

片軸方向の共通知識をもつ自律分散ロボット群に対する 形状形成アルゴリズム

糟谷 政夫[†] 伊藤 暢浩[†] 犬塚 信博[†] 和田 幸一[†]

A Pattern Formation Algorithm for Autonomous Distributed Robots
with Agreement on One Axis Orientation

Masao KASUYA[†], Nobuhiro ITO[†], Nobuhiro INUZUKA[†], and Koichi WADA[†]

あらまし 自律分散ロボット群とは、それぞれが自律的かつ協調的に動作するロボット群である。本研究では、自律分散ロボット群による形状形成問題を取り扱う。形状形成問題とは、初期状態として任意の位置に配置されたロボット群に、与えられた形状（配置）を形成させる問題である。本研究で扱うロボットのモデルは、各ロボットが非同期で動作し、待機、観測、計算、移動の四つの行動をサイクルとして繰り返す。ロボットは過去のサイクルにおける情報（観測結果、計算結果）を記憶することができない。また、ロボットは外見で区別することができず、すべてのロボットが同じアルゴリズムを実行する。文献 [1] において、片軸方向の共通知識をもつ奇数台のロボット群に対する形状形成アルゴリズムは、観測制限仮定を満たすことによって構成できることが示されている。本研究では、この観測制限仮定を取り除いても形状形成アルゴリズムが構成できることを示す。

キーワード 自律分散ロボット、形状形成アルゴリズム

1. ま え が き

近年、自律性をもつ複数のロボットが協調的に動作することにより全体で一つの目的を達成する自律分散ロボット群の研究が盛んに行われている。このような自律分散ロボット群は自律分散システムの一種である。自律分散ロボット群による作業が有効な環境として、深海、宇宙などが挙げられる。これらの環境では、情報伝達の遅延や欠落などが発生することから、人間がロボット群を直接管理することが難しい。また、新たにロボットを派遣するコストが高い、周囲の環境の変動が激しいなどの理由から高い柔軟性が求められる。

本研究では自律分散ロボット群を計算論的な観点からとらえ、その協調問題を取り扱う。自律分散ロボット群の二次元平面における協調問題を扱った研究として、鈴木、山下らによる研究 [2], [3] がある。この研究において、自律分散ロボット群の理論モデルが構築さ

れた。しかし、このモデルにおけるロボットは、行動（観測、計算、移動）を開始するタイミングにおいてのみ非同期であり、行動自体は瞬間的に行われることが仮定されている。

これに対して、G. Prencipe らによって提案されたモデル [1], [4] におけるロボット群の動作は完全に非同期である。すなわち、各ロボットが行動に費やす時間は有限だが予測できない。このロボット群のモデルを用いた研究として、ロボット群による一点集合問題 [1], [5], [6], 形状形成問題 [1] がある。

本研究では、形状形成問題について考える。形状形成問題とは、初期状態として任意の位置に配置されたロボット群が、平面上で与えられた形状（配置）を形成する問題である。これは、ロボット群が様々な作業をする上での準備段階の問題であると考えることができる。（例：作業に適した配置を作る、特定の位置に配置されたロボットに役割を与えるなど）。

文献 [1] において、あらかじめロボット群に与える座標系に関する共通知識の程度によって、任意の形状に対する形成問題を解くことができるかどうかに関して、以下のことが示されている。座標系に関する共通

[†] 名古屋工業大学大学院情報工学専攻, 名古屋市
Department of Computer Science and Engineering, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology, Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya-shi, 466-8555 Japan

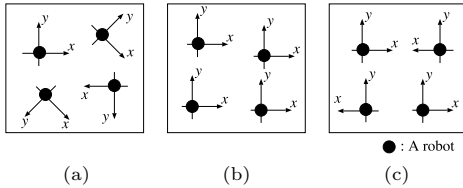


図 1 ロボット群がもつ座標系に関する共通知識

Fig.1 Common knowledge about the coordinate system that robots have.

知識を何ももたない場合 (図 1(a)), または片軸の方向の共通知識をもち (図 1(c)) ロボット群が偶数台の場合, 形状形成アルゴリズムは存在しない. また, 両軸の方向の共通知識をもち場合 (図 1(b)), 形状形成アルゴリズムが構成できる. 片軸の方向の共通知識をもちロボット群が奇数台の場合, 次のような観測制限仮定を満足する場合, 形状形成アルゴリズムが構成できることが知られている.

[観測制限仮定] あるロボット r_1 が微小距離 δ の移動を行うとき, その移動中に観測を行ったロボット $r_2 (\neq r_1)$ は, r_1 をその出発地点か目的地のどちらかにいるものとして観測する.

この観測制限の仮定は, ロボットのモデルが完全な非同期性を仮定しているにもかかわらず, その非同期性を損なうものである.

本論文では, 片軸の方向の共通知識をもちロボット群が奇数台の場合について, この観測制限仮定を取り除いても形状形成アルゴリズムが構成できることを示す.

2. モデルと問題定義

2.1 ロボットのモデル

本論文で扱うロボットのモデルを以下に示す.

- ロボットは非同期で動作する.
- ロボットは共通の座標系をもち, それぞれが独自の x - y 直交座標系をもち.
- ロボットは体積をもたない点として扱われ, 平面を自由に動くことができる.
- ロボットは待機, 観測, 計算, 移動の四つの動作を 1 サイクルとして, そのサイクルを繰り返す.
- ロボットは過去のサイクルにおける情報を記憶しておくことはできない.
- ロボットは他のロボットを外見で区別できない.
- すべてのロボットが同一のアルゴリズムを実行する.

2.1.1 1 サイクルの動作

ロボットの 1 サイクルの動作について, 以下に詳細に述べる.

(1) 待機

ロボットは何もしない. はじめはすべてのロボットがこの状態である.

(2) 観測

ロボット群の配置を観測する. この観測において, ロボットの視野に制限はなく, 他のロボットが視野の邪魔になることはないものとする. 観測を開始した時刻を t_s とすると, ロボットが得る観測結果は, t_s における自らの座標系におけるロボット群の配置である.

(3) 計算

アルゴリズムにより目的地の計算を行う. ロボットは過去のサイクルにおける情報を記憶しておくことができないので, アルゴリズムの入力は同一サイクルにおける観測結果とあらかじめ与えられている形状のみである. 出力は次の移動で向かう目的地である.

(4) 移動

計算によって出力された目的地に向かって直進する. ただし, 移動は目的地に到達する前に打ち切られることがある. その場合, 次のサイクルではその位置で新たに観測し目的地の計算を行う.

ロボットが 1 サイクルに費やす時間やその移動距離は予測できない. しかしながら, ロボット群が有限時間で問題を解くことを保証するために, 次の二つの仮定を設ける.

