

FDTD法による自由電子レーザーの解析

塩沢 俊之^{† a)} 平田 晃正[†]

Analysis of Free-Electron Lasers via FDTD Method

Toshiyuki SHIOZAWA^{† a)} and Akimasa HIRATA[†]

あらまし 自由電子レーザーは、相対論的電子ビームの運ぶ運動エネルギーを電磁波のエネルギーに変換することによってマイクロ波から光波に至る大強度の電磁波を発生する装置である。本論文では、自由電子レーザーにおける電磁波と相対論的電子ビームの相互作用をFDTD法を用いて時間的に追跡する手法について解説している。具体例としては、チェレンコフレーザーの発振・増幅特性を解析し、その手法の有効性を明らかにしている。

キーワード 自由電子レーザー, チェレンコフレーザー, 粒子シミュレーション, FDTD法

1. ま え が き

近年、通信工学、プラズマ工学、あるいは電磁波工学などへの応用[1]を目的として、マイクロ波、ミリ波のあたりから光波に至る波長領域において大強度のコヒーレントな電磁波の得られるデバイスの研究が活発に行われている[2],[3]。このようなデバイスのうち、特に相対論的電子ビームを用いた発振器は自由電子レーザー(FEL)[4],[5]と呼ばれ、高速かつ高密度な電子ビームが発生可能となった今日、よりいっそう盛んに研究が行われるようになってきている。ところで、FELは、相対論的電子ビームの運動エネルギーを導波路を伝搬する電磁波のエネルギーに直接変換することにより発振を行う。この発振器の特徴としては、広い波長領域において発振可能であるとともに、発振波長を広帯域にわたって連続的に変化させることができ、高出力で高効率の動作が可能であることなどが挙げられる。

従来、FELに関する理論研究では、相対論的電子ビームに対して流体モデルあるいは粒子モデルを用いて、その特性解析が行われてきた[5]。しかしながら、いずれのモデルを用いても、FELにおける電磁波と相対論的電子ビームの複雑な相互作用の詳細について

論的手法のみによって明らかにすることは極めて困難である。そのため、FELを解析するための、線形現象から非線形現象までを一貫して取り扱うことができる手法の確立が望まれてきた。ところで、計算機の急速な進歩とともに発達してきた計算機シミュレーションは、現在では、物理学全般において非線形現象を研究する強力な手段となっている。この計算機シミュレーションの一つの流れとして、電子ビームなどのプラズマに特有な粒子と電磁波動の共鳴相互作用やプラズマ加熱・粒子拡散などの運動論的現象を研究対象とする粒子シミュレーション[6]~[9]がある。この手法では、電磁波の伝搬に対してはマクスウェルの方程式を空間的、時間的に差分化し[10]、粒子の運動に対しては相対論的運動方程式を空間的、時間的に差分化することにより[11]、FDTD法を用いて電磁波と粒子の相互作用を時間的に追跡する。

粒子シミュレーションを用いたFEL解析の有効性は、実験結果との比較により多数確認されている。そのため、この手法は、近年では、各種発振器における電磁波の非線形増幅特性を明らかにする[12]~[18]のみに有用であるばかりでなく、デバイスの高性能化のための設計ツールとしても多用されるようになってきている[19]~[24]。本論文では、自由電子レーザーにおける電磁波と相対論的電子ビームの相互作用をFDTD法を用いて時間的に追跡する手法について解説する。具体例としては、チェレンコフレーザーの発振・増幅特性を解析し、その手法の有効性を明らかにする。

[†] 大阪大学大学院工学研究科, 吹田市

Department of Communication Engineering, Osaka University, Suita-shi, 565-0871 Japan

a) E-mail: shiozawa@comm.eng.osaka-u.ac.jp

2. 基礎方程式

粒子シミュレーションにおいて基礎となる方程式 [25] は、マクスウェルの方程式及び電子に対する相対論的運動方程式である。まず、マクスウェルの方程式の微分表示は、電界を E [V/m]、磁束密度を B [T]、電流密度を J [A/m²]、電荷密度を ρ [C/m³] とすると、次のように表される。

$$\nabla \times \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{\partial \mathbf{B}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} \quad (1)$$

$$\nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = \frac{\varepsilon_r}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} + \mu_0 \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) \quad (2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{\rho(\mathbf{r}, t)}{\varepsilon_r \varepsilon_0} \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) = 0 \quad (4)$$

ここで、自由電子レーザでは、 J 及び ρ は電子ビームによって生じる電流密度及び電荷密度を表し、それぞれ次式で与えられる。

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = \sum_s \sum_i q_{si} \mathbf{v}_{si} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{si}(t)) \quad (5)$$

$$\rho(\mathbf{r}, t) = \sum_s \sum_i q_{si} \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{si}(t)) \quad (6)$$

ただし、 μ_0 は真空の透磁率、 ε_0 は真空の誘電率、 c は真空中の光速、 ε_r は比誘電率を示す。ここで、真空中及び電子ビーム中における電磁界を取り扱う場合には $\varepsilon_r = 1$ とし、誘電体中における電磁界を取り扱う場合には $J = \rho = 0$ とする。また、 \mathbf{r}_i 、 \mathbf{v}_i は、それぞれ i 番目の粒子の位置ベクトル及び速度であり、添字 s は電子及び正イオンを示している。本論文では、電子ビームの背景に、電子ビームの初期速度と同じ速度でドリフトする電子ビームと同じ密度の正イオン流を仮定しているが、これは電子ビームによって生ずる静電磁界の効果を除去するためである。更に、 δ はディラックのデルタ関数である。マクスウェルの方程式の四つの方程式の中、独立な方程式は二つしかないので、粒子シミュレーションでは、通常式 (1) と式 (2) の二つの式のみが用いられる。

次に、電子に対する運動方程式を示す。

$$\begin{aligned} & \frac{d}{dt}(m_0 \mathbf{u}_i(t)) \\ &= -e \left(\mathbf{E}(\mathbf{r}_i(t), t) + \frac{\mathbf{u}_i(t)}{\gamma_i(t)} \times \mathbf{B}(\mathbf{r}_i(t), t) \right) \quad (7) \end{aligned}$$

$$\frac{d}{dt} \mathbf{r}_i(t) = \mathbf{v}_i(t) \quad (8)$$

ただし、

$$\begin{aligned} \mathbf{u}_i(t) &= \gamma_i(t) \mathbf{v}_i \\ \gamma_i(t) &= \frac{1}{\sqrt{1 - (|\mathbf{v}_i(t)|/c)^2}} \end{aligned}$$

