

# 受動歩行の安定メカニズムを規範とした 平衡点生成と局所安定化

池 俣 吉 人\* 佐 野 明 人\* 藤 本 英 雄\*

## Generation and Local Stabilization of Fixed Point based on a Stability Mechanism of Passive Walking

Yoshito Ikemata\*, Akihito Sano\* and Hideo Fujimoto\*

A passive walker with knees can walk down shallow slope in a natural gait and can exhibit a stable limit cycle only by interaction between the nonlinear dynamic system and the environment. Though the passive walker is simple, it is a sort of hybrid system which combines the continuous dynamics of leg-swing motion and the discrete event of leg-exchange. This study aims to construct the general design framework of realizing the natural and efficient walking on level ground and uphill. In this paper, we focus on the stability mechanism of fixed point in passive walking. At first, a generation method of fixed point based on its physical structure, which is formed by an energy balance, a leg-exchange phenomenon, and a leg-swing motion, is proposed. Secondly, for the purpose of highest local stability of the fixed point, a dynamics-based control method utilizing the fixed point's stability mechanism is proposed. The validity of the proposed methods is confirmed by the simulation of finite time settling in the level-walking.

**Key Words:** Passive Walking, Fixed Point, Local Stability, Dynamics-Based Control, Finite Time Settling

### 1. はじめに

歩行は、脚の振り運動（連続ダイナミクス）および脚の切り換え現象（離散事象）が融合したものである。すなわち、歩行とは一種のハイブリッドシステムが生み出す現象と言える。このことから、平衡点の生成ならびにその安定性はハイブリッドシステムの観点から議論する必要がある。受動歩行では、安定したリミットサイクル（閉軌道）が存在することが示されており、状態がリミットサイクル上を遷移する限り、歩行は安定となる。

McGeer [1] は、受動歩行システムを離散的な状態遷移に注目して差分方程式で表し、その差分方程式から導かれるヤコビ行列の固有値から受動歩行の平衡点（リミットサイクルの一面の点）が安定であることを明確にした。McGeer の研究以降、Goswami ら [2] [3]、Coleman ら [4]、Garcia ら [5] [6] を中心として受動歩行の詳細な安定性解析が行われた。これら解析において、特に注目すべき点は、Coleman ら [7] による Rimless spoked wheel の安定性解析において導かれたヤコビ行列を基に、Garcia ら [5] がヤコビ行列の固有値の解析的な近似式を導いた点である。しかしながら、この解析的な近似式あるいは式導出の過程から平衡点の安定メカニズムを知ることは難しい。これまでは、ヤコビ行列から制御理論的な発想に基づいた歩行

制御の有効性が検証されるにとどまっていた [8]~[10]。

受動歩行の研究を科学から工学に進めるためには、まず平衡点の生成法が必要となる。受動歩行機は、下り坂（Downhill）においては重力ポテンシャルからエネルギーが供給される。しかし、平地（Level ground）および上り坂（Uphill）では、平衡点を生成するために関節トルクによりエネルギー供給を図らなければならない。これまでに、歩容生成の観点から受動歩行の力学的エネルギーレベルを規範としたり、仮想重力場を用いた平地歩行が提案されている [3] [10]。次に、平衡点の安定条件式が必要となる。安定条件式が導ければ、力学的な観点から安定性解析が可能となり、制御系設計といった工学的应用に展開できる。受動歩行では、安定な平衡点が存在するが、Short period gait と呼ばれる歩容における不安定平衡点の存在 [5] や、分岐後に 2 歩行周期の安定平衡点が現れるが、このとき 1 歩行周期の不安定平衡点が存在していることが報告されている [2]。ここで、平衡点近傍での局所的な安定化制御を考えた場合、不安定平衡点の安定化や安定平衡点の離散的な安定性を最大限に高めることが望まれる。

筆者らは、前報 [11] で受動歩行の安定性解析を行い、平衡点の安定メカニズム（生成メカニズムを含む）の構造を明らかにし、平衡点におけるヤコビ行列の固有値を解析的に導き、その安定条件式を導出した。このとき、状態変数（着地直後の状態）を陽に求めることは避けて変数として数値的に取り扱った。本論文では、これらを発展させて工学的应用として、平地および

原稿受付 2005 年 7 月 11 日

\*名古屋工業大学大学院工学研究科

\*Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology

上り坂を含む、より一般的な床面での平衡点生成、ならびに平衡点の情報に陽に組み込んだ局所安定化法を提案する [12]. 2章では、膝ロックを含む脚の振り運動および脚の切換え現象をモデル化する. 3章では、平衡点の力学的構造に着目して、平地および上り坂にも対応した平衡点の生成法を提案する. 4章では、脚の振り運動のダイナミクスに基づいた平衡点の局所安定化法を提案する. 5章では、有限整定を実現すべく、本提案手法を適用し、その有効性を数値シミュレーションにより検証する.

## 2. モデル化

### 2.1 脚の振り運動

本研究では、Fig. 1 に示す膝ありタイプの歩行モデルを取り扱う. ここで、支持脚と遊脚を力学的に等価とするために、 $m = m_1 + m_2$ ,  $a = \{m_1(l_2 + a_1) + m_2 a_2\} / (m_1 + m_2)$ ,  $I = m_2(l_2 - b_2 - a)^2 + m_1(l_2 + a_1 - a)^2$  とした. この3リンクモデルは、支持脚の膝はまっすぐに伸び、遊脚の膝を曲げるとの脚の振り運動状態を示している. その後、遊脚がまっすぐになった時点で膝をロックする. これ以降、着地まではコンパスタイプの歩行モデルと等価な2リンクモデルとなる.

解析を単純化するために、腰の質量  $M$  が脚の質量  $m$ ,  $m_1$  および  $m_2$  に比べて十分大きいものとする. このとき、脚の振り運動は、次のようなダイナミクスの特徴を有することになるが、脚の振り運動を含んだ受動歩行の現象を解析するうえでの簡単な歩行モデルとなる.

- (1) 支持脚の運動は、遊脚の運動の影響を受けない.
- (2) 遊脚の運動は、支持脚の運動の影響を受ける.

以下に、膝ロックを含む脚の振り運動をモデル化しておく. 脚の振り運動の解は、膝のロック (離散事象) によって不連続にジャンプする. なお、各関節には粘性摩擦はないものと仮定する. また、質量に関する仮定を考慮した最終的な運動方程式となっていることに注意されたい.