[仮定 1] (時間) ロボットが 1 サイクルに費やす時間は有限である.

[仮定 2] (距離) ロボットは 1 サイクルで少なくとも距離 $\delta > 0$ 移動する (そのような定数 δ が存在する). ただし, 目的地までの距離が δ 以下である場合にはそのサイクルで目的地に到達する.

仮定 1 は 1 サイクルが有限時間で終了することを保証する. 仮定 2 は, 移動が途中で打ち切られたとしても同じ目的地を計算し続ける限り有限時間でその目的地に到達することを保証する.

2.1.2 ロボットの座標系

それぞれのロボットの座標系には, x 軸の方向, y 軸の方向, 単位距離, 原点の情報が含まれる. x 軸と y 軸は直交しているとするが, どちらかの軸 (片軸) の正の方向が決まることで, 他方の軸の正の方向までは決まるものではないとする.

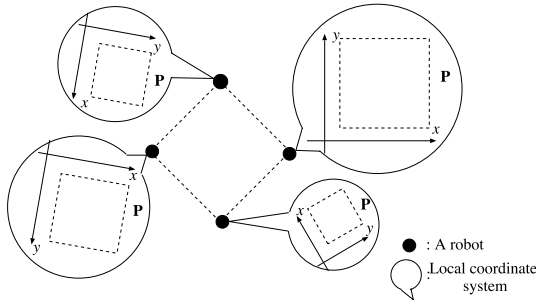


図 2 形状 P を形成しているロボット群
Fig. 2 Robots forming the input pattern P.

本論文で扱うロボット群には、あらかじめ片軸の方向の共通知識が与えられているものとする。すなわち、すべてのロボットの座標系は、 y 軸の正の方向が一致している。 x 軸に関しては、正の方向が異なる 2 種類のロボットが混在している。単位距離、原点は一致しているとは限らない。

2.2 形状形成問題

形状形成問題とは、初期状態として任意の位置に配置されたロボット群が、与えられた形状を形成する問題である。ロボットは初期配置で重なっていないものとし、形状はロボットの台数と同じ数の点集合としてすべてのロボットに同じものが与えられる。ただし、ロボットがもつ座標系は異なっているため、実平面における形状の見え方はロボットによって異なる。ロボット群が形状を形成しているとは、ロボット群の配置が、与えられた形状を平行移動、回転、反転、拡大縮小したものと一致することをいう(図 2)。

本論文のロボットのモデルにおいて、形状形成問題は複数のロボットが同時に 1 点に重なる(衝突すること)を許さない。なぜなら、形状形成問題を解くにはロボットと形状の点を 1 対 1 で対応させなくてはならないが、過去のサイクルにおける情報をもたないロボットは同一の点に重なったロボットを区別できないためである。

3. 諸定義

3.1 記号の定義

本論文で用いる主な記号を、以下に定義する。

- n : ロボットの台数
- r, p, f : 点 (ロボットの座標, 形状の点, 目的地)
 r はロボットそのものを指す場合もある

$r.x, r.y$: r の x 座標, y 座標

V, W : 垂直線

$\overline{p_1 p_2}$: 2 点 p_1 と p_2 の最短距離

$\overline{V_1 V_2}$: 2 垂直線 V_1 と V_2 の最短距離

\overline{pV} : 点 p と垂直線 V の最短距離

R, P, F : 点集合 (ロボットの配置, 形状, 目的地)

R はロボットの集合を指す場合もある

$|V|_P$: 垂直線 V 上にある P の点の数

3.2 用語の定義

本論文で用いる用語を、以下に定義する。

[左右, 上下, 高さ]

x 軸の負の方向を左, x 軸の正の方向を右という。 y 軸の正の方向を上, y 軸の負の方向を下という。また、点の y 座標のことをその点の高さという。

[垂直, 水平]

x 軸に垂直であることを垂直, 平行であることを水平という。

[辞書式順序]

点集合における辞書式順序 \leq を 2 点 p_1, p_2 に対して、

$$p_1 \leq p_2 \iff p_1.x < p_2.x \text{ または } (p_1.x = p_2.x \text{ かつ } p_1.y \leq p_2.y)$$

と定義する。また、 $p_1 \leq p_2$ かつ $p_1 \neq p_2$ であるとき、 $p_1 < p_2$ であるとする。

[対称性, 非対称な半面]

奇数個の点集合(形状)の対称性、点集合に対する非対称な半面を次のように定義する。

ある点集合 P において、辞書式順序で中央の点を通る垂直線を V_m とする。 V_m に関して対称な組をもつ点の集合 P_s を次のように定義する。

$$P_s = \{p \in P \mid \exists p' (\neq p) \in P, \overline{pV_m} = \overline{p'V_m} \text{ かつ } p.y = p'.y\}$$

V_m 上の点を除くすべての P の点が P_s に含まれるとき、 P は対称であるという。

P が対称ではないとき、 V_m 上の点を除いて P_s に含まれない点の集合を P_{as} とする。 P_{as} の点のうち、最も V_m に近い点を、複数存在するならばそのうちで最も下の点を p_{as} とする。 V_m によって分割された二つの半面のうち、この p_{as} が存在する方の半面を P に対する非対称な半面という(図 3)。

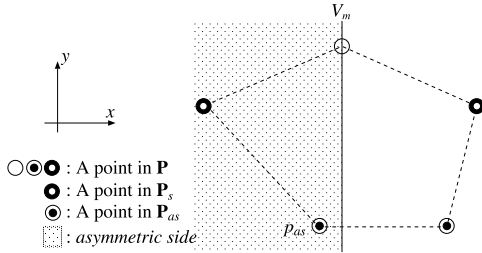


図3 P に対する非対称な半面
Fig. 3 The asymmetric side for the pattern P.

4. アルゴリズム

片軸方向の共通知識をもつ奇数台のロボットに対する形状形成アルゴリズムを示す．アルゴリズムは観測で得たロボットの配置 R と形状 P を入力とする．ロボットが実際に実行するアルゴリズムは付録とし，この節ではそれぞれの動作の詳細について述べる．以下にアルゴリズムによるロボットの動作の概要を示す．

各ロボットはそれぞれ独自の座標系をもっており，与えられた形状 P の実平面における見え方は異なっている．そこで，配置 R と形状 P から基準を定め，その基準からすべてのロボットにとって実平面において同じ位置となる形状 F を計算する． F は P を平行移動，左右反転，拡大縮小したものである．次にロボット群はこの F を目的地として移動する．ここで，ロボットは R における F を求める基準を変化させないように目的地へ移動しなければならない．なぜなら，基準が変化すると，それ以降に観測を行ったロボットが異なる F を計算するからである．そして，すべてのロボットが F の点に移動を果たしたとき，ロボットは形状 P を形成する． P を形成したロボットはそれ以上動かない．