である。

3. 解析手法

本論文では、2次元直角座標系の場合を例にとり、マクスウェルの方程式及び相対論的運動方程式を同じ領域内において解くことにより、電磁波と電子ビームの相互作用を調べる方法について述べる。ここで、電磁波及び電子ビームの進行方向は z 軸方向とし、簡単のために、電子ビームは十分大きな静磁界により進行方向に集束されているものとする。また、すべての物理量は x 軸方向には一様と仮定すると、マクスウェルの方程式 (1) 及び (2) は以下の式で表される。

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} &= -\frac{\partial B_x}{\partial t} \\ \frac{\partial B_x}{\partial z} &= \frac{\varepsilon_r}{c^2} \frac{\partial E_y}{\partial t} \\ -\frac{\partial B_x}{\partial y} &= \frac{\varepsilon_r}{c^2} \frac{\partial E_z}{\partial t} + \mu_0 J_z \end{aligned} \quad (9)$$

また、電子に対する相対論的運動方程式 (7) は以下のようなになる。

$$\frac{d}{dt} m_0 \gamma_i v_{zi}(t) = -e E_z(\mathbf{r}_i(t), t) \quad (10)$$

3.1 FDTD 法

3.1.1 FDTD 法 の概念とマクスウェルの方程式の差分化

FDTD 法 [10], [26], [27] では、まず、波源、電磁波と相互作用を行う物体などを囲むように解析領域をとり、解析領域全体を多数のセルと呼ばれる微小領域に分割する。次に、各セルに対して、マクスウェルの方程式の微分表示を中心差分した式を適用する。中心差分を用いることにより、電界と磁界の時間、空間の演算ステップは、 $1/2$ だけずれることになる。つまり、2次元直角座標系における電磁界成分の空間配置は、図 1 に示すようになる。ここで、 y 、 z 方向について、それぞれ、 Δy 、 Δz の間隔で空間格子に分割しており、各セルにおける電磁界成分の配置は図のとおりである。

マクスウェルの方程式 (9) を差分化した式は、

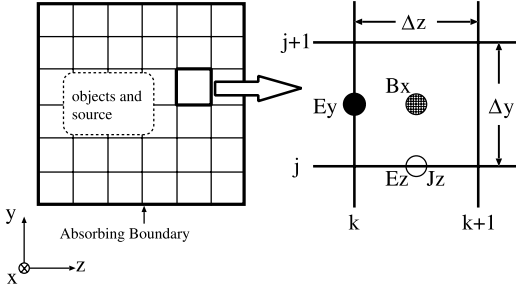


図1 2次元直角座標系における系の分割と電磁界配置 (TM波の場合)

Fig.1 Division of the system and arrangement of field components for TM waves in 2-D FDTD method.

$$\begin{aligned} & \frac{B_x^{n+\frac{1}{2}}(j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) - B_x^{n-\frac{1}{2}}(j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}{\Delta t} \\ &= -\frac{E_z^n(j+1, k+\frac{1}{2}) - E_z^n(j, k+\frac{1}{2})}{\Delta y} \\ & \quad + \frac{E_y^n(j+\frac{1}{2}, k+1) - E_y^n(j+\frac{1}{2}, k)}{\Delta z} \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & \frac{E_y^{n+1}(j+\frac{1}{2}, k) - E_y^n(j+\frac{1}{2}, k)}{\Delta t} \\ &= \frac{c^2}{\epsilon_r \Delta z} \left(B_x^{n+\frac{1}{2}}(j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) \right. \\ & \quad \left. - B_x^{n+\frac{1}{2}}(j+\frac{1}{2}, k-\frac{1}{2}) \right) \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} & \frac{E_z^{n+1}(j, k+\frac{1}{2}) - E_z^n(j-\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2})}{\Delta t} \\ &= -\frac{c^2}{\epsilon_r \Delta y} \left(B_x^{n+\frac{1}{2}}(j+\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) \right. \\ & \quad \left. - B_x^{n+\frac{1}{2}}(j-\frac{1}{2}, k+\frac{1}{2}) \right) - \frac{J_z^{n+\frac{1}{2}}}{\epsilon_0} \end{aligned} \quad (13)$$

となる。ただし、式(11)~(13)では

$$B_x(j\Delta y, k\Delta z, n\Delta t) = B_x^n(j, k)$$

などの略号を用いた。

3.1.2 電磁波に対する吸収境界条件

FDTD法は有界領域の解析手法であるため、開放領域の問題を扱う場合には解析領域の外壁において反射が起こらないように仮想的な境界を設けることにより終端する必要がある。これは吸収境界と呼ばれており、既に様々な種類のもものが報告されている[26], [27]。我々は、比較の実装が容易でかつ安定性の高い完全整合層(PML)[28]を用いているが、自由電子レーザで

は簡易なMurの2次吸収境界条件[29]でも安定する場合が多い。これは、FELにおける導波路構造のほとんどでは、電磁波は吸収境界に対しほぼ垂直に入射するためである。しかしながら、FELにおいて開放型の導波路構造を用いた場合、進行方向に垂直な方向には指数関数的に減衰する波が伝搬する。上記の吸収境界は進行波のみを想定しているため、上記のような波に対して常に有効とは限らない。このような波に対する有効性、及び従来の吸収境界の拡張は、例えば文献[30], [31]を参照されたい。

3.2 粒子シミュレーション

3.2.1 粒子シミュレーションの概念と相対論的運動方程式の差分化

粒子シミュレーションでは、電子ビームを構成するプラズマを荷電多粒子系としてとらえ、粒子がつくる電磁界とその電磁界中の粒子の運動を計算機を使って計算し、プラズマ中における電磁界と粒子の相互作用の時間発展を解析する。ここでいう粒子とは、多くの同種の荷電粒子の集まりである巨視的粒子を考えている。巨視的粒子とは、電荷と質量の比の値を保存しつつ、電荷と質量を現実の電子、イオンに比べて大きくしたものである。巨視的粒子に空間的な広がりを持たせて物理量を空間的に平滑化することにより、粒子同士の誇張された衝突や数値的困難をもたらす極短波長のショットノイズを大幅に減少させて、物理的に意味のあるシミュレーションを行うことができる。現実と比べてはるかに少ない個数の粒子を用いる粒子シミュレーションは、プラズマのもつ集団的性質のおかげで、プラズマを記述するのに自然でしかも妥当な方法となる。

