

# 研究速報

## LDPC 符号を用いたターボ等化の特性改善に関する検討

松岡 克宏<sup>†</sup>                      岡本 英二<sup>†</sup>(正員)  
 岩波 保則<sup>†</sup>(正員)

Improvement of Turbo Equalization with LDPC Code

Katsuhiro MATSUOKA<sup>†</sup>, Nonmember, Eiji OKAMOTO<sup>†</sup>, and Yasunori IWANAMI<sup>†</sup>, Members

<sup>†</sup>名古屋工業大学大学院情報工学専攻, 名古屋市  
 Department of Computer Science and Engineering, Graduate School of Engineering, Nagoya Institute of Technology, Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya-shi, 466-8555 Japan

あらまし LDPC (Low Density Parity Check) 符号を用いたターボ等化の誤り率特性の改善について検討する。特性向上のため SC/MMSE (Soft Canceller with MMSE criterion) を用い, 相互に軟値情報をやり取りすることを提案する。

キーワード 低密度パリティ検査符号, ターボ等化, MMSE 基準ソフトキャンセラ, LLR

### 1. ま え が き

移動体通信においては現状以上に通信速度が速く, 高速移動にも耐え得る方式が求められている。このとき問題となるのは, マルチパスフェージングの発生である。マルチパスフェージング通信路においては, 信号伝送速度を上げると, 遅延波の重畳により受信信号に線形ひずみを生じ, 信号電力対雑音電力比を大きくしてもパースト的な誤りが起こる。これらの問題を解決する方法の一つとしてターボ等化方式 [1] が考えられる。これはターボ符号の原理 [2], [3] を等化器に適応したもので符号間干渉 (Inter-Symbol Interference: ISI) をほぼ完全に補償することができ, 優れた等化能力をもっていることが知られている。一般にターボ等化では符号化に RSC (Recursive Systematic Convolutional) 符号などのトレリス符号が用いられている。

一方, シヤノン限界に近い特性を示す誤り訂正符号として LDPC 符号 [4] がある。これはやはりシヤノン限界に近い特性を示す同様な誤り訂正符号のターボ符号と比べ, 同等以上の優れた誤り率特性を示すことで知られている。この LDPC 符号を用いるターボ等化手法も提案されており [5], [6], 磁気記録の入出力時のエラー訂正において高い等化能力をもつことが示されている。

そこで, この LDPC 符号を用いたターボ等化をマルチパス通信路に適応した場合を考える。LDPC 符

号は比較的容易に符号化レートを上げることが可能であるため, LDPC 符号を用いたターボ等化はトレリス符号を用いたターボ等化に比べて容易に伝送レートを上げることができ, ターボ等化の優れた特性を高伝送レートでも継承できると考えられる。しかし, 現状ではマルチパス通信路における LDPC ターボ等化は既存のターボ等化に比べて誤り率特性が悪く, 収束具合も良くない。例えば準静的なチャネルにおける等化性能は, ターボ等化の伝送特性が AWGN (Additive White Gaussian Noise) 通信路へ収束している ([1] 図 6) のに対し, LDPC ターボ等化では, 文献 [7] 図 8 で完全補償の場合から 3dB 劣化しており, 文献 [6] 図 8 ~ 図 11, 文献 [8] 図 3 においても AWGN 通信路特性に収束していないことが分かる。文献 [6] 図 9 における (4000, 2001) 符号のターボ等化性能は, AWGN 通信路での符号長 498, レート 1/2 の LDPC 符号特性とほぼ等しい。これはつまり, LDPC ターボ等化の特性に改善の余地があることを示している。

そこで本論文では LDPC 符号を用いたターボ等化の誤り率特性の改善について検討する。LDPC ターボ等化の収束特性を向上させるため, SC/MMSE [9] を導入し, 相互に軟値情報をやり取りすることで誤り率特性の改善が可能となる。以下では, LDPC 符号を用いたターボ等化を説明した後, 提案手法を構成し, 計算機シミュレーションによってその特性改善を確認する。

### 2. LDPC 符号を用いたターボ等化

図 1 に LDPC 符号を用いたターボ等化の送受信機システムモデル図を示す。まず, 送信データ系

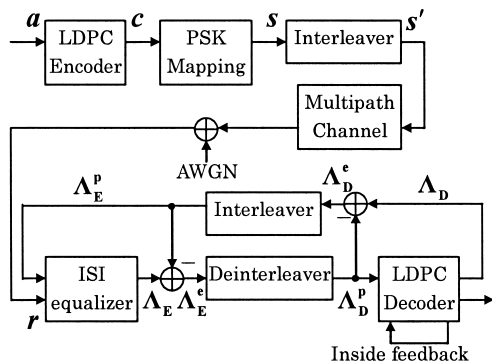


図 1 LDPC 符号を用いたターボ等化の送受信機システムモデル

Fig.1 The transmitter and receiver model of turbo equalization with LDPC code.