4.1 入力形状によるアルゴリズムの場合分け

ロボットが目的地を計算するにあたり，すべての形状 P に対し同じ基準を用いることができない．そこで，以下に述べるような P の特徴によりアルゴリズムの場合分けを行う．

P について 2 点 p_o, p'_o を次のような方法で求める． P の凸包に接する垂直線のうち，左から接する方を V^* ，右から接する方を V^{**} とする．そして， V^*, V^{**} 上で最も上にある点をそれぞれ p^*, p^{**} とする．以下の方法により， p^*, p^{**} のどちらかを p_o ，他方を p'_o とする．

- $p^*.y \neq p^{**}.y$ のとき，より上にある方を p_o ，他

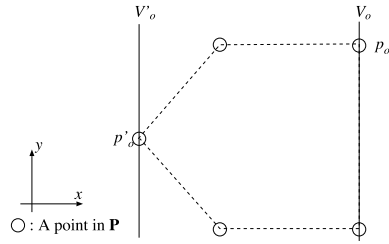


図4 $|V'_o|_P \leq n-2$ の形状
Fig. 4 Input pattern P with $|V'_o|_P \leq n-2$.

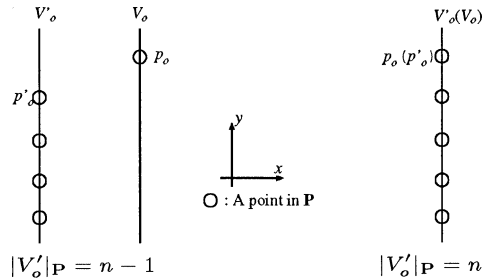


図5 $|V'_o|_P \geq n-1$ の形状
Fig. 5 Input pattern P with $|V'_o|_P \geq n-1$.

方を p'_o とする．

- $p^*.y = p^{**}.y$ かつ P が対称でないとき， P に対する非対称な半面にある方を p_o ，他方を p'_o とする．
- P が対称なとき， p^* を p_o ， p^{**} を p'_o とする．

P はすべてのロボットの座標系に対して同じものが与えられるので，2 点 p_o, p'_o はすべてのロボットが一意に決定できる． p_o, p'_o を通る垂直線をそれぞれ V_o, V'_o とし， V'_o 上にある P の点の数によってアルゴリズムを次の二つに分ける．

アルゴリズム A : $|V'_o|_P \leq n-2$ の場合 (図 4)

アルゴリズム B : $|V'_o|_P \geq n-1$ の場合 (図 5)

4.2 アルゴリズム A ($|V'_o|_P \leq n-2$)

4.2.1 目的地の計算

P において 2 点 p_o, p'_o を求めた方法と同様の方法により， R から 2 台のロボット r_o, r'_o を求める． r_o, r'_o を通る垂直線をそれぞれ W_o, W'_o とする． P に対する p'_o と V_o ， R に対する r'_o と W_o をそれぞれ基準とし， p'_o と r'_o ， V_o と W_o が一致するように P を平行移動，左右反転，拡大縮小したものを F とする (図 6)． F において P の p_o, p'_o に相当する点をそれぞれ f_o, f'_o とする．

R が対称である場合にはすべてのロボットが一意に r_o, r'_o を決定することができない．そこで，この場合には既に $R \equiv F$ である場合を除いて 4.2.4 で述べ

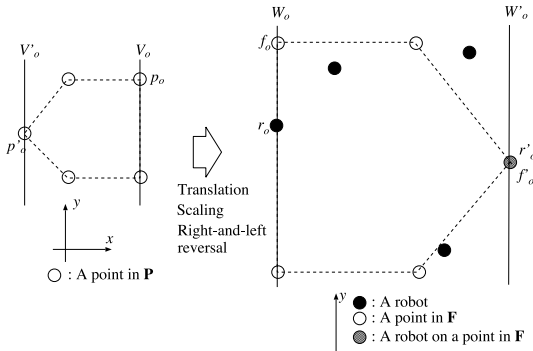


図 6 目的地 F の計算

Fig. 6 The computation of the final positions F.

る方法によって対称性を崩す．そしてその後再び F の計算を行う．

4.2.2 基準の維持

計算した目的地 F へのロボットの移動によって基準が変化することを回避するために、 r_o が f_o より距離 $\overline{W_o W'_o} / c$ (c : 定数) だけ上の位置まで移動する．既により上の位置にいる場合、または $R \setminus \{r_o\} \equiv F \setminus \{f_o\}$ である場合には移動しない． r_o が移動を終えるまで他のロボットは移動しない ($\overline{W_o W'_o} / c$ の距離はすべてのロボットが一意に認識できる)．これ以降の $R \setminus \{r_o, r'_o\}$ のロボットの移動は、 W_o と W'_o の間の領域、 W_o の f_o より下の線上、及び W'_o の $f'_o (= r'_o)$ より下の線上で行われるため、基準の変化を回避できる．

4.2.3 目的地へのロボットの移動

W'_o から W_o に向かう方向を x 軸の正の方向とする座標系を考える．この座標系において、 $R \setminus \{r_o, r'_o\}$ を辞書式順序で並べたとき、 i 番目のロボットを r_i とする．同様に、 $F \setminus \{f_o, f'_o\}$ についても i 番目の目的地を f_i とする．そして、 r_i の目的地を f_i と決める． r_i は以下の移動可能条件を満たせば f_i に移動を開始し、そうでなければ動かないものとする．

移動可能条件 $r_i \neq f_i$ かつ以下のいずれかを満たす

- $n = 3$ (r_o, r'_o 以外のロボットが 1 台のみ)
- $i = 1$ かつ $f_1 < r_2$
- $i = n - 2$ かつ $r_{n-3} < f_{n-2}$
- $1 < i < n - 2$ かつ $r_{i-1} < f_i < r_{i+1}$

これにより、ロボット間の衝突、及び辞書式順序の変化による目的地の変化を回避できる (補題 5.3 ~ 5.7)．

この移動によって、 r_o を除くすべてのロボットは有限時間で目的地に到達する． r_o は自分以外のすべての

ロボットが目的地に到達していたら、残った目的地 f_o に移動する．既に F に到達したロボットは動かない．

4.2.4 対称な配置における動作

R が対称でありかつ垂直な直線でない場合、 x 軸の方向が異なるロボットは r_o と r'_o を逆に計算する．この場合には P が対称である場合を除いてすべてのロボットが同じ F を計算できない．P が対称である場合についても、既に $R \equiv F$ である場合を除いて、以降の動作のためにすべてのロボットが r_o, r'_o を一意に決定できなければならない．また、R が垂直な直線である場合、 $r_o = r'_o$ となり、正しく F を計算することができない．ここでは R が対称な場合について、垂直な直線を構成する場合とそれ以外の場合に分けて対称性を崩すためのロボット群の動作について述べる．