巨視的粒子の概念を用いることにより、相対論的運動方程式(10)及び電流の定義式(5)は、以下のように書き直される。

$$\frac{d}{dt}(m\gamma_i v_{zi}(t)) = -q_e E_z(\mathbf{r}_i(t), t) \quad (14)$$

$$J_z(\mathbf{r}, t) = \sum_j \sum_i q_{ji} v_{zji} S(\mathbf{r} - \mathbf{r}_{ji}(t)) \quad (15)$$

ここで、 m 及び $-q_e$ は電子に対する巨視的粒子の質量及び電荷を表す。また、添字 j は電子及びイオンに対する巨視的粒子を示し、関数 S は粒子の形状を表す関数であり、次項で定義される。

また、電子の巨視的粒子に対する相対論的運動方程式(14)、(8)を時間に関して差分化すると、

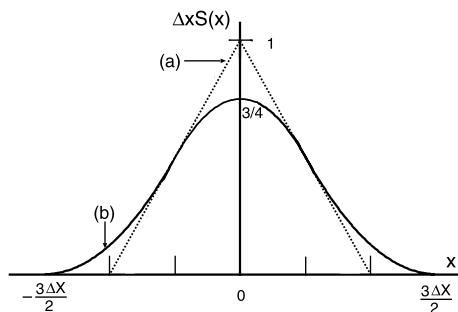


図2 粒子の形状関数：(a)1次補間，(b)2次補間
Fig.2 Shape functions of the macroparticles: (a)linear and (b)spline interpolations.

$$\frac{u_{zi}^{n+\frac{1}{2}} - u_{zi}^{n-\frac{1}{2}}}{\Delta t} = -\frac{qe}{m} E_{zi}^n \quad (16)$$

$$\frac{z_i^{n+1} - z_i^n}{\Delta t} = \frac{u_{zi}^{n+\frac{1}{2}}}{\gamma_i^{n+\frac{1}{2}}} \quad (17)$$

となる。

3.2.2 粒子の重み付け

本項では、粒子のもつ量の格子への重み付け、または粒子の位置への電磁量の重み付けに使用する関数を示し、それを用いて粒子の位置と速度から空間格子上で電流密度を計算する方法と、逆に空間格子上で定義された電磁界から粒子の位置での電磁界を計算する方法について述べる。

巨視的粒子は、有限の大きさをもつ粒子雲と考えられ、図2に示すような空間的分布をしていると仮定される。ただし、図における曲線(a)、(b)は、それぞれ、1次、2次の補間を用いた場合であり、一般に高次の補間を用いた場合の方が誤差は小さい。ここで、(b)の形状関数 $S(x)$ は、次式で表される。

$$S(X_j - x_i) = \begin{cases} \frac{1}{\Delta x} \left(\frac{3}{4} - \delta X^2 \right), & |\delta X| \leq \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2\Delta x} \left(\frac{3}{2} - \delta X \right)^2, & \frac{1}{2} < |\delta X| \leq \frac{3}{2} \\ 0, & \frac{3}{2} < |\delta X| \end{cases} \quad (18)$$

ここで、

$$\delta X = \frac{X_j - x_i}{\Delta X}, \Delta X = \Delta y, \Delta z$$

である。この関数を用いると、空間格子 R_j での電

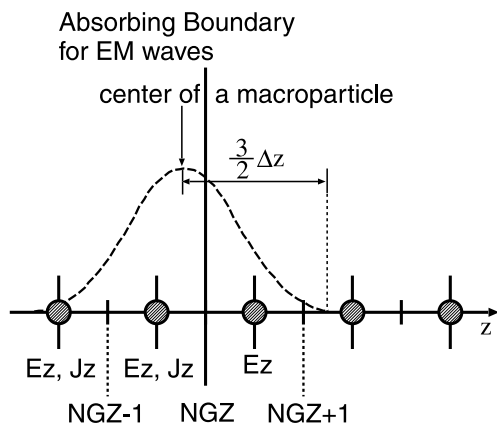


図3 吸収境界付近での電磁配置
Fig.3 Spatial arrangement of field components around the absorbing boundary.

流密度 J_{zj} 、及び粒子の位置 r_i での電界 E_i は、次式で与えられる。

$$J_{zj} = \sum_i q_i \frac{u_{zi}}{\gamma_i} S(\mathbf{R}_j - \mathbf{r}_i) \quad (19)$$

$$E_i = \Delta y \Delta z \sum_j E_j S(\mathbf{R}_j - \mathbf{r}_i) \quad (20)$$

ただし、

$$u_{zi} = \gamma_i v_{zi} \quad (21)$$

である。

3.2.3 粒子に対する吸収境界条件

粒子に対する吸収境界条件に関する報告は、あまりなされていない。ここでは、文献[32]をもとに我々が開発した吸収境界条件について紹介する[33]。一般に、境界付近の粒子の振舞いは、境界の外の電磁界が計算されていないため計算することができない。そのため、以下のような方法を用いて、粒子の境界付近における振舞いを推定する。

粒子や電磁量の重み付けに図2の形状関数を用いると、粒子の中心から $\frac{3}{2} \Delta z$ 離れた位置までの成分が計算に影響することがわかる。よって、粒子が $z=NGZ$ を通過後、 $z=NGZ+3/2$ を通過するまでは、粒子の速度は一定であると仮定することにより計算可能となる(図3参照)^(注1)。

3.3 数値安定性

粒子シミュレーションにおいて空間格子を導入した

(注1)：計算メモリの軽減のため、 $z=NGZ+3/2$ 通過後の粒子は $z=0$ に戻るように設定する。

場合、電磁界の計算を時間に関して安定に進めていくために要求される時間きざみ Δt_c は、クーラン条件

$$c \cdot \Delta t_c < \left[\frac{1}{(\Delta x)^2} + \frac{1}{(\Delta y)^2} \right]^{-\frac{1}{2}} \quad (22)$$

を満たさなければならない。

また、粒子を移動させる際に安定性のために要求されるきざみ Δt_p は

$$\omega \cdot \Delta t_p \ll 1 \quad (23)$$

を満足しなければならない。ここで、 ω は相互作用領域内における電磁波の最大角周波数である。

これらの条件のいずれかが満たされていないときには、数ステップのうちに数値的発散が起こる。また、たいいていの場合 $\Delta t_c < \Delta t_p$ である。