#### 2.1.1 3リンクモデル (with Knees) の運動方程式

$$\mathbf{M}_K(\boldsymbol{\theta}_K)\ddot{\boldsymbol{\theta}}_K + \mathbf{H}_K(\boldsymbol{\theta}_K, \dot{\boldsymbol{\theta}}_K) + \mathbf{G}_K(\boldsymbol{\theta}_K, \gamma) = \mathbf{E}_K\boldsymbol{\tau}_K \quad (1)$$

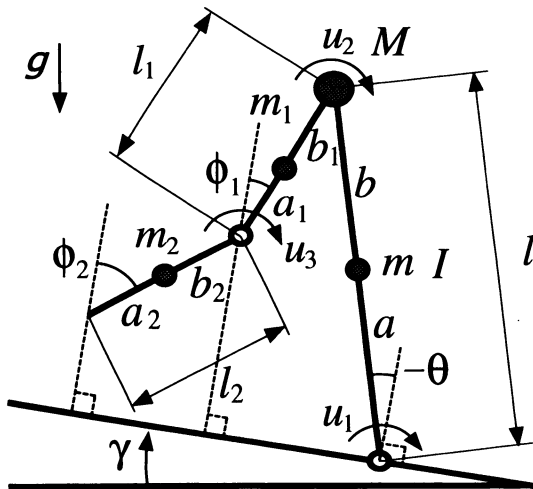


Fig. 1 Biped model with knees

ただし、

$$\mathbf{M}_K(\boldsymbol{\theta}_K) = \begin{bmatrix} l^2 & & & \\ -(b_1 l + p l l_1) \cos(\theta - \phi_1) & & & \\ -b_2 l \cos(\theta - \phi_2) & & & \\ & 0 & & 0 \\ & b_1^2 + p l_1^2 & & p b_2 l_1 \cos(\phi_1 - \phi_2) \\ & b_2 l_1 \cos(\phi_1 - \phi_2) & & b_2^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_K(\boldsymbol{\theta}_K, \dot{\boldsymbol{\theta}}_K)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & & & \\ (b_1 l + p l l_1) \sin(\theta - \phi_1) \dot{\theta}^2 + p b_2 l_1 \sin(\phi_1 - \phi_2) \dot{\phi}_2^2 & & & \\ b_2 l \sin(\theta - \phi_2) \dot{\theta}^2 - b_2 l_1 \cos(\phi_1 - \phi_2) \dot{\phi}_1^2 & & & \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_K(\boldsymbol{\theta}_K, \gamma) = \begin{bmatrix} -l \sin(\theta + \gamma) \\ (b_1 + p l_1) \sin(\phi_1 + \gamma) \\ b_2 \sin(\phi_2 + \gamma) \end{bmatrix} g$$

$$\mathbf{E}_K = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -p \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\tau}_K = \begin{bmatrix} u_1 / M \\ u_2 / m_1 \\ u_3 / m_2 \end{bmatrix}$$

ここで、 $\boldsymbol{\theta}_K (= [\theta, \phi_1, \phi_2]^T)$  は脚の角度ベクトルを表し、 $g$  は重力加速度を表す. また、 $p = m_2 / m_1$  である.

#### 2.1.2 膝ロック

遊脚がまっすぐな状態 ( $\phi_1 = \phi_2 = \phi$ ) になったとき、瞬間的に膝を (機構的に) ロックする. ロック前後では支持脚接地点まわりの歩行モデル全体の角運動量ならびに腰まわりの遊脚の角運動量が保存される. これらの角運動量の保存則から、ロック直後の支持脚および遊脚の角速度  $\dot{\theta}^+$ ,  $\dot{\phi}^+$  は、次式のように導かれる.

$$\dot{\theta}^+ = \dot{\theta}^- \quad (2)$$

$$\dot{\phi}^+ = \frac{(b_1^2 + p l_1^2 + p l_1 b_2) \dot{\phi}_1^- + (p b_2^2 + p b_2 l_1) \dot{\phi}_2^-}{b_1^2 + p(l_1 + b_2)^2} \quad (3)$$

ここで、 $-$  はロック直前の状態、 $+$  はロック直後の状態を表す.

#### 2.1.3 2リンクモデル (Compass-type) の運動方程式

$$\mathbf{M}_C(\boldsymbol{\theta}_C)\ddot{\boldsymbol{\theta}}_C + \mathbf{H}_C(\boldsymbol{\theta}_C, \dot{\boldsymbol{\theta}}_C) + \mathbf{G}_C(\boldsymbol{\theta}_C, \gamma) = \mathbf{E}_C\boldsymbol{\tau}_C \quad (4)$$

ただし、

$$\mathbf{M}_C(\boldsymbol{\theta}_C) = \begin{bmatrix} l^2 & & 0 \\ -(1+p)bl \cos(\theta - \phi) & & \bar{I} + (1+p)b^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{H}_C(\boldsymbol{\theta}_C, \dot{\boldsymbol{\theta}}_C) = \begin{bmatrix} 0 \\ (1+p)bl \sin(\theta - \phi) \dot{\theta}^2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_C(\boldsymbol{\theta}_C, \gamma) = \begin{bmatrix} -l \sin(\theta + \gamma) \\ (1+p)b \sin(\phi + \gamma) \end{bmatrix} g$$

$$\mathbf{E}_C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \boldsymbol{\tau}_C = \begin{bmatrix} u_1 / M \\ u_2 / m_1 \end{bmatrix}$$

ここで、 $\boldsymbol{\theta}_C (= [\theta, \phi]^T)$  は膝ロック後の脚の角度ベクトルを表し、 $\bar{I} = I / m_1$  である.

## 2.2 脚の切り換え現象

脚の切り換え現象に関しては、遊脚先端と床面との衝突現象は完全非弾性衝突、さらに着地の瞬間に支持脚が床面から離れると仮定する。なお、遊脚の膝がロックする前に着地した場合は取り扱わないこととする。このとき、着地前後において腰まわりの支持脚（脚切り換え後は遊脚）の角運動量ならびに遊脚接地点まわりの全角運動量が保存される [13]。これらの角運動量の保存則から、着地前後では次のような関係式が得られる。

$$\mathbf{Q}^+(\alpha)\dot{\theta}_C^+ = \mathbf{Q}^-(\alpha)\dot{\theta}_C^- \quad (5)$$

ただし、

$$\mathbf{Q}^+(\alpha) = \begin{bmatrix} l^2 & 0 \\ -bl \cos \alpha & b^2 + \frac{\bar{I}}{1+p} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q}^-(\alpha) = \begin{bmatrix} l^2 \cos \alpha & 0 \\ -ab + \frac{\bar{I}}{1+p} & 0 \end{bmatrix}$$

ここで、 $-$ は着地直前の状態、 $+$ は着地直後の状態を表す。また、 $\alpha$ は着地時の股角度を示し、 $0 < \alpha < \pi/2$ とする。式 (5) から着地直後の角速度ベクトルは、 $\dot{\theta}_C^+ = (\mathbf{Q}^+(\alpha))^{-1}\mathbf{Q}^-(\alpha)\dot{\theta}_C^-$ となる。なお、脚切り換え後の遊脚膝はロックが解除されている。