- R が対称な場合 (垂直な直線の配置を除く)

R を辞書式順序で並べたときに中央のロボット r_m が、自身にとっての右に水平に動くことによって対称性を崩す．ロボットの台数が奇数であるので、 r_m はすべてのロボットが一意に決定できる． r_m が移動を開始した直後に配置の対称性は崩れ、ロボットは目的地の計算以降の動作 (4.2.1 ~ 4.2.3) を開始する． r_m はあらかじめ移動中に他のロボットと衝突しないように以下のように移動距離を決める．

r_m が移動を開始した直後の r_o, r'_o は R に対する非対称な半面から決まる． r_m はその非対称な半面をあらかじめ知ることができる (r_m の進行方向が非対称な半面)．すなわち、移動開始直後の目的地 F をあらかじめ計算することができる．これまで述べたように、これ以降のロボットは r_o が基準の維持のため真上に移動したのち、他のロボットが $R \setminus \{r_o, r'_o\}$ と $F \setminus \{f_o, f'_o\}$ の辞書式順序に従って移動する．したがって r_m は移動開始直後からのこの辞書式順序が変化しないように移動距離を決めることによって衝突を回避できる．この移動距離は、図 7 のように r_m 自身を通る垂直線を除く R と F の点を通るどの垂直線をも越えることのない距離である．

- R が垂直な直線を構成する場合

R が垂直な直線を構成する場合には、 r_o が自身にとっての右に水平に移動することによって垂直な直線を崩す．しかし、 r_o の移動中に観測を行ったロボットは、F を求める基準として r_o (W_o) を用いるため、観測するタイミングによって求める F が異なってしまう．そこで、 r_o が W'_o からある距離 d だけ離れた位置に到達するまで、他のロボットは移動しないよ

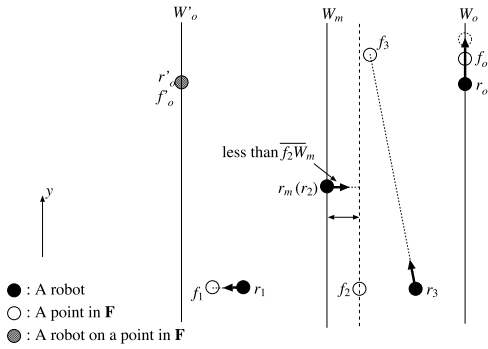


図7 対称性を崩すための r_m の移動
Fig.7 The movement by r_m for breaking symmetry.

うにする。 d はすべてのロボットが一意に決定できなければならない。以下の式で計算される距離である。ここで、 r_a, r_b はそれぞれ $R \setminus \{r_o\}$ のロボットのうち W'_o 上で最も上と最も下のロボットであり、 p_a, p_b は $P \setminus \{p_o\}$ の点のうち V'_o 上で最も上と最も下の点である ($p_a = p'_o$)。

$$d = \begin{cases} \overline{r_a r_b} & \text{if } p_a = p_b \\ \overline{r_a r_b} \left(\overline{V_o V'_o} / \overline{p_a p_b} \right) & \text{if } p_a \neq p_b \end{cases}$$

ロボットは過去のサイクルにおける情報を記憶できないため、 R が垂直な直線ではなく $|W'_o|_R = n - 1$ かつ $\overline{r_o W'_o} < d$ である場合にもこの動作をする必要がある。2行目の式は $|W'_o|_R = n - 1$ の場合に $\overline{r_o W'_o} \geq d$ から $\overline{r_o W'_o} < d$ とならないために必要である (補題 5.6)。

4.3 アルゴリズム B ($|V'_o|_P \geq n - 1$)

r_o と p_o に加えて 4.2.4 で定義した r_a, r_b と p_a, p_b を基準とする。 R が垂直な直線を構成する場合を除いて R が対称である場合には、アルゴリズム A と同様の方法 (4.2.4) によって対称性を崩す。ただし、 $F \setminus \{f_o\}$ の点はすべて W'_o 上にあるので、 r_m の移動距離を決定するにあたって F は考慮しない。また、 $|W'_o|_R = 1$ の場合には $r_a = r_b$ となる。この場合、後に述べる基準の維持を行った上で、 $R \setminus \{r_a\}$ のロボットのうち、最も W'_o に近く最も下にいるロボット r'_b が W'_o 上の r_a よりも下の任意の点に移動し、新たに r_b とする。

P を、 V'_o から p_o に向かう方向と W'_o から r_o に向かう方向が一致するように左右反転し、 p_a と r_a, p_b と r_b が一致するように平行移動、拡大縮小したものを F とする。 F において P の p_o, p_a, p_b に相当す

る点をそれぞれ f_o, f_a, f_b とする。

$r_o.y = r_a.y$ の場合、基準の維持のため r_o が r_a より $\overline{W_o W'_o} / c$ だけ上の高さの位置まで垂直に上に移動する。ただし、 $R \setminus \{r_o\} \equiv F \setminus \{f_o\}$ である場合には移動しない。

目的地へのロボットの移動は、アルゴリズム A の場合 (4.2.3) において r'_o を r_a とすれば、全く同様の動作でよい。

4.4 観測制限仮定の除去

文献 [1] において提案されたアルゴリズムでは、 R において辞書式順序で中央のロボット r_m を目的地 F を求める基準の一つとしている。このアルゴリズムでは R が対称である場合、本アルゴリズムと同様に r_m の水平方向の移動によって対称性を崩す。しかし r_m が基準であるために、その移動の最中に観測を行う複数のロボットが異なる F を計算する可能性がある。これを回避するために観測制限仮定を必要とした。

本アルゴリズムでは、目的地 F を求める基準を変更し、それに応じてアルゴリズムの多くの部分を変更することで観測制限仮定を取り除くことを可能としている。

5. アルゴリズムの正当性

この章では、前章で示したアルゴリズムの正当性を証明する。証明はアルゴリズム A とアルゴリズム B に分けて行う。

5.1 アルゴリズム A の正当性

ロボット群の配置 R が与えられたとき、その配置におけるロボット群の動作の違いによって、 R は $C_1 \sim C_6$ の配置の集合のうちのいずれかに分類できる。 $C_1 \sim C_6$ は以下で定義される。

配置 C_1 (対称な配置)

- R が対称
- $|W'_o|_R \neq n$
- $R \neq F$

配置 C_2 (垂直な直線を崩すための配置)

- $|W'_o|_R \geq n - 1$
- $\overline{r_o W'_o} < d$

配置 C_3 (基準を維持できない配置)

- $r_o.y < f_o.y + \overline{W_o W'_o} / c$
- $R \setminus \{r_o\} \neq F \setminus \{f_o\}$
- $R \notin C_1 \cup C_2$