3.4 計算手順

3.1, 3.2 で述べた FDTD 法および粒子シミュレーションの手法を同じ相互作用領域内で取り扱うための計算手順を図 4 にまとめる。ここで、図 4 に示した計算手順は以下のステップから構成される。

- (i) 初期条件を与える。
- (ii) 式 (16) を用いて、粒子の速度を求める。
- (iii) 式 (17) を用いて、粒子の位置を求める。
- (iv) 式 (15) を用いて、電流密度の計算を行う。
- (v) 式 (11) を用いて、磁界成分の計算を行う。
- (vi) 式 (12), (13) を用いて、電界成分の計算を行う。

ここで、(ii) 及び (vi) の過程は離散時間 $t = n\Delta t$ において、(iii) ~ (v) の過程は $t = (n + 1/2)\Delta t$ において行われる。そして、(ii) ~ (vi) の手順を繰り返すことにより、電磁界と粒子の相互作用を時間的に追跡できる。

自由電子レーザの発振のシミュレーションを行う場合には、 $z = 0$ において連続的に電子ビームの速度に微小な変調を与えればよい。一方、電磁波を入射し、それを増幅させる場合には、全電磁界から反射界を分離した定式化 [26] を適用する必要がある。この手法を用いることにより、少ない計算コストで、導波路における所望の入射波を実現できる。

3.5 数値誤差の低減

3.5.1 フィルタリングを用いた誤差の低減

本論文では、巨視的粒子を用いてショットノイズの低減を図っているが、電磁波の増大が飽和に近づくとき粒子の動きが大きくなりノイズが大きくなる。そこで、ビーム中の電磁界の 1 成分 (本論文の場合、 E_z) に対

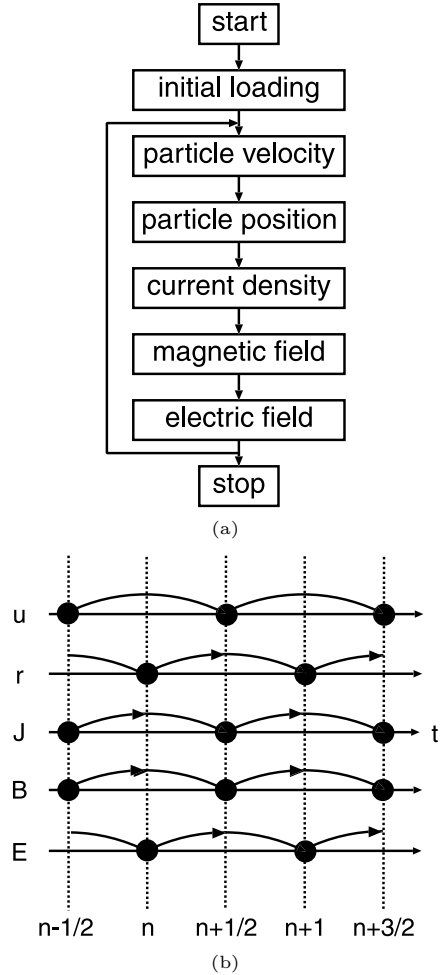


図 4 計算手順：(a) フローチャート，(b) 時間ステップ
Fig. 4 Procedure for the calculation: (a) flow chart of the procedure, and (b) time chart for the Yee algorithm.

して文献 [9] (APPENDIX C) に示されているように、次の関数でフィルタリングを行った。

$$E'_z(j, k) = \left(\frac{W}{1 + 2W} \right)^2 E_z(j \pm 1, k \pm 1) + \left(\frac{W}{1 + 2W} \right) \left(\frac{1}{1 + 2W} \right) E_z(j \pm 1, k) + \left(\frac{1}{1 + 2W} \right) \left(\frac{W}{1 + 2W} \right) E_z(j, k \pm 1) + \left(\frac{1}{1 + 2W} \right)^2 E_z(j, k) \quad (24)$$

本論文では、 W の値として1/6を用いた。これは、図2と同様に最も重みが大きい値を3/4とするためである。

3.5.2 ガウスの法則を用いた誤差補正

2.で述べたように、粒子シミュレーションでは、4式あるマクスウェルの方程式のうち2式のみしか用いていない。マクスウェルの方程式のうち独立な方程式は二つであるため、本来はこれで十分である。しかしながら、本論文におけるように差分化した表現を用いた場合、必然的に誤差を含む。そこで、その誤差を低減する方法として、ガウスの法則を用いる方法が提案されている [34] ~ [36]。その手法の手順は、まず、評価関数として以下の F を定義する。

$$F(\mathbf{r}, t) = \nabla \cdot \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) - \frac{\rho(\mathbf{r}, t)}{\epsilon_r \epsilon_0} \quad (25)$$

もし、電磁界が正確に計算されていれば、 $F = 0$ となるはずであるが、誤差が生じていれば、この関数は0でない値をもつ。この関数 F を次のように 2.3 で示した基礎方程式 (2) に組み込むと、以下の式が得られる。右辺第3項は、誤差低減のための補正項である。

$$\frac{\epsilon_r}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \nabla \times \mathbf{B}(\mathbf{r}, t) - \mu_0 \mathbf{J}(\mathbf{r}, t) + d \nabla F(\mathbf{r}, t) \quad (26)$$

d は擬電流パラメータ [34] であり、式が安定であるように十分小さく、かつ誤差を低減するのに十分大きい値でなければならない。ここで、パラメータ d の安定条件として

$$2d \frac{\Delta t}{(\Delta x)^2} < 1 \quad (27)$$

が必要となる [34]。

4. 数値解析例

本章では、数値解析例として図5に示すようなチェレンコフレーザーの2次元モデルを考え、その非線形増幅特性を明らかにする。

図5に示したモデルは、互いに平行な2枚の完全導体平板の一方に厚さ a の誘電体を装荷し、誘電体表面から一定距離 $(b - a)$ だけ離れたところを厚さ $(d - b)$ の平板状の相対論的電子ビームが z 軸方向にドリフトしているものである。ただし、ドリフト速度の初期値を v_0 とし、また、3. の仮定と同様、電子ビームは十分大きい静磁界によってドリフト方向に集束されているものとする。更に、簡単のために、電子ビームはイ

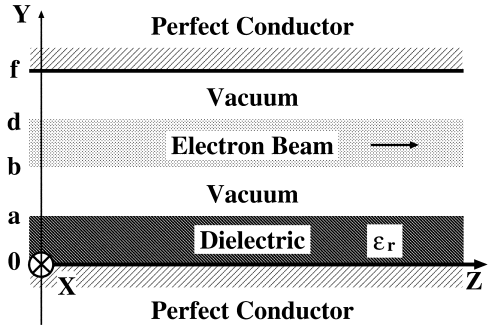


図5 チェレンコフレーザーの解析モデル
Fig.5 Geometry of the problem for the Cherenkov laser.