列  $\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_K)$  を LDPC 符号化し符号語  $\mathbf{c} = (c_1, c_2, \dots, c_N)$  を生成する。PSK 変調を行い、信号系列  $\mathbf{s} = (s_1, s_2, \dots, s_N)$  を生成する。その後インタリーバにより並べ換えを行った送信信号系列  $\mathbf{s}' = (s'_1, s'_2, \dots, s'_N)$  を送信する。送信信号はマルチパス通信路を通った後、白色ガウス雑音加わり受信信号系列  $\mathbf{r} = (r_1, r_2, \dots, r_N)$  として受信される。

受信側ではまず、ISI 等化器に受信値  $\mathbf{r}$  と事前 LLR (a priori Log Likelihood Ratio)  $\Lambda_E^p = (\Lambda_E^p(s'_1), \Lambda_E^p(s'_2), \dots, \Lambda_E^p(s'_N))$  が入力される。ただし、 $\Lambda_E^p$  の初期値は 0 である。ここで、通信路における ISI は内側符号器とみなすことができるので、受信値  $\mathbf{r}$  はトレリス線図上のパスとして表すことができる。トレリス線図の状態数  $M$  と等化可能な遅延波の最大遅延時間  $\tau_{\max} = kT$  ( $T$ : 1 シンボル時間) の関係は、 $2^l$ -PSK の場合、 $M = l^k$  であり、トレリスの状態数は最大遅延時間によって指数関数的に増大していく。よって ISI 等化器では、このトレリス線図に沿って SOVA (Soft Output Viterbi Algorithm) を用いることにより、事後 LLR (a posteriori Log Likelihood Ratio)  $\Lambda_E = (\Lambda_E(s'_1), \Lambda_E(s'_2), \dots, \Lambda_E(s'_N))$  を求める。 $\Lambda_E$  は次式で定義される。

$$\begin{aligned} \Lambda_E(r_i) &\triangleq \ln \frac{\Pr(s'_i = +1|r)}{\Pr(s'_i = -1|r)} \\ &= \ln \frac{\Pr(r|s'_i = +1)}{\Pr(r|s'_i = -1)} + \ln \frac{\Pr(s'_i = +1)}{\Pr(s'_i = -1)} \\ &\quad i = 1, \dots, N \\ &= \Lambda_E^e(s'_i) + \Lambda_E^p(s'_i) \end{aligned} \quad (1)$$

ただし、 $\Lambda_E^e = (\Lambda_E^e(s'_1), \Lambda_E^e(s'_2), \dots, \Lambda_E^e(s'_N))$  は外部情報 (extrinsic information) である。式 (1) から、次式により外部情報を求める。

$$\Lambda_E^e(s'_i) = \Lambda_E(s'_i) - \Lambda_E^p(s'_i) \quad i = 1, \dots, N \quad (2)$$

求めた外部情報  $\Lambda_E^e$  は、デインタリーバにより並べ換えられ、LDPC 復号器の事前  $\text{LLR} \Lambda_D^p = (\Lambda_D^p(s_1), \Lambda_D^p(s_2), \dots, \Lambda_D^p(s_N))$  として LDPC 復号器に入力される。

LDPC 復号器においては、sum-product アルゴリズム (SPA) [10] を用いて LDPC の復号を行う。LDPC 復号器では複数回の繰返し処理を行う。ここで得られた事後  $\text{LLR} \Lambda_D = (\Lambda_D(s_1), \Lambda_D(s_2), \dots, \Lambda_D(s_N))$  と事前  $\text{LLR} \Lambda_D^p$  を用いて、次式により外部情報  $\Lambda_D^e$  を求める。

$$\Lambda_D^e(s_i) = \Lambda_D(s_i) - \Lambda_D^p(s_i) \quad i = 1, \dots, N \quad (3)$$