## 3. 受動歩行クラスの平衡点

### 3.1 平衡点の力学的構造

歩行は周期的な軌道を形成する。閉じた軌道（リミットサイクル）となる場合、 $k$ 歩目における着地直後の状態  $\alpha_k$ ,  $\dot{\theta}_k^+$ ,  $\dot{\phi}_k^+$  は一定に固定される（Fixed point）。本節では、平衡点が生成される力学的な構造について述べる。ただし、1歩区間を着地直後から次の着地直後までとし、1歩行周期の平衡点を取り扱う。また、 $k$ 歩目における足首、腰および膝の入力トルクは、次に示すように一定とする。

$$\frac{u_1}{M} = \tau_{1k}, \quad \frac{u_2}{m_1} = \tau_{2k}, \quad \frac{u_3}{m_2} = \tau_{3k} \quad (6)$$

$M \gg m$  から、 $m$  および  $u_2$ ,  $u_3$  を含む項は、それぞれ  $M$  および  $u_1$  を含む項に対して無視できる。このとき、エネルギー保存則および脚切り換え式 (5) から、次に示すような  $\dot{\theta}_{k+1}^+$  についての差分方程式が得られる。

$$\dot{\theta}_{k+1}^+ = e_{k+1}^2 \left( \dot{\theta}_k^+ + \frac{2g}{l} \left\{ \cos \left( \frac{\alpha_k}{2} - \gamma \right) - \cos \left( \frac{\alpha_{k+1}}{2} + \gamma \right) \right\} + \frac{\tau_{1k}}{l^2} (\alpha_k + \alpha_{k+1}) \right) \quad (7)$$

ここで、 $e_{k+1} = \cos \alpha_{k+1}$  となる。本研究では、 $e_{k+1}$  ( $0 < e_{k+1} < 1$ ) を損失係数と呼ぶことにする。また、 $e_{k+1}^2$  は床面との衝突におけるエネルギー残存率となる。

平衡点では、 $\alpha_{k+1} = \alpha_k$ ,  $\dot{\theta}_{k+1}^+ = \dot{\theta}_k^+$  が成り立つ。このとき、差分方程式 (7) から支持脚の角速度  $\dot{\theta}_k^+$  は、

$$\dot{\theta}_k^+ = \sqrt{\frac{2e_k^2}{l(1-e_k^2)} \left( 2g \sin \frac{\alpha_k}{2} \sin \gamma + \frac{\tau_{1k}\alpha_k}{l} \right)} \quad (8)$$

となる。また、式 (8) は次式のように変形できる。

$$\frac{1}{2} M l^2 \dot{\theta}_k^{+2} \left( \frac{1}{e_k^2} - 1 \right) = 2Mgl \sin \frac{\alpha_k}{2} \sin \gamma + M\tau_{1k}\alpha_k \quad (9)$$

式 (9) の左辺は、1歩区間における損失エネルギーを表している。また、右辺第1項および第2項は、それぞれ重力ポテンシャルおよび支持脚足首トルクからの供給エネルギーを表している。つまり、式 (8) は、エネルギーバランス状態といった力学的構造を成している。

次に、脚切り換えの行列 (5) を展開して、 $\dot{\theta}_k^-$  を消去して整理すると次式が導かれる。

$$\dot{\phi}_k^+ = q(\alpha_k)\dot{\theta}_k^+ \quad (10)$$

ただし、

$$q(\alpha_k) = \frac{-ab + \frac{\bar{I}}{1+p} + bl \cos^2 \alpha_k}{\left( b^2 + \frac{\bar{I}}{1+p} \right) \cos \alpha_k}$$

式 (10) から分かるように、状態量は  $k$  歩目における着地直後の状態によって決まる。言い換えると、脚切り換え現象によって、着地直後の状態は式 (10) により拘束される力学的構造となっている。そして、着地直後の遊脚の角速度  $\dot{\phi}_k^+$  は、式 (8), (10) から次のように導かれる。

$$\dot{\phi}_k^+ = q(\alpha_k) \sqrt{\frac{2e_k^2}{l(1-e_k^2)} \left( 2g \sin \frac{\alpha_k}{2} \sin \gamma + \frac{\tau_{1k}\alpha_k}{l} \right)} \quad (11)$$

式 (8), (11) から、平衡点の状態は、 $\alpha_k$ ,  $\dot{\theta}_k^+(\alpha_k)$  および  $\dot{\phi}_k^+(\alpha_k)$  の形式で表すことができる。したがって、 $\alpha_{k+1} = \alpha_k$  となる股角度となる時、平衡点となる。ここで、脚の振り運動によって  $\alpha_{k+1} = \alpha_k$  の状態が決まる。以上のことから、平衡点は、エネルギーバランス、脚の切り換え現象および脚の振り運動によって決まることになる。

### 3.2 平衡点の生成法

平衡点を決めるエネルギーバランス式 (8), 脚切り換え式 (10) および脚の振り運動に関する式 (1)~(4) を線形化すると、以下ようになる。

$$\dot{\theta}_k^+ = \sqrt{\frac{2e_k^2\alpha_k}{l(1-e_k^2)} \left( g\gamma + \frac{\tau_{1k}}{l} \right)} \quad (12)$$

$$\dot{\phi}_k^+ = \frac{-ab + \frac{\bar{I}}{1+p} + bl}{b^2 + \frac{\bar{I}}{1+p}} \dot{\theta}_k^+ \quad (13)$$

および

$$\mathbf{M}_{KL}(\theta_K)\ddot{\theta}_K + \mathbf{H}_{KL}(\theta_K, \dot{\theta}_K) + \mathbf{G}_{KL}(\theta_K, \gamma) = \mathbf{E}_K\tau_K \quad (14)$$

ただし、

$$\mathbf{G}_{KL}(\boldsymbol{\theta}_K, \gamma) = \begin{bmatrix} -l(\theta + \gamma) \\ (b_1 + pl_1)(\phi_1 + \gamma) \\ b_2(\phi_2 + \gamma) \end{bmatrix} g$$

$$\mathbf{M}_{CL}(\boldsymbol{\theta}_C)\ddot{\boldsymbol{\theta}}_C + \mathbf{H}_{CL}(\boldsymbol{\theta}_C, \dot{\boldsymbol{\theta}}_C) + \mathbf{G}_{CL}(\boldsymbol{\theta}_C, \gamma) = \mathbf{E}_C \boldsymbol{\tau}_C \quad (15)$$

ただし、

$$\mathbf{G}_{CL}(\boldsymbol{\theta}_C, \gamma) = \begin{bmatrix} -l(\theta + \gamma) \\ (1+p)b(\phi + \gamma) \end{bmatrix} g$$