表1 シミュレーションに用いたパラメータの値
Table 1 Values of various parameters used in numerical simulation.

比誘電率 ϵ_r	2.12
増大波の周波数 F	123.8 [GHz]
管内波長 λ_g	2.0 [mm]
電子ビームのドリフト速度の初期値 v_0	0.8274c
誘電体の厚さ a	0.5 [mm]
電子ビームと誘電体の間隔 $b - a$	0.5 [mm]
電子ビームの厚さ $d - b$	0.125 [mm]
平行平板の間隔 f	2.0 [mm]
y 方向格子間隔 Δy	0.0625 [mm]
z 方向格子間隔 Δz	0.0625 [mm]
1ステップの時間間隔 Δt	0.143 [ps]

オン流によって中和されているものとする。本解析で用いた種々のパラメータの値を表1に示す。

初期条件としては、 $z = 0$ において電子ビームに以下の式で与えられるような正弦的変調を加えるものとする。

$$v_0(t, z = 0) = v_0(1 + a \sin(\omega t)), \quad t > 0 \quad (28)$$

ただし、速度変調の振幅係数 a は、 1.0×10^{-6} とする。

4.1 発振特性

電磁界の初期値は相互作用領域全体にわたってゼロであるとし、 $z=0$ において、時刻 $t=0$ に式 (28) で与えられる速度変調が電子ビームに加えられるものとする。しばらくの過渡的な時間の経過の後、電子ビームと電磁波の間で定常的な相互作用が行われるようになる。そこで、定常的な相互作用が得られるまでの過渡的な状態の変化を調べるために、粒子が相互作用領域へ入射された時刻によるエネルギー変換率の変化の様子を図6に示す。ただし、距離 z 、時刻 t におけるエネルギー変換率 $\eta(z, t)$ を、電子ビームの運動エネルギー

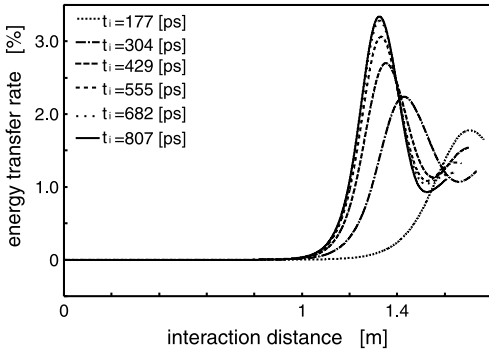


図6 電子ビームの入射時刻によるエネルギー変換率の変化
Fig. 6 Energy transfer rate for various injection times.

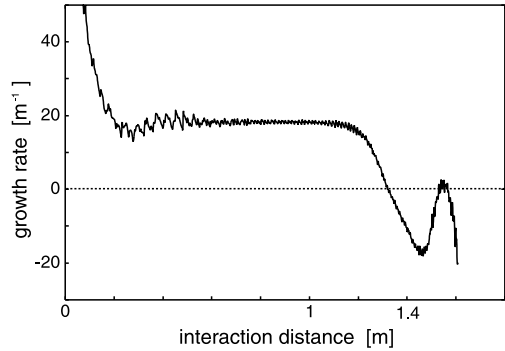


図7 空間的増大率と相互作用距離の関係
Fig. 7 Spatial growth rate versus interaction distance.

から電磁波のエネルギーに変換された割合によって定義すると、

$$\eta(z, t) = \frac{W_p^0 - W_p(z, t)}{W_p^0} \quad (29)$$

と表される。ただし、 $W_p(z, t)$ は、時刻 t における電子ビームの運動エネルギーを示し、 W_p^0 は電子ビームの運動エネルギーの初期値を表す。具体的には、 $W_p(z, t)$ は、位置 z 、時刻 t において、 z 方向の幅が λ_g で x 方向に単位幅の領域に含まれる電子（あるいは電子に対する巨視的粒子）がもつ運動エネルギーの総和を表す。図6において、粒子が相互作用領域に入射される時刻 t_i が 807 ps より大きくなると、ほぼ定常的な相互作用が得られるようになる。次に、定常的な相互作用が行われる場合の空間的増大率と相互作用距離の関係を示すと図7のようになる。ここで、空間的増大率とは、電磁波の増大が指数関数的であると仮定した場合の、指数関数の単位長さ当りの指数を表し、電磁波電力を $P(z)$ とすると、以下の式で定義される。

$$\alpha = \frac{1}{\Delta} \ln \frac{P(z + \Delta)}{P(z)} \quad (30)$$

ただし、 Δ は、系の長さ比べて十分小さい長さを示す。

図6、図7からわかるように、増大波は線形近似が成り立つ領域では指数関数的に増大しているが、やがて非線形性が強まり飽和に至る。電子ビームと電磁波の相互作用に現れる非線形性は、増大する電磁波の電界に電子が捕そくされることにより生じる。電磁波の電界に電子が捕そくされると、電磁波に対する電子ビームの応答が電磁波の振幅に依存するようになる。具体

的には、空間的増大率が電磁波の電界の振幅に依存するようになる。これが、本論文で論じる電子ビームにおける非線形効果である。

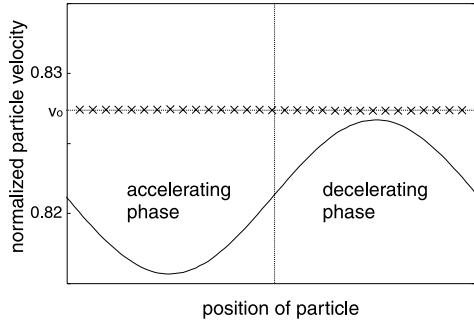
また、電磁波の電力が飽和に達する距離、すなわち相互作用長は、1.33 m であった。この数値例では、飽和時のエネルギー変換率、つまりエネルギー変換効率、は、3.2% (電力 24.8 kW/cm) であった。ここで、電子ビーム入射から飽和に達するまでに要する時間は 6 ns であった。この時間は、電子ビームの持続時間である数百ナノ秒に比べると十分短い。