配置 C_4 (基準を維持できる配置)

- $r_o.y \geq f_o.y + \overline{W_o W'_o} / c$
- $R \setminus \{r_o\} \neq F \setminus \{f_o\}$
- $R \notin C_1 \cup C_2$

配置 C_5 (r_o 以外がすべて目的地に到達した配置)

- $r_o.y \neq f_o.y$
- $R \setminus \{r_o\} \equiv F \setminus \{f_o\}$
- $R \notin C_1$

配置 C_6 (形状を形成している配置)

• $R \equiv F$

各配置でのロボット群の動作を追うことで最終的に配置が C_6 となることを証明する。 C_6 は形状を形成した配置である。

[補題 5.1] $R \in C_2$ ならば、アルゴリズム A の実行により、有限時間で $R \in C_3 \cup C_4$ となる。

(証明) $R \in C_2$ においては、 r_o のみが移動でき、他のロボットは移動できない。 r_o は W'_o から d 離れた位置に向かって水平に移動する。 d の値は r_a と r_b の距離によって決まるものであり、 r_o が移動しても変化しない。よって、 r_o の移動距離が有限であるので、 r_o は有限時間で W'_o から d 離れることができる。このとき、 $|V'_o|_P \leq n-2$ であることから、 $R \setminus \{r_o\} \neq F \setminus \{f_o\}$ であり、 $R \in C_3 \cup C_4$ である。□

[補題 5.2] $R \in C_3$ ならば、アルゴリズム A の実行により、有限時間で $R \in C_4$ となる。

(証明) $R \in C_3$ においては、 r_o のみが移動でき、他のロボットは移動できない。 r_o は f_o より $\overline{W_o W'_o} / c$ だけ高い位置に向かって垂直に上に移動する。 r_o が垂直に上に移動したとしても r'_o 、 W_o が変化しないのは明らかであり、 F は変化しない。 $\overline{W_o W'_o} / c$ の値が変化しないので、 r_o の移動距離は有限であり、有限時間で目指す位置に到達し $R \in C_4$ となる。□

ここで $R \in C_4$ から $R \in C_5$ となることを証明するために、いくつかの補題を設ける。

[補題 5.3] $R \in C_4$ において、 $r \in R \setminus \{r_o, r'_o\}$ が $f \in F \setminus \{f_o, f'_o\}$ に移動したとしても r_o 、 r'_o は変化しない。

(証明) r_o と r'_o の高さは異なるので、これらが変化するのは W_o 、 W'_o 上より上の位置に他のロボットが移動するときのみである。 r_o 、 f_o はそれぞれ W_o 上で最も上のロボットと目的地である。そして r_o は f_o よりも上にいるので、 W_o 上で r_o より上に目的地はない。同様にして W'_o 上で r'_o より上に目的地はない。以上より、他のロボットは W_o 、 W'_o 上の r_o 、 r'_o より上の位置には移動しない。□

[補題 5.4] $R \in C_4$ において、移動可能条件を満たすロボットが少なくとも 1 台は存在する。

(証明) $R \setminus \{r_o, r'_o\}$ のロボットの台数 $n-2$ についての帰納法で証明する。

• $n-2=1$ のとき、明らかにその 1 台が条件を満たす。

• $n-2=k$ のとき、条件を満たすロボットが少なくとも 1 台は存在すると仮定し、 $n-2=k+1$ 台の

ときを考える。

$k+1$ 台のロボットから、 r_{k+1} を除いた k 台のロボットを考える。 r_{k+1} を考慮しなければ、残りのロボットが満たすべき条件は k 台のときと同じである。よって、仮定より、条件を満たすロボットが少なくとも 1 台は存在する。ここで条件を満たすロボットのうちの 1 台を r_i とする。 r_{k+1} を考慮したとき、 $i \neq k$ であれば r_i が満たすべき条件に r_{k+1} は関係しない。よって、 r_i は条件を満たしたままである。一方、 $i=k$ であるとき、 $r_{k+1} \leq f_k$ であったなら r_k は条件を満たさない。しかし、 $r_k < f_k < f_{k+1}$ であることから、 r_{k+1} が条件を満たす。以上より、 $k+1$ 台のときにも条件を満たすロボットが少なくとも 1 台は存在する。□

[補題 5.5] $R \in C_4$ において、すべてのロボットが移動可能条件に従って動作しているならば、その移動によって $R \setminus \{r_o, r'_o\}$ の辞書式順序は変化しない。

(証明) 辞書式順序で隣り合うロボット r_i, r_{i+1} について考える。これらのロボットが移動可能条件に従って移動する限り、辞書式順序は入れ換わらないことを以下に述べる。

まず、どちらかのロボットが条件を満たさない(停止している)場合については、他方のロボットが目的地に移動しても明らかに順序は変化しない。2 台のロボットがともに条件を満たすとき、 $r_i < f_{i+1}$ かつ $f_i < r_{i+1}$ かつ $f_i < f_{i+1}$ であるので、ともに目的地に移動したとしても順序は変化しない。このことは、辞書式順序で隣り合う任意の 2 台のロボットについて成り立つ。□

[補題 5.6] $R \in C_4$ からアルゴリズム A の実行によって $R \in C_2$ となることはない。

(証明) $|W'_o|_R \leq n-2$ と $|W'_o|_R = n-1$ の場合に分けて考える。

• $|W'_o|_R \leq n-2$ の場合

$R \setminus \{r_o, r'_o\}$ で辞書式順序で $n-2$ 番目のロボット r_{n-2} は W'_o 上にいない。 $|V'_o|_P \leq n-2$ より、 r_{n-2} の目的地 f_{n-2} は W'_o 上にはない。よって、 $|W'_o|_R = n-1$ となることはなく、 $R \in C_2$ とならない。

• $|W'_o|_R = n-1$ の場合

$p_a = p_b$ のとき、すべての F の点は W'_o 上にはない。よってロボットが移動すると $|W'_o|_R \neq n-1$ となり、 $R \in C_2$ とならない。

$p_a \neq p_b$ のとき、 W'_o 上で最も下の F の点を f_b とし、 d の式を以下のように変形する。

$$d = \overline{r_a r_b} \left(\frac{\overline{V_o V'_o}}{\overline{p_a p_b}} \right) \\ = \overline{r_a r_b} \left(\frac{\overline{r_o W'_o}}{\overline{f'_o f_b}} \right)$$