式 (14), (15) において、重力項以外の詳細は省く。また、膝ロックの式は、式 (2), (3) と同じになる。

入力トルクベクトル  $\boldsymbol{\tau}_K$  および  $\boldsymbol{\tau}_C$  をそれぞれ

$$\boldsymbol{\tau}_K = \begin{bmatrix} l(\gamma' - \gamma) \\ -(b_1 + pl_1 + pb_2)(\gamma' - \gamma) \\ -b_2(\gamma' - \gamma) \end{bmatrix} g \quad (16)$$

$$\boldsymbol{\tau}_C = \begin{bmatrix} l(\gamma' - \gamma) \\ -(1+p)b(\gamma' - \gamma) \end{bmatrix} g \quad (17)$$

に設定する<sup>†</sup>。ただし、 $\gamma'$  は定数である。このとき、平衡点を決める関係式は、下り坂 ( $\gamma > 0$ )、平地 ( $\gamma = 0$ ) および上り坂 ( $\gamma < 0$ ) すべてに対応し、スロープ角度  $\gamma'$  における受動歩行の場合と同じ式となる。すなわち、式 (16), (17) で表される一定トルクを入力すると、受動歩行と同じ供給エネルギーで同一の平衡点が生成される。このとき、供給エネルギー ( $2Mgl \sin \frac{\alpha_k}{2} \sin \gamma + M\tau_{1k}\alpha_k$ ) は、その平衡点を生成させる必要最低限となっており、エネルギー効率が低いと言える。本研究では、これを受動歩行クラスの平衡点と呼ぶことにする。

一例として、 $\gamma = 0$  [rad] の平地において受動歩行クラスの平衡点を生成してみる。モデルパラメータは、 $l = 0.7$  [m],  $l_1 = l_2 = 0.35$  [m],  $a = b = 0.35$  [m],  $a_1 = b_1 = a_2 = b_2 = 0.175$  [m] および  $p = 0.4$  とした。まず、 $\gamma'$  を  $0.073$  [rad] に設定する。式 (16), (17) から  $\boldsymbol{\tau}_K = [0.50078, -0.275429, -0.125195]^T$ ,  $\boldsymbol{\tau}_C = [0.50078, -0.275429]^T$  [N·m/kg] となる。最終的に、平衡点 (Long period gait) の状態量  $\alpha_f = 0.73750$  [rad],  $\dot{\theta}_f^+ = 1.35140$  [rad/s] を得る<sup>††</sup>。なお、平衡点の導出過程の詳細については、文献 [12] を参照されたい。

受動歩行クラスの平衡点は特殊なクラスではないため、浅野ら [14] が提案した仮想受動歩行を線形近似したものと同値である。また、内田ら [15] も一定トルクによる平地歩行を提案しているが、トルク設定に関して明確な指針が示されていない。歩容生成法 [14] [16] では、エネルギーの回復あるいは補償に主眼が置かれ、間接的に平衡点が生成されることに結果的になっている。本手法は、既定の一定トルクにより直接平衡点を生成するもの (平衡点生成法) であり、4 章で提案する安定化法に平衡点の情報を組み込む点の特徴である。また、歩容全体 (Gait)

ではなく、リミットサイクルの一断面の点である平衡点に主眼を置いていることから、一定トルクによる駆動は力学的に問題なく、かつ簡便である。

#### 4. ダイナミクスに基づいた局所安定化法

##### 4.1 平衡点の安定メカニズム

本節では、平衡点の安定メカニズムについて述べる。3.1 節で述べたように、 $\phi_k^+$  は  $\alpha_k$  および  $\dot{\theta}_k^+$  の従属変数となることから、着地直後の状態は  $\mathbf{x}_k^+ = [\alpha_k, \dot{\theta}_k^+]^T$  と表すことができる。ここで、 $\mathbf{x}_k^+$  と  $\mathbf{x}_{k+1}^+$  の間には、次の関係が成り立つ。

$$\mathbf{x}_{k+1}^+ = f(\mathbf{x}_k^+) \quad (18)$$

さらに、式 (18) について平衡点の状態  $\mathbf{x}_f^+$  近傍で線形近似して整理すると次式を得る。

$$\Delta \mathbf{x}_{k+1}^+ = \left. \frac{\partial f}{\partial \mathbf{x}^+} \right|_{\mathbf{x}^+ = \mathbf{x}_f^+} \Delta \mathbf{x}_k^+ \equiv \mathbf{J}_f \Delta \mathbf{x}_k^+ \quad (19)$$

ただし、 $\Delta \mathbf{x}_k^+$  は摂動項である。また、差分方程式 (7) から次式が得られる。

$$\left. \frac{\partial \dot{\theta}_{k+1}^+}{\partial \alpha_k} \right|_f = a_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_f + b_f \quad (20)$$

$$\left. \frac{\partial \dot{\theta}_{k+1}^+}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f = a_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f + c_f \quad (21)$$

式 (20), (21) から、式 (19) の平衡点  $\mathbf{x}_f^+$  におけるヤコビ行列  $\mathbf{J}_f$  は、次式のように表される。なお、係数  $a_f$ ,  $b_f$  および  $c_f$  は、付録 A を参照されたい。

$$\mathbf{J}_f = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_f & \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f \\ a_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_f + b_f & a_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f + c_f \end{bmatrix} \quad (22)$$

平衡点におけるヤコビ行列  $\mathbf{J}_f$  のすべての固有値の絶対値が 1 より小さい場合、平衡点は局所漸近安定となる。式 (22) から  $\mathbf{J}_f$  の固有値を求めると、次式のようになる。

$$R_f = A_f \pm \sqrt{D_f} \quad (23)$$

ただし、

$$A_f = \frac{1}{2} \left( \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_f + a_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f + c_f \right) \quad (24)$$

$$D_f = \frac{1}{4} \left( \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_f + a_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f + c_f \right)^2 + b_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f - c_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_f \quad (25)$$

式 (23) から固有値が  $|R_f| < 1$  となる安定条件式を導くと次のようになる。

$$-b_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f + c_f \left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \alpha_k} \right|_f < 1 \quad (26)$$

<sup>†</sup> 当該モデルでは、 $\boldsymbol{\tau}_K$  および  $\boldsymbol{\tau}_C$  の対応する腰関節トルク  $\tau_{2k}$  は等価となる。

<sup>††</sup> スロープ角度  $\gamma = 0.073$  [rad] における受動歩行の平衡点は、 $\alpha_f = 0.73033$  [rad],  $\dot{\theta}_f^+ = 1.34860$  [rad/s] となる。