次に、粒子と電磁波の定常的な相互作用における各粒子の位置と真空中の光速で規格化した粒子の速度との関係を与える位相空間図を図8に示す。これらの図より、はじめは微小な正弦的振動をもっていた粒子が次第に大きな振動成分をもつようになり、やがて、線形性が崩れていく様子がわかる。電磁波が増大するにつれて、電子ビームを構成する各電子は電磁波の電界に捕そくされるが、大部分の電子が捕そくされ、電子の運動エネルギーが最小となる位置で電磁波の振幅は最大となり飽和に達する。その後は、電子集団の位置が電子の減速領域から加速領域に移ってしまい電子の集団が加速されている。つまり、エネルギーが電磁波から電子ビームに移っていることがわかる。このような現象は、線形解析では現れない。

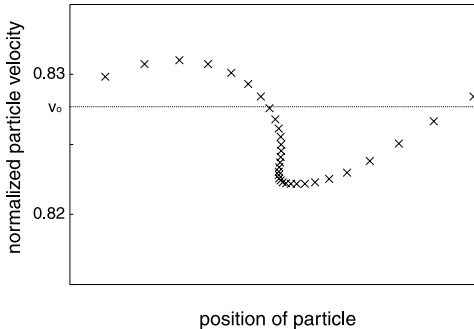
4.2 パルス波の増幅特性

本節では、電磁波パルスの増幅の様子を示す。電磁波パルスは $z = 0$ において以下の式で与えられるものとする。

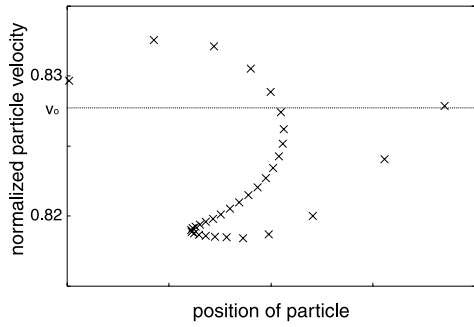
$$F = A \sin(2\pi f_0 n \Delta t) \exp(-\alpha((n - n_0)\Delta t)^2) \quad (31)$$



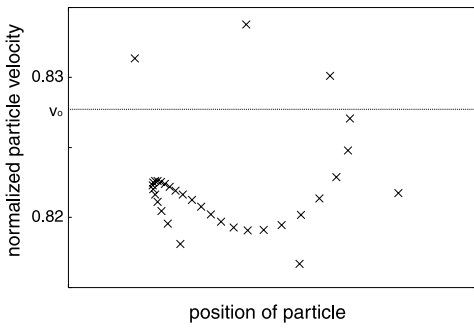
(a)



(b)



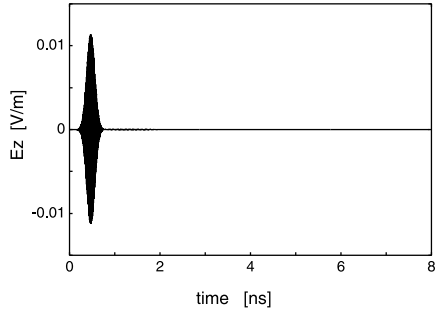
(c)



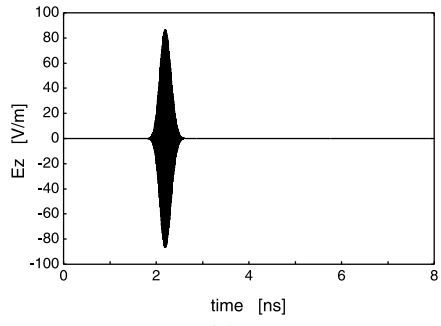
(d)

図8 位相空間図：(a) $z=0$ [m], (b) 1.20 [m], (c) 1.27 [m], (d) 1.35 [m]

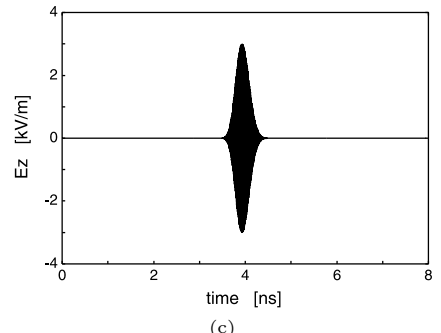
Fig. 8 Particle velocity versus particle position in the phase space. (a) $z=0$ [m], (b) $z=1.20$ [m], (c) $z=1.27$ [m], (d) $z=1.35$ [m].



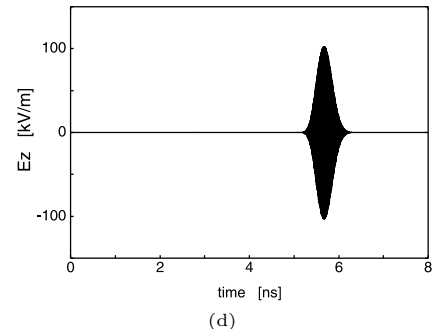
(a)



(b)



(c)



(d)

図9 電磁波パルスの時間発展：(a) $z=0$ [m], (b) 0.40 [m], (c) 0.80 [m], (d) 1.20 [m]

Fig. 9 Temporal evolution of EM wave pulse. (a) $z=0$ [m], (b) 0.40 [m], (c) 0.80 [m], (d) 1.20 [m].

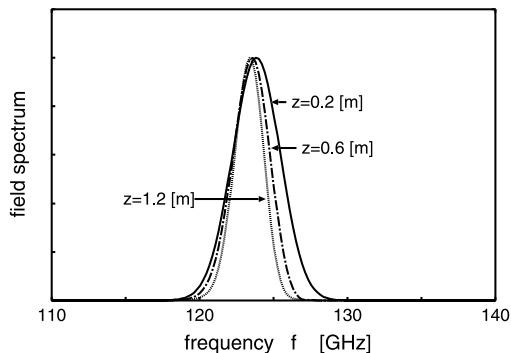


図 10 規格化された周波数スペクトルの距離特性
 Fig.10 Dependence of normalized frequency spectrum on interaction distance.

