on a side of whole array.

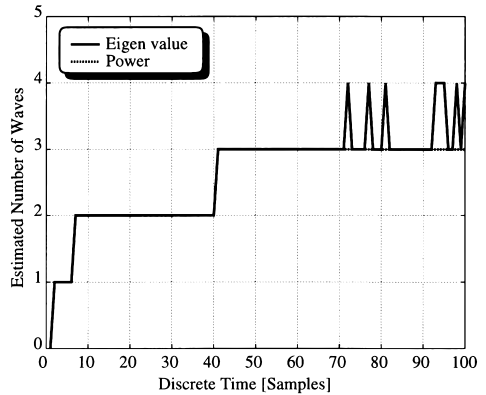


図 7 到来波数推定値の変化  
Fig. 7 Estimated number of waves vs. discrete time (samples).

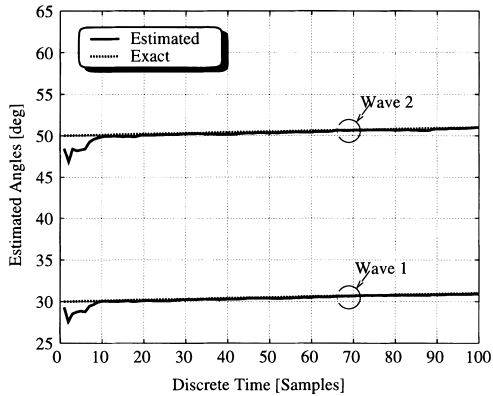


図 5 到来角が連続的に変化するときの天頂角推定値  
Fig. 5 Estimated angles vs. discrete time (samples) (azimuth angles with continuous change).

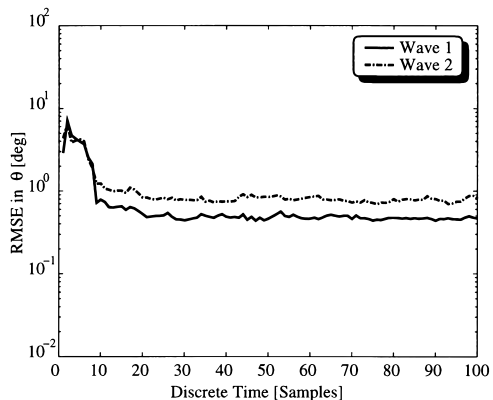


図 6 到来角が連続的に変化するときの RMSE (天頂角)  
Fig. 6 RMSE vs. discrete time (samples) (azimuth angles with continuous change).

定の結果、雑音より大きい波の数から判断したものである。これによると、3 波に変化した後、固有値から到来波数を推定した際に 4 波と推定することがあるが、電力推定値から最終的に 3 波と正確に推定することができた。

## 6. む す び

本論文では、計算効率向上及び電波環境に対する追従能力向上を目標に、QR 分解に基づく再帰型 2D Unitary ESPRIT を用いて、多重波の信号パラメータ（方位角、天頂角）の推定を行い、その特性を検討した。

まず、再帰型 2D Unitary ESPRIT と従来法である TLS Unitary ESPRIT を比較すると、推定精度はほぼ同程度であり、問題なく推定できていることがわかった。また、計算時間は素子数が増加するとともに長くはなる（ほぼ 1 辺の素子数に比例する）が、従来法ほど急激な増加は見られなかった。そのため、多素子アレーにおいては再帰型 2D Unitary ESPRIT のほうが優れていることが示された。更に、方位角が変化する多重波に対して到来方向追跡ができることも確認できた。しかし、一方で

- (1) 入力信号の実部と虚部に対して同様な処理を 2 回繰り返しているために、少ない素子の場合、TLS Unitary ESPRIT より処理時間が長くなる。
- (2) 初期値の与え方により、アルゴリズムの立上り部分で、TLS Unitary ESPRIT より特性が悪化する。



などの問題点も明らかとなり、今後の検討課題として残された。

このような問題点はあるものの、提案法はサンプルデータが取り込まれるたびに推定値を逐次更新する方式なので、従来法と比べてリアルタイム処理に向けての発展性があるといえる。今後は、上述の問題点を克服し、いっそうの計算効率の向上を図ると同時に、OFDM 通信等のデジタル変調信号に対して再帰型 2D Unitary ESPRIT を適用し、遅延時間推定も含めた再帰型多次元 Unitary ESPRIT への拡張も検討したい。