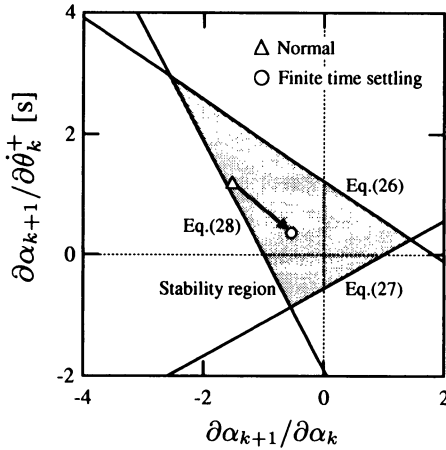


Fig. 2 Relationship between stability region and fixed point

$$(a_f + b_f) \left. \frac{\partial\alpha_{k+1}}{\partial\dot{\theta}_k^+} \right|_f - (c_f - 1) \left. \frac{\partial\alpha_{k+1}}{\partial\alpha_k} \right|_f + c_f < 1 \quad (27)$$

$$-(a_f - b_f) \left. \frac{\partial\alpha_{k+1}}{\partial\dot{\theta}_k^+} \right|_f - (c_f + 1) \left. \frac{\partial\alpha_{k+1}}{\partial\alpha_k} \right|_f - c_f < 1 \quad (28)$$

式 (26) ~ (28) のすべてを満足するとき、平衡点は漸近安定となる。安定条件式中の  $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\alpha_k)|_f$  および  $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\dot{\theta}_k^+)|_f$  は、それぞれ平衡点における着地直後の股角度  $\alpha_k$  および支持脚の角速度  $\dot{\theta}_k^+$  の微小変化が、次の着地時の股角度  $\alpha_{k+1}$  に及ぼす影響の変化を示している。 $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\alpha_k)|_f$  および  $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\dot{\theta}_k^+)|_f$  が安定条件式を満たすとき、平衡点は安定となる。

3.2 節に示した平地における受動歩行クラスの平衡点の安定領域を安定条件式 (26) ~ (28) から導き、Fig. 2 にハッチングで示した。ただし、横軸は  $\partial\alpha_{k+1}/\partial\alpha_k$ 、縦軸は  $\partial\alpha_{k+1}/\partial\dot{\theta}_k^+$  である。安定条件式中の係数は、 $a_f = 0.002$  [1/s]、 $b_f = -0.8156$  [1/s] および  $c_f = 0.5478$  となる。さらに、平衡点における  $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\alpha_k)|_f$ 、 $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\dot{\theta}_k^+)|_f$  を数値 (偏) 微分法から求めて△印で併記した。△印が安定領域内に含まれる場合、平衡点は安定となる。図から分かるように、平衡点は安定領域内にあり安定となる。

#### 4.2 局所安定化法

受動歩行の安定化法において、これまで遅延フィードバック制御が提案されている [17]。遅延フィードバック制御では、平衡点が分からなくてもシステムを安定化できるメリットがある。本節で提案する安定化法は、平衡点の生成法および安定メカニズムを規範とし、制御則に平衡点を陽に組み込む点の特徴である。ここで、平衡点の情報を用いることから、より高い制御性能が期待できる。なお、本論文ではモデル化誤差がない場合について議論するが、実システムへの適用を考えた場合、性能低下を回避するうえで、より精度の高いモデルにより平衡点を導出する必要がある [18]。

平衡点の局所安定化問題は、平衡点における着地時の股角度の変化  $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\alpha_k)|_f$  および  $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\dot{\theta}_k^+)|_f$  を安定領域内の適切な位置に配置する問題に帰着される。なお、本研究では、受

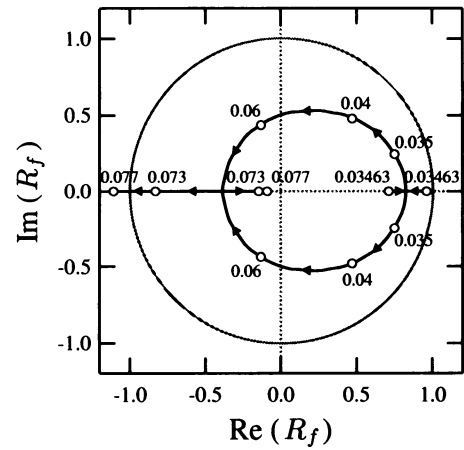


Fig. 3 Loci of eigenvalues of  $J_f$

動歩行クラスの平衡点およびその安定領域は固定して考える。まず、 $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\alpha_k)|_f$  および  $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\dot{\theta}_k^+)|_f$  は、次式のよう

$$\left. \frac{\partial\alpha_{k+1}}{\partial\alpha_k} \right|_f \approx \frac{\alpha_{k+1} - \alpha_f}{\alpha_k - \alpha_f}, \quad \left. \frac{\partial\alpha_{k+1}}{\partial\dot{\theta}_k^+} \right|_f \approx \frac{\alpha_{k+1} - \alpha_f}{\dot{\theta}_k^+ - \dot{\theta}_f^+} \quad (29)$$

式 (29) から  $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\alpha_k)|_f$  および  $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\dot{\theta}_k^+)|_f$  を変えるには、 $\alpha_k - \alpha_f$  および  $\dot{\theta}_k^+ - \dot{\theta}_f^+$  に対する  $\alpha_{k+1}$  の値を変えればよい。ここで、腰トルク  $\tau_{2k}$  を入力することによって着地する股角度  $\alpha_{k+1}$  を変えることができるので、次式に示すような安定化制御則を提案する。

$$\tau_{2k} = K_\alpha(\alpha_k - \alpha_f) + K_\dot{\theta}(\dot{\theta}_k^+ - \dot{\theta}_f^+) + \tau_{2f} \quad (30)$$

ここで、 $K_\alpha$  および  $K_\dot{\theta}$  は係数であり、 $\tau_{2f}$  は平衡点におけるトルク (定常トルク) である。 $K_\alpha$  および  $K_\dot{\theta}$  の設定によって、それぞれ  $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\alpha_k)|_f$  および  $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\dot{\theta}_k^+)|_f$  の配置を独立に調整することができる。

次に、具体的な配置場所について考える。平衡点近傍での局所的な安定化制御を考えた場合、離散的な安定性を最大限に高めることが望まれる。Fig. 3 に平地における受動歩行クラスの平衡点に対する固有値軌跡を示す [19]。スロープ角度に相当する  $\gamma'$  が大きくなると、最終的に二つの固有値のうち一方は実軸に沿って原点に向かい、もう一方は原点から遠ざかる。後者の固有値の絶対値が 1 を超え、平衡点は漸近安定 (沈点) から不安定 (鞍点) となる [20]。固有値の絶対値の最大値が小さければ、平衡点近傍における収束が速くなる。分岐に近づくと最大値が急激に大きくなり、平衡点への収束性が悪くなる。