ここで、 f_0 は搬送波周波数であり、表 1 と同じものを用いる。また、 $\alpha=1.0 \times 10^{-6}$ 及び $n_0=3000$ とした。

$z = 0$ において、図 9(a) に示されるパルス波を入射したとき、 $z = 0.4, 0.8, 1.2$ [m] におけるパルス波形の時間変化を図 9(b) ~ (d) に示す。ただし、図 9 のパルス波形は電界の z 方向成分を表している。図より、パルスが伝搬するに従って、電界が増大していく様子がわかる。一方、パルス幅は伝搬に伴い広がっている。これは、導波路及び電子ビームにおける分散性の影響である。ここで、図 9(a) ~ (d) における半値幅は、それぞれ 0.16, 0.22, 0.26, 0.29 [ns] であった。次に、 $z = 0.2$ [m], $z = 0.6$ [m], $z = 1.2$ [m] における周波数スペクトルを図 10 に示す。図 10 より、パルスが伝搬するに従い、スペクトルはある特定の周波数 f_0 の周りに狭まっていく様子がわかる。これは、チェレンコフレーザにおける電磁波の増大率が周波数に依存するためである。

5. む す び

本論文では、FDTD 法に粒子シミュレーションの手法を組み込み、FEL の解析を行う方法について解説した。この手法を用いることにより、線形現象から非線形現象までを一貫して取り扱うことができ、今後ますます FEL 開発ツールとして多用されることが期待される。一方、この手法の問題点として、計算コストが大きいことが挙げられ、この低減が今後の課題となる。また、FEL で増幅される電磁波の波長が短くなるにつれて、電磁波と電子ビームの相互作用が相対的に弱くなり、増大率は小さくなる。その結果として、十分なエネルギーを取り出すには、デバイス長は必然的

に大きくなる。FDTD 法では、1 波長当り最低 10 セル以上含まなければ、位相速度の誤差が小さくないことが知られている。したがって、このような大規模問題に対する精度保証も重要な課題となってくるであろう。特に、FEL でも金属グレーティング構造導波路を用いたものでは、多数の空間高調波及び特異点による電磁界の乱れを考慮に入れて、電磁波と電子ビームの相互作用を調べる必要があり、この場合には FDTD 法適用には限界がある。したがって、各種問題を、数値解析と並行して、理論的にも解析 [37] ~ [39] し、数値解析の適用できる範囲を明らかにすることが必要である。

また、上述のように粒子シミュレーションを用いた FEL 解析は計算コストが大きいため、CHRISTINE [40], MAGY [41] などの簡略化した手法も提案されており、比較的良好な精度をもっていることを付記しておく。

謝辞 本論文をまとめるに際し、有益な御意見を頂いた上田哲也氏 (京都工芸繊維大学)、数値計算にご協力頂いた大阪大学大学院工学研究科・広坂史朗氏 (現在、日本電気 (株))、大阪大学大学院工学研究科・福永征弘氏 (現在、NTT ドコモ関西 (株)) に深謝する。

文 献

- [1] A. V. Gaponov-Grekhov and V. L. Granatstein, eds., Applications of High-Power Microwave, Norwood, MA: Artech House, 1994.
- [2] E. Schamiloglu and Y. Y. Lau, eds., Special issue on high-power microwave generation, IEEE Trans. Plasma Sci., vol.26, no.3, June 2000.
- [3] J. S. Booske, T. A. Spencer, and J. P. Verboncoeur, eds., Special issue on high power microwave generation, IEEE Trans. Plasma Sci., vol.28, no.3, June 2000.
- [4] T. C. Marshall, Free-Electron Lasers, New York, Macmillan Publishing Company, 1985.
- [5] E. L. Saldin, E. A. Schneidmiller, and M. V. Yurkov, Physics of Free-Electron Lasers, Berlin, Springer, 2000.
- [6] R. W. Hockney and J. W. Eastwood, Computer Simulation using Particles, McGraw-Hill, New York, 1981.
- [7] H. Matsumoto and Y. Omura, "Particle simulation of electromagnetic waves and its application to space plasmas," Computer Simulation of Space Plasmas, eds., H. Matsumoto and T. Sato, pp.43-102, Terra Sci. Pub. Co., 1984.
- [8] J. M. Dawson and A. T. Lin, "Particle simulations," Basic Plasma Physics eds., A. A. Galeev and R. N. Sudan, chap.7, Elsevier, Amsterdam, 1984.
- [9] C. K. Birdsall and A. B. Langdon, Plasma Physics via Computer Simulation: 2nd ed., McGraw-Hill, New York, 1991
- [10] K. S. Yee, "Numerical solution of initial boundary value