求めた外部情報  $\Lambda_D^e$  はインタリーバで並べ換え、ISI 等化器の事前  $\text{LLR} \Lambda_E^p$  として再び ISI 等化器の入力とする。この操作を複数回繰返し、最終的に LDPC 復号器で得られた事後  $\text{LLR} \Lambda_D$  により符号を判定する。ここで、LDPC 復号器内での繰返し処理を Inside feedback、LDPC 復号器から ISI 等化器への繰返しを Outside feedback と呼ぶことにする。

計算機シミュレーションによる LDPC 符号を用いたターボ等化の伝送特性を図 2 に示す。シミュレーション条件は、LDPC (1032, 518) 符号を用い、変調は BPSK とする。また通信路は図 3 に示すタップ付き遅延線で表され [11]、静的 5 パス等電力通信路とし位相に変化はなく、1 シンボル時間ごとの遅延とする。Inside feedback の回数を最大 10 回、Outside feedback の回数を最大 5 回とする。ここで、フィードバック回数を #N と表す。比較として TCM (Trellis Coded Modulation) を用いたターボ等化器 [12] の誤り率特性も図 2 に示す。ただし、符号化率  $R = 0.5$  の 8 状態トレリス符号を用い、符号長を 1032 bit とし、

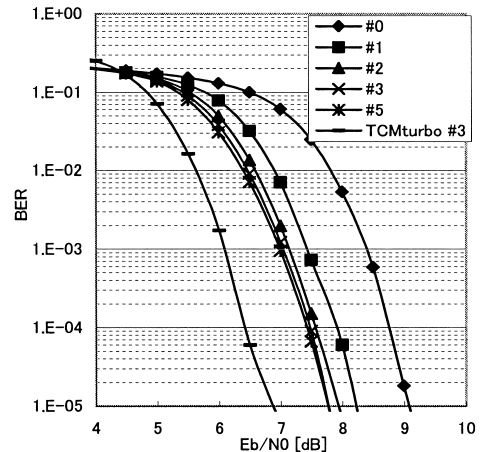


図 2 LDPC 符号を用いたターボ等化と TCM ターボ等化の誤り率特性

Fig. 2 BER performance of turbo equalization with LDPC code and TCM.

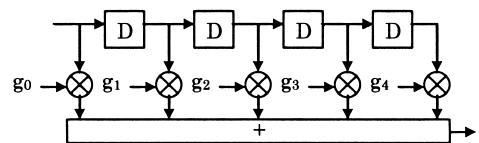


図 3 静的 5 パス通信路モデル

Fig. 3 Five pass static channel model.

変調方式は BPSK とする．このように LDPC を用いたターボ等化では，TCM を用いたものよりも BER が劣化していることが分かる．そのため，特性改善のための手法が必要である．

3. 提案送受信機モデル

提案送受信機モデル図を図 4 に示す．既存の LDPC を用いたターボ等化システムとの違いは受信機に SC/MMSE [9] を導入し，相互に LLR 情報をやり取りすることで誤り率特性を改善するところである．SC/MMSE 等化器では，復号器からフィードバックされる事前 LLR を用いて送信シンボルの推定を行う．この推定シンボルを用いて，所望波以外の送信シンボルによる影響を除去した推定受信信号  $\hat{r}$  を計算する．次に，MMSE フィルタの重みを  $m$  とすると，フィルタ出力  $z$  は  $\hat{r}$  を用いて， $z \triangleq m^H \hat{r}$  と定義される．ここで  $m$  は，送信信号とフィルタ出力  $z$  の平均二乗誤差 (MSE) が最小となるように (MMSE 基準で) 選ばれる．信号出力の振幅を  $\mu$  とすると，SC/MMSE 等化器から得られる LLR は  $\lambda = \frac{4\text{Re}\{z\}}{1-\mu}$  より求められる．

以下に受信機の操作について示す．

(1) 既存の LDPC ターボ等化と同様に，ISI 等化器と LDPC 復号器の間で反復復号を行う．ISI 等化器に受信値  $r$  と事前  $\text{LLR}\Lambda_E^p$  (初期値は 0) を入力し，事後  $\text{LLR}\Lambda_E^c$  を求める．式 (2) により外部情報  $\Lambda_E^c$  を求める．求めた外部情報  $\Lambda_E^c$  は，デインタリーブにより並べ換えられ，LDPC 復号器の事前  $\text{LLR}\Lambda_D^p$  として