本研究では、有限整定を行うように、固有値の絶対値の最大値が零となるように配置する [21]。式 (23) から分かるように、 $A_f = 0$  および  $D_f = 0$  のとき  $\max |R_f| = 0$  となる。したがって、 $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\alpha_k)|_f$ 、 $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\dot{\theta}_k^+)|_f$  の配置は、式 (24)、(25) から、次のように一意に決まる。

$$\left. \frac{\partial\alpha_{k+1}}{\partial\alpha_k} \right|_f = -\frac{b_f c_f}{b_f + a_f c_f} \quad (31)$$

$$\left. \frac{\partial \alpha_{k+1}}{\partial \dot{\theta}_k^+} \right|_f = -\frac{c_f^2}{b_f + a_f c_f} \quad (32)$$

以上のことから、安定化制御則の具体的な設計手順は、次のようにまとめられる。

- Step 1** スロープ角度に相当する  $\gamma'$  を決める。
- Step 2** トルクベクトル  $\tau_K$  および  $\tau_C$  を式 (16), (17) から計算する。
- Step 3** エネルギーバランス式 (8), 脚切り換え式 (10) および脚の振り運動に関する式 (1) ~ (4) から、平衡点の状態量  $\alpha_f$  および  $\dot{\theta}_f^+$  を求める。
- Step 4** 係数  $a_f$ ,  $b_f$  および  $c_f$  を式 (A.1), (A.2) および (A.3) から計算する。
- Step 5**  $(\partial \alpha_{k+1} / \partial \alpha_k)|_f$  および  $(\partial \alpha_{k+1} / \partial \dot{\theta}_k^+)|_f$  を式 (31), (32) から計算する。
- Step 6** 安定化制御則 (30) の係数  $K_\alpha$  および  $K_{\dot{\theta}}$  を **Step 5** で求めた数値となるように設定する。

式 (30) の制御則は、Suzuki ら [22] によってカオス制御の OGY 法に基づいて導かれた制御則と同じような構造となっている。しかし、本制御則は、受動歩行の安定性解析を進展させて、平衡点の安定メカニズムの力学的構造から必然的に導かれたものである。また、有限整定を行わせるパラメータ設定になっており、高い安定性が実現できる。

### 5. シミュレーション

本章では、提案する局所安定化法を数値シミュレーションにより検証する。3.2 節で生成した受動歩行クラスの平衡点では、 $\max |R_f|$  が 0.83 となっている。そこで、 $\max |R_f| = 0$  となるように、式 (31), (32) から  $(\partial \alpha_{k+1} / \partial \alpha_k)|_f = -0.54861$ ,  $(\partial \alpha_{k+1} / \partial \dot{\theta}_k^+)|_f = 0.36845$  [s] の位置に再配置する (Fig. 2 の○印)。このとき、係数  $K_\alpha$  および  $K_{\dot{\theta}}$  は、それぞれ独立に調整することが可能であり、数値的に容易に求めることができ、 $K_\alpha = -1.7582$  [N·m/kg·rad] および  $K_{\dot{\theta}} = 1.4508$  [N·m/kg·(rad/s)] となった。

Fig. 4 は、平衡点近傍における  $\alpha_k$ ,  $\dot{\theta}_k^+$  および  $\alpha_{k+1}$  の関係を数値的に求めて図示したものである。Fig. 4 (a), (b) は、それぞれ局所安定化制御を行わなかった場合と行った場合を示している。Fig. 4 (a) のような特性 (Normal) は、本来の脚の振り運動に起因し、この脚のダイナミクスに平衡点を安定化させる力学的特性が備わっている。これに対して、Fig. 4 (b) は、安定化制御則 (30) に従って、そのダイナミクスを適切に改造 (Modified) した形となっている [23]。

歩行シミュレーションの結果を Fig. 5 に示す。ただし、初期状態を  $\alpha_0 = 0.73$  [rad],  $\dot{\theta}_0^+ = 1.35$  [rad/s] に設定した。Fig. 5 (a) は着地時の股角度  $\alpha_k$  のステップごとの変化を示しており、Fig. 5 (b) は着地直後の支持脚の角速度  $\dot{\theta}_k^+$  の変化を示しており、さらに Fig. 5 (c) は腰トルク  $\tau_{2k}$  の変化を示している。各図において、○印が安定化制御を行った場合 (Finite time settling), △印が行わなかった場合 (Normal) の結果を示して

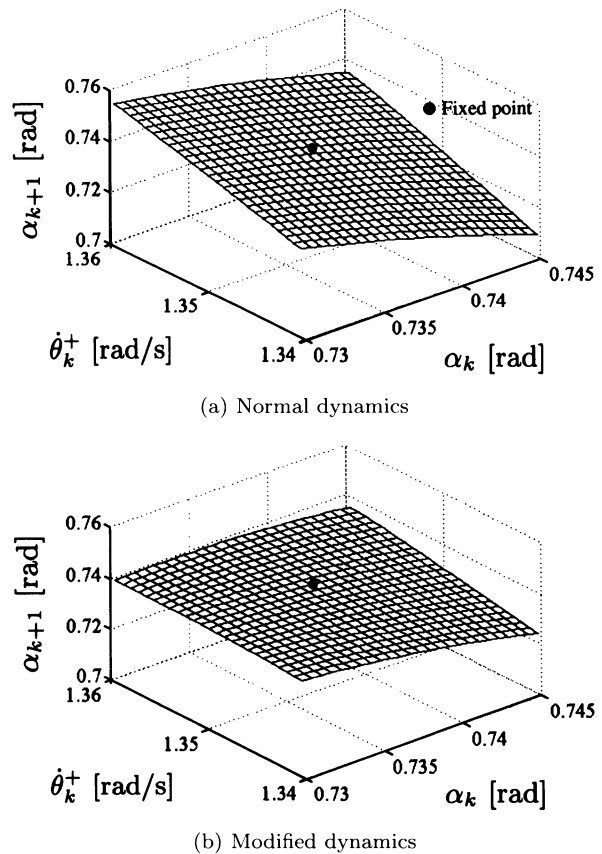


Fig. 4 Inter-leg angle constrained by leg-swing motion

いる。Fig. 5 (a), (b) から分かるように、局所安定化制御を行わないと収束性がかなり悪い。一方、局所安定化制御により有限整定を行うと、3 ステップでほぼ定常状態に収束する。また、Fig. 5 (c) から分かるように、安定化制御を行うと式 (30) による腰トルク  $\tau_{2k}$  が入力され、最終的には定常トルク  $\tau_{2f}$  となる。

Fig. 6 に定常歩行における歩行の様子をスティック線図で示す。0.7 [m] の脚長に対して約 0.5 [m] の歩幅となっている。図から分かるように、遊脚膝はいったん 25 [deg] ほど屈曲してから伸展し、比較的伸びた状態で支持脚を振り抜く。その後、膝がロックしてからストライドが伸びて床面に着地する。