## 文 献

- [1] 菊間信良, アレーンテナによる適応信号処理, 科学技術出版, 1998.
- [2] R. Roy and T. Kailath, "ESPRIT - Estimation of Signal Parameters via Rotational Invariance Techniques," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol.37, no.7, pp.984-995, July 1989.
- [3] B. Ottersten, M. Viberg, and T. Kailath, "Performance Analysis of the Total Least Squares ESPRIT Algorithm," IEEE Trans. Signal Processing, vol.39, no.5, pp.1122-1135, May 1991.
- [4] M. Haardt and J.A. Nosssek, "Unitary ESPRIT: How to Obtain Increased Estimation Accuracy with a Reduced Computational Burden," IEEE Trans. Signal Processing, vol.43, no.5, pp.1232-1242, May 1995.
- [5] M.D. Zoltowski, M. Haardt, and C.P. Mathews, "Closed-Form 2-D Angle Estimation with Rectangular Arrays in Element Space or BeamSpace via Unitary ESPRIT," IEEE Trans. Signal Processing, vol.44, no.2, pp.316-328, Feb. 1996.
- [6] P. Strobach, "Bi-iteration SVD subspace tracking algorithms and applications," IEEE Trans. Signal Processing, vol.45, no.5, pp.1222-1240, May 1997.
- [7] P. Strobach, "Fast recursive subspace adaptive ESPRIT algorithms," IEEE Trans. Signal Processing, vol.46, no.9, pp.2413-2430, Sept. 1998.
- [8] P. Strobach, "Bi-iteration Multiple Invariance Subspace Tracking and Adaptive ESPRIT," IEEE Trans. Signal Processing, vol.48, no.2, pp.442-456, Feb. 2000.
- [9] 黒田忠晃, 菊間信良, 稲垣直樹, "再帰型 2D-ESPRIT による到来方向推定の一検討," 信学技報, A.P99-51, SAT99-51, Aug. 1999.
- [10] 黒田忠晃, 菊間信良, 稲垣直樹, "高速再帰型 2D-ESPRIT の到来方向追跡能力に関する一検討," 2000 信学ソ大, B-1-33, Oct. 2000.
- [11] 黒田忠晃, 菊間信良, 稲垣直樹, "高速再帰型 2D Unitary ESPRIT による到来方向推定に関する一検討," 信学技報, Feb. 2001.
- [12] M. Haardt and J.A. Nosssek, "Simultaneous Schur decomposition of several nonsymmetric matrices to

achieve automatic pairing in multidimensional harmonic retrieval problems," IEEE Trans. Signal Processing, vol.46, no.1, pp.161-169, Jan. 1998.

- [13] G. Xu, R.H. Roy, and T. Kailath, "Detection of Number of Sources via Exploitation of Centro-Symmetry Property," IEEE Trans. Signal Processing, vol.42, no.1, pp.102-112, Jan. 1994.
- [14] T.J. Shan, M. Wax, and T. Kailath, "On Spatial Smoothing for Direction-of-Arrival Estimation of Coherent Signals," IEEE Trans. Acoust., Speech, Signal Processing, vol.33, no.4, pp.806-811, Aug. 1985.
- [15] G.V. Serebryakov, "Direction-of-Arrival Estimation of Correlated Sources by Adaptive Beamforming," IEEE Trans. Signal Processing, vol.43, no.11, pp.2782-2787, Nov. 1995.

(平成 13 年 1 月 29 日受付, 6 月 15 日再受付)



黒田 忠晃 (正員)

平 11 名工大・電気情報卒。平 13 同大大学院博士前期課程了。同年 NTT ドコモ東海(株)入社。在学中, 多重波伝搬解析法に関する研究に従事。



菊間 信良 (正員)

昭 57 名工大・工・電気卒。昭 62 京大大学院博士課程了。同年同大助手。昭 63 名工大助手, 平 4 同助教授, 平 13 同教授, 現在に至る。工博。アダプティブアレー, 移動伝搬解析, 移動無線通信技術の研究に従事。第 4 回電気通信普及財団賞受賞。著書「アレーンテナによる適応信号処理」。IEEE 会員。



稲垣 直樹 (正員)

昭 37 東工大・工・電気卒。昭 42 同大大学院博士課程了。同年同大助手。昭 45 名工大助教授, 昭 59 同教授, 現在に至る。昭 54~55 米国オハイオ州立大エレクトロサイエンス研究所客員研究員(文部省在外研究員)。工博。アンテナ及び電磁界理論の研究に従事。昭 39 稲田賞, 昭 49 本会論文賞, 昭 57 本会業績賞受賞。著書「電気・電子学生のための電磁波工学」, 「電磁気学」など。電気学会, 映像情報メディア学会, IEEE 各会員。