LDPC 復号器に入力される．このとき，SC/MMSE では演算を行わないので，SC/MMSE の出力である事後  $\text{LLR}\Lambda_M = (\Lambda_M(s_1), \Lambda_M(s_2), \dots, \Lambda_M(s_N))$  は LDPC 復号器に入力されない．LDPC 復号器においては，sum-product アルゴリズム (SPA) を用いて LDPC の復号を行う．LDPC 復号器では複数回の繰返し処理を行う．ここで得られた事後  $\text{LLR}\Lambda_D$  と事前  $\text{LLR}\Lambda_D^p$  を用いて，式 (3) により外部情報  $\Lambda_D^c$  を求める．求めた外部情報  $\Lambda_D^c$  はインタリーブで並べ換え，ISI 等化器の事前  $\text{LLR}\Lambda_E^p$  として再び ISI 等化器の入力とする．この操作を複数回繰返し，事後  $\text{LLR}\Lambda_D$  を求める．

(2) LDPC 復号器から得られた事後  $\text{LLR}\Lambda_D$  をインタリーブで並べ換え，その並べ換えた  $\text{LLR}\Lambda_D'$  を SC/MMSE に入力する．この  $\text{LLR}\Lambda_D'$  によりソフトレプリカを生成する．生成したソフトレプリカと受信値  $y$  を用いてソフトキャンセルを行い， $\text{LLR}\Lambda_M'$  を求める．

(3) (1) と同様に ISI 等化器と LDPC 復号器の間で反復復号を行うが (2) で求めた  $\text{LLR}\Lambda_M'$  をデインタリーブで並べ換えた  $\text{LLR}\Lambda_M$  が LDPC 復号器に入力される．つまり，LDPC 復号器の入力される値は  $\Lambda_D^p + \Lambda_M$  である．ただし，この SC/MMSE からの  $\text{LLR}\Lambda_M$  の値は保持される．つまり，反復復号において LDPC 復号器に入力される値は  $\Lambda_D^p$  のみが更新されることになる．また，ISI 等化器に入力される事前  $\text{LLR}\Lambda_E^p$  は反復復号を行う前に初期化し 0 とする．反復復号を行ったのち LDPC 復号器から事後  $\text{LLR}\Lambda_D$  を求める．

(4) (2)(3) を複数回繰り返す，LDPC 復号器から最終的に得られる事後  $\text{LLR}\Lambda_D$  によって符号を判定する．

このアルゴリズムによって伝送特性が向上する理由は以下のとおりと考えられる．ターボ等化及びターボ符号で用いられるターボ原理は，相関のない若しくは低い外部 LLR 値を交換することで復号の確からしさを改善するというものである．LDPC を用いたターボ等化ではマルチパスフェージング通信路による等価的な畳み込み符号と LDPC 符号の間で LLR を交換しているが，ISI 等化器出力と相関の低い SC/MMSE によっても周期的に LLR を算出し LDPC 符号に外部値として入力することで，更に相関の低い外部 LLR を交換し，ISI 等化器のみの場合よりもターボ原理が良好に働くため特性が向上する．

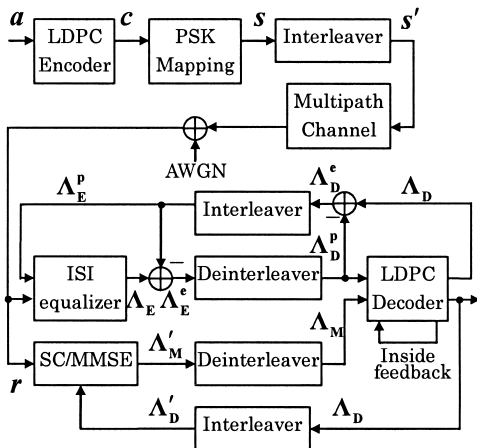


図 4 提案送受信機システムモデル  
Fig. 4 The proposed transmitter and receiver model.