この式から次のことがいえる。

$$d \leq \overline{r_o W'_o} \iff \overline{r_a r_b} \leq \overline{f'_o f_b}$$

よって $R \in C_4$ かつ $|W'_o|_R = n - 1$ のとき、 $\overline{r_a r_b} \leq \overline{f'_o f_b}$ である。 $r_a = f'_o$ であり、 r_b の目的地が f_b であることから、 r_b が移動しても $\overline{r_a r_b} \leq \overline{f'_o f_b}$ から変わらない。よって、 $d \leq \overline{r_o W'_o}$ から変わらず、 $R \in C_2$ とならない。 □

[補題 5.7] $R \in C_4$ ならば、アルゴリズム A の実行により、有限時間で $R \in C_5$ となる。

(証明) $R \in C_4$ では、 $R \setminus \{r_o, r'_o\}$ のロボットが $F \setminus \{f_o, f'_o\}$ の目的地へ移動する。補題 5.3 より、この移動の間に r_o, r'_o, F は変化しない。また、 $r_o.y > r'_o.y$ より $R \in C_1$ となることはなく、補題 5.6 より $R \in C_2$ となることもない。

補題 5.4 より、目的地へ移動できるロボットが常に存在する。補題 5.5 より、各ロボットの目的地は変化しない。よって、ロボットの移動距離は有限であり、ロボットの台数も有限であるので、すべてのロボットは有限時間で目的地に到達し $R \in C_5$ となる。 □

[補題 5.8] $R \in C_5$ ならば、アルゴリズム A の実行により、有限時間で $R \in C_6$ となる。

(証明) $R \in C_5$ においては、 r_o のみが移動でき、他のロボットは移動できない。 r_o は f_o に向かって移動する。 r_o が f_o より上にいる場合と下にいる場合で分けて考える。

- 下にいる場合

r_o は f_o へ向かって垂直に上に移動する。 r_o が垂直に上に移動したとしても、明らかに r'_o, W_o は変化せず F は変化しない。よって、 r_o は有限時間で f_o に到達し、 $R \in C_6$ となる。

- 上にいる場合

r_o は f_o へ向かって垂直に下に移動する。 f_o は W_o 上で最も上の目的地であり、 r_o を除くすべてのロボットは目的地に到達しているの、 r_o と f_o の間に他のロボットはいない。また、 $f_o.y \geq r'_o.y$ であるので、 r_o が f_o に到達するまでに r_o, r'_o であるロボットは変化しない。よって、 r_o は有限時間で f_o に到達する。到達した瞬間の r_o, r'_o であるロボットの変化について、 F によって分けて考える。

(1) $f_o.y > f'_o.y$ の場合

r_o が f_o に到達しても r_o, r'_o であるロボットは変化しない。よって $R \in C_6$ となる。

(2) $f_o.y = f'_o.y$ かつ F が対称でない場合

r_o が f_o に到達した瞬間、 r^* と r^{**} の高さが等しくなり、次にどちらを r_o とするのかを R に対する非対称な半面から決めることになる。しかし、 F に対する非対称な半面から f_o が決まることから、 r_o であるロボットはそれまでと変わらない。よって、 $R \in C_6$ となる。

(3) F が対称な場合

r_o が f_o に到達した瞬間、 R は対称となり、 r_o, r'_o をそれまでとは逆に決めるロボットが現れる可能性がある。しかし、 F が対称、つまり P が対称であれば、どちらを r_o, r'_o としても F は変わらない。よって、 $R \in C_6$ となる。 □

[補題 5.9] $R \in C_1$ ならば、アルゴリズム A の実行により、 r_m が移動することによって R の対称性を崩す。 r_m は有限時間で停止し、その間他のロボットと衝突しない。停止したときの配置は $R \in C_3 \cup C_4$ である。

(証明) $R \in C_1$ においては、 r_m のみが移動でき、他のロボットは移動できない。 r_m は水平に移動することで R の対称性を崩す。 r_m は、その移動距離の決め方から、停止しているロボットとは明らかに衝突しない。ここでは、 r_m が移動するロボットと衝突しないことを示す。

r_m が移動を開始した瞬間に R の対称性は崩れ $R \in C_3$ となる。 $R \in C_3$ では、 r_o だけが f_o より $\overline{W_o W'_o} / c$ だけ上の位置に向かって垂直に上に移動する。 r_m は明らかに r_o と衝突することはなく、 F を変化させることもない。 r_o が目的地に到達するまでに r_m が停止しなければ、次に $R \in C_4$ となり、 $R \setminus \{r_o, r'_o\}$ のロボットが移動を開始する。ここでロボットは $R \setminus \{r_o, r'_o\}$ と $F \setminus \{f_o, f'_o\}$ の辞書式順序により移動するかどうかを決める。 r_m は自らの移動開始直後からのこの辞書式順序を変化させないので、他のロボットにとっては停止していることと同じことであり衝突しない。 r_m が F の点の目的地に到達していないので $R \in C_4$ から変化しない。よって、 r_m は $R \in C_4$ である間に停止する。 □

[定理 1] 奇数台のロボット群は、アルゴリズム A の実行により、有限時間で $|V'_o|_P \leq n - 2$ の形状に対する形状形成問題を解く。

(証明) 補題 5.1, 5.2, 5.7, 5.8, 5.9 より, 有限時間で $\mathbf{R} \in C_6$ となる. $\mathbf{R} \in C_6$ ではすべてのロボットは動かない. $\mathbf{R} \in C_6$ は形状を形成した配置である. \square

5.2 アルゴリズム B の正当性

アルゴリズム A の場合と同様に, 観測したロボットの動作の違いによってロボット群の配置 \mathbf{R} は以下のような配置の集合 $C'_1 \sim C'_6$ に分類できる. $C'_1 \sim C'_6$ はそれぞれ以下で定義される.

配置 C'_1 (対称な配置)

- \mathbf{R} が対称
- $|W'_o|_{\mathbf{R}} \neq n$

配置 C'_2 (r_o, r'_o を維持できない配置)

- $r_o.y < r_a.y + \overline{W_o W'_o} / c$
- $\mathbf{R} \setminus \{r_o\} \neq \mathbf{F} \setminus \{f_o\}$
- \mathbf{R} が対称ではない

配置 C'_3 ($p_a = p_b$ の配置)

- $r_o.y \geq r_a.y + \overline{W_o W'_o} / c$
- $p_a = p_b$

配置 C'_4 (r_o 以外のロボットが目的地に移動する配置)

- $r_o.y \geq r_a.y + \overline{W_o W'_o} / c$
- $|W'_o|_{\mathbf{R}} \geq 2$
- $\mathbf{R} \setminus \{r_o\} \neq \mathbf{F} \setminus \{f_o\}$

配置 C'_5 (r_o 以外がすべて目的地に到達した配置)

- $\mathbf{R} \setminus \{r_o\} \equiv \mathbf{F} \setminus \{f_o\}$
- $r_o \neq f_o$

配置 C'_6 (形状を形成している配置)

- $\mathbf{R} \equiv \mathbf{F}$

アルゴリズム A の場合と同様に, 各配置でのロボットの動作を追うことで, 最終的に配置が C'_6 となることを証明する.