以上のことから、本研究で提案した平衡点の生成法と局所安定化法の有効性が実証された。本論文では、Long period gait の安定平衡点を取り上げたが、Short period gait および分岐後の不安定平衡点においても本提案手法で安定化することが可能である。なお、本手法で平衡点の安定性 (収束性) を格段に向上させることができるが、これが必ずしも引き込み領域を拡大することに繋がらないことに注意されたい。

### 6. 結 論

本論文では、まず、エネルギーバランス、脚の切り換え現象および脚の振り運動からなる受動歩行の平衡点の力学的構造から、平地あるいは上り坂において、1 歩区間ごとに一定トルクを入力するだけで受動歩行クラスの平衡点が生成できることを理論的に示し、その具体的な生成法を与えた。

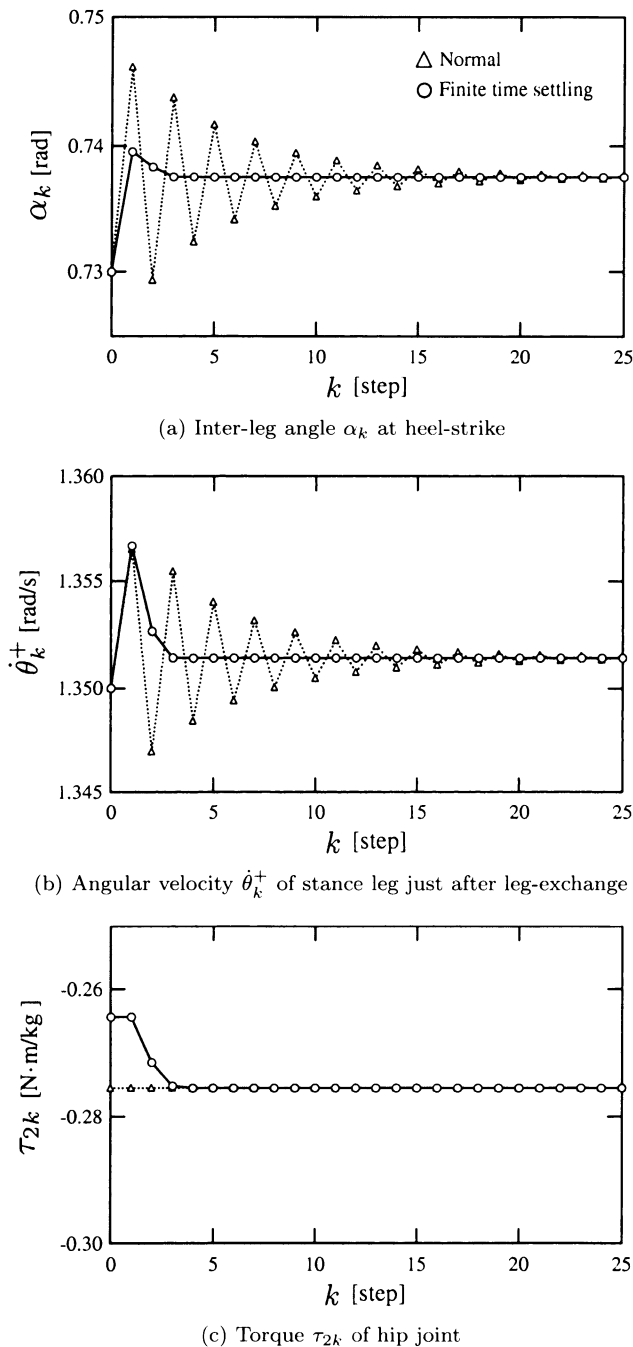


Fig. 5 Simulation results of finite time settling (level ground)

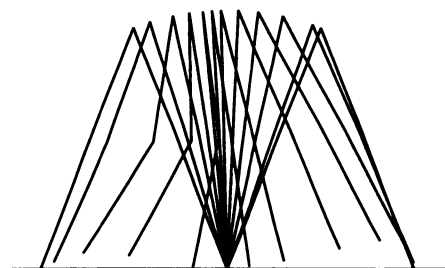


Fig. 6 Stick diagram of steady walking

平衡点近傍での局所的な安定化制御を考えた場合、不安定平衡点の安定化や安定平衡点の離散的な安定性を最大限に高めることが望まれる。平衡点の安定性は、脚の振り運動（着地時の股角度）が、安定条件式を満足し得るものかによって決まる。そこで、本研究では、平衡点の局所安定化問題を平衡点における着地時の股角度の変化  $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\alpha_k)|_f$ 、 $(\partial\alpha_{k+1}/\partial\dot{\theta}_k^+)|_f$  を安定領域内の適切な位置に配置する問題に帰着した。そして、非常に見通しの良い簡単な制御則でこれらの偏微分を独立かつ容易に配置できることを見出した。

さらに、平衡点の離散的な安定性が最も高くなるように、固有値の絶対値の最大値が零、すなわち極を原点に配置するようにした。このとき、対応する偏微分の配置は関係式から一意に決定できることを示し、有限整定を行う安定化制御則を導出した。最終的に、平地における歩行シミュレーションにおいて、3ステップではほぼ定常状態に収束することを確認し、その有効性を実証した。今後は、大域的安定化に基づく連続歩行を実機実験によって行う開発段階に進む。