4. シミュレーション結果

3. で示した提案システムモデルの誤り率特性を既存のシステムと比較するため計算機シミュレーションを行った。LDPC (1032, 518) 符号を用い、変調はBPSK とする。また通信路は静的 5 パス等電力通信路とし、位相に変化はなく、1 シンボル時間ごとの遅延とする。Inside feedback の回数を最大 10 回、Outside feedback の回数を最大 9 回、SC/MMSE へのフィードバック (SC/MMSE feedback とする) の回数を最大 4 回とする。

まず  $E_b/N_0 = 6$  dB のときにおける ISI 等化器と SC/MMSE の LLR 出力の相関値を算出した。ISI 等化器の初回の LLR 出力 (#0) と Outside feedback2 回後の ISI 等化器の出力 (#2) の相関、及び ISI 等化器出力 (#0) と SC/MMSE の初回の LLR 出力の相関を 1000 符号語について算出し平均化した。結果を表 1 に示すように、ISI 等化器の出力は繰返し演算後も相関が高いのに対し、ISI 等化器と SC/MMSE の相関は低いことが分かる。したがって SC/MMSE の LLR 出力を LDPC 符号に外部値として加えることによりターボ原理がより有効に作用すると考えられる。

次に図 5、図 6 にシミュレーション結果を示す。図 5 は Outside feedback を 2 回とした場合の誤り率特性である。演算量がほぼ等しくなる「LDPC turbo #9」と提案手法の「Outside feedback #2 SC/MMSE feedback #3」を比較すると、BER  $10^{-4}$  で約 0.3 dB の改善が見られる。これは、ターボ原理と同じく互いに相関の低い LLR を SC/MMSE と LDPC でやり取りすることが可能となるため、その効果により特性が改善するものと思われる。また「LDPC turbo #9」と提案手法の「Outside feedback #2 SC/MMSE feedback #1」がほぼ等しい誤り率特性を示しており、演算量が削減されたといえる。

図 6 に Outside feedback を 3 回とした場合の誤り率特性を示す。同様に、演算量がほぼ等しくなる「LDPC turbo #9」と提案手法の「Outside feedback #3 SC/MMSE feedback #2」を比較すると、

BER  $10^{-4}$  で約 0.3 dB の改善が見られる。また、「LDPC turbo #9」と提案手法の「Outside feedback

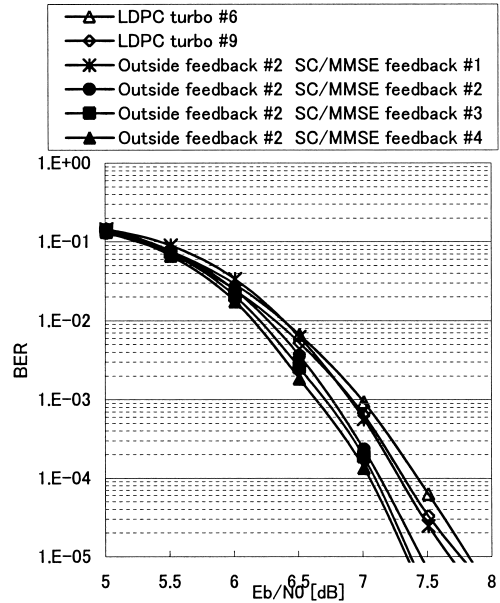


図 5 提案手法の誤り率特性 (SC/MMSE feedback #2)  
Fig. 5 BER performance of proposed scheme (SC/MMSE feedback #2).

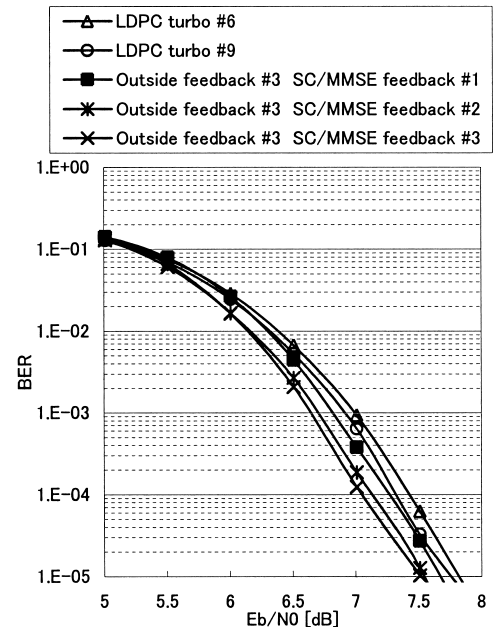


図 6 提案手法の誤り率特性 (SC/MMSE feedback #3)  
Fig. 6 BER performance of proposed scheme (SC/MMSE feedback #3).