[補題 5.10] $\mathbf{R} \in C'_2$ ならば, アルゴリズム B の実行により, 有限時間で $\mathbf{R} \in C'_3 \cup C'_4$ となる.

(証明) $\mathbf{R} \in C'_2$ においては, r_o のみが移動でき, 他のロボットは移動できない. r_o は r'_o より $\overline{W_o W'_o} / c$ だけ上の高さまで垂直に上に移動する. r_o が垂直に上に移動したとしても $r_o, r'_o (= r_a)$ であるロボットが変化しないのは明らかである. $\overline{W_o W'_o} / c$ の値も変化しないので, r_o の移動距離は有限であり, 有限時間でその高さに到達する. このとき, $|W'_o|_{\mathbf{R}} = 1$ であれば $\mathbf{R} \in C'_3$, そうでなければ $\mathbf{R} \in C'_4$ となる. すなわち, $\mathbf{R} \in C'_3 \cup C'_4$ である. \square

[補題 5.11] $\mathbf{R} \in C'_3$ ならば, アルゴリズム B の実行により, 有限時間で $\mathbf{R} \in C'_4 \cup C'_5 \cup C'_6$ となる.

(証明) $\mathbf{R} \in C'_3$ においては, r'_b のみが移動することができ, 他のロボットは移動できない. r'_b は W'_o に向かって移動する. r'_b は $\mathbf{R} \setminus \{r'_o\}$ のうちで最も W'_o に近いロボットなので, W'_o に向かって移動しても r'_b であるロボットは変化しない. また, W'_o と W_o の間を移動するので r_o, r'_o であるロボットは変化しない.

よって, 有限時間で W'_o に到達する. このとき, ロボットの台数が 3 台であれば, $\mathbf{R} \in C'_5 \cup C'_6$ となり, そうでなければ $\mathbf{R} \in C'_4$ となる. すなわち, $\mathbf{R} \in C'_4 \cup C'_5 \cup C'_6$ となる. \square

[補題 5.12] $\mathbf{R} \in C'_4$ ならば, アルゴリズム B の実行により, 有限時間で $\mathbf{R} \in C'_5$ となる.

(証明) アルゴリズム A における補題 5.3 ~ 5.7 における証明と同様に考えれば, 補題が成立することが分かる. r_a が補題 5.7 における r'_o に相当する. r_b, f_b はそれぞれ $\mathbf{R} \setminus \{r_o, r_a\}, \mathbf{F} \setminus \{f_o, f_a\}$ を辞書式順序で並べたときの先頭のロボットと目的地であり, 既に目的地に到達しているので \mathbf{F} は維持される. \square

[補題 5.13] $\mathbf{R} \in C'_5$ ならば, アルゴリズム B の実行により, 有限時間で $\mathbf{R} \in C'_6$ となる.

(証明) $\mathbf{R} \in C'_5$ においては, r_o のみが移動でき, 他のロボットは移動できない. r_o は f_o に向かって移動し, 他のロボットは移動できない. $|V'_o|_{\mathbf{P}} \geq n - 1$ より, r_o を除くすべてのロボットは W'_o 上にいる. f_o は r_a と同じ高さかより上の位置にあるので, r_o が f_o に向かって移動しても r_a, r_b そして \mathbf{F} は変化しない. r_o は有限時間で f_o に到達し, $\mathbf{R} \in C'_6$ となる. \square

[補題 5.14] $\mathbf{R} \in C'_1$ ならば, アルゴリズム B の実行により, r_m が移動することで \mathbf{R} の対称性を崩す. r_m は有限時間で停止し, その間他のロボットと衝突しない. 停止したときの配置は $\mathbf{R} \in C'_2 \cup C'_3 \cup C'_4$ である.

(証明) $\mathbf{R} \in C'_1$ において, r_m が水平に移動することで対称性を崩す. 他のロボットは移動できない. r_m はその移動距離の決め方から, 停止しているロボットとは明らかに衝突しない. ここでは, r_m が移動するロボットと衝突しないことを示す.

r_m が移動を開始した瞬間に \mathbf{R} の対称性は崩れ $\mathbf{R} \in C'_2$ となる. $\mathbf{R} \in C'_2$ では r_o が垂直に上に移動する. r_m は W_o と W'_o の間を移動するので, r_o と衝突しない. また, r_m の移動によって r_o, r'_o であるロボットは変化しない. r_o が目的地に到達するまでに r_m が停止しなければ, 次は $\mathbf{R} \in C'_3$ 若しくは $\mathbf{R} \in C'_4$ となる. それぞれの場合について, 以下で述べる.

- $\mathbf{R} \in C'_3$ となった場合

$\mathbf{R} \in C'_3$ においては, r'_b のみが W'_o に向かって移動する.

r_m が r'_b となるのはロボットの台数が 3 台のときのみである. このとき, r'_b が W'_o に到達するまで $\mathbf{R} \in C'_3$ から変化しないので, r_m は $\mathbf{R} \in C'_3$ において停止する.

r_m が r'_b ではない (ロボットの台数が 3 台ではない) とき, r_m は W'_o から遠ざかる方向に移動しているため, r_m の移動は r'_b であるロボットに影響を与えない. r'_b が目的地に到達するまでに r_m が停止しなければ, 次は $\mathbf{R} \in C'_4$ となる. このときは次の場合に従う.

- $\mathbf{R} \in C'_4$ となった場合

$\mathbf{R} \in C'_4$ では, $\mathbf{R} \setminus \{r_o, r_a, r_b\}$ のロボットが目的地に移動する. ロボットは, $\mathbf{R} \setminus \{r_o, r_a, r_b\}$ と $\mathbf{F} \setminus \{f_o, f_a, f_b\}$ の辞書式順序に従って, 移動をするかどうかを決める. r_m は自らの移動開始直後からのこの辞書式順序を変化させないので, 他のロボットにとっては停止しているのと同じことであり衝突しない. r_m が \mathbf{F} の点の目的地に到達していないので $\mathbf{R} \in C'_4$ から変化しない. よって, r_m は $\mathbf{R} \in C'_4$ である間に停止する. □

[定理 2] 奇数台のロボット群は, アルゴリズム B の実行により, 有限時間で $|V'_o|_{\mathbf{P}} \geq n-1$ の形状に対する形状形成問題を解く.

(証明) 補題 5.10 ~ 5.14 より, 有限時間で $\mathbf{R} \in C'_6$ となる. $\mathbf{R} \in C'_6$ ではすべてのロボットは動かない. $\mathbf{R} \in C'_6$ は形状を形成した配置である. □

6. む す び

今回の研究では, 観測制限仮定を用いることなく片軸方向の共通知識をもつ自律分散ロボット群に対する形状形成アルゴリズムが構成できることを示した.