### 参 考 文 献

- [1] T. McGeer: "Passive Dynamic Walking," The Int. J. of Robotics Research, vol.9, no.2, pp.62-82, 1990.
- [2] A. Goswami, B. Thuilot and B. Espiau: "A Study of the Passive Gait of a Compass-Like Biped Robot: Symmetry and Chaos," The Int. J. of Robotics Research, vol.17, no.12, pp.1282-1301, 1998.
- [3] A. Goswami, B. Espiau and A. Keramane: "Limit Cycles in a Passive Compass Gait Biped and Passivity-Mimicking Control Laws," J. of Autonomous Robots, vol.4, no.3, pp.273-286, 1997.
- [4] M.J. Coleman: "A Stability Study of Three-Dimensional Passive Dynamic Model of Human Gait," Ph. D. Thesis, Cornell University, 1998.
- [5] M. Garcia, A. Chatterjee, A. Ruina and M. Coleman: "The Simplest Walking Model: Stability, Complexity, and Scaling," ASME J. of Biomechanical Engineering, vol.120, pp.281-288, 1998.
- [6] M. Garcia, A. Chatterjee and A. Ruina: "Efficiency, Speed, and Scaling of Two-Dimensional Passive-Dynamic Walking," Dynamics and Stability of Systems, vol.15, no.2, pp.75-99, 2000.
- [7] M.J. Coleman, A. Chatterjee and A. Ruina: "Motions of a Rimless Spoked Wheel: a Simple 3D System with Impacts," Dynamics and Stability of Systems, vol.12, no.3, pp.139-160, 1997.
- [8] 衣笠哲也, 大須賀公一, 細川智生: "胴体の姿勢制御を伴う2足歩行ロボット Emu の受動的歩行—安定解析と歩行実験—", 日本ロボット学会誌, vol.22, no.2, pp.200-206, 2004.
- [9] 杉本靖博, 大須賀公一, 藤本健治, 平田健太郎: "受動的歩行の安定性に関する一考察—ポアンカレマップの構造解釈からのアプローチ—", 第9回ロボティクス・シンポジウム予稿集, pp.192-197, 2004.
- [10] F. Asano, Z.W. Luo and M. Yamakita: "Some Extensions of Passive Walking Formula to Active Biped Robots," Proc. of the Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.3797-3802, 2004.
- [11] 池俣吉人, 佐野明人, 藤本英雄: "受動歩行における平衡点の安定メカニズムの構造", 日本ロボット学会誌, vol.23, no.7, pp.839-846, 2005.
- [12] 池俣吉人, 佐野明人, 藤本英雄: "受動歩行の安定メカニズムの構造に基づいた歩行—平衡点生成と局所安定化法—", 日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会 '05 講演論文集, 1P1-S-045, 2005.
- [13] Y. Hurmuzlu and T. Chang: "Rigid Body Collisions of a Special Class of Planar Kinematic Chains," IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, vol.22, no.5, pp.964-971, 1992.

- [14] 浅野文彦, 羅志偉, 山北昌毅: “受動歩行を規範とした2足ロボットの歩容生成と制御”, 日本ロボット学会誌, vol.22, no.1, pp.130-139, 2004.
- [15] 内田和隆, 古田勝久: “一定トルク歩行に関する研究”, 日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会'00講演論文集, 2P2-84-121, 2000.
- [16] M.W. Spong: “Passivity-Based Control of the Compass Gait Biped,” Proc. of IFAC World Congress, pp.19-23, 1999.
- [17] 大須賀公一, 杉本靖博, 杉江俊治: “遅延フィードバック制御に基づく準受動的歩行の安定化制御”, 日本ロボット学会誌, vol.22, no.2, pp.193-199, 2004.
- [18] 池俣吉人, 久世雅人, 佐野明人, 藤本英雄: “受動歩行における脚切換え現象の実験的基礎研究”, 日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス講演会'05講演論文集, 1P1-S-044, 2005.
- [19] A. Sano, Y. Ikemata and H. Fujimoto: “Analysis of Dynamics of Passive Walking from Storage Energy and Supply Rate,” Proc. of the IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation, pp.2478-2483, 2003.
- [20] 香田徹: 離散力学系のカオス. コロナ社, 1998.
- [21] 佐野明人, 古荘純次, 尾関修一郎: “離散時間モデルを用いた歩行周期制御に基づく4足ロボットのベース歩行”, 日本ロボット学会誌, vol.9, no.7, pp.865-876, 1991.
- [22] S. Suzuki and K. Furuta: “Enhancement of Stabilization for Passive Walking by Chaos Control Approach,” Proc. of IFAC World Congress, pp.133-138, 2002.
- [23] 大須賀公一: “メカニカルシステムに対する制御系設計理論”, 計測

と制御, vol.40, no.6, pp.403-410, 2001.

### 付録 A. 平衡点の状態 $x_f^+$ におけるヤコビ行列の係数

各係数は以下ようになる.

$$a_f = \frac{1}{d_f} \frac{\partial e_f}{\partial \alpha_f} \left( \dot{\theta}_f^{+2} + \frac{4g}{l} \sin \frac{\alpha_f}{2} \sin \gamma + \frac{2\tau_{1f}\alpha_f}{l^2} \right) + e_f \frac{g}{2ld_f} \left( \sin \frac{\alpha_f}{2} \cos \gamma + \cos \frac{\alpha_f}{2} \sin \gamma \right) + e_f \frac{\tau_{1f}}{2l^2 d_f} \quad (\text{A.1})$$

$$b_f = e_f \frac{g}{2ld_f} \left( -\sin \frac{\alpha_f}{2} \cos \gamma + \cos \frac{\alpha_f}{2} \sin \gamma \right) + e_f \frac{\tau_{1f}}{2l^2 d_f} \quad (\text{A.2})$$

$$c_f = e_f \frac{\dot{\theta}_f^+}{d_f} \quad (\text{A.3})$$

ただし,

$$d_f = \sqrt{\dot{\theta}_f^{+2} + \frac{4g}{l} \sin \frac{\alpha_f}{2} \sin \gamma + \frac{2\tau_{1f}\alpha_f}{l^2}} \quad (\text{A.4})$$

また,  $e_f = \cos \alpha_f$  であり, 損失係数を表す.



池俣吉人 (Yoshito Ikemata)

1976年1月10日生. 2006年名古屋工業大学大学院工学研究科生産システム工学専攻博士後期課程修了. 2006年同大学中核的研究機関研究員. 受動歩行に関する研究に従事. 日本機械学会, システム制御情報学会の会員. 博士(工学).

(日本ロボット学会正会員)



藤本英雄 (Hideo Fujimoto)

1947年7月7日生. 1970年名古屋工業大学工学部機械学科卒業. 現在, 名古屋工業大学教授. ものづくりテクノセンター長. 医学工学, 生産システム, ロボットなどの知能化, バーチャルリアリティ・感性の工学に興味を持つ. 2000年 Japan-USA Flexible Automation Symposium 最優秀論文賞受賞. 第6回ロボティクス・シンポジウム優秀論文賞受賞. 日本機械学会生産システム部門賞(2002年功績賞), 2004-2005グッドデザイン賞を各々受賞. ASME 1998 Japan-USA Flexible Automation Symposium プログラム委員長. 1997・1998年 SICE 常務理事部門協議会議長. 日本機械学会評議員, フェロー. スケジューリング学会会長. 1991, 1992年本学会誌編集委員. 工学博士. (日本ロボット学会正会員)



佐野明人 (Akihito Sano)

1963年2月8日生. 1987年3月岐阜大学大学院工学研究科精密工学専攻修士課程修了. 現在, 名古屋工業大学大学院工学研究科機能工学専攻教授. 受動歩行, 人間-機械系, 触覚テクノロジーの研究に従事. 2004年度日本機械学会ロボティクス・メカトロニクス部門一般表彰 (ROBOMECH 表彰), 2005年度計測自動制御学会論文賞・友田賞などを受賞. 2004・2005年度本学会評議員, 日本機械学会フェロー. 計測自動制御学会, 日本バーチャルリアリティ学会などの会員. 博士(工学). (日本ロボット学会正会員)