表 1 ISI 等化器及び SC/MMSE の出力 LLR 値の相関  
Table 1 Correlation of LLR output between ISI equalizer and SC/MMSE.

	$\text{corr}(\Lambda_{E,\#0}^i, \Lambda_{E,\#2}^i)$	$\text{corr}(\Lambda_{E,\#0}^i, \Lambda_{M,\#0}^i)$
Correlation value	41.773	-2.198

#3 SC/MMSE feedback #1」がほぼ等しい誤り率特性を示しており、演算量が削減されたといえる。図 5 と図 6 を比べると、Outside feedback #2 と #3 とではほとんど特性の違いは見られず、Outside feedback は 2 回で十分である。

このように、反復復号の演算途中により確度の高い LLR を復号器に与えることで誤り率の改善を得ることができた。

### 5. む す び

本論文では静的マルチパス通信路における LDPC 符号を用いたターボ等化の特性改善について検討した。この結果、既存の LDPC を用いたターボ等化に比べ、SC/MMSE を導入した提案手法においては誤り率特性の若干の改善が得られた。また同じ誤り率ならば、提案手法により繰返し等化の収束速度が改善し演算量の削減が行えた。すなわち、SC/MMSE を導入し、相互に LLR 情報をやり取りすることで誤り率特性の改善を試みる本提案手法の有効性が確認できた。更に、BER 特性の改善量を増加させるための検討が今後の課題である。

謝辞 本研究は平成 18 年度科学研究費若手研究 (B) 17760302 の補助及び SCAT 研究費助成の援助を受けて行われた。

### 文 献

- [1] C. Douillard, M. Jezequel, C. Berrou, A. Picart, P. Didier, and A. Gleivieux, "Iterative correction of intersymbol interference turbo equalization," *European Trans. Telecommun.*, vol.6, no.5, pp.507-511, Sept.-Oct. 1995.
- [2] C. Berrou, A. Glavieux, and P. Thitimajshima, "Near Shannon limit error-correcting coding and decoding," *Proc. ICC'93*, pp.1064-1070, Geneva, Switzerland, May 1993.
- [3] C. Heegard and S.B. Wicker, *Turbo Coding*, Kluwer Academic Publishers, 1999.
- [4] R.G. Gallager, "Low density parity check code," *IRE Trans. Inf. Theory*, vol.IT-8, pp.21-28, Jan. 1962.
- [5] T. Mittelholzer, A. Dholakia, and E. Eleftheriou, "Reduced-complexity decoding of low density parity check codes for generalized partial response channels," *IEEE Trans. Magn.*, vol.37, no.2, pp.721-728, March 2001.
- [6] S. Oelcer and M. Keskinoz, "Performance of MMSE turbo equalization using outer LDPC coding for magnetic recording channels," *IEEE Int. Conf. on Commun. (ICC)*, vol.2, pp.645-650, June 2004.
- [7] B. Lu, X. Wang, and K.R. Narayanan, "LDPC-based space-time coded OFDM systems over correlated fading channels: Performance analysis and receiver design," *IEEE Trans. Commun.*, vol.50, no.1, pp.74-88, Jan. 2002.
- [8] S. Aviran, P.H. Siegel, and J.K. Wolf, "Noise-predictive turbo equalization for partial-response channels," *IEEE Trans. Magn.*, vol.41, no.10, pp.2959-2961, Oct. 2005.
- [9] D. Reynolds and X. Wang, "Low complexity turbo-equalization for diversity channels," *Signal Process.*, vol.81, no.5, pp.989-995, May 2000.
- [10] F.R. Kschischang, B.J. Frey, and H.-A. Loeliger, "Factor graphs and the sum-product algorithm," *IEEE Trans. Inf. Theory*, vol.47, no.2, pp.498-519, Feb. 2001.
- [11] J.G. Proakis, *Digital Communications Third Edition*, J.T. Hoffman and L.A. Young, ed., McGraw-Hill, New York, 1995.
- [12] 稲葉之浩, 井上啓介, 岩波保則, 岡本英二, "TCM ターボ等化受信方式におけるトレリス状態数削減に関する一検討," *信学論 (B)*, vol.J89-B, no.4, pp.625-630, April 2006.

(平成 18 年 3 月 23 日受付, 7 月 31 日再受付)