今後の課題としては, ロボット群に与える座標系に関する共通知識をより減らした場合において, アルゴリズムの存在を示す, 若しくはアルゴリズムが存在しないことを証明することが挙げられる. 更に, 共通知識は単純に順序づけられるものではないため, 今回とは異なる共通知識においても検証する必要がある. また, 今回の研究ではアルゴリズムが存在するかどうかについてのみ議論を行ったが, アルゴリズムの効率についても議論する必要がある.

文 献

- [1] G. Prencipe, Distributed coordination of a set of autonomous mobile robots, PhD Thesis, Università di Pisa, 2002.
- [2] I. Suzuki and M. Yamashita, "Distributed anonymous mobile robots — Formation and agreement problems," SIROCCO 96, pp.313–330, 1996.
- [3] I. Suzuki and M. Yamashita, "Distributed anonymous mobile robots: Formation of geometric pat-

terns," SIAM J. Comput., vol.28, no.4, pp.1347–1363, 1999.

- [4] G. Prencipe, "Corda: Distributed coordination of a set of autonomous mobile robots," ERSADS 2001, pp.185–190, 2001.
- [5] P. Flocchini, G. Prencipe, N. Santoro, and P. Widmayer, "Gathering of asynchronous oblivious robots with limited visibility," STACS 2001, vol.LNCS 2010, pp.247–258, 2001.
- [6] M. Cieliebak and G. Prencipe, "Gathering autonomous mobile robots," SIROCCO 2002, pp.57–72, 2002.

付 録

アルゴリズム

配置 $C_1 \sim C_6$, $C'_1 \sim C'_6$ は 5. の定義に従う.

```

1  input P, R
2  output 目的地 (null の場合は移動しない)
3  begin
4  P から  $p_o, p'_o$  を計算; // 4.1 を参照
5   $V_o(V'_o) := p_o(p'_o)$  を通る垂直線;
6  R から  $r_o, r'_o$  を計算;
7   $W_o(W'_o) := r_o(r'_o)$  を通る垂直線;
8  if  $|V'_o|_{\mathbf{P}} \leq n-2$  then
9    goto AlgorithmA;
10 else
11    goto AlgorithmB;
12 AlgorithmA :
13 F,  $f_o, f'_o$  を計算; // 4.2.1 を参照
14 switch
15   case  $\mathbf{R} \in C_1$  :
16      $r_m := \mathbf{R}$  で辞書式順序で中央のロボット;
17     if 自分が  $r_m$  then
18        $\mathbf{R} \cap \mathbf{F}$  の辞書式順序が変化しない距離
19       を右に移動;
20     // 4.2.4 R が対称な場合を参照
21     else return null;
22   case  $\mathbf{R} \in C_2$  :
23     if 自分が  $r_o$  then
24       距離  $d$  を右に移動;
25     // 4.2.4 R が垂直な直線を構成する場合を
26     // 参照
27     else return null;
28   case  $\mathbf{R} \in C_3$  :
29     if 自分が  $r_o$  then

```

```

29      $p := f_o$ より $\overline{W_o W'_o} / c$ だけ上の点;
30     return  $p$ ;
31   else return null;
32 case  $R \in C_4$  :
33   if 自分が $r_o$ か $r'_o$  then
34     return null;
35   else
36     辞書式順序に従って移動;
37 // 4.2.3 を参照
38 case  $R \in C_5$  :
39   if 自分が $r_o$  then
40     return  $f_o$ ;
41   else return null;
42 case  $R \in C_6$  :
43   return null;
44 AlgorithmB :
45 P から  $p_a, p_b$  を, R から  $r_a, r_b$  を計算;
46 F,  $f_o, f'_o, f_a, f_b$  を計算;
47 switch
48 case  $R \in C'_1$  :
49    $r_m := R$  で辞書式順序で中央のロボット;
50   if 自分が $r_m$  then
51     R の辞書式順序が変化しない距離を右
52     に移動;
53 // 4.3 及び 4.2.4 R が対称な場合を
54 // 参照
55   else return null;
56 case  $R \in C'_2$  :
57   if 自分が $r_o$  then
58      $p := W_o$ 上で $r_a$ より $\overline{W_o W'_o} / c$ だけ上
59     の高さの点;
60     return  $p$ ;
61   else return null;
62 case  $R \in C'_3$  :
63   R から  $r'_b$  を計算; // 4.3 を参照
64   if 自分が $r'_b$  then
65      $p := W'_o$ 上で $r_a$ よりも下の任意の点;
66     return  $p$ ;
67   else return null;
68 case  $R \in C'_4$  :
69   if 自分が $r_o$ か $r_a$ か $r_b$  then
70     return null;
71   else

```

```

70     辞書式順序に従って移動;
71 // 4.3 及び 4.2.3 を参照
72 case  $R \in C'_5$  :
73   if 自分が $r_o$  then
74     return  $f_o$ ;
75   else return null;
76 case  $R \in C'_6$  :
77   return null;
78 end

```

(平成 15 年 9 月 22 日受付, 16 年 1 月 9 日再受付)



糟谷 政夫 (学生員)

2003 名古屋工大・電気情報工学卒。現在, 同大学院博士前期課程情報工学専攻在学中。



伊藤 暢浩 (正員)

1994 名古屋工大・電気情報工学卒, 1996 同大学院博士前期課程了。1999 同大学院博士後期課程了。博士(工学)。同年同大学電気情報工学科助手, 現在に至る。オブジェクト指向技術及びエージェント指向技術の研究に従事。情報処理学会, 人工知能学会, IEEE 各会員。



犬塚 信博 (正員)

1987 名古屋工大・工・情報工学卒。1992 同大学院工学研究科博士課程電気情報工学専攻了。博士(工学)。同年, 同大学工学部助手。2000 同大学助教授, 現在に至る。1994 より 1996 まで英国インペリアルカレッジを訪問。人工知能, 特に機械学習, 知識表現に関する研究に従事。情報処理学会, 人工知能学会, ソフトウェア科学会, ACM, IEEE Computer, AAAI 各会員。



和田 幸一 (正員)

1979 阪大・基礎工・情報卒。1983 同大学院博士後期課程了。同年同大・基礎工・助手。1984 名工大・情報(現電気情報)講師。現在教授。工博。1987~1988 ミネソタ大学, ウィスコンシン大学客員助教授。2000 アーヘン工科大学客員教授。VLSI の複雑さ, 並列分散アルゴリズム, グラフ理論の研究に従事。情報処理学会, ソフトウェア科学会, 日本応用数理学会, ACM, IEEE, EATCS 各会員。