- problems involving Maxwell's equations in isotropic media," *IEEE Trans. Antennas & Propag.*, vol.14, no.4, pp.302-307, 1966.
- [11] J. P. Boris, "Relativistic plasma simulation-optimization of a hybrid code," *Proc. 4th Conf. Num. Sim. Plasmas*, pp.3-67, Washington D.C. 1970 .
- [12] 堀之内克彦, 三田雅樹, 高橋博之, 塩沢俊之, "粒子シミュレーションによるチェレンコフレーザーの特性解析," *信学論 (C-I)*, vol.J78-C-I, no.1, pp.1-8, Jan. 1995.
- [13] B. Goplen, L. Ludeking, D. Smithe, and G. Warren, "User-configurable MAGIC code for electromagnetic PIC calculations," *Comp. Phys. Commun.*, vol.87, pp.54-86, 1995.
- [14] A. Hirata and T. Shiozawa, "Three-dimensional analysis of a Cherenkov laser via particle simulation," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol.34, no.10, pp.1802-1806, Oct. 1998.
- [15] J. D. Blahovec, Jr., L. A. Bowers, J. W. Luginsland, G. E. Sasser, and J. J. Watrous, "3-D ICEPIC simulations of the relativistic Klystron oscillator," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol.28, no.3, pp.821-829, 2000.
- [16] J. W. Eastwood, K. C. Hawkins, and M. P. Hook, "The tapered MILO," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol.26, no.3, pp.698-713, June 1998.
- [17] A. Hirata, Y. Yuse, and T. Shiozawa, "Nonlinear characteristics of a cylindrical Cherenkov laser at millimeter wavelengths," *Journal of Applied Physics*, vol.91, no.12, pp.9471-9474, June 2002.
- [18] R. W. Lemke, T. C. Genoni, and T. A. Spencer, "Effects that limit efficiency in relativistic magnetron," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol.28, no.3, pp.887-897, June 2000.
- [19] W. Arter and J. W. Eastwood, "Characterization of relativistic magnetron behavior by 3-D PIC simulation," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol.26, no.3, pp.714-725, June 1998.
- [20] T. Shiozawa and T. Yoshitake, "Efficiency enhancement in a Cherenkov laser loaded with a Kerr-like medium," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol.31, no.3, pp.539-545, 1995.
- [21] T. Shiozawa, H. Takahashi, and Y. Kimura, "Nonlinear saturation and efficiency enhancement in a Cherenkov laser using a dielectric grating," *IEEE J. Quantum Electron.*, vol.33, no.6, pp.2037-2044, 1996.
- [22] A. Hirata and T. Shiozawa, "Efficiency enhancement in a Cherenkov laser by a proper permittivity variation," *J. Appl. Phys.*, vol.82, no.12, pp.5907-5912, 1997.
- [23] A. T. Lin, H. Guo, and V. L. Granatstein, "Dynamic simulation of mode-selective interaction cavity for wide-band high-power gyrotron applications," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol.28, no.3, pp.782-789, 2000.
- [24] A. Hirata and T. Shiozawa, "Nonlinear analysis of DBR Cherenkov laser via particle simulation," *IEICE Trans. Electron.*, vol.E83-C, no.12, pp.1917-1922, Dec. 2000.
- [25] T. Shiozawa and T. Nakashima, "Two-dimensional mode analysis of the Raman-type free-electron laser," *J. Appl. Phys.*, vol.55, pp.637-646, 1984.
- [26] A. Taflov, *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*, Artech House, Norwood, MA, 1995.
- [27] 宇野 亨, *FDTD 法による電磁界およびアンテナ解析*, コロナ社, 1998.
- [28] J. -P. Bérenger, "Three-dimensional perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves," *J. Comput. Phys.*, vol.114, pp.185-200, 1994.
- [29] G. Mur, "Absorbing boundary conditions for the finite-difference approximation of the time-domain electromagnetic-field equation," *IEEE Trans. Electromagn. Comput.*, vol.23, no.4, pp.377-382, 1981.
- [30] J.-P. Bérenger, "Evanescent waves in PML's: origin of the numerical reflection in wave-structure interaction problems," *IEEE Trans. Antennas & Propag.*, vol.47, no.1, pp.1497-1503, 1999.
- [31] L. A. Vielva, J. A. Pereda, A. Prieto, and A. Vegas, "FDTD multimode characterization of waveguide devices using absorbing boundary conditions for propagating and evanescent modes," *IEEE Microwave and Guided Wave Lett.*, vol.4, no.6, pp.160-162, 1994.
- [32] W. S. Lawson, "Particle simulation of bounded 1D plasma systems," *J. Comput. Phys.*, vol.80, pp.253-276, 1989.
- [33] A. Hirata, S. Hirosaka, and T. Shiozawa, "Effectiveness and limitation of the periodic boundary approximation in the analysis of single-pass electron beam devices," *IEEE Trans. Plasma Science*, vol.30, no.3, June 2002.
- [34] B. Marder, "A method for incorporating Gauss's law into electromagnetic PIC codes," *J. Comput. Phys.*, vol.68, pp.48-55, 1987.
- [35] A. B. Langdon, "On enforcing Gauss' law in electromagnetic particle-in-cell codes," *Comput. Phys. Comm.*, vol.70, pp.447-450, 1992.
- [36] J. Villaseñor and O. Buneman, "Rigorous charge conservation for local electromagnetic field solvers," *Comp. Phys. Comm.*, vol.69, pp.306-316, 1992.
- [37] G. Zaginaylov, A. Hirata, T. Ueda, and T. Shiozawa, "Full wave modal analysis of the rectangular waveguide," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol.28, no.3, pp.614-620, 2000.
- [38] H. P. Freund, "Three-dimensional nonlinear theory of helix traveling-wave tubes," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol.28, no.3, pp.748-759, 2000.
- [39] G. I. Zaginaylov, Y. V. Gandel, O. P. Kamysan, V. V. Kamysan, A. Hirata, T. Thumvongskul and T. Shiozawa, "Full wave analysis of the field distribution of natural modes in the rectangular waveguide grating based on singular integral equation method," *IEEE Trans. Plasma Science*, vol.30, no.3, June 2002.
- [40] T. M. Antonsen Jr. and B. Levush, "Traveling-wave tube devices with nonlinear dielectric elements," *IEEE Trans. Plasma Sci.*, vol.26, no.3, pp.774-786, June 1998.
- [41] M. Botton, T. M. Antonsen, Jr., B. Levush, K. T. Nguyen, and A. N. Vlasov, "MAGY: A time-dependent

code for simulation of slow and fast microwave devices,”
IEEE Trans. Plasma Sci., vol.26, no.3, pp.882-892, June
1998.

(平成 14 年 5 月 10 日受付)



塩沢 俊之 (正員)

昭 39 阪大・工・通信卒。昭 44 同大大学院
博士課程了。工博。同年阪大・工・通信助手。
現在、同大大学院工学研究科教授。電磁理
論、相対論的電磁理論とその応用、自由電子
レーザー、非線形電磁現象、生体電磁気学など
に関する研究に従事。平 7 ~ 11 本会英文論文
誌 (エレクトロニクス) 編集委員。平 11 ~ 14 電気学会電磁界理
論技術委員会委員長。第 7 回光導波科学・電磁界理論に関する日
中合同会議 (OFSET2000) 委員長。著書「電磁理論特論」(コロナ
社, 分担執筆)、「電磁理論演習」(コロナ社, 共著)。IEEE Fellow,
電気学会会員。



平田 晃正 (正員)

平 8 阪大・工・通信卒。平 12 同大大学院博士
課程了。工博。現在、同大大学院工学研究科
助手。平 11 ~ 13 日本学術振興会特別研究員。
平 12 カナダ・ビクトリア大学訪問研究員。自
由電子レーザー、生体電磁気学、導波路解析、広
帯域電磁波の到来方向推定、計算電磁気学に
関する研究に従事。平 10 電気学会優秀論文発表賞、平 12 電気関係
学会関西支部連合大会奨励賞、2001 URSI Commission B Young
Scientist Award, Ericsson Young Scientist Award, IEEE AP-
S Japan Chapter Young Engineer Award, 2002 URSI Young
Scientist Award など受賞。IEEE 会員。